

Tilslutningskanter

Forudsætninger for kørebanekanters
kurveforløb ved vejtilslutninger



Aalborg Universitet
Institut for planlægning
Kandidatspeciale 2013
Anders Bak Frederiksen

Synopsis:

Titel:

Forudsætninger for kørebanekanter
kurveforløb ved vejtilslutninger

Tema:

Projektering af vejanlæg

Projektperiode:

10. semester

Februar 2013 - Juni 2013

Deltagere:

Anders Bak Frederiksen

Vejleder:

Erik Kjems

Oplagstal: 3

Sidetal: 56 sider + 5 appendiks

Bilags-CD vedlagt

Afsluttet den 6/6-2013

Denne rapport omhandler projektering af tilslutningskanter i åbent land. Der er i projektet givet et historisk overblik over, hvordan tilslutningskanterne er blevet anbefalet igennem tiderne i Danmark.

Derudover er der undersøgt hvorledes de lande, Danmark normalt sammenligner sig med, udformer tilslutningskanterne f.eks i Sverige, Norge, Tyskland og USA.

Der er udarbejdet en MATLAB-model til at beskrive køretøjets teoretiske kurveforløb. I modellen er alle parametrene implementeret, så køretøjets nødvendige specifikationer let kan ændres. De forskellige parametres betydning for det teoretiske kurveforløb er dermed også undersøgt.

Der undersøges for tre forskellige konstruktionsmetoder, der alle har været brugt i Danmark, til at beskrive tilslutningskantens udformning. Disse konstruktionsmetoder er blevet udarbejdet i hver deres MATLAB-model så de kan sammenlignes med det teoretiske kurveforløb.

Rapporten slutter af med en anvisning til den bedste måde at konstruere tilslutningskanter på. Anvisningen er en optimering med hensyntagen til trafiksikkerheden, men hvor det dimensiongivende køretøj stadig kan udføre sine nødvendige manøvreringer.

Denne rapport er resultatet af et Vej og Trafik kandidatspeciale projekt udarbejdet af Anders Bak Frederiksen, Veje og Trafik ved Aalborg Universitet. Projektperioden er fra 6. februar 2013 til 6. juni 2013. .

Rapporten henvender sig primært til vejleder og censor, men også til andre medstuderende.

Læsevejledning

Der forekommer løbende kildehenvisninger i rapporten. Kilderne placeres som hovedregel i slutningen af hvert underafsnit. Står henvisningen efter det sidste punktum i afsnittet, er hele afsnittet baseret på denne kilde, men hvis henvisningen står inden punktummet, dækker kilden kun den pågældende sætning.

Bagerst i rapporten er der en samlet litteraturliste med alle kilderne. Kildehenvisningerne er udformet efter Harvardmetoden, hvilket betyder, at der refereres til en kilde på følgende måde: (Efternavn, År), hvor forfatterens efternavn og udgivelsesår oplyses. Har samme forfatter udgivet mere i samme årstal, fremkommer der efter årstallet et bogstav (a,b,c, osv.), som gør opmærksom på, at der er flere kilder med samme navn og årstal. I litteraturlisten er bøger angivet med forfatter(e), titel, ISBN-nummer og forlag, mens internetadresser er angivet med forfatter(e), titel, URL og dato for download. Rapporter, papers, hæfter og artikler m.m. er angivet med forfatter(e), titel og evt. hvilket medie eller hvilken sammenhæng, de er udgivet i.

Formel-, figur- og tabelnummereringen forekommer i kronologisk rækkefølge, således at de er angivet efter kapitelnummer og derefter deres placering i kapitlet. F.eks. vil den anden figur i kapitel 3 være angivet figur 3.2. Ligeledes for formler og tabeller.

På vedlagte CD forefindes en elektronisk kopi af rapporten samt en række elektroniske bilag.

Summary

This report is a result of a Master's project produced by Anders Bak Frederiksen, Road and Traffic at Aalborg University. The project period was from the 6 of February to 6 of June 2013.

The report focuses on the project design of curb alignments in the open country. In the project, a historical overview has been given, to create an understanding of the recommendations prior in Denmark. Besides this, also surrounding countries and comparable countries have been investigated e.g. Sweden, Norway, Germany and USA.

A MATLAB-model has been drawn up to describe the theoretical curb process. All the parameters have been implemented in the model to ease the changes that have to be made to the chosen vehicle. The different parameters have been examined in the theoretical curb process to determine the significance of speed, wheelbase length and the maximum turning angle.

The calculated curb process from MATLAB has been compared to the CAD program AutoTURN and the results hereby show the same turn process in the left front wheel and right rear wheel. Three construction methods that have been used in Denmark, have been examined to describe the configuration of the curb alignment. These construction methods are compiled in a MATLAB-model so the theoretical values can be compared. The comparison shows that the two arch construction method creates the least deviations when the vehicle moves from the right curb to the right side of the road while the three arch construction method created the least area deviation when moving from the left curb to the right side of the road.

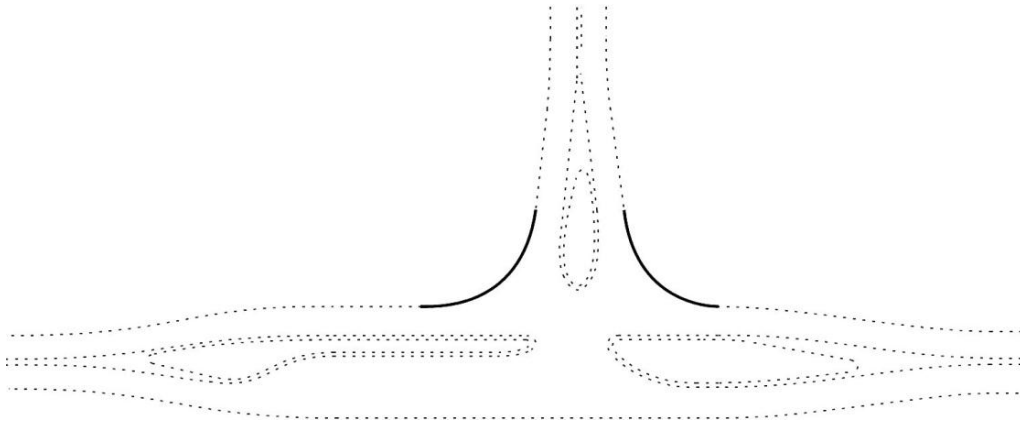
A common denominator in the three models is that they all produce deviations when the vehicle is moving from the left curb to the left side of the road and therefore a new construction method has been optimized to approach the theoretical curb alignment for driving method 2. A combination of two arches with the radius of $R_1 = 10m$ and $R_2 = 34m$ at 100 gon has shown to produce good results. The size of R_1 is dependent on the turning angle and corresponding to that a correlation was found that produced satisfying results in the interval from 80 to 120 gon.

Indholdsfortegnelse

Kapitel 1	Indledning	9
Kapitel 2	Litteraturstudie	12
2.1	Historisk gennemgang	12
2.1.1	Vejregel 1964	12
2.1.2	Vejregel 1983	13
2.1.3	Vejregel 2012	14
2.2	Dimensionering af tilslutningskanter i udlandet	15
2.2.1	Tilslutningskanter i Norge	15
2.2.2	Tilslutningskanter i Sverige	16
2.2.3	Tilslutningskanter i Tyskland	17
2.2.4	Tilslutningskanter i USA	18
Kapitel 3	Det teoretiske kurveforløb	19
3.1	Beregning af vinklerne	20
3.1.1	Fase I	20
3.1.2	Fase II	21
3.1.3	Fase 3	21
3.2	Bestemmelse af koordinaterne til køretøjet	22
3.3	Resultatet af modellen	26
3.3.1	Parametrenes betydning	29
3.4	Overstyring	30
Kapitel 4	Sammenligning mellem konstruktionsmetoderne og det teoretiske kurveforløb	32
4.1	To cirkelbuer	34
4.2	Tre cirkelbuer	38
4.3	Klotoide-cirkelbue-klotoide	42
Kapitel 5	Optimering af tilslutningskantens udformning	47
Kapitel 6	Diskussion	52
Kapitel 7	Konklusion	55
	Litteratur	56
Bilag A	MATLAB-modellen for det teoretiske kurveforløb	
Bilag B	MATLAB-modellen for overstyring	
Bilag C	MATLAB-modellen for to-cirkelbuer	
Bilag D	MATLAB-modellen for tre-cirkelbuer	

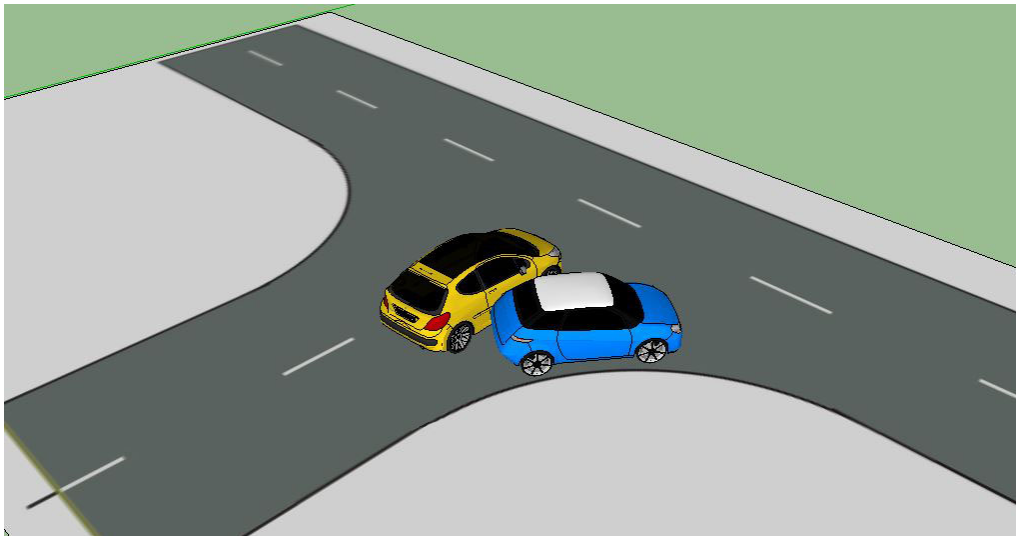
Bilag E MATLAB-modellen for klotoide-cirkelbue-klotoide

Tilslutningskanterne er begrænsningslinjen, som forbinder primær- og sekundærvejens begrænsningslinjer med hinanden, se figur 1.1.



Figur 1.1. Skitse af tilslutningskanter. Tilslutningskanter er de fuldt optrukne linjer. (Vejdirektoratet, 2012b)

I forbindelse med et kryds er det vigtigt at højre tilslutningskant, der forbinder de to veje, er dimensioneret, så det dimensionsgivende køretøj kan foretage en højredrejning uden at komme i konflikt med modkørende trafikkanter i tilstødende kørespor. Tilslutningskanterne skal i midlertidigt heller ikke gøre kørearealet unødvendigt større, da det fortrækkes, at kørebanearealet er mindst muligt på grund af økonomiske og sikkerhedsmæssige grunde. Anlægsudgifterne er større ved et større kørebaneareal. Materialer kan derfor med stor økonomisk fordel spares væk ved et mindre areal. Af sikkerhedsmæssige grunde foretrækkes et mindre areal, da et stort areal misvisende kan opfodre to biler at holde ved siden af hinanden, som illustreret på figur 1.2. Problemstillingen ved dette er, at de to biler blokerer for hinandens synsvinkler og udgør derfor en sikkerhedsrisiko.



Figur 1.2. Illustration af hvordan to biler kan blokere for hinandens udsyn

Udfordringen er derfor at udforme tilslutningskanterne på den mest optimale måde, så kørearealet ikke bliver unødvendigt stort, hvor der her kan holde to biler ved siden af hinanden, men hvor det dimensionsgivende køretøj stadig kan lave de nødvendige manøvreringer.

Der er en række eksempler på nyere kryds, hvor netop problemstillingen med to biler holdende ved siden af hinanden er forsøgt undgået, ved at optegne et hvidt areal, se figur 1.3. Over det hvide areal tillades det dimensionsgivende køretøj at køre over, hvorpå dette ikke er gældende for personbilerne. Optegningen kan virke distraherende og sparer stadig ikke for anlægsmkostningerne.



Figur 1.3. T-kryds fra Skelund (Google Maps).

Der vil derfor i nærværende rapport blive undersøgt om, hvordan tilslutningskanterne kan udformes mest optimalt. For at dette kan lade sig gøre, er det vigtigt at have en forståelse for, hvordan det teoretiske kurveforløb for køretøjet rent fysisk og matematisk hænger sammen.

I Danmark anbefales det, at tilslutningskanterne udformes, så de tilnærmer arealbehovskurven for det valgte dimensionsgivende køretøj. I vejreglerne har der været en række forskellige konstruktionsmetoder til at tilnærme arealbehovskurverne igennem årene. Disse konstruktionsmetoder vil i de kommende kapitler blive præsenteret og undersøgt.

Der vil kun blive undersøgt for den højre tilslutningskant kommende fra sekundærvejen.

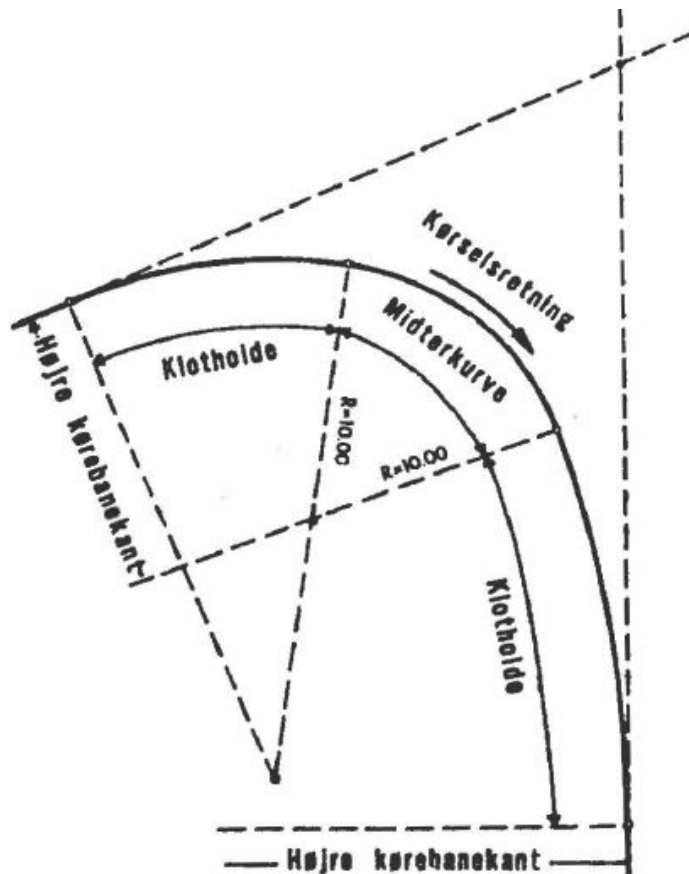
Litteraturstudie 2

Der vil i kommende kapitel blive undersøgt, hvordan tilslutningskanter i Danmark er blevet udført igennem tiden. Derudover undersøges der, hvordan en række lande i udlandet anbefaler at udføre tilslutningskanter.

2.1 Historisk gennemgang

2.1.1 Vejregel 1964

Tilbage i 1964 i vejregel (Vejdirektoratet, 1964) anbefales det, at bruge en cirkelbue med radius 10 m forbundet med overgangskurver i form af klotoider til de to tangentretninger. Klotoidparametrene er ikke oplyst i den danske vejregel, men hvis der sammenlignes med de norske og svenske vejregler fra samme periode, anvendes der symmetrisk opbyggede klotoid-cirkelbue-klotoider, $A=R=A$.



Figur 2.1. Design af tilslutningskant i vejregel 1964. Bestående af klotoider, cirkel og klotoider. (Vejdirektoratet, 1964)

2.1.2 Vejregel 1983

I vejregel Vejkræds i åbent land fra 1983 (Vejdirektoratet, 1983) anbefales det at udforme tilslutningskanterne som en enkel cirkelbue eller som tre cirkelbuer. Det bemærkes dog, at tilslutningskanterne altid bør udformes, så de tilnærmer sig slæbekurven for det valgte dimensionsgivende køretøj. Konstruktionsmetoderne, en enkel cirkelbue og tre cirkelbuer, skulle give den tilstrækkelige tilnærmelse.

Konstruktionsmetoden med den enkle cirkelbue kan bruges ved mindre betydende vejkræds, hvor person- og varevogn er de dimensionsgivende køretøjer. I vejreglen er der anført en tabel med minimumsværdier for radiusen til cirkelbuen afhængig af kørebanebredderne for de to veje indtil krydset. Tabelværdierne er gældende for tilslutningsvinkler mellem 80 og 120 gon.

For alle øvrige kryds anbefales det, at tilslutningskanterne udformes ved hjælp af tre på hinanden følgende cirkelbuer. Forholdet mellem de tre cirkelbuers radier er:

$$R_1 : R_2 : R_3 = 2.5 : 1 : 5.5. \quad (2.1)$$

Hvor R_2 for lastvogn og bus er:

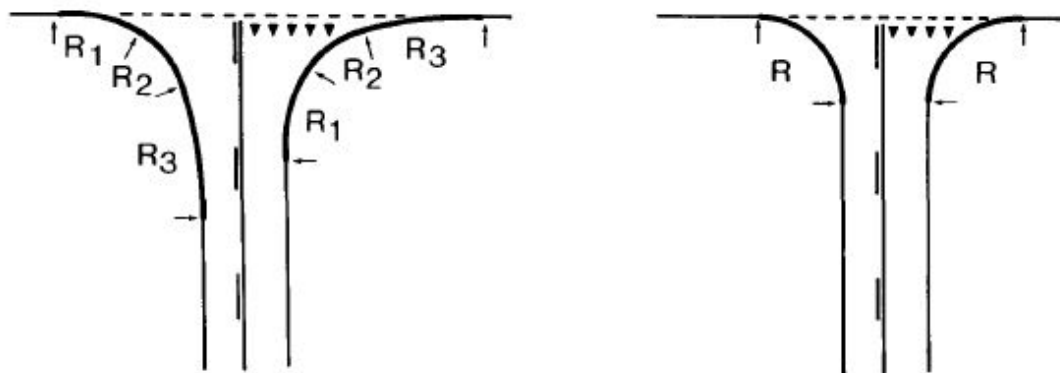
$$R_2 = \frac{657}{V} + 5,30 \quad (2.2)$$

Og for sættevognstog:

$$R_2 = \frac{1479}{V} - 1,87 \quad (2.3)$$

Forholdet mellem de tilhørende centervinkler er:

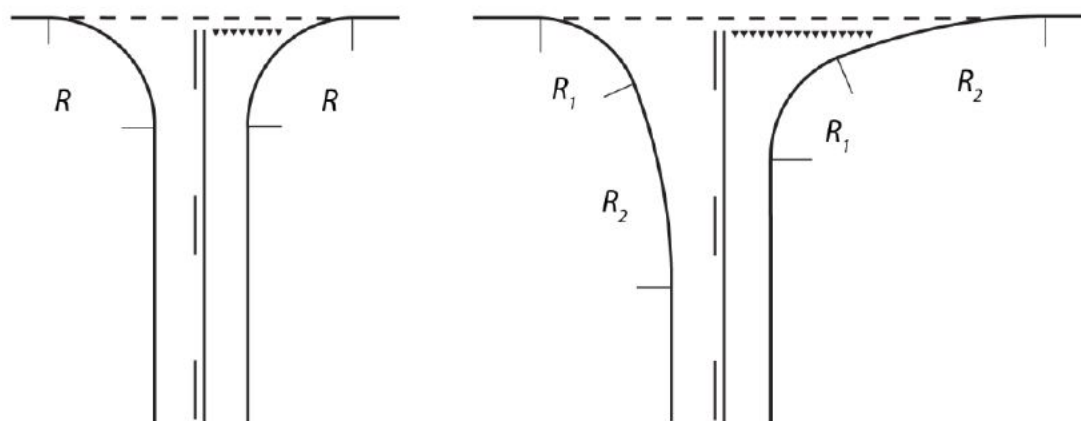
$$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : 5.5 : 1 \quad (2.4)$$



Figur 2.2. Principskitse af udformning af tilslutningskanter med henholdsvis en og tre cirkelbuer. (Vejdirektoratet, 1983)

2.1.3 Vejregel 2012

I den seneste udgave af vejregler for prioriterede kryds i åbent land (Vejdirektoratet, 2012b), som blev udgivet i 2012, anbefales det stadig, at tilslutningskanterne udformes, så de bedst muligt er tilnærmet arealbehovskurven for det valgte dimensionsgivende køretøj. Den primære forskel fra den tidligere udgave af vejreglen er, at konstruktionsmetoden med tre cirkelbuer er blevet erstattet med en konstruktionsmetode bestående af to cirkelbuer.

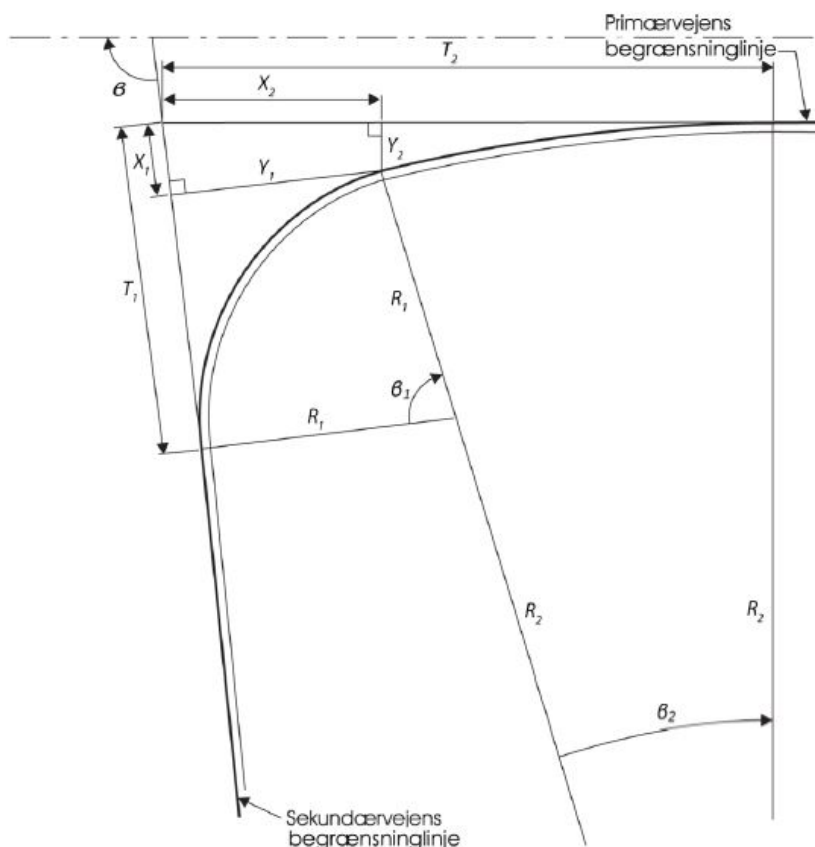


Figur 2.3. Principskitse af udformning af tilslutningskanter med henholdsvis en og to-cirkelbuer. (Vejdirektoratet, 2012b)

Ligesom den tidligere udgave af vejreglen er der for konstruktionsmetoden med en enkel cirkelbue anført en tabel med minimumradier - dog med nogle små ændringer i værdierne.

For konstruktionsmetoden med to på hinanden følgende cirkelbuer fremgår radier og afsætningsdata vha. tabelopslag. Ved aflæsning af værdierne i skemaet skal tangentvinklen, det dimensionsgivende køretøj samt køretøjets maksimale hjuldrejning kendes.

På figur 2.4 kan principskitse af konstruktionsmetoden med to cirkelbuer ses samt de forskellige afsætningsvariabler.



Figur 2.4. To-cirkelbuer med deres afsætningsvariabler. (Vejdirektoratet, 2012b)

2.2 Dimensionering af tilslutningskanter i udlandet

Der vil i følgende afsnit blive undersøgt, hvordan en række lande i udlandet har valgt at konstruere tilslutningskanter på. Dette er gjort for at give et overblik over, hvordan konstruktionsmetoderne er i de lande, der normalt bliver sammenlignet med Danmark. Landene, der er blevet valgt til at kigge nærmere på, er: Norge, Sverige og Tyskland. USA er som et ekstra land også blevet undersøgt.

2.2.1 Tilslutningskanter i Norge

I Norge er det Vejdirektoratet, som er en del af Statens vejsektor, der har hovedansvaret for udarbejdelse og ajourføring af håndbøgerne (Vegvesen, 2013). Håndbogen, som belyser tilslutningskanter, hedder "Geometrisk utformning av veg- og gatekryss" (vegvesen, 2008a) og betegnes i niveau 2. Dette betyder, at hvad der står i hæftet er vejledende.

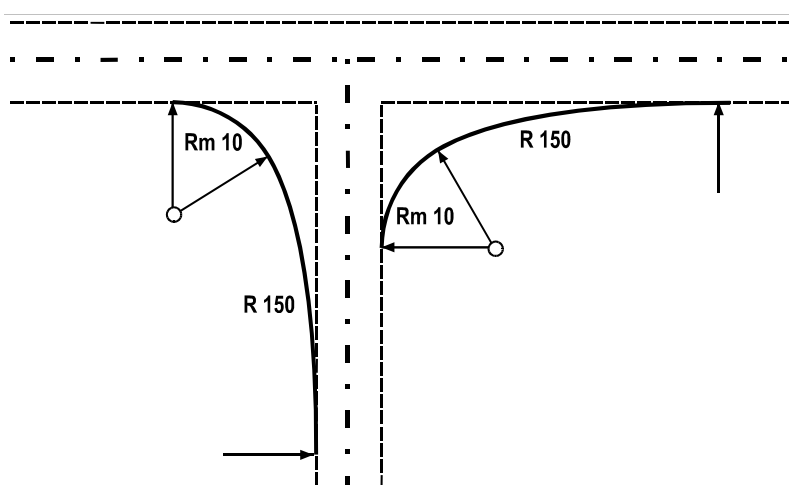
Tilslutningskanterne i byområder anbefales at blive udført med en enkel cirkelbue, hvormed områder med få gående og cyklende bør anvende tre cirkelbuer med forholdet 2:1:3. Som vejledning til at bestemme R_2 , er der opstillet en række tabeller for forskellige dimensionsgivende køretøj. Ud fra kørebanebredden for primær- og sekundærvejen kan der aflæses hvilken køremåde, der kan køres med alt efter hvilken størrelse af R_2 , der vælges. Der er defineret tre forskellige køremåder (vegvesen, 2008b).

2.2.2 Tilslutningskanter i Sverige

I Sverige er det Trafikverket, som er ansvarlig for planlægning af transportsystemet for vejtrafik, jernbane, søfart og lufttransport. Derudover er de ansvarlige for drift og vedligeholdelse af de statslige veje og jernbaner. Trafikverket blev sammenlagt i 2010 mellem Vägverket og Baneverket (Trafikverket, 2013).

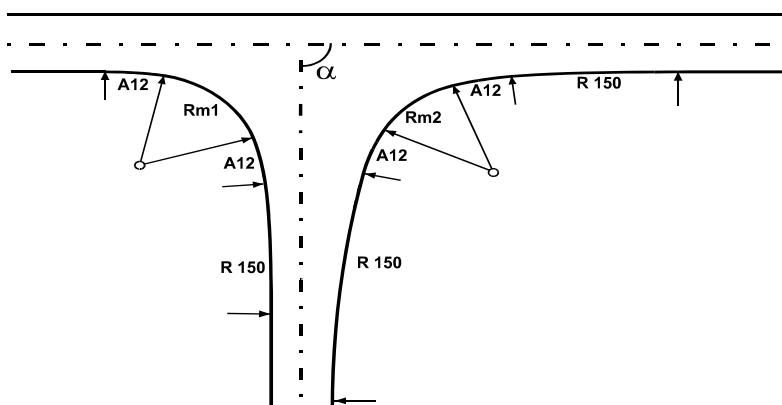
Sammen med Sveriges kommuner har Trafikverket udviklet en række nye regler for vejens og gadens udformning. De nye regler anvender fire forskellige niveauer, alt efter hvordan reglerne skal tolkes.

Anbefalingerne til tilslutningskanternes udformning står beskrevet i vejledningen "Korsningar - Detaljutformning" (Vagverket, 2004). Hvordan tilslutningskanterne skal udformes afhænger af krydstypen. Ved enkle kryds uden kanalisering anbefales det at benytte to cirkelbuer med radierne $R10$ og $R150$, se figur 2.5



Figur 2.5. Skitse af tilslutningskanternes udformning ved kryds uden kanalisering. (Vagverket, 2004)

Ved kryds med kanalisering anbefales det at højre tilslutningskant udformes med tre cirkelbuer med overgangskurver mellem den midterste cirkelbue. De to yderste cirkelbuers radier er altid 150 m, mens den midterste cirkelbue afhænger af drejningsvinklen. Overgangskurverne mellem den midterste cirkelbue består af klotoider med klotoidparameteren 12.



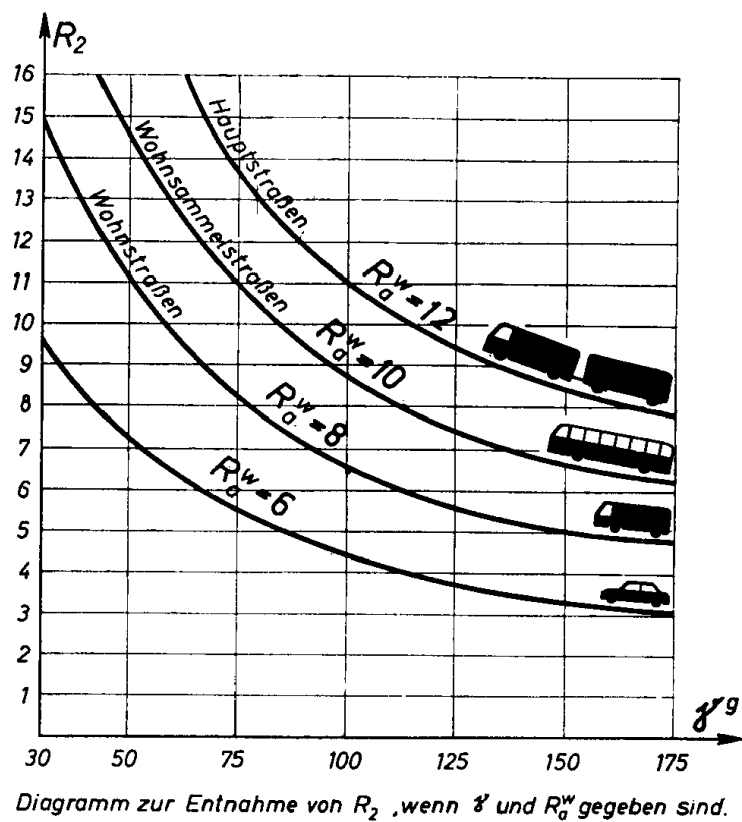
Figur 2.6. Skitse af tilslutningskanternes udformning ved kryds med kanalisering. (Vagverket, 2004)

2.2.3 Tilslutningskanter i Tyskland

Der blev tilbage i 1964 udgivet en bog ved navn „Die Bordsteinführung an Strassenkreuzungen und Knotenpunkten“ (Krenz, 1964). Bogen beskriver, hvordan tilslutningskanterne kan udformes. Efter en række undersøgelser fandt de frem til, at en konstruktionsmetode bestående af tre cirkelbuer gav den bedste tilnærmelse til drejningskurven for et køretøj. De tre radiers forhold er som tidligere nævnt:

$$R_1 : R_2 : R_3 = 2.5 : 1 : 5.5. \quad (2.5)$$

Ud fra størrelsen R_w og drejningsvinklen γ kan størrelse på R_2 aflæses på diagrammet, som kan ses på figur 2.7.



Figur 2.7. Diagram til bestemmelse af R_2 . (Krenz, 1964)

Radiussen R_w er den radius, der frembringes fra venstre forhjul, når et køretøj drejer med den maksimale drejningsvinkel til højre. Når R_2 er bestemt, kan de resterende radier bestemmes, og afsætningsdataene kan aflæses vha. deres tabeller.

2.2.4 Tilslutningskanter i USA

Til vejledning af tilslutningskanternes udformning benyttes der i USA som vejledning og eksempel en bog ved navn "A Policy on Geometric Design og Highways and Streets" (AASHTO, 2011). Bogen er primært henvendt til ingeniører, og formålet med bogen er bl.a. at der ønskes en ensretning, når det gælder veje og gaders udformning.

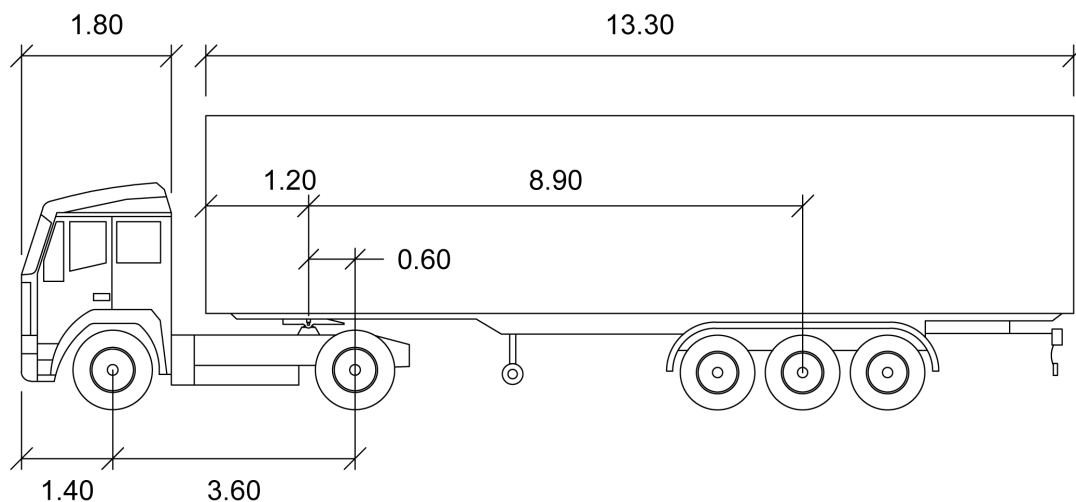
Det anbefales i vejledningen at benytte en enkel cirkelbue eller en kombination af tre cirkelbuer som konstruktionsmetode til tilslutningskantens udformning. Der er udarbejdet en række tabeller, hvor der ud fra drejningsvinklen og det dimensionsgivende køretøj kan aflæses radiernes størrelse. Ved konstruktionsmetoden for tre cirkelbuer er forholdet mellem radierne ikke ens, som det f.eks. er ved de tidligere nævnte lande. Her er de tre cirkelbuers radier alle beskrevet for hvert enkelt køretøj og drejningsvinkel. I USA benyttes der også en offset af cirkelbuen, og generelt er radierne langt større, hvilket kan skyldes de store køretøjer og deres lave maksimale drejningsvinkler (AASHTO, 2011).

Det teoretiske kurveforløb 3

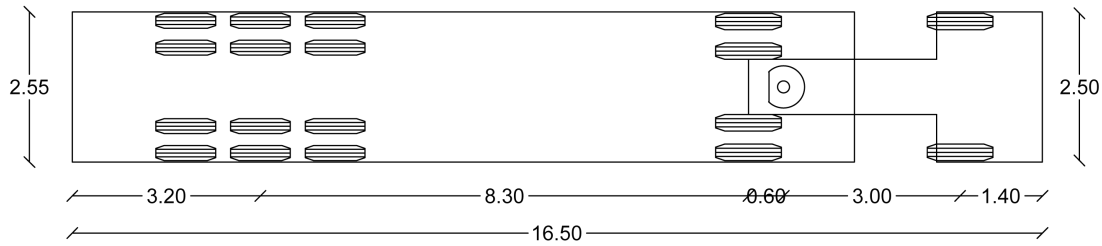
Som det tidligere kapitel viste, afviger disse konstruktionsmetoder af tilslutningskanter væsentligt fra hinanden. Heriblandt hvordan de har været igennem årene, og hvordan de er fra land til land. Der vil derfor i følgende kapitel undersøges, hvordan tilslutningskantens linjeføring rent teoretisk burde være. I det efterfølgende kapitel vil den teoretiske linjeføring blive sammenlignet med de tidligere nævnte konstruktionsmetoder fundet i litteraturstudiet.

Der opstilles en model i matematik programmet MATLAB, hvor alle de nødvendige parametre er implementeret, så der på den måde let kan tilpasses det specifikke typekøretøj og dens drejningsvinkel. Det valgte typekøretøj er sat til sættevognstog, da det i langt de fleste kryds er det dimensionsgivende køretøj. I visse tilfælde kan modulvognstoget være det køretøj med det største arealbehov, men da alle de gamle regler anvender sættevognstoget som det dimensionsgivende køretøj, anvendes det også her (Vejdirektoratet, 2010). Derudover er der færre modulvognstog i forhold til sættevognstog.

Dimensionerne for et standard sættevognstog kan ses på figur 3.1 og 3.2



Figur 3.1. Dimensioner og specifikation for det valgte typekøretøj set fra siden. Alle mål i meter [Autoturn-Redigeret].



Figur 3.2. Dimensioner og specifikation for det valgte typekøretøj set fra oven. Alle mål i meter [Autoturn-Redigeret].

Selve kurveforløbet deles op i tre faser. I første fase starter føreren med at dreje i rattet med konstant vinkelhastighed. Dette gør føreren, indtil det højre forhjul har opnået den maksimale vinkeldrejning θ_{maks} . Vinkelhastigheden er som standard sat til $180^\circ/s$ (Vejdatalaboratoriet, 1968), mens forholdet mellem rattets og forhjulenes vinkelhastighed er sat til $1/18$.

I fase II kører lastbilen med maksimal drejning på det højre forhjul, indtil denne har opnået den ønskede totale drejning. I denne fase kører lastbilen i en cirkelbue. Den maksimale vinkeldrejning er forskellig fra køretøj til køretøj, men er sat til 30° , da de fleste sættevogne ligger på omkring $30 - 35^\circ$ (MAN, 2013) (Volvo, 2013). For at være på den sikre side, sættes vinkeldrejningen til 30° .

Når højre forhjul har opnået den ønskede totale drejning, starter fase III. I fase III følger højre forhjul tangentretningen, og baghjulene frembringer en såkaldt efterslæbskurve, indtil køretøjet er rettet helt op.

3.1 Beregning af vinklerne

Følgende afsnit bygger primært på (Vejdatalaboratoriet, 1968) og (Jazar, 2009).

3.1.1 Fase I

Ved fase 1 hvor sættevognen starter drejningen, bestemmes vinklen mellem hjulenes centerplan for det indre og ydre hjul og køretøjets længdeakse, θ på følgende måde:

$$\theta = \omega \cdot t \quad (3.1)$$

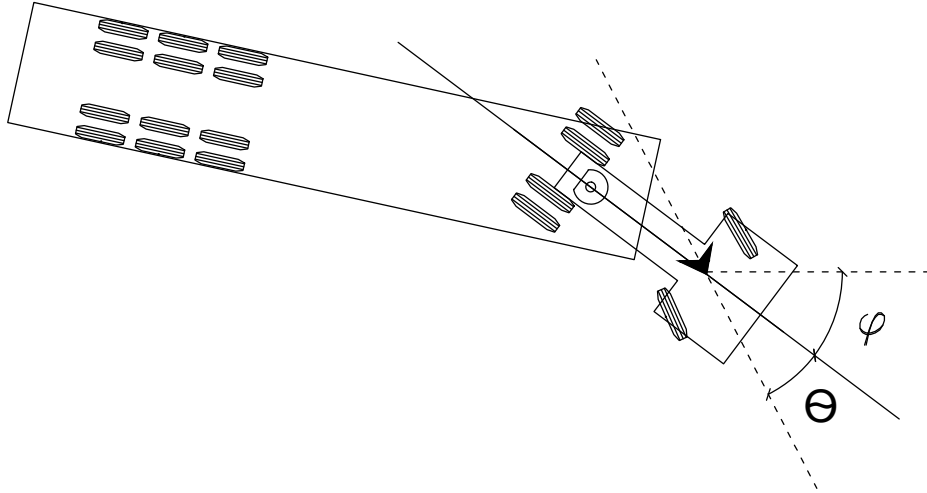
Hvor ω er vinkelhastigheden og t er tiden fra, hvor føreren starter med at dreje i rattet. I MATLAB-modellen inddeles t i en række tidsintervaller, alt efter hvor nøjagtig modellen ønskes udført. Til modellen er tiden t delt ned i $0,01$ sek pr. step.

For at kunne fastlægge køretøjets kurveforløb, er det nødvendigt at kende ϕ , som er vinklen mellem lastbilens længdeakse og den vandrette akse.

$$\phi = \frac{v}{b \cdot \omega} \cdot (1 - \cos \theta) \quad (3.2)$$

Hvor v er køretøjets konstante hastighed. Hastigheden er sat til 15km/t , da det ønskes, at køretøjet skal kunne udføre drejningen med køremåde A for at sikre en god fremkommelighed (Vejdirektoratet, 2012b). Afstanden, b , er akselafstanden mellem det første hjulsæt og det mellemste hjulsæt.

Vinklerne θ og ϕ kan ses illustreret på figur 3.3



Figur 3.3. Principskitse af vinklerne phi og theta.

3.1.2 Fase II

Fase 2 hvor hjulene holdes fast i deres maksimale drejning, bestemmes vinklen ϕ ud fra formel 3.3

$$\phi = \phi_0 + \frac{v}{b} \cdot \sin \theta_{maks} \cdot (t - t_0) \quad (3.3)$$

Hvor ϕ_0 er:

$$\phi_0 = \frac{v}{b \cdot \omega} \cdot (1 - \cos \theta_{maks}) \quad (3.4)$$

og t_0 :

$$t_0 = \frac{\theta_{maks}}{\omega} \quad (3.5)$$

3.1.3 Fase 3

$$t = t_1 = t_0 + \frac{b \cdot \phi_1}{v \cdot \sin \theta_{maks}} - \frac{1 - \cos \theta_{maks}}{\omega \cdot \sin \theta_{maks}} \quad (3.6)$$

Hvor ϕ_1 :

$$\phi_1 = \gamma - \theta_{maks} \quad (3.7)$$

$$\theta = 2 \cdot \arctan\left(\exp\left(-\frac{v}{b} \cdot (t - k)\right)\right) \quad (3.8)$$

Hvor k:

$$k = t_1 + \frac{b}{v} \cdot \ln\left(\tan \frac{\theta_{maks}}{2}\right) \quad (3.9)$$

3.2 Bestemmelse af koordinaterne til køretøjet

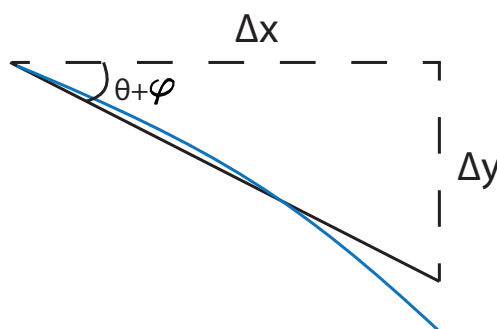
Der ønskes at bestemme kurveforløbet for henholdsvis højre baghjul og venstre forhjul. Højre baghjul er bestemmende for arealbehovet på højre side, mens venstre forhjul er for venstre side.

Tabel 3.1 giver en oversigt over de benævnte koordinatnavne og deres beskrivelse, som vil blive brugt i det følgende afsnit.

Beskrivelse	Koordinatnavn
Midtpunkt mellem de to forhjul	(xf,yf)
Midtpunkt mellem anden aksel	(xf2,yf2)
Koblingspunkt	(xk,yk)
Midtpunkt mellem de bagerste hjul	(xb,yb)
Højre baghjul	(xh,yh)
Venstra baghjul	(xv,yv)

Tabel 3.1. Beskrivelse af de bestemte kurver og koordinater.

Når vinklerne θ og ϕ kendes, kan koordinaterne til midtpunktet mellem de to forhjul for hvert enkelt step bestemmes. Ligninger indeholder imidlertid implicit givne differentilligninger, der ikke kan integreres, hvilket har gjort det nødvendigt at løse det ved hjælp af numerisk integration. Dette gøres ved at beregne den enkle tilvækst, der sker for henholdsvis x-aksen og y-aksen for hvert enkelt step. Herefter summeres de følgende tilvækster op. Dette er en simplificering, men ved at lade Δt gå mod 0, vil fejlmarginen være minimal. Simplificeringen er illustreret på figur 3.4, hvor den blå linje er den reelle strækningen, som køretøjet har nået på det enkelte step.

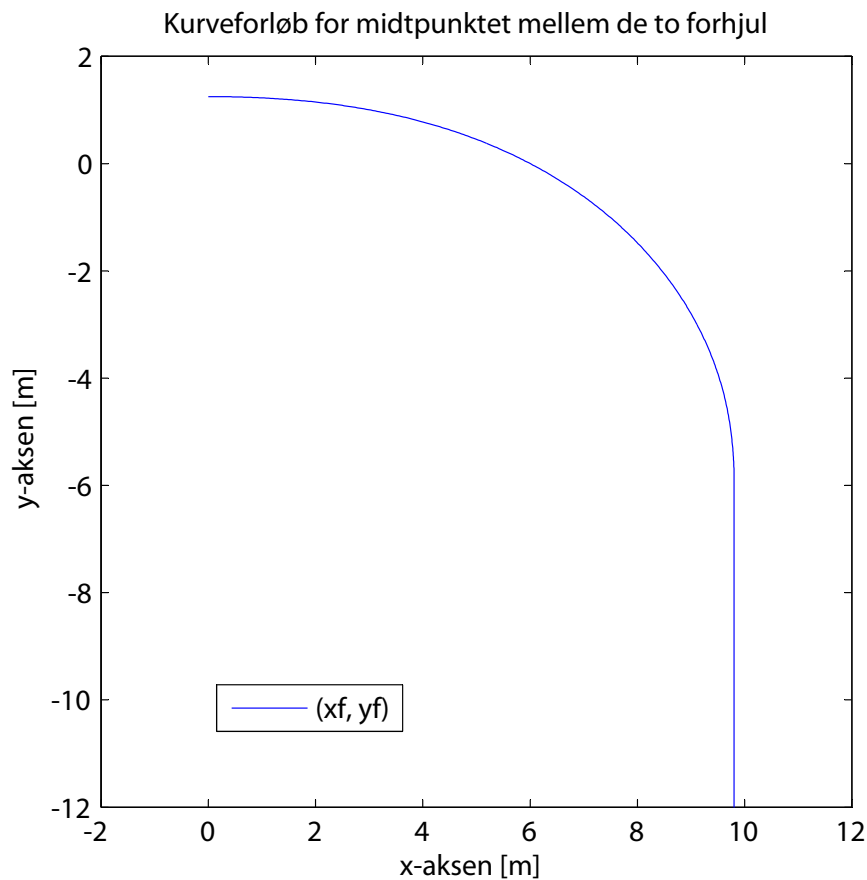


Figur 3.4. Simplificering til beregning af koordinaterne. Blå linje er køretøjets reelle strækning.

$$\Delta x = v \cdot \Delta t \cdot \cos(\theta + \phi) \quad (3.10)$$

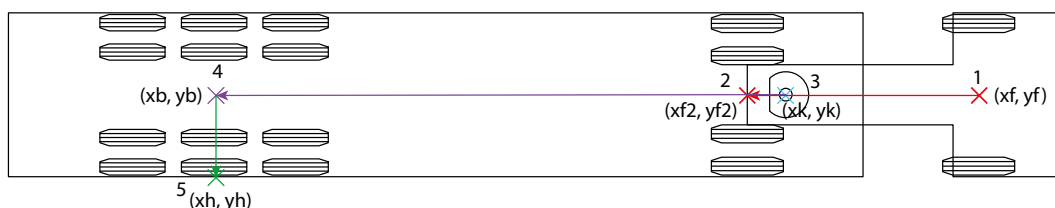
$$\Delta y = v \cdot \Delta t \cdot \sin(\theta + \phi) \quad (3.11)$$

I MATLAB-modellen er den programmeret til at summere op for hvert step, for herefter at gemme værdierne i en vektor for henholdsvis x- og y-aksen. Når programmet har kørt igennem alle tre faser, vil alle koordinaterne for midtpunktet imellem de forreste hjul være kendt. Kurveforløbet kan ses på figur 3.5



Figur 3.5. Kurveforløbet for midtpunktet mellem de to forhjul. Graf kommer fra MATLAB-modellen.

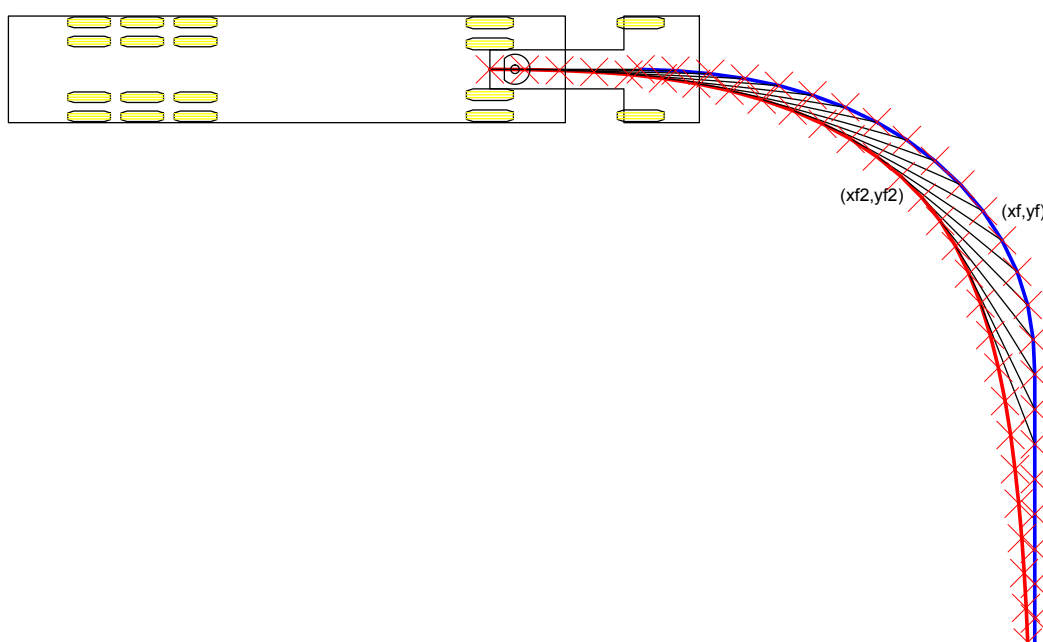
Når koordinaterne til midtpunktet mellem de forreste hjul er kendt, kan de øvrige punkter på køretøjet bestemmes ved at projicere imellem punkterne. Som tidligere nævnt ønskes kurveforløbet for højre baghjul bestemt. Dette kan gøres, når midtpunktet mellem de to forhjul (xf,yf) er kendt. Sættevognstoget ses nemlig som to faste bestanddele - en for selve lastbilstrækkeren og en for laddet. Det kan derfor lade sig gøre at bestemme koordinaterne for højre baghjul ved først at projicere de kendte punkter mellem de to forhjul ned til trækkerens baghjul (xf2,yf2). På figur 3.6 kan rækkefølgen mellem de forskellige koordinaters projicering ses.



Figur 3.6. Illustration af rækkefølgen mellem de forskellige koordinaters projicering.

Startpunktet for koordinatet mellem trækkerens baghjul, som her kaldes $(xf2, yf2)$, bestemmes ud fra akselafstanden og startpunktet for midtpunktet mellem forhjulene, (xf, yf) . De efterfølgende punkter af $(xf2, yf2)$ bestemmes ud fra (xf, yf) , hvor $(xf2, yf2)$ således bliver trukket efter kurven bestående af punkterne (xf, yf) .

For at bestemme koordinaterne indsættes hjælpelinjer mellem punkterne (xf, yf) og det forrige punkt, $(xf2f, yf2f)$. Dette er illustreret på figur 3.7.



Figur 3.7. Skitse af hjælpelinjerne. Den blå kurve er forløbet for køretøjets forreste aksel. Den røde kurveforløb er trækkerens bagerste aksel.

For hver linje mellem punkterne bestemmes linjens forskrift.

$$y = a \cdot x + b \quad (3.12)$$

Hvor hældningskoefficienten regnes som:

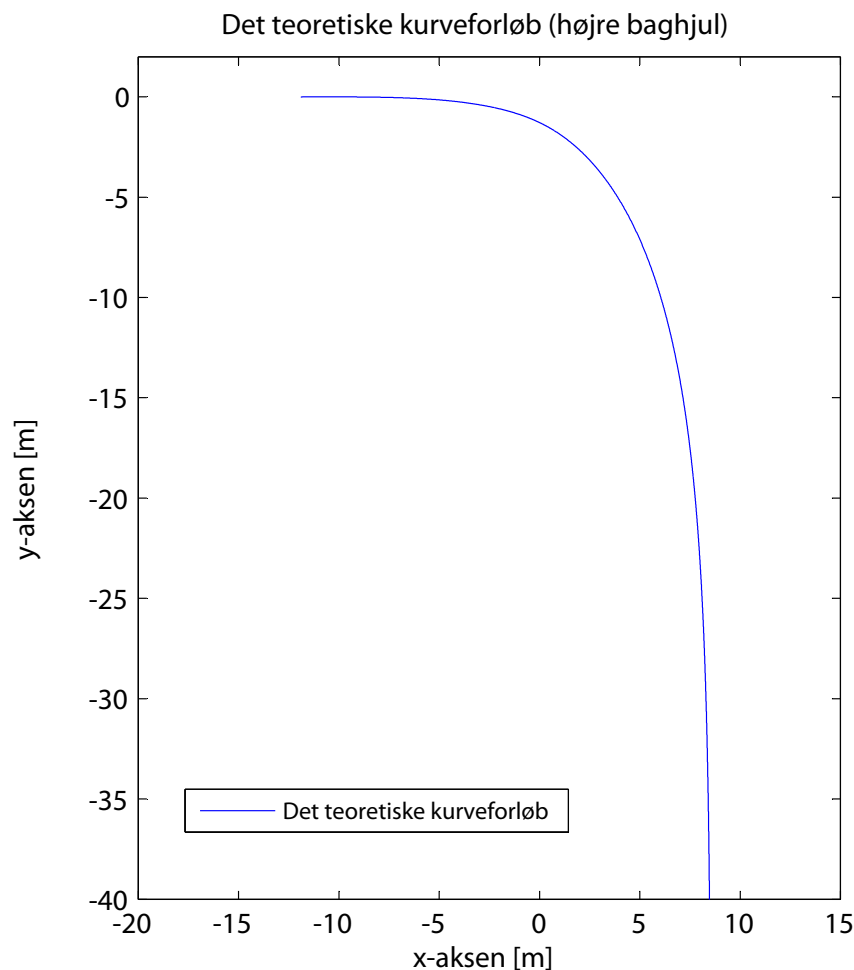
$$a = \frac{yf - yf2_f}{xf - xf2_f} \quad (3.13)$$

punktet (x_{f2}, y_{f2}) er det forrige punkt på kurven for trækkerens baghjul.

Efter at kurveforløbet for (x_{f2}, y_{f2}) er blevet fastlagt, er næste skridt at få projiceret punkterne fra selve trækkeren over til laddet. Dette gøres ved at flytte punkterne over til koblingspunktet, da dette er fællespunkt for trækkeren og laddet. Metoden er på samme måde som tidligere, da afstanden mellem koblingspunktet og trækkerens baghjul er konstant. Fra koblingspunktet bliver punkterne flyttet videre til midtpunktet mellem de to bagerste hjul. Til sidst kan koordinaterne til højre baghjul bestemmes ved hjælp af reglen for to ortogonale linjer.

$$a_1 \cdot a_2 = -1 \quad (3.14)$$

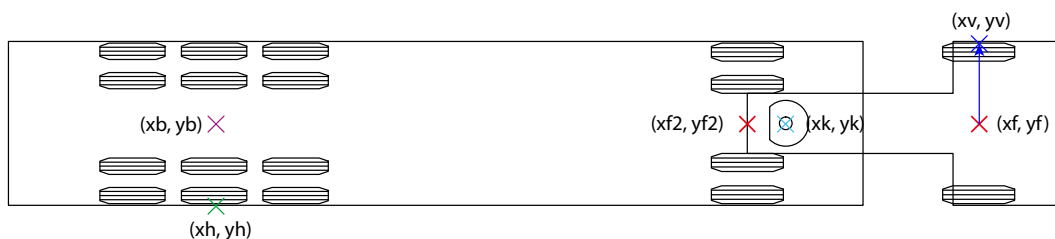
Hvor a_1 er hældningskoefficienten af linjen mellem (x_b, y_b) og (x_k, y_k) , og a_2 er hældningskoefficienten for linjen mellem (x_b, y_b) og (x_h, y_h) som er højre baghjul. Da afstanden mellem punktet (x_b, y_b) og (x_h, y_h) er kendt, kan kurveforløbet for højre baghjul bestemmes som tidligere nævnt. Forløbet for højre baghjul kan ses på figur 3.8



Figur 3.8. Kurveforløb for højre baghjul.

Metoden til at bestemme kurveforløbet for venstre forhjul foregår på samme måde som højre baghjul. Men her er den ortogonale linje blot mellem midtpunktet af de to forhjul og venstre baghjul.

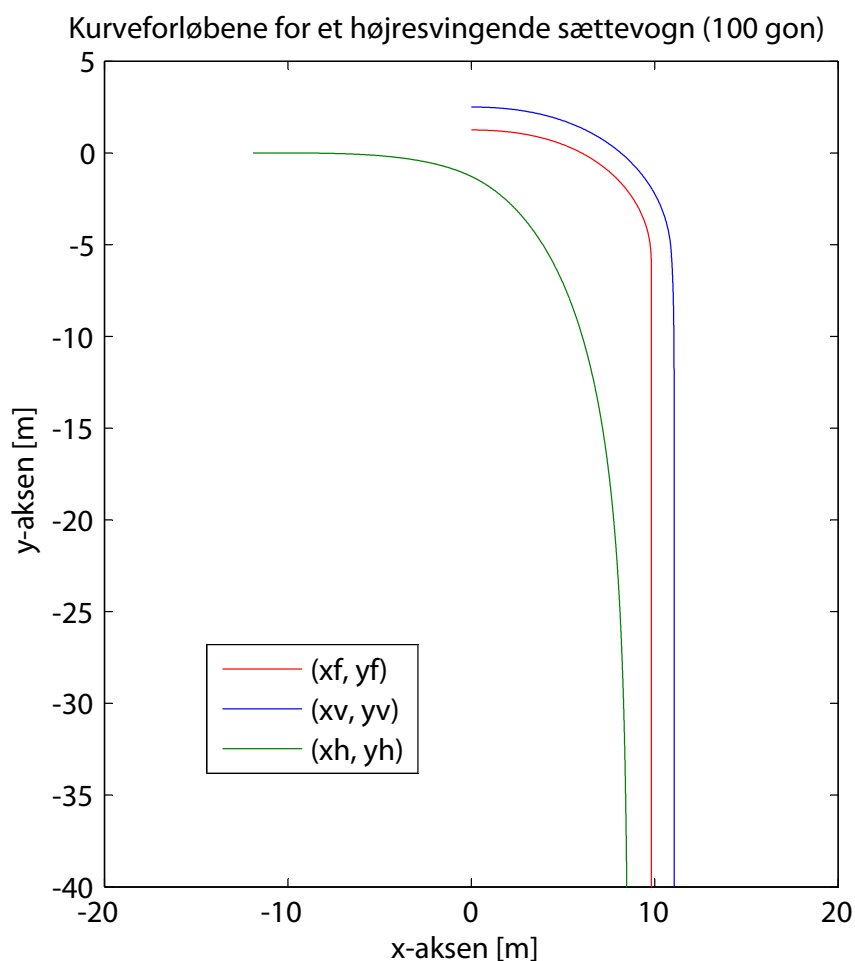
forhjul.



Figur 3.9. Illustration af rækkefølgen til at bestemme venstre forhjul.

3.3 Resultatet af modellen

Når kurveforløbet for venstre forhjul er bestemt, er de tre ønskede kurveforløb fastlagt. De tre kurveforløb kan ses på figur 3.10 og MATLAB-modellen kan ses i appendiks A.



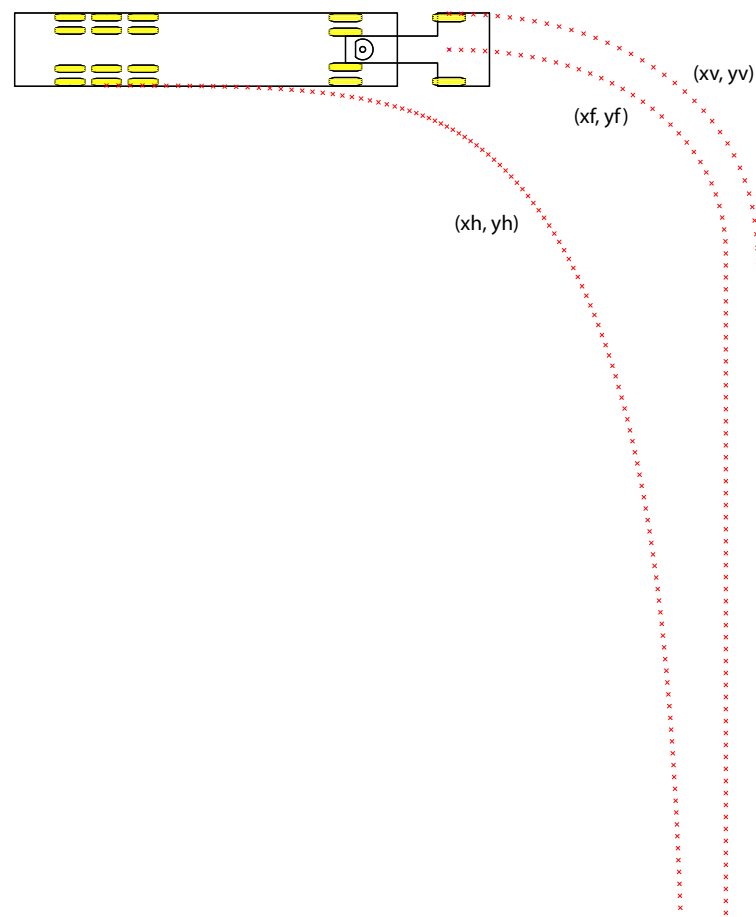
Figur 3.10. Kurveforløbene for et højresvingende sættevognstog. Den blå kurve er for venstre forhjul, mens den røde kurve er for midtpunktet mellem de to forhjul og den grønne kurve er for højre baghjul.

Inden der analyseres videre med resultaterne, sammenlignes de beregnede kurveforløb for sættevognstog med AutoTURNs resultater. Dette gøres for at få en ide om, hvordan resultaterne

fra MATLAB-modellen passer med det værktøj, som er almindelig anvendt i dag. Passer resultaterne med hinanden, kan der arbejdes videre med modellen. Hvis resultaterne ikke stemte overens med hinanden, ville det være nødvendigt med flere undersøgelser for at finde ud af, om det enten var MATLAB-modellen eller AutoTURN der har regnet forkert.

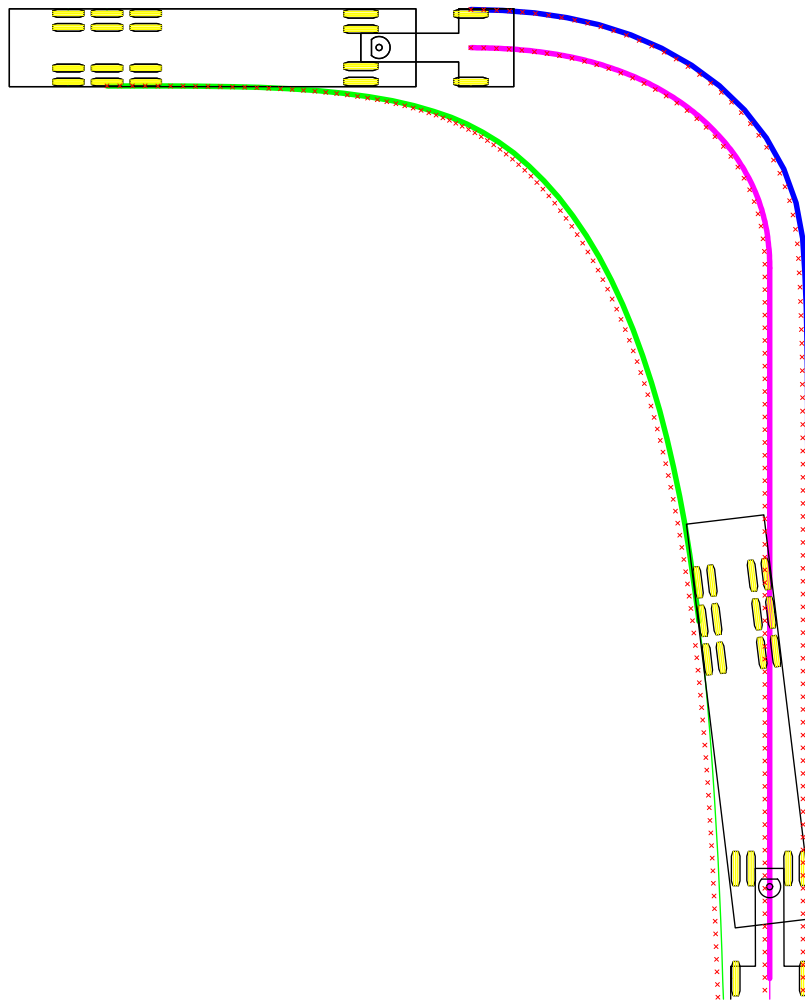
AutoTURN er et CAD baseret program, der kan simulere lavhastighedsdrejningsmanøvrer for motorkøretøjer. Programmet er i stand til at fastlægge køretøjets hjulspor og bruges primært til at designe vejkryds og parkeringspladser (AutoTURN, 2012). I AutoTURN findes der en komplet liste af standard køretøjer for en række forskellige lande. Derudover er det muligt at vælge sit eget brugerdefineret køretøj, hvor dimensioner samt styringsegenskaber kan defineres. På denne måde er det muligt at definere køretøjet i AutoTURN, så det bliver præcist ens med køretøjet i MATLAB-modellen. Herefter kan deres kurveforløb sammenlignes.

Fra MATLAB-modellen er koordinaterne defineret i en række vektorer, som kan importeres ind i AutoCAD. Figur 3.11 viser koordinaterne fra MATLAB-modellen importeret ind i AutoCAD.



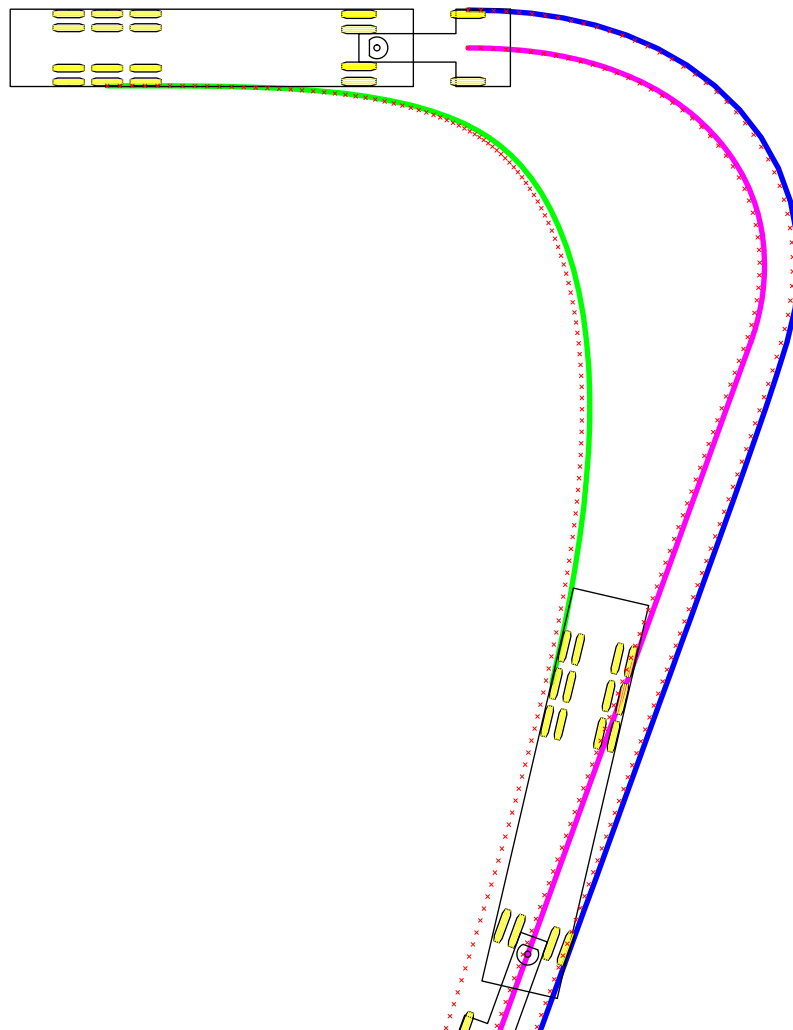
Figur 3.11. Koordinaterne for venstre forhjul, midpunktet mellem de to forhjul og højre baghjul. Bestemt i MATLAB og importeret ind i AutoCAD.

Efter at koordinaterne er importeret, udføres et 90° drejning med et sættevognstog i AutoTURN med de samme specifikationer som i MATLAB-modellen. Køretøjet starter i samme punkt som det første koordinat, og resultatet af kurveforløbet kan ses på figur 3.12.



Figur 3.12. Sammenligning mellem de beregnede koordinater og kurveforløbet bestemt i AutoTURN. De røde krydser er koordinaterne fra MATLAB-modellen. Det blå kurveforløb er for venstre forhjul. Lilla er for midtpunktet mellem de to forhjul, og grøn er for højre baghjul.

Som det kan ses på figur 3.12 ligger kurverne tilnærmelsesvis indenfor de røde krydser, hvilket vil sige at MATLAB-modellen og AutoTURN stemmer overens med hinanden. Der er også lavet en sammenligning mellem et 110° sving, som kan ses på figur 3.13.



Figur 3.13. Sammenligning mellem de beregnede koordinater og kurveforløbet bestemt i AutoTURN for et 110 grader sving. De røde krydser er koordinaterne fra MATLAB modellen. Det blå kurveforløb er for venstre forhjul, lilla er for midtpunktet mellem de to forhjul og grøn er for højre baghjul

3.3.1 Parametrenes betydning

I modellen er alle parametrene implementeret og lette at ændre på alt efter hvilket typekøretøj, der benyttes, og hvilken vinkeldrejning køretøjet udfører. Der er derfor foretaget en række beregninger for at undersøge de forskellige parametres betydning.

Akselafstanden mellem de to forreste hjulsæt er umiddelbart en af de parametre, der påvirker resultatet mest. En ændring på 1 meter af akselafstanden giver en afvigelse af kurveforløbet for højre baghjul på ca. 105 cm. Ved at gøre akselafstanden 1 meter kortere vil det sige, at der kan spares ca. 105 cm ved højre baghjul, da en kortere akselafstand gør, at køretøjet kan dreje mere skarpt.

Forhjulenes maksimale styringsvinkel har også en stor betydning for resultatet. Ved at ændre den maksimale vinkel med 10° , ændres kurveforløbet med en afvigelse på ca. 125 cm.

En hastighedsændring på 5 km/t for køretøjet under svinget giver en afvigelse for kurveforløbet

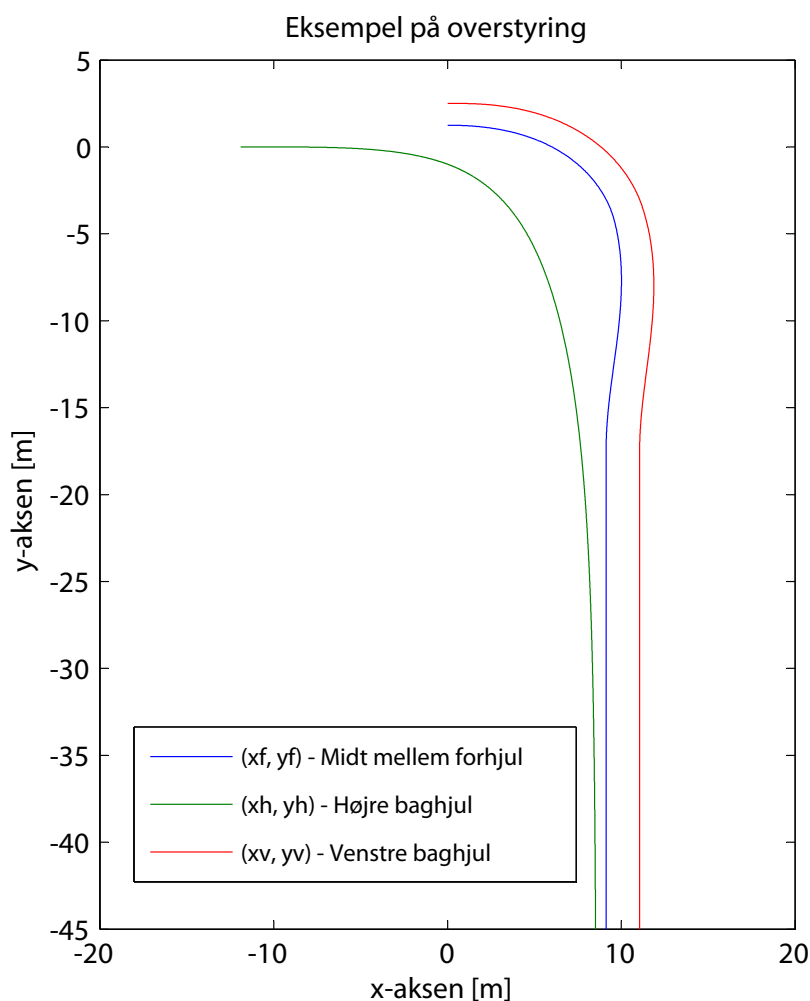
på 180 cm.

Derimod har en ændring af hjulafstanden mellem de forreste hjul en meget ringe betydning for resultatet.

3.4 Overstyring

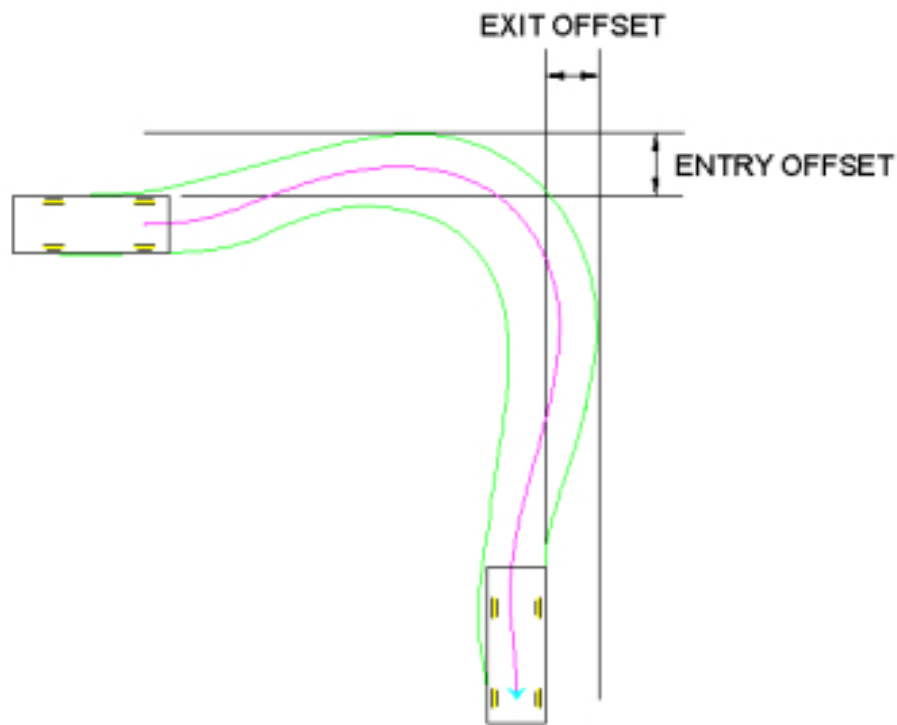
Der er i MATLAB-modellen blevet udarbejdet en mulighed for at lave en overstyring af køretøjet med det formål at spare plads. Dette foregår ved at indføre en ekstra fase i modellen i forhold til de tre normale. Ved at forlænge fase II hvor køretøjet kører med en maksimal vinkeldrejning, kommer køretøjet til at lave en overstyring, som figur 3.14 illustrerer. Efter overstyringen skal køretøjets kurveforløb rettes tilbage til den ønskede vinkeldrejning, hvilket er den ekstra fase ved overstyringen.

MATLAB-modellen er programmeret således, at der kan indtastes den maksimale overstyring, som der ønskes. Herefter vil MATLAB-modellen beregne et kurveforløb for køretøjet, hvor den kører med den bestemte overstyring. Dette er gjort ved at finde en sammenhæng mellem forlængelsen, der er i sekunder ved fase II og med den fremkomne overstyring.



Figur 3.14. Eksempel på overstyring fra MATLAB-modellen.

Overstyring er også muligt at udføre i programmet, AutoTURN, med funktionen "Oversteering". I AutoTURN kan der vælges en begyndelsesoffset og en afslutningsoffset. Måden de forskellige offsets er målt på, er vist på figur 3.15.



Figur 3.15. Illustration af størrelserne entry offset og exit offset i programmet AutoTURN. (AutoTURN, 2012)

Det viste sig efter en række forsøg med funktionen, "Oversteering" i AutoTURN, at størrelsen på det valgte offset var langt fra det oprindelige offset, som køretøjet endte med at udføre. Derudover er det gjort muligt i MATLAB-modellen at udregne den nødvendige forlængelse af strækningen, som køretøjet kører, automatisk, inden den udfører sit sving. På den måde kan det styres præcist, hvor køretøjet skal starte med at udføre sit sving i forhold til AutoTURN, hvor dette skal gøres manuelt. Dette er en fordel, når det teoretiske kurveforløb skal sammenlignes med de forskellige konstruktionsmetoder i næste kapitel.

Figur 3.14 viser et eksempel på en overstyring, hvor køretøjet retter tilbage til midt på kørebanen med det samme, når den ønskede overstyring er udført. Men det, der giver den mindste slæbekurve for køretøjet, er ved at lade køretøjet vente med at køre tilbage, til det er rettet helt ud. Denne køremåde anvendes i næste kapitel hvor den benævnes som køremåde 2.

MATLAB-modellen for overstyring kan ses i appendiks B.

Sammenligning mellem konstruktionsmetoderne og det teoretiske kurveforløb

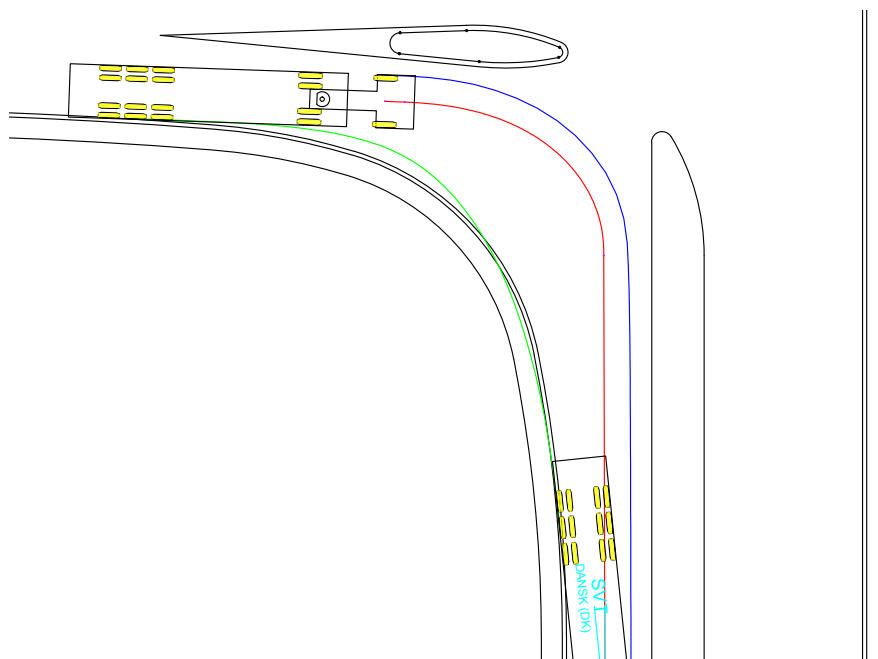
4

Efter at det teoretiske kurveforløb er blevet fastlagt og verificeret i AutoTURN, kan de forskellige konstruktionsmetoder, som er beskrevet i kapitlet Litteraturstudiet, sammenlignes for at undersøge, hvor godt de passer med det teoretiske kurveforløb. Følgende konstruktionsmetoder vil blive undersøgt:

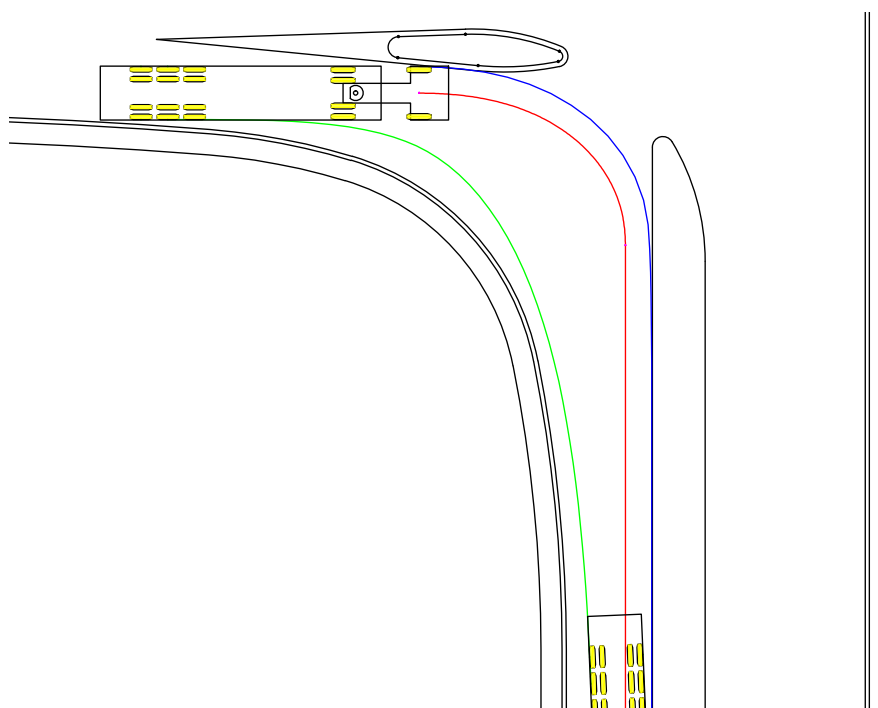
- To cirkelbuer. De danske vejregler 2012
- Tre cirkelbuer. De danske vejregler 1983
- Klotoide-cirkelbue-klotoide. De danske vejregler 1964

For hver konstruktionsmetode er der opbygget en MATLAB-model, så resultaterne let kan analyseres og sammenlignes med det teoretiske kurveforløb.

Der undersøges, hvorvidt de nævnte konstruktionsmetoder med passende nøjagtighed kan erstatte den teoretiske kurve for højre baghjul. Der udføres derfor to sammenligninger for hver konstruktionsmetode. Ved den første sammenligning forudsættes det, at køretøjet befinder sig helt ude ved kørebanekanten til højre. I det andet tilfælde forudsættes det, at køretøjet kører længst til venstre i køresporet. På denne måde er der for hvert tilfælde et yderpunkt. Køretøjet i det første tilfælde bruger det største areal, mens det ved det andet tilfælde bruger det mindst mulige areal. De to køremåder er illustreret på figur 4.1 og 4.2 og vil blive benævnt som køremåde 1 og køremåde 2.



Figur 4.1. Køremåde 1 hvor køretøjets højre baghjul starter og slutter helt op af kørebane kanten.



Figur 4.2. Køremåde 2 hvor køretøjet forsøger at bruge mindst muligt areal.

Krydset, der er på figur 4.1 og 4.2, er optegnet efter de danske vejregler (Vejdirektoratet, 2012b) og (Vejdirektoratet, 2010) for et 3,5 meter kørebredde. Ved køremåde 2, hvor køretøjet bruger det mindst mulige areal, er der målt til at være 40 cm fra kørebane kant ved sekundærvejen til det højre baghjul og 100 cm fra kørebane kant ved primærvejen til det højre baghjul. Der vil derfor ved sammenligningen for køremåde 2 blive udført en parallelforskydning på 40 cm op af y-aksen og 100 cm hen af x-aksen for den teoretiske kurve for det højre baghjul.

4.1 To cirkelbuer

Konstruktionsmetoden bestående af to på hinanden følgende cirkelbuer er som tidligere nævnt beskrevet i (Vejdirektoratet, 2012b). Afsætningsdataene er aflæst i tabellen for sættevogn med 33 gon hjuldrejning og sat som variable i MATLAB-modellen. Ud fra afsætningsdataene kan centrum for de to cirkelbuer bestemmes. Ved at kende cirkelns centrum og cirkelns radius kan cirkelns ligning udregnes, og på denne måde kan koordinatet til et hvert punkt på cirklen findes. Cirkelns ligning:

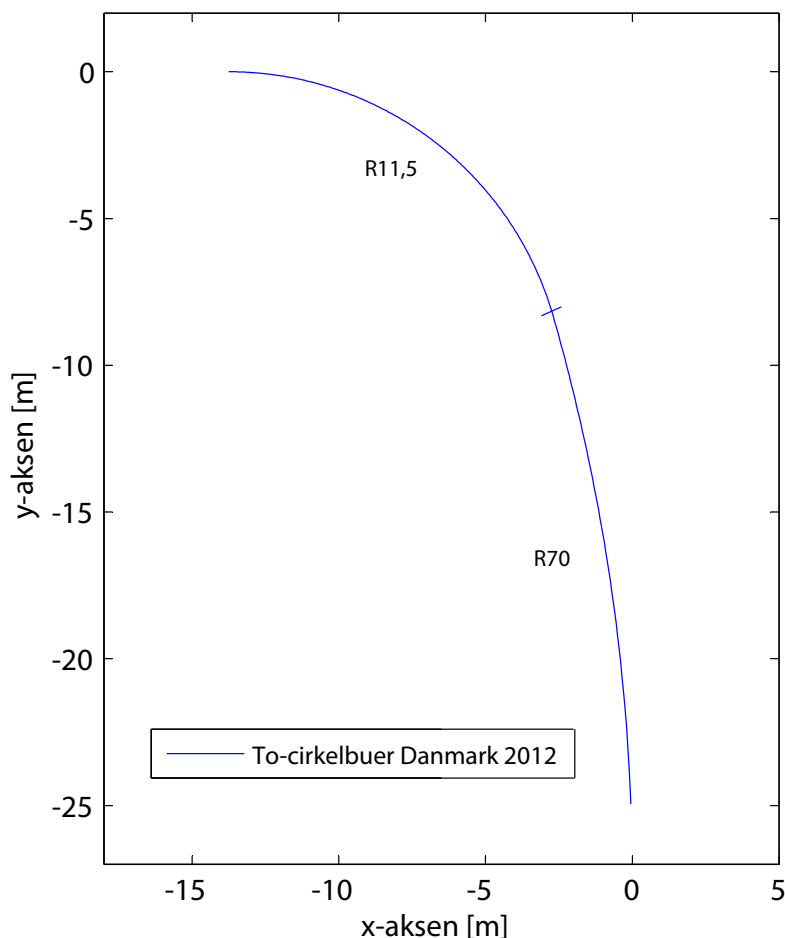
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 \quad (4.1)$$

Hvor (x_0, y_0) er centrum og r er radius.

I MATLAB-modellen er der opstillet betingelse for, hvornår de to ligninger for hver cirkel skal benyttes, afhængig af hvilken x -værdi der er.

For x værdier i størrelsen mellem $-T_1$ og $-Y_2$ benyttes ligningen for cirkelbue 1. For x større end $-Y_2$ benyttes ligningen for cirkelbue 2. Betegnelserne $-T_1$ og $-Y_2$ kan ses på figur 2.4.

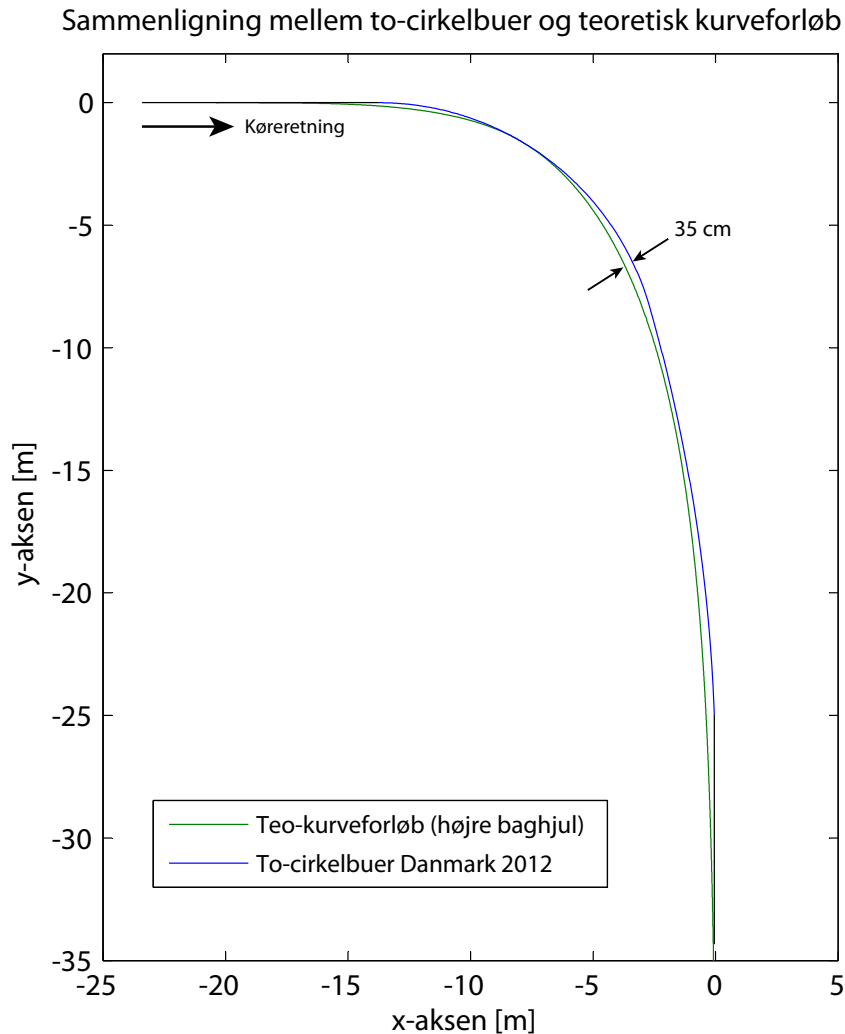
Konstruktionsmetoden to-cirkelbuer ifølge de danske vejregler



Figur 4.3. To cirkelbuer fra MATLAB-modellen med de danske vejreglers anbefalede værdier.

De to cirkelbuer fra MATLAB-modellen med anbefalingerne fra (Vejdirektoratet, 2012b) kan ses på figur 4.3.

Sammenligningen mellem de to cirkelbuer og det teoretiske kurveforløb for køremåde 1 kan ses på figur 4.4. Det teoretiske kurveforløb for det højre baghjul er beregnet i det forrige kapitel.



Figur 4.4. Sammenligning mellem to cirkelbuer og det teoretiske kurveforløb. Fra kørebane kant til kørebane kant.

Den maksimale afvigelse fra konstruktionsmetoden og den teoretiske kurve er som figur 4.4 viser ca. 35 cm.

Til at beregne den samlede afvigelse mellem de to kurver, bestemmes arealet mellem dem.

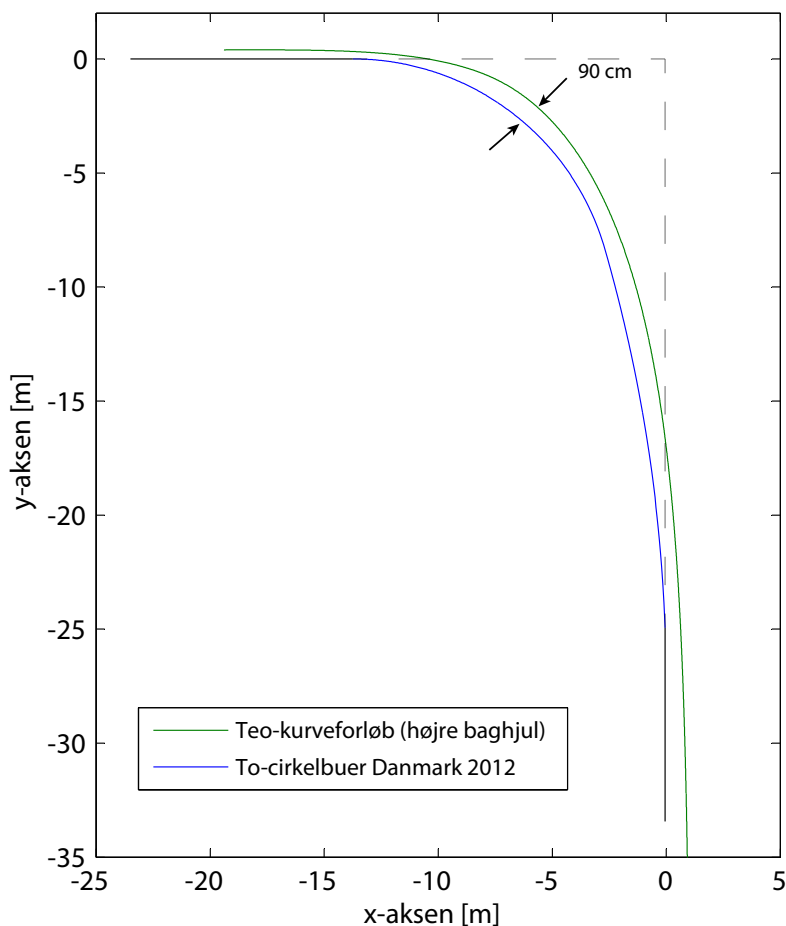
$$\Delta A = A_{\text{konstruktion}} - A_{\text{teoretisk}} \quad (4.2)$$

Arealet for hver kurve regnes ved hjælp af trapezformlen. Trapezformlen er en matematisk formel til at approksimere en bestemt integrale og kan derfor bruges til at tilnærme arealet under funktionens graf.

Ved køremåde 2, hvor køretøjet kører længst til venstre for at spare på kørearealet, bruges der $43,5 \text{ m}^2$ ekstra areal i forhold til hvis der ikke var nogen tilslutningskant. Til sammenligning bruges der ved køremåde 1, hvor køretøjet befinder sig helt ude i kørebanekanten, $73,2 \text{ m}^2$. Der kan derfor næsten spares 30 m^2 , for et 100 gon sving, ved at tvinge køretøjet til at placere sig længst til venstre.

Sammenligningen mellem to-cirkelbuer og den teoretiske kurve for køremåde 2 kan ses på figur 4.5

Sammenligning mellem to-cirkelbuer og teoretisk kurveforløb køremåde 2



Figur 4.5. Sammenligning mellem teoretisk kurve for køremåde 2 og konstruktionsmetoden for to cirkelbuer.

De sorte rette linjer på figur 4.5 illustrer kørebanekanten. Selve sammenligningen mellem de to kurver foregår derfor kun inden for de sorte streger.

Køremåde	Maks pos. afvigelse	Maks neg. afvigelse	ΔAreal
Køremåde 1	-	-35 cm	10.7 m^2
Køremåde 2	+90 cm	-	19 m^2

Tabel 4.1. Resultater for konstruktionsmetoden med to cirkelbuer.

Tabel 4.1 viser resultaterne af sammenligningen mellem konstruktionsmetoden og den teoretiske

kurve for henholdsvis køremåde 1 og køremåde 2, se figur 4.1 og 4.2. Den maksimale positive afvigelse er den største afgivelse, hvor konstruktionsmetoden giver et for stort kørebaneareal, mens den negative afvigelse giver et for lille areal. ΔA_{areal} er det samlede areal mellem de to kurver. Konstruktionsmetoden for to-cirkelbuer har de mindste afvigelser ved køremåde 1, hvor køretøjet kører langs kørebnekanten, men resultatet viser også, at køretøjet ikke kan udføre svinget uden at komme i konflikt med kanten. Ved køremåde 2 er der et arealoverskud på 19 m^2 , som ikke bliver brugt, hvis køretøjet kører længst til venstre i køresporet. Med de forholdsvis små afvigelser der er mellem konstruktionsmetoden og køremåde 1, tyder det på, at konstruktionsmetoden med to-cirkelbuer har været forsøgt at tilnærme sig den teoretiske kurve.

MATLAB-modellen for to-cirkelbuer kan ses i appendiks C.

4.2 Tre cirkelbuer

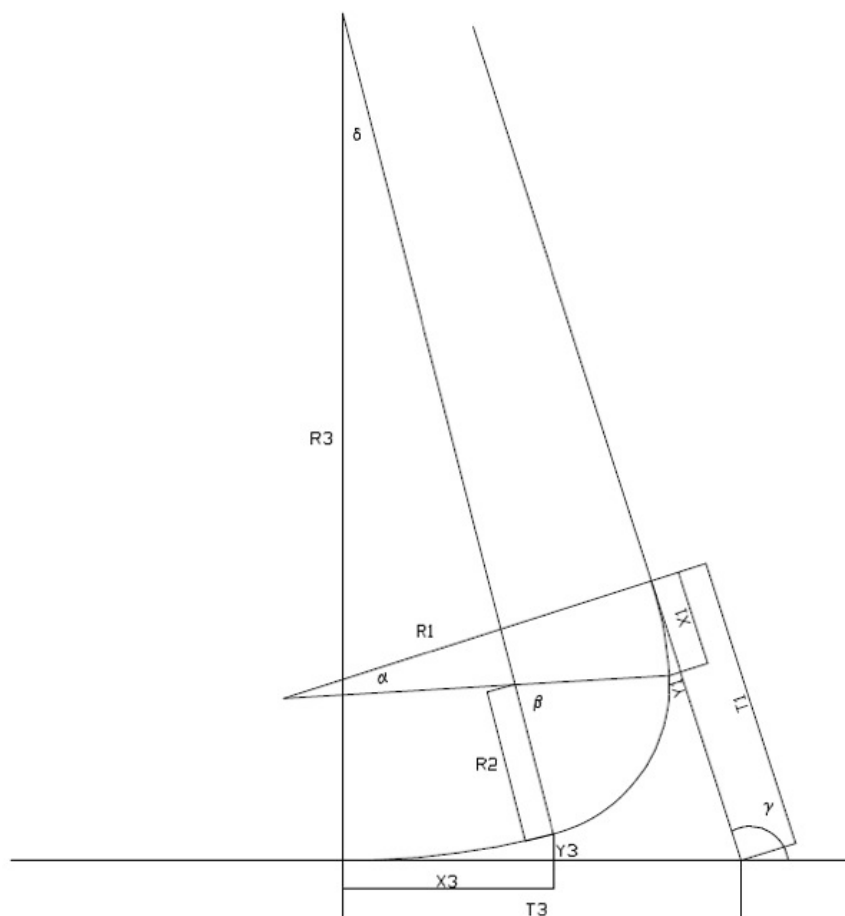
MATLAB-modellen for konstruktionsmetoden for tre cirkelbuer bygger på den tyske undersøgelse (Krenz, 1964) som de danske vejregler også brugte i 1983.

Forholdet for radierne er som standard sat til:

$$R_1 : R_2 : R_3 = 2.5 : 1 : 5.5. \quad (4.3)$$

Hvor

$$R_2 = \frac{1479}{V} - 1,87 \quad (4.4)$$



Figur 4.6. Skitse af tre cirkelbuer med afsætningsvariabler. (Kjems, 2010)

Længderne, som er illustreret på figur 4.6, kan bestemmes v.h.a. simpel trigonometri. (Kjems, 2010)

$$X_1 = R_1 \cdot \sin \alpha \quad (4.5)$$

$$Y_1 = R_1(1 - \cos \alpha) \quad (4.6)$$

$$X_3 = R_3 \cdot \sin \delta \quad (4.7)$$

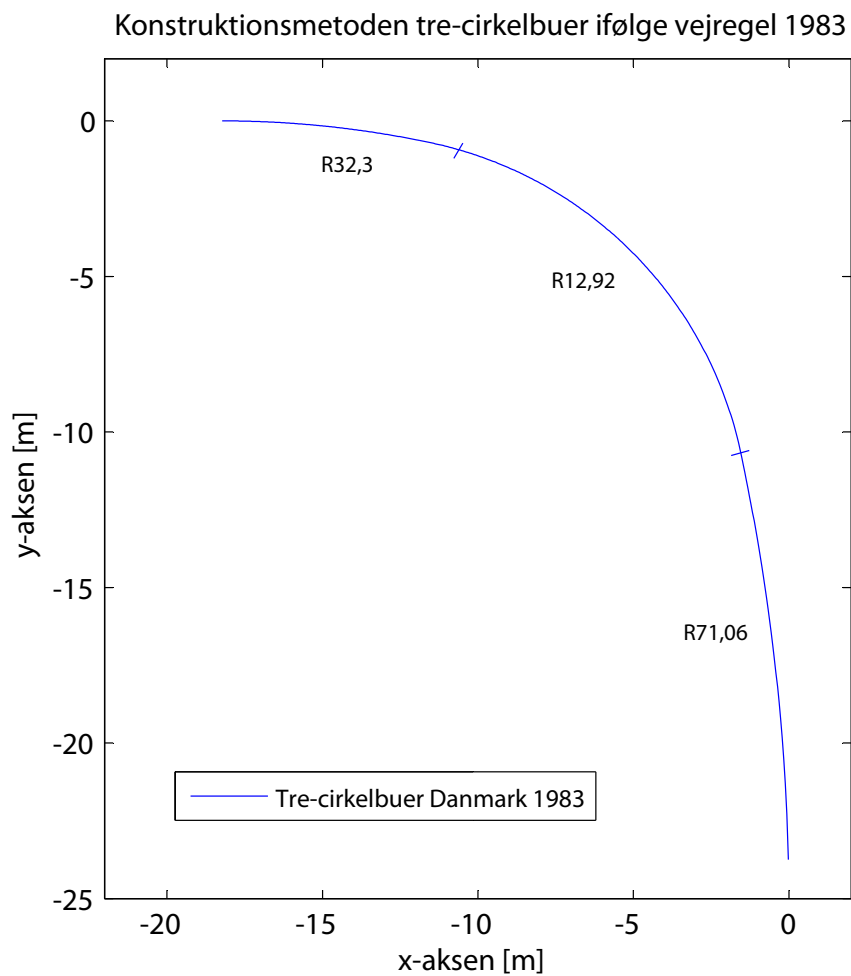
$$Y_3 = R_3(1 - \cos \delta) \quad (4.8)$$

$$T_1 = (R_1 - R_2) \cdot \sin \alpha + \frac{R_3 - (R_3 - R_2) \cdot \cos \delta}{\sin \gamma} - \frac{R_1 - (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha}{\tan \gamma} \quad (4.9)$$

$$T_3 = (R_3 - R_2) \cdot \sin \delta + \frac{R_1 - (R_1 - R_2) \cdot \cos \alpha}{\sin \gamma} - \frac{R_3 - (R_3 - R_2) \cdot \cos \delta}{\tan \gamma} \quad (4.10)$$

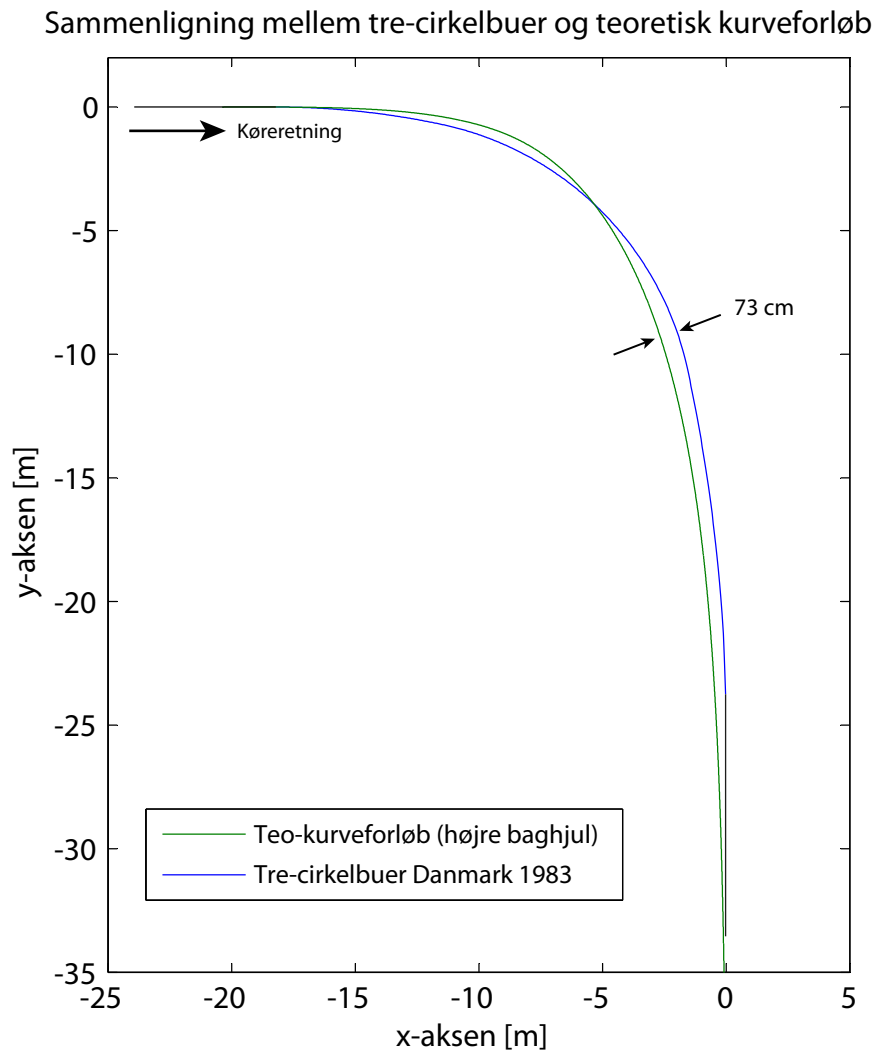
Efter at længderne er bestemt, kan cirkels ligning for hver cirkelbue bestemmes, som er beskrevet ved konstruktionsmetoden ved to cirkelbuer.

Resultatet af MATLAB-modellen for tre cirkelbuer kan ses på figur 4.7



Figur 4.7. Tre cirkelbuer med de anbefalede værdier fra (Vejdirektoratet, 1983).

Sammenligningen mellem konstruktionsmetoden med tre cirkelbuer og den teoretiske kurve, hvor køretøjet kører fra kørebane kant til kørebane kant, kan ses på figur 4.8.

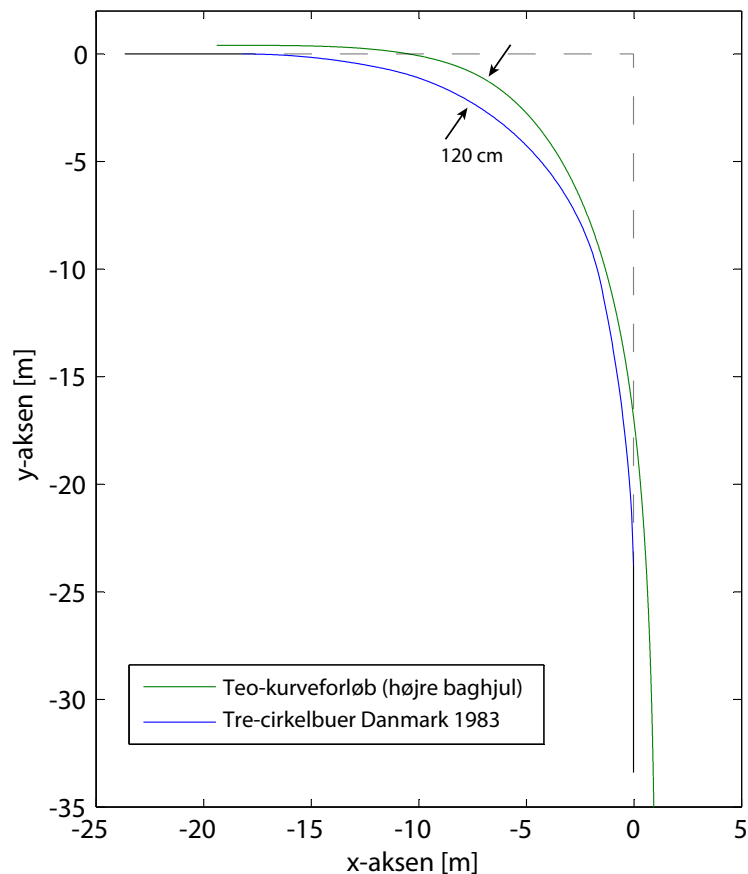


Figur 4.8. Sammenligning mellem den teoretiske kurve for højre baghjul ved køremåde 1 og konstruktionsmetoden med tre cirkelbuer.

Den maksimale afvigelse fra konstruktionsmetoden og den teoretiske kurve er, som figur 4.4 viser, på ca. 73 cm.

Ved køremåde 2 kan sammenligningen ses på figur 4.9.

Sammenligning mellem tre-cirkelbuer og teoretisk kurveforløb køremåde 2



Figur 4.9. Sammenligning mellem den teoretiske kurve for højre baghjul ved køremåde 2 og konstruktionsmetoden med tre cirkelbuer.

Køremåde	Maks pos. afvigelse	Maks neg. afvigelse	Δ Areal
Køremåde 1	+45 cm	-73 cm	17,5 m ²
Køremåde 2	+120 cm	-	18,4 m ²

Tabel 4.2. Resultater for konstruktionsmetoden med tre cirkelbuer.

Resultatet af sammenligningen mellem konstruktionsmetoden for tre-cirkelbuer og den teoretiske kurve for køremåde 1 og køremåde 2 kan ses i tabellen, 4.2. Som tallene viser, vil køretøjet komme i konflikt med kørebane kanten, hvis køretøjet kører efter køremåde 1, mens der for køremåde 2 er et stort areal overskud. Dette tyder på, at det er en mellemtning mellem de to køremåder, der har været forsøgt tilnærmet ved konstruktionsmetoden for tre-cirkelbuer.

MATLAB-modellen for tre-cirkelbuer kan ses i appendiks D.

4.3 Klotoide-cirkelbue-klotoide

Som tidligere nævnt blev der i de nordiske land engang anvendt klotoider som konstruktionsmetode ved tilslutningskanterne. Klotoider bruges normalt som overgangskurve i sving med høj hastighed, hvor der ønskes en jævn ændring af centripetalaccelerationen. (Lars Bolet, 2011)

Rent teoretisk burde denne konstruktionsmetode være den, der tilnærmer sig kurven bedst, hvis det vel og mærke er kurven for midtpunktet mellem de to forhjul, der skal tilnærmes. Dette skyldes, at når køretøjet øger vinkeldrejningen med konstant vinkelhastighed, er kurven en klotoide. Når vinkeldrejningen er konstant, er den fremkomne kurve en cirkelbue.

I MATLAB-modellen er klotoidens parameterfremstilling opstillet:

$$R \cdot L = A^2 \quad (4.11)$$

Hvor R er krumningsradius i punktet i afstanden L . L er kurvelængden for det aktuelle punkt, og konstanten, A , er klotoideparameteren, der karakteriserer klotoiden.

Klotoidens tangentvinkel τ findes på følgende måde:

$$\tau = \frac{L}{2 \cdot R} \quad (4.12)$$

Størrelserne R og A er på forhånd opgivet, og på denne måde kan koordinaterne bestemmes (Lars Bolet, 2011):

$$x = \int_0^L \cos \frac{L^2}{2 \cdot A^2} dL \quad (4.13)$$

$$y = \int_0^L \sin \frac{L^2}{2 \cdot A^2} dL \quad (4.14)$$

Disse Fresnel integraler kan ikke løses direkte, men gennem rækkeudvikling og efterfølgende integration af rækkernes enkelte led. Ved at holde kurvelængden L som variabel, findes koordinaterne som:

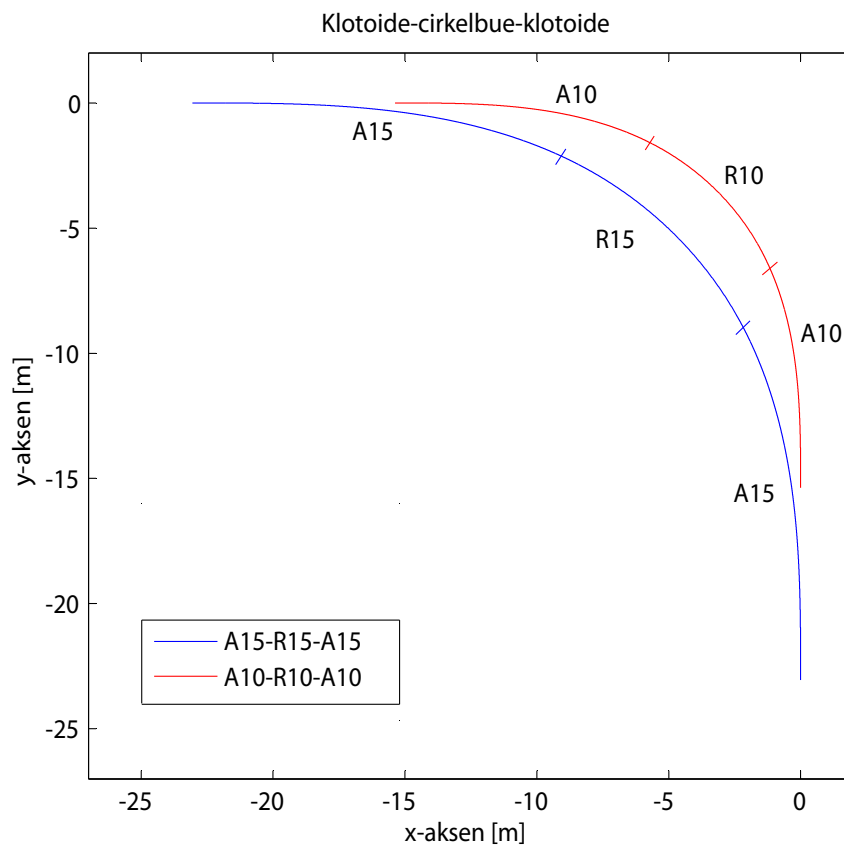
$$x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot L^{4n+1}}{(2n)! \cdot (4n+1) \cdot 2^{2n} \cdot A^{4n}} \quad (4.15)$$

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot L^{4n+3}}{(2n+1)! \cdot (4n+3) \cdot 2^{2n} \cdot A^{4n+2}} \quad (4.16)$$

Der undersøges både for den danske og den svenske anbefaling for værdierne af klotoideparametrene og radius på cirkelbuen:

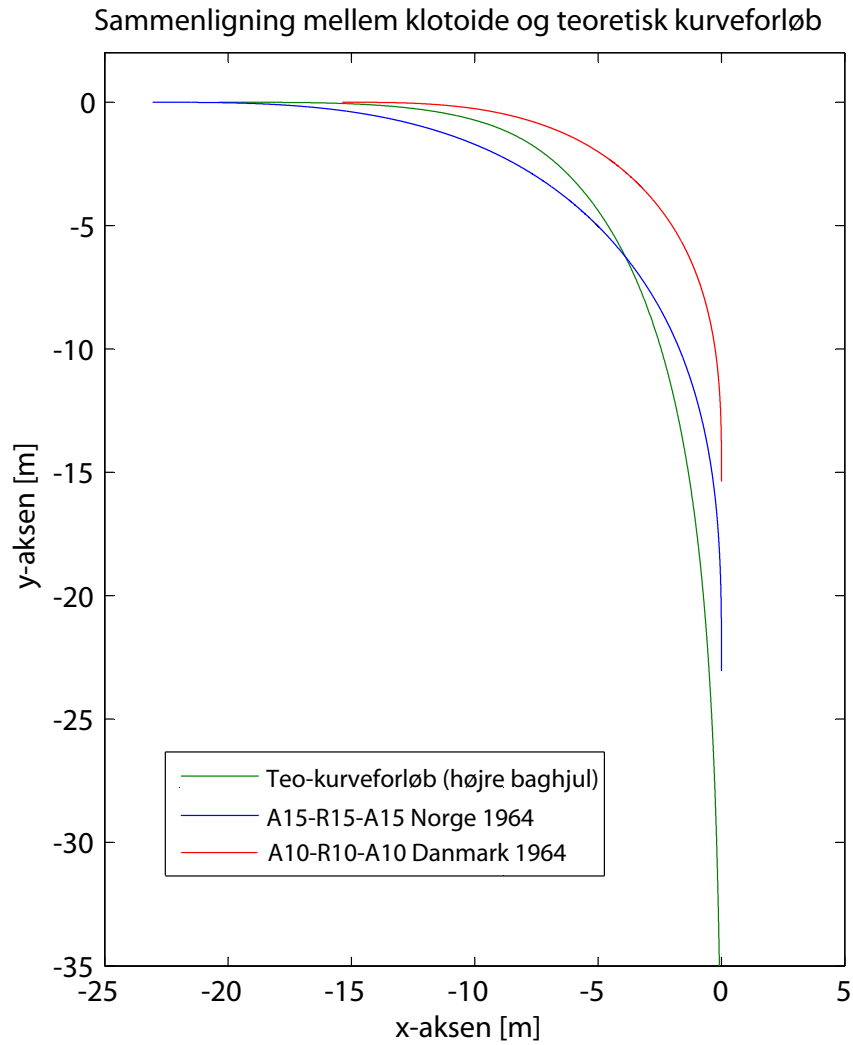
- A10-R10-A10 de danske anbefalinger
- A15-R15-A15 de svenske anbefalinger

Resultatet fra modellen kan ses på figur 4.10.



Figur 4.10. Konstruktionsmetoden bestående af klotoide-cirkelbue-klotoide. Den blå kurve er ved anvendelse af de svenske anbefalinger mens rød er for de danske.

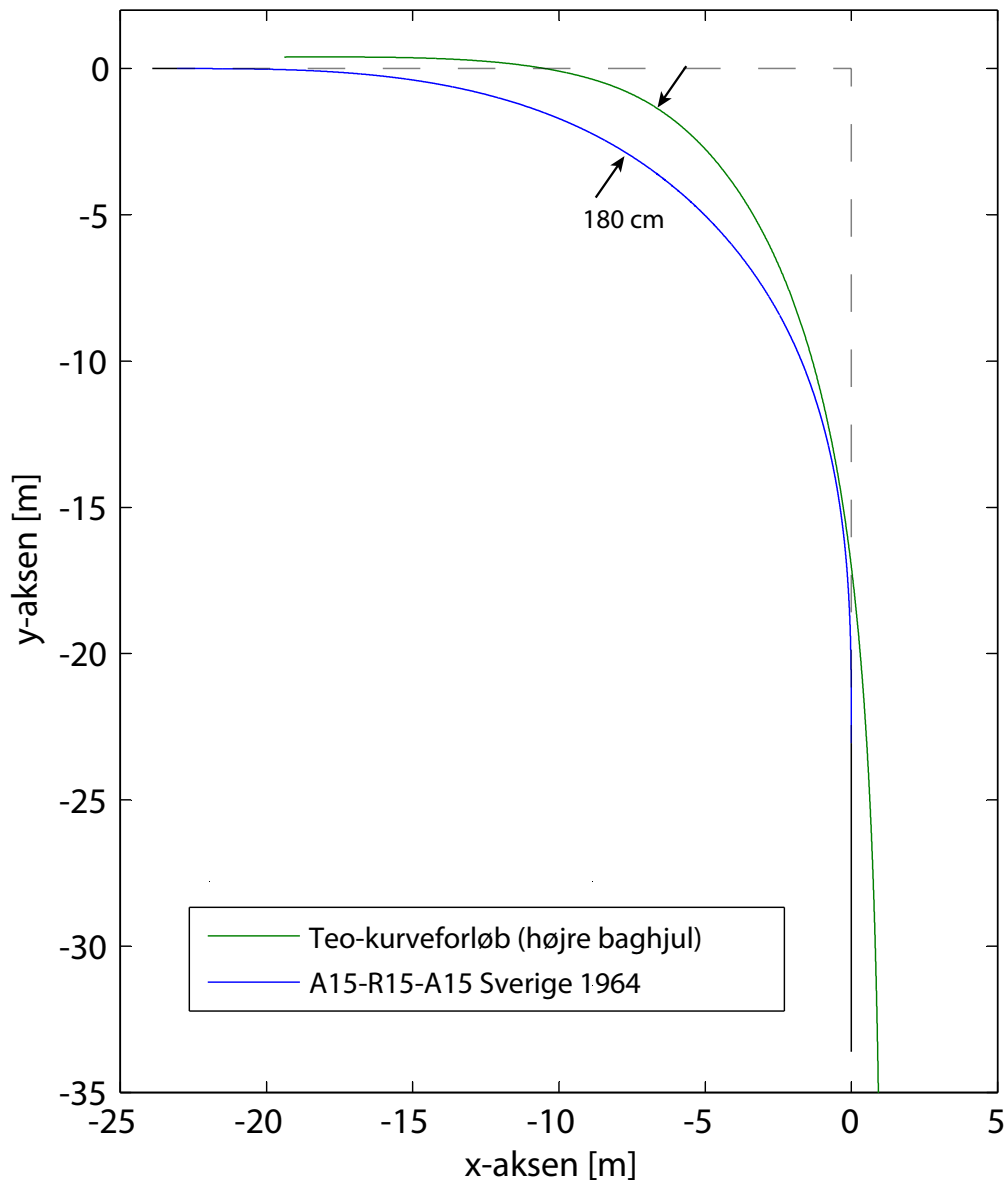
Sammenligningerne for køremåde 1 og køremåde 2 kan ses på figur 4.11 og 4.12.



Figur 4.11. Sammenligning mellem konstruktionsmetoden for klotoide-cirkelbue-klotoide og det teoretisk kurveforløb ved køremåde 1.

Der vælges blot at analysere videre med den blå kurve, A15-R15-A15, da den røde kurve er klart underdimensioneret ved både køremåde 1 og køremåde 2.

Sammenligning mellem klotoider og teoretisk kurveforløb køremåde 2



Figur 4.12. Sammenligning mellem konstruktionsmetoden for klotoider-cirkelbue-klotoider og det teoretiske kurveforløb ved køremåde 2.

Køremåde	Maks pos. afvigelse	Maks neg. afvigelse	ΔA
Køremåde 1	+108 cm	-96 cm	$39,2 \text{ m}^2$
Køremåde 2	+180 cm	-	$23,7 \text{ m}^2$

Tabel 4.3. Resultater for konstruktionsmetoden med klotoider-cirkelbue-klotoider.

Som tabel 4.3 viser, er der store afvigelser både ved køremåde 1 og køremåde 2 ved at vælge klotoider-cirkelbue-klotoider som konstruktionsmetode til tilslutningskanten. Dette tyder på, at hvis en konstruktionsmetode skal bestå af klotoider, skal der arbejdes videre med at få fastlagt mere præcise værdier for klotoideparametrene størrelser. Disse anbefalinger er snart 50 år gamle, og

der er sket meget med teknologien siden da. Det burde derfor kunne gøres muligt at opnå en mere nøjagtig tilnærmelse af den teoretiske kurve ved brug af klotoider, end dette resultat viser.

MATLAB-modellen for klotoide-cirkelbue-klotoide kan ses i appendiks E.

Køremåde	To-cirkelbuer		Tre-cirkelbuer		Klot-cirkel-klot	
	Maks. afvigelse	ΔA	Maks. afvigelse	ΔA	Maks. afvigelse	ΔA
Køremåde 1	- -35 cm	10,7 m ²	+45 cm -73 cm	17,5 m ²	+108 cm -96 cm	39,2 m ²
Køremåde 2	+90 cm -	19 m ²	+120 cm -	18,4 m ²	+180 cm -	23,7 m ²

Tabel 4.4. samlet resultat for de tre undersøgte konstruktionsmetoder.

Tabel 4.4 viser en samlet oversigt over resultaterne for de undersøgte konstruktionsmetoder. Resultatet viser, at alle konstruktionsmetoderne er underdimensioneret, når køretøjet kører fra kørebanekant til kørebanekant, men at to-cirkelbuer giver de mindste afvigelser. Ved køremåde 2 er konstruktionsmetoden med tre-cirkelbuer den med den mindste arealforskel, men den har stadig en større maksimal afvigelse end konstruktionsmetoden med to-cirkelbuer. Fælles for alle tre konstruktionsmetoder er, at ved køremåde 2 er de alle overdimensioneret, og der er derfor grundlag for at kunne optimere, hvordan tilslutningskanten skal udformes.

Optimering af tilslutningskantens udformning

5

Som det forrige kapitel viste, er der plads til at optimere de tidligere kendte konstruktionsmetoder, da de alle gav for store arealer. I det følgende kapitel vil der derfor blive undersøgt, hvordan en tilslutningskant kan udformes, så den kan erstatte den teoretiske kurve for køremåde 2.

For at kunne optimere på konstruktionsmetoden er der valgt at bygge videre på de eksisterende MATLAB-modeller. MATLAB-modellen for det teoretiske kurveforløb for køremåde 2 fastholdes som det er og bruges som skabelon for, hvordan den nye konstruktionsmetode skal se ud. Som udgangspunkt vælges der at arbejde videre med cirkelbuer, da disse er lette at regne på, samt de har en fordel rent anlægsmæssigt i forhold til de mere komplicerede linjeføringer.

Først undersøges der, om det kan lade sig gøre at tilnærme sig den teoretiske kurve ved at benytte to-cirkelbuer. Der eksisterer allerede en MATLAB-model for to-cirkelbuer, hvor alle parametrene er indbygget som variabler. Det er derfor muligt at tilnærme sig den teoretiske kurve ved en iterativ proces, hvor der regnes med en række forskellige radier og vinkler. Ved tilnærmelsen er det vigtigt, at konstruktionsmetoden sørger for, at den teoretiske kurve ikke kommer i konflikt med den beregnede tilslutningskant, så der på denne måde sikres, at køretøjet kan foretage den nødvendige drejning uden at ramme kørebane-kanten på noget tidspunkt.

Det anbefales i (Vejdirektoratet, 2012a) at tilslutningsvinklen bør være i intervallet 80 - 120 gon. Der ønskes derfor, at konstruktionsmetoden skal være gældende i dette interval.

Resultatet af den iterative proces er en konstruktionsmetode bestående af to-cirkelbuer med følgende forhold:

$$R_1 = \frac{V}{20} + 5 \quad (5.1)$$

$$R_2 = 34m \quad (5.2)$$

Hvor V er tilslutningsvinklen målt i gon.

Forholdet mellem de tilhørende centervinkler er:

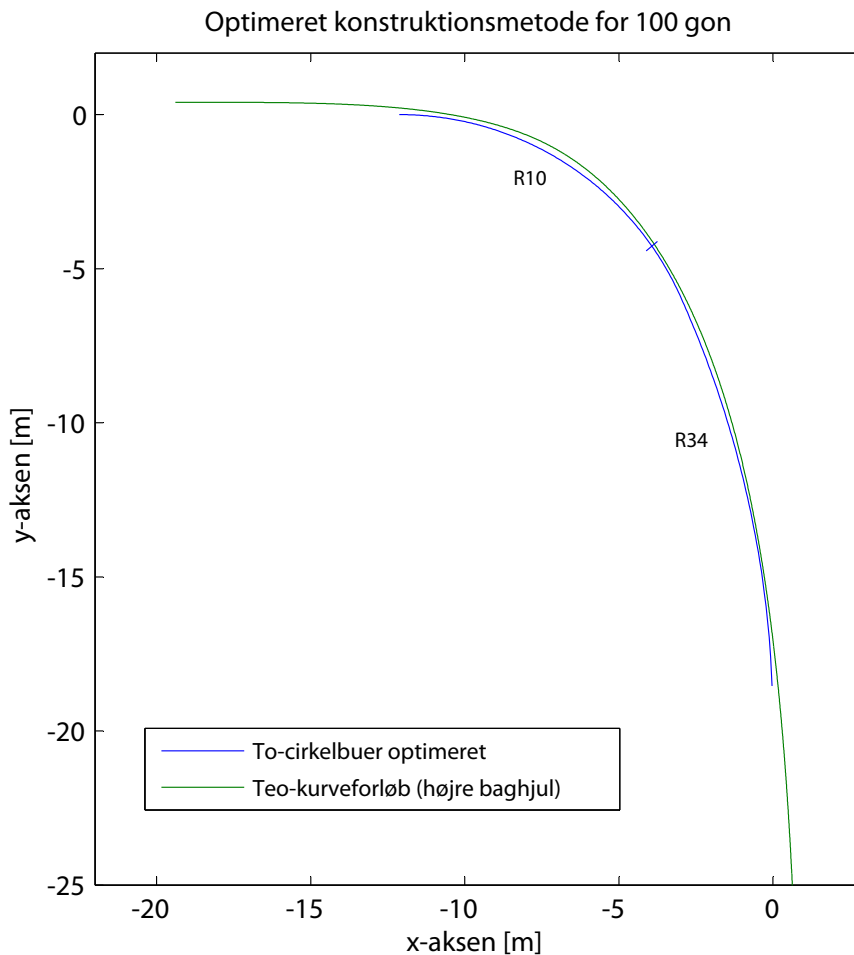
$$V_1 \cdot \alpha = V_2 \quad (5.3)$$

Hvor α kan regnes på følgende måde:

$$\alpha = \frac{V}{15} - 3.9 \quad (5.4)$$

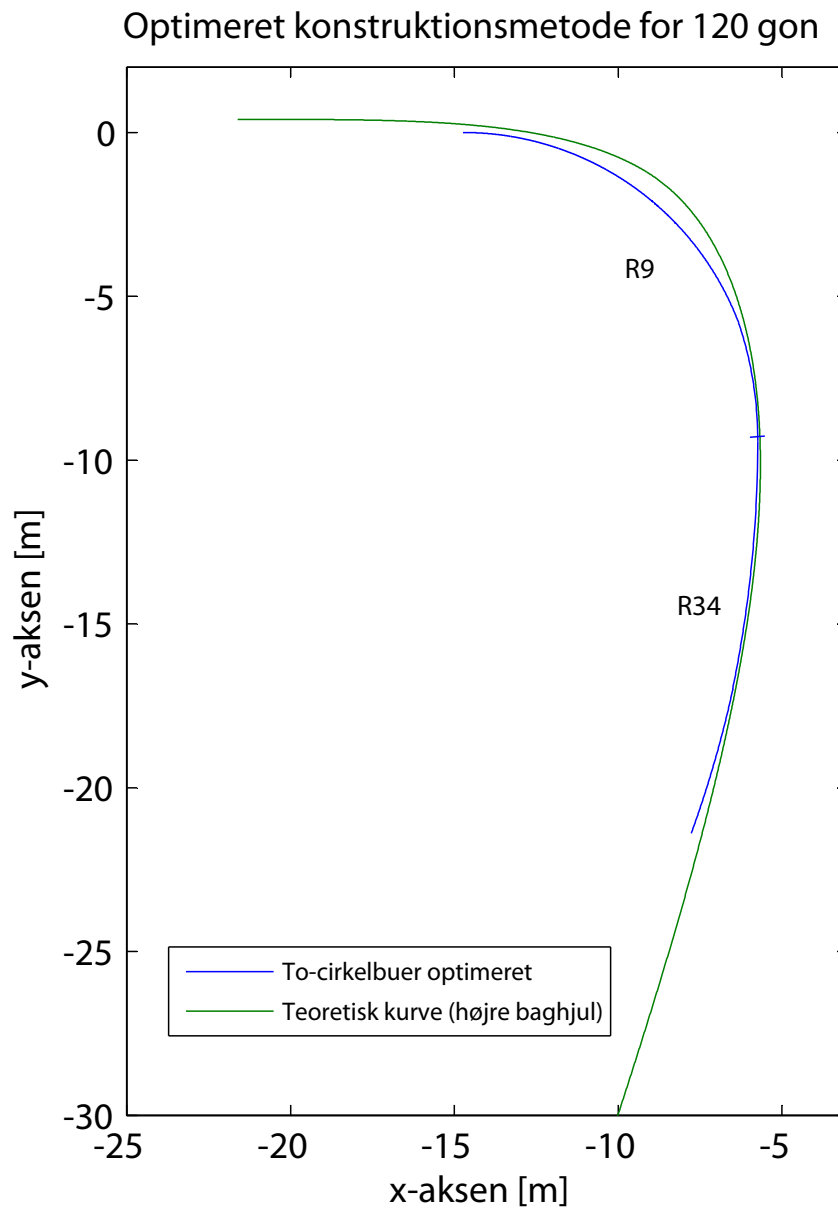
Måden α er blevet bestemt på, er ved at udføre en række beregninger med forskellige tilslutningsvinkler og for hver af dem finde det mest optimale forhold mellem centervinklerne. På denne måde gives den bedste tilnærmelse af den teoretiske kurve. Det resulterede i en lineær sammenhæng mellem forholdet mellem centervinklerne og drejningsvinklen.

Resultatet af sammenligningen mellem den teoretiske kurve og den nye optimerede konstruktionsmetode med en tilslutningsvinkel på 80, 100 og 120 gon kan ses på figur 5.1, 5.2 og 5.3.

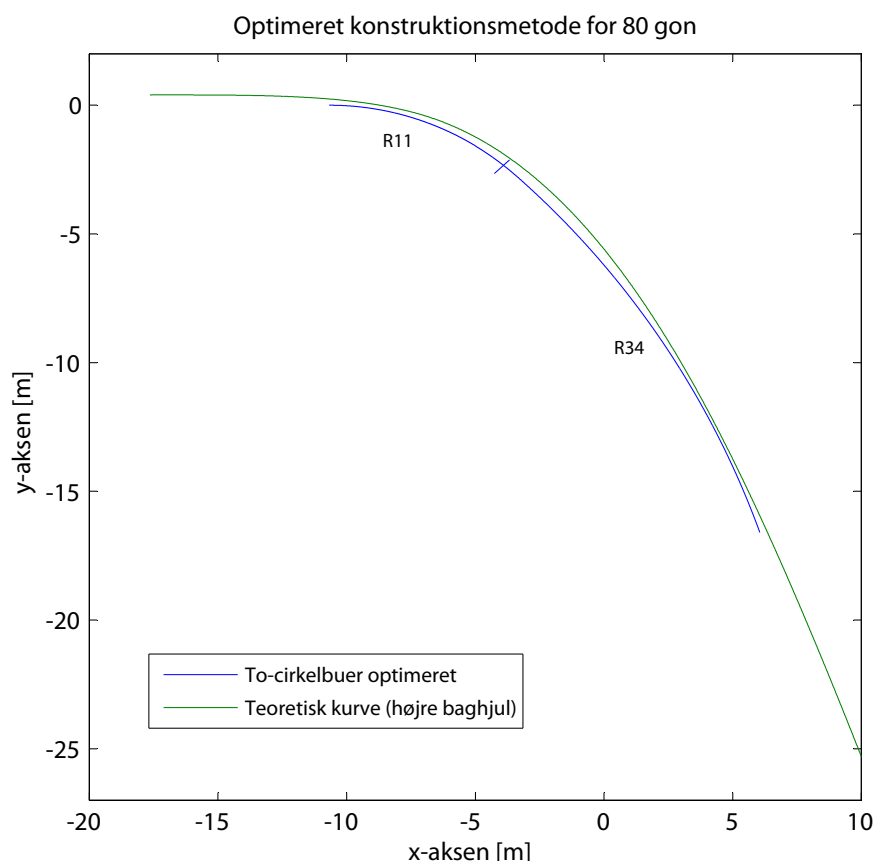


Figur 5.1. Sammenligning mellem den optimerede konstruktionsmetode og det teoretiske kurveforløb ved 100 gon.

Med den nye konstruktionsmetode er der en afvigelse mellem de to kurver på 15 - 25 cm under hele forløbet og en arealforskel på 3 m^2 .



Figur 5.2. Sammenligning mellem den optimerede konstruktionsmetode og det teoretiske kurveforløb ved 120 gon.



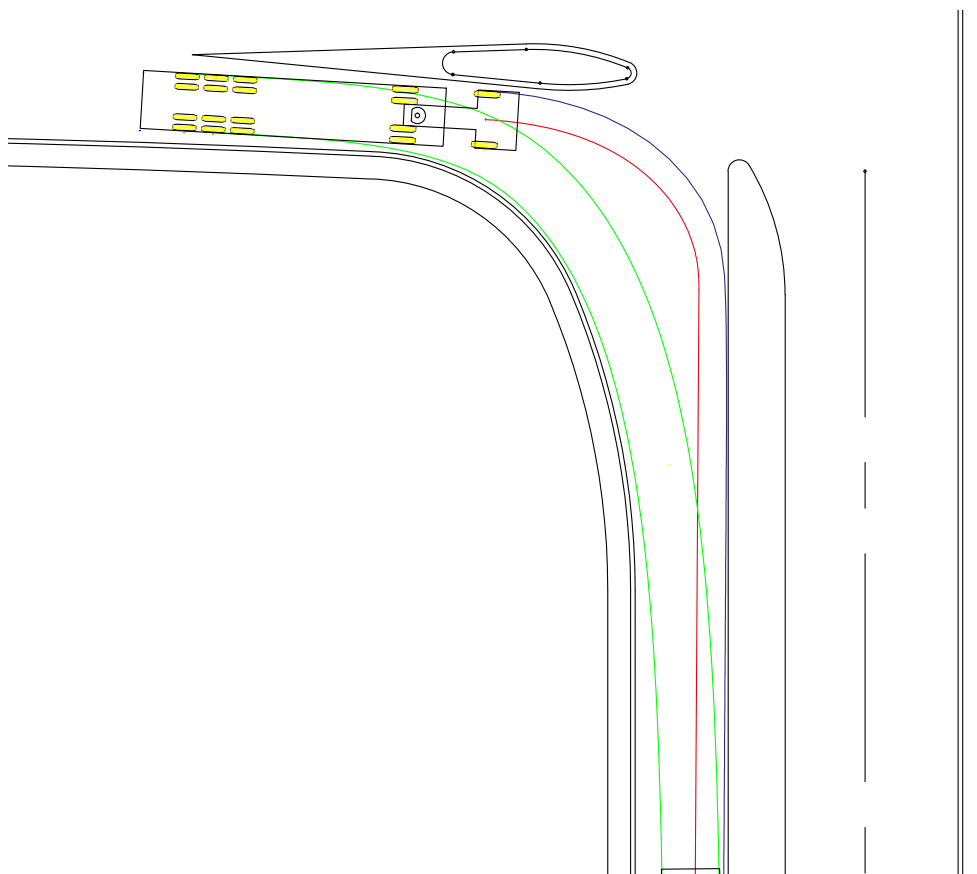
Figur 5.3. Sammenligning mellem den optimerede konstruktionsmetode og det teoretiske kurveforløb ved 80 gon.

Drejningsvinkel	80 gon		100 gon		120 gon	
	Maks. afvigelse	Areal	Maks. afvigelse	Areal	Maks. afvigelse	Areal
Optimerede	+50 cm -	35,9 m ²	+25 cm -	46,5 m ²	+60 cm -	64,6 m ²
Vejregel 2012	+90 cm -	46,4 m ²	+90 cm -	62,5 m ²	+145 cm -	88,3 m ²

Tabel 5.1. sammenligning mellem den nye optimerede konstruktionsmetode og konstruktionsmetoden efter (Vejdirektoratet, 2012b)

Tabel 5.1 viser, at der er en besparelse på kørebanearealet på ca. 25 % i forhold til den nuværende konstruktionsmetode ved at benytte den optimerede metode. Dette har en klar fordel for sikkerheden, da det er med til at forhindre at to almindelige personbiler bliver lokket til at holde ved siden af hinanden, hvor det ellers ikke er tiltænkt. Derudover er der en væsentlig besparelse rent økonomisk ved at bruge 25 % mindre kørebaneareal ved vejtilslutningen.

På figur 5.4 er den nye tilslutningskant anvendt i et kryds, som benytter vejreglernes øvrige anbefalinger.



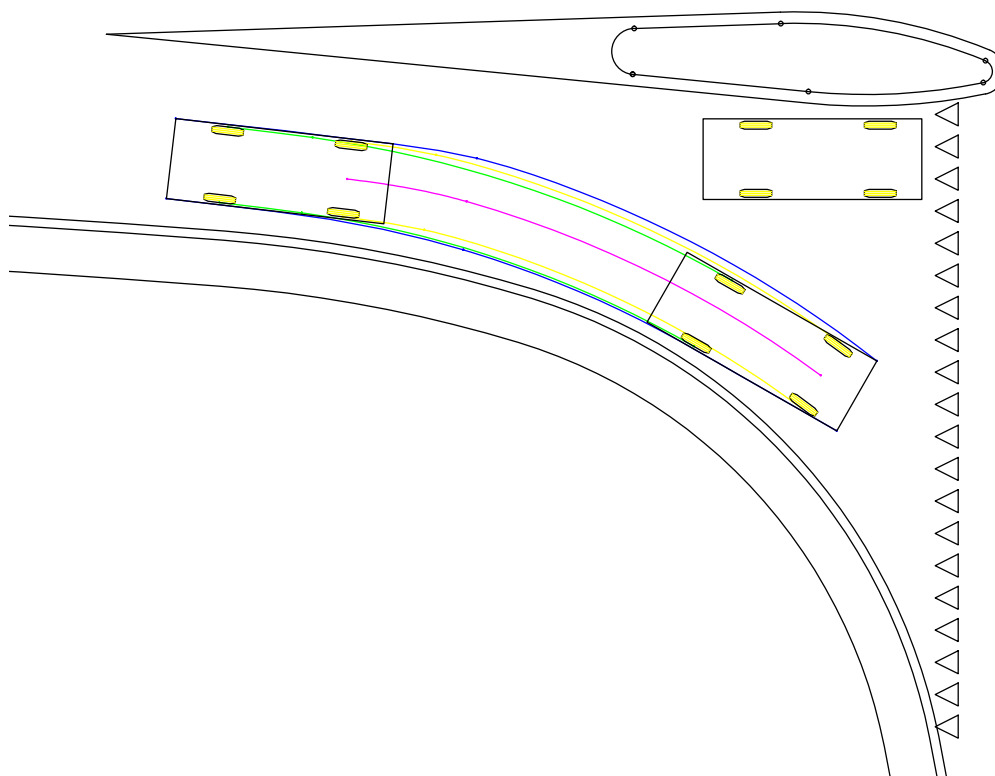
Figur 5.4. T-kryds med den optimerede tilslutningskant.

Som det er illustreret på figur 5.4, er det muligt for et sættevognstog at udføre et højresving uden at komme i konflikt med kørebaneanten.

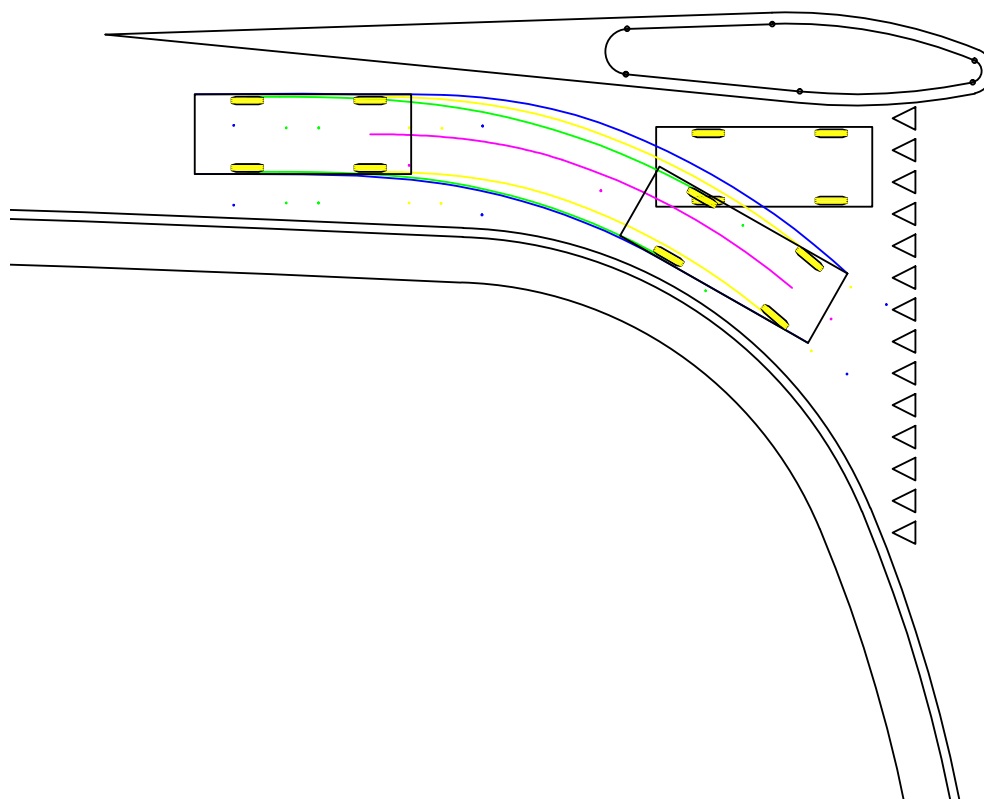
Der vælges ikke at arbejde videre for en ny konstruktionsmetode med flere buer, da resultatet med de to cirkelbuer vurderes til at give et tilfredsstillende udfald.

Diskussion 6

Igennem rapporten er der udarbejdet en anvisning til tilslutningskanternes udformning. Der er især lagt vægt på at spare arealet med henblik på at fremme sikkerheden. Som figur 6.1 og 6.2 illustrer, var det ved den gamle konstruktionsmetode let for bilerne at holde ved siden af hinanden se figur 6.1, hvorimod bilerne ved den nye optimerede konstruktionsmetode ville skabe konflikt, da der kun er areal nok til én personbil, se figur 6.2. Dette er klart en fordel rent sikkerhedsmæssigt, da bilerne ikke spærrer for hinandens udsyn.



Figur 6.1. Illustration af hvordan en personbil forsøger at holde ved siden af en anden personbil. Med de nuværende anbefalinger.



Figur 6.2. Illustration af hvordan en personbil forsøger at holde ved siden af en anden personbil. Med den optimerede tilslutningskant.

Selvom der ved den nye konstruktionsmetode er et mindre areal, er der stadig plads til at det dimensionsgivende køretøj kan foretage sin manøvrering uden at komme i konflikt med tilslutningskanterne. Ved den nye optimerede metode tvinges køretøjet til at benytte hele arealet, hvilket er forventet, da det dimensionsgivende køretøj er køretøjet med det forventede største arealbehov. Det teoretiske kurveforløb er dimensioneret efter køremåde A og derfor sat til 15 km/t, og som afsnittet med parametrenes betydning viste, kan en nedsættelse af hastigheden give en væsentlig mindre arealbehovskurve. Skulle der derfor stadig opstå pladsproblemer for et køretøj ved den nye optimerede tilslutningskant, ville det derfor være mulighed for at sætte hastigheden ned.

Der kunne argumenteres for, at der under beregningen af det teoretiske kurveforløb kunne være blevet dimensioneret med en hastighed på blot 10 km/t i stedet for de 15 km/t, da det er eftervist, at en hastighedsnedsættelse ville give et mindre pladsbehov. Grunden til at det stadig er dimensioneret efter køremåde A er, at der ønskes en god fremkommenlighed i krydset, hvilket en hastighedsnedsættelse ville have en negativ effekt på.

I dag har de fleste moderne lastbiler aktivt styrende bagaksel (Volvo, 2013). Udregningerne til det teoretiske kurveforløb er udregnet ud fra almindelig stiv bagaksel, for at være på den sikre side. Men hvis det forudsættes i fremtiden, at alle de større køretøjer har aktivt styrende bagaksel,

vil de større køretøjer bruge mindre plads, hvilket derfor endnu vil tale for den nye optimerede konstruktionsmetode med det indskærperede areal.

MATLAB-modellen lægger op til, at modellen kan videreudvikles. Et eksempel kunne være, at programmet automatisk bestemmer den konstruktionsmetode, der tilnærmer sig det teoretiske kurveforløb bedst for den enkelte situation, hvor der eksempelvis blot skulle indtastes det dimensionsgivende køretøj, kørebanebredden og drejningsvinklen. En anden mulighed, der kunne tilføjes til modellen, er at der kan vælges mellem forskellige bagakseltyper (aktiv, passiv og stiv). På denne måde kan det nøjagtige teoretiske kurveforløb for det bestemte køretøj findes.

En anden ting, der kunne være interessant at undersøge videre på, er en konstruktionsmetode bestående af klotoider, hvor der anvendes nye klotoidparametre. Ved hjælp af de nye værktøjer der kendes i dag, ville det kunne være muligt at bestemme nogle mere nøjagtige værdier end de tal, der blev fundet tilbage i 1964.

Konklusion 7

Gennem den historiske gennemgang af hvordan tilslutningskanterne har været udformet i Danmark, blev det gjort klart, at der har været en række forskellige anbefalinger til konstruktionsmetoden. Konstruktionsmetoderne har været af en-, to- og tre-cirkelbuer, samt en kombination af klotoide-cirkelbue-klotoide. I forbindelse med litteraturstudiet blev en række lande undersøgt for at finde ud af, hvordan de anbefaler tilslutningskanternes udformning. Den primære konstruktionsmetode er en kombination af tre-cirkelbuer med forskellige forhold alt efter landet.

I forbindelse med rapporten er der udviklet en MATLAB-model, der ud fra matematikken og fysikken ved et højresving kan udregne kurveforløbene for et køretøj. De nødvendige parametre er alle implementeret i programmet og blev i den forbindelse brugt til at undersøge de forskellige parametres betydning for køretøjets kurveforløb. Køretøjets hastighed under svinget viste sig at have stor betydning for det teoretiske kurveforløb. Ved en hastighedsnedsættelse på 5 km/t ville køretøjet skulle bruge ca. 185 cm mindre plads hen af abscissen. To andre vigtige parametre er akselafstanden samt køretøjets maksimale vinkeldrejning på forhjulene.

De beregnede kurveforløb fra MATLAB-modellen er blevet sammenlignet med CAD-programmet AutoTURN, og resultaterne viste et ens kurveforløb for både venstre forhjul og højre baghjul. Der blev ligeledes undersøgt for et 120 gon drejning og her var resultaterne også ens.

Efter sammenligningen mellem MATLAB-modellen og AutoTURN blev tre forskellige konstruktionsmetoder opbygget i hver deres MATLAB model. Ud fra bl.a. trigonometri kunne konstruktionsmetodernes kurveforløb beregnes, og på den måde sammenlignes med det teoretiske kurveforløb for højre baghjul. De tre konstruktionsmetoder der er undersøgt er to-cirkelbuer, tre-cirkelbuer og en kombination af klotoide-cirkelbue-klotoide. Der blev udført to sammenligninger for hver konstruktionsmetode. Den ene hvor køretøjets højre baghjul kører fra kørebanekant til kørebanekant, køremåde 1 og den anden hvor venstre forhjul kører fra venstre kørebanekant til venstre kørebanekant, køremåde 2. Sammenligningen viste, at konstruktionsmetoden med to-cirkelbuer giver de mindste afvigelser, når der køres via køremåde 1, mens konstruktionsmetoden med tre-cirkelbuer gav den mindste arealafvigelse mellem konstruktionsmetoden og det teoretiske kurveforløb ved køremåde 2. Konstruktionsmetoden med klotoide-cirkelbue-klotoide gav i begge tilfælde de største afvigelser.

Fælles for alle tre konstruktionsmetoder er, at de alle giver store afvigelser ved køremåde 2. Der blev derfor udarbejdet en ny optimerede konstruktionsmetode for at tilnærme sig det teoretiske kurveforløb for køremåde 2. En kombination af to-cirkelbuer med radierne, $R_1 = 10m$ og $R_2 = 34m$ ved 100 gon har vist sig at give gode resultater. Størrelsen af R_1 afhænger af drejningsvinklen, og der er i den forbindelse fundet en sammenhæng, der gav tilfredsstillende resultater for det ønskede interval på 80 til 120 gon.

- AASHTO, 2011.** AASHTO. *A Policy on Geometric Design of Highways and Streets*. AASHTO, 2011.
- AutoTURN, 2012.** AutoTURN. *AutoTURN's help manual*, 2012.
- Jazar, 2009.** Reza N. Jazar. *Vehicle Dynamics: Theory and Application*. Springer Science+Business Media, 2009.
- Kjems, 2010.** Erik Kjems. *Slides om veikryds og vejtilslutninger*, 2010.
- Krenz, Osterloh, 1964.** Schneider Krenz, Osterloh. *Die Bordsteinführung an Strassenkreuzungen und Knotenpunkten*. Wiesbaden, 1964.
- Lars Bolet, 2011.** Lars Bolet. *Traceringsselementer*, 2011.
- MAN, 2013.** MAN. *Lastbil specifikationer fra MAN*. URL: <http://www.mantruckandbus.dk/dk/index.html>, 2013.
- Trafikverket, 2013.** Trafikverket. *Fakta om Trafikverket*. URL: <http://www.trafikverket.se/Om-Trafikverket/Trafikverket>, 2013.
- Vagverket, 2004.** Vagverket. *Vagar och gators utformning. Korsningar - Detaljutformning*, 2004.
- Vegvesen, 2013.** Vegvesen. *Fakta om Vegvesen*. URL: <http://www.vegvesen.no/>, 2013.
- vegvesen, 2008a.** Statens vegvesen. *Geometrisk utforming av veg- og gatekryss. Håndbok 263*, 2008.
- vegvesen, 2008b.** Statens vegvesen. *Veg- og gateutforming. Normaler. Håndbok 017*, 2008.
- Vejdatalaboratoriet, 1968.** Vejdatalaboratoriet. *Tilslutningskanter - Kærebaneanter kurveforløb ved vejtilslutninger*, 1968.
- Vejdirektoratet, 1964.** Vejdirektoratet. *Vejregler - almindelige regler for vejes linieføring samt længde- og tværsprofiler m.v. til vejledning ved anlæg, udvidelse og ombygning af offentlige veje*, 1964.
- Vejdirektoratet, 2012a.** Vejdirektoratet. *Planlægning af veikryds i åbent land*, 2012.
- Vejdirektoratet, 2012b.** Vejdirektoratet. *Prioriterede veikryds i åbent land*, 2012.
- Vejdirektoratet, 1983.** Vejdirektoratet. *Vejregler for veikryds i åbent land*, 1983.
- Vejdirektoratet, 2010.** Vejdirektoratet. *Byernes trafikarealer. Hæfte 4 Veikryds*, 2010.
- Volvo, 2013.** Volvo. *Lastbil specifikationer fra Volvo*. URL: <http://www.volvotrucks.com/trucks/denmark-market/da-dk/Pages/Home.aspx>, 2013.

MATLAB-modellen for det teoretiske kurveforløb



```
1 clear all
2 %Lastbil specifikationer:
3
4 A1=3.6           %Akselafstanden
5 A2=8.30          %Akselafstanden mellem bagerste og mellemste hjulsæt
6 L=16.50          %Den samlede længde af sættevognen
7 B=2.55           %Bredden af sættevognen
8 B2=2.5           %Bredden mellem hjulene
9 P=-0.60          %Afstand fra bagtrækkeren til koblingspunkt
10 v=15/3.6         %Hastigheden
11 Thetamax=30*pi/180 %Den maksimale vinkel
12 Omega=pi/18      %Vinkelhastigheden
13 gamma= 90*pi/180 %Drejningsvinklen
14 step=0.01        %Step i sekunder
15 oversteering=0    %Ønsket offset ved oversteering i meter (vælg mellem 0.4-2.6m)
16
17 %Beregning af de forskellige faser
18
19 %Fase 1
20 t1=[step:step:((Thetamax/Omega))]; %Tidsintervallet
21
22 %Fase 1 (uden oversteering)
23
24 s1=v*t1; %Kurve længde
25 Theta1=(Omega*t1); %Formel 3.1 i rapporten
26 phi1=((v/(A1*Omega))*(1-cos(Theta1))); %Formel 3.2 i rapporten
27 nyv1=phi1+Theta1
28 dx1=(v*step)*cos(nyv1); %Tilvæksten hen af x-aksen for fase 1
29
30 for i=1:numel(dx1);
31     x1(i)=sum(dx1(1:i)); %Løkke der summerer tilvæksterne op
32 end
33
34 dy1=(v*step)*sin(nyv1); %Tilvæksten op af y-aksen for fase 1
35
36 for i=1:numel(dy1);
37     y1(i)=sum(dy1(1:i)); %Løkke der summerer tilvæksterne op
38 end
39
40 %Fase 2
41 theta0=Thetamax;
42 phi0=((v/(A1*Omega))*(1-cos(theta0))); %Start vinklen. Formel 3.4 i rapporten
43 t0=(theta0/Omega); %Hvad tiden er når den starter fase 2. Formel 3.5 i rapporten
44 phi23=(gamma-theta0); %Den afsluttende vinkel i fase 2
45 t23=t0+((A1*(phi23)/(v*sin(theta0)))-((1-cos(theta0))/(Omega*sin(theta0)))); %Den
tid det tager at opnå den ønskede vinkel. Formel 3.6 i rapporten
46
47 t2=[t0+step:step:t23]; %Tidsintervallet for fase 2
48 phi2=(phi0+((v/A1)*sin(theta0)*(t2-t0))); %Formel 3.3 i rapporten
49 nyv2=phi2+theta0
50 s2=v*t2;
51
```

```

52 dx2=(v*step)*cos(nyv2); %Tilvæksten hen af x-aksen for fase 2
53
54 for i=1:numel(dx2);
55     x2(i)=sum(dx2(1:i)); %Løkke der summere tallene op
56 end
57
58 dy2=(v*step)*sin(nyv2); %Tilvæksten op af y-aksen for fase 2
59
60 for i=1:numel(dy2);
61     y2(i)=sum(dy2(1:i)); %Løkke der summere tallene op
62 end
63
64 %Fase 3
65 t3=[t23+step:step:15]; %Tidsinterval for fase 3
66 s3=v*t3;
67 k=t23+(A1/v)*log(tan((theta0/2))); %Formel 3.9 i rapporten
68
69 theta3=2*atan(exp((-v/A1)*(t3-k))); %Formel 3.8 i rapporten
70
71 phi3=(gamma-theta3);
72 nyv3=phi3+theta3;
73 dx3=(v*step)*cos(nyv3); %Tilvæksten hen af x-aksen for fase 3. Formel 3.10 i
rapporten
74
75 for i=1:numel(dx3);
76     x3(i)=sum(dx3(1:i)); %Løkke der summere tallene op
77 end
78
79 dy3=(v*step)*sin(nyv3); %Formel 3.11 i rapporten
80
81 for i=1:numel(dy3);
82     y3(i)=sum(dy3(1:i)); %Løkke der summere tallene op
83 end
84
85 %Koordinater til midtpunkt mellem de to forhjul:
86 dxtotal=[dx1,dx2,dx3]; %De enkelte tilvækster for fase 1,2 og 3 samles i en vektor
87
88 for i=1:numel(dxtotal);
89     xf(i)=sum(dxtotal(1:i)); %Løkken summere alle tilvæksterne op så
kurveforløbet for xf regnes
90 end
91 xf=[0,xf] %Her fortælles programmet hvor køretøjet skal starte i koordinatet
92 dytotal=[dy1,dy2,dy3]; %De enkelte tilvækster for fase 1,2 og 3 samles i en vektor
93
94 for i=1:numel(dytotal);
95     yf(i)=-sum(dytotal(1:i))+(B2/2); %Løkken summere alle tilvæksterne op så
kurveforløbet for yf regnes
96 end
97 yf=[(B2/2),yf] %Angiver startpunktet af køretøjet
98 plot(xf,yf) %plottegnig
99
100 %Følgende beregninger bestemmer de øvrige kurver for køretøjet
101 %Koordinater til midtpunkt mellem de to baghjul på trækkeren:
102
103 xf2(1)=-A1 %start koordinater for baghjulet af trækkeren
104 yf2(1)=(B2/2) %Start koordianter for baghjulet af trækkeren
105 xk(1)=-A1-P %Start koordianter for koblingspunktet
106 yk(1)=(B2/2) %Start koordianter for koblingspunktet
107 xv(1)=0 %Start koordianter for venstre forhjul
108 yv(1)=(B2) %Start koordianter for venstre forhjul

```



```

109 for k=2:numel(xf)
110 a(k)=(yf(k)-yf2(k-1))/(xf(k)-xf2(k-1)) %Hældningskoefficienten for linjen mellem
punktet det forreste nye punkt og det forrige bagpunkt. Formel 3.13 i rapporten
111 b(k)=(a(k)*(-xf(k)))+yf(k)
112 c(k)=1+a(k).^2
113 e(k)=-2*xf(k)+2*a(k)*b(k)-2*a(k)*yf(k)
114 f(k)=-(A1.^2)+xf(k).^2+yf(k).^2+b(k).^2-2*b(k)*yf(k)
115 d(k)=e(k).^2-4*c(k)*f(k)
116
117 if a(k)>0
118 xf2(k)=(-e(k)+sqrt(d(k)))/(2*c(k)) %Bestemmelse af trækkeren baghjul vha. anden
gradslingning
119 else
120 xf2(k)=(-e(k)-sqrt(d(k)))/(2*c(k)) %Bestemmelse af trækkeren baghjul vha. anden
gradslingning
121 end
122
123 yf2(k)=a(k)*xf2(k)+b(k) %Formel 3.12 i rapporten
124
125 if a(k)>0
126 xk(k)=xf2(k)+(cos(atan(a(k))))*(P)) %Koordinater til koblingspunktet:
127 else
128 xk(k)=xf2(k)-(cos(atan(a(k))))*(P))
129 end
130 yk(k)=a(k)*xk(k)+b(k) %Koordinater til koblingspunktet:
131 a2(k)=-1/a(k) %Hældningskoefficienten. Formel 3.14 i rapporten
132 b2(k)=(a2(k)*(-xf(k)))+yf(k)
133 c2(k)=1+a2(k).^2
134 e2(k)=-2*xf(k)+2*a2(k)*b2(k)-2*a2(k)*yf(k)
135 f2(k)=-((B2/2).^2)+xf(k).^2+yf(k).^2+b2(k).^2-2*b2(k)*yf(k)
136 d2(k)=e2(k).^2-4*c2(k)*f2(k)
137 xv(k)=(-e2(k)+sqrt(d2(k)))/(2*c2(k))
138 yv(k)=a2(k)*xv(k)+b2(k)
139 end
140
141 xb(1)=xk(1)-(A2-P) %Start koordianter for midtpunkt mellem baghjulene
142 yb(1)=(B2/2) %Start koordianter for midtpunkt mellem baghjulene
143 xh(1)=xb(1) %Start koordianter for højre baghjul
144 yh(1)=yb(1)-(B2/2) %Start koordianter for højre baghjul
145
146 %Koordinater til midtpunkt mellem de to bagerste hjul på traileren
147 for k=2:numel(xk)
148 a=(yk(k)-yb(k-1))/(xk(k)-xb(k-1)) %Hældningskoefficienten for linjen mellem
punktet det forreste nye punkt og det forrige bagpunkt
149 b=(a*(-xk(k)))+yk(k)
150 c=1+a.^2
151 e=-2*xk(k)+2*a*b-2*a*yk(k)
152 f=-((A2-P).^2)+xk(k).^2+yk(k).^2+b.^2-2*b*yk(k)
153 d=e.^2-4*c*f
154
155 if a>0
156 xb(k)=(-e+sqrt(d))/(2*c) %Koordinater for midtpunkt mellem baghjulene:
157 else
158 xb(k)=(-e-sqrt(d))/(2*c)
159 end
160
161 yb(k)=a*xb(k)+b
162 a2=-1/a
163 b2=(a2*(-xb(k)))+yb(k)
164 c2=1+a2.^2
165 e2=-2*xb(k)+2*a2*b2-2*a2*yb(k)
166 f2=-((B2/2).^2)+xb(k).^2+yb(k).^2+b2.^2-2*b2*yb(k)
167 d2=e2.^2-4*c2*f2
168 xh(k)=(-e2-sqrt(d2))/(2*c2) %Koordinater til højre baghjul.
169 yh(k)=a2*xh(k)+b2
170 end

```

MATLAB-modellen for overstyring B

```
1 clear all
2 %Lastbil specifikationer:
3
4 A1=3.6           %Akselafstanden
5 A2=8.30          %Akselafstanden mellem bagerste og mellemste hjulsæt
6 L=16.50          %Den samlede længde af sættevognen
7 B=2.55           %Bredden af sættevognen
8 B2=2.5           %Bredden mellem hjulene
9 P=-0.60          %Afstand fra bagtrækkeren til koblingspunkt
10 v=15/3.6         %Hastigheden
11 Thetamax=30*pi/180 %Den maksimale vinkel
12 Omega=pi/18      %Vinkelhastigheden
13 gamma= 90*pi/180 %Drejningsvinklen
14 step=0.01        %Step i sekunder
15 oversteering=1    %Ønsket offset ved oversteering i meter (vælg mellem 0.4-2.6m)
16
17
18
19 %Beregning af sammenhængen mellem offset og forlængelsen i sekunder
20 makst=-1.077686432162410*oversteering.^2+11.1765738556332*oversteering+277.✓
871235125752 %Ligning bestemt i excel(bestemmelseafafstand)
21 maks=floor(makst) %Runder ned til nærmeste hele tal
22
23
24 %Beregning af de forskellige faser
25 t1=step:step:((Thetamax/Omega));
26
27 %Fase 1
28
29 s1=v*t1; %Kurve længde
30 thetal=(Omega*t1); %Formel 3.1 i rapporten
31 phil=((v/(A1*Omega))*(1-cos(thetal))); %Formel 3.2 i rapporten
32 nyv1=phil+thetal
33 dx1=(v*step)*cos(nyv1(1:maks)); %Tilvæksten hen af x-aksen for fase 1
34
35 for i=1:numel(dx1);
36     x1(i)=sum(dx1(1:i)); %Løkke der summerer tilvæksten op
37 end
38
39 dy1=(v*step)*sin(nyv1(1:maks)); %Tilvæksten op af y-aksen for fase 1
40
41 for i=1:numel(dy1);
42     y1(i)=sum(dy1(1:i)); %Løkke der summerer tilvæksten op
43 end
44
45 %Fase 2 ved oversteering
46 theta0=Thetamax;
47
48 phi0=((v/(A1*Omega))*(1-cos(thetal(maks)))); %Start vinklen. Formel 3.4 i rapporten
49 t0=(thetal(maks)/Omega); %Hvad tiden er når den starter fase 2. Formel 3.5 i✓
rapporten
50 phi23=(gamma-theta0); %Den afsluttende vinkel i fase 2
```

```

51 t23=t0+((A1*(phi23)/(v*sin(theta0)))-((1-cos(theta0))/(Omega*sin(theta0)))); %Den
tid det tager at opnå den ønskede vinkel. Formel 3.6 i rapporten
52
53 thetany=theta1(maks)-(Omega*t1) %Beregning af den nye vinkel for hjulene
54
55 phi2(1)=phi0+(v/A1)*(sin(thetany(1)))*step %Formel 3.3 i rapporten
56
57 for i=2:maks
58 phi2(i)=phi2(i-1)+(v/A1)*(sin(thetany(i-1)))*step
59 end
60
61 nyv2=phi2+thetany(1:maks)
62
63
64 dx2=(v*step)*cos(nyv2); %Tilvæksten hen af x-aksen for fase 2
65
66 for i=1: numel(dx2);
67     x2(i)=sum(dx2(1:i));
68 end
69
70 dy2=(v*step)*sin(nyv2);
71
72 for i=1: numel(dy2);
73     y2(i)=sum(dy2(1:i));
74 end
75
76 %Fase 3 ved oversteering
77
78 theta3=(Omega*t1);
79
80 phi3(1)=phi2(maks)-(v/A1)*(sin(theta3(1)))*step
81
82 for i=2: numel(theta3)
83 phi3(i)=phi3(i-1)-(v/A1)*(sin(theta3(i-1)))*step
84 end
85
86 nyv3=phi3-theta3
87
88 for i=1: numel(nyv3)
89 dx3(i)=(v*step)*cos(nyv3(i));
90 if dx3(i) > 0
91     break
92 end
93 end
94
95 dx3=dx3(1: numel(dx3)-1)
96
97 for i=1: numel(dx3);
98 x3(i)=sum(dx3(1:i));
99 end
100
101 for i=1: numel(dx3)
102 dy3(i)=(v*step)*sin(nyv3(i));
103 end
104
105
106 for i=1: numel(dx3);
107     y3(i)=sum(dy3(1:i));
108 end

```

```

109
110 %Fase 4 ved oversteering
111 nyv4=ones(1,1000)*1.5708
112
113 dx4=(v*step)*cos(nyv4);
114
115 for i=1: numel(nyv4);
116     x4(i)=sum(dx4(1:i));
117 end
118
119 dy4=(v*step)*sin(nyv4);
120
121 for i=1: numel(nyv4);
122     y4(i)=sum(dy4(1:i));
123 end
124
125 %Koordinater til midtpunkt mellem de to forhjul:
126
127 dxtotal=[dx1,dx2,dx3,dx4];
128 for i=1: numel(dxtotal);
129     xf(i)=sum(dxtotal(1:i));
130 end
131 xf=[0,xf] %Her fortælles programmet hvor køretøjet skal starte i koordinatet
132
133 dytotal=[dy1,dy2,dy3,dy4]; %De enkelte tilvækster for fase 1,2,3 og 4 samles i en
vektor
134
135 for i=1: numel(dytotal);
136     yf(i)=-sum(dytotal(1:i))+(B2/2); %Løkke summere alle tilvæksterne op så
kurveforkøbet for yf regnes
137 end
138 yf=[(B2/2),yf] %Angiver startpunktet af køretøjet
139 max(xf)-xf(numel(xf)) %Søger for at få placeret køretøjet rigtig i koordinatet
140
141 plot(xf,yf)
142
143 %Koordinater til midtpunkt mellem de to baghjul på trækkeren:
144
145 xf2(1)=-A1 %start koordinater for baghjulet af trækkeren
146 yf2(1)=(B2/2) %Start koordinater for baghjulet af trækkeren
147 xk(1)=-A1-P %Start koordinater for koblingspunktet
148 yk(1)=(B2/2) %Start koordinater for koblingspunktet
149 xv(1)=0 %Start koordinater for venstre baghjul
150 yv(1)=(B2) %Start koordinater for venstre baghjul
151 for k=2: numel(xf)
152 a(k)=(yf(k)-yf2(k-1))/(xf(k)-xf2(k-1)) %Hældningskoefficienten for linjen mellem
punktet det forreste nye punkt og det forrige bagpunkt. Formel 3.13 i rapporten.
153 b(k)=(a(k)*(-xf(k)))+yf(k)
154 c(k)=1+a(k).^2
155 e(k)=-2*xf(k)+2*a(k)*b(k)-2*a(k)*yf(k)
156 f(k)=- (A1.^2)+xf(k).^2+yf(k).^2+b(k).^2-2*b(k)*yf(k)
157 d(k)=e(k).^2-4*c(k)*f(k)
158
159 if a(k)>0
160 xf2(k)=(-e(k)+sqrt(d(k)))/(2*c(k)) %Bestemmelse af trækkeren baghjul vha.
andengrads ligning
161 else
162 xf2(k)=(-e(k)-sqrt(d(k)))/(2*c(k)) %Bestemmelse af trækkeren baghjul vha.
andengrads ligning
163 end
164
165 yf2(k)=a(k)*xf2(k)+b(k) %Formel 3.12 i rapporten

```

```

166
167 if a(k)>0
168 xk(k)=xf2(k)+(cos(atan(a(k)))*(P)) %Koordinater til koblingspunktet:
169 else
170 xk(k)=xf2(k)-(cos(atan(a(k)))*(P))
171 end
172 yk(k)=a(k)*xk(k)+b(k) %Koordinater til koblingspunktet:
173 a2(k)=-1/a(k) %Hældningskoefficienten. Formel 3.14 i rapporten
174 b2(k)=(a2(k)*(-xf(k)))+yf(k)
175 c2(k)=1+a2(k).^2
176 e2(k)=-2*xf(k)+2*a2(k)*b2(k)-2*a2(k)*yf(k)
177 f2(k)=-((B2/2).^2)+xf(k).^2+yf(k).^2+b2(k).^2-2*b2(k)*yf(k)
178 d2(k)=e2(k).^2-4*c2(k)*f2(k)
179 xv(k)=(-e2(k)+sqrt(d2(k)))/(2*c2(k))
180 yv(k)=a2(k)*xv(k)+b2(k)
181 end
182
183 xb(1)=xk(1)-(A2-P) %Start koordinater for midtpunkt mellem baghjulene
184 yb(1)=(B2/2) %Start koordinater for midtpunkt mellem baghjulene
185 xh(1)=xb(1) %Start koordinater for højre baghjul
186 yh(1)=yb(1)-(B2/2) %Start koordinater for højre baghjul
187
188 %Koordinater til midtpunkt mellem de to bagerste hjul på traileren
189 for k=2:numel(xk)
190 a=(yk(k)-yb(k-1))/(xk(k)-xb(k-1)) %Hældningskoefficienten for linjen mellem
punktet det forreste nye punkt og det forrige bagpunkt
191 b=(a*(-xk(k)))+yk(k)
192 c=1+a.^2
193 e=-2*xk(k)+2*a*b-2*a*yk(k)
194 f=-((A2-P).^2)+xk(k).^2+yk(k).^2+b.^2-2*b*yk(k)
195 d=e.^2-4*c*f
196
197 if a>0
198 xb(k)=(-e+sqrt(d))/(2*c)
199 else
200 xb(k)=(-e-sqrt(d))/(2*c)
201 end
202
203 yb(k)=a*xb(k)+b
204 a2=-1/a
205 b2=(a2*(-xb(k)))+yb(k)
206 c2=1+a2.^2
207 e2=-2*xb(k)+2*a2*b2-2*a2*yb(k)
208 f2=-((B2/2).^2)+xb(k).^2+yb(k).^2+b2.^2-2*b2*yb(k)
209 d2=e2.^2-4*c2*f2
210 xh(k)=(-e2-sqrt(d2))/(2*c2) %Koordinater til højre baghjul.
211 yh(k)=a2*xh(k)+b2
212 end
213
214 %Følgende sørger for at placere sig rigtig i forhold til den ønskede offset
215 plus=9.8048-xf(numel(xf));
216 xf=xf+plus;
217 xf=[0,xf];
218 yf=[1.25,yf];
219 xh=xh+plus
220 xh=[xk(1)-(A2-P),xh]
221 yh=[yb(1)-(B2/2),yh]
222 xv=xv+plus
223 xv=[0,xv]
224 yv=[B2,yv]

```

MATLAB-modellen for to-cirkelbuer



```
1 R1=11.5; %Radius for 1. cirkelbue
2 R2=70;   %Radius for 2. cirkelbue
3 delta1=74.061*(pi/180); %vinklerne mellem cirkelbuerne
4 delta2=(90-74.061)*pi/180; %vinklerne mellem cirkelbuerne
5
6 %Afsætningsdata
7
8 X1=R1*sin(delta1)*tan(delta1/2)
9 Y1=R2*sin(delta2)*tan(delta2/2)
10
11 T1=R1*tan(delta1/2)*(sin(delta2)+1)+R2*sin(delta2)*tan(delta2/2)
12 T2=R2*tan(delta2/2)*(cos(delta2)+1)+R1*cos(delta2)*tan(delta1/2)
13
14 X2=X1;
15 Y2=Y1;
16
17 x1=-T1:0.05:0; %x-aksen
18
19 l1=-R1+sqrt(-x1.^2-2*x1*T1-T1.^2+R1.^2); %Cirklens ligning for 1. cirkelbue
20 l2=-T2+sqrt(-x1.^2-2*x1*R2);           %Cirklens ligning for 2. cirkelbue
21
22 y1=(x1>=-T1).*(x1<=-Y2).*(l1)+(x1>=-Y2).*(l2); %y-aksen med betingelserne for hvornår ✓
23 de to cirkelbuers ligning skal bruges
24
```

MATLAB-modellen for tre-cirkelbuer

D

```
1 %Parametre
2 alpha=12; %Vinkel
3 beta=66; %Vinkel
4 delta=12; %Vinkel
5 gamma=90; %Drejningsvinklen
6 R2=12.92; %Radius for cirkelbue 2
7 R1=R2*2.5; %Radius for cirkelbue 1
8 R3=R2*5.5; %Radius for cirkelbue 3
9
10 %Afsætningsdata
11 X1=R1*sin((2*pi/360)*alpha);
12 Y1=R1*(1-cos((2*pi/360)*alpha));
13 X3=R3*sin((2*pi/360)*delta);
14 Y3=R3*(1-cos((2*pi/360)*delta));
15 T1=((R1-R2)*sin((2*pi/360)*alpha))+((R3-(R3-R2)*cos((2*pi/360)*delta))/sin(
((2*pi/360)*gamma))
16 T3=((R3-R2)*sin((2*pi/360)*delta))+((R1-(R1-R2)*cos((2*pi/360)*alpha))/sin(
((2*pi/360)*gamma))
17 cx=-14.19049849 %Centrum for cirkel 2. Regnes i Maple ved brug af to ligninger med
to ubekendte
18 cy=-13.3434995 %Centrum for cirkel 2. Regnes i Maple ved brug af to ligninger med to
ubekendte
19
20 %plot
21 x2=-T1:0.05:0; %x-aksen
22 l1=-R1+sqrt(R1.^2-x2.^2-2*x2*T1-T1^2); %ligning for cirkel 1
23 l2=cy+sqrt(-x2.^2+2*x2*cx-cx.^2+R2.^2); %ligning for cirkel 2
24 l3=-T3+sqrt(-x2.^2-2*x2*R3); %ligning for cirkel 3
25
26 y2=(x2<-T1+X1).*(l1)+(x2>=-T1+X1).*(x2<-Y3).*(l2)+(x2>=-Y3).*(l3); %y-aksen med
betingelserne for hvornår de tre cirkelbuers ligning skal bruge
27
28
29
```

MATLAB-modellen for klotoide-cirkelbue-klotoide



```
1 A=15 %Klotoideparametren
2 R=15 %Cirkelbuens radius
3 L=A^2/R %Længden af klothoiden
4 tau=L/(2*R) %Vinklen
5 s=0:0.01:L %Kurve længden
6 cs=5.9724 %Afstand fra klotoide til klotoide
7
8 %Klotoide 1:
9
10 lx=(L-(L.^5/(40*A.^4)))+(L.^9/(3456*A.^8)) %x koordinaten til klotoidens slutpunkt
11 ly=((1/6)*(L.^3/A.^2)-(L.^7/(336*A.^6))+(L.^11/(42240*A.^10))) %y koordinaten til
klotoidens slutpunkt
12
13 k1x=(s-(s.^5/(40*A.^4)))+(s.^9/(3456*A.^8))-(lx+cs+ly) %x-værdierne for første
klotoide
14
15 k1y=-(((1/6)*(s.^3/A.^2)-(s.^7/(336*A.^6))+(s.^11/(42240*A.^10)))) %y-værdierne for
anden klotoide
16
17 %Cirkelbuen:
18 xm=(lx-R*sin(tau))-(lx+cs+ly) %Centrum for cirkelbuen
19 ym=-(ly+R*cos(tau)) %Centrum for cirkelbuen
20 xc=(-cs-ly):0.01:(-ly); %x-værdierne for cirkelbuen
21 l2=ym+sqrt(-xm.^2+2*xm*xc-xc.^2+R.^2); %Cirkelens ligning
22
23 %Klotoide 2:
24
25 k2y=(s-(s.^5/(40*A.^4)))+(s.^9/(3456*A.^8))-(lx+ly+cs) %y-værdierne for anden
klotoide
26
27 k2x=-(((1/6)*(s.^3/A.^2)-(s.^7/(336*A.^6))+(s.^11/(42240*A.^10)))) %x-værdierne for
anden klotoide
28
29 xk=[k1x,xc,k2x]; %Opsamling på x-værdierne til en vektor
30 yk=[k1y,l2,k2y]; %Opsamling på y-værdierne til en vektor
```