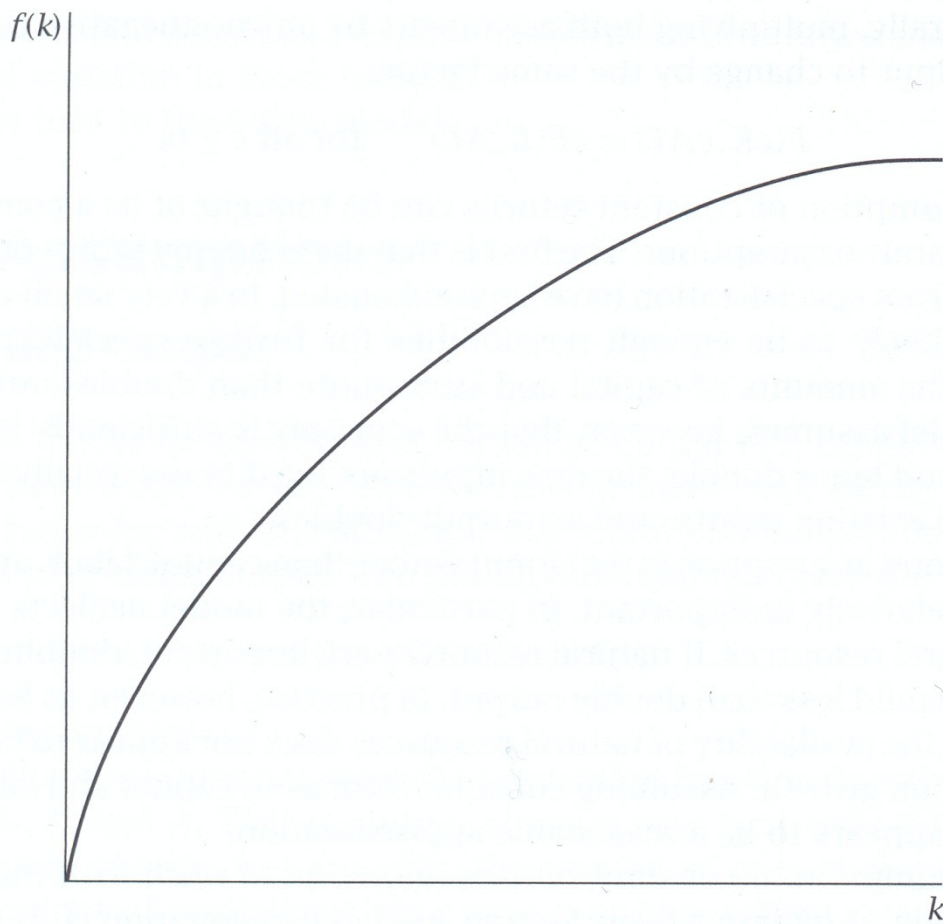


Vækst vurderet ud fra to økonomiske skoler



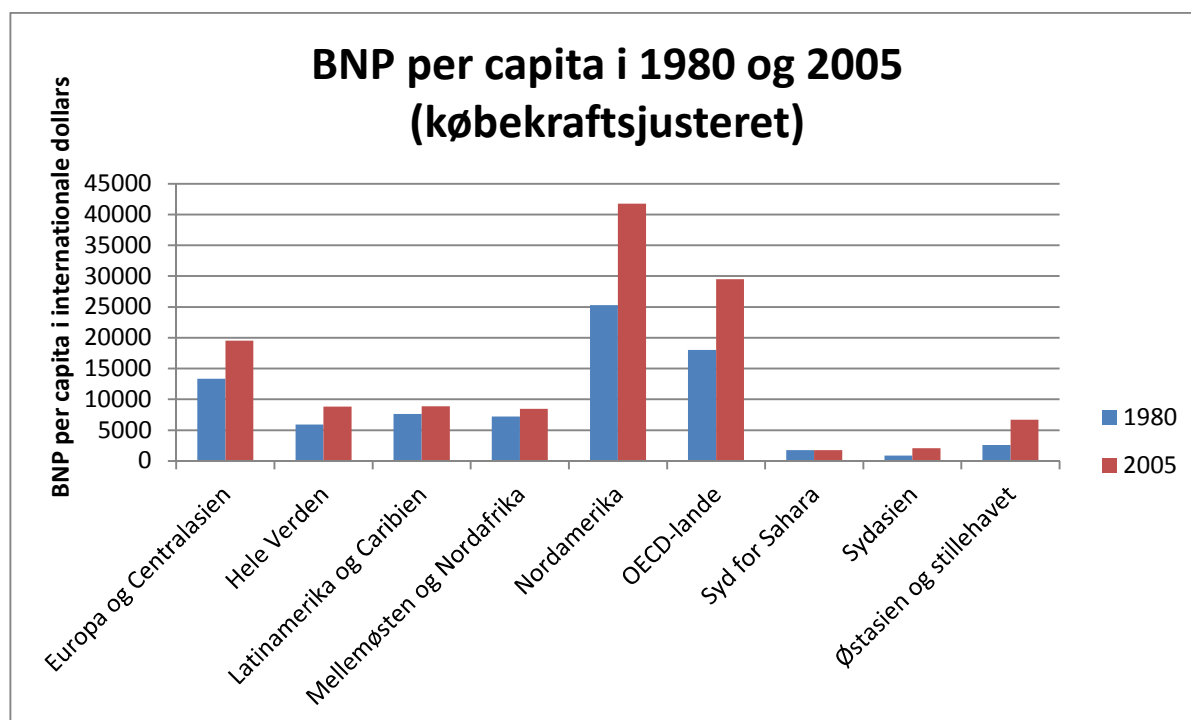
Indhold

1.0 Introduktion.....	3
2.0 Problem	4
3.0 Problemformulering	5
4.0 Afgrænsning.....	5
5.0 Metode	7
6.0 Teori	7
6.1 Mainstream teori	8
6.2 Heterodoks teori.....	17
6.3 Opsummering af de to modelrammer	29
7.0 Analyse.....	31
7.1 Præsentation af OLS-metoden	31
7.2 Empiriske undersøgelser og tests af modellerne.....	43
7.3 Modellernes realisme	97
8.0 Samlet kritik.....	106
9.0 Konklusion	107
10.0 English Summary	108
11.0 Litteraturliste.....	110
12.0 Bilag	116
12.1 Bilag 1- Relevante udledninger.....	116
12.2 Bilag 2 – Relevante definitioner, figurer og supplerende resultater	124
12.3 Bilag 3 – Datasæt	133
12.4 Bilag 4- Regressioner.....	138

1.0 Introduktion

I den makroøkonomiske diskussion fokuseres der ofte, når talen falder på langsigtet økonomisk udvikling, på landes BNP-niveauer og landenes respektive vækstrater.

Som nedenstående figur illustrerer, kan en grov inddeling af lande i geografiske områder benyttes til at vise BNP-niveauer per indbygger i årene 1980 hhv. 2005:¹



Figur 1.1: BNP/capita i 1980 og 2005 (købekraftsjusteret). *Kilde:* World DataBank (2013), Tabel GDP per capita, PPP (constant 2005 international \$).²

Af ovenstående figur erfares det med den valgte inddeling, at alle områder, på nær Afrika Syd for Sahara, har forøget deres BNP-niveauer i perioden fra 1980 til 2005. Det erfares, at Nordamerika

¹ I rapporten vælges 2005 som slutår, fordi rapporten i mindre omfang er interesseret i at analysere effekter af finanskrisen og krisens påvirkning på økonomisk udvikling. Det bemærkes generelt, at tabeller, hvor der opereres med beholdninger frem for strømme, i særlig grad vil være præget af en datavilkårlighed, der følger af de valgte start- og sluttidspunkter.

² Vælges der udregning med purchasing power parity, omregnes BNP, så der gives en indikation på forskellige købekrafter i landene. Se f.eks. Krugman og Obstfeld (2009) for en definition.

efterfulgt af Europa/Centralasien er de rigeste i begge perioder.³ Hvorimod Afrika syd for Sahara overtager positionen som det fattigste område.⁴ For hele verden er BNP/capita forøget fra ca. 5900I\$ til ca. 8800I\$ i perioden.

Det erfares altså, at der er store indkomst- og væksthforskelle på tværs af kloden. Den økonomiske velstand koncentrerer sig altså hovedsageligt i Europa og Nordamerika (samt Japan, Australien og Sydkorea), mens en række lande i Østasien inkl. Kina har haft de højeste vækstrater i perioden.⁵ Derimod har væksten været stagnerende i Afrika, især syd for Sahara.

Denne rapport er interesseret i at kunne determinere forskellige økonomisk relevante faktorerers påvirkning på vækst. Til en sådan afdækning er en teoretisk fortolkningsramme nødvendig.

2.0 Problem

Der findes dog forskellige teorier, som giver forskellige bud på hvilke parametre, der har betydning for vækst.

I denne rapport vil der blive lagt hovedvægt på to teoriretninger. Disse vil blive benyttet til en vækstreddegørelse med baggrund i økonometriske modeller.

I mainstream-tankegangen bygges der modeller op, som har udbudsfokus, samt hovedfokus på fuldkommen konkurrence, specificering af økonomier, der opererer ved fuld kapacitet, og uden specificering af klasseforskelle.

I modsætning hertil kan opbygges en model med baggrund i marxistisk-kalecki'sk teori, som er en del af en heterodoks teoriramme. Her er det afgørende, at modellerne opererer med ufuldkommen konkurrence, overskudskapacitet og klassekamp.⁶ Hertil kan yderligere nævnes en mulighed for vækstpåvirkning via påvirkning af den aggregerede efterspørgsel.

³ Cirka 25300 og 418000 hhv. 13300 og 19500 internationale dollars. OECD-søjlen kunne tyde på, at købekraften er betydeligt højere hos europæiske lande, der er medlem af OECD. Søjlen Latinamerika indeholder også de sydamerikanske lande.

⁴ Disse tal dækker naturligvis over store forskelle imellem landene i hver af kategorierne.

⁵ Denne gruppe af lande har mere end fordoblet købekraften.

⁶ Stockhammer (1999) redegør dog for, at for eksempel vækstmodeller med baggrund i Joan Robinson opererer med fuld kapacitetsudnyttelse på lang sigt.

Hvor det er afgørende i mainstream vækstteori, at større opsparing (i samspil med teknologisk udvikling og akkumulation af human kapital) giver større BNP per arbejder, vil det vise sig, at den anvendte marxistisk-kaleckianske teori når frem til den modsatte konklusion. Problemformuleringen bliver som følger:

3.0 Problemformulering

I hvilket omfang kan en mainstream vækstmodel hhv. en marxistisk-kaleckiansk vækstmodel valideres på tværs af en række OECD-lande?

Er de afbenyttede modeller realistiske?

4.0 Afgrænsning

Til præsentationen af de to teoriretninger benyttes en række prominente teoretikere. I præsentationen af mainstream vækstteori benyttes Jones (2002) og Mankiw et al. (1992) som primærkilder. Der lægges i teorifremstillingen vægt på en Solowmodel med human-kapital med baggrund i simple Solowmodeller. Denne modelramme er valgt ud fra dens anvendelighed og evne til at inkorporere grundelementer i mainstream vækstteori. Dermed ses der også bort fra andre bidrag til denne teori-retning, såsom rationelle forventningsmodeller. I modsætning hertil vil præsentationen af heterodoks teori lægge vægt på en model, hvis antagelser og konklusioner ligger i klar modstrid med mainstreammodellens. Dutt(1984) vil blive anvendt i rapporten. Denne models fordel ligger hovedsageligt i dens anvendelse af kalkulus. Rapportens teorifremstilling vil således også i høj grad se bort fra, til Dutt(1984), nært beslægtede teorirammer.

Da det er analysens mål at benytte økonometriske modeller, vil der naturligvis skulle foretages empiriske afgrænsninger. Omend visse økonomiske forhold varierer betragteligt på tværs af kloden, vil denne rapport tage sit udgangspunkt i en beskrivelse af forhold, der gør sig gældende for en række, økonomisk set, nært beslægtede lande – i rapportens tilfælde OECD-lande. Dette hænger hovedsageligt sammen med den begrænsede mængde og kvalitet af data til rådighed for ikke industrialiserede lande.

Ligeledes vil en tilpasning af forskelligartede teorirammer til en empirisk undersøgelse medføre visse udfordringer. Dette kan både være i form af afbenyttelse og diskussion af berettigelsen af visse proxyer. Yderligere skal en relevant tidsperiode vælges. Denne rapport vil fokusere på period-

en fra 1980 til 2005. Når en periode vælges, skal det selvfølgelig bemærkes, at denne skal være af en tilpas længde, således at ens vækstanalyse ikke i overvejende grad påvirkes af kortidsfænomener, såsom konjunkturer. Således er interessen altså i (Stockhammer, 1999, s.10):

”... a period a few decades, certainly of the movements between, not within business cycles.”

I tråd med Mankiw et al. (1992) er en periode på flere årtier valgt. 1980-2005 er dog valgt for at have en periode tættere på nutiden. År efter 2005 sies fra i regressionerne, da denne skribent er af den opfattelse, at finansielle forhold, som ingen af modellerne eksplicit behandler, har haft signifikant betydning for den globale udvikling de sidste par år.⁷

Et andet punkt som analysen skal tage højde for, er det faktum, at der skal foretages valg af de, med baggrund i data, bedst egnede modeller. Dette kræver en præsentation af beslutningsparametre til at vælge mellem forskellige modeller på baggrund af empiri. Således vil disse beslutningsparametre blive præsenteret.

Valget mellem den empiriske forankring af teorier vil dog være afhængig af afbenyttelsen af estimation via f.eks. OLS-metoden. Følgelig skal brugbarheden af estimationsmetoder også diskuteres. Hertil vil blandt andet tests blive benyttet.

Alt i alt betyder dette, at rapporten vil være begrænset af en række teoretiske og empiriske udfordringer. Disse vil blive diskuteret løbende i analysen, ligesom et kritikafsnit vil opsummere analysens mangler.

⁷ Der vil desuden gælde, at inputtene til et nationalregnskab først kendes med sikkerhed efter et par år.

5.0 Metode

I afsnit 6.1 henholdsvis 6.2 vil Solowmodeller henholdsvis en marxistisk-kaleckiansk model blive præsenteret. Fremstillingen vil lægge vægt på at pointere modellernes aksiomer. I afsnit 6.3 opsummeres modellernes hovedforskelle. Dernæst gennemføres analysen i afsnit 7. I afsnit 7.1 vil grundlæggende OLS-estimation blive præsenteret. I afsnit 7.2 forklares dernæst, hvorledes modellerne vil blive empirisk efterprøvet. Modellernes empiriske brugbarhed vurderes dermed. Mankiw et al. (1992) virker som udgangspunkt for undersøgelsen af Solowmodellerne i afsnit 7.2.1. Det vil blive undersøgt om Solowmodellerne kan understøttes empirisk. Analysen af den heterodokse model i Dutt(1984) findes i afsnit 7.2.2. Her vil det først blive diskuteret, hvorledes indkomstfordeling kan undersøges på tværs af lande. Dette vil lede frem til en empirisk undersøgelse af sammenhængen mellem begrebet 'labor's share of income'⁸ og BNP-niveauer. Denne undersøgelse vil desuden benytte de samme estimationsmetoder som i afsnit 7.2.1 for at gøre resultaterne sammenlignelige.⁹ Efterfølgende vil brugbarheden af investeringsfunktionen i Dutt(1984) blive diskuteret. Hertil benyttes bl.a. Skott & Zipperer (2012).

Efter denne del af analysen følger i afsnit 7.3 en diskussion af realismen af de to teoriretningers modeller.¹⁰ I afsnit 8 diskuteres efterfølgende analysens mangler. Endelig findes konklusionen i afsnit 9. Resume på engelsk findes i afsnit 10.

6.0 Teori

I det følgende præsenteres de valgte modeller fra de to teoriretninger. I afsnit 6.1 præsenteres Solowmodellen med human kapital med baggrund i en præsentation af en simpel Solowmodel efterfulgt af en Solowmodel med teknologi. Således kan en præsentation af mere simple Solowmodeller, som Solowmodellen med human kapital bygger videre på, give en øget forståelse af mainstream vækstteori. I fremstillingen vil Jones (2002) og senere Mankiw et al. (1992) benyttes som primærkilder. Romer (2012) m.fl. vil dog nuancere teoribeskrivelsen. I afsnit 6.2 præsenteres efterfølgende den heterodokse teori med baggrund i Dutt (1984).

⁸ Eller arbejdskraftens lønandel.

⁹ Altså samme lande, samme afhængige variabel, samme tidsperiode og afbenyttelsen af OLS.

¹⁰ Fra et videnskabsteoretisk synspunkt kan det diskuteres, hvad det endelige mål med en teori er - Jespersen (2007).

6.1 Mainstream teori

6.1.1 Simpel Solowmodel

For alle Solowmodeller gøres der en række simplificerende antagelser, som er af afgørende betydning for modellens opbygning, anvendelighed og realisme. Generelt gælder der for alle Solowmodeller, der beskrives i denne rapport at (Jones, 2002):

- Der findes to produktionsfaktorer. Disse er kapital, K , og arbejdskraft. Denne betegnes med L i dens simple form. Begge faktorer har faldende marginalt afkast.
- Der findes 1 gode, som er det eneste, der produceres og forbruges.
- Der findes ingen handel i modellen. Dette betyder dermed, at opsparing, S , svarer til investeringsmængden, I .¹¹ Følgelig modelleres der heller ikke offentlige aktører.
- Der er en konstant opsparingsrate, s .
- Der regnes med en konstant deltagelse på arbejdsmarkedet- altså den mængde som individer på arbejdsmarkedet udgør af en aldersgruppe. Denne i modellen eksogent definerede variabel har følgende vækstrate: $\frac{\dot{L}}{L} = n$.

Det bemærkes, at alle Solowmodeller bygger på to grundfunktioner, der forklares i det følgende. Disse vil dog variere alt efter nærmere betragtninger over økonomisk relevante produktionsfaktorer og nærmere specificering af nødvendige akkumulationsfunktioner.

Produktionsfunktionen

Det er et gennemgående træk for Solowmodeller, at de bygger på Cobb-Douglas-produktionsfunktioner. For den simple Solowmodel indgår produktionsfaktorerne kapital og arbejdskraft på følgende måde:

$$6.1.1 \ Y = F(K, L) = K^{\alpha} L^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

Hvor parameteren α er kapitalens aflønningsandel af output (Jones, 2002). Arbejdskraften får da andelen $1 - \alpha$. Der gælder for disse Cobb-Douglas-produktionsfunktioner, at de udviser konstant skalaafkast. Det vil indebære, at en forøgelse af brugen af alle produktionsfaktorer med x -procent,

¹¹ Dette kan helt simpelt vises ved at betragte nationalindkomst, Y , fra både indkomst- og udgiftssiden i en økonomi uden handel og offentlige aktører, se f.eks. i Blanchard (2009), s. 78-79.

forøger produktionen med tilsvarende procent. I tråd med Romer (2012, s.11) indebærer konstant skalaafkast også, at: "...the gains from specialization have been exhausted."

Det kan let vises, at konstant skalaafkast er tilfældet ved at gange produktionsfunktionen med en vilkårlig konstant, c :¹²

$$F(cK, cL) = (cK)^\alpha (cL)^{1-\alpha} = c^\alpha c^{1-\alpha} K^\alpha L^{1-\alpha} = cF(K, L)$$

Der gælder desuden, at antagelsen om konstant skalaafkast per se indebærer, at modellens firmaer får en profitråde på 0 på lang sigt.¹³

Endelig opererer modelrammen med fuldkommen konkurrence. Dette indebærer, at produktionsfaktorerne betales værdien af deres marginale produkt (Jones, 2002; Arestis, 1992 m.fl.).¹⁴ Disse betalinger betegnes henholdsvis w for den nominelle lønrate og for kapital betegnes kapitalens kapitalleje for r .

Kapitalakkumulationsfunktionen

Den anden vigtige funktion i Solowmodellen beskriver, hvorledes kapital akkumuleres. I den simple form er denne (Jones, 2002):

$$6.1.2 \quad \dot{K} = sY - dK$$

Dette betyder, at akkumulationen af kapital afhænger af opsparingsraten, s , ud fra indkomsten fratrukket afskrivningen på det eksisterende kapitalapparat.

I tråd med blandt andet Jones (2002) og Romer (2012) kan ligning 6.1.1 omskrives til følgende, hvis vi definerer $y=Y/L$ og $k=K/L$:

$$6.1.3 \quad \frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha * \left(\frac{L}{L}\right)^{1-\alpha} \Leftrightarrow y = k^\alpha$$

Desuden kan væksten i kapital per arbejder defineres i kontinuert tid via brug af de foregående ligninger, logaritmeregneregler og definitioner til:

¹² Som i Romer (2012), s. 12-13. Dog her uden teknologispecifisering.

¹³ En mikroøkonomisk behandling af dette findes for eksempel i Varian(2006) kap. 19.

¹⁴ Froyen (2009) s. 37-39 viser et eksempel på en beregning, der viser dette for arbejdsmarkedet på kort sigt.

$$6.1.4 \quad \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY - dK}{K} - n$$

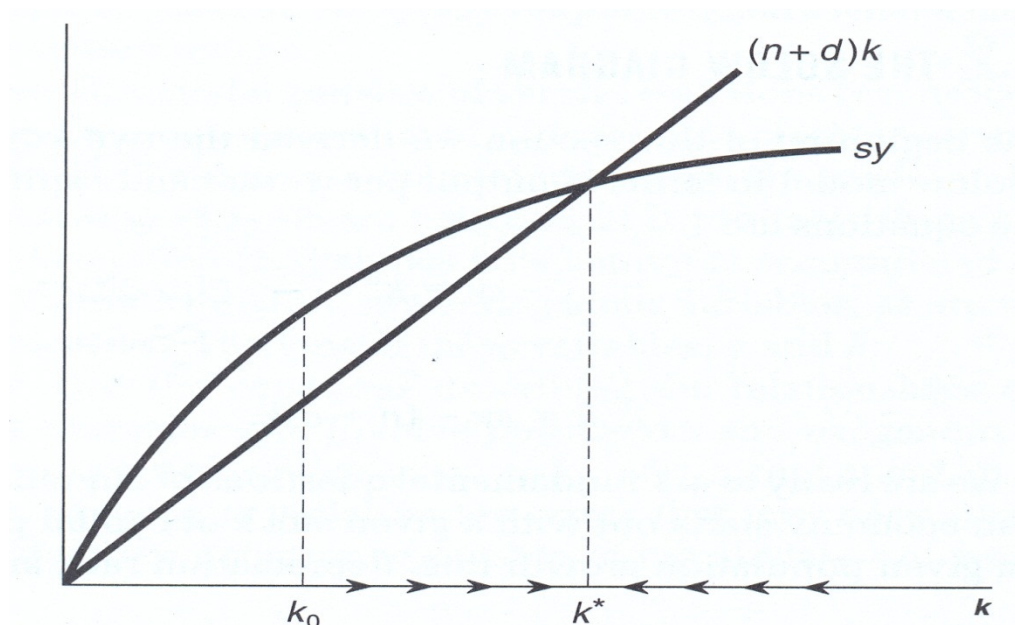
$$\Leftrightarrow \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY}{K} - d - n$$

$$\Leftrightarrow \dot{k} = \frac{sY}{K} \frac{K}{L} - (d + n)k$$

$$\Leftrightarrow \dot{k} = sy - (d + n)k$$

Denne omformning af kapitalakkumulationsfunktionen kan benyttes til ultimativt at determinere et ligevægtsniveau for output per arbejder ved at sætte værdien $\dot{k}$ lig med 0 og benytte ligning 6.1.3.

Grafisk kan denne ligevægt også illustreres. For eksempel kan det af nedenstående figur med baggrund i Jones (2002, s. 28) ses, at modellen når en ligevægt, når opsparingen ud af indkomst svarer til $(n+d)k$. Dette kaldes en steady-state:



Figur 6.1.1: På figuren nås en ligevægt i punktet k^* . I dette punkt svarer opsparingen ud af indkomst (hvor opsparing går til investeringer) til kurven $(n+d)k$, som er den investeringsmængde, der er nødvendig for, at mængden af kapital per arbejder kan holdes konstant. I punktet k_0 er opsparingen derimod som eksempel højere end det nødvendige for at holde mængden af kapital per arbejder konstant. Der sker således en bevægelse mod k^* .

Det erfares af ovenstående figur, at en ligevægt nås i punktet k^* . Det bemærkes desuden, at denne ligevægtsværdi let kan sættes ind i ligning 6.1.3 for at finde en ligevægt for output per arbejder i modellen. Yderligere erfares det, at en øget opsparing, alt andet lige, vil forøge niveauet for BNP/arbejder. Tilsvarende vil en forøgelse af befolkningstilvæksten eller en højere afskrivningsrate sænke niveauet, alt andet lige. Disse bevægelser svarer til at rykke sy -kurven henholdsvis $(n+d)k$ -kurven op i figuren.

Med modellens antagelser er det afgørende altså, at økonomier, som har nået deres steady-state-niveauer ikke oplever nogen vækst i BNP per arbejder, alt andet lige. Jævnfør Jones (2002) vil indkomsten altså kun vokse med raten n , svarende til befolkningstilvæksten. Heraf følger, at denne simple Solowmodel kun vil tilskrive højere vækstrater end dette til det faktum, at en økonomi ikke har nået sit steady-state-niveau, svarende til at den befinder sig i et punkt til venstre for k^* på figur 6.1.1. Samlet vil der altså gælde, at Solowmodellen kun kan skabe permanent vækst i BNP per arbejder ved at introducere yderligere variable. Som det blev erfaret i indledningen var der i

perioden fra 1980-2005 generel global vækst i BNP per capita. Det bemærkes ved brug af Heston et al. (2012), at et tilsvarende mønster ses for BNP per arbejder.¹⁵ Det er altså tvivlsomt om denne model, i sin simple form, er et brugbart analyseværktøj.¹⁶

6.1.2 Solowmodel med teknologi

Den simpleste udvidelse af denne model fås ved at introducere teknologi, A , til modelrammen. Teknologi regnes som eksogent defineret. Det antages, at teknologi vokser med raten g , der er konstant.

Desuden antages det, at teknologi er arbejdskraftforbedrende, således at produktionsfunktionen bliver (Jones, 2002):

$$6.1.5. Y = F(K, AL) = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

I tråd med Jones (2002, s.37-38) kan det vises, hvorledes teknologivæksten bidrager til permanent vækst i modelrammen. Dette kan gøres ved at benytte en omskrivning af kapitalakkumulationsfunktionen (hvor der divideres igennem med K) samt at omskrive produktionsfunktionen på tilsvarende måde som ved ligning 6.1.3:

$$6.1.6 \quad \frac{\dot{K}}{K} = s \frac{Y}{K} - d$$

$$6.1.7 \quad \frac{Y}{L} = \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha * \left(\frac{AL}{L}\right)^{1-\alpha} \Leftrightarrow y = k^\alpha A^{1-\alpha}$$

Ved at benytte logaritmeregler og differentiere kan 6.1.7 også skrives som:

$$6.1.8 \quad \frac{\dot{y}}{y} = \alpha \frac{\dot{k}}{k} + (1 - \alpha) \frac{\dot{A}}{A}$$

¹⁵ Variablen rgdpwok.

¹⁶ Jo mere industrialiserede lande jo mere sandsynligt er det, hvis idéen med et steady-state-niveau for kapital per arbejder godtages, at landene er i deres steady-state-niveau. Derfor må denne model ikke være særligt brugbar til en analyse af OECD-lande.

Der vil her ud fra ligning 6.1.6 kunne ses, at (Ibid., s. 37):

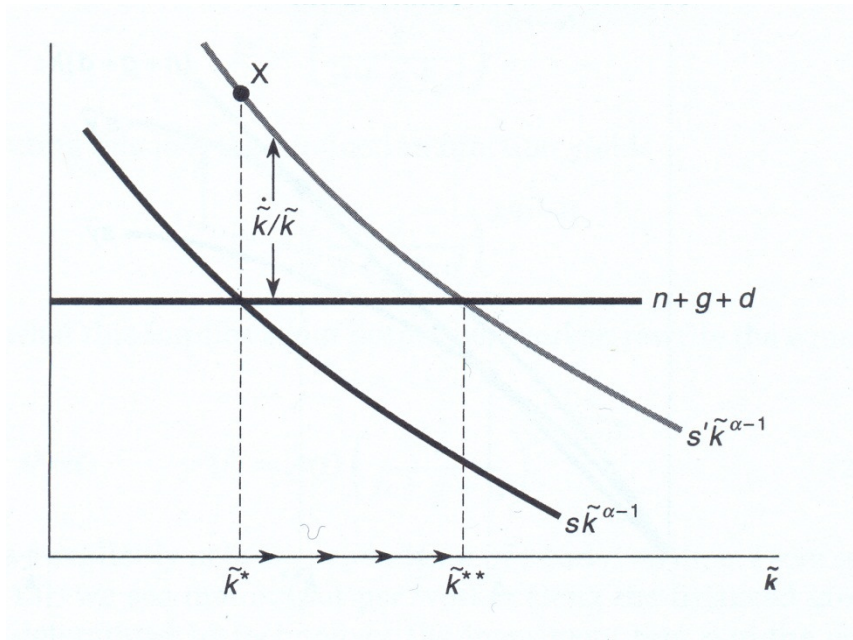
“...the growth rate of K will be constant if and only if Y/K is constant. Furthermore, if Y/K is constant, y/k is also constant, and most important, y and k will be growing at the same rate. A situation in which capital, output, consumption, and population are growing at constant rates is called a balanced growth path.”

Yderligere kan det via ligning 6.1.8 ses, at langs en balanceret vækststi vil både output per arbejder og kapital per arbejder vokse med teknologiraten g . Det er altså teknologi, der bidrager til permanent vækst.

I denne model kan der også foretages komparativ statik. Der vil, som i den simple Solowmodel, fås større indkomst per arbejder ved øget opsparing henholdsvis mindre ved øget afskrivning og befolkningstilvækst. Som det ses af følgende figur,¹⁷ hvor kapitalakkumulationsfunktionen med effektiv enhed arbejde¹⁸ er divideret igennem med mængden af kapital per effektiv enhed arbejde, vil effekten af øget opsparing være en midlertidig vækstrate større end g , indtil økonomien når sin nye steady-state, svarende til $\tilde{k}^{**}$ på figuren:

¹⁷ Som baserer sig på Jones (2002) s. 42. Tilden angiver, at $k=K/L$ hvorimod $\tilde{k} = \frac{K}{AL}$.

¹⁸ Findes analogt til 6.1.4, hvor det huskes, at vækstraten for teknologi er g .



Figur 6.1.2: På figuren er økonomien til at begynde med i ligevægtspunktet $\tilde{k}^*$. Hernæst stiger opsparingsraten, og økonomien forskydes til punktet X. Den større opsparing får midlertidigt vækstraten i indkomst per (effektiv) arbejder til at overstige teknologivæksten, indtil en ny ligevægt nås i punktet $\tilde{k}^{**}$. Dette resulterer altså i større indkomst per arbejder, men ikke en permanent højere vækstrate.

Solowmodellen med teknologi kan altså benyttes til at forklare effekterne af de samme policy-ændringer som den simple model. Brugen af den udvidede model indebærer dog også muligheden for permanent vækst selv for økonomier, der har nået deres ligevægtsniveauer. Det centrale er dog, om denne model i tilstrækkelig grad er i stand til at determinere relevante vækstparametre for OECD-lande.¹⁹

¹⁹ Human kapital regnes i mainstream sammenhæng som værende af vital betydning for økonomisk vækst. Se bl.a. Mankiw et al. (1992).

6.1.3 Solowmodel med human kapital

I det følgende defineres denne rapport's udgave af en Solowmodel med human kapital. Idet Mankiw et al. (1992) vil blive benyttet som udgangspunkt for empiriske undersøgelser af mainstreammodellerne, vil dennes Solowmodel med human kapital blive benyttet.²⁰

Hos Mankiw et al. (1992) defineres produktionsfunktionen med tidsindeks som:

$$6.1.9 \ Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta}$$

Hvor $\alpha + \beta < 1$, således at der er faldende afkast af alle typer af kapital.

Desuden antages det, at en andel af opsparingen går til investeringer i realkapital, s_k , mens en andel går til investeringer i human kapital, s_h . Akkumulationen af de to kapitaltyper sker med de respektive opsparingsrater (og ens afskrivningsrate), således at:²¹

$$6.1.10 \ \dot{k}(t) = s_k y(t) - (n + g + \delta)k(t)$$

$$6.1.11 \ \dot{h}(t) = s_h y(t) - (n + g + \delta)h(t)$$

Desuden kan steady-state niveauerne for realkapital per effektiv enhed arbejde henholdsvis for human kapital per effektiv enhed arbejde i tråd med Mankiw et al. (1992) findes til:

$$6.1.12 \ k^* = \left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$6.1.13 \ h^* = \left(\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

Det ses altså, at investeringer i både human kapital og realkapital bidrager positivt til steady-state-niveauerne for både realkapital og human kapital. Parametrene α og β bestemmer hvorledes. Desuden kan vækststiargumentet fra udledningen af Solowmodellen med teknologi også bruges for denne model. Der vil gælde, at en vækststi ville kunne findes. Her vil både realkapital, human kapital, output, forbrug, og population vokse med konstante rater.

²⁰ Modellen afviger f.eks. fra Jones (2002), idet Jones (2002) ikke definerer en kapitalakkumulationsfunktion for human kapital.

²¹ Disse funktioner kan findes analogt til ligning 6.1.4, hvor afskrivning her betegnes δ . Desuden huskes det også her, at teknologivækstraten er g . For 6.1.11 erstattes K konsekvent med H og k med h , og der defineres $h=H/AL$.

Alt i alt kan det altså konkluderes for denne Solowmodel, at øget opsparing, i både realkapital og human kapital, medfører større BNP per arbejder.²² Øget populationstilvækst eller øget afskrivning medfører lavere BNP per arbejder. Desuden vil en økonomi langs en balanceret vækststi vokse med teknologiraten g . Dog vil midlertidige afvigelser fra denne vækstrate kunne finde sted.

²² Kan tjekkes ved at sætte steady-state-niveauerne ind i produktionsfunktionen.

6.2 Heterodoks teori

I modsætning til mainstreamteorien fra afsnit 6.1 opbygges der i dette afsnit en heterodoks funderet teori baseret på Dutt (1984). Denne teori vil på en række afgørende punkter adskille sig markant fra Solowmodellen. Mest markant er det, at der modelleres en positiv sammenhæng mellem vækst og mindre ulighed (målt ved indkomstfordeling). Dette vil være en af modellens afgørende konklusioner.

Gennemgangen af den heterodokse teori med baggrund i Dutt (1984) vil indeholde følgende afsnit i kronologisk rækkefølge: En præsentation af teoriens hovedantagelser, en præsentation af teoriens produktionsfunktion og ligningsopbygning, en opstilling af hvorledes komparativ statik foretages i modelrammen, en fremstilling af modellens antagelser om sammenhængen mellem indkomstfordeling og vækst, en præsentation af modellen udvidet til at inkludere en offentlig sektor og udland, samt et videre indblik i modellens udvikling på lang sigt.

6.2.1 Hovedantagelser

Det bemærkes, at modellen er bygget op ud fra en tænkt modellering over den indiske økonomi anno ca. 1984.²³ Den bygger desuden på en række antagelser (Dutt, 1984):

- Der findes et gode i modellen. Dette er et industrielt gode.
- Der opereres med en oligopolistisk markedsstruktur.
- Firmaerne opererer med overskudskapacitet.²⁴
- Der findes to typer af individer; arbejdere og kapitalister. Det antages, at kapitalister opsparer en andel, s , mens arbejdere antages kun at forbruge.
- Modellen er i sin simple form lukket, men kan udvides til at betragte finanspolitik og betydningen af eksport og import.
- Modellen har ikke fokus på pengemarkeder.

²³ Dette gør den selvfølgelig mindre brugbar på en række punkter. Et faktum som diskuteres i analysen.

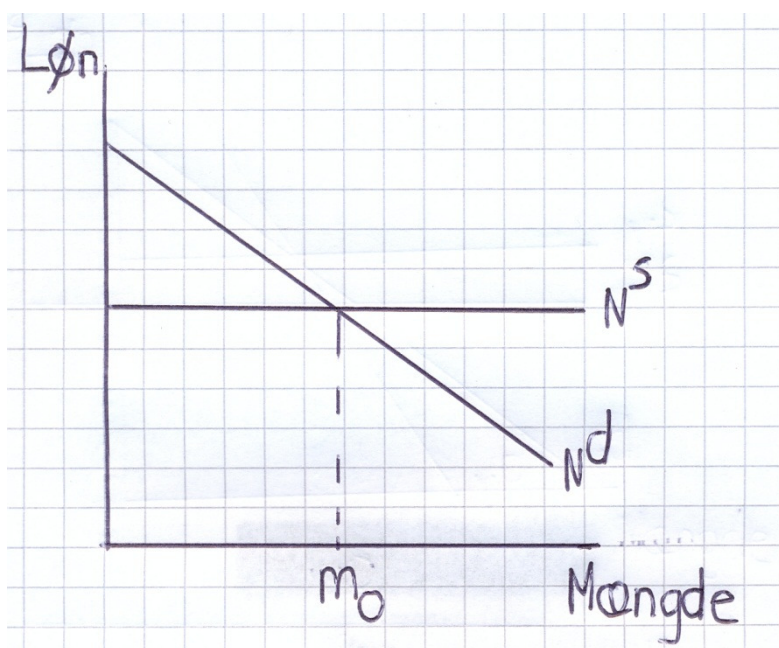
²⁴ Det bemærkes, at kapital i denne modelramme er fysisk realkapital.

6.2.2 Produktionsfunktion og opbygning

Hos Dutt(1984) benyttes en Leontief-produktionsfunktion, hvor arbejde og kapital er produktionsfaktorerne. Afbenyttelsen af en Leontief-produktionsfunktion/fast koefficient produktionsfunktion indebærer, at arbejde og kapital benyttes i et fast forhold til produktionen (Allen, 1967). Modellen i Dutt(1984) har desuden konstant skalaafkast,²⁵ og a_k defineres som fast kapital-output-rate, mens a_l defineres som fast arbejdskraft-output rate.

Desuden antager modellen, at der er et stort reservoir af arbejdskraft, og at den nominelle løn, w , er fast (Dutt, 1984).

Yderligere antages det, at arbejdskraftudbuddet er perfekt elastisk. Dette svarer til en situation, hvor arbejdskraftefterspørgslen udelukkende er bestemmende for den efterspurgte mængde arbejdskraft, som følgende figur over arbejdsmarkedet illustrerer:²⁶



Figur 6.2.1: På figuren er et arbejdsmarked med arbejdskraftefterspørgsel, N^d , og arbejdskraftudbud, N^s , afbildet. Når arbejdskraftudbuddet er perfekt elastisk, udbydes der på figuren kun arbejdskraft til én løn. Dermed er arbejdskraftefterspørgslen bestemmende for ligevægtsmængden m_0 . Lønniveauet holdes desuden fast. Modellen er neoklassisk funderet, men illustrerer alligevel pointen i Dutt(1984) ganske godt.

²⁵ Grafisk ligner situationen den, som gør sig gældende for perfekte komplementær i en forbrugsproces, som i Varian (2006). Her er der dog tale om produktion.

²⁶ Egen figur på baggrund af Dutt(1984) antagelser om perfekt elastisk arbejdskraftudbud. Figuren er neoklassisk funderet, men, mener denne skribent, er en god måde at forklare pointen i Dutt(1984).

Hos Dutt (1984) defineres den efterspurgte mængde arbejdskraft, L , svarende til beskæftigelsen, således som:

$$6.2.1 \quad L = a_l Q = \frac{L}{Q} Q$$

Desuden antages det, at mængden af kapital er given til et tidspunkt og afhænger af tidligere investeringer (Ibid.). Dermed fås, når det erindres, at modellen opererer med overskudskapacitet:

$$6.2.2 \quad K \geq a_k Q$$

Hvor højresiden af ulighedstegnet må svare til den mængde kapital, der skal til for at få den aktuelle produktion. Således fås der overskud af kapital (Ibid.).

Yderligere antages det, at oligopolisterne via deres markedsmagt er i stand til at fastsætte prisniveauet, p . Dette gøres som en mark-up, τ , oveni lønniveauet, således at (Ibid.):

$$6.2.3 \quad p = (1 + \tau) w a_l$$

Hvor mark-uppen er en konstant til et givent tidspunkt og indikerer graden af markedsmagt. Dette indebærer dermed, at profitten, r , kan defineres som (Ibid.):²⁷

$$6.2.4 \quad r = \tau w a_l Q / p K$$

Det bemærkes, at antagelsen om en oligopolistisk markedsstruktur sandsynliggør, at producenterne har markedsmagt til at influere på prisdannelsen, mens antagelsen om overskudskapacitet sandsynliggør en mark-up i forhold til lønniveauet (Ibid.).

Med antagelserne om forskellige forbrugstilbøjeligheder for arbejdere og kapitalister kan den totale forbrugsefterspørgsel, i nominelle termer, desuden defineres som (Ibid.):

$$6.2.5 \quad pC = wL + (1 - s)rpK$$

Hvor højresiden er delt op i en lønsumsandel, wL , der fuldt ud går til forbrugsefterspørgsel, mens leddet rpK er kapitalsummen, hvorfra en andel s går til opsparing.

²⁷ Det viser sig, at profitten kan ses som $(pQ - wL)/pK$. Dette er vist i bilaget.

Med hensyn til investeringsbeslutninger antages det, at disse ikke afhænger af kapitalisters forbrugsbeslutninger. Derimod er investeringsbeslutningerne bestemt som følger (Ibid.):

$$6.2.6 \frac{I}{K} = a + br + \frac{ca_k Q}{K}, a, b, c > 0$$

Hvor a markerer det, som i en keynesiansk terminologi kunne kaldes 'animal spirits', altså en autonom investeringskomponent. Desuden ses det af ligning 6.2.6, at investeringsmængden afhænger positivt af både profitniveauet, via leddet br , og udnyttelsesgraden på kapitalapparatet.²⁸ Det sidste led indebærer dermed, at virksomhederne for at opretholde overskudskapacitet, uafhængigt af profitniveauet, vil have en større investeringstendens, jo tættere de er på at udnytte det eksisterende kapitalapparat fuldt ud.

Den sidste ligning, der er nødvendig for at kunne udtale sig om modellens vækstforudsigelser, er en ligevægt på varemarkedet:²⁹

$$6.2.7 Q = C + I$$

6.2.3 Komparativ statik

Det bemærkes, at komparativ statik også kan foretages inden for modelrammen.

Der gælder, at sammenhængen mellem produktionen Q og profitten r kan udledes via ligning 6.2.3 og 6.2.4 til:³⁰

$$6.2.8 r = \left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q/K$$

Det vil altså sige, at produktionen og profitten er positivt korrelerede, alt andet lige.

Yderligere kan sammenhængen mellem nyinvesteringer I/K og profitten r fås via ligning 6.2.8 og ligning 6.2.6 til:³¹

$$6.2.9 \frac{I}{K} = a + \left[b + \frac{a_k c (1 + \tau)}{\tau} \right] r$$

²⁸ Altså aktuel afbenyttelse af kapital $a_k Q$ i forhold til fuld kapacitet K .

²⁹ Ibidem. For en lukket økonomi. Introduceres en offentlig sektor skal denne lægges til. Introduceres et udland skal nettoeksport også lægges til.

³⁰ I bilag 1 er vist diverse udledninger af ligninger i Dutt (1984).

³¹ Se bilag 1.

Det vil altså sige, at øget profit direkte forøger investeringsmængden, men også ved øget brug af kapitalapparatet (Ibid.).

Desuden kan opsparingen målt i reale termer, S , (altså en deflateret udgave af den nominelle opsparing) udtrykkes, ved brug af ligning 6.2.5, som:³²

$$6.2.10 \frac{S}{K} = sr$$

Endelig fordrer ligevægt i systemet, at:

$$6.2.11 \frac{S}{K} = \frac{I}{K}$$

Dette kan, jævnfør Dutt (1984), vises ved hjælp af, ligningerne 6.2.1, 6.2.3, 6.2.4, 6.2.5 og 6.2.7.³³

I ligevægten vil ligevægtsværdierne, jævnfør Dutt(1984), være:³⁴

$$6.2.12 r = a/[s - b - \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau}]$$

$$6.2.13 Q = \frac{1 + \tau}{\tau} a / \left[s - b - \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right] K$$

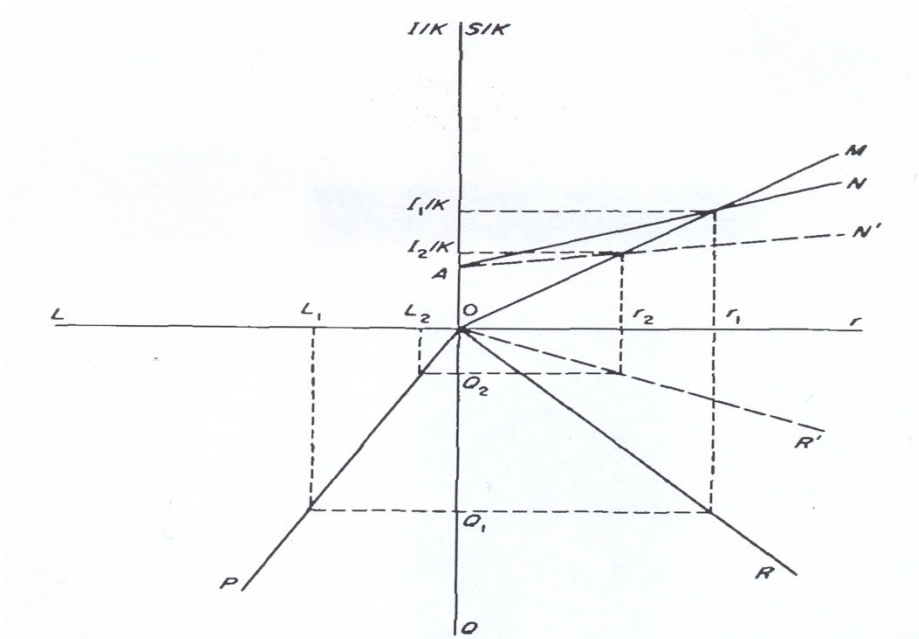
$$6.2.14 \frac{I}{K} = a + \left(b + \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right) \left[\frac{a}{\left(s - b - \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right)} \right]$$

³² At dette er tilfældet kan ses ved at gange 6.2.10 med K på begge sider af lighedstegnet og derefter huske på, at den nominelle opsparing i 6.2.5 må svare til srK . Således er den reale opsparing srK , hvilket jo svarer til 6.2.10 divideret med K .

³³ I bilag 1 er vist udledning.

³⁴ Se bilag 1.

Nedenfor er angivet en figur, der forbedrer den grafiske forståelse af ligevægten og sammenhængen mellem variablene. (Ibid., s.29):



Figur 6.2.2: På figuren er sammenhængen mellem flere af modellens variable angivet i koordinatsystemets kvadranter. I førstekvadrant er angivet linjen AN, som viser forholdet mellem r og I/K udledt i ligning 6.2.9, samt linjen OM som viser forholdet mellem r og S/K udledt i ligning 6.2.10. I tredje kvadrant er linjen OP vist. Denne angiver forholdet mellem L og Q , som vist i ligning 6.2.1. I fjerde kvadrant er sammenhængen mellem r og Q vist ved linjen OR. Denne blev udledt i ligning 6.2.8. Jævnfør Dutt (1984) kræver ligevægt, at AN svarer til OM, svarende til at $S/K=I/K$, samt at $a>0$ og $[\tau(1+\tau)](s-b) \geq ca_k(c+a)$.

For denne grafiske præsentation bemærkes det, at ligevægten fordrer, at følgende to betingelser er opretholdt (Ibid.):

$$6.2.15 \quad a > 0$$

$$6.2.16 \quad \left[\frac{\tau}{1+\tau} \right] (s-b) \geq a_k(c+a)$$

Ligning 6.2.15 sikrer, at der findes en ligevægt (og animal spirits eksisterer). Ligning 6.2.16 sikrer stabilitet af ligevægten, og at overskudskapacitet eksisterer (Ibid.).

Indgreb

Det bemærkes, at figur 6.2.2, samt de ovenstående ligninger kan benyttes til at analysere effekterne af indgreb i modelsystemet. I det følgende betragtes:

1. Mark-uppen stiger:

Som det ses af ligning 6.2.3, vil en stigning i mark-uppen i modelrammen betyde et fald i real-lønnen. På figur 6.2.2 rykkes AN-kurven nedad fra AN til en position svarende til AN', som også kan ses ved at forøge mark-uppen i ligning 6.2.9. Desuden rykkes kurven OR ind mod førsteaksen til en position svarende til OR'. Dette kan ses af ligning 6.2.8. Det ses på figuren, at en forøgelse af mark-uppen både sænker ligevægtsniveauerne for beskæftigelse, produktion, investering og profit. Dette hænger sammen med, at en lavere realløn vil betyde en ændret indkomstfordeling. Der sker det, at kapitalisterne får en større del af den aktuelle indkomst. I modelrammen har disse dog, per antagelse, en lavere forbrugstilbøjelighed end arbejdere. Dette indebærer dermed, at opsparingen stiger, og forbruget falder. Dette får dermed produktionen Q til at falde. Yderligere vil den lavere produktion medføre en lavere udnyttelse af kapitalapparatet og dermed mindske behovet for investeringer.³⁵ Dette får yderligere produktionen til at falde. Slutresultatet bliver dermed færre investeringer og mindre produktion, men også mindre beskæftigelse og profit.³⁶

2. Den nominelle løn stiger:

I modelrammen vil en stigning i den nominelle løn blive direkte overført til en stigning i prisen, som det ses af ligning 6.2.3. Dette betyder dermed inflation. Til Dutt (1984) kan tilføjes, at dette med neoklassisk tankegang vil betyde risiko for lavere output, grundet større rente som følge af ligevægtstilpasninger af pengeudbuddet.

Endelig vil en stigning i K betyde en stigning i beskæftigelse og produktion (Ibid.).

³⁵ Er investeringer ikke afhængige af kapacitetsudnyttelsesgraden, svarende til $c=0$, påvirkes ligevægtsniveauerne for r og I dog ikke, Dutt(1984).

³⁶ Som ligning 6.2.1 viste, er produktion og beskæftigelse positivt korrelerede (svarende til linjen OP i figur 6.2.2). Tilsvarende gør sig gældende for produktion og profit.

6.2.4 Sammenhængen mellem vækst og indkomstfordeling

Som der blev redegjort for i indledningen af afsnittet, er en af modellens afgørende konklusioner, at en forbedring af indkomstfordelingen vil føre til en højere vækstrate. Måles indkomstfordelingen i tråd med Dutt(1984) som $y_w = wL/pQ$ ³⁷ vil dette via ligning 6.2.1 og 6.2.3 kunne omskrives til:³⁸

$$6.2.17 \quad y_w = 1/(1 + \tau)$$

Dermed er mark-up-niveauet altså afgørende for indkomstfordelingen i modelrammen. I tråd med Dutt (1984) kan yderligere defineres:

$$6.2.18 \quad g = I/K$$

Således sættes vækstraten, g , til at svare til investeringsniveauet. Der ses dermed bort fra afskrivninger.

I tråd med Dutt (1984, s.31) kan det desuden via ligning 6.2.8 noteres, at:

"... the rate of increase of K is equal to the rate of increase of Q given τ , so that g also measures the rate of change of total output at a given τ . Since we have already proven that $dI/d\tau < 0$, [vist i indgrebet, hvor mark-uppen stiger, THJ] it immediately follows that $dg/d\tau < 0$."

Det vil altså sige, at vækstraten er negativt korreleret med mark-uppen ved given τ . Således må en mere lige indkomstfordeling og større vækst være positivt forbundne i denne modelramme.

6.2.5 Introduktion af en offentlig sektor

Modellen kan også udvides til at tage højde for forskellige typer af finanspolitik ved at inkludere en offentlig sektor. Dutt (1984) definerer 3 typer af skatter:

- En indirekte vareskat, hvor t_i er raten, hvormed varer beskattes.
- En skat på kapitalindkomst med raten t_c .
- En skat (subsidie) til arbejdere med raten t_w .

³⁷ Altså lønsum for arbejdere i forhold til totalt output.

³⁸ Sættes disse definitioner ind fås $\frac{wa_l Q}{(1+\tau)wa_l Q} = \frac{1}{(1+\tau)}$.

Med introduktionen af disse skatter kan ligning 6.2.3 hhv. 6.2.5 og 6.2.6 skrives som (Ibid.):

$$6.2.19 \quad p = (1 + \tau)wa_l(1 + t_i)$$

$$6.2.20 \quad pC = wL(1 - t_w) + (1 - s)(1 - t_c)rpK$$

$$6.2.21 \quad \frac{I}{K} = a + br(1 - t_c) + \frac{ca_k Q}{K}; a, b, c > 0$$

Det vil altså sige, at priserne nu også stiger som følge af en vareskat. Yderligere vil arbejderes forbrug blive påvirket af et subsidie med raten, t_w , ligesom kapitalister skal betale kapitalindkomst, før de forbruger. Endelig vil denne kapitalindkomstskat også påvirke profitten og dermed investeringerne.

Med introduktionen af en offentlig sektor er ligevægten på varemarkedet desuden (Ibid.):

$$6.2.22 \quad Q = C + I + G$$

hvor det antages, at det offentlige underskud benyttes til forbrug. Yderligere kan en ligning for regeringens budget defineres i nominelle termer som (Ibid.):

$$6.2.23 \quad pG = t_w wL + t_c rpK + t_i(1 + \tau)wa_l Q + D$$

Hvor D er et parameter, der måler regeringsunderskud, og det offentlige får penge hjemme via de 3 respektive skatter. I tråd med Dutt (1984) kan regeringsunderskuddet antages at være 0.³⁹

Med disse typer af definitioner vil der for eksempel gælde, at en forøgelse af kapitalindkomstskatteraten, t_c , budgetreguleret ved at formindske t_w , vil forøge indkomstfordelingen i samfundet. Dette vil i modelrammen få den aggregerede efterspørgsel til at stige, og dermed vil vækst blive skabt. Ligeledes vil en forøgelse af skatter på varer budgetreguleret med en formindskelse af t_w skabe vækst, idet en vareskat vil være en gene for begge klasser, men et øget subsidie til arbejdere vil give mere forbrug (mere lige indkomstfordeling) og dermed større vækst.⁴⁰

³⁹ Dette gøres hos Dutt (1984) for at betragte fordelingsmæssige aspekter af finanspolitik.

⁴⁰ Det ses dog af ligning 6.2.19., at reallønnen falder.

6.2.6 Modellen i åben tilstand

I det følgende laves betragtninger over modellen i åben tilstand med baggrund i Dutt (1984, s. 37-38). Denne definerer følgende 3 variable (Ibid., s. 37):

- a_0 : Er enheder af import af intermediære goder til en fast udenlandsk pris angivet p_0^* ("...per unit for every unit of output produced...").
- m_c : Er kapitalister forbrugsandel, som går til import af luksusgoder.
- E : Er eksportmængden, der afhænger af dens pris i udlandet, samt af kvaliteten af produkterne. Denne defineres som:

$$E = \left(\alpha + \frac{\beta e}{p} \right) K, \alpha > 0, \beta > 0$$

hvor e er valutakursen. K antages her som en brugbar proxy for kvaliteten af et lands produkter og indgår således i ligningen.

Benyttes variablene defineret ovenfor, kan prisen henholdsvis forbruget, i nominelle termer, skrives som (Ibid.):

$$6.2.24 \quad p = (1 + \tau)(wa_l + ep_0^*a_0)$$

$$6.2.25 \quad pC = wL + (1 - m_c)(1 - s)rpK$$

Det vil altså sige, at prisniveauet nu også afhænger af importen af intermediære goder. Yderligere mindskes kapitalister hjemlige forbrug, fordi de nu antages at købe udenlandske luksusgoder.

I denne model kræver ligevægt på varemarkedet desuden, at (Ibid.):

$$6.2.26 \quad Q = C + I + E$$

Endelig kan determinanter for betalingsbalancen defineres som følger, hvis F^* defineres som handelsunderskud i fremmed valuta (Ibid.):⁴¹

$$6.2.27 \quad eF^* + pE = m_c(1 - s)rpK + ep_0^*a_0Q$$

⁴¹ Der huskes på, at betalingsbalancen deles op i kapitalposter og løbende poster. Disse må være det første hhv. det andet led på venstresiden af lighedstegnet i ligning 6.2.27.

Det vil altså sige, at importen af luksusgoder, opsparingsraten, kapitalsummen, valutakursen, mængden af intermediære goder og prisen herpå samt produktionen får betydning for betalingsbalancen.

I denne modelramme kan et indgreb som i den simple model også betragtes. For eksempel vil et fald i mark-uppen i den simple model medføre mere lige indkomstfordeling og dermed øge den aggregerede efterspørgsel. I tillæg til denne effekt vil en øget mark-up i en åben økonomi formindske importen af luksusgoder til yderligere gavn for den aggregerede efterspørgsel. Som det ses af ligning 6.2.24, vil prisniveauet yderligere påvirkes i nedadgående retning. Dette vil på sigt kunne medføre øget eksport og dermed øget outputniveau.⁴²

Det bemærkes dog, at den udenlandske opsparing vil stige som følge af prisændringen (Dutt, 1984). Dette vil trække outputniveauet i den modsatte retning.

6.2.7 Videre indblik i modellens langsigtede udvikling

Hos Dutt (1984) indgår det som et punkt i betragtninger over det lange sigt at inkludere, hvorledes mark-uppen udvikler sig over tid, og hvad der er bestemmende herfor.

Det erindres, at en ligevægtsværdi for I/K blev udledt i ligning 6.2.14, og at denne ved given τ svarede til vækstraten for output:

$$g = a + \left(b + \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right) \left[\frac{a}{\left(s - b - \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right)} \right]$$

Foretages partiel differentiation med hensyn til mark-uppen, τ , fås desuden (Ibid.):

$$\begin{aligned} \frac{dg}{d\tau} = & -([b + ca_k(1 + \tau)/\tau]\{a/[s - b - ca_k(1 + \tau)/\tau]^2\}\{ca_k/\tau^2\} \\ & + \{a/[s - b - ca_k(1 + \tau)/\tau]\}\{ca_k/\tau^2\}) \end{aligned}$$

Hvor denne størrelse vil være negativ. For den anden afledte gælder der: $\frac{d^2g}{d\tau^2} > 0$.

Det antages desuden i de videre betragtninger, at varemarkedet er i ligevægt.

⁴² Der vil dog være mulighed for en J-kurve-sammenhæng, hvis eksportens priselasticitet ikke er stor nok. Dette må tænkes især at kunne gøre sig gældende på kort sigt, se f.eks. Krugman & Obstfeld (2009).

Dernæst betragtes relevante determinanter for ændringer i mark-uppen, og hvorledes denne afhænger af vækstraten g . Dette gøres ved at betragte industrielle koncentrationsrater. Med baggrund i Baumol (1962) antager Dutt (1984, s.32) en negativ sammenhæng mellem vækstraten g , og ændringer i industrielle koncentrationsrater med den baggrund at:

"... with fast growth in an industry new entrants are encouraged to enter through the attraction of higher profits, and also that barriers to entry appear less formidable in an expanding market..."

Yderligere benytter Dutt (1984) oplysninger fra forskellige kilder⁴³ til at udlede en positiv (lineær) sammenhæng mellem ændringer i koncentrationsrater og i mark-up, med baggrund i argumentet at flere hemmelige aftaler (collusion) er mulige, når firmaerne er store.

Benyttes dette sidste argument vil der således være en positiv lineær sammenhæng mellem mark-uppens væksthastighed, τ' , og ændringer i koncentrationsrater. Dette kan yderligere kombineres således, at (Ibid. s. 33):

"...we can assume that a higher growth rate, by reducing the rate of change in the rate of industrial concentration, reduces τ' ."

Endelig antages det, at mark-uppens væksthastighed i sig selv afhænger af mark-uppen. Argumentet i Dutt (1984, s. 33) er, at for lave niveauer for mark-uppen vil et højere niveau indebære større 'monopol' magt, svarende til at mark-uppen kan sættes op - altså en positiv sammenhæng mellem τ og τ' . Efter mark-uppen har nået et vist niveau, vil en yderligere forøgelse heraf dog betyde større markedsentry og dermed fald i koncentrationsraten - altså fås efterhånden en negativ sammenhæng mellem τ og τ' .

Det bemærkes yderligere, at disse betragtninger om mark-uppens størrelse hos Dutt (1984) benyttes til at udtale sig om det lange sigt ud fra en situation, hvor $\tau' = 0$. Dette benyttes til at illustrere, at økonomier kan fanges i en situation med lav vækst og højt mark-up niveau.⁴⁴ Dette ændrer dog ikke på det faktum, at der også på lang sigt antages at gælde, at en mere lige indkomstfordeling vil kunne øge væksten, fordi ligevægt på varemarkedet til stadighed antages. Det er denne sammenhæng, der

⁴³ Se Dutt (1984) s. 32 for en opgørelse af hvilke.

⁴⁴ For en nærmere grafisk illustration henvises til Dutt (1984) s. 33-35.

forsøges undersøgt.⁴⁵ Dette hænger blandt andet sammen med det problematiske i at teste koncentrationsrater på tværs af lande.

6.3 Opsummering af de to modelrammer

6.3.1 Solowrammen

I afsnit 6.1 blev en mainstream-modelramme for vækst sat op. Her blev der opbygget Solowmodeller med baggrund i Cobb-Douglas-produktionsfunktioner og kapitalakkumulationsfunktioner. Der blev redegjort for, at Solowmodeller benytter sig af realkapital og arbejdskraft (med mulighed for humakapital) som produktionsfaktorer. Desuden var modellerne lukkede, opererede med 1 gode, med konstant opsparring, samt konstant eksogent givent arbejdsmarkedsdeltagelse. Yderligere havde modellerne konstant skalaafkast og fuldkommen konkurrence, svarende til at produktionsfaktorerne betales værdien af deres marginale produkt. Med baggrund i kapitalakkumulationsfunktionen var det muligt at udlede såkaldte steady-state-niveauer, hvor mængden af kapital per arbejder var fast. For alle modellerne var det desuden muligt at vise, at øget opsparingsrate ville forøge niveauet for BNP per arbejder, mens det modsatte var gældende for afskrivning og befolkningstilvæksten. Desuden viste det sig, at en simpel Solowmodel ikke var i stand til at forklare permanent vækst for økonomier i deres steady-state-niveauer. Dette rådede introduktionen af (eksogen) teknologi bod på. Ved at introducere human kapital kunne det yderligere vises, at investeringer i både realkapital og human kapital begge bidrager positivt til økonomiers steady-state-niveauer inden for modelrammen.⁴⁶

6.3.2 Marxistisk-kaleckiansk-modelramme

På baggrund af Dutt (1984) blev en marxistisk-kaleckiansk modelramme opbygget i afsnit 6.2. I modelrammen blev oligopolistisk konkurrence antaget. Dette betød dermed også et brud med fuldkommen konkurrence via introduktionen af mark-up-prisfastsættelse. Som i mainstreammodellen blev der antaget 1 gode. I modsætning til Solowmodellen, og dennes afbenyttelse af en Cobb-Douglas-produktionsfunktion, opererede den heterodokse model dog med en Leontiefproduktionsfunktion. Yderligere opererede modellen med overskudskapacitet for kapital. En anden antagelse var, at økonomien kunne deles op i arbejdere og kapitalister med forskellige forbrugstilbøjeligheder. En modellering af disse antagelser ledte dernæst frem til en model, hvor en mere lige ind-

⁴⁵ Dermed ikke være sagt, at det ikke kan være interessant at undersøge sammenhængen mellem f.eks. koncentrationsrater og mark-up-niveau.

⁴⁶ Med Mankiw et al. (1992) definitioner.

komstfordeling førte til øget vækst. Yderligere blev modellen udvidet til at inkludere en offentlig sektor. Dette ændrede dog ikke på sammenhængen mellem indkomstfordeling og vækst. Med introduktionen af et udland blev det dog afgørende, at en ændring af mark-up-raten ville blive efterfulgt af både stimulerende og destimulerende effekter på den aggregerede efterspørgsel. Endelig blev modellen udvidet til at kunne udtale sig om hvilke faktorer, der påvirker mark-up-raten på sigt. Dette ændrede dog ikke på den negative sammenhæng mellem vækst og indkomstfordeling, idet varemarkedets ligevægt blev antaget.

7.0 Analyse

7.1 Præsentation af OLS-metoden

I det følgende gennemgås lineær regression ved hjælp af OLS-metoden, der benyttes som udgangspunkt for estimation af modelrammerne. Wooldridge (2009) vil blive benyttet som primærkilde. Gennemgangen vil først præsentere OLS-estimation og den normalt anvendte bogstavbrug for lineær estimation. Dernæst forklares de antagelser, der ligger til grund for OLS-estimation. Dette følges op af en skitsering af, hvorledes antagelserne kan testes, samt præsentation af generelle hypotesetests og af R^2 samt justeret R^2 ($\bar{R}^2$) som beslutningsparametre til modelvalg.

7.1.1 OLS-estimation

I OLS-estimation eller mindste kvadraters metoder estimeres modeller for sammenhængen mellem en afhængig variabel, kaldet y , og en række uafhængige/forklarende variable, $x_1 \dots x_k$.

OLS-metoden estimerer, via stikprøver, lineære sammenhænge på formen:

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{\beta}_k x_k + \hat{u}$$

Hvor $\hat{\beta}_0$ angiver en estimeret konstant, og parametrene $\hat{\beta}_1$ til $\hat{\beta}_k$ angiver den estimerede partielle sammenhæng mellem de tilsvarende uafhængige variable og den afhængige.⁴⁷ $\hat{u}$ angiver et estimeret fejld, og inkluderer altså alle parametre, der ikke eksplicit er indregnet i modellen. Det bemærkes, at hattene benyttes til at skelne estimatorerne fra de sande, men uobserverbare, populationsparametre.

Ved afbenyttelse af OLS-metoden benyttes estimator, der sikrer, at summen af de kvadrerede residualer (SSR) minimeres, således at følgende størrelse minimeres:⁴⁸

$$SSR = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{i1} + \hat{\beta}_2 x_{i2} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ik}))^2$$

Hvor i benyttes som indeks for respondenter op til respondent n i stikrøven, og y_i angiver stikprøveresultatet på den afhængige variabel for respondent i til forskel fra den modelestimerede $\hat{y}_i$.

⁴⁷ Altså estimationen af hvor meget y ændrer sig med, når en forklarende variabel ændrer sig med 1, alt andet lige.

⁴⁸ Ibid. s. 74.

7.1.2. OLS-antagelser

I det følgende gennemgås antagelserne, der ligger til grund for OLS-estimation.⁴⁹ Det bemærkes, at antagelserne i tråd med Wooldridge (2009) kaldes MLR. 1 (multipel lineær regression antagelse 1) og så fremdeles. Det bemærkes yderligere, at antagelserne bygger på OLS-estimation ved afbenyttelse af krydssektionelle-data eller tænkte krydssektionelle sammenhænge for data, som i Mankiw et al. (1992). I det omfang disse metoder er mangelfulde, vil det blive diskuteret, og nye estimationsmetoder og antagelser vil blive benyttet.

MLR.1

Den første antagelse sikrer, at parametrene i regressionsmodellen er lineære. Dette indebærer således, at den ønskede population kan undersøges ud fra ligningen:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

Hvor de sande populationsparametre erstatter de estimerede fra tidligere.

Det bemærkes, at denne antagelse kan blive brudt, hvis sammenhængen mellem de uafhængige variable og den afhængige variabel ikke er lineær. Det bemærkes yderligere, at denne rapport vil benytte sig af estimation, hvor der benyttes transformationer ved brug af den naturlige logaritme mere herom senere. En måde at teste om antagelse 1 er overholdt er via en RESET-test, der forklares i afsnit 7.1.3.

MLR.2

Antagelse 2 indebærer, at estimationen skal foregå ved indsamling af en tilfældig stikprøve af n observationer, hvor $\{(x_{i1}, \dots, x_{ik}, y_i) : i = 1, \dots, n\}$ følger modellen specificeret i antagelse MLR.1.

Det kan dog være svært at teste, om denne antagelse er overholdt.

MLR.3

Antagelse 3 siger, at der i stikprøven/populationen ikke må være en perfekt lineær sammenhæng mellem nogle af de forklarende variable, ligesom ingen af de forklarende variable må være konstante. Perfekt lineær sammenhæng mellem forklarende variable kan for eksempel opstå, hvis BNP

⁴⁹ Disse gennemgås Wooldridge(2009) s. 84-88, 94-95 og 117-120, som følgende bygger på.

per capita måles imod investeringsniveau målt i to eller flere valutaer. MLR.3 opfyldes ikke, når antallet af respondenter, n , er mindre end antallet af forklarende variable plus 1.

En tilnærmet metode at teste antagelse 3 på er via en VIF-test. Denne gennemgås i afsnit 7.1.3.

MLR.4

Antagelse 4 kræver, at fejlleddet u har værdien 0 givet alle værdier af de forklarende variable. Det vil sige, at:

$$E(u|x_1, \dots, x_k) = 0$$

Antagelsen fejler, hvis en relevant variabel, der er korreleret med en anden variabel, udelades af regressionen.⁵⁰ Det kan naturligvis være svært at vurdere, i hvilket omfang inklusionen af en hidtil udeladt variabel bidrager til at forklare variationen i y . Derfor præsenteres i afsnit 7.1.3 metoder til at vælge mellem modeller med forskellige variable.

Der gælder, hvis alle de 4 foregående antagelser er overholdt, vil estimation via OLS give centrale estimater, således at:

$$E(\hat{\beta}_j) = \beta_j, j = 0, 1, \dots, k.$$

Altså at det forventes, at de estimerede parametre svarer til de sande populationsparametre, altså i gennemsnit svarer til populationsparametrene.

MLR.5

Denne antagelse siger, at fejlleddet u skal have den samme varians givet de forklarende variables værdier, således at:

$$Var[u|x_1, \dots, x_k] = \sigma^2$$

Variansen skal altså være konstant på tværs af de forklarende værdier. I afsnit 7.1.3 forklares test af denne antagelses overholdelse. Overholdelse af denne antagelse sikrer desuden, at:

$$Var[y|x_1, \dots, x_k] = \sigma^2$$

⁵⁰ Wooldridge (2009) s.13 giver et glimrende intuitivt eksempel på antagelsen.

Er alle foregående antagelser overholdt, er OLS-estimatoren desuden BLUE (best-linear-unbiased-estimator). Best betyder her, at der fås den mindste varians. Det bemærkes, at konfidensintervaller og diverse tests er ugyldige, hvis MLR.1-5 ikke overholdes. Er MLR.1-4 overholdt fås dog stadig centrale estimater.

MLR.6

Endelig er det en forudsætning for hypotesetests, at endnu en antagelse er overholdt. Den sidste antagelse kræver, at fejlleddet skal være uafhængigt af de forklarende variable samtidig med, at det er normalfordelt, og residualerne er indbyrdes uafhængige. Normalfordeling af fejlleddene indebærer, at de har den gennemsnitlige værdi 0, og den fælles varians er σ^2 :

$$u_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Er alle foregående antagelser opfyldt, er OLS både BLUE,⁵¹ men derudover også den bedste estimator overhovedet. I afsnit 7.1.3 forklares test af denne antagelses overholdelse.

Det bemærkes desuden, at overholdelse af MLR.6 i sig selv sikrer overholdelse af MLR.4 og MLR.5, da (Ibid. s. 118):

”...since u is independent of x_j under MLR.6, $E(u|x_1, \dots, x_k) = E(u) = 0$ and $Var(u|x_1, \dots, x_k) = Var(u) = \sigma^2$. Thus, if we make Assumption MLR.6, then we are necessarily assuming MLR.4 and MLR.5.”

Da diverse tests baserer sig på antagelser, vil det dog altid være en fordel at understøtte ens konklusioner ved hjælp af forskellige tests. Dette kunne for eksempel være Breusch-Pagan-tests og Jarque-Bera-tests samtidig til at teste MLR.5 hhv. MLR.6.

⁵¹ Altså bedste centrale lineære estimator.

7.1.3 Metoder til at vælge mellem modeller og diverse test

Når der skal vælges mellem forskellige modeller, er det naturligvis nødvendigt at have en fremgangsmåde for modelvalg. Denne rapport vil benytte sig af en fremgangsmåde, hvor det første helt afgørende beslutningsparameter er, om den ønskede retning på parameterestimerne opnås (og er signifikant). Det nytter for eksempel ikke at vurdere Solowmodellen og ønske at opnå en positiv sammenhæng mellem mængden af realinvesteringer og BNP per arbejder og så få en negativ. Som det ses, fordrer dette i OLS-termer, at MLR.1- MLR.4 er overholdt. Derudover er det naturligvis en fordel, hvis alle 6 antagelser er overfyldt. Det næste punkt i modelvalget er dernæst blandt de opstillede modeller at vælge den eller dem, som bedst kan forklare variationen i y . Hertil kan R^2 samt $\bar{R}^2$ anvendes. Yderligere kan det være relevant at teste, om nogle af parametrene i modellerne er overflødige og kan udelades. Hertil kan t - og F -tests benyttes. Det bemærkes dog, at nogle af disse tests vil være begrundet i teorien, mens andre ikke nødvendigvis er.

I en empirisk undersøgelse er det naturligvis ønskværdigt at få resultater, der understøtter en eller flere af ens opstillede teorier. Ofte kan modellerne dog ikke understøttes empirisk, selvom den ønskede sammenhæng reelt forefindes. Hertil kan der være flere årsager. Eksempelvis er det problematisk, hvis der benyttes upræcist målte variable, hvis dataperioden mellem de forklarende variable indbyrdes og i forhold til den afhængige variabel varierer fra hinanden, eller hvis der benyttes mangelfulde proxyer. Dette faktum betyder dermed også, at rapporten i afsnit 7.2 vil lægge energi i at forsøge at vurdere mulige årsager til de empiriske resultater. At dette naturligvis ikke er muligt at gøre fuldstændigt udtømmeligt bevirker, at denne skribent føler det nødvendigt at vurdere modellernes realisme i et særskilt afsnit.

Test af MLR- antagelser, t-tests og F-tests

I det følgende præsenteres metoder til at teste MLR-antagelserne. Disse bygger dog for størstedelens vedkommende på t- og F-tests, der er nødvendige at introducere først.

Det bemærkes, at denne rapport vil benytte sig af mål til at afgøre, hvor stor en del af variationen i y , der kan forklares ved hjælp af modellens inkluderede parametre. Der vil naturligvis gælde, at jo højere forklaringsgrad jo bedre. Til formålet benyttes R^2 og justeret R^2 .

R^2 viser, hvor stor en del af variationen i y , der kan forklares ved hjælp af de uafhængige variable. Den er defineret på følgende måde og kan være mellem 0 og 1:⁵²

$$R^2 \equiv 1 - SSR/SST$$

Hvor SSR er summen af kvadrerede residualer som defineret tidligere. SST er et mål for den totale variation i stikprøveresultater for y :

$$SST \equiv \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$$

hvor $\bar{y}$ er middelværdien for y .

Herimod defineres $\bar{R}^2$ som:⁵³

$$\bar{R}^2 \equiv 1 - \hat{\sigma}^2/[SST/(n-1)]$$

hvor $\hat{\sigma}^2$ er estimeret på populationsvariansen.

Således tager $\bar{R}^2$ højde for antallet af variable. Det, der gør den anvendelig som et modelvalgsmål, er det faktum, at $\bar{R}^2$ vil falde, hvis der tilføjes variable til modellen, der ikke er grundlæggende signifikante. Dette er ikke tilfældet for R^2 .

Med hensyn til hypotesetests gælder der, at det er en måde at teste på, om sammenhængen mellem en række variable er på en bestemt måde. I denne rapport vil p-værdier blive benyttet til at afgøre, om en hypotese bør afvises eller ej. Disse kan tolkes som sandsynligheden for at få mere ekstreme

⁵² Ibid. s. 81.

⁵³ Ibid. s. 200-203.

estimerer, end dem der fås, når det forudsættes, at hypotesen er sand. Fås en lille p-værdi, under signifikansniveauet, er det altså ikke sandsynligt at få en mere ekstrem værdi for ens hypotese, end den allerede observerede. Derfor afvises den givne hypotese.⁵⁴ Denne rapport vil i udgangspunktet operere med et signifikansniveau på 5 %.

Som der blev redegjort for tidligere, er brugen af t- og F-tests afhængige af MLR-antagelserne. Der gælder dog, at hvis MLR 1-5 er overholdt, kan der ved store stikprøver ses bort fra den sidste antagelse. Her gælder den såkaldte centralgrænseværdisætning, og stikprøvefordelingerne for estimeratorerne for parametrene vil asymptotisk nærme sig en normalfordeling omkring populationsparametrene (Wooldridge, 2009).

t-tests

Det bemærkes, at t-testen i denne rapport benyttes til test af individuel signifikans af hver af parametrene. Det bemærkes desuden, at signifikans angives med stjerner i tabellerne i afsnit 7.2.

I tråd med Wooldridge (2009) gælder der, at når alle MLR-antagelserne er overholdt, vil $\hat{\beta}_j$ nærme sig en normalfordeling omkring β_j , med en variation på $Var(\hat{\beta}_j)$. Dette svarer til variationen i opnåede estimerer. Der gælder således:⁵⁵

$$\hat{\beta}_j \sim Normal[\beta_j, Var(\hat{\beta}_j)]$$

$$(\hat{\beta}_j - \beta_j)/sd(\hat{\beta}_j) \sim Normal(0, 1)$$

$sd(\hat{\beta}_j)$, angiver her standardafvigelsen på estimerterne. Denne kendes ikke. Følgelig benyttes estimeratoren $se(\hat{\beta}_j) = \hat{\sigma}/[SST_j(1 - R_j^2)]^{1/2}$. Der gælder da under opretholdelse af alle MLR-antagelserne, at følgende teststørrelse følger en t-fordeling med (n-k-1) frihedsgrader:

$$(\hat{\beta}_j - \beta_j)/se(\hat{\beta}_j) \simeq t_{n-k-1}$$

Er stikprøven desuden tilpas stor, vil normalfordelingen kunne erstatte t-fordelingen, og der fås:

$$(\hat{\beta}_j - \beta_j)/se(\hat{\beta}_j) \simeq normal(0, 1)$$

⁵⁴ Signifikansniveauet kan ses som risikoen for at afvise en ellers sand hypotese (at begå en type I fejl). Type II fejl er den situation, hvor en falsk hypotese ikke kan forkastes. Newbold et al. (2010).

⁵⁵ t-testen forklares i Wooldridge (2009) s. 120-128 og s.174-176.

Foregående formel eller ovenstående for store stikprøver vil desuden kunne benyttes til simple hypotesetests af de individuelle parametre. For eksempel kan der let opstilles en hypotese, der hedder:

$$H_0: \beta_j = 0$$

Altså at en given partiel populationssammenhæng er 0. Dette kan desuden både testes mod et et-sidet og tosidet alternativ, der således vil være:

$$H_1: \beta_j > 0$$

$$H_1: \beta_j \neq 0$$

Det bemærkes dog, at t-tests ikke kan benyttes til i fællesskab at fjerne flere parametre, da parametrene i fællesskab kan tænkes at forklare variationen i y.

F-tests

Når det skal afgøres om flere parametre i fællesskab bidrager til at forklare variationen i y, kan F-tests benyttes.⁵⁶

Dette vil for eksempel betyde, at der for følgende model kan testes en hypotese á la:

$$\left(\frac{Y}{L}\right) = \beta_0 + \beta_1 * I + \beta_2 * C + \beta_3 * G + \beta_4 * NX$$

$$H_0: \beta_3 = 0, \beta_4 = 0$$

$$H_1 : H_0 \text{ er usand}$$

Selve testen foretages ved at opstille de respektive modeller med og uden restriktionerne. Herfra kan følgende teststørrelse udregnes:⁵⁷

$$F \equiv \frac{(SSR_r - SSR_{ur})/q}{SSR_{ur}/(n - k - 1)}$$

⁵⁶ Eventuelt en L(agrange)M(ultiplier)-test.

⁵⁷ Ibid. s. 145.

Her er SSR_r summen af de kvadrede residualer for den restringerede model (modellen med færrest parametre), og SSR_{ur} er det tilsvarende for den urestringerede model (modellen med flest parametre). Desuden er q tabet af frihedsgrader, n er stikprøvestørrelsen, og $(k + 1)$ er antallet af estimerede parametre inklusiv skæringspunkt. Der gælder, at denne teststørrelse under H_0 og øvrige MLR-antagelser vil følge en F-fordeling med q som antallet af frihedsgrader i tælleren og $(n - k - 1)$ som antallet af frihedsgrader i nævneren:

$$F \sim F_{q,n-k-1}$$

Afgørelse af de respektive H_0 -hypotesers validitet kan dernæst afgøres ved at udregne en p-værdi og sammenholde den med det valgte signifikansniveau. Der vil gælde, at hvis p-værdien er over signifikansniveauet, vil den restringerede model ikke kunne afvises, er den under accepteres alternativhypotesen, og den restringerede model bør ikke anvendes.

RESET-test

I rapporten vil en RESET-test blive benyttet til at teste for MLR.1⁵⁸

Idéen med RESET-testen er at teste for fejlspecifikation af ens model. Dette gøres ved at tilføje ikke-lineære funktioner af de forklarende variable og så teste for deres signifikans ved hjælp af en F-test. Det antages, at vi har en model, der kan skrives som:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

Der vil da gælde, hvis MLR.1 er sand, at alle ikke-lineære funktioner af de forklarende variable $x_1, \dots, x_k$, der tilføjes modellen, er ikke-signifikante. Fremgangsmåden er, at modellen først vurderes som normalt. Dernæst benyttes de prædikterede værdier for y og tilføjes som polynomier, i for eksempel kvadreret og kubisk form:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \delta_1 \hat{y}^2 + \delta_2 \hat{y}^3 + u$$

Hernæst testes med en F-test følgende hypoteser:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = 0$$

⁵⁸ Testen er dog ikke velegnet til at afgøre, om helt andre hidtil udeladte bør inkluderes, Ibid. s. 303-305.

$$H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0$$

F-teststørrelsen er da under H_0 og MLR. 1-5 cirka F-fordelt med 2 frihedsgrader i tælleren og $(n-k-3)$ frihedsgrader i nævneren.⁵⁹ Kan H_0 -hypotesen ikke afvises på det valgte signifikansniveau, regnes fejlspecifikation ikke som et problem. RESET-testen kan dog ikke benyttes til at afgøre, om helt udeladte variable bør inkluderes. Den kan heller ikke benyttes til at teste antagelse 5 eller 6.

VIF-test

MLR. 3 testes ofte ved hjælp af den såkaldte VIF-test.⁶⁰ VIF-testen angiver med hvilken faktor, estimatet af parameteren på en forklarende variabel får større varians som følge af korrelation med de andre forklarende variable:

$$VIF_j = 1/(1 - R_j^2)$$

hvor R_j^2 er øvrige forklarende variables forklaringsgrad i forhold til x_j .

Der vil gælde, at jo større VIF-teststørrelse, der fås, jo mere kritisk er det for antagelsen, idet perfekt multikollinearitet indebærer, at variationen i x_j forklares helt af de andre forklarende variable. Her vil R_j^2 være 1. Det kan være svært at fastsætte et kritisk niveau. Wooldridge (2009) foreslår 10, omend værdien er tilfældigt fastsat.

Breusch-Pagan-test

Breusch-Pagan-testen benyttes til at teste MLR.5 og kræver, at de foregående MLR-antagelser er opfyldt. Den tester en standard lineær model på formen:⁶¹

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

Hernæst er målet at teste validiteten af en nulhypotese vedrørende MLR.5 mod en alternativhypotese som:

$$H_0: \text{Var}(u|x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2$$

$$H_1: \text{Var}(u|x_1, x_2, \dots, x_k) \neq \sigma^2$$

⁵⁹ For store stikprøver.

⁶⁰ Ibid. s. 99.

⁶¹ Se Wooldridge (2009) s. 271-273 for gennemgang af testen som følgende bygger på.

Vi benytter altså hypotesetests til at afgøre, om modellen med rimelighed overholder MLR.5 eller ej. Kan nulhypotesen afvises på det valgte signifikansniveau, vil heteroskedasticitet være et problem. Under antagelse af MLR. 4 gælder der $Var(u|x) = E(u^2|x)$. De respektive hypoteser er da:

$$H_0: E(u^2|x_1, x_2, \dots, x_k) = E(u^2) = \sigma^2$$

$$H_1: E(u^2|x_1, x_2, \dots, x_k) \neq \sigma^2$$

Den metode, der benyttes til at teste dette, inkluderer en test af de kvadrede residualer mod de forklarende variable fra standardregressionen. Der ønskes dernæst, at fejleddet er uafhængigt af de forklarende variable.:

$$u^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \dots + \delta_k x_k + v$$

Her er v et nyt fejleddet, der er uafhængigt af x_j . Hypoteserne er således:

$$H_0: \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_k = 0$$

$$H_1: \delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0, \dots, \delta_k \neq 0$$

Det bemærkes dog, at ovenstående ligning ikke er mulig at teste. Derfor benyttes estimeret. Følgende ligning estimeres da:

$$\hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \dots + \delta_k x_k + error$$

Der gælder da, at hvis MLR.4 er opretholdt for den foregående ligning (altså med de sande residualer estimeret mod de forklarende variable) kan en F- teststørrelse udregnes. F-teststørrelsen udregnes. Hernæst gemmes den R^2 , der opnås i ovenstående ligning. I tråd med Wooldridge (2009) kan denne kaldes $R_{\hat{u}^2}^2$. F-statikken bliver da:

$$F = \frac{R_{\hat{u}^2}^2/k}{(1 - R_{\hat{u}^2}^2)/(n - k - 1)}$$

hvor k er antallet af forklarende variable i den estimerede ligning.

Det centrale for undersøgelse af hypoteserne er da, at denne F-teststørrelse ca. vil følge en F-fordeling med k frihedsgrader i tælleren og $n-k-1$ frihedsgrader i nævneren under antagelse af H_0 . Kan H_0 ikke forkastes, kan MLR.5 heller ikke afvises at gælde.

Jarque-Bera

Endelig kan MLR.6 testes ved hjælp af den såkaldte Jarque-Bera-test.⁶²

Denne bygger på definitioner af begreberne skævhed, S, og kurtosis, K.⁶³ Der gælder for eksempel, at en normalfordeling har skævheden 0, og tallet stiger, jo mere skæv en fordeling er. Herimod har normalfordelingen kurtosis på 3.

Det centrale er da, at JB-testen tester disse to forudsætninger ved hjælp af følgende teststørrelse:

$$JB = \left(\sqrt{\frac{n}{6}} S \right)^2 + \left(\sqrt{\frac{n}{24}} (K - 3) \right)^2 = n \left(\frac{1}{6} S^2 + \frac{1}{24} (K - 3)^2 \right) \approx \chi^2(2)$$

Her bemærkes det, at S og K er de aktuelle mål for skævhed og kurtosis for den undersøgte fordeling dannet på baggrund af ens stikprøve. Disse mål skal gerne ligge tæt på 0 hhv. 3. n er antallet af respondenter. Der vil da gælde, at under antagelse af, at MLR.6 gælder, vil denne teststørrelse asymptotisk tilnærme sig en χ^2 -fordeling⁶⁴ med 2 frihedsgrader. MLR.6 kan afvises for p-værdier under signifikansniveauet.

⁶² Gennemgås Heij et al. (2004) som denne gennemgang bygger på.

⁶³ Er et mål for topstejlhed.

⁶⁴ Fordelingen gennemgås for eksempel i Newbold et al. (2010) s. 292-296.

7.2 Empiriske undersøgelser og tests af modellerne

I det følgende vil blive opstillet estimationsmetoder til test af Solowmodellerne hhv. Dutts model. For en undersøgelse af Solowmodellerne vil Mankiw et al.(1992) med modifikationer blive benyttet som et udgangspunkt. Det vil blive undersøgt om en Solowmodel med teknologi kan forklare forskelle i BNP per arbejder på tværs af OECD-lande. Hernæst vil det blive undersøgt, om yderligere inkludering af human kapital forbedrer forklaringsevnen. I modsætning hertil vil en undersøgelse af Dutts model hente inspiration hos Zipperer og Skott (2011), Skott og Zipperer (2012), Skott (2012) m.fl. Generelt vil test af modellen i Dutt(1984) blive holdt op imod tests af Solowmodellerne. Omend modellerne har forskelligt fokus, gøres dette for at kunne benytte sig af sammenlignelige estimationsmetoder og dermed kunne sammenligne resultaterne. Det bemærkes for begge modeller, at de blevet udledt ud fra en række antagelser omkring en enkelt økonomi. Denne rapport fokuserer derimod ofte på sammenligninger af flere økonomier. Estimationsmæssigt betyder dette også, at der benyttes observationer for en række lande frem for et enkelt land. Det vil så at sige betyde, at der vil blive testet om tendenser fra modellerne kan genfindes på tværs af OECD-lande- f.eks. om der er en tendens til at lande med høj befolkningstilvækst har lavere vækst i BNP per arbejder. I det omfang OLS-estimation benyttes, bør det bemærkes, at dette fordrer eksogene uafhængige variable. Som det kan se senere i analysen regnes dette som værende tilfældet.⁶⁵

Det bemærkes, at stikprøven generelt består af de nuværende OECD-lande. Tjekkiet, Estland, Polen, Ungarn, Slovenien og Slovakiet er dog sorteret fra grundet deres tilhørsforhold til Sovjet eller Jugoslavien i begyndelsen af tidsperioden. Desuden er Tyrkiet og Chile blevet fjernet, da det ikke har været muligt at finde data for hhv. befolkningstilvækst og 'labor's share of income' (benyttes til at teste Dutt, 1984).⁶⁶

Statistikprogrammet SAS vil blive benyttet til modelestimation. Kodningen til de udførte regressioner findes i bilag 4. Visse beregninger er udført i Excel.

Det empiriske afsnit vil nå frem til, at metoderne i Mankiw et al. (1992) for den valgte tidsperiode ikke leder frem til signifikante resultater. Derfor introduceres paneldatametoder, der til dels kan overkomme dette problem.

⁶⁵ OLS benyttes for at holde estimationsmetoderne simple. Eksogenitet er selvfølgelig ikke givet, men der estimeres først ud fra denne antagelse, som dog kan fejle.

⁶⁶ Der ses bort fra evt. udfordringer med den tyske genforening. Dette gøres ud fra en betragtning om stikprøvens størrelse, samt befolkningstallet i BRD i forhold til DDR.

7.2.1 Undersøgelse af Solowmodellerne

Solowmodellen med teknologi – forklaring af baggrund

Som der blev illustreret i indledningen, var der i perioden 1980-2005 en generel global vækst også for OECD-lande. Det blev yderligere vist i afsnit 6.1.1, at en simpel Solowmodel uden teknologi ikke var i stand til at forklare permanent vækst i BNP per arbejder for økonomier, der har nået deres steady-state-niveauer. Derimod blev det vist, at inkludering af teknologi muliggjorde permanent vækst også i steady-state.

I det følgende vil en undersøgelse af Solowmodellen med teknologi blive foretaget med baggrund i Mankiw et al. (1992). Det antages implicit, at økonomierne er i deres respektive steady-states og undersøgelsen belyser, om Solowmodellen med teknologi kan verificeres på tværs af lande.

Hvis, i tråd med Mankiw et al. (1992), ligning 6.1.5 specificeres med tidsindeks som $Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha}$, og teknologimængden over tid specificeres som $A(t) = A(0)e^{gt}$, er det muligt via logaritmeregneregler at udlede de ligninger, som ligger til grund for undersøgelse af Solowmodellen med teknologi:⁶⁷

$$7.2.1.1 \ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] = \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta)$$

$$7.2.1.2 \ln \left[\frac{Y}{L} \right] = a + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) + \varepsilon$$

Hvor

s er et mål for opsparingsraten (der her går til investeringer i realkapital). g er den konstante teknologitilvækst. n er populationstilvæksten, og δ er afskrivningsraten.

Det bemærkes, at ligning 7.2.1.2 udledes af ligning 7.2.1.1 ved at definere $\ln A(0) = a + \varepsilon$ og sætte tiden til 0. Ligning 7.2.1.2 vil blive benyttet som udgangspunkt for undersøgelsen af Solowmodellen med teknologi. Det bemærkes yderligere, at specificeringen i denne ligning indebærer, at populationsvæksten og opsparingsraten antages som uafhængigt af fejlleddet, ε , der i sig selv kan ses som landespecifikke teknologichok. Hvis dette ikke er tilfældet, skal der findes passende instrumentale variable til at undersøge ligning 7.2.1.2 (Mankiw et al., 1992).

⁶⁷ Antagelserne vedr. Solowmodellen med teknologi i Mankiw et al. (1992) er i øvrigt helt i tråd med Jones (2002). Det bemærkes, at $A(t) = A(0)e^{gt}$ indebærer, at $\frac{\dot{A}}{A} = g$. I bilag 1 er udledningen af ligning 7.2.1.1 vist.

Med antagelsen om uafhængige fejllid er det muligt at undersøge ligningen ved hjælp af OLS. Parameterestimaterne vil desuden med den givne ln-ln-form angive elasticiteter (Wooldridge, 2009). Det vil altså tilnærmet sige, hvor meget det for eksempel forventes, at BNP per arbejder ændres med i procent (på tværs af landene), når for eksempel opsparingsraten ændres med 1 %. Følgende proxyer benyttes:

- n : I tråd med Mankiw et al. (1992) benyttes over perioden 1980-2005 den gennemsnitlige vækstrate for den del af populationen, der er 15-64 år.⁶⁸ I bilag 3 kaldes den ' n '.
- Y/L : Her benyttes året 2005. Med baggrund i Heston et al (2012) benyttes variabelen ' $rgdpwok$ '. Denne måler BNP per arbejder i konstante 2005-købekraftsomregnede priser.⁶⁹ I bilag 3 kaldes den ' $Yarbejder$ '.
- $S(k)$: Her benyttes i første omgang med baggrund i Heston et al. (2012) variabelen ' ki ', der måler den årlige investeringsandel af BNP i konstante 2005- købekraftsomregnede priser. Denne er for hvert land udregnet som et gennemsnit over perioden 1980-2005. Det antages altså implicit, at større opsparing slår igennem på investeringsmængden. I bilag 3 kaldes den ' $investmentshare$ '.
- I tråd med Mankiw et al. (1992) sættes $g+\delta=0,05$. Med brug af ln-ln-form vil betydningen heraf dog være mindre end uden. Konstanten vil dog blive påvirket.

Det bemærkes, at hovedfokus dermed er at undersøge om opsparing og befolkningstilvækst har en ønsket korrelation med BNP per arbejder. Det er dog muligt at forsøge at finde proxyer for teknologi og afskrivning og inkludere dem selvstændigt for hvert land.

I Mankiw et al. (1992) regnes investeringsandelen som indeholdende offentlige investeringer. Rapporten vil dog separat teste, hvilken betydning inkludering af offentligt forbrug har på BNP per arbejder. Hertil benyttes følgende variabel:

- Offentlig forbrugsandel: Her benyttes med baggrund i Heston et al. (2012) variabelen ' kg ', der måler den årlige investeringsandel af konstante 2005- købekraftsomregnede priser. Denne er for hvert land udregnet som et gennemsnit over perioden 1980-2005. I bilag 3 kaldes den ' $governmentshare$ '.

⁶⁸ På baggrund af OECD (2013) – Tabel: Population (hist5).

⁶⁹ Hvis kædepriser benyttes, er der generelt en mindre tendens til over- eller undervurdere prisudviklingen. Når 2005 benyttes er dette dog intet problem. For en nærmere gennemgang af prisindekser se for eksempel Triplett (2004).

Det bemærkes, at opgørelsen via Heston et al. (2012) ofte benytter sig af den såkaldte Geary-Khamis- opgørelsesmetode. Det centrale er, at (OECD, 2007b):

” The Geary-Khamis method is an average price method... used... to compute PPPs and real final expenditures above the basic heading.”

Hvor basic headings defineres som (OECD, 2007a):

“The lowest level of aggregation of items in the GDP breakdown for which parities are calculated.”

Metoden benyttes altså til at lave købekraftssammenlignelige estimater af nationalregnskaber. Metoden indebærer dog bl.a. risikoen for den såkaldte Gerschenkron effekt.⁷⁰

Det foreslås dog alligevel (OECD, 2007b), at metoden ved OECD-sammenligninger giver resultater, som er:

”... considered to be better suited to the analysis of price and volume structures across countries.”

⁷⁰ (OECD, 2007b). Gerschenkroneffekten er beskrevet nærmere i f.eks. Eurostat & OECD, 2012. Den kan kort fortalt bedst forklares ved, at en ændring af basisår for et indeks bestemmer vækstraten for indekset. Se desuden bilag 2 for nærmere definitioner af metoden. For en kalkulusopbygning af metoden se UN Statistics Division, 2007.

Solowmodellen med teknologi – udførsel af regressioner og tests

I det følgende præsenteres resultaterne fra regressionen med baggrund i ligning 7.2.1.2.

Model med alle lande:

I den første model vurderes alle 26 lande i stikprøven. I denne model regnes investeringer ikke som indeholdende den offentlige investeringsandel. Dette beror på, at Solowmodellen med teknologi i sin basisform ser bort fra en offentlig sektor.

Tabel 7.2.1.1.1⁷¹	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	8,31 * (1,43)
<i>ln(s)</i>	-0,15 (0,29)
<i>ln(n+g+δ)</i>	-0,90 (0,49)
<i>R</i> ²	0,14
<i>R̄</i> ²	0,07
p-værdi samlet signifikans	0,17

I ovenstående model angiver konstanten den naturlige logaritme af BNP per arbejdsdygtig i 2005, når de to inkluderede variable er 0.

Desuden estimeres det på tværs af landene, at elasticiteten imellem BNP per arbejdsdygtig og opsparringsraten er negativ, når der er taget højde for $\ln(n+g+\delta)$. Parameteren er dog ikke signifikant forskellig fra 0.

Endelig estimeres det, at elasticiteten imellem BNP per arbejdsdygtig og en sammenskrivning af vækstrater for befolkning og teknologi samt afskrivningsraten på kapital er ca. -0,90.⁷² Parameteren er dog ikke individuelt signifikant.

⁷¹ Standardfejl angives i parentes. Stjerne angiver individuel signifikans på et 5 % niveau.

Opstilles en hypotese om parametrene samlede signifikans, kan denne jf. afsnit 7.1 testes ved hjælp af en F-test. Det vil altså sige, hvis β_s sættes til at angive den sande, men uobserverbare, partielle (tilnærmede) elasticitetssammenhæng mellem opsparing og BNP per arbejdsdygtig, mens $\beta_{n+g+\delta}$ sættes som den sande (tilnærmede) partielle elasticitetssammenhæng mellem befolkningstilvækst og BNP per arbejdsdygtig (med teknologitilvækst og afskrivning holdt konstant), kan følgende hypoteser opstilles:

$$H_0: \beta_s = \beta_{n+g+\delta} = 0$$

$$H_1: H_0 \text{ gælder ikke}$$

I det der fås en F-teststørrelse på ca. 0,17 kan modellens samlede insignifikans altså ikke afvises med brug af de givne proxyer.

Det er dog værd at tjekke, om antagelserne der ligger til grund for OLS-estimation er overholdt. I følgende tabel er angivet testresultaterne fra en RESET-test,⁷³ en VIF-test, en BP-test og en JB-test.

Tabel 7.2.1.1.2⁷⁴	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,06;0,11;0,22
VIF - teststørrelser	1,01
p-værdi BP-test	0,15
p-værdi JB-test	0,63

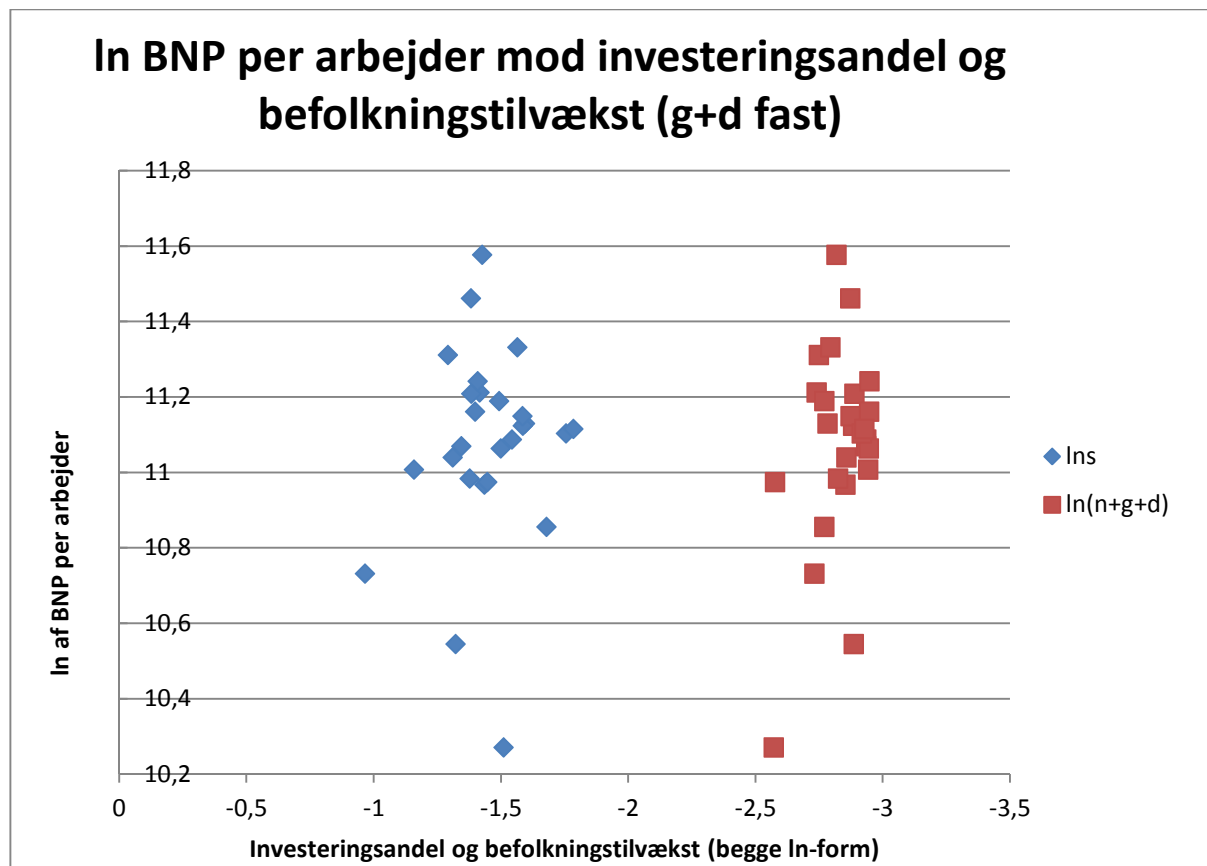
Ovenstående tabel kunne tyde på, at ingen af MLR-antagelserne fejler.

⁷² Generelt bemærkes det, at den sande elasticitet kan måles som $[1,01^{\beta_k} - 1] * 100$, hvor β_k svarer til parameterestimatet. Generelt er β_k dog en brugbar erstatning for små ændringer. Yang (2012) foreslår 10 som kritisk værdi.

⁷³ Generelt er der for RESET-testen mulighed for at angive forskellige estimater afhængigt af, i hvilken potens de prædikterede værdier af den afhængige variabel opløftes. Det bemærkes, at testen, for at teststatistikken er ca. F-fordelt, kræver overholdelse af MLR.1-5. Derfor fjernes RESET-testen, når andre antagelser fejler. For denne rapport vælges at medtage muligheden for både 2., 3. og 4. potens. For ikke at afvise en ellers sand model regnes fejlspecifikation kun som et problem, hvis alle 3 muligheder giver signifikante F-statistikker.

⁷⁴ Generelt gælder der for VIF-teststørrelsen, at der for hver forklarende variabel angives korrelation med de andre forklarende variable. Derfor varierer antallet af VIF-teststørrelser i denne rapport alt afhængig af antallet af forklarende variable.

Nedenstående figur kunne indikere, at den manglende individuelle signifikans og samlede insignifikans nok hænger sammen med den store spredning af dataene, der især er synlig for den afhængige variabel.⁷⁵



⁷⁵ Generelt skal denne repræsentation tænkes at foregå i et k+1-dimensionelt rum, hvor k er antallet af forklarende variable. For kontinuiteten- og overskuelighedens skyld er simple plots dog valgt.

Model baseret på Mankiw et al. (1992):

Det er dog tænkeligt, at de opnåede resultater i høj grad afhænger af, hvilke lande der inkluderes. Det kan derfor være relevant kun at benytte de OECD-lande, som Mankiw et. al (1992) benytter sig af og tjekke, om estimationsmetoden giver resultater i tråd med det i Mankiw et al. (1992) ønskede. Ønsket herom skulle bero på, at inkluderingen af de ekstra lande, som er blevet medlemmer efter 1992 (samt Island) måske ikke har nået deres steady-states. Hvis dette er tilfældet vil inkluderingen af disse lande medføre, at modellen estimeres på et forkert grundlag. Som det ses af tabel 7.2.1.2.1 fås der dog ikke resultater i tråd med det ønskede, hvis disse lande fjernes. Parametrene vurderes desuden ikke som værende individuelt signifikante, ligesom modellen ikke er samlet set signifikant. Ydermere er modellen også estimeret på baggrund af en mindre stikprøve. Afbenyttelse af en mindre stikprøve vil desuden være problematisk, idet en række asymptotiske egenskaber fordrer afbenyttelse af store stikprøver.⁷⁶

Tabel 7.2.1.2.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	21 ⁷⁷
<i>Konstant</i>	11,87 * (1,88)
<i>ln(s)</i>	-0,05 (0,27)
<i>ln(n+g+δ)</i>	0,29 (0,63)
<i>R</i> ²	0,01
<i>R</i> ²	-0,10
p-værdi samlet signifikans	0,88

⁷⁶ For eksempel er fejlleddene asymptotisk normalfordelte, når der estimeres på baggrund af store stikprøver - Wooldridge (2009).

⁷⁷ Tyrkiet er siet fra grundet manglende data til rådighed.

Desuden kan de samme antagelser som i tabel 7.2.1.1.2 testes.

Tabel 7.2.1.2.2	
Observationer:	21
p-værdi RESET-test	0,81;0,58;-
VIF - teststørrelser	1,00
p-værdi BP-test	0,61
p-værdi JB-test	0,02

For denne model kan en hypotese om fejleddenes normalfordelthed afvises på det valgte signifikansniveau. At MLR.6 ikke er overholdt vil i øvrigt medføre, at sædvanlige t- og F-tests ikke er valide. Derfor skal vurderingen af individuelle parametres signifikans også betragtes med varsomhed. At den estimerede retning på både $\ln(s)$ og $\ln(n+g+\delta)$ er i modstrid med det ønskede, og at modellen har en ringe forklaringsgrad taler dog imod dens anvendelse. At estimation ved hjælp af denne mindre stikprøve heller ikke indebærer normalfordelte fejledd kunne tyde på, at det fra et statistisk synspunkt er problematisk at fjerne lande fra ens stikprøve. Med baggrund i dette vil rapporten ikke opstille flere modeller på baggrund af denne mindre stikprøve.

Samlet set bemærkes det dog, at estimation af ligning 7.2.1.2 ved hjælp af OLS ikke giver signifikante resultater for den valgte tidsperiode. Det er dog muligt, at dette hænger sammen med, at de hidtil estimerede modeller ikke har inkluderet offentlige investeringer. Der kan derfor testes for, om inkluderingen af offentlig investeringsandel er afgørende for ens modelestimater.

Model med off. investeringers andel af BNP inkluderet i investeringer:

I det følgende er modellen estimeret ved at inkludere den offentlige investeringsandel i proxyen for opsparingsraten. I SAS benyttes variablen 'govern' nu i stedet for 'lnsk'. Modellen giver følgende estimer:

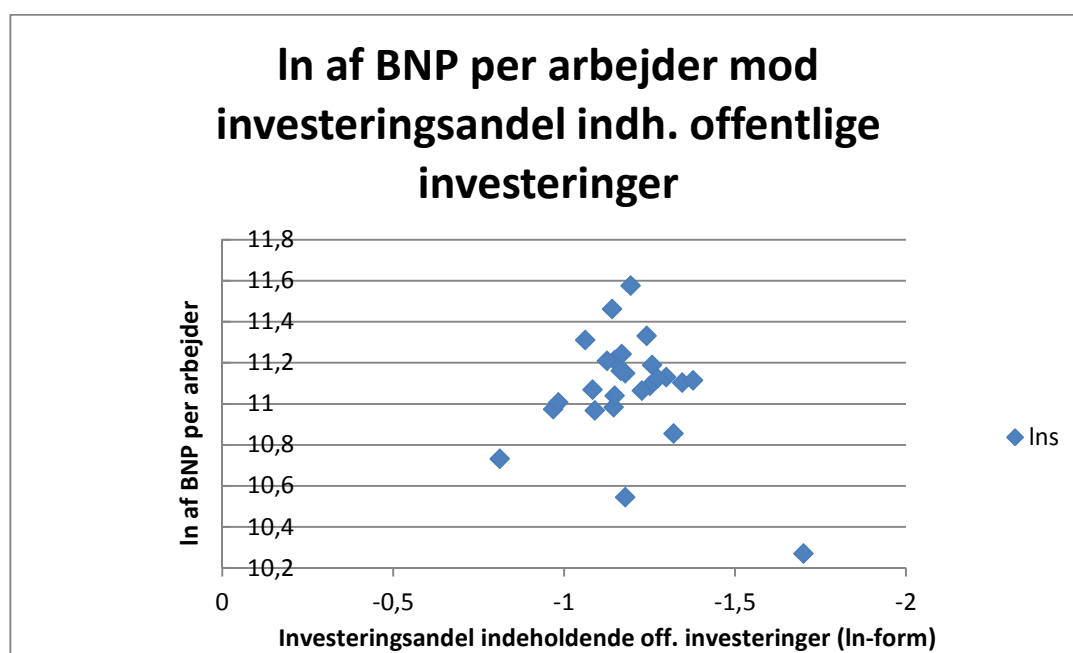
Tabel 7.2.1.3.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	8,52 * (1,42)
<i>ln(s)</i>	0,08 (0,41)
<i>ln(n+g+δ)</i>	-0,93 (0,50)
<i>R</i> ²	0,13
<i>R</i> ²	0,06
p-værdi samlet signifikans	0,19

I forhold til estimationsresultaterne i tabel 7.2.1.1.1 fås umiddelbart den ønskede elasticitet mellem både opsparing og BNP per arbejdsdygtig og befolkningstilvækst og BNP per arbejdsdygtig på tværs af landene ved hjælp af de afbenyttede proxyer. Begge parametre er dog individuelt insignifikante. Desuden er parametrene også samlet set insignifikante, idet den udførte F-test giver en p-værdi over 0,05. Da t- og F-tests beror på overholdelse af OLS-antagelserne, bør disse dog testes separat:

Tabel 7.2.1.3.2	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,03;0,05;0,07
VIF - teststørrelser	1,02
p-værdi BP-test	0,19
p-værdi JB-test	0,68

Ovenstående 4 tests kunne indikere, at OLS-antagelserne er overholdt. Den estimation, der blev foretaget i tabel 7.2.1.3.1, lider altså ikke umiddelbart under manglende overholdelse af OLS-antagelserne. Det er dog bemærkelsesværdigt, at de udførte regressioner indtil videre alle har haft individuelt insignifikante parametre, der også har været fælles insignifikante, samt lave forklaringsgrader.

Følgende figur kunne tyde på, spredningen af dataene også i denne model estimation spiller en afgørende rolle for modellernes insignifikans.



Det er dog tænkeligt, at OECD-landes vækst i højere grad end for eksempel udviklingslande er betinget af mængden af human kapital i et samfund, og at de hidtil opstillede modeller dermed fejler ved, at de ikke inkluderer human kapital. For eksempel vises det i Mankiw et al. (1992), at inkludering af human kapital i ovenstående modelramme er med til at forbedre forklaringssevnene, samt få estimater af produktionsfaktorernes faktorandele, der ligger tæt op ad det ønskede. Følgelig udvides modellen til at inkorporere human kapital.

Solowmodellen med human kapital – forklaring og udførsel af regressions- og tests

I Mankiw et al. (1992) udvides ligning 7.2.1.2 til at tage højde for human kapital. Det antages, at økonomierne befinder sig i deres steady-states. Benyttes denne rapportes ligning 6.1.9 samt samme definition af teknologimængden over tid som tidligere, kan følgende ligningssystem fås via afbenyttelse af logaritmeregneregler. Disse ligger til grund for undersøgelsen af Solowmodellen med human kapital:⁷⁸

$$7.2.1.3 \ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] = \ln A(0) + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln s_K + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h$$

$$7.2.1.4 \ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] = a - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln s_K + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h + \varepsilon$$

Hvor

s_K er et mål for opsparingsraten, der går til investeringer i realkapital. g er den konstante teknologitilvækst. n er populationstilvæksten, δ er afskrivningsraten, og s_h er et mål for opsparingsraten, der går til investeringer i human kapital.

Her er ligning 7.2.1.4 udledt ud fra ligning 7.2.1.3 ved at sætte tiden til 0 og definere $\ln A(0) = a + \varepsilon$. Ligning 7.2.1.4 vil blive benyttet som udgangspunkt for undersøgelsen af Solowmodellen med human kapital. Med inkluderingen af human kapital antages det nu, at både populationsvæksten og begge opsparingsrater er uafhængige af fejlleddet, ε . I det følgende benyttes følgende proxy som et mål for opsparring i human kapital:

- S_h : Der benyttes et gennemsnit for hvert af landene over perioden 1980-2005. For hvert land for hvert år er antallet af personer mellem 15 og 19 år divideret igennem med antallet af personer i den arbejdsdygtige alder.⁷⁹ Herpå ganges dernæst den såkaldte 'gross enrolment ratio' for sekundær uddannelse.⁸⁰ I bilag 3 angives den som 'shsimpel' Generelt måler disse bruttoindskrivningsrater (UNESCO, 2009, s.9):

⁷⁸ I bilag 1 er udledningen af ligning 7.2.1.3 vist.

⁷⁹ Dette er som før fundet vha. OECD(2013).

⁸⁰ Hentet fra UNESCO (2013).

” Total enrolment in a specific level of education, regardless of age, expressed as a percentage of the eligible official school-age population corresponding to the same level of education in a given school year.”

Det bemærkes dog, at raten kan overstige 100 % (hvilket er tilfældet for nogle af landene i visse år), og at den generelt vil blive påvirket af sen eller tidlig indmelding, samt af antallet af personer, der går klasser om (Ibid.). Endelig fortæller raten ikke direkte, hvor mange der gennemfører deres respektive uddannelser. I tråd med Mankiw et al. (1992) benyttes den dog af 2 årsager. Den første er betinget af data til rådighed. Variablen er en af de få, der generelt findes over hele perioden for alle landene. Desuden har variablen den fordel, at den også benyttes i Mankiw et al. (1992), hvilket gør denne rapports resultater sammenlignelige med disse. Det bemærkes endelig, at bevæggrunden for at raten benyttes hos Mankiw et al. (1992, s. 419) er, at:

” This variable, which we call SCHOOL [her svarende til proxyen for s_h , THJ], is clearly imperfect: ... the variable does not include the input of teachers, and it completely ignores primary and higher education. Yet if SCHOOL is proportional to s_h , then we can use it to estimate equation (11) [ligning 7.2.1.3 og dermed 7.2.1.4 i denne rapport, THJ]; the factor of proportionality will affect only the constant term.”

Det kan dog diskuteres, om variablen er proportional med s_h , samt rimeligheden i at udelade primær og tertiær uddannelse.

Model med sekundær uddannelse:

Hvis modellen udvides til at inkorporere dette mål for investeringer i human kapital, fås følgende estimater ved OLS-estimation:

Tabel 7.2.1.4.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	7,68* (2,39)
$\ln(s_k)$	0,05 (0,42)
$\ln(n+g+\delta)$	-1,08 (0,61)
$\ln(s_h)$	0,16 (0,37)
R^2	0,14
$\bar{R}^2$	0,02
p-værdi samlet signifikans	0,33

Det bemærkes, at estimation med denne proxy for investeringer i human kapital giver den, med baggrund i Solowmodellen med human kapital, ønskede elasticitetssammenhæng mellem investeringer i human kapital og BNP per arbejdsdygtig. For denne model gælder der dog stadigvæk, at ingen af parametrene er individuelt signifikante eller signifikante i fællesskab.

Tabel 7.2.1.4.2	
Observationer:	26
VIF – teststørrelser	1,05;1,46;1,49 ⁸¹
p-værdi BP-test	0,02
p-værdi JB-test	0,70

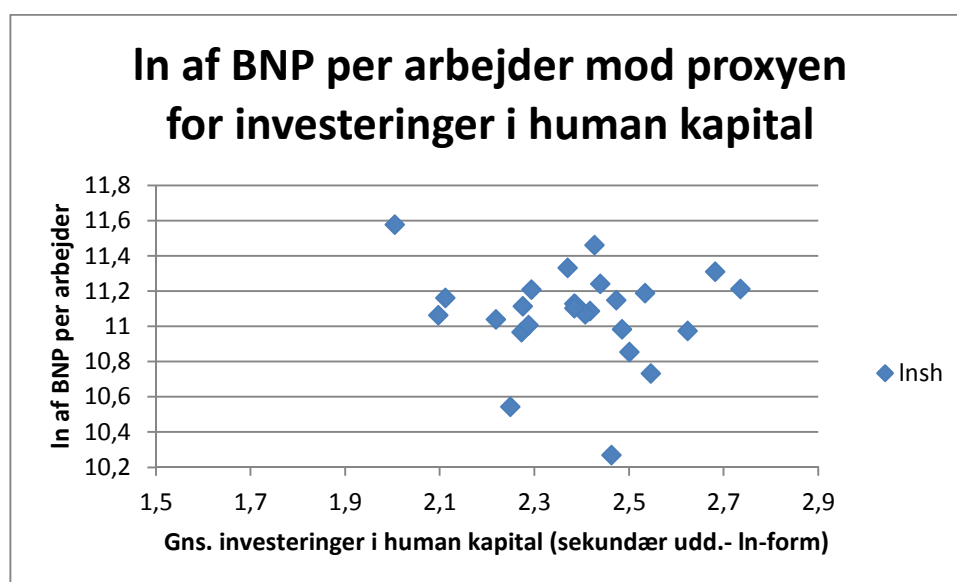
⁸¹ De tre VIF-teststørrelser er for leddene $\ln(s_k)$, $\ln(n+g+\delta)$ og $\ln(s_h)$ i den nævnte rækkefølge.

Ovenstående kunne dog tyde på, at modellen lider under heteroskedasticitet. Dette kan forsøges løst ved at benytte sig af fejllid, der er heteroskedasticitetskonsistente. For eksempel kan benyttes white-fejllid.⁸² Dette vil desuden også forbedre brugbarheden af t-, F- og LM-tests. Benyttes white-fejllid fås følgende standardfejl hhv. p-værdier for individuelle t-tests:

$\ln(s_k)$	(0,39); 0,90
$\ln(n+g+\delta)$	(0,85); 0,22
$\ln(s_h)$	(0,52); 0,76

Dette ændrer altså ikke på de tidligere konklusioner med hensyn til individuel signifikans. Desuden kan en wald-test, som er en pendant til en F-test, der dog tager højde for muligheden af heteroskedastiske fejllid med fordel benyttes til at afgøre samlet signifikans. Teststørrelsen for denne er i dette tilfælde 0,31. Dette understøtter blot F-testens konklusioner.

Følgende figur kunne atter tyde på, at spredningen af dataene også i denne modellestimation spiller en afgørende rolle:



⁸² I kapitel 8 i Wooldridge (2009) forklares teorien bag heteroskedasticitetskonsistente fejllid.

Det kan dog være svært at svare på, om den manglende signifikans skyldes den relativt mangelfulde proxy for investeringer i human kapital. I ovenstående figur vil spredningen af dataene på førsteaksen for eksempel blive påvirket af, at 'gross enrollment ratio' kan overstige 100 %.

Det bemærkes, at en af kritikerne af Mankiw et al. (1992)'s mål for human kapital findes i Klenow & Rodríguez-Clare (1997). De redegør for eksempel for det problematiske i, at der antages den samme teknologi til produktion af alle typer af output. Yderligere kritiserer de Mankiw et al. (1992) for ikke at benytte et bedre mål for human kapital. For eksempel konkluderer de, at (s.83):

"... primary schooling does not vary anywhere near as much with Y/L across countries as secondary schooling does. By focusing only on secondary schooling, one overstates the percentage variation in human capital across countries and its covariance with output per worker."

Dette kunne lede en frem til at foreslå et mål for akkumulation af human kapital, der kombinerer indskrivningsrater for uddannelsesniveauer (Ibid.). Dette kan dog være problematisk. Som eksempel redegør Mankiw (1997) for det problematiske i en antagelse om, at et ekstra års uddannelse for en 7-årig i gennemsnit skulle give den samme mængde ekstra human kapital, som det en 15-årig i gennemsnit får ud af et ekstra års uddannelse. Desuden vil en 15-årig i høj grad have valget mellem arbejde og skole, mens en 7-årig i højere grad ville have valget mellem skole og hjemmeundervisning.⁸³ I forlængelse af Mankiw (1997) ville afbenyttelse af primære indskrivningsrater som delmål for akkumulation af human kapital dermed forde en redegørelse af institutionelle forhold, der netop betinger forskelle i primære indskrivningsrater på tværs af lande.

Det er dog bemærkelsesværdigt, at der i Mankiw et al. (1992) og Mankiw(1997) ikke lægges mere vægt på at inkludere tertiær uddannelse i målet for human kapital. Følges det ovenstående argument kan det for eksempel antages, at en 25-årig universitetsstuderende i gennemsnit tilegner sig mere ekstra human kapital ud af et ekstra års uddannelse end en 15-årig gymnasieelev. Dette kunne umiddelbart lede en frem til at ønske at benytte indskrivningsrater for tertiær uddannelse som et delmål for tilegnelse af human kapital. Der er dog mindst to årsager til, at afbenyttelse af indskrivningsrater er problematisk. For det første findes der ikke tilstrækkelige mængder af data til at kunne foretage en estimation. For det andet bemærkes det, at det kan være svært at definere en passende aldersgruppe for de forskellige uddannelser på grund af variationen i uddannelsernes længde (UNESCO, 2009).

⁸³ Ligesom der antages forskellige eksternaliteter for forskellige aldre og uddannelsesniveauer.

Denne rapport foreslår dog, at tertiær uddannelse inkluderes i estimationerne. Desværre er der ikke mange mulige proxyer, der kan benyttes for de ønskede lande. Denne rapport vil benytte sig af estimation ved hjælp af målet:⁸⁴

- 'number of students in tertiary education per 100.000 inhabitants.' Dette mål kan vi kalde for 'tert'. I bilag 3 kaldes den for 'shudvidet'.

Det bemærkes dog, at dette mål tager højde for hele befolkningen i et land. Dette vil så, alt andet lige, betyde, at lande med en relativt ung befolkningssammensætning vil have relativt flere studerende per 100.000 indbyggere og omvendt for relativt gamle befolkningssammensætninger (UNESCO, 2009). Dette betyder for eksempel også, at dette mål er mindre brugbart til at sammenligne industrialiserede lande med ikke-industrialiserede lande. For OECD-lande må problemet dog anses som værende af et mindre omfang, fordi landene i højere grad befinder sig i sene faser i den demografiske transitionsmodel.⁸⁵

Hvis dette mål benyttes, bør det desuden bemærkes, at der kan tænkes at være en markant positiv korrelation (multikollinearitet) mellem sekundære indskrivningsrater og antallet af studerende på tertiære uddannelser per 100.000 indbyggere i et land. Fra et statistisk synspunkt ville det være problematisk, hvis dette var tilfældet. En måde at teste for multikollinearitet på kan være at foretage en regression af proxyen for s_h mod proxyen 'tert'. Dette giver følgende resultat, hvis variablene angives i ln-form:

Tabel 7.2.1.5.1⁸⁶	
Afhængig variabel: $\ln s_h$	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	2,14* (0,60)
<i>ln(tert)</i>	0,03 (0,07)
R^2	0,01
$\bar{R}^2$	-0,03

⁸⁴ Med baggrund i UNESCO (2013).

⁸⁵ Med baggrund i Thompson (1929). Altså med både lave fødsels- og dødsrater. Der vil dog være små forskelle i befolkningernes alderssammensætning. Det er for eksempel et kendt fænomen, at japanere bliver relativt gamle.

⁸⁶ I estimationer, hvor tertiær uddannelse er inkluderet, benyttes s_h som en proxy for investeringer i sekundær uddannelse og ikke i human kapital generelt.

Det bemærkes, at der godt nok estimeres en positiv sammenhæng mellem de to variable, men at sammenhængen ikke er statistisk signifikant, og at modellen har ringe forklaringsgrad. Følgende tabel kan desuden indikere overholdelse af OLS-antagelserne.

Tabel 7.2.1.5.2	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,10;0,00;0,01
p-værdi BP-test	0,20
p-værdi JB-test	0,94

Dette betyder dermed, at Solowmodellen med human kapital med rimelighed kan testes ved både at inkludere proxyer for investeringer i sekundær og i tertiær uddannelse.

Model med både sekundær og tertiær uddannelse:

Solowmodellen med human kapital kan således testes ved at inkludere variabelen 'tert' som en proxy for investeringer i tertiær uddannelse. Benyttes gennemgående ln-form form fås:

Tabel 7.2.1.6.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	7,56* (2,46)
$\ln(s_k)$	0,15 (0,51)
$\ln(n+g+\delta)$	-1,05 (0,62)
$\ln(s_h)$	0,13 (0,39)
$\ln(tert)$	0,05 (0,14)
R^2	0,15
$\bar{R}^2$	-0,02
p-værdi samlet signifikans	0,48

Det bemærkes, at denne model giver alle de ønskede elasticitetssammenhænge med BNP per arbejdsdygtig. Ingen af de 4 parametre er dog individuelt signifikante. Desuden fås en ringe forklaringsgrad, og parametrene er også samlet set insignifikante.

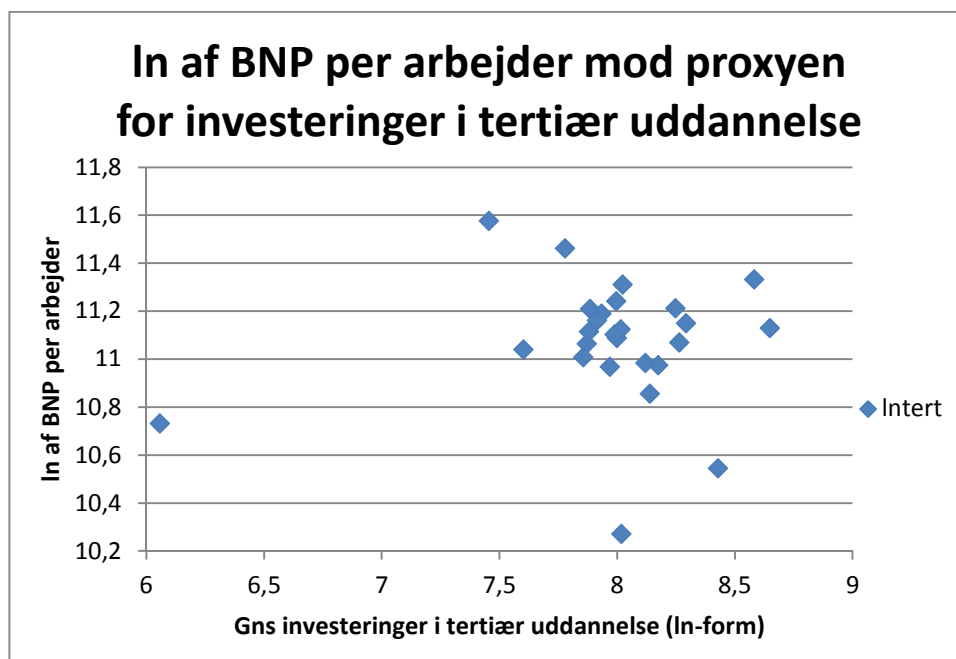
Tabel 7.2.1.6.2	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,01;0,02;0,05 ⁸⁷
VIF - teststørrelser	1,51;1,47;1,60;1,47 ⁸⁸
p-værdi BP-test	0,08
p-værdi JB-test	0,53

⁸⁷ Det præcise tal er 0,0487.

⁸⁸ De 4 VIF-teststørrelser er for leddene $\ln(s_k)$, $\ln(n+g+\delta)$, $\ln(s_h)$ og $\ln(tert)$ i den nævnte rækkefølge.

Ovenstående kunne indikere at modellen måske lider under funktionel misspecifikation.

Som tidligere kan det se ud til, at spredningen af dataene også kan være afgørende for, at der fås insignifikante parametre og lave forklaringsgrader.



Generelt set er det bemærkelsesværdigt, at modelestimationen i tabel 7.2.1.3.1, 7.2.1.4.1 og tabel 7.2.1.6.1 har givet de ønskede elasticitetssammenhænge mellem alle de benyttede variable og BNP per arbejdsdygtig, og at MLR.-antagelser generelt synes overholdt. Dog er det påfaldende, at alle modellerne indtil videre har haft samlet set insignifikante parametre og ringe forklaringsgrader. Det er dog blevet illustreret, at der var en stor spredning i dataene, som naturligvis påvirker muligheden for at få signifikante parametre og høje forklaringsgrader.

På den ene side kunne dette tolkes som, at flere variable bør inkluderes i en modelspecifikation. I det omfang variablene ikke er relevante for teorien bag Solowmodellerne, vil dette dog ikke have nogen relevans i forhold til modelvalidering. Et andet problem kunne være, at modellerne estimeres på baggrund af små stikprøver. For et flertal af tabellerne var MLR.-antagelserne dog overholdt. Derfor vil det naturligvis fra et statistisk synspunkt altid være en fordel at benytte størst mulige stikprøver. Fra et økonomisk synspunkt kan det dog være mindre relevant, for eksempel hvis økonomierne ikke har nået deres steady-states. Endelig vil der selvfølgelig gælde, at Solowmodellerne er blevet undersøgt med baggrund i afbenyttelse af en række proxyer. I det omfang

rapporten benytter sig af andre proxyer end i Mankiw et al. (1992) kan dette tænkes at have afgørende indflydelse på modelestimationen og sammenligneligheden med resultaterne i Mankiw et al. (1992). At denne rapport gennemgående benytter sig af bedre proxyer taler dog kun til dens fordel.⁸⁹

Der kan dog være en lang række mere alvorlige årsager til, at modelestimationen har givet så ringe forklaringsgrader og parametre, der er samlet set insignifikante. For eksempel er det en antagelse i Mankiw et al. (1992), at de undersøgte økonomier befinder sig i deres respektive steady-states. Dette kan naturligvis godt tænkes overordnet set at have været tilfældet for tidsperioden 1960-1985, men ikke for tidsperioden 1980-2005.

⁸⁹ Dette er mest tydeligt ved afbenyttelsen af købekraftssammenlignelige niveauer for BNP per arbejdsdygtig fremfor Reel BNP per arbejdsdygtig i Mankiw et al. (1992).

Model med teknologitilvækst inkluderet separat:

Der vil gælde, at økonomiernes BNP per arbejder i deres steady-states kun vokser med teknologitilvæksten. Hvis der generelt er store forskelle i, om økonomierne befinder sig i deres steady-states eller ej, vil der også være forskel på, i hvor høj grad vækst i BNP per arbejder skyldes teknologitilvækst eller ændringer i opsparingsrater eller befolkningstilvækst. Det kunne være en idé at modellere forskellige teknologiniveauer på tværs af landene, og se om det får en betydning for ens resultater, hvis der specifikt tages højde for muligheden for forskellige teknologiniveauer.⁹⁰ I den opstillede Solowmodel gælder der dog, at teknologien antages som værende arbejdskraftsforbedrende. Dette betyder også, at modelvalidering indebærer, at der skal findes et mål, der reelt viser, hvorledes teknologi kan være arbejdskraftforbedrende. Det kan umiddelbart virke som en god idé at benytte et af standardmålene for arbejdskraftsproduktivitet i økonomiske oversigter af f.eks. OECD. Dette kunne være arbejdskraftproduktivitet baseret på enten bruttooutput eller værditilvækst (OECD, 2001).

For eksempel kan en model, hvor teknologitilvæksten, g , udregnes separat, estimeres ved hjælp af følgende proxy:⁹¹

- g : Der benyttes et gennemsnit for hvert af landene over perioden 1980-2005. For hvert år er 'labor productivity growth in total economy; annual growth rate' fra (OECD, 2013) benyttet. I bilag 3 kaldes denne for ' g '.

⁹⁰ En modellering af afskrivningsrater kunne også være relevant.

⁹¹ Afskrivning stadig holdt på 0,03. I SAS erstatter 'lnny' 'ln'.

Tabel 7.2.1.7.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	10,90* (1,61)
$\ln(s_k)$	0,24 (0,57)
$\ln(n+g+\delta)$	-0,14 (0,44)
$\ln(s_h)$	-0,16 (0,41)
$\ln(tert)$	0,05 (0,16)
R^2	0,03
$\bar{R}^2$	-0,15
p-værdi samlet signifikans	0,94

Med det nye mål for teknologtilvækst er det bemærkelsesværdigt, at der nu fås en retning på parameteren til investeringer i sekundær uddannelse, der er imod det tidligere opnåede. Igen er ingen af de 4 parametre dog individuelt signifikante. Desuden fås en ringe forklaringsgrad, og parametrene er også samlet set insignifikante.

Tabel 7.2.1.7.2	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,11;0,19;0,30
VIF - teststørrelser	1,67;2,32;1,58;1,83
p-værdi BP-test	0,17
p-værdi JB-test	0,04

Ovenstående tabel kunne indikere, at MLR.6 ikke er overholdt. Det er dog ikke så mærkeligt, hvis estimation ved hjælp af dette mål for teknologi ikke leder frem til brugbare resultater, eftersom det er tvivlsomt, i hvilket omfang disse mål for teknologitilvækst i sig selv er brugbare, idet (OECD, 2001, s. 14 el.15):

” Labour productivity is a partial productivity measure and reflects the joint influence of a host of factors. It is easily misinterpreted as technical change or as the productivity of the individuals in the labour force.”

Derfor kan multifaktorproduktivitetsmål synes at være at foretrække til at måle produktivitet. For disse mål vil der dog stadig gælde, at (OECD, 2001, s. 20):

” Further... measured MFP growth is not necessarily caused by technological change: other non-technology factors will also be picked up by the residual. Such factors include adjustment costs, scale and cyclical effects, pure changes in efficiency and measurement errors.”

Ændringer i faktorerne indebåret i en residual vil især være udpræget, hvis der foretages empiriske undersøgelser over en længere årrække. Omend det ville forbedre Solowteoriens realisme, kan det altså være ganske besværligt at finde en brugbar proxy for teknologiudvikling. Dog kan Solow-teorien med fordel have en overbygning, der forklarer hvilke faktorer, der har betydning for teknologiudvikling- og udveksling.⁹²

Endelig er det i Mankiw et al. (1992) en gennemgående antagelse, at Solowmodellerne kan testes ved afbenyttelse af krydssektionelle estimationsmetoder. Dette indebærer, at de forklarende variable kan summeres sammen over en længere periode, hvorefter gennemsnitsbetragtninger kan anvendes. Er tidsperioden tilpas lang, er der ikke problemer med data, der ikke kan rekvireres, og er der ikke databrud, er dette næppe et statistisk problem. Det kan dog være et problem for modelvalideringen, at den afhængige variabel måles over et enkelt år. Der er således risiko for, at vilkårligheden i at vælge for eksempel 2005 som slutår får direkte betydning for de opnåede resultater. For eksempel vil særligt gunstige konjunkturer i et land et år kunne tænkes at medføre en (svag) overvurdering af niveauet for BNP per arbejder, mens ugunstige konjunkturer kan tænkes at medføre en (svag) undervurdering af niveauet for BNP per arbejder i forhold til, hvis flere år benyttes.

⁹² Dette kunne for eksempel bygge på Verspagen (1991), der modellerer teknologidiffusion i en beskrivelse af catching-up.

Det er for eksempel påfaldende i de ovenstående figurer, at spredningen i dataene generelt synes mindre for de lande, der ligger i intervallet mellem 10,8 og 11,4 i ln til BNP per arbejder, og at det kunne se ud til, at de ønskede sammenhænge mellem de uafhængige og den afhængige variabel er mere indlysende for observationer i dette interval.⁹³

Modeller estimeret ved hjælp af paneldatametoder:

Der kan være måder til at få signifikante modeller. Den ene kunne være konsekvent at fjerne lande, der afviger fra det ønskede mønster, hvad enten det skyldes, at landene generelt set ikke befinder sig i deres steady-states eller vilkårligheden i at vælge 2005 som slutår. At fjerne disse lande vil dog indebære, at den neoklassiske model kun valideres for en selvudvalgt og mindre gruppe af OECD-lande.

En anden kunne være at forsøge at benytte sig af estimationsmetoder, der kombinerer kryds-sektionel estimation med tidsserieestimation.

I det følgende vil for eksempel blive angivet en model, hvor årene 1980 og 2005 anvendes. Det bemærkes dog, at flere år kan inkluderes. Dette kræver dog anvendelsen af tidsdummies.⁹⁴

Der vil blive estimeret ved hjælp af OLS. De sædvanlige OLS-antagelser skal holde. I tillæg må ingen af de dannede forklarende variable være faste over tid (Wooldridge, 2009).

Det kunne for eksempel være en idé at teste en model, der inkluderer proxyer for investering, befolkningstilvækst, og investeringer i human kapital som uafhængige variable. Estimeres en model, der har 1980 og 2005 som de to tidsperioder, fås:⁹⁵

⁹³ Svarende til mellem ca. 49000 I\$ og ca. 89300I\$.

⁹⁴ Gennemgang findes f.eks. Wooldridge(2009). Ved flere perioder bør der også testes for seriel korrelation. Hertil kan f.eks. en Breusch-Godfrey-test, som angivet i Heij et al. (2004), benyttes.

⁹⁵ I selve rapporten benyttes relative ændringer i hver af variablene mellem 1980 og 2005 (i decimalform). Det bemærkes dog, at skæringspunktet i disse regressioner ikke har samme fortolkning som modeller i Wooldridge (2009). Der kunne estimeres på baggrund af ln, idet dette er benyttet tidligere. I så fald vil den afhængige variabel f.eks. blive dannet som $\ln(\text{BNP/arbejder}_{i, 2005}) - \ln(\text{BNP/arbejder}_{i, 1980})$, hvor i markerer det enkelte land. I forhold til en vækstfortolkning vil det dog mest være tilrådeligt for små ændringer i variablene. Dette hænger sammen med, at det via en Taylor-approksimation kan vises, at ln-metoden for små ændringer svarer til at benytte metoden med relative ændringer (via f.eks. Selby, 1971). I bilag 4 er resultatet af den bedste model med baggrund i ln dog angivet. I alle panelregressionerne sættes $g+\delta$ til 0,05. Det bemærkes dog, at s_h har 1991 som startår for Tyskland, 1993 for Australien, og 1981 for Østrig. Dette skyldes mangler i UNESCOs opgørelse af indskrivningsrater, samt den tyske genforening. Til sammenligning gælder der for variabelen 'tert', at denne benytter 1986 og 2002 for Canada, 1991 som startår for Tyskland, og 2003 som slutår for Luxembourg.

Tabel 7.2.1.8.1	
Afhængig variabel: Relative ændringer i BNP per arbejdsdygtig ml. 1980 og 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	0,21 (0,13)
<i>Relativ ændring i s_k mellem 1980 og 2005</i>	-0,46 (0,46)
<i>Relativ ændring i n mellem 1980 og 2005 ($g+\delta$ fast)</i>	0,11 (0,61)
<i>Relativ ændring i s_h mellem 1980 og 2005</i>	-1,26* (0,47)
<i>Relativ ændring i tert mellem 1980 og 2005</i>	0,17* (0,06)
R^2	0,40
$\bar{R}^2$	0,28
p-værdi samlet signifikans	0,03

Med den nye estimationsmetode fås nu en model med 2 individuelt signifikante parametre og samlet signifikans. Før der tolkes videre kan det dog være brugbart at teste, om de individuelt insignifikante parametre fra ovenstående tabel har en fælles signifikant korrelation med den relative ændring i BNP per arbejdsdygtig. Dette kan testes ved hjælp af en F-test, som beskrevet tidligere. Hvis β_{s_k} sættes til at angive den sande, men uobserverbare, korrelation mellem den relative ændring i investeringsandel/opsparing og BNP per arbejdsdygtig, mens $\beta_{n+g+\delta}$ sættes som den sande korrelation mellem befolkningstilvækst og BNP per arbejdsdygtig (med teknologitilvækst og afskrivning holdt konstant), kan følgende hypoteser opstilles:

$$H_0: \beta_s = \beta_{n+g+\delta} = 0$$

$$H_1: H_0 \text{ gælder ikke}$$

For denne test fås der en F-teststørrelse på ca. 0,62. Dermed kan de to insignifikante parametre med fordel fjernes.⁹⁶ Der fås da følgende model:

Tabel 7.2.1.9.1	
Afhængig variabel: Relativ ændringer i BNP per arbejdsdygtig ml. 1980 og 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	0,21 (0,12)
<i>Relativ ændring i s_h mellem 1980 og 2005</i>	-1,14* (0,44)
<i>Relativ ændring i tert mellem 1980 og 2005</i>	0,16* (0,06)
R^2	0,37
$\bar{R}^2$	0,31
p-værdi samlet signifikans	0,01

Før yderligere tolkninger foretages, bør OLS-antagelserne dog testes. Dette er gjort i nedenstående tabel:

Tabel 7.2.1.9.2	
Observationer:	26
VIF - teststørrelser	1,00;1,00
p-værdi BP-test	0,00
p-værdi JB-test	0,11

Det kan let ses via datasæt 2 i bilag 3, at ingen af de i modellen inkluderede variable er 0 hverken før eller efter differens. Den lave BP-teststørrelse kunne dog tyde på, at fejlleddene ikke er homoskedastiske. Dette kan forsøges løst ved at benytte sig af fejllad, der er heteroskedasticitetskonsistente. Benyttes white-fejllad fås følgende standardfejl hhv. p-værdier for individuelle t-tests:

⁹⁶ Dette understøttes også af den større justerede R^2 for den restringerede model. t og F-test er dog betinget af opretholdelse af MLR- antagelserne. Benyttes en wald-test fås en teststørrelse på 0,61. Dette understøtter blot F-testens konklusioner.

<i>Relativ ændring i s_h mellem 1980 og 2005</i>	(0,54); 0,0468
<i>Relativ ændring i $tert$ mellem 1980 og 2005</i>	(0,09); 0,0719

Med afbenyttelse af et 5 % signifikansniveau fås en signifikant korrelation mellem investeringer i sekundær uddannelse og BNP per arbejdsdygtig, mens det er på grænsen for investeringer i tertiær uddannelse og BNP per arbejdsdygtig. Med brug af proxyen for s_h estimeres det, at en stigning på 1 (100 %) i den relative ændring i s_h mellem 1980 og 2005 er forbundet med et fald i den relative ændring i BNP i samme periode på ca. -1,14 (-114 %). Der estimeres altså en kraftig, og bemærkelsesværdig, negativ sammenhæng mellem ændringer i investeringer i sekundær uddannelse og ændringer i BNP per arbejdsdygtig. Det bemærkes dog, at kausaliteten ikke kan angives ud fra ovenstående analyse.

Det kan i denne forbindelse tænkes, at den negative sammenhæng mellem ændringer i s_h og ændringer i BNP kan tilskrives det faktum, at der anvendes indskrivningsrater som et delelement i s_h . Dette kunne tolkes som i gennemsnit, og alt andet lige, at de lande, der får højere indskrivningsrater får lavere tilvækst i BNP per arbejder. Dette virker måske ikke så mærkeligt, når det erindres, at indskrivningsraterne kunne overstige 100 %, hvilket kunne se som et tegn på mange gengangere på de sekundære uddannelser og dermed på ledige arbejdskraftressourcer.⁹⁷ Dette behøver dog ikke betyde, at investeringer i sekundær uddannelse er væksthæmmende. For eksempel måler denne proxy ikke den bagvedliggende kvalitet af undervisningen på de sekundære uddannelser.

På samme måde vil det være glædeligt, hvis væksten i antallet af studerende på de tertiære uddannelser er forbundet med vækst i BNP. Som før fortæller dette tertiære uddannelsesmål dog ikke noget om bl.a. kvaliteten af undervisningen på uddannelsesinstitutionerne.

⁹⁷ Dette kan naturligvis være baggrunden for, at indskrivningsraterne vægtes i dannelsen af s_h . Alligevel kan der argumenteres for, at målet kan være mere brugbart i sammenligning af f.eks. udviklingslande. Her vil det ofte kunne ses som positivt, hvis et land f.eks. fordobler deres indskrivningsrate over en årrække. Derimod behøver det ikke at være positivt at have en indskrivningsrate på f.eks. 99 % i forhold til f.eks. 90 %.

Endelig bør det erindres, at denne model med fordel kan udvides til at inkludere flere år og evt. flere med baggrund i teorien relevante variable. Inkluderingen af flere år vil f.eks. mindske vilkårligheden i resultaterne, der kan følge af den valgte tidsperiode. Det bemærkes dog, at estimationsmetoderne tilsvarende vanskeliggøres i både udførsel og fortolkning.

7.2.2 Modellen i Dutt(1984)

I det foregående er en Solowmodel med teknologi, samt en Solowmodel, der også inkluderer human kapital, blevet testet. I det følgende vil der blive lagt et fundament til en undersøgelse af modellen i Dutt (1984).

Det er indlysende, at modellen i Dutt(1984) på en række punkter adskiller sig klart i sit fokus fra Solowmodellerne. For det første fokuserer denne heterodokse model nøje på den præcise specificering af den funktionelle indkomstfordeling. For det andet har den en række tidligere nævnte antagelser, der adskiller sig markant fra Solowmodellens.

Et af de forhold, der for modellen i Dutt(1984) kan virke besynderligt, er, at afskrivning på kapitalapparatet ikke blev behandlet specifikt. På dette punkt adskiller modellen sig altså fra Solowmodellerne. Dette manglende fokus kan hovedsageligt synes en empirisk udfordring forstået på den måde, at det i en empirisk undersøgelse kan blive nødvendigt at skelne mellem brutto- eller nettoinvesteringer. Der er dog ikke noget til hinder for, at afskrivning specifikt inkluderes i en kaleckiansk modelbehandling. Dette er for eksempel tilfældet i Skott & Zipperer (2012), der direkte inkluderer afskrivning som en selvstændig variabel i deres beskrivelse af en ligevægt på varemarkedet.⁹⁸

I Solowmodellerne var det også en afgørende modelimplikation, at øget opsparing slog igennem på øget investeringsniveau, og at dette kunne forøge niveauet for kapitalapparat per arbejder. Dette ledte Mankiw et al. (1992) frem til at benytte årlig investeringsandel af BNP (inkl. offentlig andel) som en proxy for sammenligneligt investeringsniveau på tværs af lande. Det er dog afgørende for modellen i Dutt(1984), at en sådan proxy ikke synes brugbar til modeltest. I modellen i Dutt(1984) gælder naturligvis, at et større investeringsniveau vil forøge produktionen. Måles der ved hjælp af investeringsandel, træder dette dog i stedet for f.eks. forbrug, der også bidrager til den aggregerede

⁹⁸ Deres ligning 6, svarende til 6.2.11 plus afskrivning i denne rapport.

efterspørgsel.⁹⁹ Følgelig bør der findes en anden proxy for investeringsniveau i en undersøgelse af modellen i Dutt(1984).

Et andet bemærkelsesværdigt punkt i modellen i Dutt(1984) var, at der ikke specifikt blev taget stilling til betydningen af human kapital. Det bemærkes dog, at der også findes heterodokse modeller, hvis hovedfokus er på betydningen af human kapital. For eksempel opbygges der i Dutt & Veneziani (2011) en model, der eksplicit analyserer betydningen af uddannelse i en heterodoks ramme. Dutt og Veneziani (2011) vil blive benyttet til en diskussion af betydningen af human kapital i afsnit 7.3.

Et andet punkt, hvorpå modellen i Dutt(1984) adskiller sig fra Solowmodellerne, er i dens manglende fokus på at modellere teknologi og teknologioverførsler. Det bemærkes dog, at der findes udvidelser til modellen i Dutt(1984). For eksempel inkluderes teknologi som en separat variabel i Dutt(1990), som bl.a. vil blive benyttet til en diskussion af betydningen af teknologi i afsnit 7.3.

⁹⁹ Det er for eksempel afgørende, at ændrede forbrugstilbøjeligheder kan påvirke væksten.

Hvad er indkomstfordeling og hvordan undersøges den

Brugbarhed af ginikoefficienter

Idet indkomstfordelingen var afgørende for vækst i modelrammen, kan det synes som et godt udgangspunkt for en undersøgelse af den heterodokse modelramme opstillet i Dutt(1984) at diskutere metoder til at undersøge den (funktionelle) indkomstfordeling på tværs af OECD-nationerne. En sådan diskussion vil dog lede frem til en række estimationsmæssige og teoretiske problemstillinger, der skal tages eksplicit stilling til.

Som det første skal der findes et anvendeligt mål for indkomstfordelingen.¹⁰⁰

I mange sammenhænge nævnes den såkaldte gini-koefficient som et anvendeligt mål for indkomstfordelingen. Hvis der gives en grafisk repræsentation med et lands husholdninger¹⁰¹ inddelt i (lige store) intervaller ad førsteaksen og deres andel af nationalindkomsten ad andenaksen, kan gini-koefficienten for et vilkårligt land, i , defineres som (Borjas, 2010):¹⁰²

$$gini_i = \frac{\text{arealet ml. en perfekt Lorenzkurve og den aktuelle Lorenzkurve}}{\text{arealet under den perfekte Lorenzkurve}}$$

Den perfekte Lorenzkurve viser da den situation, hvor alle andele af husstande modtager den samme del af indkomsten. Den aktuelle Lorenzkurve viser den aktuelle indkomstfordeling. Gini-koefficienten kan antage værdier mellem 0 og 1, hvor stigende værdier er ensbetydende med stigende ulighed.

Det kan derfor i første omgang synes relevant at benytte dette mål til en empirisk undersøgelse. Det kunne for eksempel være en mulighed at undersøge en model á la:

$$7.2.2.1 \ln\left(\frac{Y}{L}\right) = a + \beta_1 * \ln(gini) + \varepsilon$$

Hvor den samme dataperiode, de samme lande, dette samme mål for BNP per arbejder og samme estimationsmetode (OLS) som tidligere anvendes.

¹⁰⁰ Generelt kan det diskuteres, hvilke typer kapital indkomst bør indeholde - Barr(2012). Bør et mål for ikke-pekuniær indkomst f.eks. forsøges fundet?

¹⁰¹ Eller f.eks. individer.

¹⁰² For en teknisk definition henvises til Barr(2012).

Af flere forskellige årsager er en sådan estimation dog ikke tilrådelig. For det første kan det tænkes, at der for ligning 7.2.2.1 gælder, at fejleddene ikke er ukorrelerede med den forklarende variable, og at modellen dermed med fordel kan inkludere flere variable.

Desuden er der en generel mangel på fuldt sammenlignelige ginikoefficienter. OECD(2013) har 5-års estimater af ginikoefficienterne, men dog kun for nogle lande. Herimod har UNU-WIDER(2013) bl.a. vurderet kvaliteten af forskellige nationers indkomststudier og hertil hørende giniestimer. Generelt er giniestimerne dog indfangede af forskellige statistikbureauer og med spredte indfangningstidspunkter og kvalitet.

Med til en vurdering af sammenligneligheden af ginikoefficienter bør desuden huskes, at opgørelsesenheden skal være ens. Dette er ofte ikke tilfældet, da studier med husholdninger og med individer benyttes i flæng. Ligesom behandlingen af studerende ikke altid er ens.

Et andet mere teknisk funderet problem med ginikoefficienter består i, at ginikoefficienter ikke kan benyttes til at sammenligne landes (u)lighed, hvis landenes Lorenzkurver skærer hinanden (Barr, 2012). Hvis dette er tilfældet, vil der gælde, at afgørelsen af hvilket land, der er mest (u)lige, vil afhænge af den vægt indkomstgrupper tillægges (Ibid.).

Dette leder bl.a. Barr(2012) til at foreslå afbenyttelse af det såkaldte Atkinsonmål, der tager højde for, at indkomstgrupper bør vægtes. Dette mål er dog generelt set ikke tilgængeligt i statistikbureauers indkomstopgørelser.

Endelig kan der argumenteres for, at estimation af ligning 7.2.2.1 vil indebære, at der forsøges testet en række af modeller med sammenhæng mellem indkomstfordeling og vækst og ikke kun modellen i Dutt(1984).

Rapporten vil derfor fokusere på at finde et andet mål, der kan forklare forskelle i indkomstfordeling over tid for de anvendte OECD-lande.

Brugbarhed af mark-up og 'labor's share of income'

Som det blev erfaret i teorifremstillingen, er det en afgørende forudsætning for modellen i Dutt(1984), at der opereres med ufuldkommen konkurrence, og at kapitalisters markedsmagt sætter dem i stand til at opkræve en mark-up og få en overnormal profit. Det er altså denne dikotomi mellem kapitalister og ikke-kapitalister, der er afgørende for modellens teoretiske forankring og syn på indkomstfordelingen.

I teorifremstillingen blev det yderligere vist, at modellen i Dutt(1984) opererede med en negativ sammenhæng mellem mark-up og en økonomis vækstrate. Det kan derfor synes som en idé til undersøgelse af denne heterodokse teoriramme at finde et landesammenligneligt mål for mark-up.

Det bemærkes dog, at der i praksis findes adskillige måder for firmaer at mark-up-prisfastsætte på. Lavoie (2009, s. 44-53) redegør for eksempel for 3 mark-up-prisfastsættelsesmetoder. I dennes terminologi kaldes disse for mark-up pricing, normal-cost pricing og target-return pricing. Generelt gælder for disse 3 metoder, at:

- Mark-up pricing: Her lægges der en bruttoomkostningsmargin (gross costing margin) oven i de direkte enhedsomkostninger (unit direct cost).
- Normal-cost-pricing: Her lægges en nettoomkostningsmargin (net costing margin) oven i de normale enhedsomkostninger (unit cost). De normale enhedsomkostninger er udregnet ud fra et 'normalt' niveau for produktionen.¹⁰³ De antages desuden at indeholde både direkte og indirekte omkostninger.
- Target-return pricing: Her ønskes firmaerne at nå et fastsat mål for afkast på kapitalapparatet. Nettoomkostningsmarginen, θ , defineres som (Lavoie, 2009, s. 47-48):

$$\theta = r_n v / (u_n - r_n v)$$

Hvor:

- q_n : Defineres ud fra det normale niveau for produktionen som $q_n = u_n q_{fc}$, hvor u_n er: "... *the standard or normal rate of utilization of full capacity, q_{fc}* " (Ibid., s. 47).
- r_n : Er det fastsatte afkastmål.
- V : Er forholdet mellem et firmas kapitalværdi og værdien af dets produktion ved fuld kapacitet.

¹⁰³ Dette kunne være fuld kapacitet, Ibid.. Dette vil dog ikke være i tråd med Dutt(1984).

Det bemærkes altså, at kun mark-up pricing er i tråd med Dutt (1984).¹⁰⁴ Reelt bør en undersøgelse af modellen i Dutt(1984) ved hjælp af fokus på mark-up dog tage højde for forskellige måder at prisfastsætte på. På samme måde bør en opgørelse af mark-up reelt også involvere alle led i produktionskæderne. Dette kan dog være en omfattende opgave.

En måde at komme frem til et mål for mark-up på kan være at benytte de tidligere definerede ligninger i Dutt(1984) og dernæst redegøre for fordele og ulemper herved.

I denne rapportes ligning 6.2.3 blev prisniveauet defineret som:

$$p = (1 + \tau)wa_l$$

Altså blev priserne bestemt som en mark-up oven i lønniveauet. Dermed kan mark-uppen måles som:

$$7.2.2.2 \frac{p}{wa_l} - 1 = \tau$$

Dette vil altså i teorien sige, at hvis der kan findes sammenlignelige mål for prisniveau og lønniveau, vil mark-uppen kunne udregnes og sammenstilles med landenes væksthiveauer.

Ofte benyttes indekser til at udregne priser med. For eksempel benyttes et forbrugerprisindeks ofte til udregninger af inflation. Dette mål er med Froyen(2009, s.5)'s ord:

" a measure of the retail prices of a fixed "market basket" of several thousand goods and services purchased by households"

Generelt lider prisindekser dog under det såkaldte 'Index number problem' (OECD, 2005).

Problemet med disse indekser er, at både prisen og kvaliteten og kvantiteten af goderne i denne markedskurv ændrer sig over tid. Dette kan gøre sammenligninger over tid besværlige til trods for, at diverse statistikbureauer ændrer godesammensætningen. Benyttes der sammenligninger mellem forskellige lande, forstørres dette problem naturligvis. Bl.a. OECD udregner dog såkaldte harmoniserede prisindekser, der forsøger at tage højde for dette.

¹⁰⁴ Her tillægges den såkaldte 'unit prime cost' en mark-up-rate i udregningen af prisniveauet.

På samme måde som priser kan indekseres, kan løn indekseres ud fra lønopgørelser i nationalregnskaber. Det giver dog ikke mening at sammenstille et forhold mellem to indekser. For eksempel giver det ikke mening at have 2005 som indeks 100 for både priser og løn. Dette vil indebære, at mark-uppen ved hjælp af ligning 7.2.2.2 udregnes til 0, til trods for at dette næppe er tilfældet på aggregeret niveau for alle lande.

Dette betyder også, at begge variable bør måles nominelt.

En måde at overkomme dette problem på kan være at benytte sig af denne rapport's ligning 6.2.17. Her blev det defineret, at indkomstfordelingen kunne måles som arbejdskraftens lønandel af et lands nominelle indkomst (labor's share of income), og at denne var negativt forbundet med mark-up-raten som:¹⁰⁵

$$y_w = \frac{wL}{pQ} = \frac{1}{(1 + \tau)}$$

Dette betyder også, at et mål for arbejdskraftens lønandel kan træde i stedet for mark-up. I en estimation af modellen i Dutt(1984) vil der således, alt andet lige, være en interesse i at finde en signifikant sammenhæng mellem arbejdskraftens lønandel og vækst på tværs af landene.¹⁰⁶

Afbenyttelse af arbejdskraftens lønandel vil desuden indebære en række fordele med hensyn til udregning af priser, lønninger og godesammensætninger. Måles der over tid, vil alle disse 3 makrovariable ændre sig. Udregningen af disse vil dog årligt være indberegnet i lønsummen eller det nominelle BNP.

Det er dog ikke problemfrit at benytte arbejdskraftens lønandel til estimation. Blandt andet Krueger (1999) opsummerer problemerne med baggrund i amerikanske data.

Han definerer helt i tråd med Dutt(1984)'s y_w 'labor's share of income' som (Krueger, 1999, s.45):

"labor's share is...to... divide total compensation of workers by national income."

¹⁰⁵ Det kan dog være lettere at regne mark-up som en eksogen størrelse end (diverse mål for) indkomstfordeling. For sammenlignelighed i estimationsmetoder benyttes OLS-estimation dog. Senere introduceres også dynamiske modeller.

¹⁰⁶ For en lukket økonomi huskes på, at en mere lige indkomstfordeling altid ville medføre mere vækst. Åbnes økonomien vil der gælde, at f.eks. priseniveauet kan tænkes påvirket (Det vil dog afhænge af, hvorledes ændringer i indkomstfordeling frembringes). Dette kan for eksempel slå igennem på ændringer i den udenlandske opsparing.

For det første skal det således præcist defineres, hvem en arbejder reelt er, og hvad compensation indebærer. Det er blandt andet et problem, at (Ibid. s.45):

"...it is unclear how the income of proprietors (i.e., owners of unincorporated businesses) should be categorized in the labor-capital dichotomy, because some of the income earned by self-employed workers clearly represents labor income, while some represents a return on investment or... profit."

Med baggrund i Johnson (1954) kan det foreslås at tildele 2/3-dele af indkomsten til løn og resten til kapitalindkomst for de selvstændige. Det bemærkes dog stadig, at generelle strukturelle ændringer på arbejdsmarkedet kan påvirke et lands niveau for arbejdskraftens lønandel. Dette kan f.eks. ske, hvis mange går fra at være selvejende bønder til at være lønmodtagere, som det er sket i en periode efter Anden verdenskrig i USA (Krueger, 1999).

Et andet problem med at måle arbejdskraftens lønandel er, hvordan aflønning af tilbagetrukne arbejdere håndteres (Ibid.). For eksempel kan der være store forskelle i, hvornår arbejdsgiverbidrag til pension ydes, og hvornår det udbetales.

Model med alle lande estimeret ved hjælp af 'labor's share of income' - simpel estimationsmetode:

I afsnit 7.2.1 blev forskellige Solowmodeller estimeret. Der kan derfor være ræson i at benytte sig af de samme estimationsmetoder, dataperiode og stikprøve, men af andre variable til at estimere modellen i Dutt(1984) og dernæst at diskutere resultaterne imod de i afsnit 7.2.1 opnåede. Det vil altså sige, at der først estimeres modeltyper, der bygger på Mankiw et al.(1992)'s fremgangsmåde og dernæst paneldatamodeller. Eller sagt på en anden måde; først estimeres for eksempel modeller, hvor det testes, om det er de OECD-lande, der gennemsnitligt har mest lige indkomstfordeling (labor's share of income er høj), der har mest vækst i 2005. Dernæst estimeres modeller, hvor det testes, hvorledes ændringer i indkomstfordelingen påvirker ændringer i vækst i perioden 1980-2005.

Hvis estimationsmetoderne skal være sammenlignelige med tidligere, kan det være en fordel at lade outputniveauet blive erstattet af output per arbejder og dermed benytte den samme afhængige variabel som i tidligere estimationer. Dette betyder også reelt, at hvert land vil få normaliseret deres outputniveau. I sammenligninger af forskellige lande må dette dog være en nødvendighed, da outputniveauet afhænger af antallet af beskæftigede.

Til at danne den uafhængige variabel kan med fordel benyttes følgende mål fra OECD (2013):

- 'Labour income share (Real ULC)': Her benyttes for hvert land hele økonomien. I bilag 3 kaldes den for 'laborshare'.

Det bemærkes også, at OECD(2013) som Krueger (1999) redegør for de problemer, der kan være med behandlingen af selvstændige:

"The adjustment for the self-employed assumes that labour compensation per hour or per person is equivalent for the self employed and employees of businesses and this assumption may be more or less valid across different countries and economic activities thus affecting the comparability of unit labour cost level data."

Estimeres alligevel en model, der følger estimationsmetoden i Mankiw et al. (1992), men med arbejdskraftens lønandel som uafhængig variabel, fås følgende estimater:¹⁰⁷

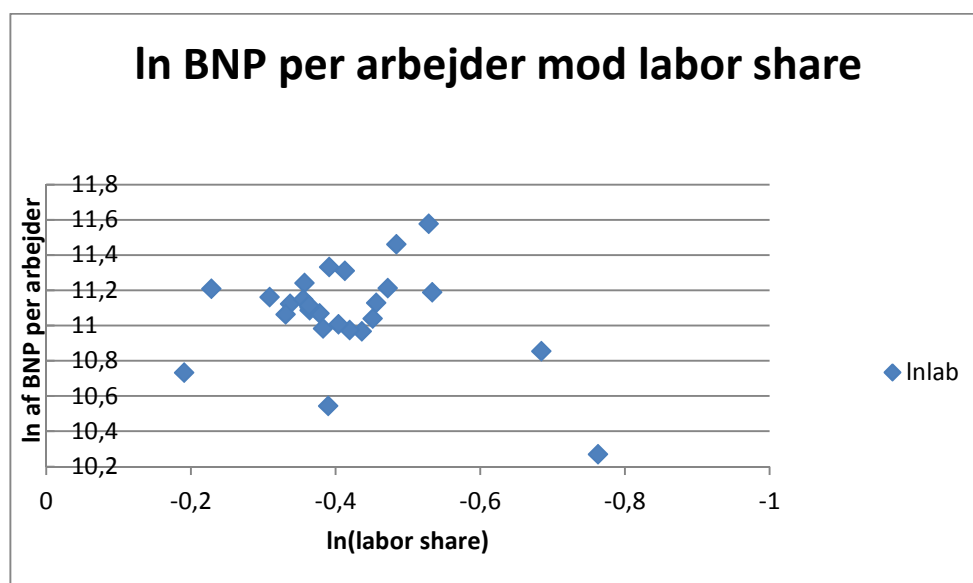
Tabel 7.2.2.1.1	
Afhængig variabel: ln BNP per arbejdsdygtig person i 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	11,31* (0,19)
<i>ln(lab)</i>	0,56 (0,44)
<i>R</i> ²	0,07
<i>R</i> ²	0,03
p-værdi samlet signifikans	0,21

Det bemærkes, at retningen på parameteren til 'labor's share of income' umiddelbart indebærer en positiv elasticitetssammenhæng mellem indkomstfordeling og vækst på tværs af landene. Parameteren er dog ikke individuelt signifikant. Dermed er modellen heller ikke signifikant. Som før afhænger estimationen dog af overholdelse af OLS-antagelserne.

¹⁰⁷ 'lnlab' benyttes i SAS til at angive den naturlige logaritme til gennemsnittet af hvert lands arbejdskrafts lønandel i perioden 1980-2005.

Tabel 7.2.2.1.1	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,00;0,00;0,00
p-værdi BP-test	0,06
p-værdi JB-test	0,35

Ovenstående tabel kunne tyde på, at MLR.1 ikke er overholdt.



I den udførte estimation er det dog bemærkelsesværdigt, at der for OECD-lande med et relativt lavt BNP per arbejder er en tendens til, at arbejdskraftens lønandel er mere spredt.¹⁰⁸ Dette påvirker naturligvis også muligheden for at få en signifikant korrelation og en model, der ikke er mis-specificeret.¹⁰⁹ Igen kan det dog ikke tilrådes at fjerne disse lande, idet det vil betyde estimation på baggrund af en mindre stikprøve, og fjernelse af disse lande vil indebære, at den heterodokse model kun valideres for en selvudvalgt og mindre gruppe af OECD-lande.

¹⁰⁸ For de 4 lande med lavest BNP per arbejder spredt mellem knap 50 % og godt og vel 80 % af BNP i gennemsnit i perioden.

¹⁰⁹ Spredningen vil medføre en risiko for større varians og dermed påvirke diverse teststørrelser.

Modeller estimeret ved hjælp af paneldatametode:

Som i estimationen af den neoklassiske model gælder der stadig, som ovenstående figur viser, at der er en stor spredning i de forskellige landes niveau for BNP per arbejder. Som tidligere er det dog tænkeligt, at kortidsfænomener såsom konjunkturer er afgørende herfor, når der benyttes et enkelt år for den afhængige variabel.

Dette betyder også, at der kan være en idé i at teste via en paneldatamodel. Benyttes samme fremgangsmåde som tidligere, og benyttes den relative ændring i arbejdskraftens lønandel mellem 1980 og 2005, fås følgende estimator:¹¹⁰

Tabel 7.2.2.2.1	
Afhængig variabel: Relativ ændringer i BNP per arbejdsdygtig ml. 1980 og 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	0,40* (0,12)
<i>Relativ ændring i arbejdskraftens lønandel mellem 1980 og 2005</i>	-1,05 (0,77)
R^2	0,07
$\bar{R}^2$	0,03
p-værdi samlet signifikans	0,19

Der fås nu en retning på parameteren, der er negativ. Parameteren er dog ikke individuelt signifikant. Dermed er modellen heller ikke signifikant. Som før afhænger estimationen dog af overholdelse af OLS-antagelserne.

¹¹⁰ Der kan argumenteres for, at modellen måske bør indeholde lags - hvor mange kan dog være svært at begrunde både empirisk og især teoretisk. Derfor vælges en simpel model.

Tabel 7.2.2.2.2	
Observationer:	26
p-værdi RESET-test	0,32;0,50;0,65
p-værdi BP-test	0,34
p-værdi JB-test	0,00

Ovenstående tabel kunne indikere, at MLR.6 ikke er opfyldt.

Det er også påfaldende, at der opnås en signifikant korrelation mellem ændringen i arbejdskraftens lønandel og ændringen i BNP per arbejder, hvis de tidligere mål for investeringer i sekundær og i tertiær uddannelse inkluderes som selvstændige variable. Dette kan ses af nedenstående tabel:

Tabel 7.2.2.3.1	
Afhængig variabel: Relativ ændringer i BNP per arbejdsdygtig ml. 1980 og 2005	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	0,05 (0,13)
<i>Relativ ændring i arbejdskraftens lønandel mellem 1980 og 2005</i>	-1,37* (0,60)
<i>Relativ ændring i s_h mellem 1980 og 2005</i>	-1,22* (0,41)
<i>Relativ ændring i tert mellem 1980 og 2005</i>	0,17* (0,06)
R^2	0,49
$\bar{R}^2$	0,42
p-værdi samlet signifikans	0,00

Ved at inkludere sekundær og tertiær uddannelse fås nu umiddelbart en signifikant korrelation mellem ændringer i arbejdskraftens lønandel og ændringen i BNP per arbejder. Overholdelse af OLS-antagelserne bør dog testes først.

Tabel 7.2.2.3.2	
Observationer:	26
VIF - teststørrelser	1,02;1,01;1,01
p-værdi BP-test	0,01
p-værdi JB-test	0,26

Den lave p-værdi for BP-testen kunne indikere manglende overholdelse af MLR.5. Benyttes white-fejllad til at justere for dette, fås følgende standardfejl hhv. p-værdier for individuelle t-tests:

<i>Relativ ændring i arbejdskraftens lønandel mellem 1980 og 2005</i>	(0,62); 0,0391
<i>Relativ ændring i s_h mellem 1980 og 2005</i>	(0,53); 0,0310
<i>Relativ ændring i tert mellem 1980 og 2005</i>	(0,08); 0,0343

Selv ved brug af White-fejllad er alle parametre individuelt signifikante på et 5 % signifikansniveau. Det bemærkes også, at der er samme korrelationsretning mellem både ændringer i investeringer i sekundær uddannelse og ændringer i BNP per arbejdsdygtig, og mellem ændringer i investeringer i tertiær uddannelse og ændringer i BNP per arbejdsdygtig som i tabel 7.2.1.9.1. Desuden ændrer størrelserne af disse korrelationer sig ikke markant mellem de to tabeller, omend der nu fås en signifikant sammenhæng mellem ændringer i investeringer i tertiær uddannelse og ændringer i BNP per arbejdsdygtig.

Det faktum, at der fås en negativ sammenhæng mellem ændringer i arbejdskraftens lønandel og ændringer i BNP per arbejder, er dermed ikke umiddelbart befordrende for en validering af modellen i Dutt(1984). At inkludering af dette mål for indkomstfordeling ikke ændrer på sammen-

hængen mellem ændringer i human kapital og ændringer i BNP per arbejder kan illustrere betydningen af, at vækstmodeller inkluderer human kapital. At der er en lille forskel mellem størrelsen af estimerne i tabel 7.2.1.9.1 og 7.2.2.3.1, og at model 7.2.2.3.1 har en større forklaringsgrad kunne dog indikere, at ændringer i mængden af human kapital ikke udtømmende redegør for ændringer i vækst.

Betydningen af investeringsfunktionen i Dutt (1984):

I afsnit 6.2 blev der redegjort for, at modellen i Dutt(1984) antog, at kapitalisters investeringsbeslutning blev bestemt som:

$$\frac{I}{K} = a + br + \frac{ca_k Q}{K}, a, b, c > 0$$

Hvor a markerede 'animal spirits', r markerede profit og $a_k Q/K$ markerede udnyttelse af kapitalapparatet. Idet alle parametrene a , b og c er positive, antages der altså positive sammenhænge mellem størrelserne af disse 3 makro størrelser og af investeringsmængden.

Denne investeringsfunktions udformning var desuden af direkte betydning for den ovenfor modelerede sammenhæng mellem indkomstfordeling og vækstrate, idet vækstraten g blev målt som nye investeringer.

Det er dog bemærkelsesværdigt, at der selv inden for den heterodokse tradition findes adskillige kilder, der sår tvivl om denne investeringsfunktions berettigelse. Kritikken omhandler især, i hvilket omfang profit eller profitandel påvirker investeringer, i hvilket omfang arbejdsmarkedet bør tilføjes som en variabel til investeringsfunktionen, og hvorledes ændringer i kapacitetsudnyttelse påvirker investeringsbeslutninger.

Forskellen mellem at måle ved hjælp af profit eller profitandel

I fremstillingen af modellen i Dutt(1984) var det afgørende, at ændringer i indkomstfordelingen kunne påvirke kapitalisters investeringsbeslutninger. Det var for eksempel gældende for modellen, når parameteren c ovenfor var positiv, at en forværring af indkomstfordelingen (for eksempel via øget mark-up) ville føre til lavere produktion, beskæftigelse, investeringsniveau og profit.

Hvis profitandelen holdes fast og defineres som en mark-up oven i marginale omkostninger (unit labor cost), kan det ved at benytte antagelserne i Dutt(1984) ved hjælp af Skott (2012) vises, at forøgelser af kapitalisternes profitandel ikke er befordrende for vækst:

$$7.2.2.3 \quad \frac{\delta u^*}{\delta \bar{\pi}} < 0$$

$$7.2.2.4 \quad \frac{\delta g^*}{\delta \bar{\pi}} < 0$$

Her benyttes stjerner til at angive ligevægtsniveauer, der følger af, at det antages, at I/K svarer til S/K . Stregen over π , angiver at profitandelen er fast, som i Dutt(1984). Det erfares altså, at forøgelser af profitandelen vil være hæmmende for ligevægtsniveauet for både kapacitetsudnyttelse og vækst. Dette leder Skott(2012, s.114) frem til at konkludere, at:

"...the economy is both 'stagnationist'... [ligning 7.2.2.3 i denne rapport, THJ] and 'wage led' [ligning 7.2.2.4 i denne rapport, THJ]..."

Benyttes derimod profitandelen i stedet for profit i specificeringen af investeringsfunktionen, og udledes investeringsfunktionen hhv. opsparingsfunktionen som:¹¹¹

$$7.2.2.5 \quad \frac{I}{K} = a + b\pi + cz$$

$$7.2.2.6 \quad \frac{S}{K} = s\pi z$$

kan det vises, at (Stockhammer, 1999):

$$7.2.2.7 \quad \frac{\delta g}{\delta \pi} = b + c \frac{\delta z}{\delta \pi} = b + c \left(\frac{-bc - sa}{(s\pi - c)^2} \right)$$

Det bemærkes, at den partielle afledte $\frac{\delta z}{\delta \pi}$ er negativ som før. Det er dog ikke umiddelbart muligt at udtale sig om retningen på $\frac{\delta g}{\delta \pi}$ (Ibid.).

Det bemærkes, at vækstpåvirkningen afhænger af, om påvirkningen fra ændringer i udnyttelse af kapitalapparatet på investeringsniveauet er større eller mindre end påvirkningen af ændringer i profitandelen på investeringer.

Denne rapport vil ikke umiddelbart dykke længere ned i, i hvilket omfang investeringsbeslutninger for de udvalgte OECD-lande i perioden påvirkes af profitraten, profitandelen eller begge. Det kan dog ikke afvises, hvis der midlertidig ses bort fra modellens andre forsimplinger, at der findes en dominerende profitandelseffekt på investeringer på tværs af landene.

¹¹¹ Stockhammer(1999). z erstatter $\frac{a_k Q}{K}$ i ligning 6.2.6, og π erstatter r . Modeller med profitandel er for eksempel foreslået af Marglin og Bhaduri (1990). Det bemærkes, at ligning 7.2.2.6 er kompatibel med Dutt(1984). Dette er vist i bilag I.

Betydningen af at inkludere et arbejdsmarked

I teorifremstillingen i afsnit 6.2 blev der opstillet en model, der opererede med en økonomi, der havde et betydeligt reservoir af arbejdskraft. Desuden blev det antaget, at arbejdskraftsudbuddet var perfekt elastisk, således at arbejdskraftsefterspørgslen var bestemmende for beskæftigelsen, og lønniveauet dermed blev holdt fast.

Rimeligheden i at benytte en model, der ikke direkte tager højde for arbejdskraftsudbuddets påvirkning på vækst betvivles dog fra flere sider. For eksempel redegør Skott og Zipperer(2012, s. 278) for:

*” Post-Keynesian models often leave out... labor constraints on the rate of growth. This can be appropriate for dual economies with significant amounts of hidden or open unemployment, but our empirical evidence relates to the US economy, and the theoretical analysis therefore focuses on labor-constrained models.”*¹¹²

Det kan derfor være relevant både for USA og andre OECD-lande, der ikke har et ubegrænset reservoir af arbejdskraft at inkludere et selvstændigt parameter, der angiver begrænsninger på arbejdsudbuddet. Dette gøres bl.a. i Skott og Zipperer (2012). Følgelig er hovedresultaterne derfra angivet.¹¹³

Resultater fra Skott og Zipperer (2012):

Til at undersøge betydningen af inkludering af arbejdsmarkedet benyttes amerikanske beskæftigelsesrater målt som 1 minus sæsonjusterede arbejdsledeshedsrater (Zipperer og Skott, 2011).

Det bemærkes i denne forbindelse, at (Skott og Zipperer, 2012, s.279):

“The US, Japanese, and most European economies are now mature... and the unemployment rate has become an important indicator. These economies may not have full employment, but the long-run growth rate is constrained by the growth rate of the labor force, and the growth rate of the labor force is not perfectly elastic.”

¹¹² Det bemærkes, at USA benyttes til empiriske test af en række forskellige postkeynesianske modeller i Skott og Zipperer(2012), bl.a. fordi postkeynesianske modeller ofte opererer med lukkede økonomier uden en offentlig sektor, og det vurderes, at USA i høj grad opfylder disse antagelser.

¹¹³ Zipperer og Skott(2011) er et empirisk partnerstykke til denne.

Til at undersøge den kaleckianske model benyttes følgende investeringsfunktion (Ibid.):¹¹⁴

$$7.2.2.6 \frac{I}{K} = a_0 + a_1 u + a_2 \pi - a_3 e$$

Hvor e måler beskæftigelsesraten. Desuden måles ved hjælp af profitandel, og det antages, at a_3 i sig selv er positiv. Yderligere kan opstilles en dynamisk udgave af denne kaleckianske model, hvor følgende sammenhænge antages (Ibid.):

$$7.2.2.7 g^d = f(u, \pi, e); \quad 0 \leq f_u < s\pi, 0 \leq f_\pi, f_e < 0$$

$$7.2.2.8 \dot{g} = \lambda(g^d - g)$$

Det antages her, at der kan være en forskel mellem den ønskede akkumulationsrate, g^d , og den aktuelle, g . Ligning 7.2.2.8 benyttes til at angive tilpasningsprocessen. Yderligere antages det, at den ønskede akkumulationsrate påvirkes positivt af ændringer i kapacitetsudnyttelsen og profitandelen, og negativt af ændringer i beskæftigelsesraten. Det sidste kan for eksempel hænge sammen med, at det kan være svært/bekosteligt at udvide kapitalapparatet, jo tættere en økonomi er på sit niveau for fuld beskæftigelse.

Ved at benytte at $L=Y$ per antagelse, kan beskæftigelsesraten desuden defineres som (Ibid.):

$$7.2.2.9 e = \frac{L}{N} = \frac{Y}{N} = \frac{Y K}{K N} = uk$$

Hvor k er K/N . De sidste to ligninger, der benyttes til at udtale sig om den kaleckianske dynamik, er (Ibid.):¹¹⁵

$$7.2.2.10 u = \frac{g + \delta}{s\pi}$$

$$7.2.2.11 \hat{k} = \frac{\dot{k}}{k} = g - n$$

¹¹⁴ De opstiller side 280-282 en generel ramme til at undersøge en kaleckiansk inspireret model samt 2 andre heterodokse modeller. Der opereres bl.a. med en Leontief-produktionsfunktion, ligevægt på varemarkedet, at $L=Y$, og at akkumulationsraten, g , svarer til vækstraten for arbejdsstyrken, n .

¹¹⁵ Begge disse ligninger følger af de generelle antagelser gjort tidligere i papiret.

Benyttes disse ligninger kan følgende todimensionelle system af differentialligninger opstilles (Ibid.):¹¹⁶

$$7.2.2.12 \dot{g} = \lambda \left(f \left(\frac{g + \delta}{s\bar{\pi}}, \bar{\pi}, \frac{g + \delta}{s\bar{\pi}} k \right) - g \right)$$

$$7.2.2.13 \dot{k} = k(g - n)$$

Jævnfør Skott og Zipperer (2012) vil dette system have et unikt stationært punkt. Dette punkt er desuden lokalt stabilt (der fås altså konvergens mod punktet), og følgende Jacobianmatrice fås:¹¹⁷

$$7.2.2.14 J(g, k) = \begin{pmatrix} \lambda(f_u \frac{1}{s\bar{\pi}} + f_e \frac{k}{s\bar{\pi}} - 1) & \lambda f_e \frac{n + \delta}{s\bar{\pi}} \\ k & 0 \end{pmatrix}$$

Ved at benytte denne rapport's ligning 7.2.2.9 og 7.2.2.10 kan det desuden vises, at denne model skaber (Skott og Zipperer, 2012, s.285):

”... a clockwise pattern in the e, u plane.”

I et todimensionelt rum med e og u ad akserne, kan dette ses som cirkelbevægelser med uret. Dette ønskede mønster kan de desuden empirisk genfinde for den amerikanske økonomi i perioden 1948-2008 (Zipperer og Skott, 2011). Yderligere kan de genfinde sammenhænge på kort sigt mellem beskæftigelsesrater og profitandel og mellem kapacitetsudnyttelse og profitandel, også på kort sigt.¹¹⁸ Disse observationer understøtter blot Peter Skotts og Ben Zipperers fokus på nødvendigheden af at inkludere et arbejdsmarked, når fokus rettes på kapitalistiske økonomier. Det betyder for eksempel i denne sammenhæng, at beskæftigelse og kapacitetsudnyttelse er tæt forbundne i den amerikanske økonomi. Alligevel vil deres specifikke konklusioner naturligvis både være begrænset af deres empiriske valg og estimationsmetoder.

¹¹⁶ Udledes ved hhv. at benytte ligning 7.2.2.9 og sætte ligning 7.2.2.10 og 7.2.2.7 ind i ligning 7.2.2.8 hhv. gange k over i ligning 7.2.2.11. Der er tidligere i Skott og Zipperer (2012) antaget en fast profitandel med baggrund i fast mark-up og anvendelsen af en Leontief-produktionsfunktion.

¹¹⁷ Udledninger af Jacobianmatricer vises for eksempel i Andersen et al. (1969). Der fås en positiv determinant svarende til $-k(\lambda f_e \frac{n+\delta}{s\bar{\pi}})$ og et negativ trace svarende til $\lambda f(f_u \frac{1}{s\bar{\pi}} + f_e \frac{k}{s\bar{\pi}} - 1)$. Et negativt trace og en positiv determinant er en tilstrækkelig betingelse for lokal asymptotisk stabilitet.

¹¹⁸ Også cirkelbevægelser med uret. De benytter sig af formuleringen 'strong evidence' (Zipperer og Skott, 2011, s.56). For en grafisk repræsentation henvises til deres figur 7 og fremefter. Det bemærkes, at de 'detrender' deres figurer - altså inddeler i mindre cykler, hvor periodens længde og svingningernes amplitude dog kan variere.

Det bemærkes, at de i deres empiriske analyse benytter sig af kvartale data for profitandelen. Generelt benyttes følgende mål (Ibid.):

$$\pi = \frac{(\text{net surplus} + \text{production taxes})}{(\text{net surplus} + \text{production taxes} + \text{compensation})}$$

Det er altså profitten i forhold til profitten plus kompensation af ansatte (når der tages højde for produktionsskatter). Det bemærkes dog, at 'operating surplus' i forbindelse med et nationalregnskab adskiller sig en smule fra profit, idet ikke alle omkostninger trækkes fra bruttooutput, når brutto 'operating surplus' udregnes (Eurostat, 2013). Det bemærkes her, at netto 'operating surplus' udregnes ved at tage højde for forbruget af fast kapital (afskrivning) (Ibid.).

Til at udregne udnyttelsesgrader benytter Zipperer og Skott (2011) et kapacitetsindeks målt månedligt, men omregnet til kvartalsgennemsnit. Som de rigtigt redegør for, er det dog et problem, at der er databrud i udregningen af disse kapacitetsudnyttelsesgrader i forbindelse med et skift i industriklassifikationssystemer. Dette vil naturligvis have betydning for de estimerede modellens validitet.¹¹⁹

Det kunne være interessant at forsøge enten at efterprøve disse metoder for de 26 OECD-lande fra tidligere eller at estimere investeringsfunktioner med de metoder, der er benyttet i tabel 7.2.1.1.1 til 7.2.2.3.1.

Generelt gælder der, at OECD's *National Account Statistics* kan benyttes til at finde både brutto- og nettokapitalakkumulationsraten uden de store datamæssige problemer på både årligt og kvartalvist niveau. Her kan også findes virksomheders værditilvækst som et mål for profit.

Tilsvarende kan *OECD. Stat* benyttes til at finde sammenlignelige beskæftigelsesrater. Der er dog visse problemer med at finde sammenlignelige kapacitetsudnyttelsesrater, omend OECD opgør visse landes udnyttelsesgrader i de såkaldte *business tendency surveys*, der bygger på spørgeskemaundersøgelser.¹²⁰

¹¹⁹ Shapiro(1989) diskuterer den amerikanske opgørelse af kapacitetsudnyttelse bl.a. udført af FED.

¹²⁰ OECD(2003b). Et kig på OECD ilibrary viser generelt stor variation i, i hvilket omfang kapacitetsudnyttelsesgrader opgøres for de forskellige OECD-lande.

Det bør endelig bemærkes, at det næppe kan tilrådes at benytte sig af årlige data til at undersøge investeringsfunktionen, da mængden af investeringer ofte er ganske volatil (Kalecki, 1933; Keynes, 1936). Dette indfanges bedre ved hjælp af data indfanget med en større frekvens som i Zipperer og Skott (2011).

Sammenhængen mellem ændringer i kapacitetsudnyttelse og i investeringer

I behandlingen af investeringsfunktionen blev der opereret med en positiv sammenhæng mellem udnyttelse af kapitalapparatet og investeringsmængden. Desuden blev det antaget, at firmaerne opererede med overskudskapacitet for at kunne imødekomme stigende, og til tider uforudset, efterspørgsel. Disse to forhold er generelle træk i en række kaleckianske modeller.¹²¹

I Stockhammer (1999) opsummeres de forskellige årsager til, at firmaerne skulle ønske at operere med overskudskapacitet, ligesom der argumenteres for, at antagelsen om fuld kapacitetsudnyttelse ikke behøver være berettiget (Ibid. s.15):

”... in an economy dominated by monopolistic competition.”

Desuden vil (Ibid. s.15):

“Oligopolists certainly have the power to maintain idle capacity, since they are price setters.”

Af årsager til at firmaerne så skulle have behov for at have overskudskapacitet kan nævnes (Ibid.):

- Usikkerhed: Altså behovet for at kunne servicere øget og ofte uforudset efterspørgsel.
- Afskrækkelse: For at kunne afskrække andre firmaer fra at gå ind i deres branche.
- Tekniske årsager: Enten grundet problemer med at få maskiner til at tilpasse sig produktionen eller for at undgå for store afskrivninger.
- Irreversibilitet: Mange investeringsprojekter kan være umulige at gøre om, og det kan være dyrt at fjerne ledig kapacitet.

I Skott(2012) rettes der dog et angreb mod validiteten af investeringsfunktionen. Kritikken går ikke på det rimelige i at antage overskudskapacitet, men på hvordan investeringsniveauet afhænger af kapacitetsudnyttelsen.

¹²¹ For eksempel også i Lavoie(1992) som denne skribent har beskæftiget sig med i bachelorprojektet. Modellen beskæftiger sig dog med det korte sigt, idet størrelsen på kapitalapparatet ses som uændret.

Især kritiseres modeller, der opererer med langsigtet stabilitet (altså $I/K=S/K$ som i Dutt(1984)) og antager adaptive tilpasninger mellem firmaers aktuelle kapacitetsudnyttelsesgrad, u , og deres ønskede udnyttelsesgrad, u^d .¹²²

Skott (2012) opstiller og kritiserer en adaptiv model, men ser som en forsimpning bort fra påvirkningen af profit eller profitandel på investeringer. For eksempel kan det antages, at der gælder følgende:

$$7.2.2.15 \quad \frac{I}{K} = \alpha + \beta u = \rho + \beta(u - u^d)$$

$$7.2.2.16 \quad \dot{u}^d = \mu(u - u^d)$$

$$7.2.2.17 \quad \dot{\rho} = \nu \left(\frac{I}{K} - \rho \right)$$

Det vil altså sige, at der er en tilpasningsproces mellem aktuelle og ønskede udnyttelsesgrader og mellem akkumulationsraten og ρ .¹²³

Som redgjort for i Skott(2012) på baggrund af Lavoie et al. (2004, s.133) kan et argument for en sådan tilpasningsproces for eksempel være:

“Firms hold on to excess capacities to face an uncertain future... Firms fear losing customers if they are unable to respond quickly to changes in demand and in the composition of demand. The existence of excess capacity is thus linked to uncertain macroeconomic conditions. The rate of capacity utilization is increased by bringing into use plants that were previously idle. The normal rate of capacity utilization, in that context, is thus a convention, which may be influenced by historical experience or strategic considerations related to entry deterrence. Although firms may consider the normal rate of capacity utilization as a target, macroeconomic effective demand effects might hinder firms from achieving this target, unless the normal rate is itself a moving target influenced by its past values.”

¹²² Det vil vise sig, at selv om der ikke antages af være forskel på de to over tid (hvilket Skott(2012) argumenterer for), kan selv en simpel model som den i Dutt(1984) kritiseres fra et empirisk synspunkt.

¹²³ Som vist i bilaget fås der dermed: $\rho = \frac{\nu\beta}{\mu} u^d + \alpha$. Her er α en vilkårlig integrationskonstant.

Dette sidste argument kaldes i Skotts (2010, 2012) terminologi for instabilitetsargumentet. Skott(2010, 2012) diskuterer bl.a. tankegangen bag denne adaptive model.¹²⁴ Det er for eksempel muligt at forestille sig en situation, hvor kapacitetsudnyttelsen er på det ønskede niveau, men en økonomi bliver udsat for et positivt efterspørgselschok, der får kapacitetsudnyttelsen til at ligge over det ønskede, svarende til en mangel på kapacitet. Dette ville umiddelbart få firmaerne til at ønske at investere mere, men grundet medfølgende multiplikatoreffekter vil uligevægten blot blive forværret. Således vil stabilitet kræve, at firmaerne reducerer deres kapitalakkumulation som svar på kapacitetsmangel (Skott, 2010). Hvilket naturligvis er utænkeligt.

Samlet set forkaster Skott(2010, 2012) rimeligheden i denne adaptive model (Skott, 2012, s.123):¹²⁵

” A firm controls its own investment and is under no obligation to keep investing if it finds itself with unwanted excess capacity... Nor is there any reason why a ... demand shock ... should make the firm think that the optimal degree of excess capacity has changed permanently.”

At den optimale mængde overskudskapacitet skulle ændre sig permanent ved et efterspørgselschok følger ellers af modellen, når den keynesianske stabilitetsbetingelse antages (Ibid.).

Det er ligeledes bemærkelsesværdigt, at hvis der benyttes stabile udgaver af denne rapports ligning 7.2.2.16 og 7.2.2.17 fås resultater, som er (Ibid. s.126):

”... qualitatively identical to the ones for the simple Kaleckian model.”

Der fås altså ikke disse langsigtede systematiske forskelle i ønskede og aktuelle rater. Desuden vil følgende fire ligninger opretholdes (Ibid.):

$$7.2.2.18 \quad u^d = u$$

$$7.2.2.19 \quad g = \rho$$

$$7.2.2.20 \quad s(\bar{\pi})\sigma u = \frac{S}{K}$$

$$7.2.2.21 \quad \frac{I}{K} = \rho + \beta(u - u^d) = \rho + \beta(0) = a + \frac{\beta v}{\mu} u = a + bu$$

¹²⁴ Her er dog kun den mest centrale pointe udvalgt.

¹²⁵ I bilag 1 er vist en formalisering af instabilitet af tilpasningsprocessen som i Lavoie et al. (2004).

De to øverste ligninger følger af, at stationaritet fordrer, at de respektive differentialligninger 7.2.2.16 og 7.2.2.17 er 0. Ligning 7.2.2.20 er udledt tidligere i Skott(2012). Det huskes, at stabilitet i keynesiansk forstand indebærer, at $S/K=sr$.¹²⁶ Til udledning af ligning 7.2.2.21 benyttes ρ defineret tidligere.

Med baggrund i ovenstående 4 ligninger kritiserer Skott(2012) dernæst kaleckianske modeller fra et empirisk synspunkt. Hertil benyttes værdier så $s(\pi)\sigma = 0,12$, med baggrund i, at det antages, at $s(\pi)$ vil ligge mellem 0,15 og 0,30 og σ mellem 1 og 3. b sættes til 0,08 og a til 0,03.

Det er vigtigt at bide mærke i, at opretholdelse af den keynesianske stabilitetsbetingelse er en forudsætning i modeller som Dutt(1984). Dette fordrer opretholdelse af ligning 6.2.15 og 6.2.16, eller som Dutt(1984, s.30) formulerer det:

“...that the responsiveness of saving to the decision variable should exceed the responsiveness of investment...”

Det vil for eksempel kunne tolkes som, at hældningen på en investeringskurve i et u, g -diagram er mindre end hældningen på opsparingskurven. Samtidig skærer investeringskurven andenaksen i et punkt større end 0 (ligning 6.2.15). Det er altså et krav, at b er mindre end $s(\pi)\sigma$. a kan dermed bedst ses som et kalibreringsparameter, der sikrer rimelige størrelser for kapacitetsudnyttelse, og ved at benytte at ligning 7.2.2.20 og 7.2.2.21 skal være ens, kan udnyttelsesraten desuden udledes som:

$$7.2.2.22 \quad u^* = \frac{a}{(s(\pi)\sigma - b)}$$

¹²⁶ σ er 'technical output-capital ratio' (Skott, 2012). Denne kan ses som forholdet: Y^F/K , hvor Y^F angiver produktion ved fuld kapacitetsudnyttelse (Ryoo, 2009). I bilaget gives bevis for overensstemmelse af ligning 7.2.2.20 med Dutt(1984).

Med disse størrelser vil der for eksempel gælde, hvis $s(\pi)\sigma$ falder fra 0,12 til 0,11, at (Skott, 2012, s.127):

*"... the growth rate increases by 2 percentage points while the utilization rate jumps from 75 per cent to 100 per cent. This strong sensitivity of utilization to variations in parameters is an intrinsic property of the Kaleckian model. For any reasonable specification of the saving function, the Kaleckian stability condition puts a very low ceiling on the maximum value of b ... Shocks to the saving function therefore give rise to fluctuations in utilization rates that are at least about 10 times larger than those in accumulation."*¹²⁷

Det bemærkes dog, at det oven for nævnte tal på 10 naturligvis vil afhænge af specifikationerne af bl.a. a og b . Alligevel vil det være mærkeligt, hvis selv små ændringer i f.eks. opsparing kan føre til betydeligt større ændringer i udnyttelsesgrad end i akkumulation.

Tilsvarende vil ændringer i a , afhængig af andre specifikationer, indebære (Ibid. s.127):

"... movements along the saving function and (given the stability condition) the ratio of variations in utilization to variations in the growth rate is slightly larger, but still unlikely to be much below 10."

Benyttes figurer fra Skott(2012) for amerikansk fremstillingsvirksomhed og en række efterspørgselsvolatile brancher (tekstiler og jern og stål),¹²⁸ vil det med rimelighed, som også Skott(2012) konkluderer, kunne ses, at variationer i kapacitetsudnyttelse findes på kort sigt, men er begrænsede på længere sigt.¹²⁹ Dette til trods for, at den samlede produktion også varierer i hele perioden.¹³⁰

Dette leder Skott(2012, s.127) frem til at konkludere:

"In order for the Kaleckian model to generate long-run variations in u that are of the same order or magnitude or smaller than those in accumulation, one would need a strong positive correlation between the shocks to investment and saving... To my knowledge no reasons have been offered for this kind of positive correlation between the shocks..."

¹²⁷ Den nye udnyttelsesrate på 100 % følger af 7.2.2.22, og væksten på 2 % - point følger af 7.2.2.21, som en forskel mellem 100 % og 75 % i kapacitetsudnyttelse.

¹²⁸ Disse er vedlagt i bilag 2.

¹²⁹ Figurerne b, d og f.

¹³⁰ 'Industrial capacity', som vises på figurerne a, c og e, er et indeksmål for produktionen. Dette opgøres i USA af Federal Reserve. At firmaerne skulle have lyst til at investere, hvis de har en meget lav kapacitetsudnyttelse virker heller ikke videre realistisk.

Opsummering af kritik af den kaleckianske investeringsfunktion

Rimeligheden i den kaleckianske investeringsfunktion er blevet kritiseret i det foregående. For det første er det blevet vist, at det er afgørende for væksten, om investeringsfunktionen opererer med profit eller profitandel som investeringsigangsættende. For det andet er der blevet argumenteret for det rimelige i at inkludere et arbejdsmarked, når industrialiserede lande analyseres. Endelig er den empiriske rimelighed af sammenhængen mellem ændringer i kapacitetsudnyttelse og investeringsniveau, som følger af opretholdelse af den keynesianske stabilitetsbetingelse på lang sigt, blevet betvivlet.

7.3 Modellernes realisme

I det følgende vil de to anvendte teorier blive undersøgt for deres grad af realisme. Der vil blive lagt vægt på at illustrere, hvor anvendelige modellernes antagelser er i forhold til den oven for gennemførte analyse. Realismen i modellernes antagelser omkring konkurrencesituationen, kapacitetsudnyttelse, forbrugstilbøjeligheder, faktorsubstitution og godehåndtering, teknologi og human kapital vil blive diskuteret.

Konkurrencesituation

Det er bemærkelsesværdigt, at den neoklassiske model opererede med fuldkommen konkurrence, hvorimod Dutt's heterodokse model, i tråd med kaleckianske antagelser, opererede med ufuldkommen konkurrence i form af oligopolistisk konkurrence. Der gælder i en situation med fuldkommen konkurrence, at (Khan, 2008):

"An allocation of resources generated under perfect competition is an allocation of resources generated by the pursuit of individual self-interest and one which is insensitive to the actions of any single agent. Self-interest is formalized as the maximization of profits over production sets by producers and the maximization of preferences over budget sets by consumers, both sets of actions being taken at a price system which cannot be manipulated by any single agent, producer or consumer."

Det blev i gennemgangen af modellerne erfaret, at den heterodokse model netop opererede med virksomheders mulighed for at influere på prismekanismen via deres markedsmagt; en mulighed der ikke var til stede i Solowmodellen, hvor produktionsfaktorerne blev betalt værdien af deres marginale produkt. Modellen i Dutt(1984) er oprindeligt bygget op over den indiske økonomi anno ca. 1984. Det er ikke utænkeligt, at Indien i højere grad end OECD-lande er præget af markeder og brancher med ufuldkommen konkurrence. Alligevel findes disse også i OECD-lande.¹³¹

På den måde kunne en mere realistisk undersøgelse af vækst i OECD-lande med fordel inkludere en nærmere undersøgelse af de forskellige landes konkurrenceforhold og den medfølgende betydning for vækstniveauer.¹³²

¹³¹ Af mulige årsager kan for eksempel nævnes transaktionsomkostninger, informationsmangler, markeder/brancher med store etablerings- el. faste omkostninger, eller (stats)'tildelte' monopoler.

¹³² Det er f.eks. et velkendt økonomisk fænomen, at oppebæring af profit muliggør forskning og udvikling, der, hvis det medfølges af succesfulde innovationer, kan bidrage til vækst.

Det bemærkes også i denne forbindelse, at konkurrencesituationen på forskellige delmarkeder vil have afgørende betydning for behovet for at operere med overskudskapacitet.¹³³

Kapacitetsudnyttelse og forbrugstilbøjelighed

En anden måde, hvorpå denne heterodokse model adskiller sig fra mange andre vækstmodeller, er i det faktum, at den opererer med overskudskapacitet af kapital, og at ændringer i kapacitetsudnyttelsen påvirker investeringsniveauet. Som Dutt(1984, s.31-32) bemærker:

” The usual results implying that a worsening of the distribution of income is required for higher growth are derived from models of the Cambridge variety ... In those models the argument proceeds as follows: higher rates of growth require faster capital accumulation and therefore higher investment; since higher investment needs higher saving, higher growth rates require a redistribution of income in favour of those groups in the economy who save more, and given that the rich save more, a worsening in the income distribution. This argument is correct only if full capacity utilisation is assumed, so that total output is fixed. Since our model allows for excess capacity, a more equal distribution of income implies higher output, saving, and growth.”

I OECD-regi får det således betydning for bl.a. fordelingspolitik og vækstpolitik, i hvilket omfang kausaliteten går fra en forringelse af indkomstfordelingen til vækst eller fra en forbedring af indkomstfordelingen til vækst. Der vil dog gælde, at en validering/afvisning af ovenstående argument i Dutt(1984) må fordre en redegørelse af både forbrugstilbøjeligheder og af omfanget af overskud af kapital.

I afsnit 7.2 blev det bl.a. sandsynliggjort, at en række amerikanske industrier havde vekslende kapacitetsudnyttelse. Opgørelsesmetoderne, i opgørelsen af mulig overskudskapacitet, kan dog være problematisk især ved opgørelse for flere lande.

Der vil til enhver tid gælde, at et korrekt mål for kapacitetsudnyttelse kan være som i Ryoo (2009); altså den aktuelle produktion i forhold til den ved fuld kapacitetsudnyttelse. Måling af kapacitetsudnyttelse ved hjælp af spørgeskemaer kan dog i bedste fald tænkes at være en grov tilnærmelse til dette på tværs af (OECD-)lande.¹³⁴ Dette åbner op for brugen af akademiske vedtagelser, såsom

¹³³ Hvis der er fuldkommen konkurrence og ingen informationsproblemer på f.eks. varemarkedet, kan en virksomhed afsætte det den producerer til den givne markedspris. Der vil således ikke være behov for overskudskapacitet.

¹³⁴ En række kvalitative og oftest ikke økonomiske argumenter (kultur m.m.) kan tænkes systematisk at påvirke svarene.

kapacitetsudnyttelse som produktionen over kapitalapparatet, der vil være proportional med definitionen i Ryoo(2009).¹³⁵

Det problematiske i at måle kapacitetsudnyttelse korrekt betyder således, at resultater fra økonomiske studier, der betragter kapacitetsudnyttelse, skal tages med et gran salt - heriblandt resultaterne i Skott(2012).

En nærmere behandling af forbrugs- og opsparingstilbøjeligheder vil desuden være afgørende for validering eller forkastelse af modellerne.

Det kan tænkes som værende noget af en forsimpning, hvis opsparingen regnes som konstant over tid. I en neoklassisk kontekst vil ændringer i opsparingsraten medføre chok til kapitalakkumuleringen, og dermed mulighed for langsigtede afvigelser fra steady-state-niveauet, alt andet lige. I en heterodoks kontekst vil generelle ændringer i opsparing også påvirke væksten. Jævnfør tidligere argumenter vil en aggregeret set større opsparing under ligevægtsantagelse indebære et lavere væksthiveau. Derimod vil det få direkte betydning for indkomstfordelingen, såfremt det er forskellige samfundsgrupper, der ændrer deres opsparingstilbøjelighed.

I denne forbindelse bemærkes det, at modeller som i Dutt(1984) eller Lavoie (1992) antager, at arbejdere ikke sparer op, mens kapitalister sparer en brøkdel, s, op. Disse to antagelser er dog ikke kvalitativt vigtige for modellen i Dutt(1984). Det vigtigste er, at kapitalisterne aggregeret set har en højere opsparingstilbøjelighed end arbejdere. Det kan dog være svært for de valgte lande for den valgte periode at finde endelig bekræftelse/afvisning af en sådan antagelse.¹³⁶

¹³⁵ Det kan dog være svært at få et tal, der varierer mellem f.eks. 1 og 3 til at give intuitiv mening.

¹³⁶ Eventuelt kunne mikrodata benyttes.

Faktorsubstitution og godehåndtering

I de to modeller, der er blevet opstillet, blev der antaget henholdsvis en Cobb-Douglas-produktionsfunktion og en Leontief-produktionsfunktion. Hvor førstnævnte er standard i neoklassisk tankegang, bliver en Leontief-produktionsfunktion ofte benyttet i heterodoks teori.

Begge modeller kan i deres simple form kritiseres for ikke at tage højde for teknologi. Som det blev vist tidligere, var det for eksempel tilfældet i den neoklassiske model uden teknologi, at ændringer i makro størrelser som opsparingsrater og befolkningstilvækst ikke kunne bidrage til permanent vækst.¹³⁷ Dette faktum førte til introduktionen af teknologi i den neoklassiske ramme, og dermed mulighed for vækst langs en vækststi med den eksogene teknologitilvækst som afgørende for væksten. Det er dog tvivlsomt, om antagelsen om eksogent defineret teknologi er videre realistisk. Med en Cobb-Douglas-specificering og deraf følgende enhedselastisitet af substitution vil der for eksempel også gælde, at (Brown, 2008):

”...it cannot represent a technological advance that results in a change in the ease of substitution among factors of production.”

På samme måde er afbenyttelsen af en Leontief-produktionsfunktion problematisk. Udover den manglende specificering af teknologi i modelrammen er det diskutabelt, at der ikke er mulighed for langsigtet substitution mellem arbejdskraft og kapital. Det må tænkes, at nogle typer af arbejdsopgaver kan løses ved hjælp af anvendelse af kapital frem for arbejdskraft. Dette må især være tilfældet, hvis der sker ændringer i finansieringsomkostninger, for eksempel ved ændringer i realrenter. På samme måde kan der under anvendelse af en Leontief-produktionsfunktion argumenteres for, at (Skott, 2012, s.123):

“...adjustment of the labor input is neither costless nor instantaneous, and firms may want to engage in labor hoarding, at least temporarily. Moreover, labor hoarding may be explained partly by the same arguments that account for excess capital capacity (fluctuating demand... and the difficulties and costs of finding skilled labor quickly in case of increasing demand).”

At det kan være svært at få arbejdskraft med de rigtige kvalifikationer, viser blot nødvendigheden i separat at behandle human kapital som en vækstdeterminant.

¹³⁷ Brown (2008) kalder i sin behandling af Cobb-Douglas-funktioner dette ”... a highly disputable outcome.”.

På samme måde er det en forsimpning i begge modeller, at de kun opererer med et gode. Især i internationale sammenligninger kan en nærmere behandling af forskellige landes godetyper være brugbar. At der i virkeligheden er mange goder, der til en vis grad er substituerbare, vil direkte påvirke forskellige landes import og eksport og dermed landenes vækst. På denne måde kan Solow-modellen, alt andet lige, med fordel udvides til at tage højde for, at økonomier kan være åbne og handle sammen, mens modellen i Dutt(1984), alt andet lige, kan udvides til at involvere flere goder.¹³⁸

Teknologi

Hvor det er et gennemgående træk i den neoklassiske økonomiske tankegang, at teknologiske fremskridt er gavnlige for vækst, er der, afhængigt af antagelser, forskellige synspunkter på dette i den heterodokse tankegang.

I mainstream-økonomi er modeller med eksogen teknologispecificering dog udsat for kritik. Blandt andet benyttes Romer (1986, 1990) ofte som udgangspunkt for at specificere teknologisk udvikling som endogen.¹³⁹

Følges Jones' (2002) tolkning skal teknologi ses som en måde, hvorpå inputs til produktionsprocessen transformeres til output. Centralt i tankegangen er begrebet idéer. Der vil gælde, at teknologien, altså muligheden for mere eller bedre output, udvikles med udviklingen af nye idéer. Kort skitseret vil der for udviklingen af nye idéer gælde, at (Ibid.):

Idéer → ikke-rivalisering → stigende skalaafkast → imperfekt konkurrence

Det antages, at idéer ikke er rivaliserende med andre idéer.¹⁴⁰ Dette vil også indebære, at idéen har faste omkostninger, men ingen marginale. Dette fører til stigende skalaafkast,¹⁴¹ og dermed imperfekt (monopolistisk) konkurrence.¹⁴² Det bemærkes også, at store faste omkostninger kan nødvendiggøre lovgivning vedrørende intellektuelle ejendomsrettigheder for at sikre, at profit kan

¹³⁸ Eller sektorer. Dutt(1990) giver et eksempel på to-sektor-modeller med mere end et gode.

¹³⁹ For overskuelighedens skyld præsenteres hovedresultaterne fra Romer med baggrund i Jones (2002) kapitel 4. En matematisk gennemgang findes i kapitel 5. Rimeligheden i at antage eksogen teknologi eller ej vil desuden også have betydning for, om det er rimeligt at estimere Solowmodeller ved afbenyttelse af metoderne i Mankiw et al. (1992).

¹⁴⁰ Altså at alle med kendskab til en idé principielt kan benytte sig af den. Idéer kan dog være eksklusive.

¹⁴¹ På grund af muligheden for store faste omkostninger i forbindelse med forskning og udvikling til skabelse af idéer, kan den første enhed af et gode produceret med baggrund i en idé være dyr, mens efterfølgende enheder er billigere.

¹⁴² Ved store faste omkostninger vil de gennemsnitlige omkostninger være faldende, men større end de marginale omkostninger. Prisfastsættelse som i fuldkommen konkurrence, altså $p=mc$, vil dermed betyde et tab for en virksomhed.

oppebæres. Teknologiuudvikling kan for eksempel endogeniseres som i Jones (2002), hvor der antages en produktionsfunktion, henholdsvis en vækst i A, som (Ibid.): ¹⁴³

$$7.3.1 Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}$$

$$7.3.2 \dot{A} = \delta L_A A^\varphi$$

L_Y er her et mål for dem, der er beskæftigede i produktionen af goder, og L_A dem der er beskæftigede i produktionen af nye idéer. Produktionsfunktionen antages at udvise konstant skalaafkast med hensyn til K og L med fast A, og stigende skalaafkast når A forøges. Væksten i nye idéer afhænger her positivt af raten, hvormed der opdages nye idéer, δ . φ benyttes her til at angive om det efterhånden bliver lettere ($\varphi > 0$) eller sværere ($\varphi < 0$) at få nye idéer med baggrund i de eksisterende idéer.

I denne model vil væksten i antallet af idéer bl.a. blive påvirket positivt af øget befolkningstilvækst, alt andet lige. Dette positive aspekt af befolkningstilvækst er bl.a. i modstrid med Solowmodellerne i afsnit 6. Det bemærkes også, at andelen af befolkningen, der er beskæftigede med forskning og udvikling får direkte betydning for et lands steady-state-niveau for output.

I den heterodokse ramme er der oftere en debat af, i hvilket omfang teknologisk vækst bidrager til økonomisk vækst eller til at skabe arbejdsløshed.

Dutt(1990) introducerer f.eks. med baggrund i Kaldor, den såkaldte 'technical progress function', som: ¹⁴⁴

$$7.3.3 \hat{Y} = T(\hat{K}, \hat{L})$$

Hvor $\hat{Y}$ benyttes til at markere output og $\hat{L}$ benyttes til at markere vækstraten for output per arbejder hhv. for kapital per arbejder. Det antages, at $T(0) > 0$, $T' > 0$ og $T'' < 0$, således at vækstraten for output per arbejder godt kan stige uden en stigning i mængden af kapital per arbejder, og så vækstraten i output per arbejder er en stigende funktion af vækstraten for kapital per arbejder, men med faldende hældning. Eller på lineær form som (Ibid.):

$$7.3.4 \hat{Y} = T_0 + T_1(\hat{K})$$

¹⁴³ A er beholdningen af idéer til et tidspunkt. Der antages desuden en kapitalakkumulationsfunktion tilsvarende den for simple Solowmodeller.

¹⁴⁴ Se Dutt(1990) s.99 for hvilke værker af Kaldor. I Dutt(1990) benyttes konsekvent X til at markere output. Denne rapport vil dog som tidligere benytte Y.

$$7.3.5 \hat{Y} = T_0 + T_1 \hat{K} + (1 - T_1) \hat{L}$$

På lang sigt antages det at gælde, at økonomien er ved fuld beskæftigelse med en konstant kapital-output-rate, således at $\hat{Y} = \hat{K}$ og dermed at (Ibid.):

$$7.3.6 \hat{Y}/L = \hat{K}/L$$

Skal både ligning 7.3.6 og ligning 7.3.3 være opfyldt må dette med lineære antagelser indebære (Ibid.):

$$7.3.7 \hat{Y}/L = T_0/(1 - T_1)$$

$$7.3.8 \hat{Y} = g = \frac{T_0}{(1-T_1)} + n$$

Ligning 7.3.8 følger af 7.3.7, hvis befolkningstilvæksten sættes til n . Benyttes denne formulering vil der dermed gælde, at en økonomis vækst kun afhænger af væksten i befolkningstallet og i teknologiparametrene T_0 og T_1 .

For modellen i Dutt(1984) gælder derimod, at ligevægtsniveauet for output ikke direkte bestemmes af teknologiske parametre. Derimod blev det bestemt som:

$$Q = \frac{1 + \tau}{\tau} a / \left[s - b - \frac{ca_k(1 + \tau)}{\tau} \right] K$$

Dermed vil teknologiske forandringer ikke påvirke outputniveauet. Derimod vil ændringer i parametrene i opsparingsfunktionen, investeringsfunktionen eller i mark-up have en betydning for outputniveauet. Som Dutt(1990) dog redegør for, er der visse kilder, der påpeger, at teknologiske fremskridt f.eks. kan påvirke investeringsmængden positivt.¹⁴⁵ Et sådan udfald kan desuden være positivt for beskæftigelsen. Hvis teknologiske fremskridt driver mark-uppen op, vil det derimod være hæmmende for den økonomiske vækst.¹⁴⁶

¹⁴⁵ F.eks. Kalecki (1971). Argumentet kan være, at profit fra gamle og dyre maskiner overføres til nye og billigere maskiner. En række kilder, der betvivler en positiv indvirkning af teknologiske fremskridt på investeringsmængden, anføres dog også i Dutt(1990).

¹⁴⁶ Dutt(1990) på baggrund af f.eks. Kalecki (1941). Et argument kan være, at teknologiske fremskridt forøger 'monopolmagten' ved at forøge mængden af nødvendige investeringer.

Den endelige vækstbetydning af at introducere teknologiske fremskridt i modellen i Dutt(1984) kan altså være svær at redegøre for.¹⁴⁷

Human kapital

Det er blevet vist, at opsparing der går til investeringer i human kapital vil forøge niveauet for BNP per arbejder i Solowmodellen med human kapital. Yderligere er det blevet sandsynliggjort, at investeringer i human kapital kan være afgørende for vækst. På denne måde kan Solowrammen siges at være tilstrækkelig til at analysere betydningen af investeringer i human kapital. Alligevel kan Solowmodellen tænkes suppleret med en neoklassisk overbygning, der giver bestemmende determinanter for størrelsen af investeringerne i human kapital.¹⁴⁸

Hvor mainstream økonomisk teori ofte eksplicit betragter betydningen af human kapital, kan det være sværere at finde heterodoks teori, der har samme fokus. En af de senere års bidrag kan dog findes i Dutt & Veneziani (2011). Modellen indebærer en del af de samme grundantagelser som f.eks. Dutt (1984),¹⁴⁹ men deler eksplicit arbejderne op i såkaldte 'high-skilled workers' og 'low-skilled workers'. Yderligere antages det, at det er muligt at gå fra at være 'low-skilled' til 'high-skilled' via uddannelse, og denne mulighed får direkte betydning for væksten. Det er for eksempel en af modellens konklusioner, at åbenhed i uddannelsessystemet er afgørende for relative lønforhold, indkomstfordeling og vækst, idet (Dutt & Veneziani, 2011, s.181-182):

" In our model, greater openness in the education system increases the rate of growth of the stock of high-skilled workers by increasing access to education, reduces the skill premium by increasing the supply of high-skilled workers, reduces the employment of low-skilled workers relative to high-skilled workers by making the latter relatively cheaper, reduces the total wage share in income... and therefore increases the rates of profit, capital accumulation, and growth of output and the real wages of both low- and high-skilled workers..."

¹⁴⁷ I Dutt(1990) findes en mere formaliseret gennemgang af teknologiargumentet på s. 102-107. Dette bygger dog på en kritik af den kaldorianske model og hovedsageligt antagelsen om fuld beskæftigelse på lang sigt.

¹⁴⁸ I Borjas (2010) gives for eksempel modeller, inden for en neoklassisk ramme, for det enkelte individs valg af antal skoleår og modeller for investeringer i efteruddannelse.

¹⁴⁹ Se bilag 2. Modellens fokus på betydningen af ændringer i kapacitetsudnyttelse er dog anderledes end Dutt (1984). Der er dog stadig en antagelse om opsparing for kapitalister i modsætning til for arbejdere samt en produktionsfunktion med faste koefficienter.

Hvis denne model benyttes, vil det for eksempel være relevant at foretage en regression som i tabel 7.2.1.9.1., og ønske positive korrelationer mellem investeringer i human kapital og i økonomisk vækst.¹⁵⁰ Som det ses, kan det dog tilrådes at endogenisere indkomstfordelingen. Dette vil for denne model tale mod empirisk undersøgelse ved anvendelse af metoder som i tabel 7.2.2.3.1.

¹⁵⁰ I det omfang et mere åbent system medfører flere i uddannelse, og de anvendte proxyer er dækkende. Modellen i Dutt & Veneziani (2011) kan, som de rigtigt redegør for (s.182), gøres mere realistisk ved f.eks. at tillade, at de veluddannede arbejdere sparer op eller besidder kapital, eller ved at veluddannede har mulighed for at tage arbejde fra de dårligst uddannede.

8.0 Samlet kritik

I rapporten er blevet opstillet en økonometrisk undersøgelse med baggrund i to simple økonomiske modeller. Anvendelsen af simple modeller har den fordel, at modellerne på en overskuelig måde kan præsenteres og undersøges empirisk. Imidlertid kan begge modeller på en række punkter virke relativt forsimplede. Det kan virke som en grov forsimpelse, at Solowmodellen ikke har fokus på, at alle økonomier til en vis grad er åbne og samhandlende, og at dette kan påvirke den økonomiske vækst på tværs af lande, via rente- og valutapolitik m.m.. For begge modeller blev det desuden antaget, at de finansielle markeder ikke har en direkte betydning for væksten. Især i perioder hvor den realøkonomiske vækst bliver begrænset af uro på de finansielle markeder, kan dette virke som et problem.¹⁵¹ Dette var en baggrund for at udelade den sidste årrække fra den empiriske undersøgelse. Endelig kan modellernes manglende fokus på arbejdsmarkedet virke besynderligt.

Den økonometriske undersøgelse blev yderligere foretaget med baggrund i en række OECD-lande. Dette blev gjort af hensyn til den datamæssige troværdighed. Imidlertid åbner brugen af en relativt lille stikprøve op for kritik af bl.a. stikprøvens tilfældighed.¹⁵²

Ydermere blev den empiriske undersøgelse gennemført med baggrund i brugen af en række proxyer. Det ville være ønskværdigt, hvis disse proxyer er brugbare. Desværre har analysen vist, at det ofte kan være svært at finde de ønskede proxyer. Det kan her nævnes, at det vil være ønskværdigt med landesammenlignelige mål for kvaliteten af for eksempel uddannelse.

Endelig har denne rapport gjort sig en række fravalg. For eksempel har analysen ikke behandlet Dutt(1984)'s sammenhæng mellem mark-up og koncentrationsrater.¹⁵³ Desuden er det ikke blevet til en tilbundsående teoretisk behandling af til teorierne nært beslægtede synspunkter.

¹⁵¹ Eksempelvis på grund af begrænsninger på tilgængelig likviditet. En teoretisk overbygning med fokus på finansielle markeders indvirkning på realøkonomien kunne for eksempel tage sit udgangspunkt i Minsky (2008).

¹⁵² For eksempel i forhold til overholdelse af MLR.2. Stikprøvens størrelse kan desuden have betydning for, om de udvalgte lande befinder sig i deres steady-state i Solowmodellen.

¹⁵³ Synspunkterne i Spiezia(n.d) kunne i en omformning virke som et teoretisk udgangspunkt for sammenligninger på tværs af lande.

9.0 Konklusion

Denne rapport har undersøgt, i hvilket omfang simple Solowmodeller hhv. en marxistisk-kaleckiansk vækstmodel kan valideres på tværs af en række OECD-lande. Ligeledes har rapporten undersøgt realismen i en række af modellernes antagelser. Rapporten finder for den valgte tidsperiode ikke empirisk belæg for hverken Solowmodellen eller Dutts heterodokse model ved anvendelse af simple krydssektionelle estimationsmetoder med baggrund i Mankiw et al. (1992). Ved anvendelse af simple paneldatamodeller finder Solowmodellen med human kapital til dels empirisk belæg, idet der findes en signifikant positiv korrelation mellem ændringer i antallet under tertiær uddannelse og ændringer i BNP per arbejder på tværs af landene. Rapporten finder dog også, at der findes en negativ sammenhæng mellem ændringer i investeringer i sekundær uddannelse og i BNP per arbejder på tværs af landene. Hertil blev dog noget problematisk benyttet indskrivningsrater som et element af en proxy for investeringer i sekundær uddannelse.

Ligesom rapporten har diskuteret det problematiske i anvendelsen af visse proxyer, er det yderligere blevet diskuteret, at visse økonomiske størrelser, såsom mark-up, kan være svære at indfange på tværs af lande.

Rapporten finder desuden, at begge modeller er forsimplede på en række punkter. For eksempel synes Solowmodellens aggregerede fokus på fuldkommen konkurrence (under anvendelse af en lukket økonomisk ramme) ubegrundet. Tilsvarende finder rapporten, at anvendelsen af Dutts heterodokse model er problematisk. Rapporten har vist, at den anvendte heterodokse akkumulationsfunktion fejler på en række punkter. For eksempel synes den manglende fokusering på arbejdsmarkedet at være et (empirisk) problem. Yderligere er det blevet vist, at opretholdelse af den keynesianske stabilitetsbetingelse leder til urealistiske sammenhænge mellem ændringer i kapacitetsudnyttelsesgraden og i investeringsomfanget.

I en undersøgelse af veludviklede økonomier foreslår rapporten således samlet set anvendelsen af dynamiske modeller, der har deres hovedfokus på akkumulation af human kapital og gerne benytter en række færre problematiske og urealistiske forsimplinger.

10.0 English Summary

The global economies have to a large extent experienced economic growth in the interval between 1980 and 2005.

This project focuses on two schools of economic thought and their ability to explain economic growth across OECD-countries in that period. The two schools of economic thought are the mainstream economic school as represented by Solow growth models and the Marxian-Kaleckian school. The schools are primarily represented by Jones (2002), Mankiw et al. (1992) and Dutt (1984) respectively.

The general characteristics of the mainstream models are, that they focus on supply, perfect competition and have no use of excess capacity. In contradiction the Marxian-Kaleckian model operates with an oligopolistic market structure and class struggle. Furthermore it assumes the firms' use of excess capacity and models changes in income distribution as essential for changes in growth.

These facts are furthermore essential for the conclusions of the models. The Solow growth models conclude that saving along with technological change and possibly accumulation of human capital are crucial determinants of economic growth. In contradiction the Marxian-Kaleckian model assumes, that a more equal income distribution would result in higher economic growth.

The two theories are analyzed using different econometric methods along with a discussion of the realism of the models. The empirical analysis uses data for population growth, investment share (both with and without the contribution of a public sector) and labor's share of income along with proxies for technological change and investment in secondary and tertiary education across a number of OECD- countries.

The thesis statement translates to English as follows:

To what extent can a mainstream growth model respectively a Marxian-Kaleckian growth model be validated across a number of OECD-countries?

Are the used models realistic?

The project concludes that the Marxian-Kaleckian model cannot be validated. The Solow growth model can to some extent be validated using a panel data model, due to its explicit focus on human capital accumulation, but only if the use of gross enrollment ratios as part of a proxy for investment

in human capital is regarded as fundamentally flawed. Furthermore the project concludes that both models' axioms may not be very realistic. It is therefore recommended, that the analysis of economic growth across economically developed countries focus on human capital accumulation, and that they use fewer simplified and unrealistic assumptions.

11.0 Litteraturliste

- Allen, R.G.D., 1967. *Macro-Economic Theory: A Mathematical Treatment*. London: Macmillan.
- Andersen, A.F.; Bohr, H.; Petersen, R., 1969. *Lærebog i matematisk analyse III. Funktioner af flere reelle variable uendelige rækker*. 5. oplag. København: Akademisk Forlag.
- Arestis, P., 1992. *The Post-Keynesian Approach to Economics*. Aldershot: Edward Elgar Publishing.
- Barr, N., 2012. *Economics of the Welfare State*. 5th Edition. Oxford: Oxford University Press.
- Baumol, W.J., 1962. On the Theory of the Expansion of the Firm. *American Economic Review*, 52(5), s.1078-1087.
- Blanchard, O., 2009. *Macroeconomics*. 5th Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.,.
- Borjas, G.J., 2010. *Labor Economics*. 5th Edition. New York: McGraw-Hill.
- Brown, M., 2008. *Cobb-Douglas functions*. The New Palgrave Dictionary of Economics. 2. udgave. Eds. Steven N. Durlauf & Lawrence E. Blume [online]. Tilgået på:
http://www.dictionaryofeconomics.com.zorac.aub.aau.dk/article?id=pde2008_C000183&edition=current&q=cobb-douglas&topicid=&result_number=1
- Chiang, A.C.; Wainwright, K, 2005. *Fundamental Methods of Mathematical Economics*. 4th Edition. New York: Mc Graw-Hill.
- Dutt, A. K., 1984. Stagnation, income distribution and monopoly power. *Cambridge Journal of Economics*, 8(1), s. 25-40.
- Dutt, A. K., 1990. *Growth, distribution, and uneven development*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Dutt, A.K.; Veneziani, R., 2011. Education, growth and distribution: classical-Marxian economic thought and a simple model. *Cahiers d'Économie Politique*, 61, s.157-185.
- Eurostat, 2013. *Glossary: Gross operating surplus (GOS)-NA* [Online]. Tilgået på:
http://epp.eurostat.ec.europa.eu/statistics_explained/index.php/Glossary:Gross_operating_surplus_-_NA

Eurostat, OECD, 2012. *Eurostat-OECD Methodological Manual on Purchasing Power Parities*, [Online]. Tilgået på:

<http://www.oecd.org/std/prices-ppp/PPP%20manual%20revised%202012.pdf>

Froyen, R.T., 2009. *Macroeconomics- Theories and Policies*. 9th Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc.,.

Heij, C.; de Boer, P.; Franses, P.H.; Klok, T.; van Dijk, H. K., 2004. *Econometric Methods with Applications in Business and Economics*. Oxford: Oxford University Press.

Heston, A.; Summers, R. & Aten, B., 2011. *Penn World Table Version 7.1* [online], nov. 2012, Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania. Tilgået på:

<https://pwt.sas.upenn.edu/>

Jespersen, J., 2007. *Makroøkonomisk metodologi- i et samfundsvidenskabeligt perspektiv*. København Ø: Jurist- og Økonomforbundets forlag.

Johnson, G. D., 1954. The Functional Distribution of Income in the United States, 1850-1952. *Review of Economics and Statistics*, 36(2), s. 175-82.

Jones, C.I., 2002. *Introduction to Economic Growth*. 2nd Edition. New York, NY: W.W. Norton & Company, Inc..

Kalecki, M., 1933. Essay on the Business Cycle Theory. I J. Osiatyński, ed. 1990. *Collected works of Michał Kalecki* vol. 1. Oxford: Oxford University press. s. 65-108.

Kalecki, M., 1941. A Theorem on Technical Progress. *The Review of Economic Studies*, 8(3), s. 178-184.

Kalecki, M., 1971. *Selected Essays on the Dynamics of the Capitalist Economy, 1933-1970*. Cambridge: Cambridge University Press.

Keynes, J. M., 1936. The general theory of employment interest and money. I *The collected writings of John Maynard Keynes, volume 7. New Edition*. 1970. London: Macmillan.

Khan. M. A., 2008. *Perfect competition*. The New Palgrave Dictionary of Economics. 2. udgave.

Eds. Steven N. Durlauf & Lawrence E. Blume [online]. Tilgået på:

http://www.dictionaryofeconomics.com.zorac.aub.aau.dk/article?id=pde2008_P000056&edition=current&q=perfect%20competition&topicid=&result_number=1

Klenow, P. J.; Rodríguez-Clare, A., 1997. The Neoclassical Revival in Growth Economics: Has It Gone Too Far?. *NBER Macroeconomics Annual*, 12, s. 73-103.

Krueger, A.B., 1999. Measuring Labor's Share. *American Economic Review*, 89(2), s. 45-51.

Krugman, P.R.; Obstfeld, M., 2009. *International Economics- Theory & Policy*. 8th Edition. Boston, MA: Pearson Education, Inc..

Lavoie, M., 1992. *Foundations of Post-Keynesian Economic Analysis*. Aldershot, UK: Edward Elgar Publishing Ltd..

Lavoie, M., 2009. *Introduction to Post-Keynesian Economics*. 2nd Edition. Basingstoke: Palgrave MacMillan.

Lavoie, M.; Rodríguez, G.; Seccareccia, M., 2004. Similitudes and Discrepancies in Post-Keynesian and Marxist Theories of Investment: A Theoretical and Empirical Investigation. *International Review of Applied Economics*, 18(2), s. 127–149.

Mankiw, N. G., 1997. [The Neoclassical Revival in Growth Economics: Has It Gone Too Far?]: Comment. *NBER Macroeconomics Annual*, 12, s. 103-107.

Mankiw, N.G.; Romer, D.; Weil, D.N., 1992. A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), s. 407-437.

Marglin, S.A.; Bhaduri, A., 1990. Profit Squeeze and Keynesian Theory. I Marglin, S.A; Schor, J.B. (eds): *The Golden Age of Capitalism—Reinterpreting the Postwar Experience*. Oxford: Clarendon Press.

Minsky, H.P., 1986. *Stabilizing An Unstable Economy*. Ny udgave af 2008, New York, NY: McGraw-Hill.

Newbold, P.; Carlson, W.L.; Thorne, B., 2010. *Statistics for Business and Economics*. 7th Edition. Upper Saddle River, NJ: Pearson Education, Inc..

OECD, 2001. *Measuring productivity – OECD Manual- measurement of aggregate and industry-level productivity growth* [Online]. Tilgået på:

<http://www.oecd.org/std/productivity-stats/2352458.pdf>

OECD, 2003a. *Glossary of statistical terms – Base- Country Invariance* [Online]. Tilgået på:

<http://stats.oecd.org/glossary/detail.asp?ID=5512>

OECD, 2003b. *Business Tendency surveys- A Handbook* [Online]. Tilgået på:

<http://www.oecd.org/std/clits/31837055.pdf>

OECD, 2005. *Glossary of statistical terms – Index Number Problem* [Online]. Tilgået på:

<http://stats.oecd.org/glossary/detail.asp?ID=5639>

OECD, 2007a. *Glossary of statistical terms - Basic Heading* [Online]. Tilgået på:

<http://stats.oecd.org/glossary/detail.asp?ID=5513>

OECD, 2007b. *Glossary of statistical terms – Geary- Khamis Method* [Online]. Tilgået på:

<http://stats.oecd.org/glossary/detail.asp?ID=5528>

OECD, 2013. *OECD.Stat* [Online]. Tilgået på:

<http://www.oecd-ilibrary.org.zorac.aub.aau.dk/statistics>

Romer, P. M., 1986. Increasing Returns and Long-run Growth. *Journal of Political Economy*, 94(5), s. 1002-1037.

Romer, P. M., 1990. Endogeneous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5), s. 71-102.

Romer, D., 2012. *Advanced Macroeconomics*. 4th Edition. New York, NY: McGraw-Hill.

Ryoo, S., 2009. *Essays on Financial Behavior and its Macroeconomic Causes and Implications*. Ph.D. University of Massachusetts Amherst.

Selby, S.M., 1971. *CRC Standard Mathematical Tables*. 19th Edition. Cleveland, Ohio: The Chemical Rubber Co..

Shapiro, M.D., 1989. Assessing the Federal Reserve's Measures of Capacity and Utilization. *Brookings Papers on Economic Activity*, 1989(1), s. 181-225.

Skott, P., 2010. Growth theory. Mimeo: Updated version of Growth Theories (Keynesian Growth) and Growth Theories (Neo-Marxian Growth). In P. Arestis & M. Sawyer (eds) *The Elgar Companion to Radical Political Economy*, Aldershot, UK: Edward Elgar Publishing Ltd.

Skott, P., 2012. Theoretical and empirical shortcomings of the Kaleckian Investment Function. *Metroeconomica*, 63(1), s. 109-138.

Skott, P.; Zipperer, B., 2012. An empirical evaluation of three post-Keynesian models. *Intervention - European Journal of Economics and Economic Policies*, 9(2), s. 277-308.

Spiezia, V., n.d. *Geographic Concentration of Production and Unemployment in OECD Countries*. Paris: OECD.

Stockhammer, E., 1999. "Robinsonian and Kaleckian Growth. An Update on Post-Keynesian Growth Theories." Working paper No. 67, ver 1,12.10 1999, Wien: Vienna University of Economics and Business.

Thompson, W.S., 1929. Population. *American Journal of Sociology*, 34(6), s. 959–75.

Triplett, J.E., 2004. "Handbook on Hedonic Indexes and Quality Adjustments in Price Indexes: Special Application to Information Technology Products". STI working paper 2004/9. Paris: OECD Directorate for Science, Technology and Industry.

UNESCO, 2009. *Education Indicators- Technical guidelines*. Paris: UNESCO.

UNESCO, 2013. *UNESCO Institute for Statistics- Data Centre* [Online]. Tilgået på:

<http://stats.uis.unesco.org>

UN Statistics Division, 2007. *Handbook of the International Comparison Programme- Annex II- Methods of Aggregation*. [Online]. Tilgået på:

http://unstats.un.org/unsd/methods/icp/ipc7_hm.htm

UN University - World Institute for Development Economics Research, 2013. *World Income Inequality Database* [Online]. Tilgået på:

http://www.wider.unu.edu/research/Database/en_GB/wiid/

Varian, H. R., 2006. *Intermediate Microeconomics- A modern Approach*. 7th Edition. New York, NY: W.W. Norton & Company, Inc..

Verspagen, B., 1991. A New Empirical Approach to Catching Up or Falling Behind. *Structural Change and Economic Dynamics*, 2(2), s. 359-380.

Wooldridge. J.M., 2009. *Introductory Econometrics - A modern Approach*. 4th Edition. Stamford, Connecticut: South-Western Cengage Learning.

World DataBank, 2013. *World Development Indicators* [online]. Tilgået på:

<http://databank.worldbank.org/data/views/variableSelection/selectvariables.aspx?source=world-development-indicators>

Yang, J., 2012. *StatNews #83 Interpreting Coefficients in Regression with Log-Transformed Variables* [online]. Cornell University. Cornell Statistical Consulting Unit. Tilgået på:

<http://www.cscu.cornell.edu/news/statnews/stnews83.pdf>

Zipperer, B.; Skott, P., 2011. Cyclical patterns of employment, utilization, and profitability. *Journal of Post Keynesian Economics*, 34(1), s.25-58.

12.0 Bilag

12.1 Bilag 1- Relevante udledninger

Udledninger til ligning 6.2.4

Omformning af ligning 6.2.4. Det bemærkes, at ligning 6.2.1 og ligning 6.2.3 benyttes:

$$r = \frac{\tau w a_l Q}{pK} = \frac{(p - w a_l)Q}{pK} = \frac{pQ - w \frac{L}{Q} Q}{pK} = \frac{pQ - wL}{pK}$$

Udledninger til ligning 6.2.8

Vis at:

$$p = (1 + \tau) w a_l$$

Og

$$r = \tau w a_l Q / pK$$

Kan kombineres til:

$$r = \left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q/K$$

Vi isolerer τ i den øverste ligning og sætter det ind i den følgende:

$$r = \frac{\left(\frac{p}{w a_l} - 1\right) w a_l Q}{pK} = \frac{(pQ - w a_l Q)}{pK} = \frac{p\left(Q - \frac{w a_l Q}{p}\right)}{pK} = \frac{\left(Q - \frac{w a_l Q}{p}\right)}{K} = \frac{Q\left(1 - \frac{w a_l}{p}\right)}{K}$$

Så er der blot tilbage at vise, at $\frac{\tau}{1 + \tau}$ svarer til $1 - \frac{w a_l}{p}$:

$$\frac{\tau}{1 + \tau} = \frac{\frac{p}{w a_l} - 1}{1 + \frac{p}{w a_l} - 1} = 1 - \frac{w a_l}{p}$$

Udledninger til ligning 6.2.9

Vis at:

$$\frac{I}{K} = a + br + ca_k Q/K$$

Og

$$r = \left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q/K$$

Kan kombineres til:

$$\frac{I}{K} = a + \left[b + \frac{a_k c(1 + \tau)}{\tau} \right] r$$

Vi sætter den anden ligning ind i den første:

$$\frac{I}{K} = a + b \left(\frac{\left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q}{K} \right) + ca_k Q/K$$

Det er let at se, at br-leddet passer. Nu skal blot vises $\left(\frac{ca_k Q}{K} \right) = \left[\frac{a_k c(1 + \tau)}{\tau} \right] r$:

$$\left[\frac{a_k c(1 + \tau)}{\tau} \right] r = \frac{a_k c(1 + \tau)}{\tau} * \frac{\left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q}{K} = a_k c Q/K$$

Udledninger til ligning 6.2.11

- Vi følger Dutts foranledninger og får:

$$pQ = pC + pI$$

Det letteste er at dele ligningen op i betragtninger af de to sider og så samle til sidst:

Venstresiden:

$$pQ = ((1 + \tau)wa_l)Q = (wa_l + \tau wa_l)Q = \left(wa_l + \frac{wa_l rpK}{wa_l Q} \right) Q =$$

$$wa_l Q + rpK = wa_l \frac{L}{a_l} + rpK = wL + rpK$$

Højresiden:

$$pC + pI = wL + (1 - s)rpK + pI = wL + rpK - srpK + pI$$

Samler vi wL , rpK og $srpK$ over på venstresiden, får vi:

$$wL + rpK - wL - rpK + srpK = pI$$

$$\ll = \gg$$

$$srK = I$$

$$\ll = \gg$$

$$S = I$$

$$\ll = \gg$$

$$\frac{S}{K} = \frac{I}{K}$$

Bevis for ligevægtsværdierne

I ligevægt gælder:

$$sr = I/K$$

Ligning 6.2.12:

$$sr = \frac{I}{K} \ll = \gg sr = a + \left[b + \frac{a_k c (1 + \tau)}{\tau} \right] r \ll = \gg s = \frac{a}{r} + \left[b + \frac{a_k c (1 + \tau)}{\tau} \right]$$

$$\ll = \gg \frac{a}{r} = s - \left[b + \frac{a_k c (1 + \tau)}{\tau} \right] \ll = \gg r = a / \left(s - \left[b + \frac{a_k c (1 + \tau)}{\tau} \right] \right)$$

Ligning 6.2.13:

$$r = \frac{\left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right] Q}{K} \ll = \gg Q = \frac{rK}{\left[\frac{\tau}{1 + \tau} \right]} \ll = \gg Q = \frac{1 + \tau}{\tau} a / \left[s - b - \frac{c a_k (1 + \tau)}{\tau} \right] K$$

Ligning 6.2.14:

- Resultatet fra 6.2.12 sættes uden videre ind i ligning 6.2.9

Udledning af ligning 7.2.1.1 (For overskueligheden skyld er tidsindekset fjernet hvor muligt)

$$\begin{aligned}
 \ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] &= \ln(Y(t)) - \ln(L(t)) = \alpha \ln K + (1 - \alpha) \ln A + (1 - \alpha) \ln L - \ln L \\
 &= \alpha (\ln K - \ln A - \ln L) + \ln A = \alpha \ln \left(\frac{K}{AL} \right) + \ln A = \alpha \ln \left(\left(\frac{s}{n + g + \delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \right) + \ln A \\
 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right) + \ln(A(0)e^{gt}) \\
 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln \left(\frac{s}{n + g + \delta} \right) + \ln(A(0)) + \ln(e^{gt}) \\
 &= \ln A(0) + gt + \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1 - \alpha} \ln(n + g + \delta)
 \end{aligned}$$

Udledning af ligning 7.2.1.3 (For overskueligheden skyld er tidsindekset fjernet hvor muligt)

$$\begin{aligned}
 \ln \left[\frac{Y(t)}{L(t)} \right] &= \ln(Y(t)) - \ln(L(t)) = \alpha \ln K + \beta \ln H + (1 - \alpha - \beta) \ln A + (1 - \alpha - \beta) \ln L - \ln L \\
 &= \alpha (\ln K - \ln A - \ln L) + \beta (\ln H - \ln A - \ln L) + \ln A = \alpha \ln \left(\frac{K}{AL} \right) + \beta \ln \left(\frac{H}{AL} \right) + \ln A \\
 &= \alpha \ln \left(\left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{(n + g + \delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \right) + \beta \ln \left(\left(\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{(n + g + \delta)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \right) + \ln A \\
 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln \left(\frac{s_k^{1-\beta} s_h^\beta}{(n + g + \delta)} \right) + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln \left(\frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{(n + g + \delta)} \right) + \ln(A(0)) \\
 &\quad + \ln(e^{gt}) \\
 &= \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} (1 - \beta) \ln s_k + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \beta \ln(s_h) - \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) \\
 &\quad + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \alpha \ln(s_k) + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} (1 - \alpha) \ln(s_h) - \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) \\
 &\quad + \ln A(0) + gt \\
 &= \ln A(0) + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln s_k + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln s_h
 \end{aligned}$$

Udledning af ρ

Vis at:

$$\rho = \frac{\nu\beta}{\mu} u^d + a$$

Kan udledes via følgende differentialligninger:

$$(7.2.2.16) \frac{du^d}{dt} = \dot{u}^d = \mu(u - u^d)$$

$$(7.2.2.17) \frac{d\rho}{dt} = \dot{\rho} = \nu \left(\frac{I}{K} - \rho \right)$$

Vi kan for eksempel starte med at isolere $(u - u^d)$ i ligning 7.2.2.16 og få:

$$\frac{1}{\mu} \frac{du^d}{dt} = (u - u^d)$$

Dette resultat kan så sættes ind i ligning 7.2.2.17 og benyttes differentialregneregler og ligning 7.2.2.15 fås:

$$\frac{d\rho}{dt} = \nu(\rho + \beta(u - u^d) - \rho) = \nu\beta(u - u^d) = \frac{\nu\beta}{\mu} \frac{du^d}{dt}$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{d\rho}{dt} - \frac{\nu\beta}{\mu} \frac{du^d}{dt} = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{d\rho}{dt} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\nu\beta}{\mu} u^d \right) = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$\frac{d}{dt} \left(\rho - \frac{\nu\beta}{\mu} u^d \right) = 0$$

$$\ll = \gg$$

$$\rho - \frac{\nu\beta}{\mu} u^d = a$$

$$\ll = \gg$$

$$\rho = \frac{\nu\beta}{\mu} u^d + a$$

Bevis for rimeligheden i ligning 7.2.2.20

Vi vil vise, at ligning 7.2.2.20 er kompatibel med antagelserne i Dutt(1984). Definitionen af technical output-capital ratio benyttes. Desuden defineres kapacitetsudnyttelsesrate, u , som Y/Y_F i tråd med Ryoo (2009):

$$s(\bar{\pi})\sigma u = \frac{S}{K} = sr$$

Vi skal da vise, at $\sigma u \pi$ med rimelighed svarer til r :

$$\sigma u \pi = \frac{Y_F}{K} \frac{Y}{Y_F} \pi = \frac{Y}{K} \pi$$

Hvis vi benytter:

$$\pi = \frac{pQ - wL}{pQ}$$

Og lader Q erstatte Y , får vi:

$$\sigma u \pi = \frac{pQ - wL}{pQ} \frac{Q}{K} = \frac{pQ - wL}{pK}$$

Da dette svarer til formuleringen af profit udledt i starten af dette bilag, er rimeligheden i ligning 7.2.2.20 vist.

Bevis for instabilitet (tilpasningsproces)

Vi kan for eksempel definere:

$$\hat{K} = \frac{\dot{K}}{K} = x$$

$$\frac{d\hat{K}}{dt} = \lambda(u - u^*)$$

Vi ved følgende under opretholdelse af stabilitetsbetingelsen:

$$\hat{K} = \frac{I}{K} = \frac{S}{K} = su\pi$$

$$\Leftrightarrow$$

$$u = \hat{K}/s\pi$$

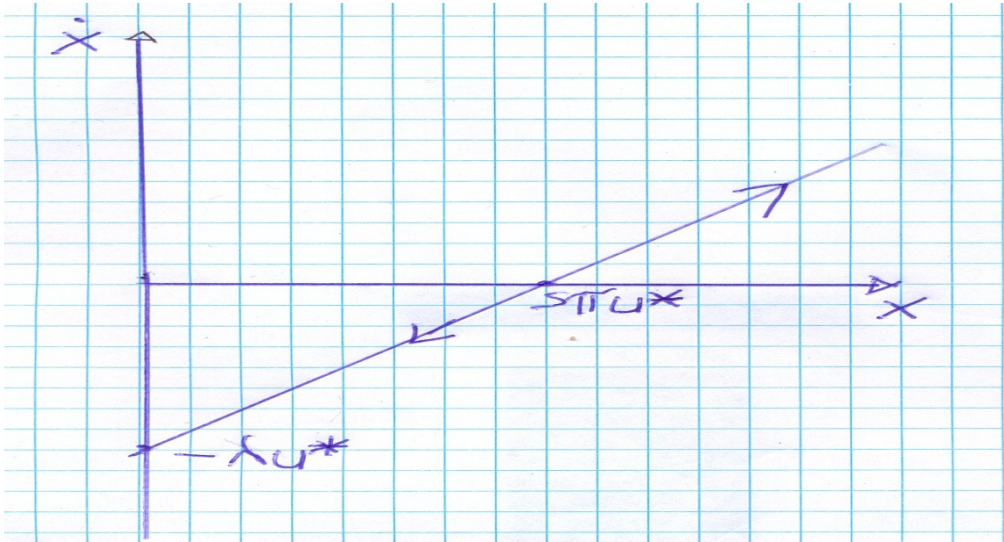
Indsætter vi dette på u 's plads i tilpasningsligningen og benytter definitionen af x fås:

$$\frac{d\hat{K}}{dt} = \lambda(\hat{K}/s\pi - u^*)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\dot{x} = \lambda \left(\frac{1}{s\pi} \right) x - \lambda u^*$$

Grafisk kan ovenstående ses som en lineær sammenhæng mellem x og $\dot{x}$ i et $x, \dot{x}$ diagram. Tegnes dette ind, og når det benyttes, at stationaritet fås, når $\dot{x} = 0$, fås følgende ustabile ligevægt:



Der vil gælde, at $\dot{x}$ må vokse (falde), når man befinder sig til højre(venstre) for stationaritetspunktet (Chiang & Wainwright, 2005). Følgelig fås en ustabil ligevægt.

12.2 Bilag 2 – Relevante definitioner, figurer og supplerende resultater

Med baggrund i OECD (2007b) defineres Geary-Khamis metoden som:

” Definition:

An aggregation method in which category "international prices" (reflecting relative category values) and country purchasing power parities (PPPs), (depicting relative country price levels) are estimated simultaneously from a system of linear equations. Has the property of base-country invariance, matrix consistency and transitivity.

Context:

The Geary-Khamis method is an average price method first used by the ICP [The International Comparison of Prices Program (Penn World Tables), red.] to compute PPPs and real final expenditures above the basic heading.

It entails valuing a matrix of quantities using a vector of international prices. The vector is obtained by averaging national prices across participating countries after they have been converted to a common currency with PPPs and weighted by quantities.

The PPPs are obtained by averaging within participating countries the ratios of national and international prices weighted by expenditure.

The international prices and the PPPs are defined by a system of interrelated linear equations that require solving simultaneously.

The GK method produces PPPs that are transitive and real final expenditures that are additive. It has a number of disadvantages. One is that a change in the composition of the group can change significantly the international prices as well as the relationships between countries. Another is that the real final expenditures are subject to the Gerschenkron effect which can be large.

Within the context of Eurostat-OECD comparisons, GK results are considered to be better suited to the analysis of price and volume structures across countries. Eurostat and the OECD published in

their joint publication an annex with a selection of GK results chosen specifically for such structural analysis.”

Yderligere defineres basic headings som (OECD, 2007a):

“Definition:

The lowest level of aggregation of items in the GDP breakdown for which parities are calculated.

Context:

In theory, a basic heading is defined as a group of similar well-defined goods or services. In practice, it is defined by the lowest level of final expenditure for which explicit expenditure weights can be estimated. Thus, an actual basic heading can cover a broader range of products than is theoretically desirable.

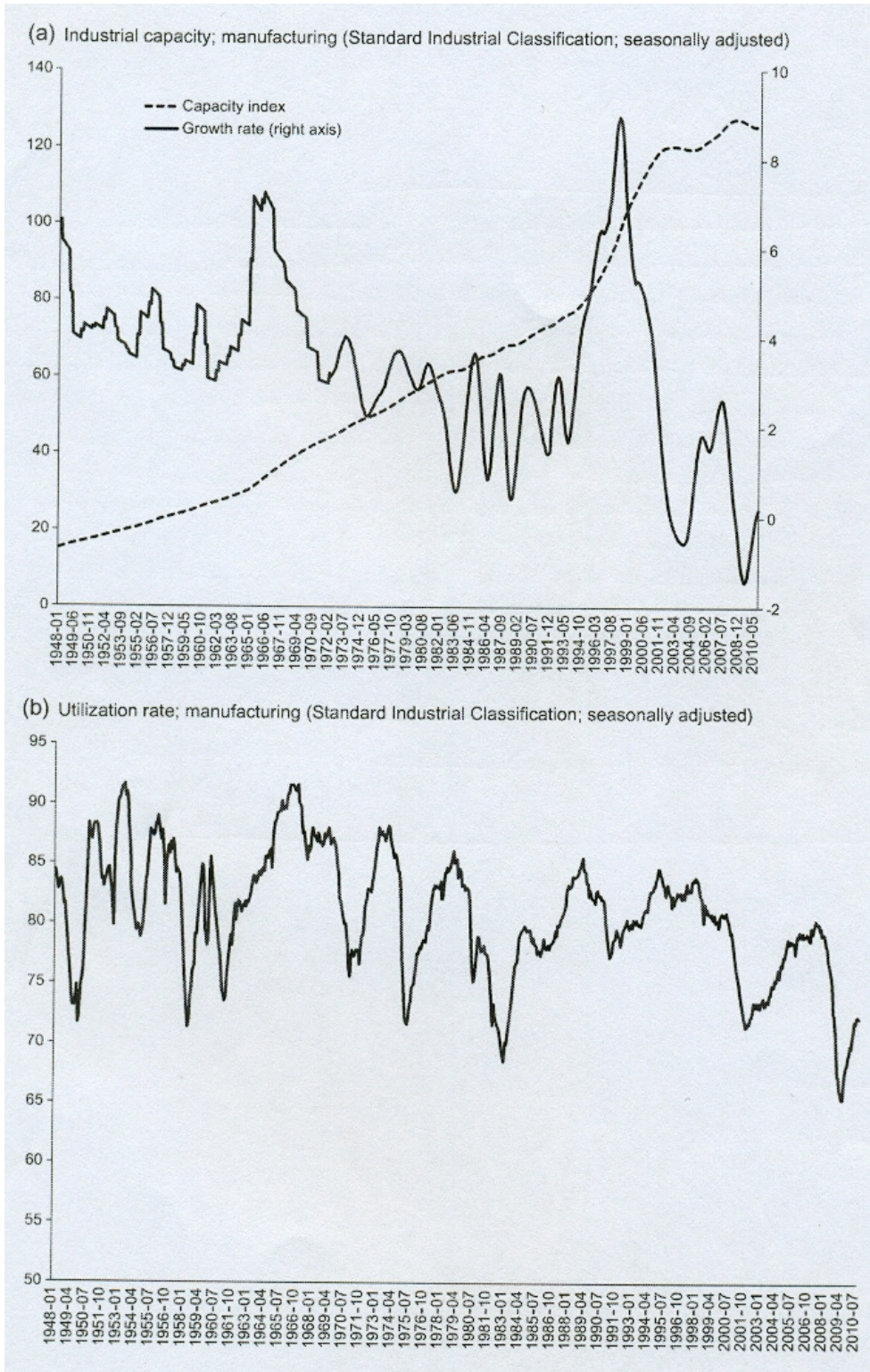
Basic headings are the building blocks of a comparison. It is at the level of the basic heading that expenditures are defined, products selected, prices collected, prices edited and PPPs first calculated and averaged.”

Endelig defineres Base-country invariance som (OECD, 2003a):

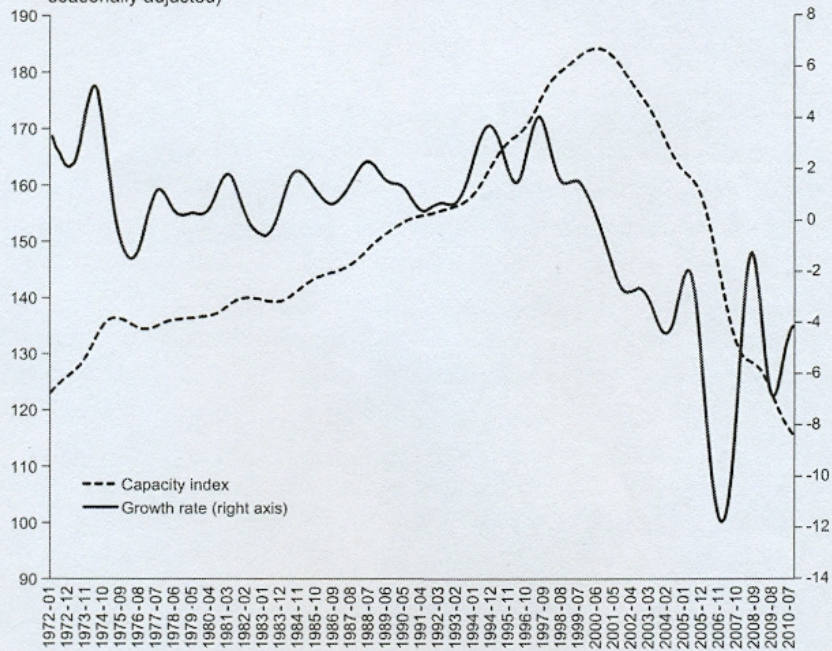
”Definition:

The index-number property that involves the symmetrical treatment of all countries, with the result that the relative index-number standings of the countries are not affected by the choice of the reference (numeraire) country.”

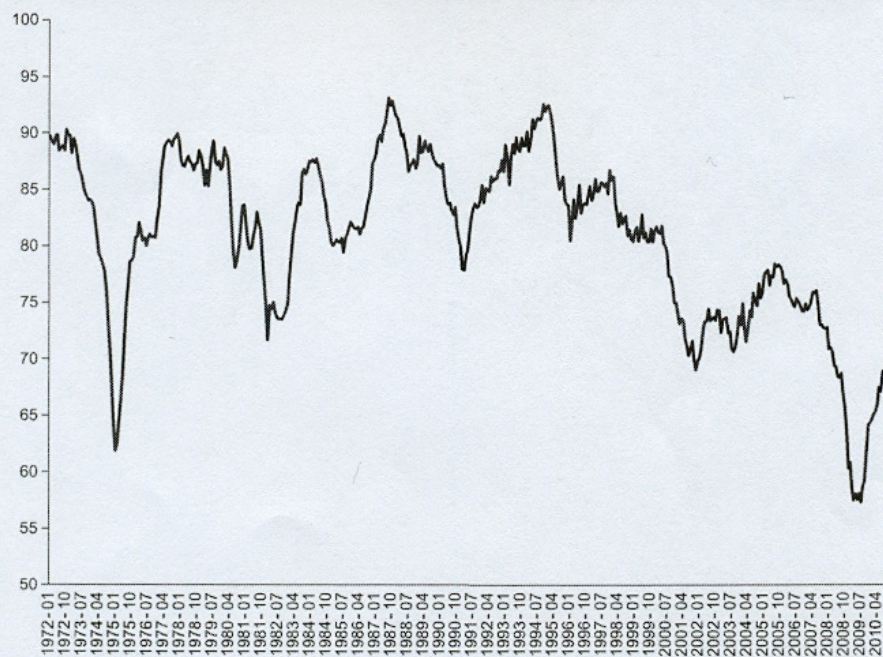
Figurer fra Skott(2012)



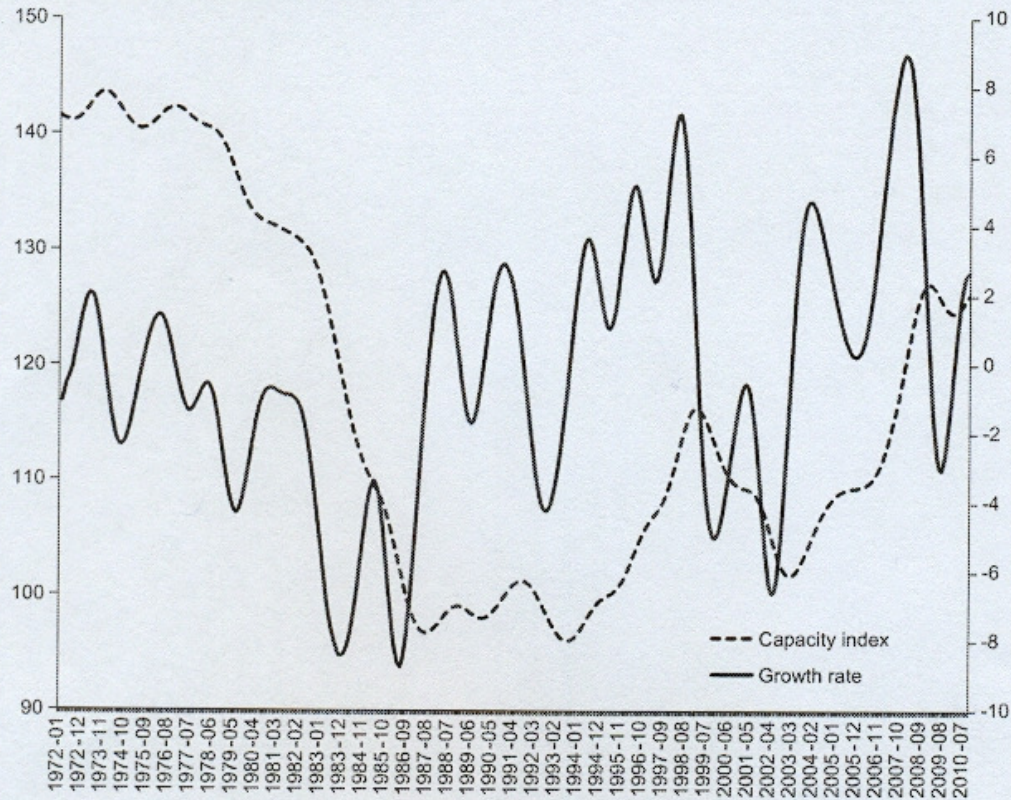
(c) Industrial capacity; textiles (North American Industrial Classification System 313,4; seasonally adjusted)



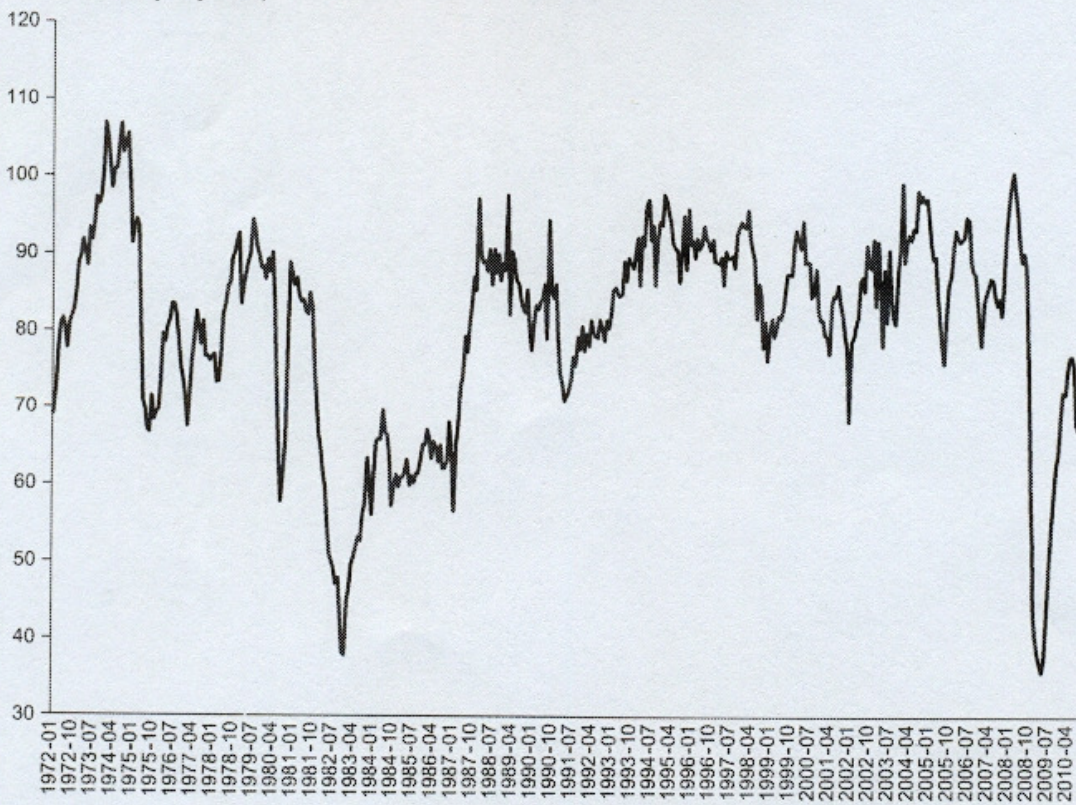
(d) Utilization rate; textiles (North American Industrial Classification System 313,4; seasonally adjusted)



(e) Industrial capacity; iron and steel products (North American Industrial Classification System 3311,2; seasonally adjusted)



(f) Utilization; iron and steel products (North American Industrial Classification System 3311,2; seasonally adjusted)



Udledninger fra Dutt & Veneziani (2011)

I det følgende udledes antagelserne i Dutt & Veneziani(2011). Her er kun gengivet de bagvedliggende antagelser og simple ligninger. For de dynamiske analyser af forskellige indgreb henvises til selve artiklen.

Modellen antager:

- Der ses bort fra afskrivninger
- Alle firmaer regnes som ens
- Der opereres med en lukket økonomi
- Der er et gode
- Der findes kapitalister og arbejdere. Kapitalister sparer andelen s op. Arbejdere sparer ikke op. Disse arbejdere kan underopdeles i 'skilled' (herfra faglært) og 'unskilled' workers (ufaglært)
- Opsparing sættes til investeringer
- Der opereres med en produktionsfunktion med faste koefficienter
- H er beskæftigelsen af faglærte. L er beskæftigelsen af uaglærte
- A_H er produktiviteten for faglærte. A_L er produktiviteten for uaglærte
- W_H er lønnen for faglærte
- W_L er lønnen for uaglærte, der bestemmes ved hjælp af klassekamp. Given klassekampen, vil W_L dog stige proportionalt med ændringer i A_L
- Det er muligt at gå fra at være uaglært til faglært ved at uddanne sig
- k angiver den maksimale produktion per enhed kapital
- Det antages, at der ingen begrænsninger er på udbuddet af uaglært arbejdskraft
- θ måler uddannelsessystemets åbenhed.

Dernæst defineres et typisk positivt 'skill-premium' som:

$$\sigma = \frac{W_H}{W_L}$$

Produktionsfunktionen defineres som:

$$Y = \min[kK, f(A_L L, A_H H)]$$

Således at kapital og arbejdskraft ikke kan substitueres, mens arbejdskraftens to typer indbyrdes til dels kan substituere hinanden.

Yderligere antages produktiviteten for faglærte højere end den for ufaglærte til alle tider, t , som:

$$A_H = \mu A_L \text{ for alle } t$$

Efterspørgslen efter faglærte defineres som:

$$H^D = \frac{b(\sigma)K}{A_L} = \frac{\frac{a_0}{\sigma} K}{A_L} \text{ hvor } a_0 \text{ er positiv}$$

Efterspørgslen efter ufaglærte defineres som:

$$L^D = \frac{c(\sigma)K}{A_L} = \frac{a_1 + a_2 \sigma K}{A_L} \text{ hvor } a_1 \text{ og } a_2 \text{ er positive}$$

Endelig vil σ tilpasse sig til overefterspørgsel på faglærte givet udbuddet af disse, H^S , og given W_L

Yderligere defineres:

$$W_L = \lambda A_L$$

Hvor λ markerer de ufaglærtes forhandlingskraft. Ved given H^S vil σ løse ligningen:

$$H^S = \frac{b(\sigma)K}{A_L}$$

De ufaglærtes andel af den samlede produktion er da:

$$\lambda c(\sigma)k$$

Yderligere antages vækstraten i de faglærtes produktivitet at være:

$$\hat{A}_H = \tau = \tau_0 + \tau_1 \frac{A_H H}{K}$$

Fra tidligere ved vi, at:

$$\hat{A}_H = \hat{A}_L$$

Og får dermed:

$$\hat{A}_L = \tau = \tau_0 + \tau_1 \mu \frac{A_L H}{K}$$

Således antages der altså umiddelbare spillovers fra faglært til ufaglært arbejdskraft.

Yderligere antages beskæftigelsen af faglært arbejdskraft over tid at vokse som:

$$\dot{H} = \frac{dH}{dt} = \theta(\sigma - 1)H$$

For alle $\sigma \geq 1$ og $\frac{dH}{dt} = 0$ ellers. Der gælder, at $\theta > 0$.

Ergo vil der gælde, at jo større 'skill-premium' jo flere vil ønske at uddanne sig. Desuden vil flere faglærte forøge væksten i, hvor mange der vil uddanne sig. Endelig vil et mere åbent uddannelses-system indebære flere faglærte arbejdere.

Hertil defineres profitsummen som:

$$rK = y - w_L L - w_H H$$

Og forbruget som:

$$C = (1 - s)rK + w_L L + w_H H$$

Det leder frem til:

$$S = srK$$

Og via antagelse om, at $S=I$:

$$I = srK$$

Endelig antages kapitalakkumulation at være afgørende for output som:

$$Y = kK$$

Til den dynamiske gennemgang benytter de følgende definition $h=A_L H/K$, så:

$$\hat{h} = \hat{A}_L + \hat{H} - \hat{K}$$

Og udleder separat differentialligninger for disse 4 størrelser.

På sigt er det endelig afgørende, at den langsigtede ligevægt fås, når $\hat{h} = 0$. Hvis ligevægten skal give økonomisk mening, vil det desuden være et krav, at $\sigma > 1$.

12.3 Bilag 3 – Datasæt

Datasæt 1. Baseret på estimationsmetoder i Mankiw et al. (1992)

Land	governmentshare	Investmentshare	invgov	Yarbejder	shsimpel	shudvidet	n	laborshare	g
Australia	7,44	24,29	31,73	73994	15,41	3813	1,46	62,37	1,65
Austria	7,37	25,09	32,45	73745	9,91	2653	0,57	79,61	1,68
Belgium	6,64	24,45	31,09	76232	11,47	2966	0,25	69,98	1,98
Canada	6,99	20,30	27,30	68112	10,85	5698	1,18	63,39	1,30
Chile	5,28	20,76	26,04	26687	11,85	2418	1,88	-	2,69
Denmark	7,26	21,38	28,64	65303	11,21	2974	0,31	69,48	1,86
Finland	7,77	26,10	33,87	64146	11,11	3878	0,31	68,55	2,81
France	7,51	20,48	28,00	67721	10,88	3023	0,60	71,40	2,18
Germany	6,97	22,33	29,30	63786	8,14	2618	0,26	71,83	2,00
Greece	9,80	23,83	33,64	57955	9,70	2889	0,77	64,65	1,90
Iceland	5,94	22,50	28,44	72274	12,60	2786	1,27	58,66	1,75
Ireland	7,09	27,49	34,59	81706	14,62	3049	1,40	66,18	3,97
Israel	14,46	23,54	38,00	58321	13,78	3544	2,60	65,75	1,16
Italy	6,47	24,72	31,19	70285	8,26	2736	0,26	73,45	1,37
Japan	6,00	31,41	37,41	60291	9,85	2580	0,27	66,77	2,78
Korea	6,30	38,10	44,41	45775	12,76	427	1,52	82,64	5,85
Luxembourg	6,25	24,04	30,29	106527	7,42	1726	0,97	58,95	2,59
Mexico	4,09	22,09	26,17	28853	11,73	3034	2,64	46,64	0,42
Netherlands	10,24	20,52	30,77	69481	11,86	3990	0,65	70,11	1,52
New Zealand	8,03	18,67	26,70	51777	12,19	3421	1,27	50,44	1,60
Norway	6,85	25,13	31,98	94977	11,32	2386	0,66	61,62	2,53
Portugal	4,11	26,68	30,78	37954	9,47	4574	0,58	67,74	2,57
Spain	6,59	25,23	31,83	58857	12,00	3357	0,94	68,20	1,92
Sweden	8,75	17,29	26,04	66342	10,85	2948	0,41	69,50	1,90
Switzerland	4,74	26,98	31,72	62268	9,19	2000	0,75	63,68	0,79
Turkey	4,35	16,39	20,74	26075	7,15	1678	-	46,83	3,20
UK	8,44	16,79	25,23	67150	9,73	2645	0,35	69,56	2,27
USA	7,99	20,92	28,91	83401	10,70	5335	1,12	67,63	1,71

Invgov: er for hvert land udregnet som 'governmentshare' + 'investmentshare'

Datasæt 2. Baseret på panelmetoder med relative ændringer

Land	year	Yarbejder	governmentshare	investmentshare	ingov	nind	n	shsimpel	shudvidet	laborshare	A	B	C	D	E	F
Australia	1980	47550	8,44	23,38	31,81	1,79	0,07	14,69	2231	0,67	0,56	0,15	-0,05	-0,11	1,28	-0,12
Australia	2005	73994	6,08	30,52	36,60	1,46	0,06	13,01	5086	0,58						
Austria	1980	54056	8,08	27,13	35,21	1,41	0,06	12,46	1712	0,95	0,36	-0,12	-0,17	-0,30	0,75	-0,30
Austria	2005	73745	6,28	24,61	30,89	0,29	0,05	8,76	2999	0,67						
Belgium	1980	52293	7,21	27,64	34,85	0,47	0,05	11,10	2043	0,74	0,46	-0,06	0,03	-0,09	0,85	-0,09
Belgium	2005	76232	6,45	26,40	32,85	0,64	0,06	10,15	3784	0,67						
Canada	1980	48373	7,57	19,30	26,87	1,64	0,07	12,66	6352	0,63	0,41	0,17	-0,05	-0,22	-0,36	-0,05
Canada	2005	68112	6,07	25,27	31,34	1,28	0,06	9,87	4052	0,60						
Denmark	1980	40479	8,30	17,98	26,29	0,68	0,06	12,20	2104	0,74	0,61	0,22	-0,09	-0,12	1,06	-0,07
Denmark	2005	65303	6,56	25,48	32,05	0,18	0,05	10,70	4338	0,69						
Finland	1980	36652	7,43	31,12	38,55	0,65	0,06	11,59	2610	0,71	0,75	-0,12	-0,06	-0,12	1,26	-0,11
Finland	2005	64146	6,85	27,07	33,93	0,30	0,05	10,23	5902	0,64						
France	1980	49528	7,23	22,52	29,76	1,39	0,06	10,51	1992	0,79	0,37	-0,01	-0,10	0,08	0,82	-0,15
France	2005	67721	6,88	22,45	29,32	0,77	0,06	11,38	3633	0,68						
Germany	1980	50911	8,39	23,83	32,22	1,38	0,06	7,63	2598	0,76	0,25	-0,21	-0,30	0,15	0,01	-0,10
Germany	2005	63786	5,63	19,81	25,43	-0,53	0,04	8,78	2613	0,68						
Greece	1980	47774	9,09	26,74	35,82	1,48	0,06	9,56	1238	0,58	0,21	-0,06	-0,23	-0,14	3,72	0,13
Greece	2005	57955	9,04	24,76	33,80	0,00	0,05	8,24	5836	0,66						
Iceland	1980	68631	4,58	24,41	28,99	1,66	0,07	12,79	1864	0,57	0,05	0,56	0,00	-0,05	1,78	0,19
Iceland	2005	72274	6,66	38,47	45,13	1,65	0,07	12,15	5188	0,68						
Ireland	1980	39935	9,37	30,04	39,41	1,41	0,06	14,29	1472	0,79	1,05	-0,10	0,19	-0,20	2,09	-0,28
Ireland	2005	81706	4,72	30,81	35,53	2,61	0,08	11,43	4553	0,57						
Israel	1980	44412	20,36	20,86	41,22	1,91	0,07	12,22	2670	0,65	0,31	-0,21	-0,02	0,15	0,80	-0,05
Israel	2005	58321	10,13	22,32	32,45	1,80	0,07	14,01	4805	0,62						
Italy	1980	48256	6,19	26,18	32,37	0,96	0,06	9,07	1975	0,79	0,46	0,01	-0,09	-0,19	0,76	-0,16
Italy	2005	70285	6,72	25,99	32,71	0,40	0,05	7,38	3468	0,67						
Japan	1980	38844	5,72	31,59	37,31	0,49	0,05	9,70	2114	0,73	0,55	-0,07	-0,23	-0,18	0,52	-0,17
Japan	2005	60291	6,80	28,08	34,88	-0,77	0,04	7,92	3223	0,61						
Korea	1980	13683	8,47	31,38	39,85	2,46	0,07	14,64	1465	0,94	2,35	0,06	-0,29	-0,39	3,70	-0,18
Korea	2005	45775	5,36	37,07	42,43	0,30	0,05	8,86	6881	0,77						

Luxembourg	1980	63700	9,34	22,70	32,03	0,88	0,06	7,19	115	0,68	0,67	-0,02	0,14	0,14	5,06	-0,19
Luxembourg	2005	106527	4,24	27,02	31,26	1,69	0,07	8,17	698	0,55						
Mexico	1980	32222	3,88	28,82	32,70	3,59	0,09	9,42	1280	0,59	-0,10	-0,22	-0,22	0,38	0,79	-0,28
Mexico	2005	28853	3,18	22,18	25,36	1,73	0,07	12,97	2291	0,42						
Netherlands	1980	62720	10,74	19,90	30,64	1,35	0,06	12,39	2519	0,76	0,11	-0,03	-0,19	-0,14	0,39	-0,12
Netherlands	2005	69481	9,36	20,29	29,65	0,13	0,05	10,65	3510	0,67						
NZ	1980	41521	9,53	14,64	24,17	1,05	0,06	12,70	2471	0,60	0,25	0,28	0,06	0,05	1,38	-0,18
NZ	2005	51777	6,85	24,00	30,85	1,38	0,06	13,39	5888	0,49						
Norway	1980	55481	6,88	29,76	36,63	0,72	0,06	11,42	1941	0,64	0,71	-0,14	0,04	-0,03	1,41	-0,20
Norway	2005	94977	5,61	25,83	31,45	0,97	0,06	11,04	4684	0,52						
Portugal	1980	24966	3,02	26,68	29,70	1,35	0,06	7,47	949	0,70	0,52	0,13	-0,16	0,09	2,85	-0,02
Portugal	2005	37954	5,14	28,57	33,71	0,36	0,05	8,13	3652	0,69						
Spain	1980	42742	5,54	23,12	28,66	1,02	0,06	11,63	1850	0,74	0,38	0,31	0,13	-0,21	1,28	-0,15
Spain	2005	58857	6,79	30,70	37,49	1,80	0,07	9,19	4215	0,63						
Sweden	1980	42653	9,19	18,04	27,23	0,40	0,05	9,22	2445	0,76	0,56	-0,09	0,06	0,12	0,96	-0,12
Sweden	2005	66342	6,66	18,01	24,67	0,74	0,06	10,33	4788	0,67						
Switzerland	1980	59810	4,50	28,00	32,50	1,26	0,06	11,31	1308	0,60	0,04	-0,07	-0,07	-0,27	1,08	0,09
Switzerland	2005	62268	4,32	26,00	30,33	0,79	0,06	8,22	2719	0,66						
UK	1980	34941	9,66	15,03	24,69	0,55	0,06	10,65	1431	0,71	0,92	0,04	0,07	-0,03	1,69	-0,03
UK	2005	67150	7,30	18,29	25,59	0,96	0,06	10,38	3844	0,69						
USA	1980	52233	8,88	18,68	27,57	1,17	0,06	12,78	5111	0,70	0,60	0,13	0,01	-0,18	0,16	-0,06
USA	2005	83401	6,44	24,60	31,04	1,22	0,06	10,50	5905	0,65						

De fundne variable benytter de samme kilder som ved datasæt 1.

Invgov: Er udregnet som før

n: Er for hvert land udregnet som ('nind' /100 +0,05). 'Nind' er fundet via OECD (2013).

A: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'Yarbejder' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

B: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'invgov' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

C: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'n' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

D: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'shsimpel' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

E: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'shudvidet' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

F: Er for hvert land udregnet som ændringen i 'laborshare' mellem 1980 og 2005 i forhold til niveauet for 1980

Datasæt 3. Baseret på panelmetoder med ln.

Land	year	G	H	I	J	K	L
Australia	1980	0,44	0,14	-0,05	-0,12	0,82	-0,13
Australia	2005						
Austria	1980	0,31	-0,13	-0,19	-0,35	0,56	-0,35
Austria	2005						
Belgium	1980	0,38	-0,06	0,03	-0,09	0,62	-0,10
Belgium	2005						
Canada	1980	0,34	0,15	-0,06	-0,25	-0,45	-0,05
Canada	2005						
Denmark	1980	0,48	0,20	-0,09	-0,13	0,72	-0,07
Denmark	2005						
Finland	1980	0,56	-0,13	-0,06	-0,13	0,82	-0,11
Finland	2005						
France	1980	0,31	-0,01	-0,10	0,08	0,60	-0,16
France	2005						
Germany	1980	0,23	-0,24	-0,36	0,14	0,01	-0,10
Germany	2005						
Greece	1980	0,19	-0,06	-0,26	-0,15	1,55	0,13
Greece	2005						
Iceland	1980	0,05	0,44	0,00	-0,05	1,02	0,18
Iceland	2005						
Ireland	1980	0,72	-0,10	0,17	-0,22	1,13	-0,33
Ireland	2005						
Israel	1980	0,27	-0,24	-0,02	0,14	0,59	-0,05
Israel	2005						
Italy	1980	0,38	0,01	-0,10	-0,21	0,56	-0,18
Italy	2005						
Japan	1980	0,44	-0,07	-0,26	-0,20	0,42	-0,19
Japan	2005						
Korea	1980	1,21	0,06	-0,34	-0,50	1,55	-0,19
Korea	2005						

Luxembourg	1980	0,51	-0,02	0,13	0,13	1,80	-0,22
Luxembourg	2005						
Mexico	1980	-0,11	-0,25	-0,24	0,32	0,58	-0,33
Mexico	2005						
Netherlands	1980	0,10	-0,03	-0,21	-0,15	0,33	-0,13
Netherlands	2005						
New Zealand	1980	0,22	0,24	0,05	0,05	0,87	-0,20
New Zealand	2005						
Norway	1980	0,54	-0,15	0,04	-0,03	0,88	-0,22
Norway	2005						
Portugal	1980	0,42	0,13	-0,17	0,08	1,35	-0,02
Portugal	2005						
Spain	1980	0,32	0,27	0,12	-0,24	0,82	-0,16
Spain	2005						
Sweden	1980	0,44	-0,10	0,06	0,11	0,67	-0,13
Sweden	2005						
Switzerland	1980	0,04	-0,07	-0,08	-0,32	0,73	0,09
Switzerland	2005						
UK	1980	0,65	0,04	0,07	-0,03	0,99	-0,03
UK	2005						
USA	1980	0,47	0,12	0,01	-0,20	0,14	-0,07
USA	2005						

De andre variable er som før og ellers erstatter G-L A-F.

G: Er for hvert land forskellen $\ln(\text{Yarbejder}_{2005}) - \ln(\text{Yarbejder}_{1980})$

H: Er for hvert land forskellen $\ln(\text{invgov}_{2005}) - \ln(\text{invgov}_{1980})$

I: Er for hvert land forskellen $\ln(n_{2005}) - \ln(n_{1980})$

J: Er for hvert land forskellen $\ln(\text{shsimpel}_{2005}) - \ln(\text{shsimpel}_{1980})$

K: Er for hvert land forskellen $\ln(\text{shudvidet}_{2005}) - \ln(\text{shudvidet}_{1980})$

L: Er for hvert land forskellen $\ln(\text{laborshare}_{2005}) - \ln(\text{laborshare}_{1980})$

12.4 Bilag 4- Regressioner

Estimationsmetoder som i Mankiw et al. (1992)

```
data mankiw; /* mankiwdatasættet indlæses i SAS*/
set work.mankiw;
run;
proc print data=mankiw; /* et prøveprint foretages for at tjekke at indlæsningen
blev korrekt*/
run;
data mankiw1;
set mankiw;
invest=investmentshare / 100;
lnsk= log(investmentshare / 100);
govern=log ( invgov / 100);
lnstest= n/ 100;
lnstestg= g / 100;
lnn= log (lnstest + 0.05);
lnng=lnstest + lnstestg;
lnnny= log (lnng + 0.03);
lnYdivL= log (Yarbejder);
labl= laborshare/ 100;
lnlab=log (labl);
lnsh= log (shsimpel);
lntert= log (shudvidet);
run;
data mankiw2; /* Tyrkiet og Chile fjernes grundet manglende data på afgørende
områder.*/
set mankiw1;
t=_N_;
if t=29 then delete;
if Land='Turkey' then delete;
if Land='Chile' then delete;
run;
proc print data=mankiw2; /* et prøveprint foretages for at tjekke, at
indlæsningen blev korrekt*/
run;
data mankiw3; /* her opbygges en model, der kun indeholder de OECD-lande Mankiw
et al (1992) definerer*/
set mankiw1;
t=_N_;
if Land='Iceland' then delete;
if land='Chile' then delete;
if land='Korea' then delete;
if land= 'Mexico' then delete;
if land='Luxembourg' then delete;
if Land='Israel' then delete;
if land='Turkey' then delete;
if t=29 then delete;
run;
proc print data=mankiw3; /* et prøveprint foretages for at tjekke, at
indlæsningen blev korrekt*/
run;
proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.1.1.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.1.2*/
model lnYdivL= lnsk lnn / vif ;
run;
```

```

proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= lnsk lnn / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = lnsk lnn / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = lnsk lnn;
test
lnsk=lnn=0;
run;
proc reg data=mankiw3; /*regressionen til tabel 7.2.1.2.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.2.2*/
model lnYdivL= lnsk lnn / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw3;
model lnYdivL= lnsk lnn / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw3; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = lnsk lnn / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = lnsk lnn;
test
lnsk=lnn=0;
run;
proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.1.3.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.3.2*/
model lnYdivL= govern lnn / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= govern lnn / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = govern lnn / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = govern lnn;
test
govern=lnn=0;
run;
proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.1.4.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.4.2*/
model lnYdivL= govern lnn lnsh / vif ;

```

```

run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= govern lnn lnsh / normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = govern lnn lnsh / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = govern lnn lnsh;
test
govern=lnn=lnsh=0;
run;
proc reg data=mankiw2; /* der laves heteroskedasticitetskonsistente fejlled til
tabel 7.2.1.4.1*/
model lnYdivL= govern lnn lnsh / white ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* en wald test foretages*/
model lnYdivL= govern lnn lnsh;
test govern=lnn=lnsh=0 / type=all;
run;

proc reg data=mankiw2; /* test af korrelation mellem sekundær og tertiær
udannelse foretages til tabel 7.2.1.5.1 og 7.2.1.5.2*/
model lnsh= lntert / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnsh= lntert / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnsh = lntert / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = lntert;
test lntert=0;
run;
proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.1.6.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.6.2*/
model lnYdivL= govern lnn lnsh lntert / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= govern lnn lnsh lntert / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = govern lnn lnsh lntert / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;

```

```

run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = govern lnn lnsh lntert;
test
govern=lnn=lnsh=lntert=0;
run;
proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.1.7.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.7.2*/
model lnYdivL= govern lnnny lnsh lntert / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= govern lnnny lnsh lntert / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = govern lnnny lnsh lntert / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = govern lnnny lnsh lntert;
test
govern=lnnny=lnsh=lntert=0;
run;
/* Følgende estimationer knytter sig til afsnit 7.2.2 (dog ikke panelmodeller)-
se SAS-koden til tabel 7.2.1.8.1, 7.2.1.9.1 og 7.2.1.9.2 i SAS-koden ' panel'*/

proc reg data=mankiw2; /*regressionen til tabel 7.2.2.1.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.2.1.2*/
model lnYdivL= lnlab / vif ;
run;
proc autoreg data=mankiw2;
model lnYdivL= lnlab / reset normal ;
run;
proc autoreg data=mankiw2; /* I de 3 følgende trin laves en BP-test*/
model lnYdivL = lnlab / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch;
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = lnlab;
test
lnlab=0;
run;

```

Estimationsmetoder med paneldata

```
data panel; /* Paneldatasættet indlæses i SAS*/
set work.panel;
run;
proc print data=panel; /* Et prøveprint foretages for at tjekke at indlæsningen
blev korrekt*/
run;
data panell;
set panel;
if year=2005 then delete;
run;
proc print data=panell; /* Et prøveprint foretages for at tjekke, at
indlæsningen blev korrekt*/
run;
proc reg data=panell; /*Regressionen til tabel 7.2.1.8.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.8.2*/
model A= B C D E / vif;
run;
proc reg data=panell;
model A= B C D E;
test C=B=0;
run;
proc autoreg data=panell; /* En wald-test gennemføres, der tester for om
befolkningstilvækst og investeringer i realkapital kan fjernes*/
model A= B C D E;
test C=B=0 / type=all;
run;
proc reg data=panell; /*Regressionen til tabel 7.2.1.9.1 foretages, + diverse
tests i 7.2.1.9.2*/
model A= D E / vif ;
run;
proc autoreg data=panell; /* OLS-regressionen laves igen. Denne gang laves
også residualer til en breusch-pagan-test + normaltest*/
model A = D E / normal;
output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch; /* Flere residualer til BP-test laves*/
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = D E;
test
D=E=0;
run;
proc reg data=panell; /* OLS-regressionen med white-fejllad*/
model A = D E / white;
run;
/* Regressioner til afsnit 7.2.2 foretages herunder*/

proc reg data=panell; /*Regressionen til tabel 7.2.2.2.1, + diverse tests i
7.2.2.2.2*/
model A= F / vif ;
run;
proc autoreg data=panell; /* OLS-regressionen laves igen. Denne gang laves
også residualer til en breusch-pagan-test og normaltest og reset test laves*/
model A= F / reset normal;
test F=0 / type=all;
```

```

output out=c r=residual;
run;
data tilbreusch; /* Flere residualer til BP-test laves*/
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = F;
test
F=0;
run;
proc reg data=panell1; /*Regressionen til tabel 7.2.2.3.1, + diverse tests i
7.2.2.3.2*/
model A= F D E / vif ;
run;
proc autoreg data=panell1; /* OLS-regressionen laves igen. Denne gang laves
også residualer til en breusch-pagan-test samt normaltest*/
model A = F D E /normal;
test D=E=F=0 / type=all;
output out=c r=residual;
run;

data tilbreusch; /* Flere residualer til BP-test laves*/
set c;
ressq=residual**2;
run;
proc autoreg data=tilbreusch;
model ressq = D E F;
test
D=E=F=0;
run;
proc reg data=panell1; /*Whitefejllled dannes*/
model A= F D E / white ;
run;

```

Paneldata-ln

Det bemærkes, at datasæt 3 benyttes i stedet for datasæt 2. Hvis G erstatter A, H erstatter B og så fremdeles kan SAS-kodningen fra ovenfor benyttes. Det vil ses, at den bedste model da vil være følgende:

Afhængig variabel: $\ln(\text{BNP/arbejder}_{i, 2005}) - \ln(\text{BNP/arbejder}_{i, 1980})$	
Observationer:	26
<i>Konstant</i>	0,18* (0,08)
$\ln(s_{hi,2005})$ $-\ln(s_{hi,1980})$	-0,60* (0,24)
$\ln(tert_{i,2005})$ $-\ln(tert_{i,1980})$	0,19*(0,09)
R^2	0,32
$\bar{R}^2$	0,26
p-værdi samlet signifikans	0,01

Observationer:	26
VIF - teststørrelser	1,00;1,00
p-værdi BP-test	0,02
p-værdi JB-test	0,58

White-heteroskedastiske fejll. Angivelse af standardfejl og t-teststørrelser	
$\ln(s_{hi,2005})$ $-\ln(s_{hi,1980})$	(0,29); 0,0473
$\ln(tert_{i,2005})$ $-\ln(tert_{i,1980})$	(0,09); 0,0411