

Dynamisk personlast og stokastisk lastmodellering til estimering af dynamisk respons



KANDIDATSPECIALE
ALEXANDER ALBERS OG KRISTIAN JOHNSEN
BYGGE- OG ANLÆGSKONSTRUKTION
AALBORG UNIVERSITET
2024

Titel:

Dynamisk personlast og stokastisk lastmodellering til estimering af dynamisk respons

Projekt:

Kandidatspeciale

Projektperiode:

September 2023 - Juni 2024

Gruppemedlemmer:

Alexander Albers
Kristian Johnsen

Vejleder:

Christian Frier

Antal sider i hovedrapport: 118

Antal sider i bilag: 39

Afleveret: 6. Juni 2024

Synopsis:

Øgede krav til materialebesparelse samt forbedrede egenskaber af byggematerialer bevirker, at konstruktioner, der har til formål at bære mennesker, i nyere tid konstrueres slankere og lettere. Dette medfører dog en større risiko for, at der opstår u hensigtsmæssigt store vibrationer som følge af dynamisk last fra fodgængere på konstruktioner som gangbroer.

I dette projekt undersøges det dynamiske respons ved brug af forskellige stokastiske lastmodeller med henblik på at belyse hvor avancerede modeller, der bør benyttes for udvalgte gangbroer. Igennem projektet udvides lastmodellerne, så de i stigende grad afspejler virkeligheden, idet der tages højde for faktorer såsom, at forskellige personer modelleres med forskellige gangparametre, samt at individuelle personer går med varierende skridt. Udover betydningen af at bruge simple eller mere avancerede lastmodeller undersøges det også, hvor vigtige de enkelte gangparametre i lastmodellerne er.

Selvom modellering af stokastiske lastmodeller er det primære fokuspunkt i dette projekt, undersøges det også, om det har en indvirkning på det dynamiske respons, at der forekommer en interaktion mellem selve konstruktionen og de personer, der opholder sig på den. I virkeligheden medfører denne interaktion nemlig, at de dynamiske parametre for konstruktion og person påvirker hinanden.

Dette kandidatspeciale er udarbejdet af Kristian Johnsen og Alexander Albers på civilingeniøruddannelsen Bygge- og anlægskonstruktion under Studienævnet for Byggeri, By og Miljø. Projektet er skrevet i perioden fra d. 1. september 2023 til d. 6. juni 2024. Der rettes stor tak til vejleder Christian Frier for samarbejde og konstruktiv kritik under projektudarbejdelsen.

I rapporten angives kildehenvisninger med Harvard-metoden og fremgår i teksten som [efternavn/virksomhed, udgivelsesår]. Ved flere forfattere angives første forfatter efterfulgt af "et al.". Har det ikke været muligt at finde et udgivelsesår, angives udgivelsesåret som "n.d."

Angives kildehenvisningen før et punktum, henviser denne til foregående sætning, og hvis kilden står efter punktum refererer denne til ovenstående afsnit eller frem til foregående kilde. Alle kilder samles i en litteraturliste i alfabetisk orden til slut i rapporten. Henvisning til figurer og tabeller er angivet med kapitlets nummer efterfulgt af figur- eller tabelnummer. Den første figur i kapitel 1 nummereres således 1.1, og den næste figur nummereres 1.2 og så videre. Ligninger følger samme nummerering, men differentierer sig i teksten fra figurer idet der benyttes parentes. Den første ligning i kapitel 1 nummereres således (1.1).

Alle beregningsprogrammer, der benyttes i projektet, er udarbejdet i MATLAB.

Kilde på forsidebillede: [Živanović et al., 2007a].

This master's thesis is written by Kristian Johnsen and Alexander Albers in the civil engineering program *Structural and Civil Engineering* at Aalborg University. The project was written during the period from September 1st, 2023 to June 6th, 2024. The project is titled *Dynamic human loading and stochastic modelling of loads for estimating dynamic response*, and focuses on stochastic load models for pedestrians crossing footbridges, while addressing the acceleration experienced by these footbridges due to the dynamic loads.

The increased demands for material savings and improved properties of building materials mean that structures intended to support people are being constructed lighter and more slender in recent times. However, this leads to a greater risk of undesirably large vibrations due to dynamic loads from pedestrians on structures such as footbridges. These rather large vibrations primarily occur when the lowest eigenfrequency of the structure is located near the frequency of the dynamic load, which can result in resonance.

In existing standards, the pedestrian walking parameters are modelled in a deterministic manner, which means that everyone walks with the same walking frequency and step length while having the same body weight. This does not align with reality, where these parameters vary for each pedestrian. Therefore, it is desired to model the walking parameters stochastically in order to use a more realistic load model. Initially, in order to construct the stochastic model, a review of existing experiments and literature provides an understanding of pedestrian-induced forces. Based on these experiments, a stochastic load model is developed, considering various walking parameters, and modal analysis is employed to determine the dynamic response. The results of these analyses are given as cumulative distribution functions of the maximum accelerations, which gives information about the probability of exceeding a given acceleration.

The stochastic model is compared with deterministic methods from existing standards using two different bridge models, one fictitious and one based on a real bridge in Montenegro. The dynamic responses of both bridge models are calculated, and the results using deterministic and stochastic load models are compared. Further, the bridge and stochastic load models are extended by increasing the number of included modal shapes and harmonic load components, leading to more detailed probabilistic estimations of dynamic responses.

A multi-harmonic load model is introduced to account for variations in walking parameters during the movement of each individual pedestrian. In reality, these variations occur because pedestrians don't walk with identical steps. This provides a more accurate reflection of the walking load. All of the aforementioned stochastic load models are investigated within the report, and the results generally show that it highly depends on the specific bridge model, how advanced the load models should be, although rather simple stochastic models appear to be sufficient when working with the bridge models in this project.

Finally, the interaction between pedestrians and the structure is explored, analyzing the impact on the dynamic response when considering a coupled system of mass, stiffness and damping. The results indicate that it can be relevant to include human-structure interaction in future research on how structures respond dynamically to pedestrian loads.

Indholdsfortegnelse

Kapitel 1	Indledning	1
1.1	Vibrationer på gangbroer	1
1.2	Modellering af ganglast	2
1.3	Interaktion mellem menneske og konstruktion	3
1.4	Problemformulering	3
1.5	Læsevejledning	4
Kapitel 2	Modellering af gangbelastning og bestemmelse af respons	7
2.1	Introduktion	7
2.2	Målinger af gangbelastningen for enkeltpersoner	8
2.3	Opstilling af stokastisk lastmodel	13
2.4	Metode til bestemmelse af respons	22
Kapitel 3	Sammenligning med eksisterende normer	25
3.1	Introduktion	25
3.2	Benyttede gangbroer	25
3.3	Bestemmelse af accelerationer ved Eurocode	29
3.4	Bestemmelse af accelerationer ved BS 5400	33
3.5	Bestemmelse af accelerationer ved probabilistisk metode	37
3.6	Krav og anbefalinger vedrørende komfort	43
3.7	Sammenligning af metoder	45
3.8	Parameterstudie af lastmodel med $k = 1$	47
3.9	Konklusion	64
Kapitel 4	Udvidede bro- og lastmodeller	65
4.1	Introduktion	65
4.2	Benyttede gangbroer	66
4.3	Maksimale accelerationer	75
4.4	Parameterstudie af lastmodel med $k = 4$	87
4.5	Konklusion	89
Kapitel 5	Multi-harmonisk lastmodel	91
5.1	Introduktion	91
5.2	Lastmodel	91
5.3	Modalfrekvensresponsspektre	96
5.4	Maksimale accelerationer	98
5.5	Konklusion	104
Kapitel 6	Interaktion mellem menneske og konstruktion	105
6.1	Introduktion	105
6.2	Implementering af stationær person	106
6.3	Maksimale accelerationer	108
6.4	Konklusion	111
Kapitel 7	Konklusion	112
7.1	Forslag til fremtidig research	115

Litteratur	116
Appendiks A Generel metode til bestemmelse af dynamisk respons	119
A.1 Bevægelsesligningen i modalkoordinater	119
A.2 Udæmpede egensvingningsformer for simpelt understøttet bjælke	121
Appendiks B Monte Carlo-simulering	125
Appendiks C Numerisk tidsintegration	126
C.1 Newmark-algoritmen	126
Appendiks D Egensvingningsformer for bromodel 2	127
D.1 Tilgængelig data	127
D.2 Opsamling	135
Appendiks E Konvergensanalyser	136
E.1 Lastmodel med $k=4$ harmoniske lastkomponenter	136
E.2 Multi-harmonisk lastmodel	139
Appendiks F Parameterstudie af lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter	142
F.1 Skridtlængde	142
F.2 Personvægt	144
F.3 Dynamisk lastfaktor	146
F.4 Faseforskydningen	149
F.5 Opfølgende undersøgelse af lastparametre	151
Appendiks G Kontrol af multi-harmonisk beregningsprogram	156
G.1 Forudsætninger for beregningsmodellen	156

I dette kapitel gennemgås de overordnede problemstillinger, der har givet anledning til udarbejdelsen af dette projekt. Disse problemstillinger uddybes, hvorefter en samlet problemformulering opstilles. Derudover fremgår en læsevejledning, som har til formål at danne et overblik over kapitlerne i projektet.

1.1 Vibrationer på gangbroer

I takt med at der stilles højere krav til materialebesparelse, imens materialers mekaniske egenskaber forbedres, observeres det, at konstruktioner i stigende grad konstrueres både slankere, lettere og med længere spænd. Dette medfører, at det i mange tilfælde ikke længere er brudgrænsetilstanden, men i stedet anvendelsesgrænsetilstanden, der er dimensionsgivende for disse konstruktioner, som følge af en øget risiko for uacceptabelt store svingninger.

Dette observeres særligt ved konstruktioner, der udsættes for dynamiske laster fra fodgængere, fordi slanke og lette konstruktioner kan have så lave egenfrekvenser, at der kan opstå resonans mellem konstruktionen og de passerende fodgængere. Dette forstærkes blot af, at lettere konstruktioner ofte også har svagere dæmpning. En af de konstruktionstyper hvor ovenstående fænomener i særdeleshed kan forårsage problemer er gangbroer, eftersom deres primære formål er at bære gående fodgængere. [Živanović, 2006]

En af årsagerne til at der i nyere tid er kommet øget fokus på vibrationer forårsaget af ganglast er en hændelse, der fandt sted under åbningen af Millenium Bridge, som ses på figur 1.1, i juni 2000. Der blev afholdt en åbningsceremoni, hvor mere end 1000 mennesker gik på broen, men det blev hurtigt bemærket, at der opstod uhensigtsmæssigt store svingninger i broens tværretning. Svingningerne var så store, at personer på broen måtte stoppe for at genvinde balancen. Af sikkerhedsmæssige årsager blev broen midlertidigt lukket få dage efter, og den blev først genåbnet omkring halvandet år efter. [Newland, 2013] [Meinhardt et al., 2017]



Figur 1.1. Millenium Bridge [Adrian Pingstone, 2005].

Det blev konkluderet, at der i de dynamiske analyser af broen ikke var taget højde for et fænomen, som kaldes "Fujino-effekten". Dette fænomen dækker over en naturlig synkronisering mellem fodgængeres gangfrekvens og en af broens egenfrekvenser. Betydningen af ganglast fra fodgængere blev simpelthen undervurderet, og denne hændelse beviser, at det er en nødvendighed i dimensioneringen af konstruktioner med fodgængere at tage højde for, hvordan ganglasten modelleres. [Meinhardt et al., 2017]. I dette projekt tages der dog blot udgangspunkt i modelleringen af ganglast samt svingninger i den vertikale retning.

1.2 Modelling af ganglast

En forudsætning for at vibrationer som følge af fodgængere kan bestemmes med tilstrækkelig præcision er, at ganglasten fra fodgængerne modelleres på en måde, der afspejler virkeligheden. Dette er imidlertid en vanskelig opgave, da det kræver meget komplekse modeller at tage højde for alle de faktorer, der har en indflydelse på personers gang. [Živanović, 2006]. Dette skyldes ikke blot, at mennesker har forskellige gangarter og bevæger sig med forskellige gangfrekvenser og skridtlængder, men også at forskellige omstændigheder bevirker, at mennesker varierer deres gang. Det er dog ikke kun forskelle mellem personer, der gør det vanskeligt at modellere ganglast, men også det faktum at der for hver person er forskelle på de enkelte skridt, der tages. Det er tydeligt, at der er mange faktorer, der skal tages højde for, hvis ganglast skal modelleres tro mod virkeligheden. I eksisterende normer såsom Eurocode og BS 5400 behandles ganglast dog på en meget simplificeret måde, idet det i normerne antages, at ganglasten kan betragtes som en harmonisk last, hvor diverse gangparametre modelleres deterministisk. Med andre ord antages det, at alle fodgængere er identiske og bevæger sig periodisk på præcis samme måde, hvormed enhver variation både for enkelte skridt, men også for forskellige personer negligeres. [Pedersen og Frier, 2010]. Dette stemmer naturligvis ikke overens med virkeligheden, og derfor implementeres der i denne rapport lastmodeller, hvor de indgående gangparametre modelleres som stokastiske variable.

I rapporten foretages der sammenligninger mellem metoder fra de førnævnte eksisterende normer og en stokastisk lastmodel til bestemmelse af det dynamiske respons, idet den stokastiske lastmodel tager højde for, at gangparametre ikke er ens for alle personer. Hvor de eksisterende normer med deterministiske parametre giver en enkelt værdi for det dynamiske respons, opereres der i stedet med sandsynligheder for overskridelse af accelerationer, når stokastiske modeller benyttes. Dette gør det muligt at definere hvor stor en sandsynlighed for overskridelse, der kan tillades, hvilket kan være gavnligt i forbindelse med dimensionering af den pågældende konstruktion. Med den stokastiske lastmodel modelleres ganglasten for hver enkelt person som en sum af harmoniske lastbidrag, hvor gangparametrene modelleres forskelligt fra person til person. Herved er det dog ikke inkluderet, at gangparametrene i virkeligheden også er varierende i løbet af et gangforløb for den enkelte fodgænger.

Det tilstræbes at belyse, om der forekommer nævneværdige ændringer af det dynamiske respons, når de benyttede modeller ændres, så de i højere grad afspejler virkeligheden. Derfor er det nærliggende ikke blot at modellere gangparametre for forskellige fodgængere, men også at inkludere variationer i hver enkelt persons eget gangforløb. Den mest

avancerede lastmodel for gang, som berøres i dette projekt, er en model, hvor der netop tages højde for faktorer, såsom at en person ikke går med konstant gangfrekvens. Formålet med projektet er herved at undersøge, om simple deterministiske modeller giver tilstrækkeligt præcise resultater, eller om det er nødvendigt at modellere ganglasten efter mere avancerede metoder.

1.3 Interaktion mellem menneske og konstruktion

Der er redegjort for, at det er vigtigt at udføre vibrationsanalyser af gangbroer samt at benytte modeller for ganglasten, som giver resultater af det dynamiske respons med tilstrækkelig præcision. Igennem flere år er der udarbejdet adskillige undersøgelser af gående personer med henblik på at beskrive gangforløb så detaljeret som muligt. Dette har gjort det muligt at gøre lastmodeller mere og mere virkelighedstro, hvilket udnyttes i dette projekt til at beskrive, hvor avancerede disse modeller bør være, når udvalgte gangbroer undersøges. Lastmodellerne tager dog ikke højde for et andet fænomen, som forekommer, når mennesker bevæger sig på konstruktioner som gangbroer. Dette fænomen indbefatter en ændring af konstruktionens dynamiske parametre som følge af, at der opholder sig en eller flere personer på konstruktionen, hvilket omtales som interaktion mellem menneske og konstruktion. [Erfan Shahabpoor Ardakani, 2014]

Interaktionen mellem menneske og konstruktion medfører, at de dynamiske parametre ændres, fordi det ikke længere kun er konstruktionens eget system, der tages i betragtning. Når menneske og konstruktion interagerer med hinanden, dannes nemlig et samlet system, hvor masse, stivhed og dæmpning af både konstruktion og menneske har en indflydelse på hinanden. I størstedelen af den tilgængelige litteratur er effekten af dette ikke inkluderet. I projektet analyseres interaktionen mellem menneske og konstruktion for at påvise, om dette er et fænomen, der bør udvikles mere detaljerede modeller for. [Erfan Shahabpoor Ardakani, 2014]. Undersøgelser inden for dette område udføres i projektet ved at placere en person på den pågældende bro, imens en anden person passerer denne bro. Herved er det interaktionen mellem den stationære person og broen, som nærstuderes.

1.4 Problemformulering

Med udgangspunkt i de områder, der er forklaret i dette kapitel, opstilles en problemformulering. Problemformuleringen danner rammerne for de analyser, der udføres gennem projektet, da det endelige formål er at besvare problemformuleringen.

"Hvilken betydning har det for det dynamiske respons på gangbroer, at der benyttes forskellige stokastiske lastmodeller for ganglast, der i varierende grad afspejler virkeligheden, og hvilken indvirkning har det, at der tages højde for ændringer af konstruktionens dynamiske parametre som følge af forekomsten af personer?"

I det følgende afsnit forekommer en læsevejledning, hvori der redegøres for kapitlerne i projektet.

1.5 Læsevejledning

I dette afsnit er der udarbejdet en læsevejledning, som har til formål at give en overordnet forklaring af formålet med hvert kapitel. I kapitlerne introduceres løbende nye begreber, og derfor anbefales det, at læsevejledningen benyttes, inden et nyt kapitel påbegyndes. Herved kan læsevejledningen være med til at danne et overblik over det næste kapitel, der læses.

Kapitel 2: Modellering af gangbelastning og bestemmelse af respons

I dette kapitel gennemgås en række eksperimenter, som er behandlet i eksisterende litteratur, da dette giver en forståelse for, hvordan gang kan behandles. Eksperimenterne benyttes til at forklare de kræfter, som fodgængere påvirker konstruktioner med. Ganglasten betragtes i frekvensdomænet for at se, hvordan energi spreder sig på frekvenser. På baggrund af den eksisterende litteratur opstilles en stokastisk lastmodel, hvor de indgående gangparametre forklares. Der opstilles stokastiske parametermodeller, som kan benyttes i lastmodellen, og slutteligt forklares det, hvordan det dynamiske respons bestemmes ved brug af modalanalyse igennem projektet. Det primære formål med kapitlet er altså at opstille en stokastisk lastmodel, der tager højde for, at forskellige fodgængere har forskellige gangparametre.

Kapitel 3: Sammenligning med eksisterende normer

Formålet med dette kapitel er at sammenligne den førnævnte stokastiske lastmodel med de eksisterende metoder fra Eurocode og BS 5400, som behandler ganglasten deterministisk. Før disse kan sammenlignes, skal der dog være et grundlag for sammenligning. Derfor introduceres to forskellige bromodeller, hvor den ene er fiktiv, imens den anden er baseret på en virkelig gangbro i Montenegro. Da modalanalyse benyttes i dette projekt, skal det defineres, hvor mange egensvingningsformer, der inkluderes i de forskellige analyser. I dette kapitel arbejdes der med $j = 1$ egensvingningsform for begge bromodeller, imens den stokastiske lastmodel fra kapitel 2 udføres med $k = 1$ harmonisk lastkomponent, eftersom dette er den mest simple form, som både bro- og lastmodel forekommer på. Det dynamiske respons ved brug af Eurocode, BS 5400 og den stokastiske lastmodel, beregnes på midten af begge broer. Resultaterne sammenlignes på to forskellige måder, da metoderne i normerne giver deterministiske resultater, imens den stokastiske lastmodel giver probabilistiske estimater. Ydermere undersøges de krav, der findes i normerne. Slutteligt udføres et parameterstudie, hvor de maksimale accelerationers følsomhed over for ændringer af gangparametrene i den stokastiske lastmodel undersøges. Dette gøres for at påvise, om parametre kan betragtes som deterministiske, eller om det er nødvendigt at modellere dem stokastisk. Derudover belyses betydningen af middelværdierne ligeledes.

Kapitel 4: Udvidede bro- og lastmodeller

I dette kapitel udvides bro- og lastmodellerne med henblik på at gøre disse mere detaljerede end i det foregående kapitel. Udvidelserne består af, at antallet af benyttede egensvingningsformer i modalanalysen stiger fra $j = 1$ til $j = 4$, imens antallet af harmoniske lastkomponenter stiger fra $k = 1$ til $k = 4$. Som tidligere beskrevet fås der probabilistiske estimater af det dynamiske respons, når stokastiske modeller

benyttes, og derfor består sammenligningerne af resultaterne før og efter udvidelse af, at fordelingsfunktioner betragtes visuelt, imens udvalgte fraktilværdier af de maksimale accelerationer evalueres. De maksimale accelerationer beregnes i to forskellige punkter for at danne et overordnet billede af egensvingningsformernes betydning. I kapitlet ses det også, at der er gjort brug af modalfrekvensresponsspektre for bromodellerne samt frekvensresponsspektre for ganglasten til at forklare, hvordan det dynamiske respons påvirkes af udvidelserne. Det skal dog bemærkes, at spektrene først blev implementeret efter udførelsen af analyserne i kapitlet, selvom det havde været gavnligt at benytte spektrene inden. Spektrene danner nemlig et brugbart billede af, hvad der kan forventes af analyserne. Der udføres igen et parameterstudie i slutningen af kapitlet, hvor lastmodellen denne gang modelleres med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter.

Kapitel 5: Multi-harmonisk lastmodel

De stokastiske lastmodeller, der er benyttet i de foregående kapitler, tager højde for, at gangparametrene ikke er ens for alle personer. I lastmodellerne antages det dog, at hver enkelt person går periodisk med konstante gangparametre, hvilket naturligvis ikke stemmer overens med virkeligheden, da en fodgængers skridt ikke er identiske. Derfor introduceres der i dette kapitel en såkaldt multi-harmonisk lastmodel, hvor det netop inkluderes, at gangfrekvens og dynamiske lastfaktorer er varierende i løbet af en enkelt persons gangforløb. Dette medfører, at der inkluderes en spredning af energi omkring de primære harmoniske frekvenser samt mellemharmoniske frekvenser som følge af, at gangfrekvensen ikke er konstant. Der er herved tale om en lastmodel, som mere præcist afspejler den virkelige situation, hvorfor det dynamiske respons bestemt ved denne model sammenlignes med resultaterne fra det foregående kapitel. På denne måde kan det konkluderes, om det er nødvendigt at benytte så avanceret en model til at beskrive ganglasten. Af tidsmæssige årsager er der ikke udført et parameterstudie med den multi-harmoniske lastmodel. Desuden forventes det ikke, at endnu et parameterstudie vil føre til nye, betydningsfulde konklusioner.

Kapitel 6: Interaktion mellem menneske og konstruktion

I de tidligere kapitler er det primært lastmodeller, der er blevet undersøgt. Selve bromodellerne er kun blevet mere avancerede ved, at antallet af benyttede egensvingningsformer, j , er ændret, og det er derfor endnu ikke undersøgt, hvordan dynamiske parametre påvirkes af interaktionen mellem menneske og konstruktion. Formålet med dette kapitel er derfor at påvise, hvordan det dynamiske respons ændrer sig, når det medregnes, at forekomsten af personer på broen resulterer i, at der fås et koblet system for konstruktion og menneske, hvor disse påvirker hinandens dynamiske parametre. I kapitlet benyttes den multi-harmoniske lastmodel til at simulere passerende fodgængere, imens et samlet system af masse, stivhed og dæmpning for både konstruktion og person opstilles. Det er dog ikke den passerende fodgænger, der i disse analyser modelleres til at interagere med konstruktionen, men i stedet en stationær person, som placeres på broens midte. Analyserne i kapitlet har derfor primært til formål at undersøge, om der er nogen nævneværdig effekt af at inkludere interaktion mellem menneske og konstruktion, og om dette er en problemstilling, der er værd at arbejde med i fremtidige studier.

Kapitel 7: Konklusion

Formålet med dette kapitel er at opsummere de væsentlige konklusioner, som er draget gennem projektet, samt at diskutere disse. Der samles op på de udførte analyser, og problemformuleringen besvares. Slutteligt fremlægges forslag til, hvordan der i fremtiden kan arbejdes videre med de emner, der er blevet undersøgt.

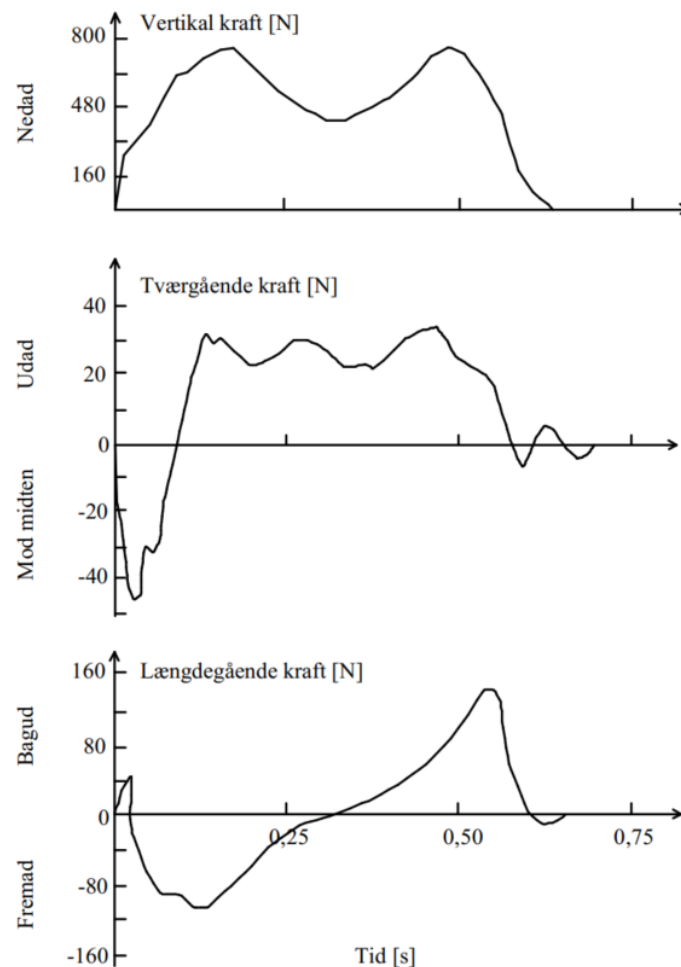
Modellering af gangbelastning og bestemmelse af respons 2

2.1 Introduktion

I dette kapitel opstilles en stokastisk lastmodel for gangbelastningen fra en enkelt fodgænger på gangbroer. Denne er udarbejdet med udgangspunkt i en række eksperimenter, der påviser, hvordan fodgængere producerer kræfter i forskellige retninger. Af afsnit 2.2 fremgår det, at det mest væsentlige kraftbidrag forekommer i vertikal retning, og derfor fokuseres der i denne rapport udelukkende på vertikale kræfter. Igennem kapitlet gennemgås en række eksperimenter, hvorefter selve lastmodellen opstilles. Det forklares, hvordan denne er opbygget og hvilke parametre, der indgår i modellen. Dernæst gennemgås de indgående parametre med henblik på både at opstille stokastiske og deterministiske parametermodeller, som kan benyttes, når det dynamiske respons af udvalgte broer bestemmes gennem rapporten. Det tilstræbes, at parametermodellerne defineres, så disse på en realistisk måde beskriver de fodgængere, der passerer broen, således at der kan opnås resultater for det dynamiske respons, som afspejler virkeligheden. For hver passerende fodgænger udføres en Monte Carlo-simulering, der tager udgangspunkt i middelværdier og spredninger, som er defineret i parametermodellerne, og derfor ønskes det, at værdierne i disse er realistiske. Det betyder, at antallet af Monte Carlo-simuleringer, n , svarer til n passerende fodgængere. I bilag B er metoden til Monte Carlo-simulering forklaret. Det vurderes hvilke af parametermodellerne, der er mest detaljerede, og med udgangspunkt i disse defineres en referencekombination for parametermodellerne. Denne referencekombination er nyttig, når der skal udføres analyser med den stokastiske lastmodel, og når responsets følsomhed over for de enkelte parametre undersøges. Slutteligt gennemgås den metode, der bruges til at beregne det dynamiske respons, når lastmodellen benyttes på en gangbro.

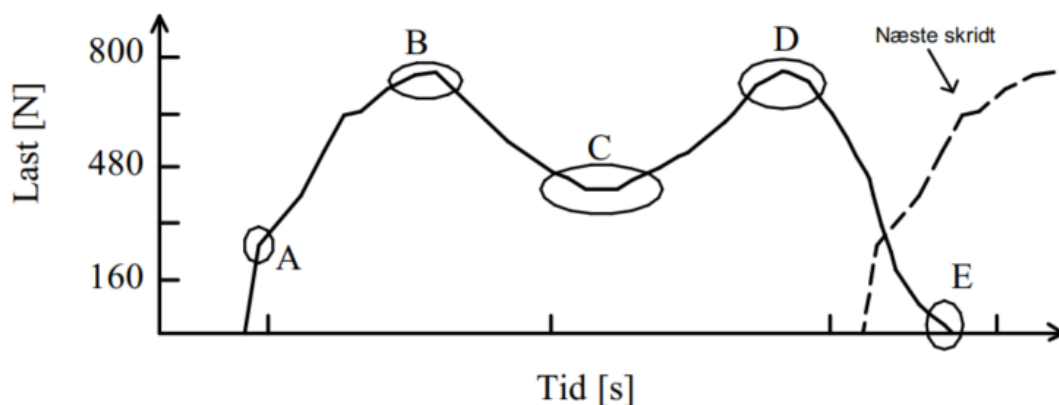
2.2 Målinger af gangbelastningen for enkeltpersoner

Med henblik på at beskrive relevante parametre gennemgås en række eksperimenter, der kan benyttes til at karakterisere ganglast. Undersøgelser udført af Andriacchi et al. [1977] viste, at en person, der går på en konstruktion, påvirker konstruktionen med en dynamisk kraft i tre retninger. Én i den vertikale retning, én i den tværgående retning og én i den længdegående retning. Målinger af gangbelastningen i de tre retninger kan observeres på figur 2.1. [Živanović et al., 2005]



Figur 2.1. Kraftkurver for et enkelt skridt i vertikal, tværgående og længdegående retning. [Andriacchi et al., 1977]

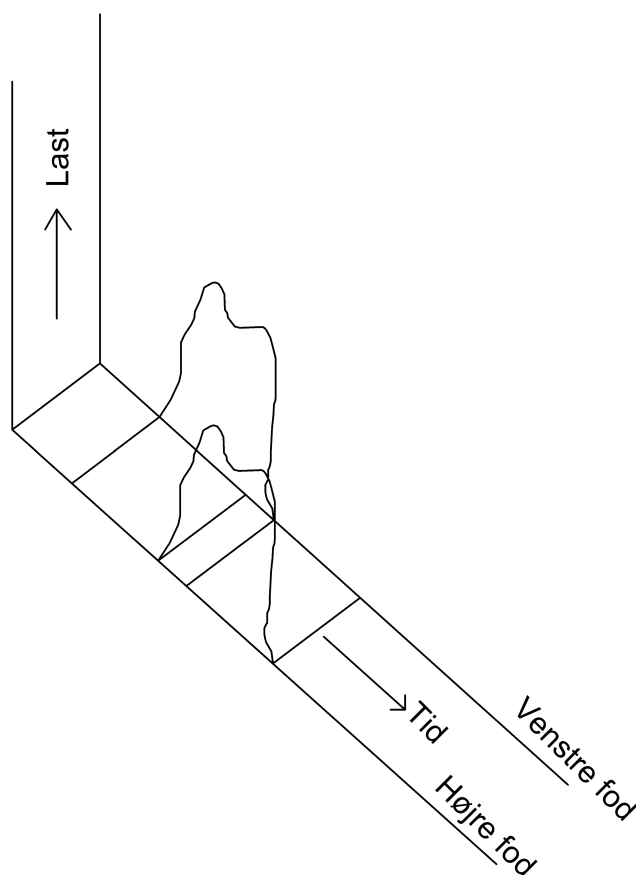
På figur 2.1 kan det ses, at der er lastkomponenter i tre forskellige retninger. I dette projekt antages det, at den vertikale komponent er den vigtigste, hvorfor gangbelastningen ikke vil blive modelleret for de to horisontale retninger. Betragtes målinger af den vertikale kraft, kan formen af denne beskrives nærmere. Figur 2.2 viser en tidsserie for en typisk vertikal kraft ved et enkelt skridt.



Figur 2.2. Tidsserie for vertikal last ved et enkelt skridt. [Kerr, 1998]

Punkt (A) viser en høj indledende belastning, som forekommer når hælen rammer underlaget. Den første top i (B) afspejler personens vægt samt en inerti-komponent, som opstår grundet personens momentum ved kontakt med underlaget. Belastningen i dette punkt er højere end den statiske last, eftersom underlaget måler den kombinerede belastning. Herefter falder belastningen under den statiske last (C), idet personen bøjer sit knæ og svinger sit modsatte ben, hvorved kropsvægten overføres til dette ben. Den endelige top (D) opstår ved, at personen laver et afsæt fra underlaget med fronten af foden. Slutteligt vil belastningen bevæge sig mod 0 (E), eftersom personens kontakt med underlaget forsvinder. På figuren ses det, at næste skridt påbegyndes, inden første skridt er afsluttet, hvilket skyldes, at der forekommer tidspunkter ved gang, hvor begge fødder berører underlaget. Selve formen på den vertikale kraftkurve afhænger meget af gangfrekvensen. For en langsomt gående person kan kraftkurven beskrives ved to toppunkter, imens løb har en tendens til kun at producere et enkelt toppunkt. Dette skyldes, at foden næsten lander fladt på underlaget, hvilket resulterer i, at punkterne i (B) og (D) er sammenfaldende. [Kerr, 1998]

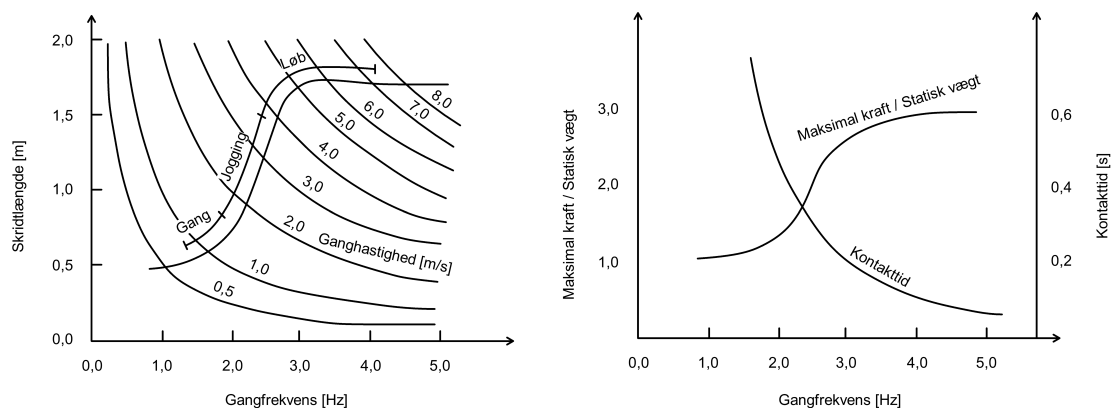
Galbraith og Barton [2005] målte den vertikale belastning fra et skridt på en aluminiumsplade med en ganghastighed, som varierede fra langsom gang til løb. Resultaterne for løb viste som tidligere beskrevet, at belastningen for et enkelt skridt gik fra at have to toppunkter til kun at have ét. Ud fra en parameterundersøgelse blev det desuden konkluderet, at en forøgelse af en persons vægt og gangfrekvens medfører en større vertikal kraft. Derudover blev det også konkluderet, at fodtøjet for personen ikke har nogen stor betydning for belastningens størrelse og udformning. Ved at kombinere de individuelle skridtbelastninger under den antagelse at mennesker altid tager identiske skridt med både højre og venstre ben, kan en gangbelastning for flere skridt opstilles som vist på figur 2.3. [Živanović et al., 2005]



Figur 2.3. Udformningen af gangbelastning under antagelse af at mennesker tager identiske skridt med både højre og venstre ben. [Galbraith og Barton, 2005]

På figur 2.3 kan det observeres, at gangbelastningen er antaget at være periodisk for hver fod, samt at der er en kort periode, hvor begge fødder berører underlaget. Dette resulterer i et overlap for både venstre og højre fod. [Galbraith og Barton, 2005]

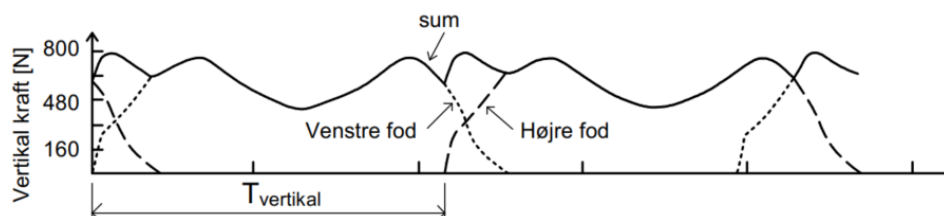
Wheeler [1982] undersøgte sammenhænge mellem gangparametre som skridtlængden, ganghastigheden, den maksimale kraft og kontakttiden, idet disse blev behandlet som funktioner af gangfrekvensen. Dette kan observeres på figur 2.4. [Wheeler, 1982]



Figur 2.4. Skridtlængden, ganghastigheden, den maksimale kraft og kontakttiden for forskellige gangfrekvenser. [Wheeler, 1982]

Disse gangparametre er svingende fra person til person, men det kan konkluderes, at en stigende gangfrekvens vil medføre en øget maksimal kraft, skridtlængde og ganghastighed, imens kontakttiden vil falde. [Wheeler, 1982]

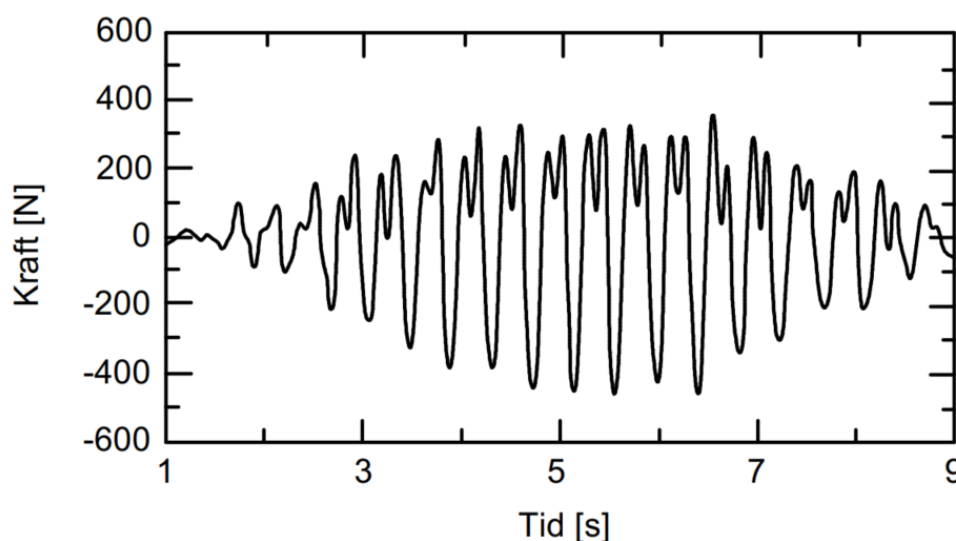
Siden Galbraith og Barton [2005] er der foretaget flere forsøg, hvor kontinuerlig gang er blevet undersøgt. Herved har det været muligt at undersøge tidligere antagelser om identiske skridt og periodicitet. Et eksempel på et resultat af den vertikale kraft ved flere skridt kan observeres på figur 2.5. [Živanović et al., 2005]



Figur 2.5. Resultater for gangbelastning fra flere skridt. Baseret på forsøg. [Živanović et al., 2005]

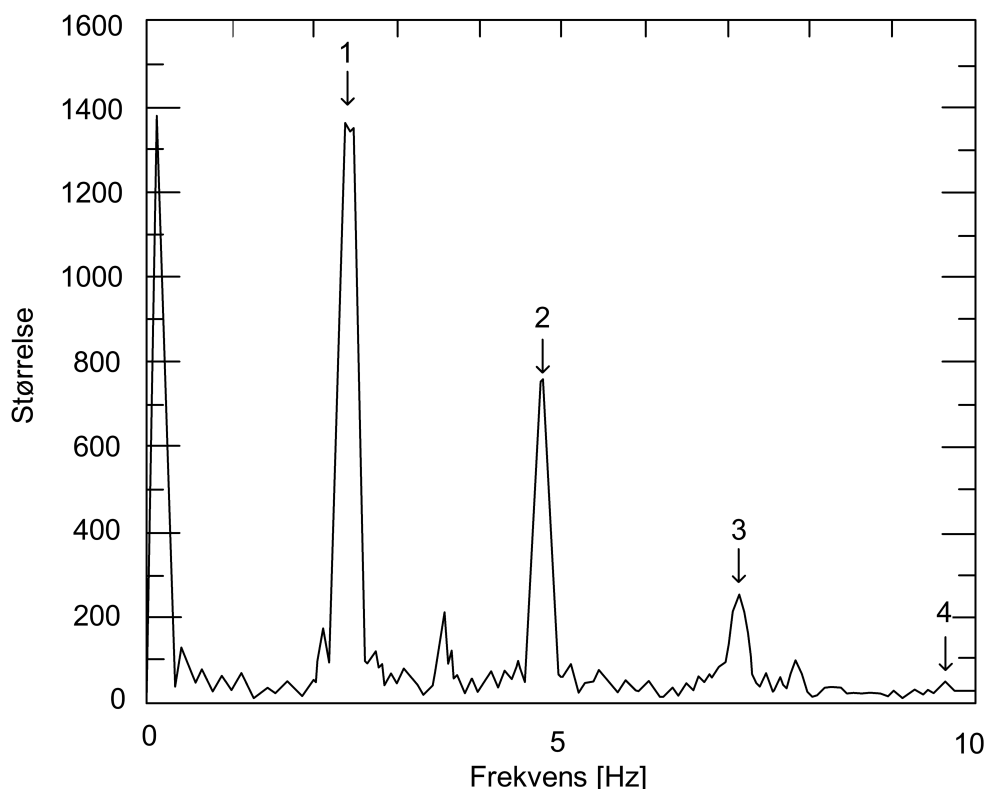
Betragtes forsøgsresultaterne fra figur 2.5, kan det ses, at kraftkurverne for både højre og venstre ben tilnærmelsesvis er identiske. Derudover fremgår det også, at kraftkurverne næsten er periodiske. Dette giver anledning til at undersøge, om det er hensigtsmæssigt at opstille lastmodeller, der kan benyttes til bestemmelse af det dynamiske respons af gangbroer, under antagelse af at ganglasten er periodisk med identiske skridt for begge fødder.

Rainer et al. [1986] foretog målinger af de dynamiske kræfter som følge af kontinuerlig gang. I forsøgene skulle testpersonerne følge lyden fra en højtaler med henblik på at gå med en konstant gangfrekvens over en konstruktion med påsatte kraftmålere. Et eksempel på en tidsserie med målte kræfter for en testperson med en gangfrekvens på 2,4 Hz fremgår af figur 2.6.



Figur 2.6. Ganglast målt ved forsøg på testperson med gangfrekvens på 2,4 Hz. [Rainer et al., 1986]

Ved transformation til frekvensdomænet påviste Rainer et al. [1986], at ganglasten kan betragtes som en smalbåndet proces, idet størstedelen af energien fordeler sig på nogle enkelte frekvenser. Disse frekvenser benævnes de primære harmoniske frekvenser, og på figur 2.7, som viser Fourieramplitude-spektret, kan det ses, at de primære harmoniske frekvenser er multipla af den første primære harmoniske frekvens, som er givet ved gangfrekvensen. De primære harmoniske frekvenser er nummereret fra 1 til 4 på figuren.



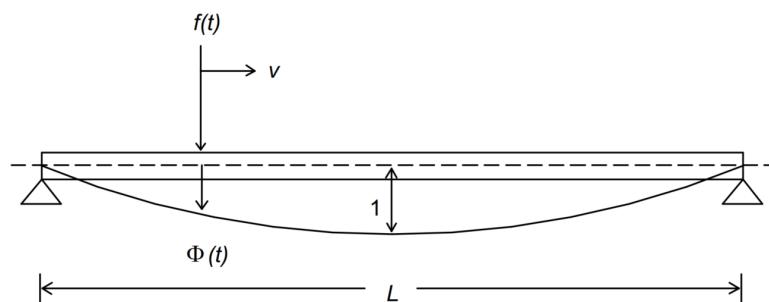
Figur 2.7. Fourieramplitude-spektrum og primære harmoniske frekvenser. [Rainer et al., 1986]

Foreløbigt behandles gang i dette projekt periodisk, og skridt antages at være identiske. Det antages altså, at hver fodgænger bevæger sig med konstant gangfrekvens og skridtlængde, samt at det dynamiske bidrag til ganglasten kan modelleres ved harmoniske sinuskurver, hvorved der ses bort fra Fourieramplituder uden for de primære harmoniske frekvenser. I kapitel 5 undersøges også spektre for fodgængere, hvor lasthistorien ikke antages at være periodisk. Foreløbig inkluderes dog kun bidrag fra de primære harmoniske frekvenser, og derfor refereres der blot til disse som de harmoniske frekvenser.

En forudsætning, som er anvendt i næsten alle laboratorieforsøg udført indenfor dette område er, at gangbelastningerne er bestemt på meget stive og ubøjelige konstruktioner. Dette betyder dermed, at der kan forekomme usikkerheder, når det, der er påvist i ovenstående forsøg, overføres til konstruktioner med lavere stivhed. [Živanović et al., 2005] [Racic et al., 2008]

2.3 Opstilling af stokastisk lastmodel

I dette afsnit beskrives den lastmodel, der generelt benyttes, når der påføres last på gangbroer i rapporten. På figur 2.8 ses en model, der viser en gangbro med en belastning $f(t)$, som repræsenterer en fodgænger, der bevæger sig med ganghastigheden v . Figuren viser et eksempel, hvor en gangbro er modelleret som en simpelt understøttet bjælke. Derudover er første egensvingningsform også inkluderet.



Figur 2.8. Model af en fodgænger, der krydser en bro.

Med udgangspunkt i afsnit 2.2 kan den vertikale periodiske kraft, $f(t)$, forårsaget af en person, der passerer en gangbro, beskrives ved Fourierrækkeudviklingen vist i formel (2.1) [Živanović et al., 2005]. Den samlede gangbelastning består af en statisk belastning fra vægten af personen, der passerer broen, samt en dynamisk belastning, der afhænger af en række parametre, som uddybes i det følgende.

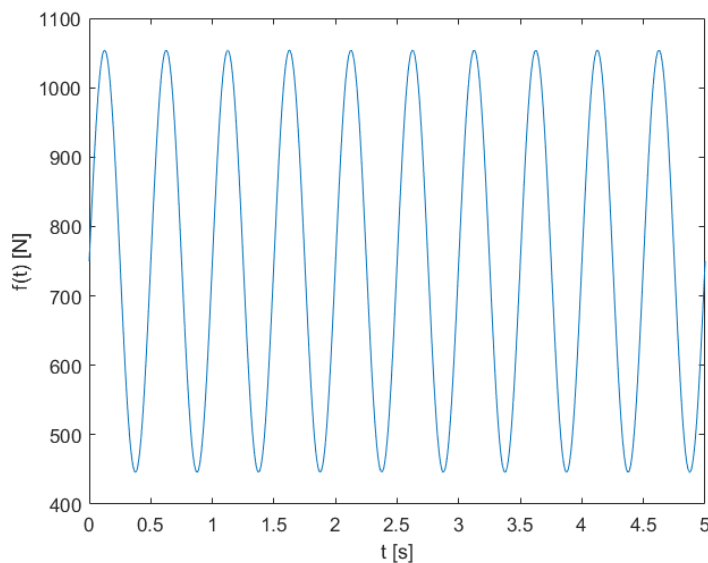
$$f(t) = G + \sum_{i=1}^k G \cdot \alpha_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \phi_i) \quad (2.1)$$

Hvor:

$f(t)$	Gangbelastning som funktion af tid [N]
G	Vægt af person [N]
i	Nummer for harmonisk lastkomponent [-]
k	Antal harmoniske lastkomponenter [-]
α_i	Fourierkoefficient (dynamisk lastfaktor) [-]
f_s	Gangfrekvens [Hz]
t	Tid [s]
ϕ_i	Faseforskydning [rad]

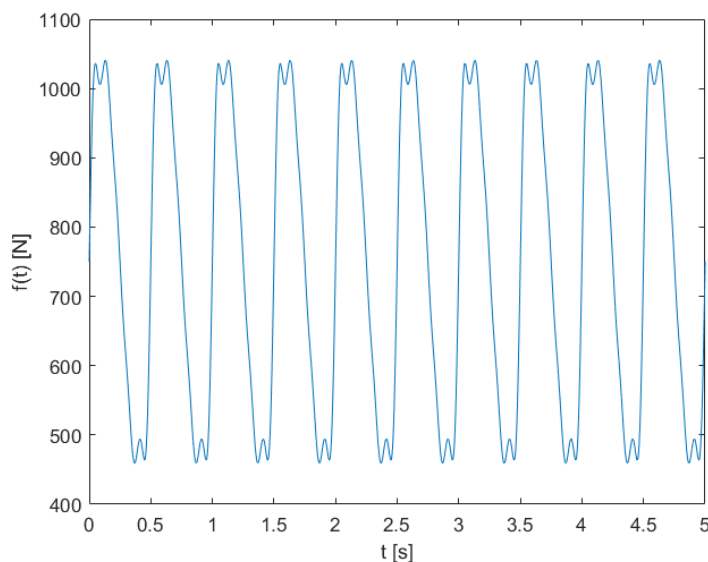
Det fremgår af udtrykket på formel (2.1), at den dynamiske del af lastmodellen består af summen af en række harmoniske belastninger. For hver harmoniske lastkomponent, der inkluderes, haves et bidrag til den samlede last. Antagelsen om at lasten kan defineres ved summen af harmoniske kurver medfører, at der i Fourieramplitude-spektret kun forekommer værdier ved de harmoniske frekvenser. Hvert bidrag har en tilhørende Fourierkoefficient, α_i , som også kaldes en dynamisk lastfaktor. Denne beskriver forholdet mellem kraftamplituden ved hver harmoniske frekvens og den statiske belastning fra vægten af personen [Rainer et al., 1986]. På figur 2.9 ses et eksempel, hvor vilkårlige

deterministiske værdier er benyttet i lastmodellen på formel (2.1), når kun den første harmoniske lastkomponent er inkluderet. I eksemplet benyttes $G = 750 \text{ N}$ og $f_s = 2 \text{ Hz}$, imens α_i er bestemt ved brug af formel (2.4). Faseforskydningerne ϕ_i er sat til 0.



Figur 2.9. Eksempel på lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent.

Det fremgår, at lastmodellen ikke tager højde for de udsving, der forekommer i toppen af de målte kræfter, idet lastmodellen blot modelleres som en sinuskurve. Det ses også, at lasten fluktuerer omkring personens vægt, som i dette eksempel er sat til 750 N. På figur 2.10 forekommer i stedet en lastmodel, hvor de 4 første harmoniske lastkomponenter er inkluderet.



Figur 2.10. Eksempel på lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter.

Lastmodellen er stadig periodisk, men kurven følger nu mere nøjagtigt de målte kræfter.

I visse tilfælde kan det dog være tilstrækkeligt kun at benytte den første harmoniske lastkomponent, idet denne medfører det største bidrag til lasten. Igennem rapporten specificeres antallet af benyttede harmoniske lastkomponenter, k , når lastmodellen tages i brug.

Et af de primære formål med rapporten er at undersøge betydningen af at modellere ganglasten med stokastiske parametre. Der skal derfor opstilles modeller for de indgående parametre, hvor disse både modelleres deterministisk og stokastisk. Et enkelt udfald af stokastiske parametre svarer til, at en enkelt person passerer gangbroen, og en deterministisk tilgang vil derfor svare til, at alle personer passerer gangbroen på identisk vis. I det følgende beskrives modelleringen af de parametre, der indgår i lastmodellen.

2.3.1 Gangfrekvens

I Matsumoto et al. [1978] fremgår de første dybdegående statistiske analyser af gangfrekvenser hos fodgængere. I eksperimentet blev 505 personers individuelle gangfrekvenser målt, hvorefter resultaterne blev tilpasset en fordeling. Matsumoto et al. [1978] konkluderede, at en normalfordeling med en middelværdi på 1,99 Hz og en spredning på 0,173 Hz gav et passende fit [Pedersen og Frier, 2010]. Siden publiceringen i 1978 er mange andre lignende forsøg blevet udarbejdet. En af de mest omfattende undersøgelser blev udført af Živanović [2006], hvor 1976 personers gangfrekvenser blev målt. I overensstemmelse med Matsumoto et al. [1978] var Živanović et al. i stand til at opnå det bedste fit, når resultaterne blev tilpasset en normalfordeling med en middelværdi på 1,87 Hz og en spredning på 0,186 Hz [Živanović et al., 2007b]. Med udgangspunkt i de to ovennævnte eksperimenter antages det, at en normalfordeling er hensigtsmæssig at benytte, når gangfrekvensen modelleres stokastisk. Derfor benyttes normalfordelingen også, når middelværdier og spredninger fra Kramer og Kebe [1979] undersøges, på trods af at det ikke er påvist, at data fra dette eksperiment passer til en normalfordeling. I Kramer og Kebe [1979] er middelværdien bestemt til 2,2 Hz, imens spredningen er 0,3 Hz. Resultaterne fra de tre eksperimenter benyttes til at opstille forskellige modeller. Der opstilles tre stokastiske modeller med henblik på at undersøge betydningen af, hvordan gangfrekvensen modelleres. Modellerne navngives GF1, GF2 og GF3 og er baseret på henholdsvis Živanović et al. [2007b], Matsumoto et al. [1978], og Kramer og Kebe [1979]. Gangfrekvenserne i alle tre modeller antages normalfordelt med de middelværdier og spredninger, der fremgår af tabel 2.1. Slutteligt er en deterministisk model, GF4, opstillet. Denne er sat lig med egenfrekvensen, $f_s = f_1$, hvilket betyder at der i alle tilfælde forekommer resonans i broens respons. Dette har til formål at beskrive det mest kritiske tilfælde. Modellerne for gangfrekvensen fremgår af tabel 2.1.

Model	μ_f (Hz)	σ_f (Hz)	Fordeling
GF1	1,87	0,186	Normalfordelt
GF2	1,99	0,173	Normalfordelt
GF3	2,2	0,3	Normalfordelt
GF4	f_1	-	Deterministisk

Tabel 2.1. Modeller for gangfrekvens.

2.3.2 Ganghastighed

Ganghastigheden er nødvendig at definere, da kendskab til denne parameter benyttes i bestemmelsen af det dynamiske respons, hvilket forklares yderligere i afsnit 2.4. Ganghastigheden hænger sammen med gangfrekvensen og skridtlængden som vist i formel (2.2).

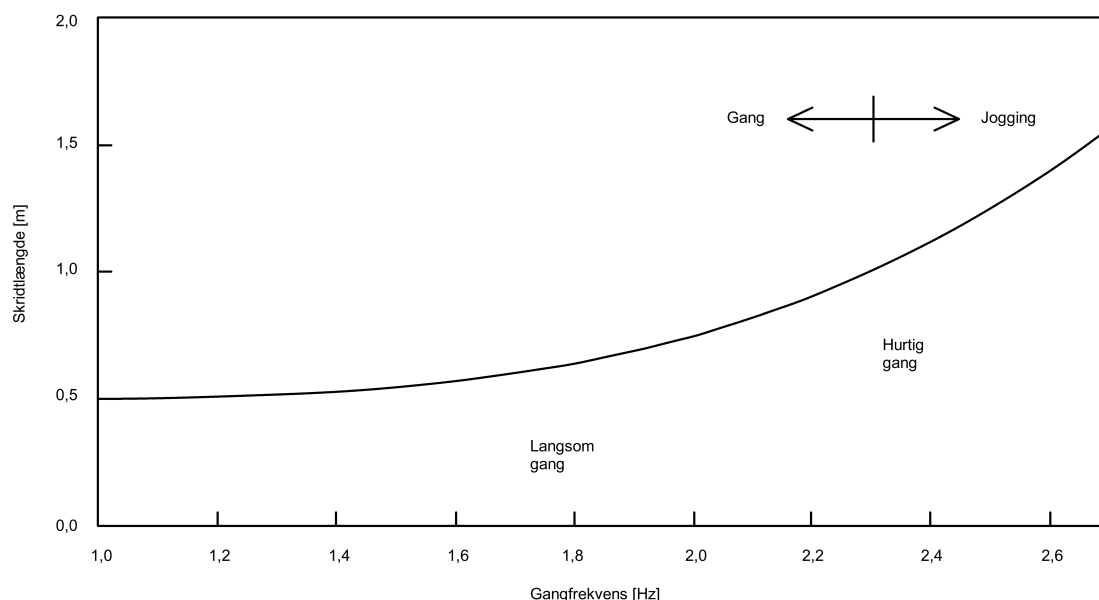
$$v = f_s \cdot l_s \quad (2.2)$$

Hvor:

v	Ganghastighed [m/s]
f_s	Gangfrekvens [Hz]
l_s	Skridtlængde [m]

Det er en fordel at introducere skridtlængden, da der er udført eksperimenter med henblik på bestemmelse af denne parameter, hvilket kan bruges i den stokastiske modellering af ganghastigheden. De stokastiske modeller for ganghastigheden defineres derfor ved en kombination af gangfrekvens og skridtlængde. I det følgende behandles kun modeller for skridtlængden, eftersom gangfrekvensen er beskrevet i afsnit 2.3.1.

På baggrund af forsøg illustrerede Wheeler [1982] en sammenhæng mellem gangfrekvensen og skridtlængden i et interval fra 1 Hz til 5 Hz. I denne rapport er det kun frekvenser for gang, der inkluderes, og derfor betragtes sammenhængen kun i intervallet fra 1 Hz til 2,7 Hz som illustreret på figur 2.11.



Figur 2.11. Sammenhæng mellem gangfrekvens og skridtlængde (efter [Pedersen og Frier, 2010] med udgangspunkt i [Wheeler, 1982]).

Med udgangspunkt i den grafiske fremstilling har Pedersen og Frier [2010] opstillet et matematisk udtryk, der beskriver skridtlængden som funktion af gangfrekvensen i

intervallet 1 Hz til 2,7 Hz, hvilket fremgår af formel (2.3). Regnes der med gangfrekvenser uden for dette interval, benyttes en skridtlængde svarende til den laveste, 1 Hz, eller højeste, 2,7 Hz, tilladte gangfrekvens afhængig af, om den pågældende gangfrekvens er lavere eller højere end grænseværdierne.

$$l_s(f_s) = 0,2011 \cdot f_s^3 - 0,6021f_s^2 + 0,6462 \cdot f_s + 0,2547 \quad (2.3)$$

Der er visse usikkerheder forbundet med dette udtryk, idet det er baseret på en kurve, der blot er et udsnit af en sammenhæng mellem værdier i et større interval. Eftersom sammenhængen oprindeligt er opstillet for frekvenser mellem 1 Hz og 5 Hz, har resultaterne for de højere frekvenser haft indflydelse på den måde, kurven er blevet tilpasset dataene. Det betyder, at sammenhængen mellem gangfrekvens og skridtlængde for lavere frekvenser (1 Hz - 2,7 Hz) muligvis er mindre præcis, idet samme kurve skal være repræsentativ for sammenhængen mellem frekvens og skridtlængde for frekvenser, der er højere end 2,7 Hz. Udtrykket i formel (2.3) benyttes dog alligevel i det følgende.

En anden måde hvorpå ganghastigheden kan modelleres er ved at betragte gangfrekvensen og skridtlængden som to uafhængige variable. Živanović [2006] foreslog at modellere skridtlængden som en normalfordelt stokastisk variabel med en middelværdi på 0,71 m og en spredning på 0,071 m.

Med henblik på at undersøge forskellen mellem at betragte gangfrekvens og skridtlængde som henholdsvis afhængige og uafhængige variable samt deterministisk og stokastisk opstilles tre modeller for skridtlængden. Den første model, SL1, består af det matematiske udtryk i formel (2.3), hvor skridtlængden er afhængig af gangfrekvensen. Idet SL1 afhænger af gangfrekvensen, betragtes SL1 som værende stokastisk, såfremt dette også er gældende for gangfrekvensen. Den anden model for skridtlængden, SL2, er uafhængig af gangfrekvensen og består af en normalfordeling med den angivne middelværdi og spredning. I den tredje model, SL3, er skridtlængden deterministisk, idet denne blot består af middelværdien fra SL2. En oversigt over modellerne fremgår af tabel 2.2.

Model	μ_l (m)	σ_l (m)	Fordeling
SL1	Formel (2.3)	-	Stokastisk
SL2	0,71	0,071	Normalfordelt
SL3	0,71	-	Deterministisk

Tabel 2.2. Modeller for skridtlængde.

2.3.3 Vægt af person

Det fremgår tydeligt af formel (2.1), at personens vægt har en indflydelse på gangbelastningen. Personens vægt modelleres ofte som en deterministisk parameter, hvilket ikke stemmer overens med virkeligheden, eftersom vægten afhænger af den enkelte person, der passerer gangbroen. Derfor tilstræbes det at opstille modeller, der mere præcist afspejler den virkelige variation i vægten af personerne. I disse modeller behandles personens vægt som en stokastisk variabel med en middelværdi og en spredning. Med henblik på at påvise betydningen af personens vægt for det dynamiske respons opstilles forskellige modeller. Ved nærmere undersøgelse bliver det tydeligt, at gennemsnitsvægten

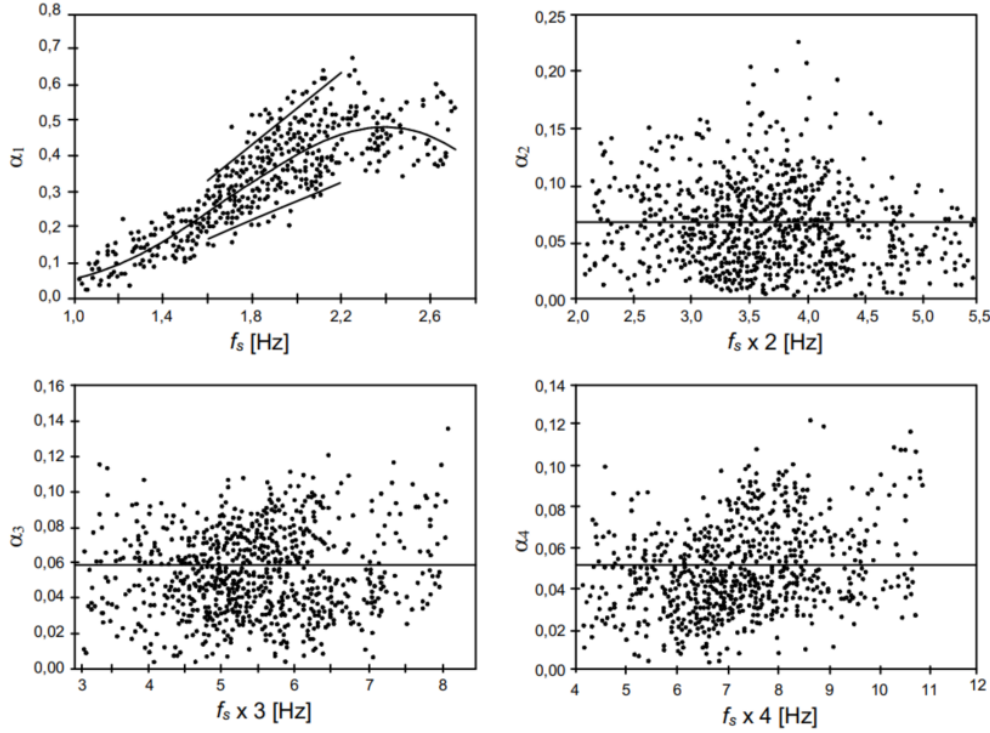
er forskellig afhængig af den geografiske placering, og derfor undersøges om modeller baseret på gennemsnitsvægten i forskellige lande giver variationer i det dynamiske respons. Modellerne baseres på statistikker fra Kina, Danmark og USA, da der er stor variation i gennemsnitsvægten i de tre lande. Gennemsnitsvægten i Kina er 64,3 kg (ca. 643 N) [W. Zhang, 2022], i Danmark er den 78,9 kg (ca. 789 N) [SDU, 2022], og i USA er den 84,1 kg (ca. 841 N) [Centers for Disease Control and Prevention, 2021]. Disse gennemsnit er beregnet under antagelse om, at den procentvise fordeling af mænd og kvinder er ens. Parametermodellerne for personvægten navngives PV1 for Danmark, PV2 for Kina og PV3 for USA. Udover gennemsnitsvægten defineres en spredning for hver af befolkningsgrupperne. Pedersen og Frier [2010] foretog målinger af 77 studerende i samme aldersgruppe på Aalborg Universitet, hvorved en empirisk spredning på $0,18 \cdot \mu_G$ blev bestemt. Denne spredning benyttes i alle modellerne for personens vægt. De stokastiske variable antages normalfordelt på trods af, at det ikke er påvist, at dataene passer til en fordeling af denne type. Udover de stokastiske modeller, som er beskrevet ovenfor, defineres en deterministisk værdi for personens vægt med henblik på at kunne sammenligne resultaterne fra de stokastiske modeller med en deterministisk model. Den deterministiske model, som navngives PV4, tager udgangspunkt i PV1, idet middelværdien fra PV1 benyttes som den deterministiske værdi. Modellerne for personens vægt ses i tabel 2.3.

Model	μ_G (N)	σ_G (N)	Fordeling
PV1	789	142	Normalfordelt
PV2	643	116	Normalfordelt
PV3	841	151	Normalfordelt
PV4	789	-	Deterministisk

Tabel 2.3. Modeller for vægt af person.

2.3.4 Dynamiske lastfaktorer

Mange forskere har forsøgt at bestemme den dynamiske lastfaktor, α_i , baseret på Fourierrækker. Der er dermed også foretaget mange forsøg indenfor dette område, hvor en af de mest omfattende undersøgelser er udført af Kerr [1998]. Forsøget indebar en kraftplade, som havde til formål at registrere den vertikale belastning for enkelte skridt. Der blev i alt foretaget tests med 40 forskellige forsøgspersoner, som var blevet instrueret i at gå med forskellige gangfrekvenser. Forsøget genererede 1000 belastningspunkter, som dækkede gangfrekvenser fra langsom gang på 1 Hz til meget hurtig gang på 3 Hz. Resultaterne kan observeres på figur 2.12. [Kerr, 1998] [Živanović et al., 2005]



Figur 2.12. α_i for gangbelastning for de første 4 harmoniske lastkomponenter. [Kerr, 1998]

Betragtes figur 2.12, kan det ses, at den dynamiske lastfaktor for den første harmoniske lastkomponent generelt stiger, når gangfrekvensen øges. Af denne årsag antog Kerr [1998], at den første dynamiske lastfaktor er afhængig af gangfrekvensen. Derudover kan det observeres, at de dynamiske lastfaktorer for resten af de undersøgte harmoniske lastkomponenter ikke følger en generel tendens, hvilket ligger til grund for, at disse sættes til at være konstante med en værdi, der er lig med gennemsnittet af de målte værdier. Kerrs resultater for middelværdier kan udtrykkes ved brug af formel (2.4). Her benyttes middelværdier, fordi den dynamiske lastfaktor er en stokastisk variabel, som nødvendigvis også har en spredning. Som det fremgår af figur 2.12, beskrives dynamiske lastfaktorer med rimelig nøjagtighed i intervallet 1 - 2,7 Hz. Haves gangfrekvenser uden for dette interval, bruges i stedet en værdi af μ_{α_1} svarende til den laveste, 1 Hz, eller højeste, 2,7 Hz, tilladte gangfrekvens. Dette afhænger af, om den pågældende gangfrekvens er lavere eller højere end grænseværdierne.

$$\begin{aligned}
 \mu_{\alpha_1} &= -0,2649 \cdot f_s^3 + 1,3206 \cdot f_s^2 - 1,7597 \cdot f_s + 0,7613 \\
 \mu_{\alpha_2} &= 0,07 \\
 \mu_{\alpha_3} &= 0,05 \\
 \mu_{\alpha_4} &= 0,05 \\
 \mu_{\alpha_5} &= 0,03
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Ovenstående beskriver middelværdierne, og en tilhørende spredning må derfor også defineres. Under antagelse af at de dynamiske lastfaktorer kan modelleres ved en normalfordeling, kan spredningen jf. Živanović [2006] bestemmes ved formel (2.5).

$$\begin{aligned}
\sigma_{\alpha_1} &= 0,16 \cdot \mu_{\alpha_i} \\
\sigma_{\alpha_2} &= 0,03 \\
\sigma_{\alpha_3} &= 0,02 \\
\sigma_{\alpha_4} &= 0,02 \\
\sigma_{\alpha_5} &= 0,015
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Kerr [1998] er ikke den eneste, der har opstillet formeludtryk til bestemmelse af de dynamiske lastfaktorer. Med udgangspunkt i resultater fra forudgående forskning af blandt andre Kerr [1998], Rainer et al. [1986] og Wheeler [1982] opstillede Young [2001] udtryk for de dynamiske lastfaktorer tilhørende de 4 første harmoniske lastkomponenter [Živanović et al., 2005]. I disse udtryk, som fremgår af formel (2.6), er de dynamiske lastfaktorer defineret som funktioner af gangfrekvensen, ligesom det er tilfældet for α_1 i modellen af Kerr [1998]. Gyldighedsområderne for modellen af Young [2001] er angivet på formel (2.6). Haves gangfrekvenser, der ligger uden for disse områder, benyttes værdier af de dynamiske lastfaktorer svarende til den laveste eller højeste gyldige gangfrekvens. Fås eksempelvis en gangfrekvens på 0,9 Hz, benyttes μ_{α_1} svarende til en gangfrekvens på 1 Hz.

$$\begin{aligned}
\mu_{\alpha_1} &= 0,41 \cdot (f_s - 0,95) \leq 0,56; \quad f_s = 1 - 2,8 \text{ Hz} \\
\mu_{\alpha_2} &= 0,069 + 0,0056 \cdot f_s; \quad f_s = 2 - 5,6 \text{ Hz} \\
\mu_{\alpha_3} &= 0,033 + 0,0064 \cdot f_s; \quad f_s = 3 - 8,4 \text{ Hz} \\
\mu_{\alpha_4} &= 0,013 + 0,0065 \cdot f_s; \quad f_s = 4 - 11,2 \text{ Hz}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Med henblik på at undersøge betydningen af hvordan den dynamiske lastfaktor modelleres, opstilles tre modeller for denne parameter. Den første model, DLF1, er en stokastisk model, hvor middelværdien og spredningen er defineret ud fra henholdsvis formel (2.4) og (2.5). I den anden model, DLF2, benyttes igen formel (2.4) til at beskrive middelværdien, men i denne model negligeres spredningen af α_i . Modellen er dog stadig stokastisk, såfremt dette er gældende for gangfrekvensen. Med de to første modeller kan det herved undersøges, om der forekommer nævneværdige afvigelser mellem det dynamiske respons, når spredningen af de dynamiske lastfaktorer henholdsvis inkluderes og negligeres. En tredje model, DLF3, implementeres også, da denne kan bruges til at belyse, om modelleringen af middelværdien er væsentlig. I DLF3 er middelværdierne givet ved formel (2.6). Der inkluderes ingen spredning, da spredningens indflydelse allerede kan påvises ved brug af de første to modeller.

Model	μ_{α_i} (N)	σ_{α_i} (N)	Fordeling
DLF1	Formel (2.4)	Formel (2.5)	Normalfordelt
DLF2	Formel (2.4)	-	Stokastisk
DLF3	Formel (2.6)	-	Stokastisk

Tabel 2.4. Modeller for de dynamiske lastfaktorer.

2.3.5 Faseforskydning

Faseforskydningen angiver forsinkelsen i det strukturelle respons i forhold til den påførte belastning. I den første model, FASE1, benyttes en uniform fordeling mellem 0 og 2π . For hver enkelt passerende fodgænger genereres et tilfældigt tal i spændet mellem 0 og 2π for hver af de faseforskydninger, der inkluderes. Benyttes en lastmodel med $k = 3$ harmoniske lastkomponenter, vil der derfor for hver passerende fodgænger være tre forskellige faseforskydninger, eftersom der haves en faseforskydning for hvert af de k bidrag. Herved haves en stokastisk model for faseforskydningen.

I den anden model for faseforskydningen, FASE2, anvendes værdier, som er defineret ud fra forsøg udført af Bachmann og Ammann [1987]. Disse er deterministiske værdier. Faseforskydningen for den første lastkomponent sættes typisk til $\phi_1 = 0$ rad, eftersom denne ikke har en stor betydning for gangbroens dynamiske respons. For den anden og tredje lastkomponent er faseforskydningen bestemt til $\phi_2 = \pi/2$ og $\phi_3 = \pi/2$. [Bachmann og Ammann, 1987]. Faseforskydningerne tilhørende parametermodellen FASE2 fremgår af formel (2.7).

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= 0 \text{ rad} \\
 \phi_2 &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\
 \phi_3 &= \frac{\pi}{2} \text{ rad} \\
 \phi_4 &= 0 \text{ rad} \\
 \phi_5 &= 0 \text{ rad}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Der er herved både opstillet en stokastisk og en deterministisk model for faseforskydningen. De to parametermodeller fremgår af tabel 2.5.

Model	ϕ_i	Fordeling
FASE1	$[0; 2\pi]$	Uniform
FASE2	Formel (2.7)	Deterministisk

Tabel 2.5. Modeller for faseforskydningen.

2.3.6 Referencekombination af lastparametre

Betragtes de foregående afsnit, kan det ses, at der er flere forskellige måder at modellere de parametre, der indgår i den anvendte lastmodel. Der opstilles en referencekombination af lastparametre, som benyttes, når der udføres analyser med stokastiske parametre. Referencekombinationen benyttes desuden som et udgangspunkt, når det undersøges, hvordan det dynamiske respons påvirkes ved ændringer af de indgående parametre.

Den stokastiske referencekombination af parametermodeller fremgår af tabel 2.6. De benyttede parametermodeller er generelt valgt på baggrund af, at disse vurderes at være de mest detaljerede af de stokastiske modeller. Eksempelvis er værdierne i GF1 baseret på målinger af flest personer, og samtidig er denne model for gangfrekvensen den nyeste af dem, der er redegjort for. Personvægten i referencemodellen er baseret på målinger af den danske befolkning, da dette er nærliggende for et dansk projekt.

Gangparameter	Model	Reference
Gangfrekvens	GF1	Afsnit 2.3.1
Skridtlængde	SL1	Afsnit 2.3.2
Vægt af person	PV1	Afsnit 2.3.3
Dynamisk last faktor	DLF1	Afsnit 2.3.4
Faseforskydning	FASE1	Afsnit 2.3.5

Tabel 2.6. Stokastisk referencekombination af parametermodeller.

2.4 Metode til bestemmelse af respons

Gangbroens respons bestemmes ved brug af bevægelsesligningen, som på formel (2.8) er vist for et system med flere frihedsgrader. Flytningerne $u(t)$ regnes positivt nedad.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.8)$$

Hvor:

$\mathbf{M}$	Massematrix
$\mathbf{C}$	Dæmpningsmatrix
$\mathbf{K}$	Stivhedsmatrix
$\mathbf{u}(t)$	Flytningsvektor
$\mathbf{f}(t)$	Lastvektor

Ved at foretage en modalanalyse kan systemet beskrives ved egensvingningsformer og egenfrekvenser i stedet for frihedsgrader i knudepunkter. Under antagelse af at systemet er lineært med Rayleigh-dæmpning, kan de koblede differentiaalligninger med flere variable i stedet behandles som dekomplekse differentiaalligninger, der hver kun har en enkelt variabel [Živanović et al., 2005]. Herved beskriver hver differentiaalligning et system med en enkelt frihedsgrad bestående af den pågældende egensvingningsform. Modalanalysen udføres ved implementering af modalkoordinater, η . Disse hænger sammen med de virkelige flytninger $\mathbf{u}$ som vist i formel (2.9).

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{U}\boldsymbol{\eta}(t) \quad (2.9)$$

η er modalkoordinaterne, og $\mathbf{U}$ er en matrix, der indeholder egensvingningsformerne Φ_p fra $p = 1$ til $p = j$, idet j angiver det samlede antal benyttede egensvingningsformer. Ved modalanalyse kan systemet med den p 'te egensvingningsform beskrives ved bevægelsesligningen i formel (2.10), hvilket er forklaret i bilag A.1.

$$\ddot{\eta}_p(t) + 2\zeta_p\omega_p\dot{\eta}_p(t) + \omega_p^2\eta_p(t) = \frac{1}{M_p}q_p(t) \quad (2.10)$$

Hvor:

$\eta(t)$	Modalkoordinat [m]
ζ	Dæmpningsforhold [-]
ω	Vinkelfrekvens [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$]
$q(t)$	Modallast [N]
M	Modalmasse [kg]

Til bestemmelse af modalkoordinaterne er det nødvendigt at have et forudgående kendskab til egensvingningsformer og egenfrekvenser. Egensvingningsformerne afhænger naturligvis af den pågældende gangbros geometri, og derfor skal disse defineres for de benyttede gangbroer. Der arbejdes både med en fiktiv og en virkelig gangbro, hvilket forklares nærmere i afsnit 3.2. Idet den fiktive gangbro betragtes som en simpelt understøttet bjælke, kan egensvingningsformerne for denne bestemmes analytisk, hvilket er vist i bilag A.2. Det endelige udtryk for den i 'te egensvingningsform er vist på formel (2.11) [Damkilde, 2021].

$$\Phi_p(x) = \sin\left(p \cdot \pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad (2.11)$$

Hvor:

$\Phi(x)$	Egensvingningsform [-]
p	Nummer for egensvingningsform [-]
x	Position i x-retning [m]
L	Længde af gangbro [m]

Egensvingningsformen kan omskrives, således at positionen x er givet ved produktet af ganghastigheden og tiden: $x = v \cdot t$. Som beskrevet i afsnit 2.3.2 kan det dog være fordelagtigt at definere ganghastigheden ud fra gangfrekvensen og skridtlængden, eftersom der er foretaget dybdegående forsøg af disse parametre. Herved kan egensvingningsformen i stedet skrives som vist på formel (2.12).

$$\Phi_p(t) = \sin\left(p \cdot \pi \cdot \frac{v \cdot t}{L}\right) \quad (2.12)$$

Hvor ganghastigheden er givet ved formel (2.13).

$$v = f_s \cdot l_s \quad (2.13)$$

For den virkelige gangbro opstilles ligeledes analytiske udtryk for egensvingsningsformerne, men disse er bestemt på en anden måde, hvilket fremgår af bilag D. Positionen i x-retningen defineres dog på samme måde som vist i ovenstående.

Ydermere skal dæmpningsforholdet og modalmassen af broerne defineres. Der haves målte værdier af modalmassen for den virkelige bro, som benyttes i rapporten, og for den fiktive bro bestemmes modalmassen med formel (2.14), da denne er simpelt understøttet. Dette er ligeledes udledt i bilag A.2.

$$M_p = \frac{m}{2} \quad (2.14)$$

Modallasten, $q(t)$, bestemmes i alle tilfælde ved (2.15). [Nielsen, 2004]

$$q_p(t) = \Phi_p(t)f(t) \quad (2.15)$$

Hvor:

$$\begin{array}{l|l} m & \text{Masse af gangbro [kg]} \\ f(t) & \text{Ganglast [N]} \end{array}$$

Der er herved redegjort for hvilke parametre, der skal kendes, når bevægelsesligningen på formel (2.10) skal løses for bestemmelse af modalkoordinaterne. I denne rapport løses bevægelsesligningen med Newmarks tidsintegrationsmetode, som er beskrevet nærmere i bilag C. Ved denne metode bestemmes flytningen, hastigheden og accelerationen til tidspunktet t_{z+1} på baggrund af et kendskab til betingelserne i det tidligere tidspunkt t_z . Forskellen mellem de to tidspunkter er givet ved tidsskridtet $\Delta t = t_{z+1} - t_z$. Metoden består af, at de kendte betingelser i t_z bruges til at beregne prædiktorer for flytningen og hastigheden i $t_{z+1} = t_z + \Delta t$. Disse prædiktorer benyttes hernæst til at bestemme accelerationen i t_{z+1} , og slutteligt kan flytningen og hastigheden korrigeres til samme tidspunkt. I metoden indgår parametrene γ og β , som tager højde for, hvordan accelerationen approksimeres samt metodens stabilitet. Ved at benytte en γ -værdi på $\frac{1}{2}$ sikres 2. ordens nøjagtighed. β sættes til $\frac{1}{4}$, eftersom dette medfører konstant gennemsnitlig acceleration og gør metoden stabil uafhængig af det benyttede tidsskridt. [Nielsen, 2007].

Når modalkoordinaterne tilhørende hver af de undersøgte egensvingsningsformer er bestemt, kan disse omregnes til en flytningsvektor $u(t)$ ved en linearkombination bestående af j egensvingsningsformer og modalkoordinater som vist i formel (2.16).

$$u(t) = \Phi_1\eta_1(t) + \Phi_2\eta_2(t) + \dots + \Phi_j\eta_j(t) \quad (2.16)$$

Igennem projektet evalueres det dynamiske respons på baggrund af de accelerationer, der beregnes ved ovenstående metode. For hver passerende fodgænger beregnes den maksimale acceleration på gangbroen i løbet af personens gangforløb. Ved brug af stokastiske lastmodeller består resultaterne af det dynamiske respons herved af sandsynligheder for, at bestemte maksimale accelerationer forekommer. I resten af projektet benævnes de maksimale accelerationer a_{max} .

Sammenligning med eksisterende normer 3

3.1 Introduktion

I dette kapitel sammenlignes den stokastiske lastmodel fra kapitel 2 med metoder fra de eksisterende normer, Eurocode og BS 5400. Til dette formål introduceres to forskellige bromodeller, hvor den ene er fiktiv, imens den anden er baseret på en virkelig bro. Det dynamiske respons bestemmes på de to broer ved brug af både Eurocode, BS 5400 og den stokastiske lastmodel, og resultaterne sammenlignes slutteligt. Derudover undersøges de gældende normkrav, og der udføres et parameterstudie af den stokastiske lastmodel.

3.1.1 Metode

I dette afsnit beskrives de analyser, der benyttes i indeværende kapitel. Først og fremmest redegøres der for de to bromodeller, der undersøges. I hele dette kapitel benyttes kun $j = 1$ egensvingningsform i modalanalyserne, og derfor redegøres der for, hvordan disse ser ud. Hernæst udføres analyser med Eurocode, BS 5400 og den stokastiske lastmodel på de to bromodeller. I den stokastiske lastmodel inkluderes blot $k = 1$ harmonisk lastkomponent, da dette er den simpleste udgave af lastmodellen. De maksimale accelerationer på hver bro beregnes ved Eurocode og BS 5400, hvilket giver deterministiske værdier, og for den stokastiske lastmodel fås for hver bro en fordelingsfunktion for de maksimale accelerationer. I den stokastiske model benyttes Monte Carlo-simulering til at generere gangparametre for hver af de n fodgængere, som passerer broen. Til sammenligning mellem metoderne defineres det, at 95%-fraktilen ved brug af den stokastiske lastmodel sammenlignes med de maksimale accelerationer bestemt ved normerne. Hernæst undersøges det, hvilke fraktilværdier resultaterne for Eurocode og BS 5400 svarer til ved brug af den stokastiske lastmodel. De gældende normkrav evalueres ligeledes.

Igennem projektet benyttes generelt 50%-, 75%- og 95%-fraktilerne for de maksimale accelerationer til at evaluere stokastiske lastmodeller. 95%-fraktilen betragtes som værende den vigtigste, eftersom det vurderes, at en overskridelse af et givent accelerationsniveau for én ud af 20 passerende fodgængere er passende at benytte, når der dimensioneres efter anvendelsesgrænsetilstande.

Efter sammenligningen af metoderne udføres et parameterstudie af den stokastiske lastmodel. Her udføres analyser, hvor parametermodellerne for gangparametrene en efter en ændres, hvorved betydningen af modelleringen af hver gangparameter kan påvises.

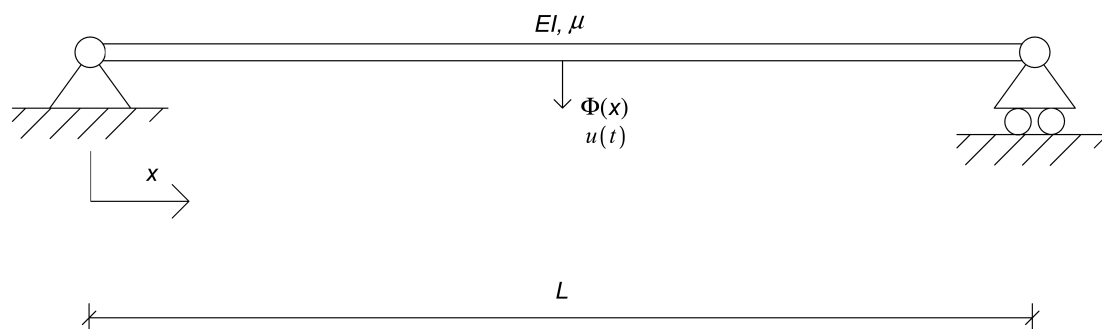
3.2 Benyttede gangbroer

Igennem rapporten udføres analyser med forskellige gangbroer med henblik på at danne et billede af, hvornår konklusioner, der drages i rapporten, gør sig gældende. Der opstilles to forskellige bromodeller, som består af henholdsvis en fiktiv og en virkelig gangbro. Den fiktive gangbro modelleres som en simpelt understøttet Bernoulli-Euler bjælke, imens den

virkelige gangbro modelleres med udgangspunkt i den opbygning, der er angivet for broen i Živanović et al. [2007a], hvilket der redegøres for senere i afsnittet. Formålet med at undersøge en fiktiv og en virkelig bro er at påvise, om der er forskel på, hvor avancerede bro- og lastmodeller bør være for de forskellige broer. Den fiktive bro symboliserer nemlig det idealiserede tilfælde, hvor egensvingningsformerne og egenfrekvenserne følger teorien for simpelt understøttede bjælker, imens disse parametre er bestemt ud fra detaljerede finite element-modeller og eksperimenter for den virkelige bro.

3.2.1 Bromodeller

Den fiktive gangbro kaldes bromodel 1 og udføres som en simpelt understøttet bro af træ. For bromodel 1 regnes med et spænd på $L = 15$ m og en masse på 9500 kg. I dette kapitel benyttes kun den første egenfrekvens, som sættes til 2,2 Hz, og dæmpningsforholdet sættes til 1%, da dette jf. Dansk Standard [2004] er en realistisk værdi for broer af træ. Geometrien og de dynamiske egenskaber er valgt på baggrund af, at disse vurderes at være passende, når formålet er at undersøge, hvor avancerede beregningsmodeller bør være for broer med lav stivhed, der udsættes for ganglast. På figur 3.1 ses en illustration af den fiktive bro, som modelleres som en simpelt understøttet bjælke. EI er bøjningsstivheden, og μ er massen pr. længdeenhed.



Figur 3.1. Skitse af fiktiv gangbro.

Den virkelige gangbro, der tages udgangspunkt i, er beliggende i byen Podgorica i Montenegro. Broen spænder 104 m, og modalmassen er målt til at være 58000 kg [Živanović et al., 2007a]. På figur 3.2 ses et billede af broen.



Figur 3.2. Gangbroen i Podgorica. [Živanović et al., 2007a]

Ved forsøg med elektrodynamiske shakere er egenfrekvenserne og dæmpningsforholdene, for de fire første egensvingningsformer bestemt på den virkelige gangbro [Živanović et al., 2007a]. Som beskrevet benyttes kun egenfrekvensen og dæmpningsforholdet for første egensvingningsform i dette kapitel, og værdierne for disse er målt til henholdsvis 2,04 Hz og 0,22%. Der redegøres for de resterende egensvingningsformer, egenfrekvenser og dæmpningsforhold i kapitel 4, når bro- og lastmodellerne udvides til at inkludere flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter. Parametrene for de to benyttede bromodeller kan ses i tabel 3.1

Bromodel	L [m]	M_1 [kg]	f_1 [Hz]	η_1 [%]
1	15	4750	2.2	1
2	104	58000	2,04	0,22

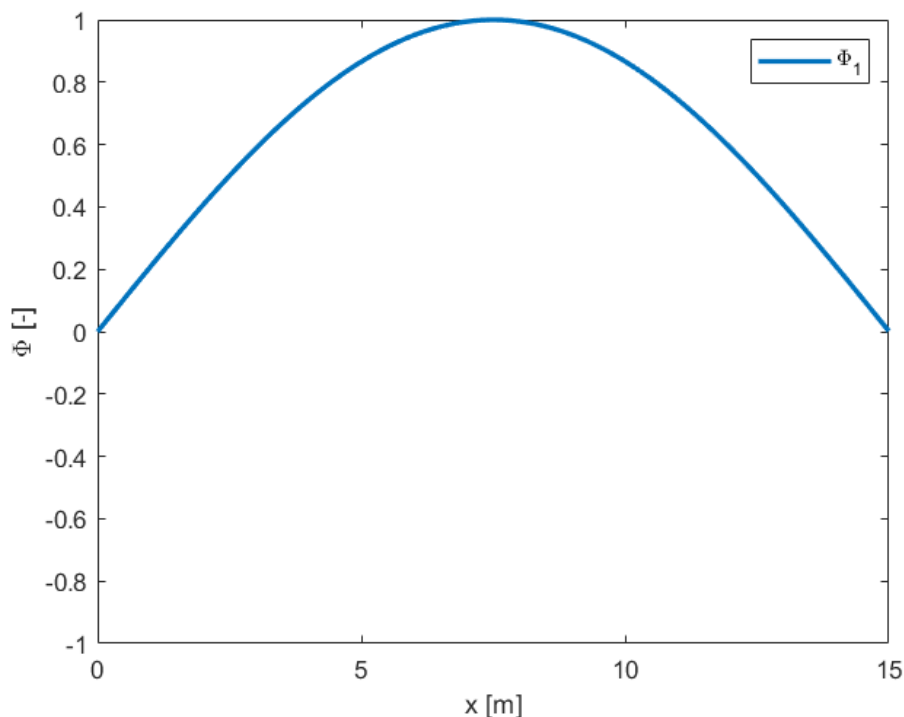
Tabel 3.1. Parametre for gangbroer benyttet i sammenligningen med eksisterende normer.

3.2.2 Egensvingningsform

For at sikre et konsekvent sammenligningsgrundlag udføres undersøgelserne i dette kapitel med samme antal egensvingningsformer for begge bromodeller. Formålet med kapitlet er at sammenligne lastmodeller givet ved Eurocode og BS 5400 med en stokastisk lastmodel, der udformes med udgangspunkt i afsnit 2.3. Til dette formål vurderes det, at bromodeller med en enkelt egensvingningsform er tilstrækkelige til at sammenligne de tre lastmodeller. Gangbroen i bromodel 1 betragtes som en simpelt understøttet bjælke, og ved teorien bag dette kan egensvingningsformerne bestemmes ved formel (3.1), som er udledt i bilag A.2.

$$\Phi_p(t) = \sin\left(p \cdot \pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad (3.1)$$

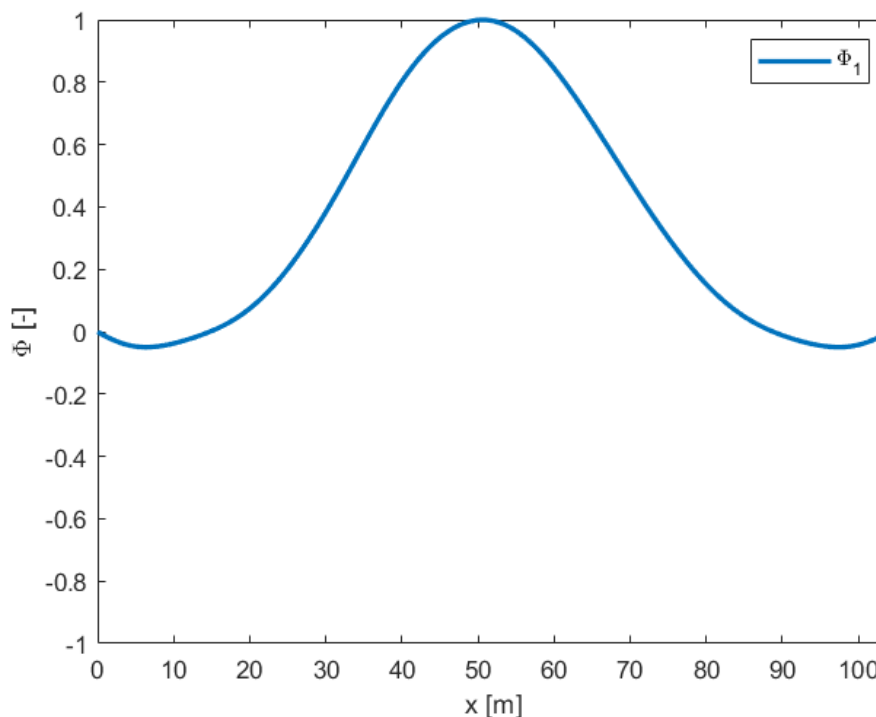
Den første egensvingningsform fremgår af figur 3.3.



Figur 3.3. Første egensvingningsform for bromodel 1.

Det ses, at de største flytninger forekommer på midten af broen, og det samme forventes for de største accelerationer. Derfor bestemmes accelerationerne i dette kapitel kun på midten af broen for bromodel 1.

Bromodel 2 består af den virkelige bro i Podgorica, og eftersom det vurderes at være urealistisk at modellere denne som en simpelt understøttet bjælke, skal egensvingningsformerne beskrives på en anden måde. Til dette tages der udgangspunkt i en detaljeret finite element-model, som er udarbejdet af Živanović [2006], eftersom de fire første egensvingningsformer kan bestemmes ved brug af denne model. Af Živanović [2006] fremgår disse egensvingningsformer. Der haves herved fire figurer, der hver indeholder en egensvingningsform. På hver figur indsættes et koordinatsystem, hvor origo forekommer ved første understøtning. Efterfølgende indføres datapunkter langs den deformerede bro med henblik på at beskrive egensvingningsformerne ud fra koordinater i stedet for blot at have billeder af deres form. Det sikres desuden, at deformationerne normaliseres ved brug af den maksimale værdi, så disse befinder sig i intervallet -1 til 1. Når datapunkterne er normaliseret, kan "Curve Fitting Tool" i MATLAB bruges til at tilpasse de analytiske udtryk, indtil der fås en kurve, der med tilstrækkelig præcision beskriver den pågældende egensvingningsform. I bilag D findes en dybdegående gennemgang af den fremgangsmåde, der er benyttet til at omdanne egensvingningsformerne fra finite element-modellen til analytiske udtryk, som kan indgå i beregningerne af responset på broen. I dette kapitel benyttes kun den første egensvingningsform, og derfor er det blot denne, der fremgår af figur 3.4.



Figur 3.4. Første egensvingningsform for bromodel 2.

Den maksimale flytning ved første egensvingningsform for bromodel 2 forekommer på midten af broen, hvilket også er tilfældet for bromodel 1. Derfor bestemmes de maksimale accelerationer ligeledes på midten af bromodel 2.

3.3 Bestemmelse af accelerationer ved Eurocode

I Eurocode er der ikke angivet en konkret metode til at bestemme tidshistorien for ganglast. Af DS/EN 1991-1-1 Anneks C fremgår i stedet en metode til at bestemme den rytmiske personlast, som primært har betydning, når der forekommer synkroniserede bevægelser mellem flere personer. I praksis opstår denne synkronisering, når personer eksempelvis går eller hopper i takt ved sportsbegivenheder, koncerter eller lignende. I Eurocode er der opstillet en lastmodel, der har til formål at beskrive denne effekt, og det er netop denne lastmodel, der tilpasses, så den tilnærmelsesvis kan afspejle gangbelastningen for en enkelt person. Når lastmodellen er opstillet, benyttes metoden beskrevet i afsnit 2.4 til at bestemme gangbroens acceleration. I det følgende undersøges størrelsen af tidsskridtet i Newmark-algoritmen derfor også. Den maksimale acceleration bestemmes på midten af gangbroen, eftersom det kun er den første egensvingningsform, der inkluderes i dette kapitel. [Dansk Standard, 2013]

3.3.1 Lastmodel

Lastmodellen for rytmisk personlast i lodret retning ses på formel (3.2). [Dansk Standard, 2013]

$$f(t) = G + \sum_{i=1}^3 G \cdot \alpha_i \cdot K_i \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot f_s \cdot t + \phi_i) \quad (3.2)$$

Det fremgår af lastmodellen, at de tre første harmoniske lastkomponenter inkluderes. Modellen er deterministisk, idet der ikke tages højde for variationer i de indgående parametre, og derfor skal der fastlægges bestemte værdier af disse. På denne måde ses der bort fra, at de passerende fodgængere opfører sig forskelligt og ikke har samme vægt. I lastmodellen indgår personens vægt G , de dynamiske lastfaktorer α_i , størrelsesreduktionsfaktoren K_i , gangfrekvensen f_s og faseforskydningen, ϕ_i . Ved tabelopslag i tabel 3.2 fra DS/EN 1991-1-1 Anneks C kan værdier for disse parametre fastlægges baseret på den aktivitet, der foregår på gangbroen. Aktiviteterne er opdelt i kategorierne fri bevægelsesmulighed, reduceret bevægelsesmulighed og gang. Fri bevægelsesmulighed benyttes eksempelvis til fitnesscentre eller på tribuner med ståpladser, imens reduceret bevægelsesmulighed bruges på tribuner med siddepladser. [Dansk Standard, 2013]. I denne rapport benyttes kun værdierne for gang.

Aktivitet	G ($\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$)	f_s (Hz)	α_1	α_2	α_3	ρ_1	ρ_2	ρ_3
Fri bevægelsesmulighed	0,5 - 4,0	0,5-3	1,6	1,0	0,2	1,0	0,3	0,03
Reduceret bevægelsesmulighed	0,5 - 4,0	0,5-3	0,4	0,25	0,05	1,0	0,1	0,01
Gang	Vurderes	1,6-2,4	0,4	0,1	0,06	0	0	0

Tabel 3.2. Parametre til bestemmelse af rytmisk personlast. [Dansk Standard, 2013]

Jf. DS/EN 1991-1-1 Anneks C sættes personens vægt normalt til 75 kg. For gang benyttes $\alpha_1 = 0,4$, $\alpha_2 = 0,1$ og $\alpha_3 = 0,06$. Størrelsesreduktionsfaktoren afhænger af antallet af personer samt den pågældende aktivitet, og når denne kun udføres af en enkelt person, benyttes $K_i = 1$. Dette stemmer overens med, at korrelationsfaktorerne, ρ_i , sættes til 0 ved gang. Gangfrekvensen bør ligge mellem 1,6 og 2,4 Hz, hvortil det besluttet, at denne sættes lig med broens egenfrekvens for begge bromodeller. Gangbroens acceleration bestemmes herved for det tilfælde, hvor der opstår resonans mellem den dynamiske last og konstruktionen. Idet der kun benyttes en enkelt gangfrekvens, antages det, at alle personer bevæger sig med samme gangfrekvens, men også at hver person går med fuldkommen konstant gangfrekvens, selvom dette muligvis ikke stemmer overens med virkeligheden. Det er også nødvendigt at fastlægge en værdi for skridtlængden, da denne benyttes i bestemmelsen af det dynamiske respons, hvilket fremgår af afsnit 2.4. Skridtlængden sættes til 0,71 m, da dette vurderes at være hensigtsmæssigt baseret på parametermodellerne i tabel 2.2.

Den sidste parameter i lastmodellen er faseforskydningen. Ifølge DS/EN 1991-1-1 Anneks C vælges de faseforskydninger, der er mest ugunstige. De mest ugunstige faseforskydninger bestemmes ved at undersøge forskellige kombinationer af disse for de tre harmoniske lastbidrag. Faseforskydningen for den første harmoniske lastkomponent fastholdes på

$\phi_1 = 0$, imens faseforskydningerne for de resterende harmoniske lastkomponenter, ϕ_2 og ϕ_3 , manuelt varieres mellem $-\pi$ og π , indtil den største acceleration er opnået. Til disse beregninger benyttes et tidsskridt i Newmark-algoritmen på 0,005 s, eftersom dette forventes at være tilstrækkelig præcist. Dette bekræftes desuden i forbindelse med en konvergensanalyse. Undersøgelsen af faseforskydningerne udføres for begge broer, og de fundne faseforskydninger for hver bro benyttes hernæst i beregningerne af de maksimale accelerationer. Ved nærmere undersøgelse påvises det, at den mest ugunstige kombination af faseforskydninger er $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \frac{\pi}{2}$ og $\phi_3 = \frac{\pi}{2}$ for både bromodel 1 og bromodel 2. I tabel 3.3 er den maksimale acceleration på bromodel 1 ved brug af disse værdier sammenlignet med den maksimale acceleration, når faseforskydningen negligeres.

Kombination	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	$a_{max} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
1	0	0	0	1,5656
2	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	1,5796

Tabel 3.3. Sammenligning mellem kombinationer af faseforskydninger for bromodel 1.

For bromodel 2 ses de maksimale accelerationer ved samme kombinationer af faseforskydninger på tabel 3.4.

Kombination	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	$a_{max} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
1	0	0	0	0,5114
2	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0,5125

Tabel 3.4. Sammenligning mellem kombinationer af faseforskydninger for bromodel 2.

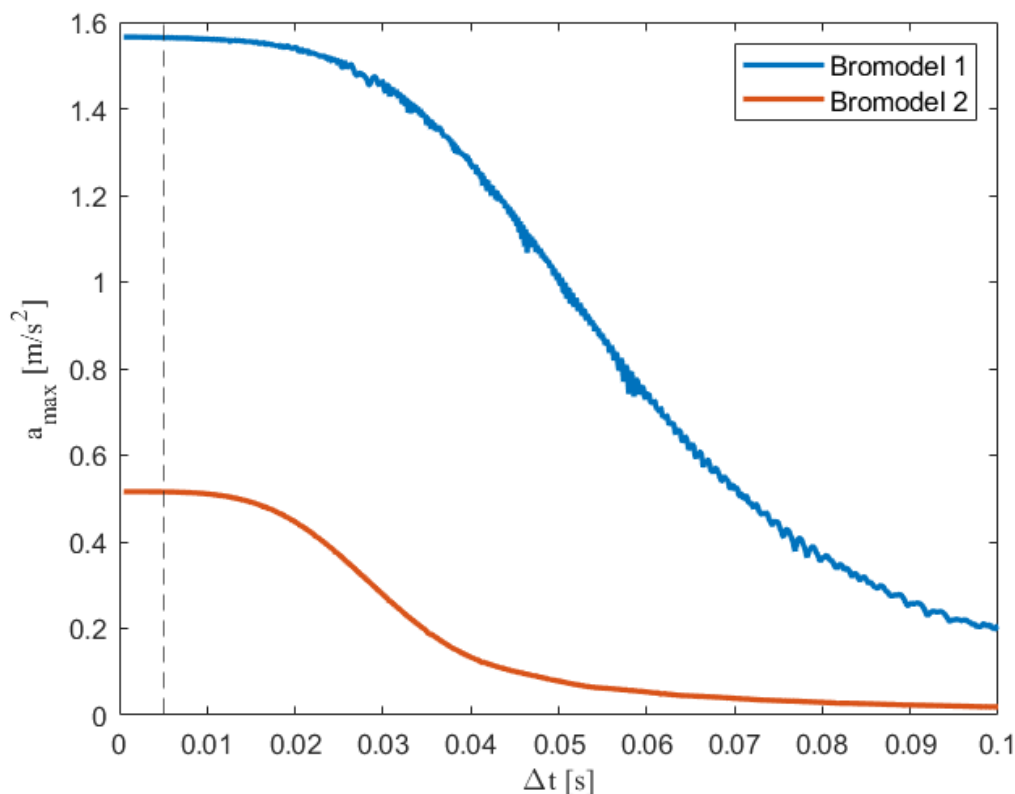
Det fremgår af de maksimale accelerationer for de to kombinationer ved begge bromodeller, at der er en meget lille afvigelse. Dette indikerer, at faseforskydningen ikke har særlig stor indflydelse på den maksimale acceleration. Det betyder også, at størstedelen af bidraget til den maksimale acceleration kommer fra første harmoniske lastkomponent. I de følgende beregninger, hvor Eurocode benyttes, bruges kombination 2 for faseforskydningerne på begge bromodeller.

3.3.2 Resultater

I denne afsnit fremføres de resultater, der er opnået ved brug af lastmodellen fra Eurocode. Inden de maksimale accelerationer beregnes, udføres en konvergensanalyse med henblik på at bestemme hvor store tidsskridt, der skal benyttes i Newmark-algoritmen.

Konvergensanalyse

Der udføres en konvergensanalyse, hvori størrelsen af tidsskridtet i Newmark-algoritmen bestemmes. For de to undersøgte gangbroer bestemmes den maksimale acceleration ved brug af 1000 forskellige tidsskridt i intervallet fra $\Delta t = 0,0005$ s til $\Delta t = 0,1$ s. Dette er vist i graferne på figur 3.5.

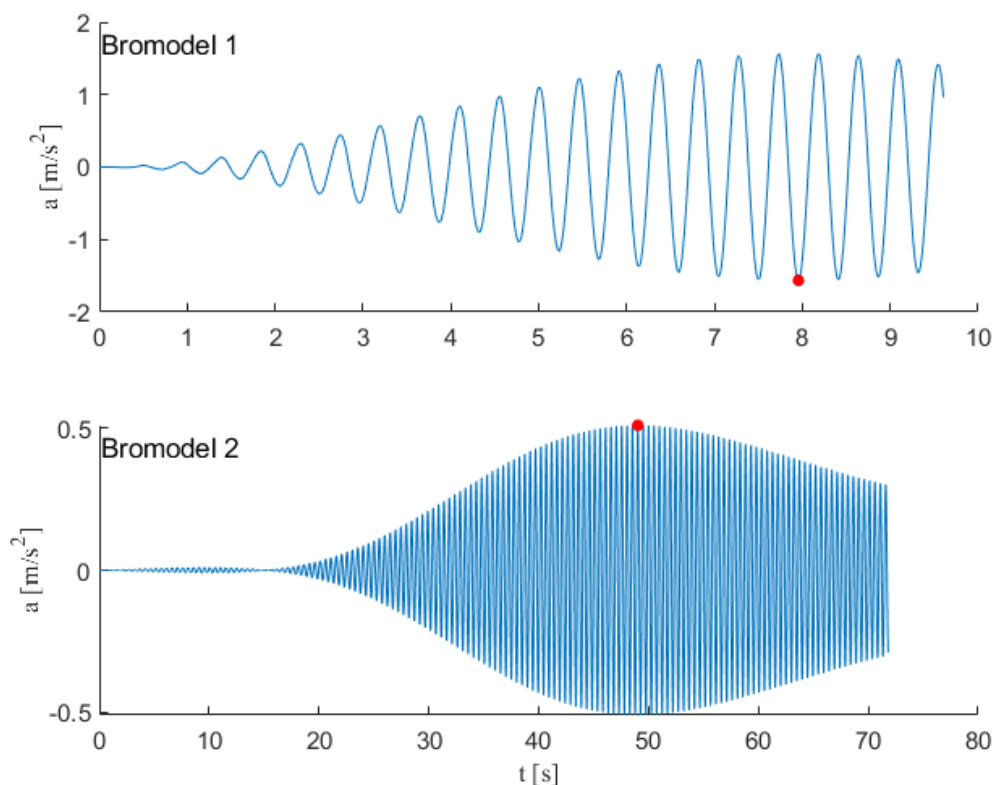


Figur 3.5. Konvergensanalyse af tidsskridtet i Newmark-algoritmen.

Det fremgår af graferne, at den maksimale acceleration, midt på broen, konvergerer ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,005$ s for både bromodel 1 og 2, hvilket er markeret med en stiplede linje. Dette tidsskridt anvendes til bestemmelsen af accelerationer for metoden i Eurocode.

Accelerationer

I dette afsnit fremvises resultaterne af accelerationen for de to bromodeller, når en enkelt person passerer broen. Accelerationen plottes på en graf med tiden på x-aksen, hvorved det bliver muligt at se, hvornår den største acceleration på broens midte forekommer. Tidsintegrationen er udført, så beregningerne stopper, når fodgængerens har passeret gangbroen, eftersom det forventes, at den største acceleration forekommer, mens personen opholder sig på broen. Dette er årsagen til, at grafen for bromodel 1 er illustreret i et interval på 0 til 9,6 s, mens grafen for bromodel 2 er illustreret i et interval på 0 til 71,8 s. Deles broens længde med ganghastigheden, fås tiden, det tager fodgængerens at passere broen. Det er denne tid, der inddeles i tidsskridt i Newmarks tidsintegration, hvorfor det dynamiske respons ikke bestemmes, efter personen har forladt broen. Resultaterne af accelerationen for de to bromodeller fremgår af figur 3.6, hvor de maksimale accelerationer er markeret med rød. Når accelerationen plottes på figurer, benævnes denne a i stedet for $\ddot{u}$.



Figur 3.6. Accelerationer bestemt ved Eurocode for henholdsvis bromodel 1 og 2

Det fremgår af graferne for bromodel 1 og 2, at gangbroen stadig har en acceleration, når fodgængerens forlader broen. Betragtes figur 3.6 kan det ses, at bromodel 1 og 2 ikke opnår den maksimale acceleration, når fodgængerens befinder sig på midten af broen, men derimod efter fodgængerens har passeret midten. Dette skyldes, at der forekommer resonans. De maksimale accelerationer fra figur 3.6 er samlet i tabel 3.5.

Bromodel	$a_{max} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$
1	1,5796
2	0,5125

Tabel 3.5. Maksimale accelerationer bestemt ved Eurocode.

Disse værdier sammenlignes med maksimale accelerationer bestemt ved andre metoder i de følgende afsnit.

3.4 Bestemmelse af accelerationer ved BS 5400

I den britiske standard, BS 5400 bilag C, er der angivet to metoder til bestemmelsen af vibrationskrav for gangbroer. Disse kaldes den generelle metode og den simplificerede metode. I den generelle metode opstilles en deterministisk model for gangbelastningen, hvor der i den simplificerede metode opstilles et udtryk for den maksimale acceleration. Begge metoder gør brug af semi-empiriske udtryk, som er baseret på erfaringer og undersøgelser.

Derudover antages det i BS 5400, at der forekommer resonans i responset, hvilket betyder, at gangfrekvensen er sat lig med egenfrekvensen. [British Standard, 2006]

I følgende afsnit er udelukkende den generelle metode gennemgået. Årsagen til dette er, at den simplificerede metode kun kan anvendes for gangbroer med et maksimalt spænd på 50 m, hvilket ikke er tilfældet for bromodel 2, som spænder 104 m. [British Standard, 2006]

3.4.1 Lastmodel

Som tidligere beskrevet består den generelle metode i BS 5400 af at opstille en lastmodel, der beskriver ganglasten på broen. På denne måde er metoden sammenlignelig med metoden fra Eurocode, som er beskrevet i afsnit 3.3. I Eurocode opstilles en lastmodel for rytmisk personlast, som tilpasses de forudsætninger, der gør sig gældende ved gang, hvorimod lastmodellen i BS 5400 kun benyttes til ganglaster og derfor ikke kræver samme tilpasning.

Den dynamiske belastning fra en passerende fodgænger modelleres som en punktlast, $f(t)$, der bevæger sig med en konstant ganghastighed, v_t , over spændet af gangbroen. Modelleringen af disse parametre fremgår af formel (3.3) og formel (3.4).

$$f(t) = 180 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t) \quad (3.3)$$

$$v_t = 0,9 \cdot f_1 \quad (3.4)$$

Hvor:

$f(t)$	Fodgængerens dynamiske punktlast [N]
f_1	Gangbroens egenfrekvens [Hz]
t	Tid [s]
v_t	Fodgængerens ganghastighed [$\frac{m}{s}$]

Betragtes formel (3.3), kan det ses, at denne er sammenlignelig med den opstillede lastmodel i formel (2.1), hvor der ses bort fra faseforskydningen. Værdien 180 i formel (3.3) svarer til $G \cdot \alpha$, hvor en antagelse om, at $G = 750 \text{ N}$ er anvendt. Dette betyder dermed også, at $\alpha = 0,24$. [British Standard, 2006]

Af lastmodellen fremgår det, at gangfrekvensen for fodgængerens er sat til at være lig med egenfrekvensen for gangbroen, hvilket resulterer i resonans. Dette resulterer også i, at broer med høje egenfrekvenser muligvis dimensioneres ud fra uhensigtsmæssigt høje gangfrekvenser. For egenfrekvenser højere end 4 Hz kan den maksimale acceleration reduceres med en størrelse, som varierer lineært fra 0% reduktion ved 4 Hz til 70% reduktion ved 5 Hz. Denne reduktion har dog først en effekt ved egenfrekvenser, der er højere end 4 Hz, hvilket betyder, at en bro med en egenfrekvens på præcis 4 Hz dimensioneres med en gangfrekvens, der er markant højere end almindelig gang. Ganghastigheden modelleres ud fra gang- og egenfrekvensen som vist i formel (3.4), og ved brug af dette udtryk vil gangbroer med høje egenfrekvenser derfor også medføre ganghastigheder, der kan være urealistisk høje.

Af følgende afsnit fremgår resultaterne for den maksimale acceleration bestemt ved den generelle metode fra BS 5400.

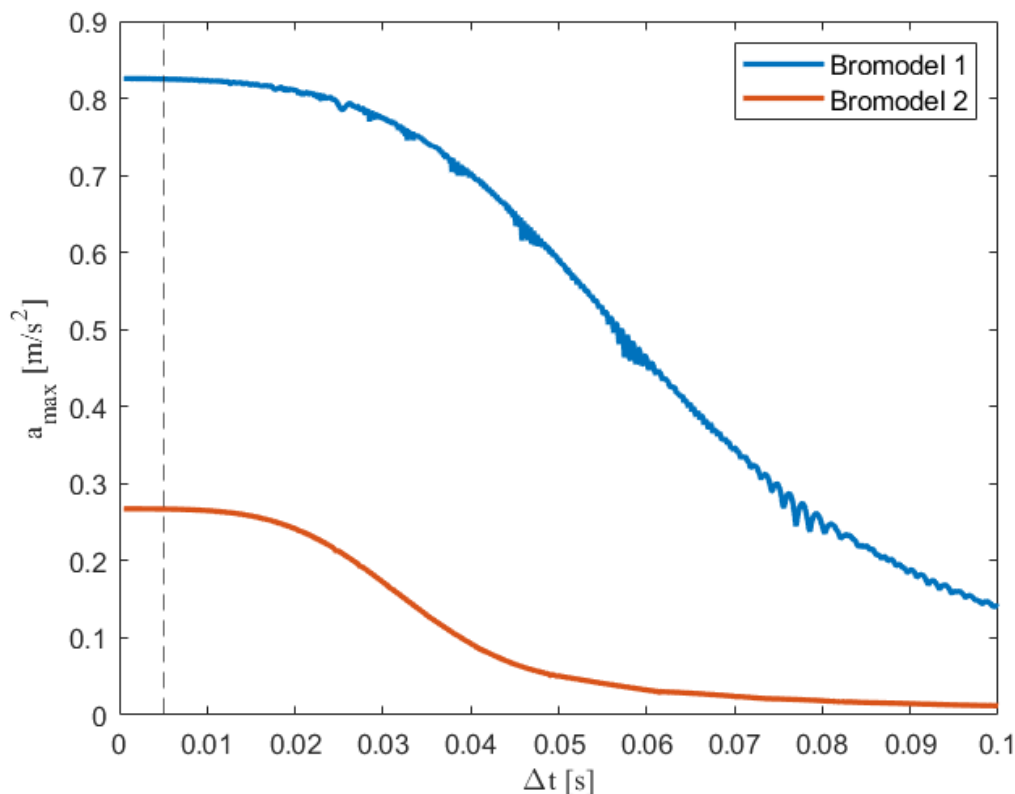
3.4.2 Resultater

Der er i BS 5400 ikke beskrevet, hvordan det dynamiske respons bestemmes på baggrund af den påførte last, som fremgår af formel (3.3). Ligesom for metoden i Eurocode benyttes metoden, som er beskrevet i afsnit 2.4, til at beregne det dynamiske respons. En vigtig parameter, der har stor indflydelse på det endelige resultat, er det anvendte Newmark-tidsskridt. Det er vigtigt at have et relativt kort tidsskridt, eftersom dette giver mere præcise resultater.

Der er i følgende afsnit udarbejdet en konvergensanalyse for størrelsen på tidsskridtet.

Konvergensanalyse

I indeværende afsnit er en konvergensanalyse udarbejdet. Formålet med denne analyse er at bestemme et passende tidsskridt, der kan benyttes i Newmarks tidsintegration. For de to undersøgte bromodeller bestemmes den maksimale acceleration ved 1000 forskellige tidsskridt i intervallet fra $\Delta t = 0,0005$ s til $\Delta t = 0,1$ s. Dette er vist i graferne på figur 3.7.

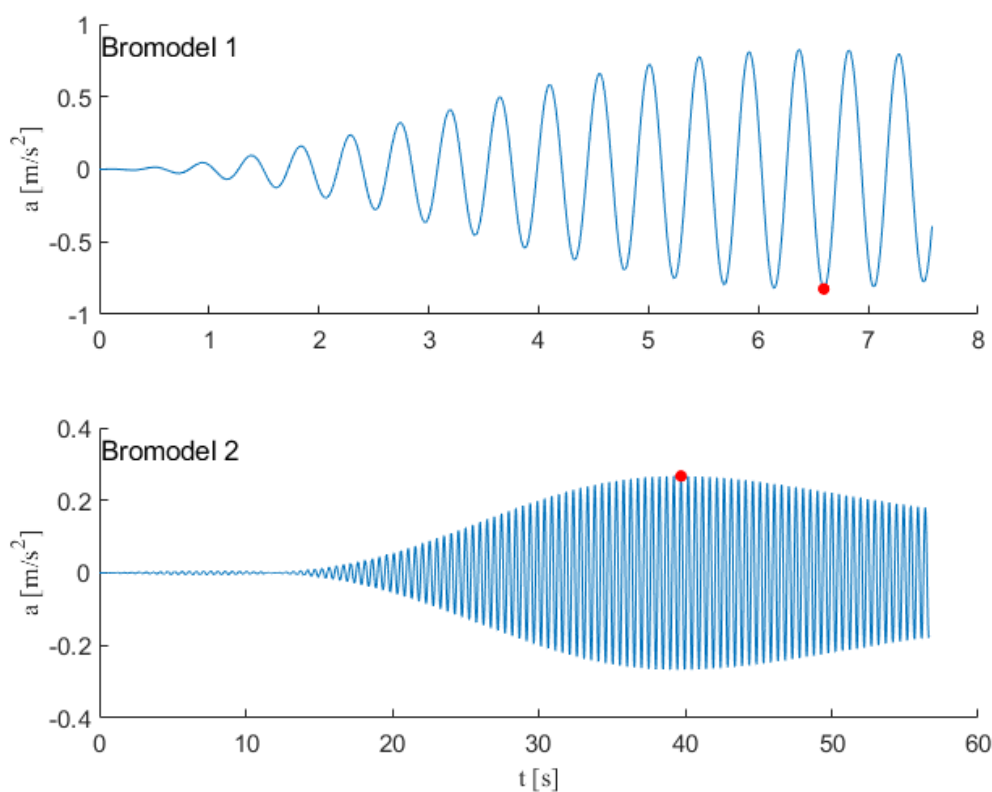


Figur 3.7. Konvergensanalyse af tidsskridtet i Newmark tidsintegrationen.

Det fremgår af figur 3.7, at den maksimale acceleration konvergerer for de to bromodeller ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,005$ s. Dette tidsskridt anvendes, når accelerationerne bestemmes ved den generelle metode i BS 5400, hvilket fremgår af følgende afsnit.

Accelerationer

I dette afsnit er de maksimale vertikale accelerationer bestemt i henhold til den generelle metode i BS 5400. Tidsintegrationen er igen udført, så beregningerne stopper, når fodgængerens har passeret gangbroen, eftersom det forventes, at den største acceleration forekommer, mens personen opholder sig på broen. Grafen for bromodel 1 er illustreret i et tidsinterval på 0 til 8 s, hvor grafen for bromodel 2 er illustreret fra 0 til 57 s. Tiden det tager fodgængerens at passere gangbroen inddeles i tidsskridt i Newmark-algoritmen, hvilket betyder, at det dynamiske respons ikke bliver undersøgt, efter fodgængerens har passeret broen. Af figur 3.8 fremgår de vertikale accelerationer for hver bromodel som funktion af tiden, hvor den røde markering angiver den maksimale acceleration. Når accelerationerne plottes på figurer, benævnes disse a i stedet for $\ddot{u}$.



Figur 3.8. Acceleration bestemt ved BS 5400 for henholdsvis bromodel 1 og 2

Ud fra figur 3.8 kan det ses, at den maksimale acceleration forekommer, mens fodgængerens stadig befinder sig på broen. Det ses også, at der stadig er svingninger, når fodgængerens forlader broen, hvilket skyldes resonans som påvist i afsnit 3.3. Det fremgår af figur 3.8, at den maksimale acceleration forekommer efter 6,6 s og 39,7 s af gangforløbet for henholdsvis bromodel 1 og 2. Det kan dermed konkluderes, at den maksimale acceleration på broens midte ikke forekommer, når fodgængerens befinder sig på midten af broen. De maksimale accelerationer fra figur 3.8 er samlet i tabel 3.6.

Bromodel	$a_{max} [\frac{m}{s^2}]$
1	0,8249
2	0,2672

Tabel 3.6. Maksimale accelerationer bestemt ved BS 5400

Disse værdier sammenlignes med accelerationer bestemt ved andre metoder i de følgende afsnit.

3.5 Bestemmelse af accelerationer ved probabilistisk metode

I de to foregående afsnit er gangbroens respons blevet bestemt ud fra deterministiske lastmodeller fra Eurocode og den britiske standard BS 5400. Den tredje metode, som undersøges i dette kapitel, indbefatter en stokastisk lastmodel. Lastmodellen er beskrevet i afsnit 2.3, hvor de indgående parametre ligeledes er defineret. I dette kapitel benyttes kun den første harmoniske lastkomponent, eftersom dette er den simpleste form, som lastmodellen kan opstilles på. I kapitel 4 udvides lastmodellen, så den tager højde for flere harmoniske lastkomponenter, men foreløbig benyttes blot den første af disse. Parametrene i lastmodellen modelleres med udgangspunkt i referencekombinationen, som fremgår af tabel 2.6. Parametrene modelleres som stokastiske variable, hvor gangfrekvensen, personmassen og den dynamiske lastfaktor følger en normalfordeling. Skridtlængden afhænger af den normalfordelte gangfrekvens, og faseforskydningen modelleres med en uniform fordeling. For faseforskydningen genereres derfor tilfældige tal mellem 0 og 2π for hver passerende fodgænger. For de normalfordelte parametre genereres værdierne i stedet ved brug af Monte Carlo-simulering, som er beskrevet i bilag B. Fremgangsmåden for denne simuleringsmetode er at generere n tilfældige tal i intervallet mellem 0 og 1. Disse indikerer hver en sandsynlighed. Dernæst genereres de værdier, der benyttes i beregningerne af det dynamiske respons, ved brug af førnævnte genererede tal, den inverse fordelingsfunktion for en standardnormalfordeling samt middelværdien og spredningen for den pågældende parameter. Det sikres desuden, at der ikke forekommer negative værdier, eftersom disse ikke giver fysisk mening. Hvis negative værdier skulle forekomme, bliver de udskiftet med et nyt normalfordelt tal, således at alle værdier er positive. Antallet af Monte Carlo-simuleringer har en stor indflydelse på det endelige resultat, eftersom dette dikterer hvor mange forskellige værdier, der genereres til de forskellige gangparametre. Antallet af Monte Carlo-simuleringer n er med andre ord lig med antallet af fodgængere, der passerer broen. Det er derfor nødvendigt at foretage en konvergensanalyse af antallet af Monte Carlo-simuleringer.

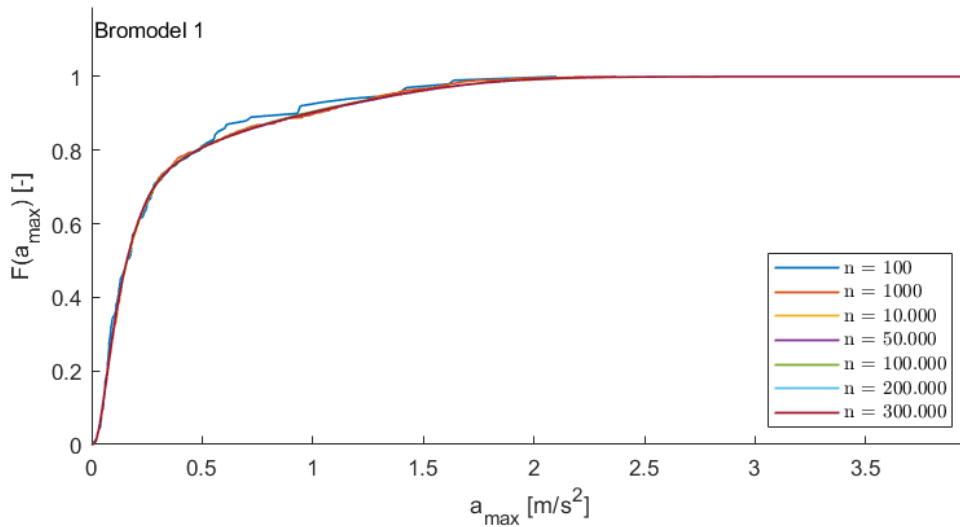
3.5.1 Konvergensanalyse

I nærværende afsnit er to konvergensstudier udarbejdet. Det første studie har til formål at bestemme det antal Monte Carlo-simuleringer, der medfører konvergens af de maksimale accelerationer. Det andet studie har til formål at bestemme størrelsen på Newmark-tidsskridtet. Konvergensstudierne i dette afsnit er relativt dybdegående, idet de herved kan benyttes som reference til konvergensanalyser, der udføres i senere kapitler, hvor bro- og lastmodeller udvides. På denne måde kan fremtidige konvergensanalyser udføres på en

måde, der ikke kræver nær så mange analyser, eftersom der allerede haves et kendskab til, hvornår konvergens forventes at opstå for de forskellige bromodeller.

Monte Carlo-simuleringer

Til bestemmelsen af konvergens for antallet af Monte Carlo simuleringer er der i Newmark-algoritmen anvendt et tidsskridt på 0,005s, eftersom det forventes, at dette medfører en præcision, der er mere end tilstrækkelig. For bromodel 1 er der foretaget analyser med syv forskellige antal af Monte Carlo-simuleringer på henholdsvis $n = 100$, 1000, 10.000, 50.000, 100.000, 200.000 og 300.000. Resultaterne af disse analyser fremgår af figur 3.9.



Figur 3.9. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1

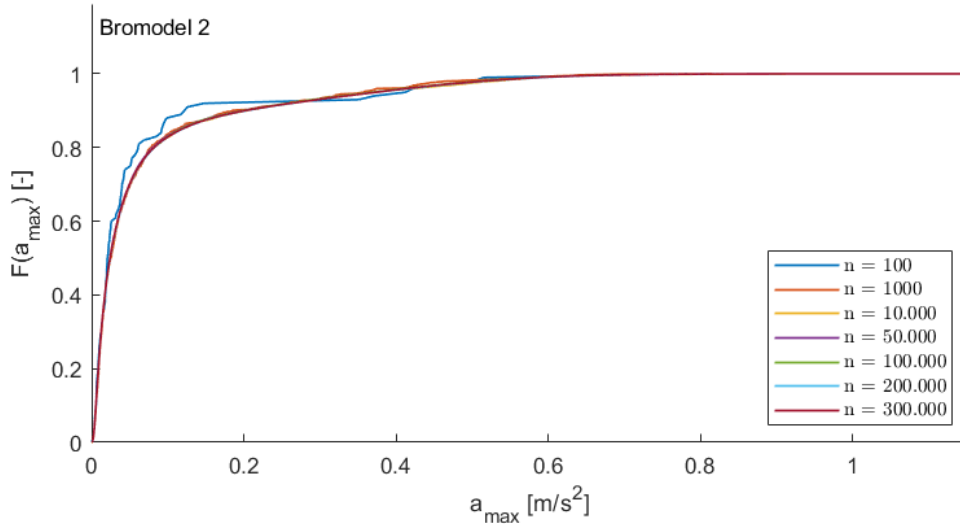
Betragtes figur 3.9 ses det, at fordelingsfunktionen for responset med 100 og 1000 Monte Carlo-simuleringer ikke opnår en glat linje, hvilket dermed ikke vurderes at være tilstrækkeligt. Derimod ses det for fordelingsfunktionerne med over 10.000 simuleringer, at graferne er glatte og sammenfaldende, hvilket indikerer, at der er forekommet konvergens. For at undersøge dette nærmere betragtes fraktiler for hver analyse, hvorved det undersøges, om der forekommer en ændring i værdierne ved en forøgelse af antallet af Monte Carlo-simuleringer.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
100	0,1398	0,3439	1,1382
1000	0,1673	0,3509	1,3493
10.000	0,1589	0,3631	1,3929
50.000	0,1591	0,3537	1,3729
100.000	0,1593	0,3523	1,3668
200.000	0,1594	0,3535	1,3721
300.000	0,1590	0,3533	1,3720

Tabel 3.7. Fraktilværdier for maksimale accelerationer på bromodel 1 med et anvendt Newmark-tidsskridt på 0,005 s.

Betragtes tabel 3.7 kan det ses, at der hurtigere forekommer konvergens for de lave fraktiler sammenlignet med 95%-fraktilen. Årsagen til dette er, at der hurtigere genereres en større datamængde til de lavere fraktiler. Betragtes tabel 3.7 kan det for 95%-fraktilen ses, at der kun forekommer ændringer på tredje decimal, når antallet af Monte Carlo simuleringer øges til mere end 100.000, hvilket vurderes at være tilstrækkelig præcist. På baggrund af konvergensanalysen for bromodel 1 er 100.000 simuleringer et passende antal.

Der foretages en lignende analyse for bromodel 2. På figur 3.10 fremgår fordelingsfunktionerne.



Figur 3.10. Fordelingsfunktioner for accelerationen for bromodel 2

Det fremgår, at der generelt fås lavere accelerationer, hvilket kan skyldes, at bromodel 2 har en højere stivhed. Ligesom for bromodel 1 kan det ses, at 100 og 1000 Monte Carlo-simuleringer ikke er tilstrækkeligt, eftersom fordelingsfunktionerne ikke er sammenfaldende med de resterende. Derimod ses det, at alle fordelingsfunktioner over 10.000 er glatte og næsten sammenfaldende. For denne bromodel laves også en sammenligning af fordelingsfunktionernes fraktiler, hvor det undersøges, om der forekommer en ændring i værdierne ved en forøgelse af antallet af Monte Carlo-simuleringer. Resultaterne for de forskellige simuleringer fremgår af tabel 3.8.

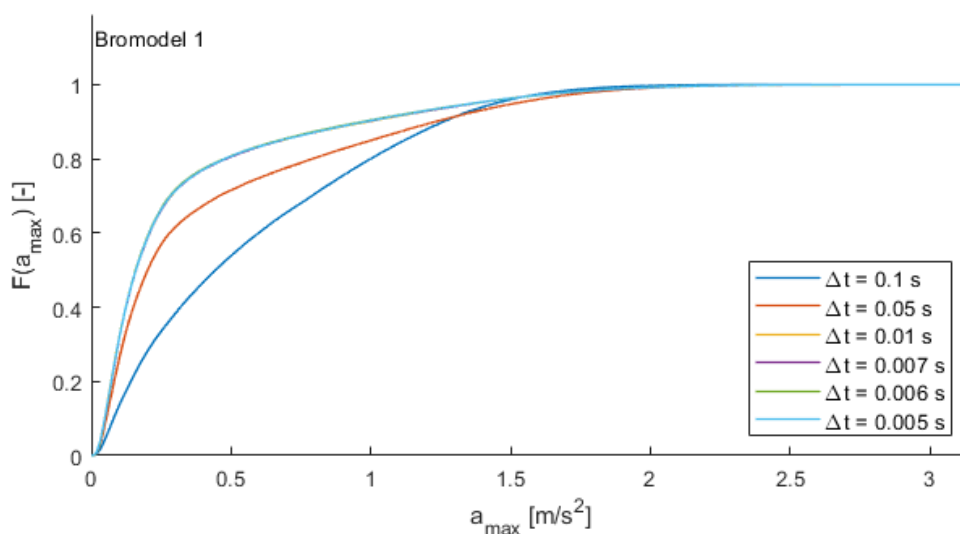
	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
100	0,0163	0,0503	0,2963
1000	0,0253	0,0644	0,4009
10.000	0,0249	0,0619	0,3791
50.000	0,0243	0,0622	0,3764
100.000	0,0243	0,0631	0,3763
200.000	0,0243	0,0629	0,3740
300.000	0,0243	0,0627	0,3742

Tabel 3.8. Fraktilværdier for maksimale accelerationer på bromodel 2 med et anvendt Newmark-tidsskridt på 0,005 s.

Betragtes tabel 3.8 kan det ses, at der opstår konvergens for alle fraktilerne, når der benyttes flere end 100.000 simuleringer. Igen fremgår det, at der kun forekommer ændringer i tredje decimal ved brug af højere antal. Det konkluderes dermed, at 100.000 Monte Carlo simuleringer er tilstrækkeligt for bromodel 2, hvilket dermed er gældende for både bromodel 1 og 2. En af årsagerne til at der stilles så høje krav til præcisionen af de maksimale accelerationer er, at der senere i rapporten udføres studier, hvor følsomheden af de maksimale accelerationer undersøges, idet de forskellige parametermodeller varieres. Hvis det eneste formål blot var at estimere sandsynligheder for forskellige maksimale accelerationer, kunne der derfor med fordel have været benyttet et lavere antal simuleringer for at reducere simuleringstiden.

Tidsskridt i Newmark-algoritmen

I foregående afsnit er en konvergensanalyse for antallet af Monte Carlo-simuleringer foretaget. Herved blev det konkluderet, at der opnås resultater med en acceptabel præcision ved benyttelse af 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et tidsskridt i Newmark-algoritmen på 0,005 s. I dette afsnit undersøges det, om der forekommer konvergens ved et større tidsskridt end de 0,005 s. Der er i nærværende analyse anvendt 8 forskellige tidsskridt: 0,1 s, 0,05 s, 0,01 s, 0,009 s, 0,008 s, 0,007 s, 0,006 s og 0,005 s. På figur 3.11 fremgår fordelingsfunktionerne for bromodel 1 ved de forskellige tidsskridt.



Figur 3.11. Fordelingsfunktioner for den maksimale acceleration ved forskellige tidsskridt for bromodel 1.

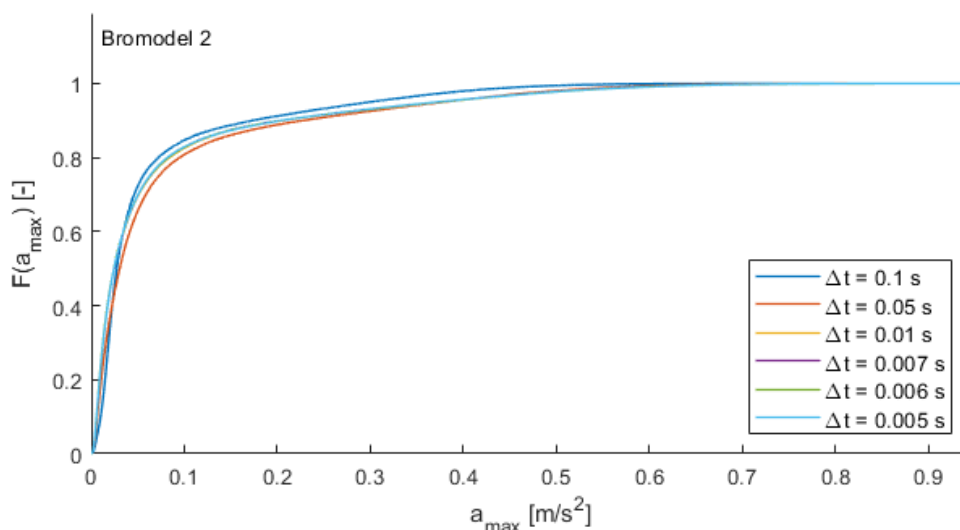
Af figur 3.11 fremgår det, at fordelingsfunktionerne med et tidsskridt på henholdsvis 0,005 s, 0,006 s, 0,007 s, 0,01 s er tæt på at være identiske, hvorimod de resterende to tidsskridt på 0,05 s og 0,1 s medfører nævneværdige afvigelser. Ligesom for konvergensanalysen af antallet af Monte Carlo-simuleringer foretages der yderligere undersøgelser af resultaterne. I tabel 3.9 ses fraktilerne for de maksimale accelerationer ved de forskellige Newmark-tidsskridt.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
0,1	0,4444	0,8899	1,4482
0,05	0,2015	0,6063	1,5191
0,01	0,1603	0,3594	1,3745
0,007	0,1598	0,3575	1,3751
0,006	0,1585	0,3523	1,3724
0,005	0,1595	0,3559	1,3691

Tabel 3.9. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige størrelser af Newmark-tidsskridt for bromodel 1.

I tabel 3.9 kan det ses, at der kun forekommer ændringer på tredje decimal, når tidsskridtene reduceres til at være under 0,01 s. Det konkluderes dermed, at 0,01 s giver resultater med acceptabel præcision.

Lignende analyse er udarbejdet for bromodel 2, hvor fordelingsfunktionerne fremgår af figur 3.12.



Figur 3.12. Fordelingsfunktioner for den maksimale acceleration ved forskellige tidsskridt for bromodel 2.

Betragtes figur 3.12 kan det ses, at fordelingsfunktionerne for de forskellige tidsskridt er meget sammenlignelige. Det fremgår dog, at der forekommer nævneværdige afvigelser for tidsskridtene 0,1 s og 0,05 s. I tabel 3.10 ses fraktilerne for accelerationerne ved de forskellige Newmark-tidsskridt.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
0,1	0,0274	0,0557	0,2995
0,05	0,0304	0,0726	0,3794
0,01	0,0244	0,0635	0,3727
0,007	0,0246	0,0630	0,3747
0,006	0,0242	0,0628	0,3746
0,005	0,0244	0,0626	0,3723

Tabel 3.10. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige størrelser af Newmark-tidsskridt for bromodel 2.

Af tabel 3.9 fremgår det, at der kun forekommer ændringer på tredje decimal, når tidsskridtene reduceres til at være under 0,01 s. Det konkluderes dermed, at 0,01 s giver resultater med acceptabel præcision.

I tabel 3.11 fremgår de endelige resultater af de udvalgte fraktilværdier for de maksimale accelerationer bestemt ved den stokastiske lastmodel.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Bromodel 1	0,1603	0,3594	1,3745
Bromodel 2	0,0244	0,0635	0,3727

Tabel 3.11. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt på bromodel 1 og 2.

3.6 Krav og anbefalinger vedrørende komfort

I de foregående afsnit bestemmes resultater for de to bromodellers accelerationer under belastning af én fodgænger. De anvendte lastmodeller i beregningen af de maksimale accelerationer er lastmodellerne i Eurocode og BS 5400 samt en stokastisk lastmodel. I følgende afsnit vil de beregnede accelerationsniveauer for de to bromodeller blive vurderet i forhold til de anviste anvendelseskrav for den pågældende metode.

3.6.1 Eurocode

I Eurocode sikres det, at konstruktionens anvendelsesgrænsetilstand ikke overskrides under påvirkning af dynamisk last, ved at egenfrekvensen af konstruktionen holdes over en minimumsværdi, som afhænger af konstruktionens virkemåde og årsagen til svingningerne. Denne minimumsværdi skal fastsættes i samarbejde med bygherre og/eller den relevante myndighed. Skulle det derimod forekomme, at konstruktionens egenfrekvens er lavere end den fastsatte minimumsværdi, bør der der foretages en mere detaljeret analyse af konstruktionens dynamiske respons, hvor forøgelse af stivhed og dæmpning kan overvejes. Dette kan indbefatte en mere avanceret modellering af konstruktionen, såfremt dette er en mulighed, og i visse tilfælde kan det være nødvendigt at foretage ændringer af den virkelige konstruktion. Ifølge Eurocode kan krav til egenfrekvenser og accelerationer defineres med udgangspunkt i fastsatte erfaringstal, som kan ses i tabel 3.12. [Dansk Standard, 2021]

Konstruktion	Last	Normalt tilfredsstillende funktion	Ofte ikke-tilfredsstillende funktion	Grænseacceleration i % af tyngdeacceleration
Tribuner, fitnesscentre, sportshaller og forsamlingslokaler	Rytmask personlast	$n_e > 10 \text{ Hz}$	$n_e < 6 \text{ Hz}$	10%
Boliger	Ganglast	$n_e > 8 \text{ Hz}$	$n_e < 5 \text{ Hz}$	0,1 %
Kontorlokaler	Ganglast	$n_e > 8 \text{ Hz}$	$n_e < 5 \text{ Hz}$	0,2 %

Tabel 3.12. Erfaringstal for acceptable egenfrekvenser og grænseaccelerationer. n_e er den naturlige egenfrekvens.

Hvis en mere detaljeret analyse er udført for konstruktionen, vil konstruktionens funktion som oftest være tilfredsstillende, hvis spredningen på konstruktionens accelerationer ikke overskrider grænseaccelerationen fra tabel 3.12. Det dynamiske respons kan herved alligevel accepteres, selvom egenfrekvensen ifølge tabellen ikke er tilfredsstillende, så længe grænseaccelerationen ikke overskrides. Risikoen for at en funktion ikke er tilfredsstillende øges med en voksende spændvidde. Derudover er risikoen stor for lette og svagt dæmpede konstruktioner. I disse tilfælde er erfaringstallene ikke altid tilfredsstillende. [Dansk Standard, 2021]

Betragtes 3.12 kan det ses, at der ikke er fastlagt en grænseacceleration i forbindelse med brokonstruktionen. Det er dermed ikke muligt at fastslå, om gangbroerne opretholder en tilfredsstillende acceleration. Det er derfor en nødvendighed at fastsætte en grænseacceleration i samarbejde med bygherre.

3.6.2 BS 5400

I den britiske standard, BS 5400, angives det, at anvendelsesgrænsetilstanden er tilfredsstillende, hvis en overbygning af en gangbro svarende til brokonstruktionen uden understøtninger har en naturlig egenfrekvens på over 5 Hz.

For gangbroer hvor egenfrekvensen er lavere end eller lig med 5 Hz, skal en øvre grænse for den maksimale acceleration overholdes for hele broen. Denne grænseacceleration bestemmes vha. formel (3.5).

$$a_{grænse} = 0,5 \cdot \sqrt{f_1} \quad (3.5)$$

Eftersom bromodel 1 og 2 har egenfrekvenser på henholdsvis 2,2 Hz og 2,04 Hz, skal bromodellernes maksimale acceleration sammenlignes med grænseaccelerationen bestemt i formel (3.5). I tabel 3.13 fremgår sammenligningen.

	Generel metode	Grænseacceleration
	a_{max} [m/s ²]	$a_{grænse}$ [m/s ²]
Bromodel 1	0,8249	0,7416
Bromodel 2	0,2672	0,7141

Tabel 3.13. Maksimale accelerationer fundet for den generelle metode i BS 5400 samt grænseaccelerationen for de to bromodeller.

Betragtes tabel 3.13, kan det ses, at de maksimale accelerationer for bromodel 1, som er bestemt for den generelle metode, overstiger grænseaccelerationen, hvilket betyder, at vibrationsniveauet vurderes at være ikke-tilfredsstillende. Derimod kan det ses, at vibrationsniveauet for bromodel 2 overholder kravet.

3.6.3 Probabilistisk metode

Til denne metode bliver der ikke direkte bestemt maksimale accelerationer, men derimod bestemmes sandsynligheden for overskridelse af bestemte accelerationer. I overensstemmelse med Pedersen og Frier [2010] og Živanović et al. [2007b] fokuseres der primært på 95%-fraktilen, hvilket svarer til, at den fundne acceleration overskrides én gang for hver 20. passerende fodgænger. Det vurderes, at dette er en passende sandsynlighed at tage udgangspunkt i.

Der er på nuværende tidspunkt ikke udarbejdet noget krav til anvendelsesgrænsetilstanden for probabilistiske metoder. I virkeligheden skal der naturligvis defineres acceptable grænseværdier. Til dette formål kan der foreløbig tages udgangspunkt i enten den metode, der er angivet i Eurocode, hvor acceptable værdier bør defineres efter aftale med bygherre, eller metoden i BS 5400 hvor grænseaccelerationen bestemmes ved formel (3.5).

3.7 Sammenligning af metoder

I de foregående afsnit er tre forskellige modeller blevet introduceret. Disse indbefatter metoderne fra Eurocode og BS 5400 samt en probabilistisk metode til bestemmelsen af responset. De to metoder fra standarderne anvender deterministiske parametre, hvor den probabilistiske anvender stokastiske parametre. Betragtes resultaterne for de forskellige metoder kan det ses, at metoderne giver meget forskellige resultater. Årsagen til dette er, at de anvendte lastmodeller, samt fastsættelsen af parametrene, er forskellige. I tabel 3.14 fremgår de væsentlige parametre, som er anvendt til lastmodellerne.

Lastparametre	Eurocode	BS 5400	Probabilistisk
Gangfrekvens f_s	$f_s = f_1$ Kun gældende i intervallet $1,6 \text{ Hz} < f_s < 2,4 \text{ Hz}$	$f_s = f_1$ Ikke gældende for $f_s > 5 \text{ Hz}$	$f_s = N(1,87 \text{ Hz}; 0,186 \text{ Hz})$ Normalfordelt med n Monte Carlo-simuleringer
Ganghastighed v	Ingen vejledning Der anvendes: $v = f_s \cdot l_s$	$v = 0,9 \cdot f_1$	$v = f_s \cdot l_s$
Skridtlængde l_s	$l_s = 0,71 \text{ m}$	Anvendes ikke	$l_s = \text{Formel (2.3)}$ Kun gældende i intervallet $1 \text{ Hz} < f_s < 2,7 \text{ Hz}$
Personvægt G	$G = 75 \text{ kg}$	$G = 75 \text{ kg}$	$G = N(78,9 \text{ kg}; 14,2 \text{ kg})$ Normalfordelt med n Monte Carlo-simuleringer
Dynamiske lastfaktorer α	Tre lastkomponenter $\alpha_1 = 0,4$ $\alpha_2 = 0,1$ $\alpha_3 = 0,06$	En lastkomponent $\alpha_1 = 0,24$	En lastkomponent $\alpha_1 = N(\text{formel(2.4)}; \text{formel(2.5)})$ Normalfordelt med n Monte Carlo-simuleringer
Faseforskydning ϕ	Der anvendes de mest ugunstige værdier: Se tabel 3.3	Anvendes ikke	$\phi = [0; 2\pi]$ Uniform fordelt med n Monte Carlo-simuleringer

Tabel 3.14. Modelleringen af de anvendte gangparametre i de forskellige metoder.

Betragtes tabel 3.14 kan det ses, at der forekommer en væsentlig forskel i modelleringen af lastparametrene til de forskellige metoder. En nævneværdig forskel på de to standarder er modelleringen af den dynamiske lastfaktor for den første lastkomponent. Denne forskel medfører, at BS 5400 afgiver et væsentlig lavere accelerationsniveau end lastmodellen fra Eurocode. Der kan ikke direkte drages sammenligninger mellem de anvendte metoder fra standarderne og den probabilistiske metode, eftersom standarderne anvender deterministiske lastmodeller, hvor den probabilistiske metode anvender en stokastisk lastmodel. Det vurderes dog, at det alligevel er hensigtsmæssigt at betragte de værdier, der i praksis benyttes til dimensionering af gangbroerne. For Eurocode og BS 5400 er disse værdier de maksimale accelerationer, der beregnes med de deterministiske metoder, imens det i rapporten er besluttet, at der fokuseres på 95%-fraktilen for den stokastiske model. Værdierne for accelerationerne ved de forskellige metoder er angivet i tabel 3.15.

	Eurocode	BS 5400	Probabilistisk metode ($a_{max,95}$)
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Bromodel 1	1,5796	0,8249	1,3745
Bromodel 2	0,5125	0,2672	0,3727

Tabel 3.15. Maksimale accelerationer ved Eurocode og BS 5400 samt 95%-fraktil for maksimal acceleration ved probabilistisk metode.

Det fremgår af resultaterne, at Eurocode medfører de største accelerationer. BS 5400 giver markant lavere accelerationer, hvilket som nævnt forventes at være på grund af modelleringen af den dynamiske lastfaktor for første lastkomponent. Disse resultater sammenlignes med 95%-fraktilen fra den probabilistiske metode, da det antages, at denne bør bruges i en realistisk dimensioneringssituation i stedet for eksempelvis de maksimale accelerationer fra Eurocode eller BS 5400. Værdierne fra den probabilistiske metode er lavere end Eurocode, og det forventes, at dette primært skyldes, at gangfrekvensen modelleres stokastisk, så der ikke opstår resonans ved hver eneste passerende fodgænger. Accelerationen er dog større end for BS 5400, hvilket igen må skyldes modelleringen af den dynamiske lastfaktor for første harmoniske lastkomponent.

En anden måde hvorpå de forskellige metoder kan sammenlignes er at undersøge hvilken fraktil resultaterne fra Eurocode og BS 5400 svarer til, når den probabilistiske model benyttes. Herved kan sandsynligheden for overskridelse bestemmes, og det kan vurderes, om denne er hensigtsmæssig. De maksimale accelerationer ved brug af Eurocode og BS 5400 samt de tilsvarende fraktiler ved brug af den probabilistiske lastmodel fremgår af tabel 3.16.

	Eurocode	Tilsvarende fraktil	BS 5400	Tilsvarende Fraktil
	[m/s ²]	[-]	[m/s ²]	[-]
Bromodel 1	1,5796	97%	0,8249	88%
Bromodel 2	0,5125	98%	0,2672	92%

Tabel 3.16. Maksimale accelerationer ved Eurocode og BS 5400 samt tilsvarende fraktiler ved brug af stokastisk lastmodel.

For Eurocode ses det, at den tilsvarende fraktil både for bromodel 1 og bromodel 2 er høj. På de to bromodeller svarer resultaterne ved brug af Eurocode til henholdsvis 97%-fraktilen og 98%-fraktilen. Dette betyder, at det forventes, at resultaterne fra Eurocode cirka overskrides for én ud af 33 fodgængere på bromodel 1 og én ud af 50 fodgængere på bromodel 2. Ved brug af BS 5400 svarer fraktillerne, som ligger på 88% og 92%, til, at den maksimale acceleration overskrides af cirka én ud af 7 fodgængere på bromodel 1 og én ud af 14 fodgængere på bromodel 2.

Det er vanskeligt at konkludere hvilken af metoderne, der er mest hensigtsmæssig. BS 5400 giver markant lavere accelerationer, og for denne metode foreligger der konkrete krav til disse accelerationer. Kravet på formel (3.5) benyttes nemlig sædvanligvis, når det dynamiske respons er bestemt på baggrund af metoden i BS 5400. Dette særskilte krav medfører, at accelerationerne bestemt ved BS 5400 ikke direkte kan sammenlignes med

resultaterne for de andre metoder, da kravene til anvendelse ikke er ens. Der findes ikke lige så veldefinerede krav til gangbroer for hverken Eurocode eller probabilistiske metoder. Når der eksempelvis defineres acceptable værdier i samarbejde med bygherre, må det derfor forventes, at dette krav ikke er udarbejdet under den forudsætning, at en bestemt metode er brugt. Det vurderes i den forbindelse, at Eurocode og den probabilistiske metode lettere kan sammenlignes, hvorved det af tabel 3.16 fremgår, at Eurocode er konservativ i forhold til den stokastiske lastmodel. Som tidligere beskrevet vurderes det, at en overskridelse af den maksimale acceleration for én ud af 20 fodgængere er acceptabel. Med udgangspunkt i dette bør gangbroerne dimensioneres ud fra 95%-fraktilen for den maksimale acceleration bestemt ved den stokastiske lastmodel.

Det fremgår af ovenstående, at modelleringen af de indgående parametre i lastmodellen medfører forskellige resultater for metoderne. Som beskrevet i afsnit 2.3 er der gennem tiden udviklet mange forskellige måder at modellere gangparametrene på. I følgende afsnit er der udført et parameterstudie, som har til formål at undersøge de forskellige modelleringsmetoder samt deres indflydelse på responset, når den probabilistiske metode benyttes på en bromodel med $j = 1$ egensvingningsform og en lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent.

3.8 Parameterstudie af lastmodel med $k = 1$

I dette afsnit udføres et parameterstudie. Studiet har til formål at belyse hver enkelt parameters betydning for det dynamiske respons, idet både deterministiske og stokastiske variable undersøges. I afsnittet beskrives de faktorer, der er relevante i forbindelse med udførelse af parameterstudiet. Alle analyser i dette afsnit udføres med samme antal Monte Carlo-simuleringer og samme Newmark-tidsskridt, som blev bestemt i konvergensanalysen i afsnit 3.5.1. I konvergensanalysen antages det, at de maksimale accelerationer er konvergeret, når der kun forekommer ændringer af tredje decimal. Dette betyder dog, at det ikke kan vides, om forskelle i den størrelsesorden skyldes antallet af Monte Carlo-simuleringer eller de parametermodeller, der sammenlignes. Det er derfor kun muligt at opfange større forskelle i resultaterne i de følgende analyser.

I afsnit 2.3 er en stokastisk lastmodel defineret. I modellen indgår en række gangparametre, som i dette afsnit undersøges nærmere, idet der benyttes $k = 1$ harmonisk lastkomponent. Disse parametre defineres som både stokastiske og deterministiske variable med henblik på at undersøge betydningen af forskellige modelleringsmetoder. I afsnit 2.3.6 er en referencekombination defineret for de parametre, der indgår i lastmodellen. Formålet med at have en referencekombination er at kunne undersøge de forskellige måder at modellere parametrene på. Som et eksempel laves en undersøgelse af gangfrekvensen, hvor beregningen vil blive gennemgået for de forskellige modeller (GF1 ... GF4), imens de resterende parametre modelleres som angivet i referencekombinationen. Herefter vil samme fremgangsmåde blive anvendt for de resterende parametre. I tabel 3.17 kan de forskellige kombinationer af parametrene i lastmodellen, der anvendes i dette parameterstudie, observeres.

	f_s	l_s	G	α	ϕ
f_s	GF1 ... GF4	GF1	GF1	GF1	GF1
l_s	SL1	SL1 ... SL3	SL1	SL1	SL1
G	PV1	PV1	PV1 ... PV4	PV1	PV1
α	DLF1	DLF1	DLF1	DLF1 ... DLF2	DLF1
ϕ	FASE1	FASE1	FASE1	FASE1	FASE1 ... FASE2

Tabel 3.17. Undersøgte kombinationer af parametermodeller.

I de følgende afsnit fremgår undersøgelserne for de enkelte lastparametre.

3.8.1 Gangfrekvens

I dette afsnit evalueres det, om fodgængeres gangfrekvens har en indvirkning på accelerationsniveauet for gangbroerne. Formålet med denne del af analysen er både at undersøge, om gangfrekvensens størrelse påvirker gangbroens acceleration, men også om der forekommer afvigelser mellem de forskellige parametermodeller, som enten er stokastiske eller deterministiske. Resultaterne ved brug af de forskellige parametermodeller GF1, GF2, GF3 og GF4 plottes i en fordelingsfunktion. Værdierne for disse parametermodeller opsummeres i tabel 3.18, men er yderligere beskrevet i afsnit 2.3.1. Resten af parametrene i lastmodellen er som nævnt i foregående afsnit modelleret ud fra referencekombinationen på tabel 2.6.

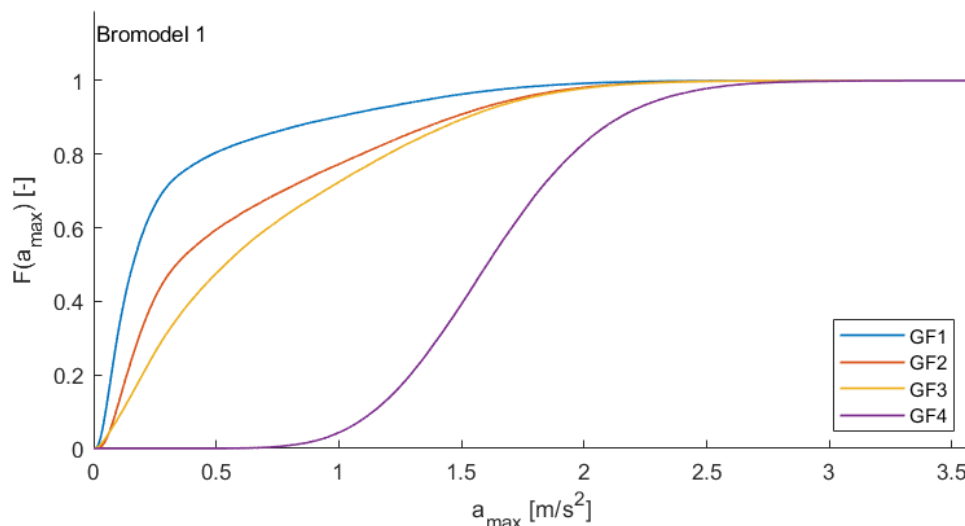
Teori		μ_{f_s} [Hz]	σ_{f_s} [Hz]	Fordeling
Živanović	- GF1	1,87	0,186	Normalfordelt
Matsumoto	- GF2	1,99	0,173	Normalfordelt
Kramer og Kebe	- GF3	2,2	0,3	Normalfordelt
Egenfrekvens	- GF4	f_1	-	Deterministisk

Tabel 3.18. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for gangfrekvensen.

Af følgende to delafsnit udarbejdes parameterstudiet for henholdsvis bromodel 1 og 2.

Bromodel 1

På figur 3.13 er fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt for de fire forskellige modeller for gangfrekvensen, imens de resterende parametre i lastmodellen er modelleret som angivet i referencekombinationen. Derudover kan fraktilværdierne for fordelingsfunktionerne også ses i tabel 3.19.



Figur 3.13. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer på bromodel 1 med forskellige modelleringer af gangfrekvensen.

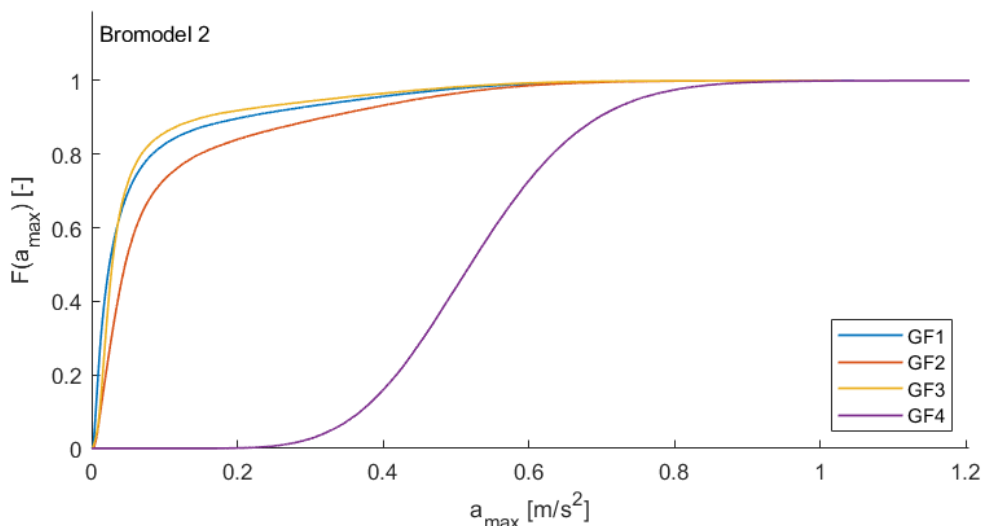
	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
GF1	0,1603	0,3594	1,3745
GF2	0,3371	0,9226	1,7193
GF3	0,5365	1,0642	1,7567
GF4	1,6038	1,8789	2,3155

Tabel 3.19. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for gangfrekvensen på bromodel 1.

Betragtes figur 3.13, ses det, at fordelingsfunktionerne for accelerationen ved de forskellige modeller varierer i høj grad. Sammenlignes de stokastiske modeller for gangfrekvensen, ses det, at middelværdien er afgørende for, hvilken fordelingsfunktion, der medfører de største accelerationer. Spredningen har også en væsentlig betydning, hvilket kan tydeliggøres ved at sammenligne resultaterne for GF3 og GF4, da begge disse ved bromodel 1 har en middelværdi på 2,2 Hz. Den deterministiske model GF4 medfører markant højere fraktiler for accelerationen, idet der ikke tages højde for gangfrekvenser, som ikke er sammenfaldende med egenfrekvensen. Når en spredning inkluderes, hvilket er tilfældet for GF3, fås lavere fraktilværdier for de maksimale accelerationer, eftersom en større del af de passerende fodgængere undgår resonans.

Bromodel 2

Ligesom for bromodel 1 udføres der også et parameterstudie af gangfrekvensen for bromodel 2. Herved kan det undersøges, om de samme tendenser viser sig for den virkelige bromodel som for den idealiserede simpelt understøttede bro. På figur 3.14 fremgår fordelingsfunktionerne ved anvendelse af de forskellige parametermodeller. Derudover fremgår fraktilerne i tabel 3.20.



Figur 3.14. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 med forskellige modelleringer af gangfrekvensen.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
GF1	0,0244	0,0635	0,3727
GF2	0,0461	0,1101	0,4483
GF3	0,0283	0,0550	0,3263
GF4	0,5201	0,6091	0,7500

Tabel 3.20. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for gangfrekvensen på bromodel 2.

Betragtes figur 3.14, kan det ses, at fordelingsfunktionerne ved brug af GF1, GF2 og GF3 ligger tættere end dem for bromodel 1. Derudover kan det også ses, at det er GF2, som resulterer i det største respons for de stokastiske modeller. Dette skyldes, at gangbroens egenfrekvens er 2,04 Hz, og at gangfrekvensen for GF2 har en middelværdi på 1,99 Hz, hvilket medfører, at sandsynligheden for, at der forekommer resonans er relativt stort. Af tabel 3.20 fremgår det tydeligt, at de maksimale accelerationer ved GF4 igen er meget højere end for de stokastiske modeller, fordi der forekommer resonans ved alle fodgængere, når denne model benyttes.

Begge bromodeller viser en markant følsomhed over for modelleringen af gangfrekvensen. Derfor er det afgørende at bevare denne parameter som en stokastisk variabel.

3.8.2 Skridtlængde

I følgende undersøgelse påvises det, om modelleringen af en persons skridtlængde har en indflydelse på accelerationsniveauet for gangbroen. Formålet med denne del er både at undersøge, om skridtlængden bør modelleres ud fra gangfrekvensen, men også om der forekommer forskelle mellem resultater bestemt ved deterministiske og stokastiske modeller. Førstnævnte undersøges ved brug af modellerne SL1 og SL2, imens betydningen

af en probabilistisk tilgang beskrives ved inddragelse af SL3. Værdierne for disse parametre fremgår opsummeret i tabel 3.21, men er yderligere beskrevet i afsnit 2.3.2.

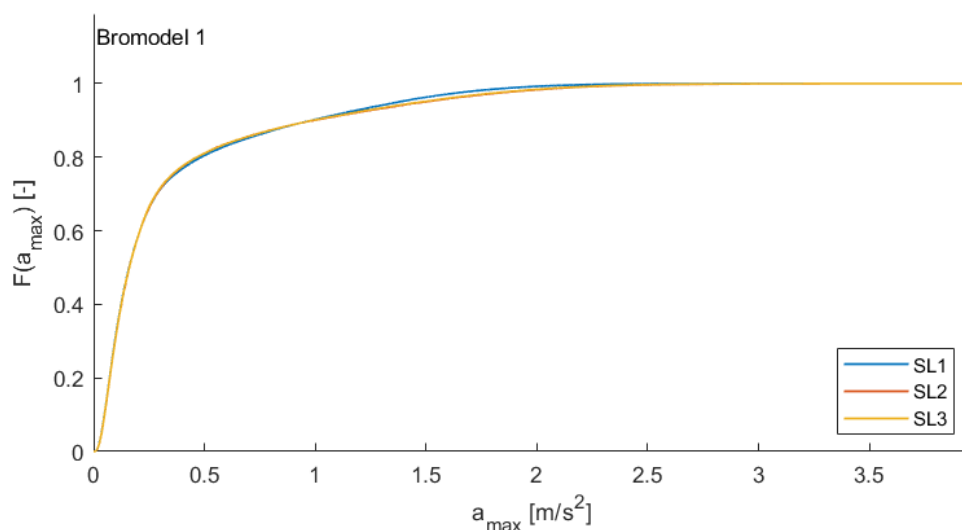
Teori		μ_{l_s} [m]	σ_{l_s} [m]	Fordeling
Wheeler - SL1		Formel (2.3)	-	Stokastisk
Živanović - SL2		0,71	0,071	Normalfordelt
Živanović - SL3		0,71	-	Deterministisk

Tabel 3.21. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for skridtlængden.

Af følgende to delafsnit udarbejdes parameterstudiet for henholdsvis bromodel 1 og 2.

Bromodel 1

På figur 3.15 er fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt for de tre forskellige modeller for skridtlængden, imens de resterende parametre i lastmodellen er modelleret som angivet i referencekombinationen. Derudover kan fraktilværdierne for fordelingsfunktionerne ses i tabel 3.22.



Figur 3.15. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1 med forskellige modelleringer af skridtlængden.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
SL1	0,1603	0,3594	1,3745
SL2	0,1601	0,3509	1,4920
SL3	0,1611	0,3490	1,4772

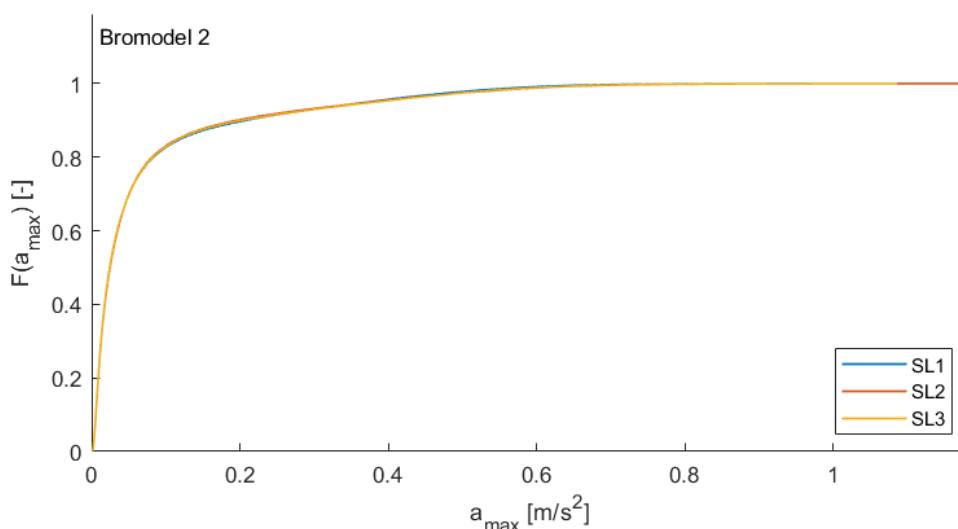
Tabel 3.22. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for skridtlængden på bromodel 1.

Af figur 3.15 samt af tabel 3.22 kan det ses, at fordelingsfunktionen ved brug af SL1 afviger en smule fra SL2 og SL3. Dette kan skyldes, at SL1 modelleres som en funktion af gangfrekvensen. Betragtes fraktilværdierne, fremgår det, at det kun er 95%-fraktilen ved brug af SL1, der afviger mærkbart fra de andre resultater. Dette skyldes, at de højeste værdier af skridtlængden ved brug af SL1 er højere end de højeste værdier for SL2 og SL3. Ved nærmere undersøgelse kan det nemlig observeres, at det kan have indflydelse på responset for bromodel 1, hvis forholdet mellem skridtlængden og broens længde reduceres. Derudover kan det ses, at spredningen for SL2 ikke har en stor betydning, når fraktilerne sammenlignes med den deterministiske udgave, SL3, eftersom forskellen mellem resultaterne for de to metoder er beskednen. Det kan konkluderes, at der er forskel på at modellere lastmodellen for bromodel 1 ved brug af SL1 og SL2, men at det primært er middelværdien, der har en betydning. Desuden er forskellen kun nævneværdig ved høje fraktiler.

Bromodel 2

Ligesom for det forrige studie udføres dette parameterstudie også for bromodel 2.

På figur 3.16 fremgår fordelingsfunktionerne ved brug af de forskellige parametermodeller. Derudover fremgår fraktilerne i tabel 3.23.



Figur 3.16. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 med forskellige modelleringer af skridtlængden.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
SL1	0,0244	0,0635	0,3727
SL2	0,0247	0,0628	0,3776
SL3	0,0244	0,0634	0,3820

Tabel 3.23. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for skridtlængden på bromodel 2.

Af figur 3.16 samt af tabel 3.23 fremgår det, at responset for de tre forskellige modeller ligger meget tæt, hvorfor modelleringen af denne parameter ikke har nogen nævneværdig indflydelse.

For bromodel 1 forekommer der mærkbare afvigelser mellem de forskellige måder at modellere middelværdien på. Dette er imidlertid ikke tilfældet for bromodel 2, hvilket efter nærmere undersøgelse ser ud til at skyldes broernes længde. I resten af rapporten benyttes SL1 stadig i referencekombinationen for lastparametrene, og det noteres, at dette i fremtidige parameterstudier kan føre til observationer, som stemmer overens med det, der er påvist i ovenstående. Det konkluderes herved, at skridtlængden kan modelleres deterministisk, og at modelleringen af middelværdien umiddelbart kun har en indflydelse for korte broer.

3.8.3 Personvægt

I følgende undersøgelse påvises, om modelleringen af personens vægt har en nævneværdig indflydelse på accelerationsniveauet for gangbroen. Formålet med denne afsnit er både at undersøge, om der bør tages højde for hvilke befolkningsgrupper, der forventes at benytte broen, men også om der forekommer forskelle mellem resultater bestemt ved deterministiske og stokastiske modeller. Førstnævnte undersøges ved brug af modellerne PV1, PV2 og PV3, imens betydningen af en probabilistisk tilgang beskrives ved inddragelse af PV4. Værdierne for disse parametermodeller er opsummeret i tabel 3.24 og er yderligere beskrevet i afsnit 2.3.3.

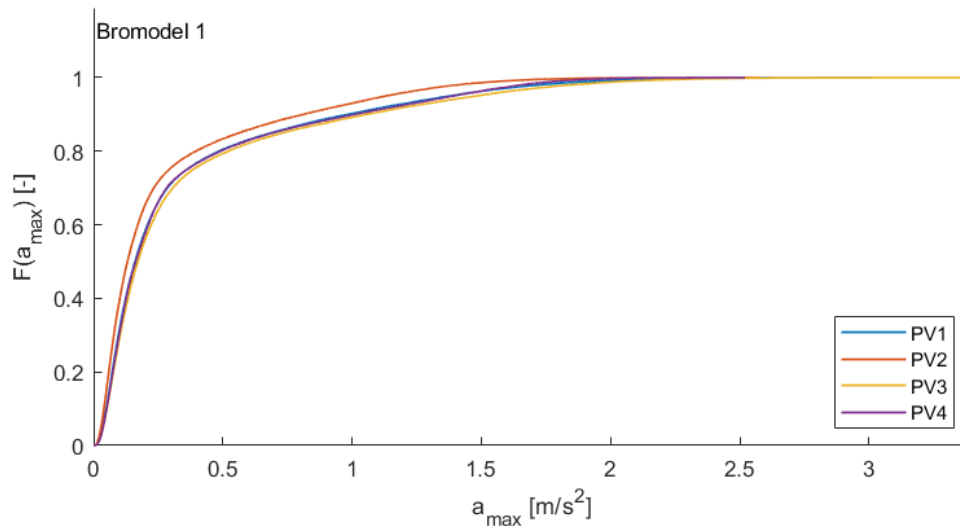
Teori		μ_G [N]	σ_G [N]	Fordeling
Danmark	- PV1	789	142	Normalfordelt
Kina	- PV2	643	116	Normalfordelt
USA	- PV3	841	151	Normalfordelt
Danmark	- PV4	789	-	Deterministisk

Tabel 3.24. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for personvægten.

Af følgende to delafsnit udarbejdes parameterstudiet for henholdsvis bromodel 1 og 2.

Bromodel 1

På figur 3.17 er fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt for de fire forskellige modeller for personvægten, imens de resterende parametre i lastmodellen er modelleret som angivet i referencekombinationen. Derudover kan fraktilerne for fordelingsfunktionerne også ses i tabel 3.25.



Figur 3.17. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1 med forskellige modelleringer af personvægten.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
PV1	0,1603	0,3594	1,3745
PV2	0,1307	0,2918	1,1285
PV3	0,1712	0,3839	1,4782
PV4	0,1627	0,3604	1,3906

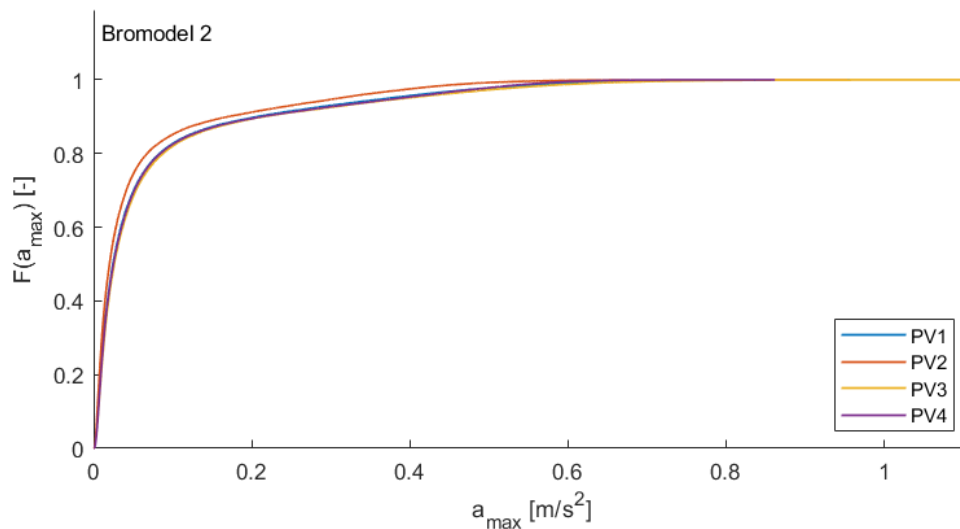
Tabel 3.25. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for personvægten på bromodel 1.

Det fremgår af figur 3.17 og tabel 3.26, at der forekommer væsentlige forskelle i resultaterne ved brug af parametermodellerne PV1, PV2 og PV3. Dette er ikke overraskende, da personvægten og det dynamiske respons er proportionale med hinanden. Sammenlignes PV1 med PV4, som blot er en deterministisk udgave af PV1, ses det, at disse næsten er identiske, og deres fraktilniveauer ligger tæt. Dette indikerer, at det dynamiske respons ikke er følsomt over for, om personens vægt modelleres deterministisk eller stokastisk, og derfor bør der primært tages højde for middelværdien af personvægten. I overensstemmelse med dette må forskellene i resultaterne for PV1, PV2 og PV3 hovedsageligt skyldes de forskellige middelværdier, der benyttes. Denne tendens giver anledning til overvejelser om, hvorvidt forskellige modeller for personvægten bør benyttes afhængig af geografisk placering og andre faktorer, som har indvirkning på typen af mennesker, der forventes at krydse broen. Benyttes eksempelvis PV3, som er baseret på statistikker fra USA, til dimensionering af en gangbro i Kina, er det sandsynligt, at gangbroens tilladte acceleration i virkeligheden overskrides meget sjældnere, end hvis PV2 havde været benyttet til dimensioneringen. Herved kan valget af parametermodel medvirke til, at gangbroen overdimensioneres, hvis ikke der tages højde for faktorer som beskrevet ovenfor.

Bromodel 2

Dette parameterstudie udføres også for bromodel 2.

På figur 3.18 fremgår fordelingsfunktionerne for de forskellige lastmodeller. Derudover fremgår fraktilværdierne i tabel 3.26.



Figur 3.18. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 med forskellige modelleringer af personvægten.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
PV1	0,0244	0,0635	0,3727
PV2	0,0201	0,0515	0,3098
PV3	0,0261	0,0669	0,3940
PV4	0,0251	0,0642	0,3862

Tabel 3.26. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for personvægten på bromodel 2.

Betragtes figur 3.18 samt tabel 3.26, kan det ses, at der også forekommer væsentlige forskelle i resultaterne ved brug af parametermodellerne PV1, PV2 og PV3 ligesom for bromodel 1. Sammenlignes PV1 med PV4 kan det igen ses, at disse næsten er ens, hvilket tyder på, at stokastisk modellering af personvægten ikke er nødvendig.

Det vurderes for begge bromodeller, at det er tilstrækkeligt at anvende den deterministiske model, eftersom forskellen mellem resultaterne ved brug af PV1 og PV4 anses for at være negligerbare.

3.8.4 Dynamisk lastfaktor

I denne afsnit af undersøgelsen evalueres det, hvorvidt den dynamiske lastfaktor har en påvirkning på accelerationsniveauet for gangbroen. Formålet med denne del af analysen er både at undersøge, om størrelsen på den dynamiske lastfaktor påvirker gangbroens acceleration, men også om der forekommer afvigelser mellem resultater bestemt med

og uden en spredning af α_i . Denne undersøgelse indeholder en stokastisk model DLF1, som også er anvendt i referencekombinationen af parametermodeller, men også to andre stokastiske modeller, DLF2 og DLF3. DLF2 er en variation af DLF1, hvor spredningen negligeres. DLF3 repræsenterer en alternativ model, der anvendes til sammenligning af middelværdierne, idet spredningen ligeledes udelades for denne model. Selvom spredningen negligeres, er modellerne dog stadig stokastiske, såfremt gangfrekvensen er stokastisk, eftersom modellerne afhænger af denne parameter. Værdierne for disse parametermodeller fremgår i tabel 3.27 og er yderligere beskrevet i afsnit 2.3.4.

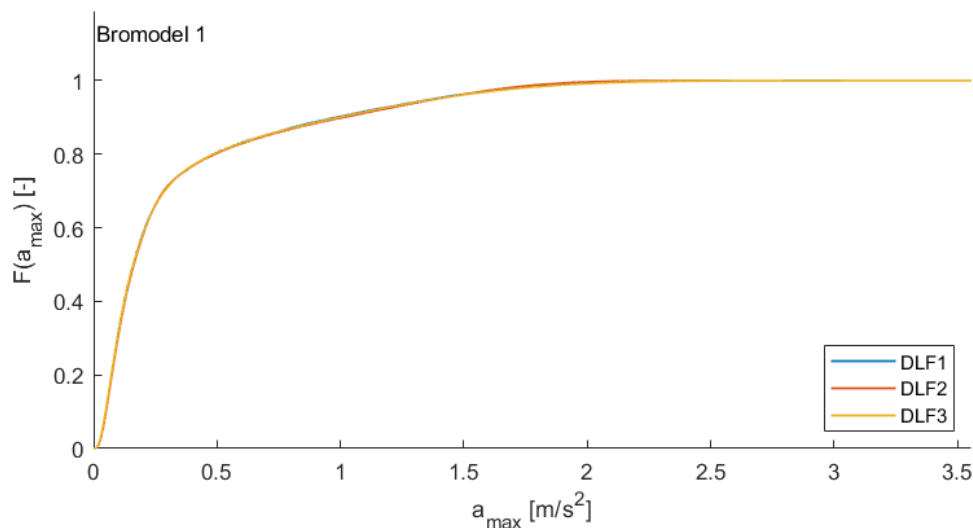
Teori		μ_{α_i} [-]	σ_{α_i} [-]	Fordeling
Kerr og Živanović	- DLF1	Formel (2.4)	Formel (2.5)	Normalfordelt
Kerr	- DLF2	Formel (2.4)	-	Stokastisk
Young	- DLF3	Formel (2.6)	-	Stokastisk

Tabel 3.27. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for den dynamiske lastfaktor.

Af følgende to delafsnit udarbejdes parameterstudiet for henholdsvis bromodel 1 og 2.

Bromodel 1

På figur 3.19 er fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt for de tre forskellige modeller for den dynamiske lastfaktor, hvor de resterende parametre i lastmodellen er modelleret som angivet i referencekombinationen. Derudover er fraktilværdierne for de maksimale accelerationer angivet i tabel 3.28.



Figur 3.19. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1 med forskellige modelleringer af den dynamiske lastfaktor.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
DLF1	0,1603	0,3594	1,3745
DLF2	0,1630	0,3619	1,3892
DLF3	0,1605	0,3592	1,3844

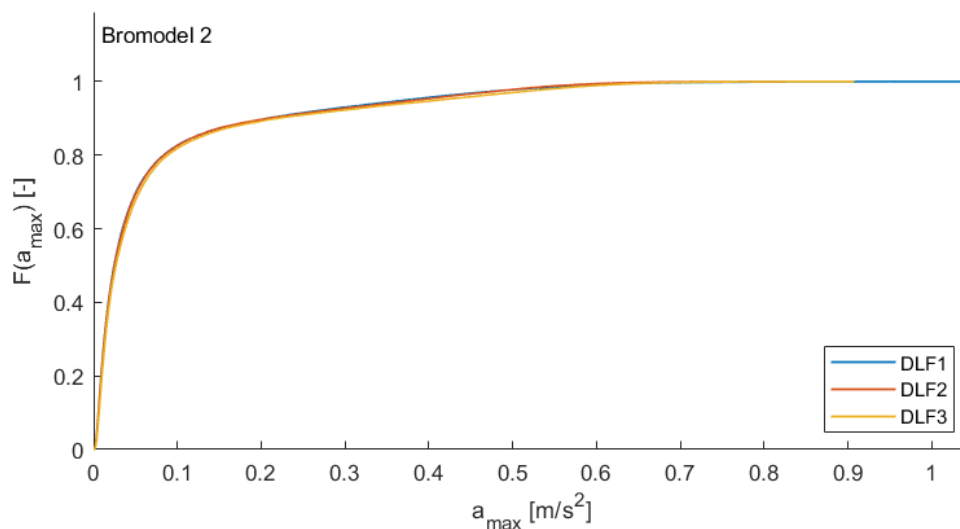
Tabel 3.28. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for den dynamiske lastfaktor på bromodel 1.

På figur 3.19 og tabel 3.28 kan det ses, at de tre modeller producerer næsten identiske resultater. Dette tyder ikke blot på, at det er underordnet, om den dynamiske lastfaktor modelleres med eller uden spredning, men også at det ikke er af stor betydning, om der tages udgangspunkt i modellen af Kerr og Živanović eller Young.

Bromodel 2

Den samme analyse udføres ligeledes for bromodel 2.

På figur 3.20 fremgår fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt ved forskellige parametermodeller. Derudover fremgår fraktilværdierne i tabel 3.29.



Figur 3.20. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 med forskellige modelleringer af den dynamiske lastfaktor.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
DLF1	0,0244	0,0635	0,3727
DLF2	0,0250	0,0639	0,3849
DLF3	0,0265	0,0676	0,4120

Tabel 3.29. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for den dynamiske lastfaktor på bromodel 2.

Af figur 3.20 samt af tabel 3.29, fremgår det, at DLF1 og DLF2 giver værdier, der ligger meget tæt. Dette indikerer, at det dynamiske respons ikke er følsomt over for, om den

dynamiske lastfaktor modelleres med en spredning. DLF3 giver en 95%-fraktil, der afviger en smule fra de andre modeller, men forskellen er ikke drastisk.

Det kan for begge bromodeller vurderes, at det er tilstrækkeligt at anvende modeller uden spredning, eftersom responset ikke er følsomt over for spredningen af parameteren. Der observeres dog en svag afvigelse mellem resultater ved DLF3 og de resterende parametre, hvilket indikerer, at de maksimale accelerationer har en grad af følsomhed overfor modelleringen af middelværdien.

3.8.5 Faseforskydning

I følgende undersøgelse påvises, om modelleringen af faseforskydningen har en nævneværdig indflydelse på accelerationsniveauet for gangbroen. Jf. afsnit 2.3.5 ses det, at to forskellige modelleringsmetoder, FASE1 og FASE2, er anvendt til pågældende undersøgelse. I FASE1 er faseforskydningen sat til en værdi, som er uniformt fordelt mellem 0 og 2π . For at eftervise betydningen af faseforskydningen er FASE2 implementeret. I FASE2 er faseforskydningen sat lig med 0 rad for den første harmoniske lastkomponent, som er den eneste, der benyttes i indeværende kapitel. Værdierne for FASE1 og FASE2 er opsummeret i tabel 3.30 og er yderligere beskrevet i afsnit 2.3.5.

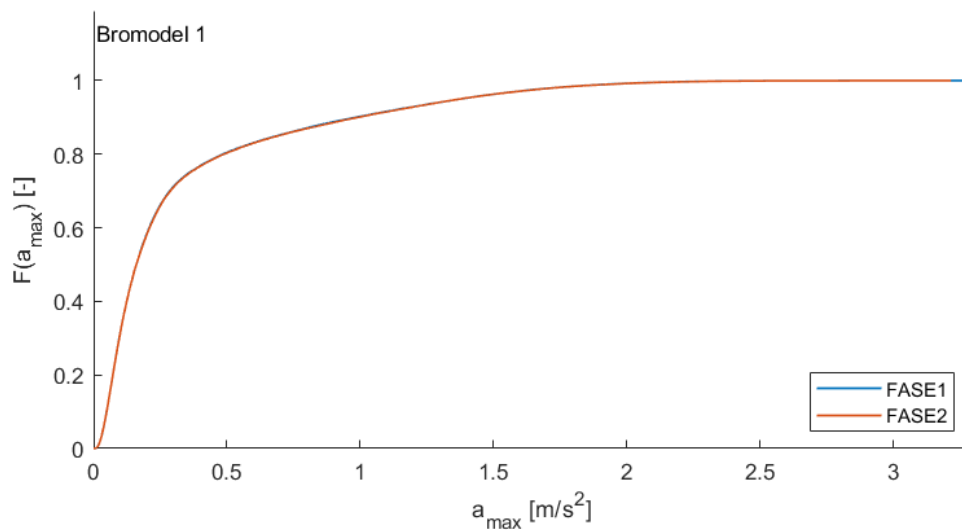
Teori	ϕ_1 [-]	Fordeling [-]
- FASE1	$[0; 2\pi]$	Uniform fordelt
Bachmann og Ammann - FASE2	0 rad	Deterministisk

Tabel 3.30. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for faseforskydningen.

Af følgende to delafsnit udarbejdes parameterstudiet for henholdsvis bromodel 1 og 2.

Bromodel 1

På figur 3.19 er fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemt for de to forskellige parametermodeller for faseforskydningen, hvor de resterende parametre i lastmodellen er modelleret som angivet i referencekombinationen. Derudover kan udvalgte fraktilværdier ses i tabel 3.28.



Figur 3.21. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1 med forskellige modelleringer af faseforskydningen.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
FASE1	0,1603	0,3594	1,3745
FASE2	0,1601	0,3619	1,3742

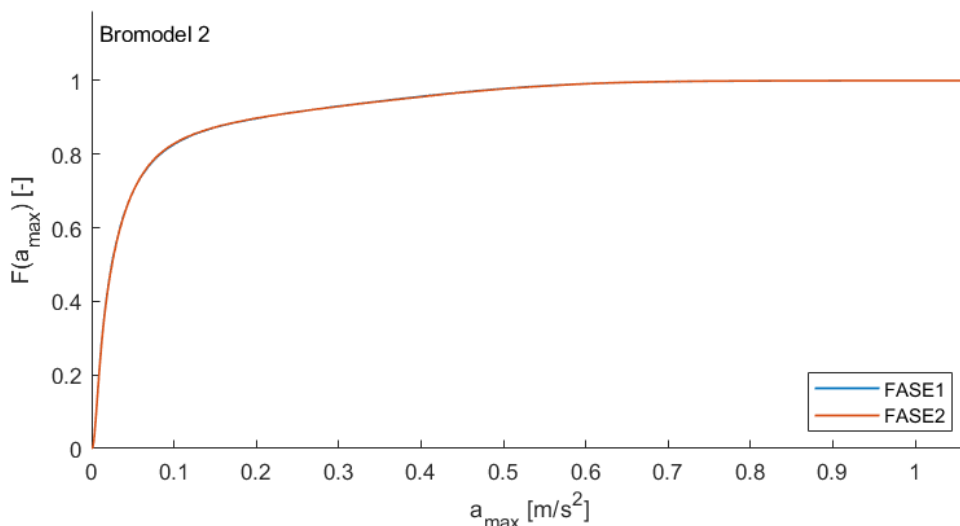
Tabel 3.31. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for faseforskydningen på bromodel 1.

Betragtes figur 3.21 kan det tydeligt ses, at accelerationsniveauet for de forskellige modelleringsmetoder tilnærmelsesvis er identiske. Det kan dermed konkluderes, at modelleringsmetoden for denne parameter ikke har nogen nævneværdig indflydelse.

Bromodel 2

Ligesom de forrige studier udføres dette parameterstudie også for bromodel 2.

På figur 3.22 fremgår fordelingsfunktionerne for de forskellige lastmodeller. Derudover fremgår fraktilværdier i tabel 3.32.



Figur 3.22. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 med forskellige modelleringer af faseforskydningen.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
FASE1	0,0244	0,0635	0,3727
FASE2	0,0248	0,0632	0,3759

Tabel 3.32. Fraktilværdier for maksimale accelerationer bestemt ved forskellige modeller for faseforskydningen på bromodel 2.

Det fremgår af figur 3.22 samt af tabel 3.32, at modelleringen af denne parameter ikke har nogen nævneværdig indflydelse. Dette gælder dermed både for bromodel 1 og bromodel 2. En forklaring på den manglende indflydelse kan være, at tidsperioden for et enkelt skridt er meget mindre end den tid, det tager at passere hele broen. Skulle der eksempelvis blot to eller tre skridt til at passere broen, ville faseforskydningen muligvis have en større betydning. Samtidig er kun en enkelt harmonisk lastkomponent inkluderet. Det er muligt, at faseforskydningen kan have en betydning for den samlede last, når der inkluderes flere harmoniske lastkomponenter, hvilket undersøges nærmere i kapitel 4.

3.8.6 Opfølgende undersøgelse af parametermodeller

I denne del af kapitlet er der udarbejdet et parameterstudie for at undersøge indflydelsen på gangbroens respons, når parametrene i lastmodellen modelleres med forskellige parametermodeller. Som tidligere beskrevet justeres én parameter ad gangen, imens de resterende fastholdes ved de modeller, der er givet i referencekombinationen i tabel 2.6. Ud fra analyserne af de enkelte parametre kan det vurderes hvilke af parametrene, det er tilstrækkeligt at modellere som deterministiske variable. For at vurdere om det er tilstrækkeligt at modellere en parameter deterministisk, er resultaterne for denne sammenlignet med resultaterne ved brug af en stokastisk parametermodel. Hvis responset ikke har nogen nævneværdig afvigelse, vurderes det tilstrækkeligt at modellere den enkelte parameter som deterministisk.

Betragtes de foregående analyser kan det ses, at den eneste parameter hvor responset er følsomt overfor, om modelleringsmetoden er stokastisk eller deterministisk er gangfrekvensen. Det konkluderes, at det er nødvendigt at modellere denne stokastisk. Det kan dermed også konkluderes, at skridtlængden, personvægten og faseforskydningen kan modelleres deterministisk. Eftersom α_1 afhænger af gangfrekvensen, betragtes denne stadig som værende stokastisk, men den dynamiske lastfaktors egen spredning kan udelades. Med henblik på at undersøge, om der opnås en samlet effekt af at modellere alle disse parametre deterministisk eller blot uden spredning samtidigt, opstilles en kombination for parametrene, hvor det kun er gangfrekvensen, der har en spredning. Denne fremgår af tabel 3.33 og benævnes den simplificerede kombination af parametermodeller.

	f_s - GF1 [Hz]	l_s - SL3 [m]	G - PV4 [N]	α_1 - DLF2 [-]	ϕ_1 - FASE2 [rad]
	Stokastisk	Deterministisk	Deterministisk	Stokastisk	Deterministisk
μ	1,87	0,71	789	Formel (2.4)	0
σ	0,186	0	0	0	0

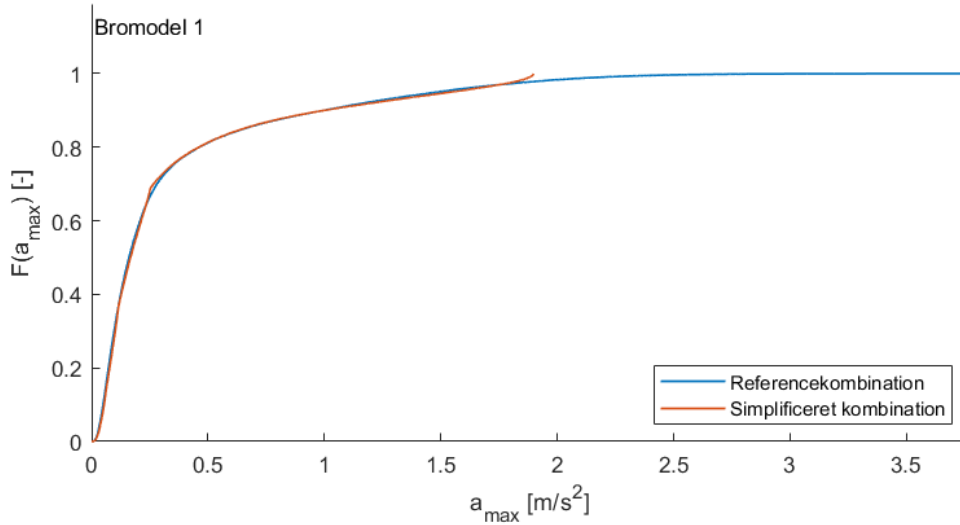
Tabel 3.33. Simplificeret kombination af parametermodeller hvor kun gangfrekvensen har en spredning.

Denne model skal sammenlignes med en model, hvor alle parametrene er stokastiske. Benyttes referencekombinationen fra tabel 2.6 vil der dog opstå en komplikation i sammenligningen mellem ovenstående model og referencekombinationen, idet det er påvist, at modelleringen af skridtlængdens middelværdi har indflydelse på det dynamiske respons for bromodel 1. Denne afvigelse fremgår tydeligt af tabel 3.22. Dette betyder, at det ikke kan vides, om eventuelle afvigelser skyldes skridtlængdens middelværdi eller den deterministiske modellering af de resterende parametre. Det vil derfor være mere hensigtsmæssigt at erstatte SL1 i referencekombinationen med SL2. I tabel 3.34 ses referencekombinationen, hvor SL1 er erstattet med SL2.

	f_s - GF1 [Hz]	l_s - SL2 [m]	G - PV1 [N]	α_1 - DLF1 [-]	ϕ_1 - FASE1 [rad]
	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk
μ	1,87	0,71	789	Formel (2.4)	$[0; 2\pi]$
σ	0,186	0,071	14,2	Formel (2.5)	-

Tabel 3.34. Referencekombination af parametermodeller hvor SL1 er erstattet med SL2.

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer bestemmes ved brug af begge kombinationer af parametermodeller. Resultaterne fremgår af figur 3.23, imens fraktilværdier kan ses på tabel 3.35



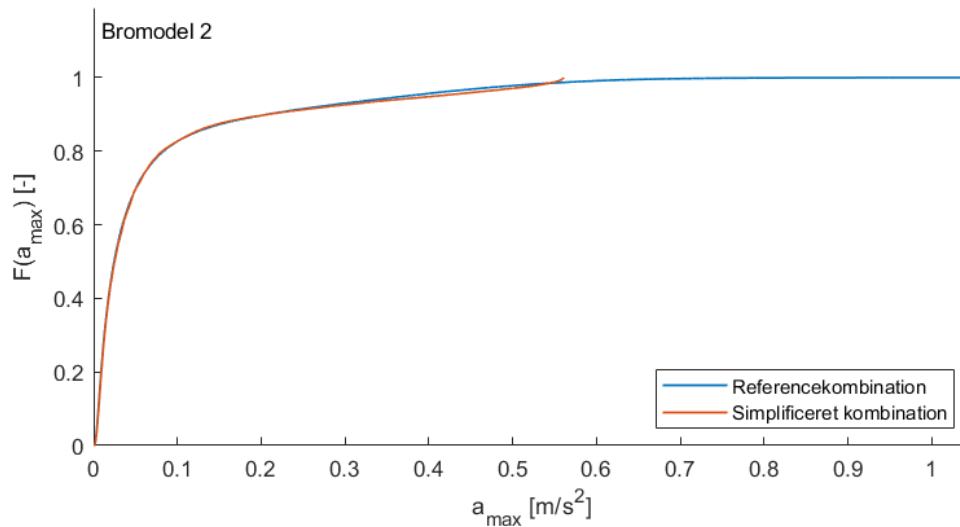
Figur 3.23. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 1 for referencekombinationen og den simplificerede kombination af parametermodeller.

	Reference	Simplificeret	Afvigelse
	[m/s ²]	[m/s ²]	[%]
$a_{max,50}$	0,1601	0,1668	4,18
$a_{max,75}$	0,3509	0,3422	-2,48
$a_{max,95}$	1,4920	1,5434	3,44

Tabel 3.35. Sammenligning af fraktilværdier for accelerationsniveauet for referencekombinationen og den simplificerede kombination af parametermodeller.

Betragtes figur 3.23 kan det ses, at fordelingsfunktionerne næsten er helt sammenfaldende. Der haves en afvigelse mellem fordelingsfunktionerne for de allerstørste maksimale accelerationer, men disse afvigelser forekommer først ved fraktiler, der er højere end 97%. Efter en nærmere undersøgelse kan det konkluderes, at denne variation opstår, når både skridtlængden og den dynamiske lastfaktor modelleres uden spredning. I overensstemmelse med rapportens tidligere afsnit fokuseres der på 50%-, 75%- og 95%-fraktilerne, da højere fraktiler end disse vil svare til en meget sjælden forekomst, hvilket ikke vurderes at være passende, når der arbejdes med anvendelsesgrænsetilstanden. Derfor tillægges denne forskel mellem kombinationerne ikke yderligere værdi. Fraktilerne på tabel 3.35 ligger meget tæt, hvilket bekræfter, at der ikke forekommer store afvigelser mellem de to undersøgte kombinationer af parametermodeller. For bromodel 1 kan det herved bekræftes, at det kun er nødvendigt at inkludere en spredning for gangfrekvensen, når bro- og lastmodeller indeholder henholdsvis $j = 1$ egensvingningsform og $k = 1$ harmonisk lastkomponent.

Samme analyse er også foretaget for bromodel 2, hvilket fremgår af figur 3.24 og tabel 3.36



Figur 3.24. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration på bromodel 2 for referencekombinationen og den simplificerede kombination af parametermodeller.

	Reference	Simplificeret	Afvigelse
	[m/s ²]	[m/s ²]	[%]
$a_{max,50}$	0,0247	0,0251	1,62
$a_{max,75}$	0,0628	0,0635	1,11
$a_{max,95}$	0,3776	0,4080	8,05

Tabel 3.36. Sammenligning af fraktilværdier for accelerationsniveauet for referencekombinationen og den simplificerede model.

Betragtes figur 3.24, kan det ses, at de to fordelingsfunktioner næsten er sammenfaldende, hvilket også fremgår af fraktilværdierne i tabel 3.36. Ligesom for den forrige bromodel kan det ses, at fordelingsfunktionen for den simplificerede kombination har et bemærkelsesværdigt forløb placeret mellem $a_{\max} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ og $0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, hvilket igen tilsyneladende skyldes modelleringsmetoden af skridtlængden og den dynamiske lastfaktor. Der fokuseres ikke yderligere på denne, idet fraktilværdierne i stedet evalueres. Eftersom værdierne for disse ligger tæt, vurderes det, at den simplificerede kombination giver brugbare resultater.

3.9 Konklusion

På baggrund af analyserne med Eurocode, BS 5400 og den stokastiske lastmodel konkluderes det, at der er betydelige forskelle i hvilken model, der benyttes til at bestemme de maksimale accelerationer. Eurocode giver generelt høje accelerationer, eftersom disse for bromodel 1 og 2 svarer til henholdsvis 97%- og 98%-fraktilen ved brug af den stokastiske lastmodel. Eftersom der ikke er defineret specifikke krav til maksimale accelerationer på gangbroer i Eurocode eller for den probabilistiske metode, foretages en vurdering i dette projekt. Det vurderes, at Eurocode er for konservativ i forhold til den stokastiske lastmodel, og derfor arbejdes der i projektet videre med probabilistiske estimater. Denne vurdering er primært foretaget på baggrund af, at en 95%-fraktil antages at være mere hensigtsmæssig i forbindelse med dimensionering af gangbroer. BS 5400 kan imidlertid ikke på samme måde sammenlignes, da der eksisterer særskilte krav for denne metode, som ikke nødvendigvis kan benyttes for andre metoder. Såfremt der kan opstilles brugbare krav til den stokastiske lastmodel i samarbejde med bygherre, vurderes det dog, at denne generelt giver resultater, der er mere tro mod virkeligheden.

Konklusionen på parameterstudiet af lastmodellen med $k = 1$ harmonisk lastkomponent virkende på bromodeller med $j = 1$ egensvingningsform lyder på, at det er acceptabelt kun at modellere gangfrekvensen med en spredning, imens de resterende parametre modelleres uden en spredning. Samtidig bemærkes det, at det for skridtlængden, den dynamiske lastfaktor og faseforskydningen ikke har nogen særlig betydning hvilken af de undersøgte parametermodeller, der benyttes. For skridtlængden gælder dette dog kun for bromodel 2, eftersom bromodel 1 er meget kortere. I det følgende kapitel udvides både bro- og lastmodeller til at indeholde flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter. Hertil undersøges det, om udvidelse af modellerne ændrer kravene til modellering af de parametre, der er behandlet i ovenstående.

Udvidede bro- og lastmodeller 4

4.1 Introduktion

I foregående kapitel er det kun den harmoniske lastkomponent tilhørende den første harmoniske frekvens, der er inkluderet i den stokastiske lastmodel. Når en tidsserie for ganglasten transformeres til frekvensdomænet, ses det dog, at der i multipla af den første harmoniske frekvens, som er lig med gangfrekvensen, også forekommer peaks i energien. Dette tages der højde for ved at inkludere flere end blot den første harmoniske lastkomponent i den stokastiske lastmodel. Det antages dermed stadig, at personers gangforløb er periodiske.

I indeværende kapitel udvides de tidligere benyttede bromodeller til at inkludere $j = 4$ egensvingningsformer, imens den stokastiske lastmodel udvides til at inkludere $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. Formålet med dette kapitel er herved at undersøge, om det har nogen betydning, at bro- og lastmodeller udvides til at inkludere flere egensvingningsformer og flere harmoniske lastkomponenter. I følgende afsnit redegøres der for de analyser, der er udvalgt til at belyse denne betydning.

4.1.1 Metode

Alle analyser i indeværende kapitel udføres med den stokastiske lastmodel, der er opstillet i afsnit 2.3, hvor det er muligt at variere antallet af harmoniske lastkomponenter. De stokastiske parametre, der indgår i modellen, modelleres med udgangspunkt i de parametermodeller, som er angivet i referencekombinationen på tabel 2.6. Til at belyse betydningen af udvidelse af bro- og lastmodellerne udføres en række analyser, hvor antal egensvingningsformer j og antal harmoniske lastkomponenter k varieres. De maksimale accelerationer i dette kapitel beregnes i to forskellige punkter på hver bro, hvilket forklares nærmere i afsnit 4.2.4. Først betragtes bromodel 1 og 2, hvor disse modelleres med $j = 1$, imens de maksimale accelerationer beregnes ved brug af den stokastiske lastmodel med henholdsvis $k = 1$ og $k = 4$. Dernæst udvides bromodellerne til at indeholde et antal egensvingningsformer på $j = 4$, hvorefter de maksimale accelerationer atter beregnes for den stokastiske lastmodel med både $k = 1$ og $k = 4$. Et overblik over de analyser, der udføres, ses i tabel 4.1. Alle analyser udføres for både bromodel 1 og bromodel 2.

Undersøgelse	Antal egensvingningsformer, j	Antal harmoniske lastkomponenter, k
1	1	1
2	1	4
3	4	1
4	4	4

Tabel 4.1. Undersøgelser der udføres i dette kapitel.

Det er ikke en forudsætning, at antallet af egensvingningsformer og antallet af harmoniske lastkomponenter skal være ens, og der kan derfor godt benyttes flere end fire harmoniske

lastkomponenter, selvom der kun benyttes fire egensvingningsformer. Det vurderes dog, at $k = 4$ harmoniske lastkomponenter er tilstrækkeligt til at påvise eventuelle ændringer i de maksimale accelerationer som følge af udvidelse af modellerne. Når de maksimale accelerationer for de førnævnte analyser er beregnet, fås forskellige fordelingsfunktioner for de maksimale accelerationer for både bromodel 1 og bromodel 2. Disse fordelingsfunktioner sammenlignes visuelt ved betragtning af deres grafer, og til yderligere sammenligning inkluderes udvalgte fraktilværdier. Slutteligt udføres et følsomhedsstudie af parametrene i lastmodellen, når der benyttes $k = 4$ harmoniske lastkomponenter på bromodellerne med $j = 4$ egensvingningsformer.

4.2 Benyttede gangbroer

I afsnit 3.2 er de benyttede bromodeller til sammenligningen med eksisterende normer beskrevet. De eksisterende normer, som indbefatter Eurocode og BS 5400, er sammenlignet med en stokastisk lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent, og gangbroerne ved disse metoder er modelleret med $j = 1$ egensvingningsform, som tilhører den laveste egenfrekvens. Til dette formål er det derfor tilstrækkeligt blot at definere bromodellerne ud fra deres laveste egenfrekvens og egensvingningsform samt dæmpningsforholdet og modalmassen tilhørende samme egensvingningsform. I indeværende kapitel introduceres en lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter samt bromodeller, hvor $j = 4$ egensvingningsformer benyttes, og af denne årsag er det ikke længere muligt kun at beskrive broerne ud fra egenskaberne tilhørende en enkelt egensvingningsform. Det er valgt, at der benyttes fire egensvingningsformer, fordi der netop er beskrevet fire egensvingningsformer for den virkelige bro i Živanović et al. [2007a].

4.2.1 Bromodeller

Bromodellerne i dette kapitel er næsten identiske med dem, der er introduceret i afsnit 3.2.1, eftersom den eneste forskel er, at der benyttes flere egensvingningsformer. For bromodel 1 fastholdes massen, længden og dæmpningsforholdet, imens egenfrekvenserne for de forskellige egensvingningsformer beregnes ud fra teorien om simpelt understøttede bjælker, som er udledt i bilag A.2. Den laveste egenfrekvens er 2,2 Hz, og de resterende egenfrekvenser kan beregnes ved formel (4.1) [Damkilde, 2021].

$$f_p = \frac{p^2 \pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} = p^2 f_1 \quad (4.1)$$

Hvor:

f_p	Egenfrekvens for den p'te egensvingningsform [Hz]
p	Nummer for egenfrekvens [-]
L	Længde af broen [m]
EI	Bøjningsstivheden [$\text{N} \cdot \text{mm}^2$]
μ	Masse pr. længdeenhed [$\frac{\text{kg}}{\text{m}}$]

Eftersom den første egenfrekvens kendes, kan udtrykket omskrives, så de resterende egenfrekvenser kan beregnes ud fra den første, hvilket ses på højre side af det andet lighedstegn.

Af Živanović et al. [2007a] fremgår de fire laveste egenfrekvenser samt dæmpningsforholdene, ζ_p , tilhørende hver egensvingningsform for gangbroen i Podgorica. I modsætning til bromodel 1 varieres dæmpningsforholdet for bromodel 2 afhængigt af hvilken egensvingningsform, der benyttes. Dette skyldes, at der foreligger målte værdier af dæmpningsforholdet for den virkelige bro, hvilket ikke er tilfældet for den fiktive bro. For bromodel 1 forbliver dæmpningsforholdet derfor på 1% for alle egensvingningsformer. De relevante parametre for begge bromodeller fremgår af tabel 4.2.

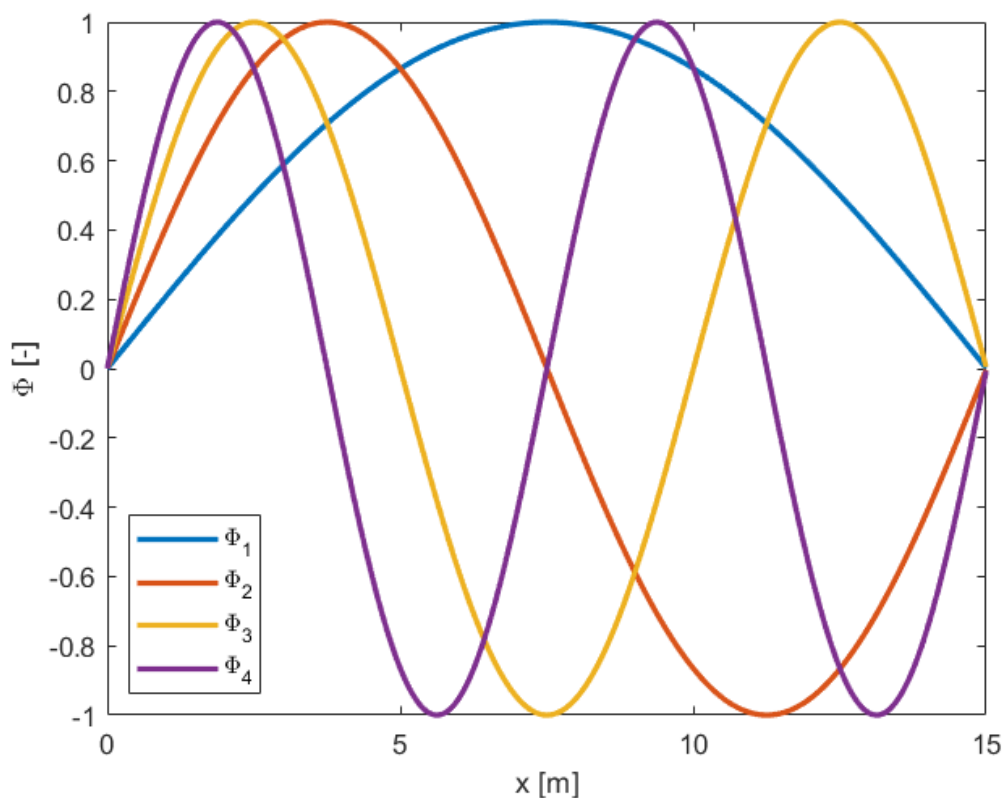
Bromodel	L [m]	M_p [kg]	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	ζ_1 [%]	ζ_2 [%]	ζ_3 [%]	ζ_4 [%]
1	15	4750	2,2	8,8	19,8	35,2	1	1	1	1
2	104	58000	2,04	3,36	7,56	7,98	0,22	1,86	0,76	0,6

Tabel 4.2. Gangbroer benyttet i undersøgelse af udvidede bro- og lastmodeller.

Egenfrekvenserne for den virkelige bro ligger markant tættere end for den fiktive bro. Ved analyser med flere egensvingningsformer kan det herved undersøges, om dette har en nævneværdig indvirkning på, hvor mange harmoniske lastkomponenter, der bør inkluderes i lastmodellen.

4.2.2 Egensvingningsformer

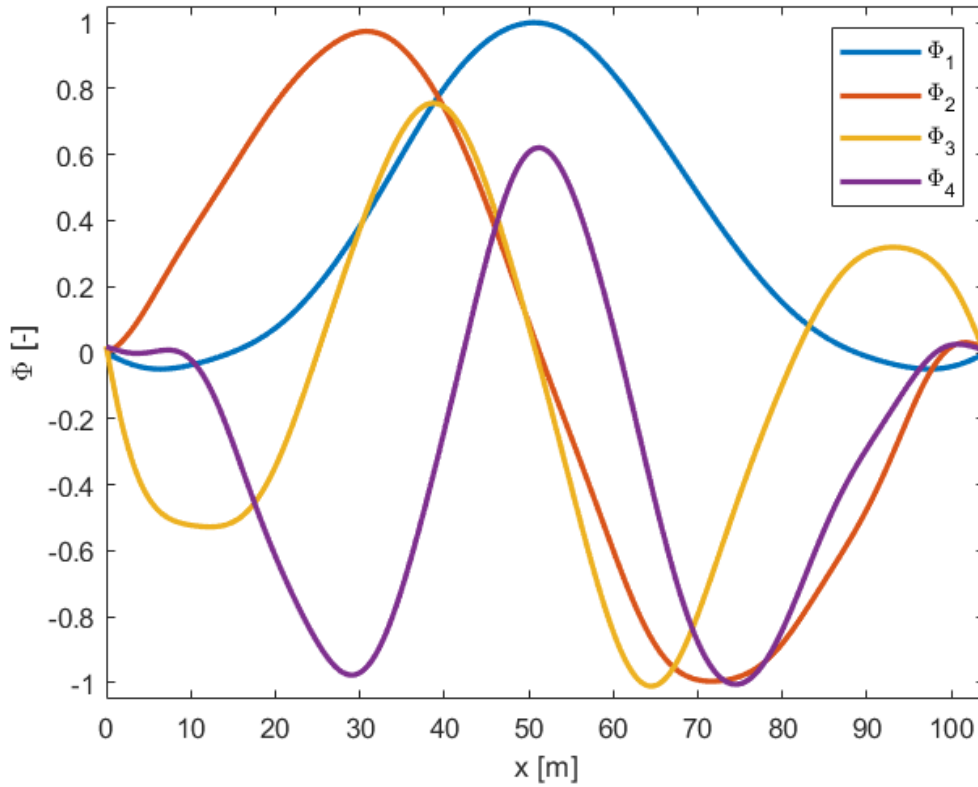
Som beskrevet introduceres bromodeller med $j = 4$ egensvingningsformer samt lastmodeller med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter i dette kapitel, og der redegøres derfor for de benyttede egensvingningsformer i det følgende. Bromodel 1 modelleres som en simpelt understøttet bjælke, og derfor kan egensvingningsformerne bestemmes ved det analytiske udtryk på formel 3.1, som er udledt i bilag A.2. På figur 4.1 ses en skitsering af de fire første egensvingningsformer.



Figur 4.1. Egensvingningsformer for bromodel 1.

Det fremgår af figuren, at de største udsving for gangbroen ikke forekommer samme sted for alle egensvingningsformerne, og derfor kan det ikke længere antages, at den største acceleration findes midt på broen. Det vil øge simuleringstiden markant, hvis accelerationen skal beregnes på hele broen, og derfor udvælges i stedet to punkter, der vurderes at være interessante at undersøge. Alle undersøgelser for den pågældende bromodel kan herved foretages i de to undersøgelsespunkter, hvilket medfører en nævneværdig reduktion af simuleringstiden. Uddybning af dette samt bestemmelse af de specifikke punkter på bromodel 1 kan ses i afsnit 4.2.4.

Der redegøres ligeledes for egensvingningsformerne for bromodel 2. Metoden til at bestemme de fire egensvingningsformer er beskrevet i afsnit 3.2.2, imens udførelsen af denne metode fremgår af bilag D. De fire første egensvingningsformer for bromodel 2 ses på figur 4.2.



Figur 4.2. Egensvingningsformer for bromodel 2.

Eftersom de fire egensvingningsformer har meget forskellige udformninger, er det relevant at undersøge, om inkluderingen af flere end blot den første medfører nævneværdige ændringer i de maksimale accelerationer. Da de største udsving for de forskellige egensvingningsformer forekommer på forskellige positioner i broens længderetning, skal der igen tages højde for dette ved at udvælge to undersøgelsespunkter, hvilket forklares nærmere i afsnit 4.2.4.

4.2.3 Modalfrekvensresponsspektre

Med henblik på at øge forståelsen for de benyttede bromodellers respons opstilles modalfrekvensresponsspektre for begge broer. Fordelen ved at implementere modalfrekvensresponsspektre er, at sammenhængen mellem den dynamiske forstærkning og broernes egenfrekvenser kan illustreres, hvilket kan bruges til at forklare, hvordan broerne opfører sig, når de udsættes for belastning. I det følgende beskrives modalfrekvensresponsspektrene for bromodellerne, idet alle fire egensvingningsformer inkluderes, da dette giver den bedste overordnede forståelse for broernes respons. Modalfrekvensresponsspektrene bestemmes for hver egensvingningsform ved brug af formel (4.2). [Nielsen, 2004].

$$H_p(\omega) = \frac{1}{M_p(z^2 + 2\zeta_p\omega_p z + \omega_p^2)} \quad , \quad z = \sqrt{-1} \cdot \omega \quad (4.2)$$

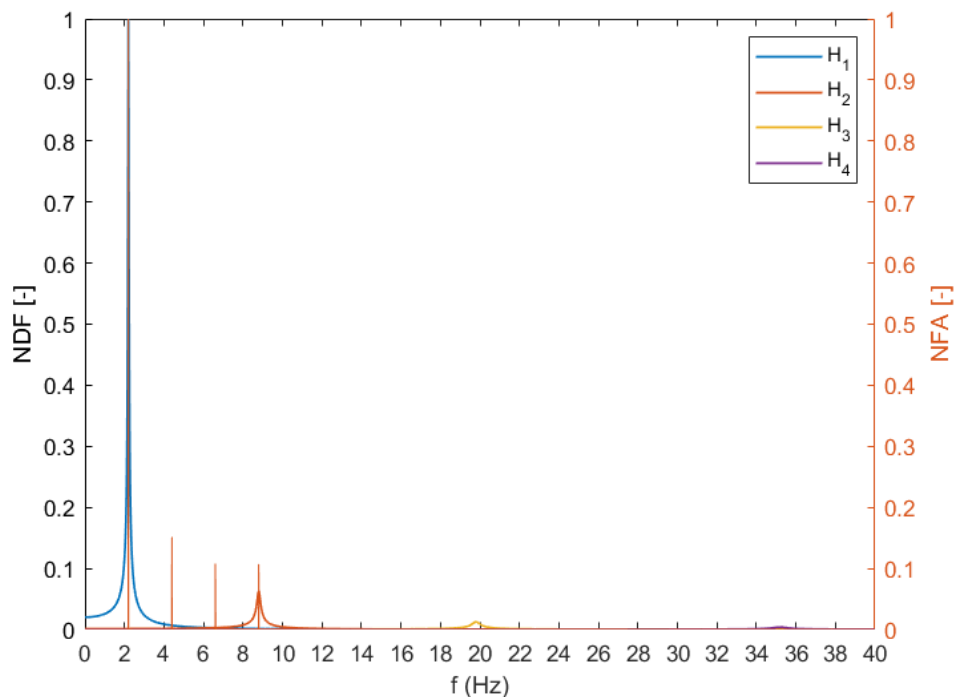
Hvor:

$H_p(\omega)$	Modalfrekvensresponsfunktion for den p'te egenfrekvens [-]
M_p	Modalmassen for den p'te egenfrekvens [kg]
ζ_p	Dæmpningsforhold for den p'te egenfrekvens [-]
ω_p	Vinkelfrekvensen for den p'te egenfrekvens [rad/s]
ω	Vinkelfrekvens [rad/s]

Modalfrekvensresponspektrene kan omdannes til et samlet frekvensresponsspektrum for hver gangbro ved brug af de benyttede egensvingningsformer, idet det defineres hvor på broen, responset undersøges. I stedet plottes blot modalfrekvensresponspektrene for de benyttede egensvingningsformer i det følgende, da det vurderes, at dette giver et brugbart overblik over, hvordan energi generelt er spredt på forskellige frekvenser.

For at undersøge om toppunkterne i bromodellernes modalfrekvensresponspektre er sammenfaldende med de harmoniske frekvenser for den påførte ganglast, benyttes Fast Fourier Transform-algoritmen til at konvertere en tidshistorie for lasten til frekvensdomænet. Dette er blot gjort ved brug af en indbygget MATLAB-funktion. Ganglastens frekvensspektrum bestemmes for en enkelt passerende fodgænger. De benyttede parametre i lastmodellen, der repræsenterer denne specifikke fodgænger, er valgt således, at gangfrekvensen svarer til bromodellens første egenfrekvens, imens de resterende parametre modelleres ud fra middelværdierne i referencekombinationen i tabel 2.6. Med henblik på at tydeliggøre betydningen af de harmoniske lastkomponenter plottes disse på samme figur som modalfrekvensresponspektrene. Fourieramplituden i frekvensspektret for lasten normaliseres ved brug af den maksimale Fourieramplitude.

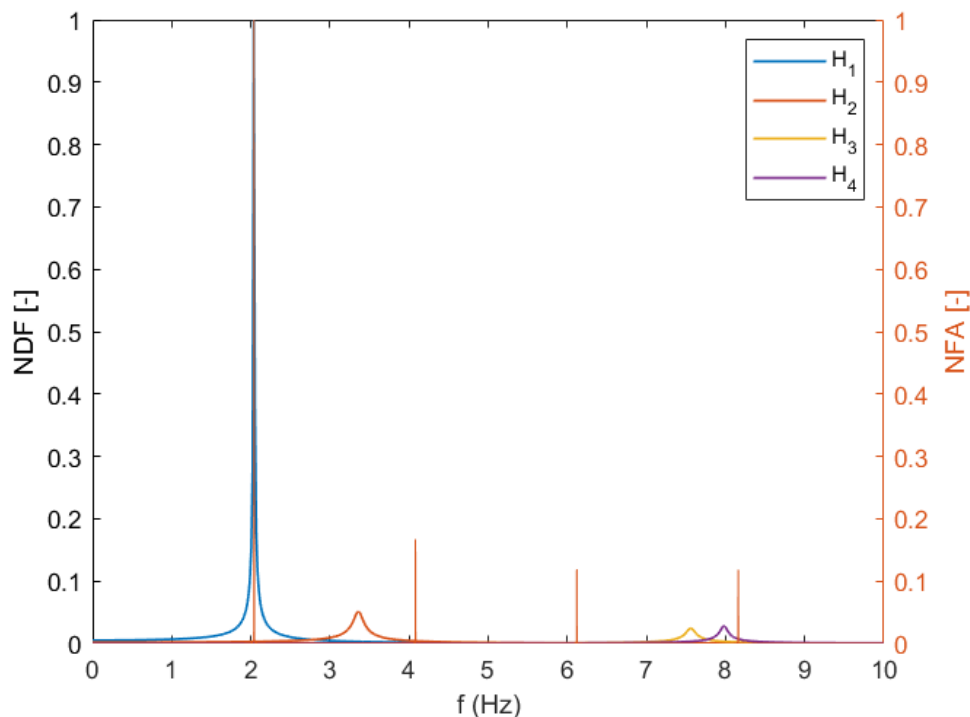
For bromodel 1 fås spektre som vist på figur 4.3, hvor den dynamiske forstærkningsfaktor er normaliseret ved brug af den maksimale dynamiske forstærkning. Den normaliserede dynamiske forstærkningsfaktor, NDF, er plottet som funktion af den frekvens, konstruktionen påvirkes med. Modalfrekvensresponspektrene for alle fire egensvingningsformer er plottet. Ydermere ses frekvensspektret for ganglasten på samme figur. Her er NFA en forkortelse for den normaliserede Fourieramplitude.



Figur 4.3. Modalfrekvensresponspektre for bromodel 1 og frekvensspektrum for ganglast. Værdier for modalfrekvensresponspektre aflæses på y-aksen til venstre, imens værdier for frekvensspektret aflæses på y-aksen til højre.

Det fremgår tydeligt af figuren, at den største dynamiske forstærkningsfaktor forekommer ved første egenfrekvens. Det ses derudover, at den største Fourieramplitude for ganglasten ligeledes forekommer ved den første egenfrekvens. Det må derfor forventes, at størstedelen af det dynamiske respons kan bestemmes ved at inkludere den første egensvingningsform. Spektrenes betydning undersøges yderligere i forbindelse med analyserne i afsnit 4.3, når forskellige antal egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter inkluderes.

Modalfrekvensresponspektrene for egensvingningsformerne på bromodel 2 bestemmes ligeledes, hvilket fremgår af figur 4.4. Her er frekvensspektret for ganglasten igen inkluderet, idet den passerende fodgænger nu bevæger sig med en gangfrekvens svarende til den første egenfrekvens for bromodel 2.



Figur 4.4. Modalfrekvensresponspektre for bromodel 2 og frekvensspektrum for ganglast. Værdier for modalfrekvensresponspektre aflæses på y-aksen til venstre, imens værdier for frekvensspektret aflæses på y-aksen til højre.

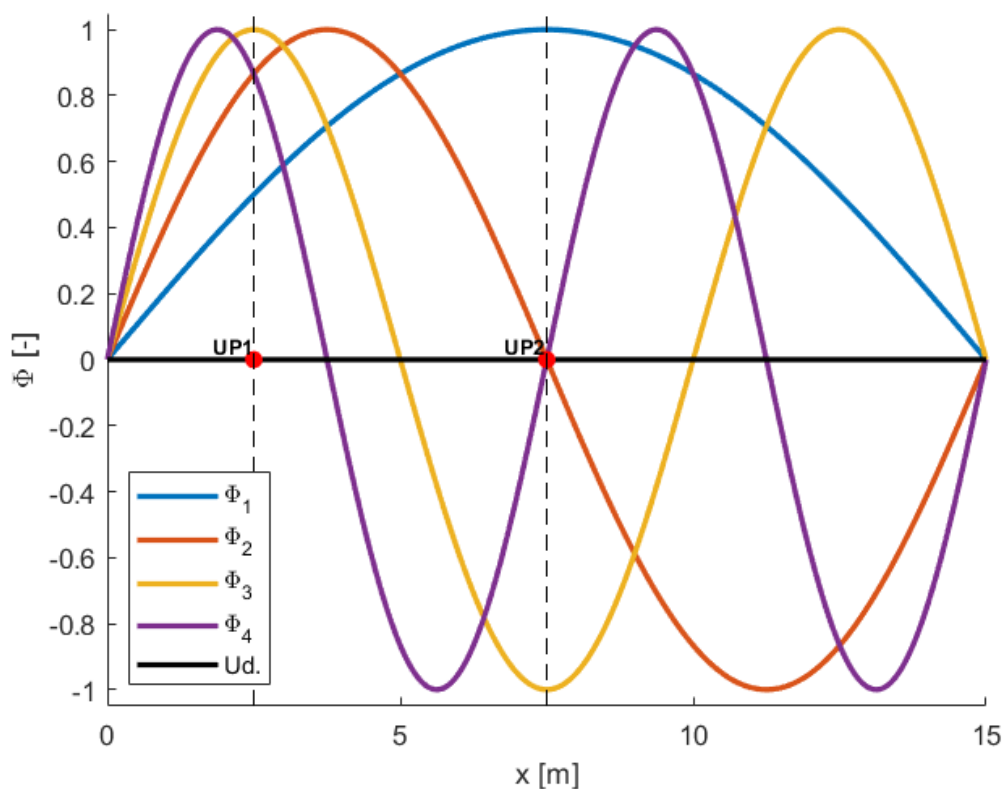
Eftersom bromodel 2 har egenfrekvenser, der ligger markant tættere end egenfrekvenserne for bromodel 1, er toppunkterne for den dynamiske forstærkning mindre spredt. Dette kan indikere, at en større del af det samlede dynamiske respons kan findes ved at inkludere flere egensvingningsformer i modelleringen af broen. Det ses også, at flere af egenfrekvenserne ligger tæt på de harmoniske frekvenser, hvor Fourieramplituderne har de største værdier. I de kommende analyser i indeværende kapitel undersøges betydningen af dette nærmere.

4.2.4 Valg af undersøgelsespunkter

I dette afsnit bestemmes placeringen af undersøgelsespunkterne, hvor den maksimale acceleration beregnes for henholdsvis bromodel 1 og bromodel 2, når der benyttes $j = 4$ egensvingningsformer. Som tidligere beskrevet findes den maksimale acceleration for begge bromodeller nemlig på midten, når der kun benyttes $j = 1$ egensvingningsform, men dette er ikke nødvendigvis tilfældet, når der inkluderes flere egensvingningsformer. En anden årsag til at beregne de maksimale accelerationer i to punkter er, at det kan tydeliggøres, hvilken betydning de forskellige bidrag har. Eksempelvis ses det for bromodel 2, at både anden og tredje egensvingningsform har værdier på 0 på broens midte, hvilket fremgår på figur 4.2. Det betyder, at bidrag fra disse ikke kan nærstuderes, hvis de maksimale accelerationer kun beregnes på midten af broen. Punkterne udvælges derfor med henblik på at opfange bidrag fra inkludering af alle egensvingningsformer, da dette kan give en mere generel indsigt i, om der er tilfælde, hvor det kan være relevant eller nødvendigt at inkludere flere egensvingningsformer i modelleringen af den pågældende bro.

Ved kun at udvælge to punkter til bestemmelse af accelerationen kan simuleringstiden reduceres, i forhold til hvis accelerationen beregnes over hele broen. Når Newmark-integrationen for en enkelt passerende fodgænger er udført, og modalaccelerationen i hvert tidsskridt for alle de undersøgte egensvingningsformer er bestemt, skal disse nemlig omdannes til virkelige accelerationer. I den forbindelse benyttes værdierne for egensvingningsformerne i de definerede placeringer, hvor den virkelige acceleration beregnes, og en forøgelse i antallet af placeringer vil dermed resultere i en forøgelse af simuleringstiden.

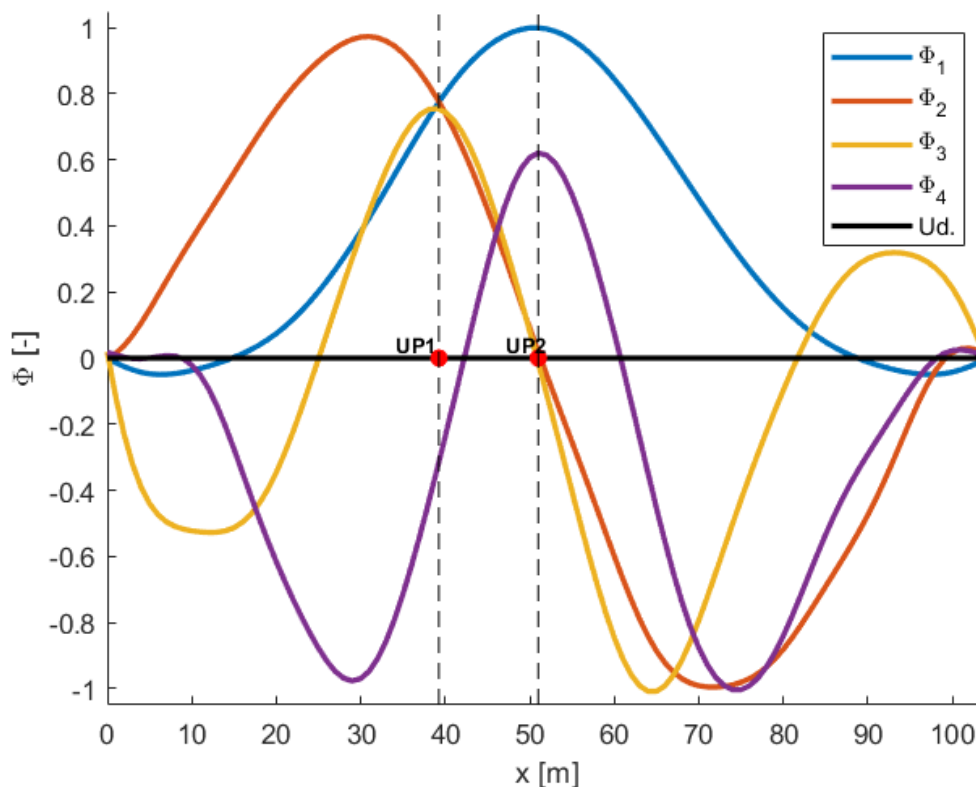
For begge bromodeller udvælges to punkter med udgangspunkt i broernes egensvingningsformer. Først betragtes bromodel 1. Her lægges det første valgte undersøgelsespunkt ved $x = 2,5$ m, eftersom både anden, tredje og fjerde egensvingningsform har store udsving ved denne placering. Dette punkt benævnes UP1. Det andet undersøgelsespunkt, UP2, lægges på midten af broen, hvor den første egensvingningsform har det største udsving. På figur 4.5 ses en skitse af den udeformerede bromodel 1 samt de fire første egensvingningsformer. UP1 og UP2 ses også på figuren, og der er indsat stiplede linjer for at tydeliggøre, hvordan egensvingningsformerne varierer i forhold til hinanden.



Figur 4.5. Skitse af egensvingningsformer samt udeformeret gangbro med udvalgte punkter for bromodel 1.

For bromodel 2 udvælges ligeledes to punkter, hvori de maksimale accelerationer beregnes. Det første undersøgelsespunkt, UP1, placeres ved $x = 39$ m, da der her haves store udsving for de tre første egensvingningsformer. UP2 lægges på midten af broen, fordi den første egensvingningsform er størst, imens den fjerde egensvingningsform også har en positiv

værdi.



Figur 4.6. Skitse af eigensvingningsformer samt udeformeret gangbro med udvalgte punkter for bromodel 2.

Ved valget af undersøgelsespunkterne på begge bromodeller tages der højde for, at de største værdier af de forskellige eigensvingningsformer forekommer i forskellige placeringer. Formålet er herved ikke kun at bestemme maksimale accelerationer i det specifikke punkt, hvor de allerstørste accelerationer forekommer på broen, men også at belyse de betydninger de forskellige eigensvingningsformer kan have. Dette gør det mere håndgribeligt at perspektivere resultaterne for de undersøgte bromodeller til broer af andre typer. Efter bestemmelsen af de maksimale accelerationer i det følgende afsnit udføres også et parameterstudie, hvor modelleringen af de forskellige gangparametre nærstuderes. I den forbindelse er det ligeledes fordelagtigt at have resultater i punkter med varierende værdier af eigensvingningsformerne, da dette kan bidrage til forståelsen af sammenhængen mellem eigensvingningsformer, harmoniske lastkomponenter og gangparametre.

4.3 Maksimale accelerationer

I det følgende fremføres analyserne med de udvidede bro- og lastmodeller. Først udføres en konvergensanalyse, hvor antallet af Monte Carlo-simuleringer og størrelsen af Newmark-tidsskridtet fastlægges, hvorefter de endelige resultater af de maksimale accelerationer, under de givne forudsætninger, kan beregnes. Hernæst udføres de analyser, der er angivet i tabel 4.1. Resultaterne opdeles i afsnit, således at der først betragtes bromodeller med $j = 1$ egensvingningsform, som udsættes for lastmodeller med $k = 1$ og $k = 4$. Ved brug af $j = 1$ egensvingningsform og $k = 1$ harmonisk lastkomponent svarer dette til de beregninger, der er udført i afsnit 3.5, bortset fra at accelerationerne både beregnes i UP1 og UP2 i indeværende kapitel. Hernæst introduceres de udvidede bromodeller, hvor der inkluderes $j = 4$ egensvingningsformer, og disse undersøges ligeledes ved lastmodeller med $k = 1$ og $k = 4$. I alle analyser i dette kapitel benyttes den stokastiske lastmodel på formel (2.1), idet parametrene modelleres efter referencekombinationen i tabel 2.6. Der fås derfor ingen deterministiske resultater, og af denne årsag evalueres de maksimale accelerationer i de udvalgte punkter med udgangspunkt i fraktilværdier samt grafer af fordelingsfunktioner.

4.3.1 Konvergensanalyse

I afsnit 3.5.1 er en detaljeret konvergensanalyse udført. Denne konvergensanalyse er dog udarbejdet for en bromodel med $j = 1$ egensvingningsform ved brug af en stokastisk lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent. Det undersøges derfor, om udvidelse af disse modeller til $j = 4$ egensvingningsformer og $k = 4$ harmoniske lastkomponenter medfører højere krav til antallet af Monte Carlo-simuleringer og tidsskridt i Newmark-algoritmen. Med henblik på at begrænse antallet af undersøgelser i konvergensanalysen undersøges tre forskellige kombinationer af Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt. Undersøgelsen er udført i bilag E.1. Med udgangspunkt i resultaterne af denne undersøgelse, vælges de antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt, som fremgår af tabel 4.3. Disse resultater benyttes i de resterende analyser i indeværende kapitel.

Bromodel	n [-]	Δt [s]
1	100.000	0,005
2	100.000	0,005

Tabel 4.3. Benyttede antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt i undersøgelserne med udvidede bro- og lastmodeller.

4.3.2 Bromodel med $j = 1$ egensvingningsform

De første analyser udføres på en bromodel med $j = 1$ egensvingningsform. Her undersøges det, om der er forskel på at modellere lastmodellen med $k = 1$ eller $k = 4$ harmoniske lastkomponenter, når der ikke inkluderes flere egensvingningsformer end den første.

Lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent

I punktet UP2, som forekommer på midten af både bromodel 1 og bromodel 2, er resultaterne af de maksimale accelerationer for bromodellerne med $j = 1$ ved benyttelse af

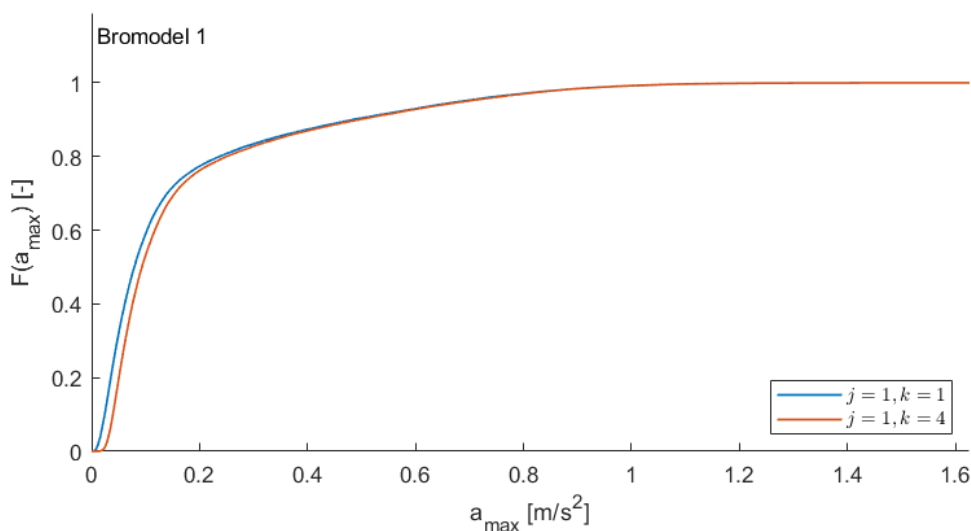
en lastmodel med $k = 1$ bestemt i afsnit 3.5. I UP1 beregnes de maksimale accelerationer med samme metode. I det følgende afsnit evalueres disse resultater i forbindelse med en sammenligning, hvor en lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter introduceres.

Lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter

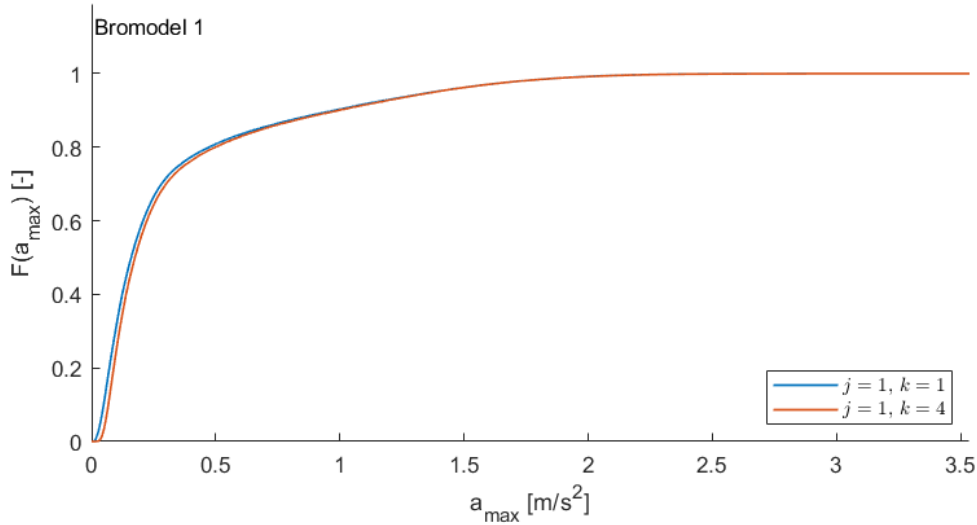
Den stokastiske lastmodel udvides, så antallet af harmoniske lastkomponenter er $k = 4$. Lastmodellen påsættes bromodellerne, idet det kun er den første egensvingningsform, der inkluderes. For både bromodel 1 og 2 beregnes de maksimale accelerationer for denne lastmodel, hvorefter resultaterne af dette plottes i samme figur som resultaterne ved brug af lastmodellen med $k = 1$.

Først undersøges bromodel 1. Betragtes spektrene på figur 4.3, tyder det på, at det hovedsageligt er den første harmoniske lastkomponent, der vil bidrage til det dynamiske respons, eftersom det i dette afsnit blot er den første egensvingningsform, der er inkluderet. På figuren med spektret er gangfrekvensen sat til 2,2 Hz, da dette svarer til den første egenfrekvens. Dette er dog blot et eksempel på en enkelt af de passerende fodgængere på broen, da der i beregningerne af de maksimale accelerationer ikke benyttes denne gangfrekvens. Gangfrekvensen modelleres derimod stokastisk som angivet i referencekombinationen på tabel 2.6, og der vil derfor også være mange tilfælde, hvor den første harmoniske frekvens ikke er sammenfaldende med den første egenfrekvens. Den harmoniske frekvens afhænger nemlig af gangfrekvensen for hver specifikke person, der passerer broen, og gangfrekvensen modelleres stokastisk, så denne kommer naturligvis til at variere for hver passerende fodgænger.

De maksimale accelerationer beregnes, når bromodellen med $j = 1$ egensvingningsform udsættes for en last med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. Resultaterne af dette samt resultaterne ved en lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent fremgår af figur 4.7 og 4.8, hvor fordelingsfunktionerne er plottet for henholdsvis UP1 og UP2 på bromodel 1.



Figur 4.7. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1.



Figur 4.8. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 1.

Det ses, at graferne ligger meget tæt i både UP1 og UP2, hvilket tyder på, at antallet af harmoniske lastkomponenter ikke har nogen stor indflydelse på accelerationerne, når gangbroens første egensvingningsform er den eneste, der benyttes. Dette stemmer overens med det, der fremgår af spektrene på figur 4.3. For yderligere bekræftelse betragtes udvalgte fraktiler, da dette kan give et mere præcist billede af afvigelserne mellem de to kurver. De udvalgte fraktiler fremgår af tabel 4.4 og tabel 4.5.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0791	0,1751	0,6850
$j = 1, k = 4$	0,0932	0,1885	0,6942

Tabel 4.4. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 1 med $j = 1$.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,1593	0,3512	1,3735
$j = 1, k = 4$	0,1746	0,3732	1,3802

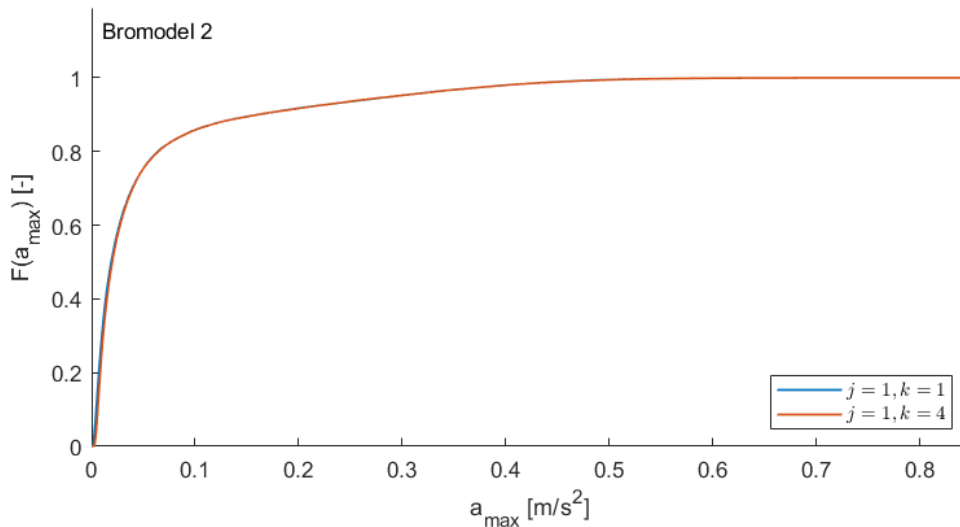
Tabel 4.5. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 1 med $j = 1$.

Fraktilværdierne ligger generelt tæt på hinanden, hvilket bekræfter, at antallet af harmoniske lastkomponenter ikke har nogen nævneværdig indflydelse på de maksimale accelerationer for bromodel 1, når det kun er første egensvingningsform, der benyttes. Det ses dog, at der haves en lille variation mellem de lavere fraktilværdier. Dette kan forklares ved at betragte spektrene på figur 4.3. Det er muligt, at der er fodgængere, hvor gangfrekvensen er så lav, at både første og anden harmoniske frekvenser ligger inden for den spredning, der haves for frekvensresponspektret ved første egensvingningsform. Haves eksempelvis en gangfrekvens på 1,2 Hz vil den anden harmoniske frekvens være 2,4 Hz. Begge de to første harmoniske lastkomponenter vil hermed give et bidrag som

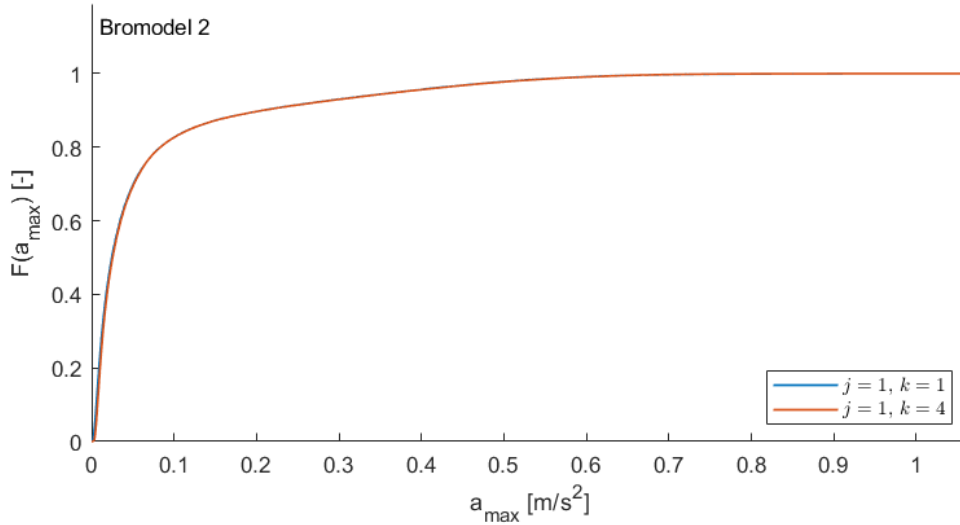
følge af, at disse virker ved frekvenser, hvor der haves en dynamisk forstærkning for konstruktionen. Denne effekt medtages ikke, når $k = 1$, da det derved kun er den første harmoniske lastkomponent, der inkluderes. De højere fraktilværdier er også marginalt større ved inkludering af $k = 4$, eftersom der nu inkluderes et meget lille bidrag, fordi energien ved anden harmoniske frekvens er sammenfaldende med noget af spredningen fra energien omkring første egenfrekvens. Bidraget er dog praktisk talt negligerbart for den pågældende gangbro.

Den samme analyse udføres for bromodel 2, og igen betragtes først spektrene på figur 4.4. Ganglasten er i spektret modelleret med samme parametre som angivet tidligere i indeværende afsnit, bortset fra at gangfrekvensen sættes til 2,04 Hz, da dette er lig med egenfrekvensen for bromodel 2. Det gælder igen, at denne gangfrekvens kun er brugt til at opstille spektret, da der stadig benyttes den stokastiske model, som er angivet i tabel 2.6, når de maksimale accelerationer beregnes. Sammenligningen mellem frekvensspektret for ganglasten og modalfrekvensresponsspektrene for gangbroen indikerer, at den første harmoniske frekvens er af størst betydning for det dynamiske respons, når der blot inkluderes $j = 1$ egensvingningsform. Dette undersøges nærmere ved beregning af de maksimale accelerationer i UP1 og UP2.

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer i henholdsvis UP1 og UP2 på bromodel 2 fremgår af figur 4.9 og 4.10.



Figur 4.9. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2.



Figur 4.10. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 2.

I overensstemmelse med det, der blev påvist for bromodel 1, ligger kurverne meget tæt. Dette stemmer ligeledes overens med forventningerne baseret på spektrene på figur 4.4. Igen betragtes udvalgte fraktilværdier for at give et mere nøjagtigt indblik i afvigelserne mellem de maksimale accelerationer bestemt ved de to lastmodeller. Fraktilværdierne ses på tabel 4.6 og 4.7.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0189	0,0491	0,2926
$j = 1, k = 4$	0,0200	0,0491	0,2918

Tabel 4.6. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2 med $j = 1$.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,02440	0,06353	0,3727
$j = 1, k = 4$	0,02547	0,06377	0,3738

Tabel 4.7. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2 med $j = 1$.

Afvigelserne er generelt meget små og skyldes med stor sandsynlighed blot antallet af Monte Carlo-simuleringer. For bromodel 1 var der en større afvigelse mellem fraktilværdierne, end der er for bromodel 2. Det forventes baseret på spektrene på figur 4.4, at dette skyldes, at spredningen af modalfrekvensresponspektret omkring første egenfrekvens er mindre end på bromodel 1. Når fodgængere eksempelvis går med gangfrekvenser, der er så små, at hverken første eller anden harmoniske lastkomponent har nogen særlig indflydelse på responset, vil der dermed ikke være nogen mærkbar forskel mellem at bruge en eller flere harmoniske lastkomponenter for bromodel 2. Det samme gør sig gældende, når gangfrekvensen og dermed første harmoniske frekvens ligger tæt på

broens egenfrekvens, da anden harmoniske frekvens i det tilfælde ikke berører spredningen omkring første egenfrekvens for bromodel 2.

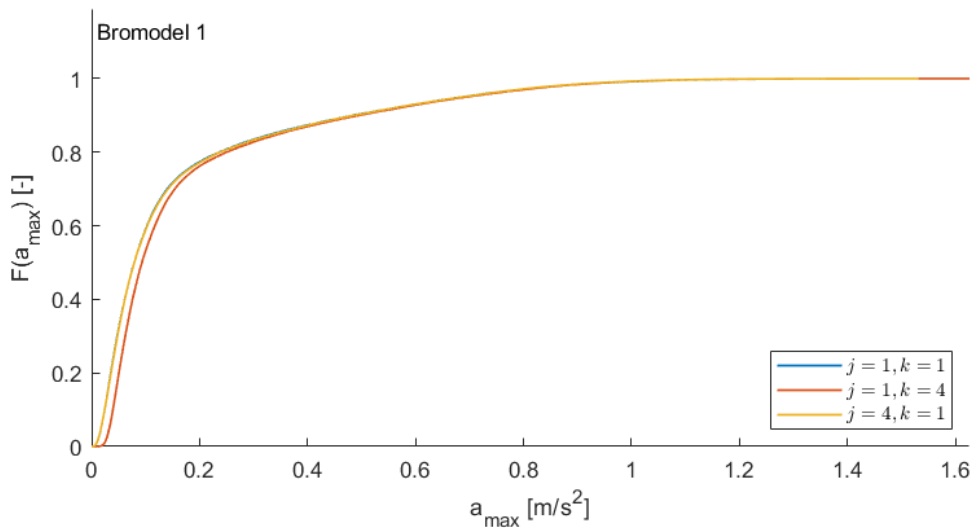
Det gælder hermed for begge bromodeller, at det ikke er nødvendigt at inkludere mere end $k = 1$ harmonisk lastkomponent, når bromodellen kun er modelleret ud fra første egensvingningsform.

4.3.3 Bromodel med $j = 4$ egensvingningsformer

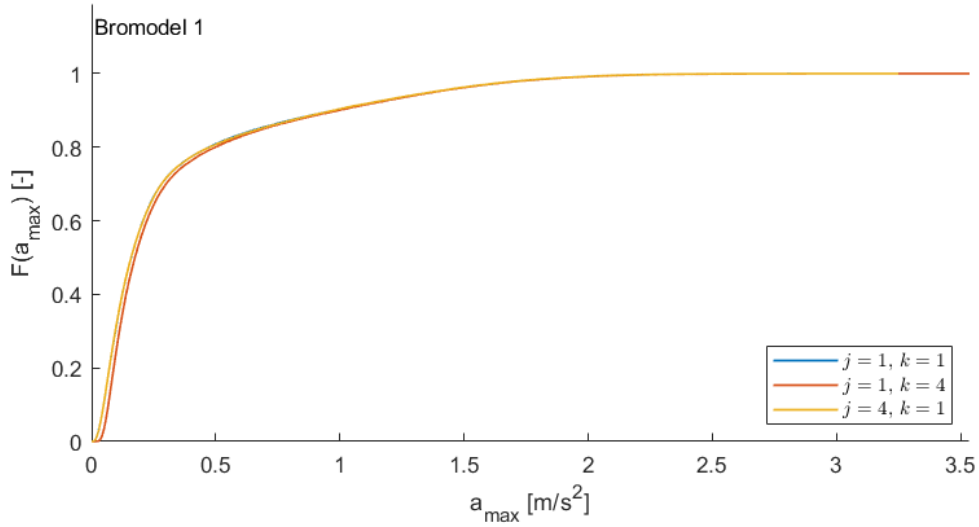
I det følgende undersøges betydningen af at øge antallet af benyttede egensvingningsformer til $j = 4$. De benyttede lastmodeller indbefatter igen en model med $k = 1$ harmonisk lastkomponent og en med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter, eftersom det herved kan påvises, om der er sammenhænge mellem antallet af benyttede egensvingningsformer og antallet af harmoniske lastkomponenter.

Lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent

Ved benyttelse af lastmodellen med $k = 1$ harmonisk lastkomponent indikerer spektrene for bromodel 1 på figur 4.3, at der ikke vil være betydningsfulde bidrag til det dynamiske respons fra flere egensvingningsformer end den første. Dette skyldes, at det blot er den laveste harmoniske frekvens, der inkluderes, og denne ligger kun tæt på den første egenfrekvens. Dette undersøges nærmere ved at sammenligne fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer med de fordelingsfunktioner, der er bestemt for bromodellerne med $j = 1$ egensvingningsform. For bromodel 1 er resultaterne givet på figur 4.11 og 4.12 i henholdsvis UP1 og UP2.



Figur 4.11. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1.



Figur 4.12. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 1.

Graferne er næsten identiske i begge de undersøgte punkter, hvilket bekræfter, at det ikke har nogen nævneværdig indflydelse at inkludere flere egensvingningsformer, hvis ikke der også benyttes flere harmoniske lastkomponenter. Dette bekræftes yderligere ved at betragte udvalgte fraktilværdier. Disse fremgår af tabel 4.8 og 4.9 for UP1 og UP2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0791	0,1751	0,6850
$j = 1, k = 4$	0,0932	0,1885	0,6942
$j = 4, k = 1$	0,0791	0,1771	0,6858

Tabel 4.8. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 1.

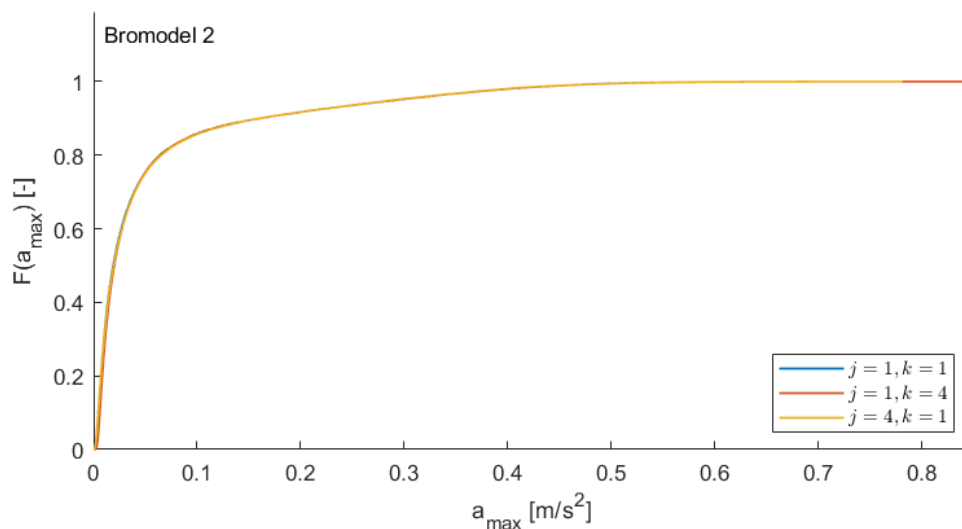
	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,1593	0,3512	1,3735
$j = 1, k = 4$	0,1746	0,3732	1,3802
$j = 4, k = 1$	0,1592	0,3512	1,3709

Tabel 4.9. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 1.

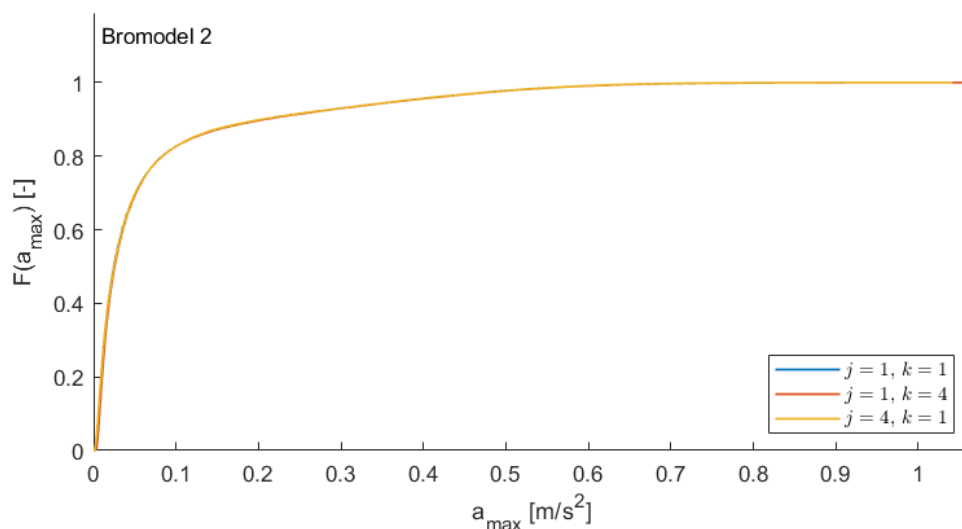
Det fremgår af fraktilerne, at der er en meget lille afvigelse. Det konkluderes derfor, at der ikke forekommer betydningsfulde ændringer af de maksimale accelerationer på bromodel 1, når antallet af egensvingningsformer eller harmoniske lastkomponenter øges til fire, imens den anden parameter fastholdes på én. Dette gælder både i UP1 og UP2.

For bromodel 2 betragtes modalfrekvensresponsspektrene og ganglastens frekvensspektrum på figur 4.4. Som tidligere påvist forventes det, baseret på spektrene, at der ikke vil forekomme markante ændringer af de maksimale accelerationer, når antallet af egensvingningsformer øges til $j = 4$, imens antallet af harmoniske lastkomponenter holdes på $k = 1$. Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer plottes i samme figur

som fordelingsfunktionerne for bromodellen med $j = 1$, hvilket ses på figur 4.13 og 4.14 i henholdsvis UP1 og UP2.



Figur 4.13. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2.



Figur 4.14. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 2.

Graferne for de tre analyser er næsten identiske. Udvalgte fraktiler undersøges nærmere, så afvigelserne kan ses på konkrete værdier. Disse fraktiler fremgår af tabel 4.10 og 4.11.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0189	0,0491	0,2926
$j = 1, k = 4$	0,0200	0,0491	0,2918
$j = 4, k = 1$	0,0194	0,0498	0,2893

Tabel 4.10. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,02440	0,06353	0,3727
$j = 1, k = 4$	0,02547	0,06377	0,3738
$j = 4, k = 1$	0,02471	0,06360	0,3707

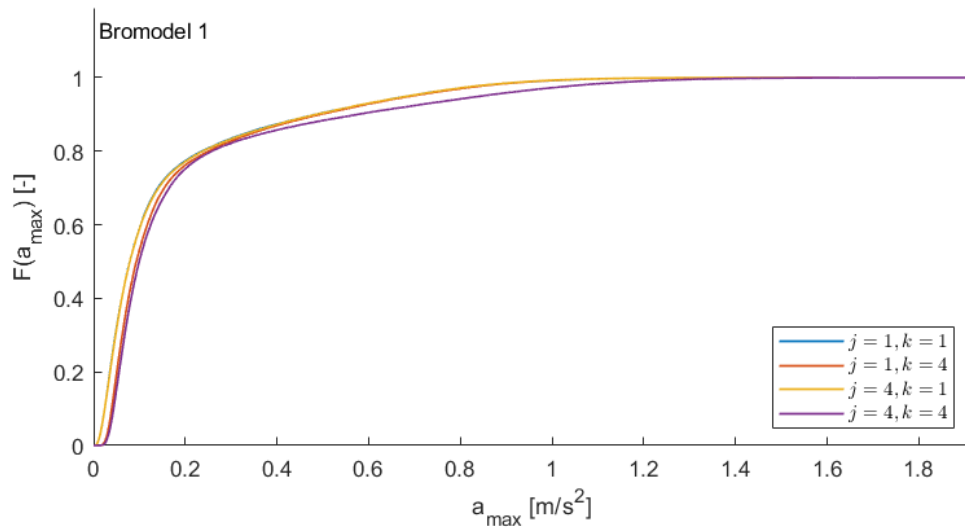
Tabel 4.11. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2.

Afvigelserne mellem de forskellige resultater for bromodel 2 er meget små, og det konkluderes derfor, at der ikke er nogen nævneværdige fordele ved at øge antallet af egensvingningsformer eller harmoniske lastkomponenter, hvis ikke disse øges samtidigt. Betragtes spektrene på figur 4.3 og 4.4, kan det konkluderes, at dette skyldes, at det kun er første harmoniske lastkomponent, der giver et bidrag til det dynamiske respons. Den første harmoniske frekvens ligger kun tæt på første egenfrekvens for alle passerende fodgængere, og derfor har det ingen betydning, at flere egensvingningsformer end den første inkluderes. I det følgende afsnit undersøges det, hvorvidt en samtidig forøgelse resulterer i et anderledes udfald.

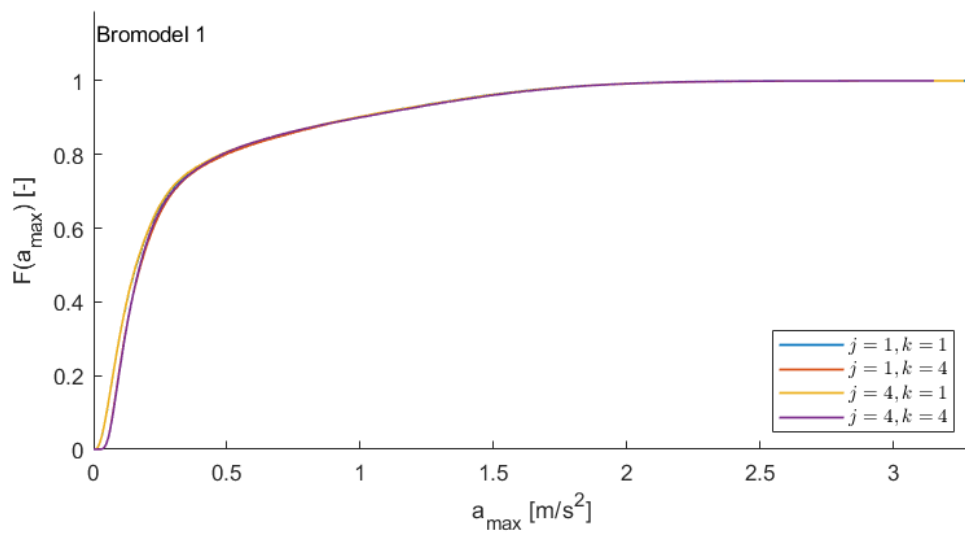
Lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter

I dette afsnit øges antallet af harmoniske lastkomponenter i den anvendte lastmodel til $k = 4$, og det undersøges, om det har en betydning, når antallet af egensvingningsformer er $j = 4$.

Betragtes figur 4.3 ses det særligt, at der er en sandsynlighed for, at visse passerende fodgængere går med en gangfrekvens, der medfører, at den fjerde harmoniske frekvens og den anden egensvingningsform sammen kan give et øget bidrag til responset på bromodel 1. Det forventes derfor, at de maksimale accelerationer generelt vil være en smule større, når både antallet af egensvingningsformer og antallet af harmoniske lastkomponenter øges. I det følgende undersøges det, om dette er korrekt, og om en eventuel forskel er af nævneværdig karakter. De maksimale accelerationer når $k = 4$ og $j = 4$ beregnes og plottes i samme figur som de tidligere udførte analyser. Dette fremgår for bromodel 1 af figur 4.15 og 4.16 i henholdsvis UP1 og UP2.



Figur 4.15. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1.



Figur 4.16. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 1.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0791	0,1751	0,6850
$j = 1, k = 4$	0,0932	0,1885	0,6942
$j = 4, k = 1$	0,0791	0,1771	0,6858
$j = 4, k = 4$	0,0995	0,1981	0,8466

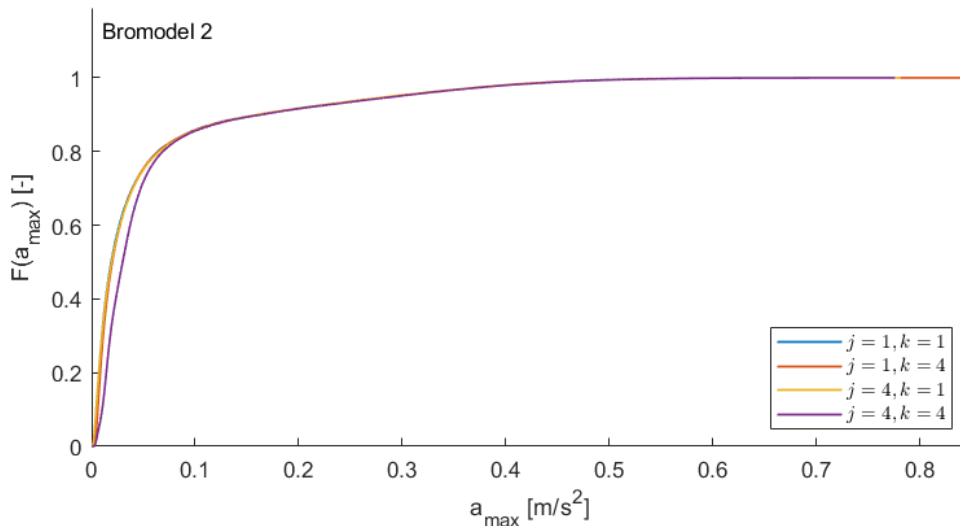
Tabel 4.12. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 1.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,1593	0,3512	1,3735
$j = 1, k = 4$	0,1746	0,3732	1,3802
$j = 4, k = 1$	0,1592	0,3512	1,3709
$j = 4, k = 4$	0,1745	0,3666	1,3939

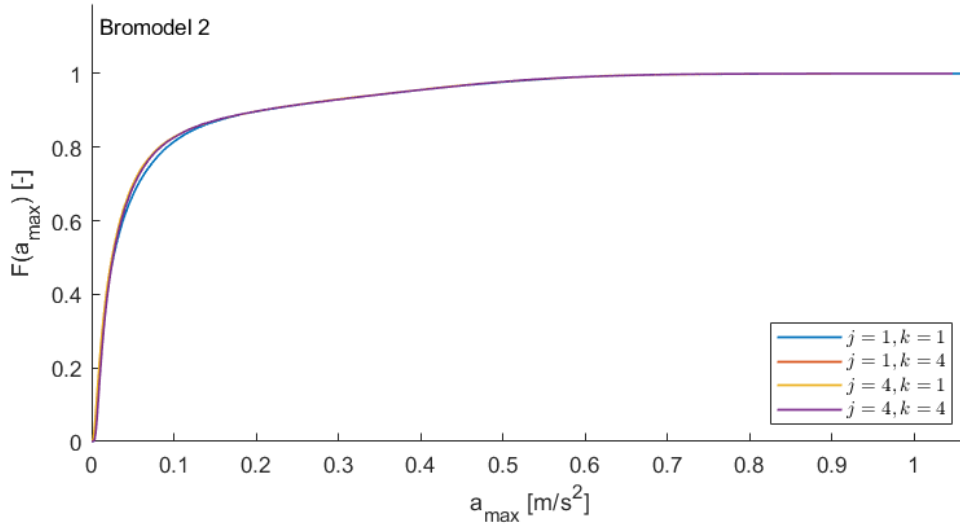
Tabel 4.13. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 1.

Det ses for bromodel 1, at der fås en forskel på resultaterne i UP1, når både j og k øges. Denne forskel kan forklares ved at betragte egensvingningsformerne på figur 4.5 og spektrene på figur 4.3. Det ses nemlig, at alle egensvingningsformerne har betydelige udsving i punktet UP1, og af spektrene fremgår det, som tidligere beskrevet, at anden egenfrekvens og fjerde harmoniske frekvens i nogle tilfælde er sammenfaldende. I UP2 er forskellen mellem de fire analyser markant lavere. Betragtes egensvingningsformerne på førnævnte figur, fremgår det, at anden og fjerde egensvingningsform er 0 i dette punkt, og derfor vil inkludering af disse ikke medføre noget bidrag til responset. Betragtes spektrene atter, er det tydeligt, at det primært er den første egensvingningsform og den første harmoniske lastkomponent, der bidrager til det dynamiske respons. For bromodel 1 er det hermed ikke nødvendigt at inkludere flere end den første egensvingningsform og den første harmoniske lastkomponent, såfremt det er de absolut største accelerationer på broen, der søges, eftersom disse forekommer i UP2, hvilket er på midten af broen.

For bromodel 2 beregnes de maksimale accelerationer i UP1 og UP2 ligeledes med $j = 4$ og $k = 4$. Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer ses på figur 4.17 og 4.18 i henholdsvis UP1 og UP2.



Figur 4.17. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2.



Figur 4.18. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 2.

Fordelingsfunktionerne ligger på begge figurer meget tæt. For de lavere fraktiler i UP1 ses det, at resultaterne med $j = 4$ og $k = 4$ giver accelerationer, der er en smule større. Det vurderes dog, at denne forskel er af lav betydning. Værdierne for de højere fraktiler er næsten identiske. Fraktilværdier kan ses på tabel 4.14 og 4.15.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,0189	0,0491	0,2926
$j = 1, k = 4$	0,0200	0,0491	0,2918
$j = 4, k = 1$	0,0194	0,0498	0,2893
$j = 4, k = 4$	0,0299	0,0555	0,2958

Tabel 4.14. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,02440	0,0635	0,3727
$j = 1, k = 4$	0,02547	0,0637	0,3738
$j = 4, k = 1$	0,02471	0,0636	0,3707
$j = 4, k = 4$	0,0265	0,0712	0,3775

Tabel 4.15. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration på bromodel 2.

I overensstemmelse med det, der blev konkluderet ved at betragte fordelingsfunktionerne, forekommer der ingen nævneværdige forskelle mellem resultaterne. Det konkluderes derfor, at det for bromodel 2 ikke har nogen væsentlig indflydelse at inkludere flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter end de første. Spektrene på figur 4.4 viser, at der i de mest kritiske tilfælde, som forventes at være, når en person går med en gangfrekvens, der er lig med egenfrekvensen, ikke er nogen betydningsfulde sammenfald mellem de harmoniske frekvenser og de højere egenfrekvenser. For høje fraktiler har de udvidede modeller på bromodel 2 derfor ingen særlig betydning.

4.4 Parameterstudie af lastmodel med $k = 4$

I indeværende afsnit udføres et parameterstudie, hvori det undersøges, hvilken betydning det har, at de indgående parametre i den anvendte lastmodel modelleres på forskellige måder. Parameterstudiet udføres på både bromodel 1 og 2, idet disse modelleres med $j = 4$ egensvingningsformer, og lastmodellen er modelleret som angivet i afsnit 2.3 ved benyttelse af den stokastiske referencekombination af parametermodeller i tabel 2.6. I dette parameterstudie benyttes desuden $k = 4$ harmoniske lastkomponenter i lastmodellen. Antallet af Monte Carlo-simuleringer er sat til 100.000, imens Newmark-tidsskridtet er 0,005 s for bromodel 1 og bromodel 2, da dette er bestemt i konvergensanalysen i afsnit 4.3.1.

I afsnit 3.8 er et parameterstudie udført, hvor bromodellerne er modelleret med $j = 1$ egensvingningsform, imens lastmodellen er modelleret som angivet ovenfor, men blot med $k = 1$ harmonisk lastkomponent. Betragtes resultaterne af dette, kan det vælges hvilke af parametrene, der er relevante at undersøge, når bro- og lastmodellerne udvides som i dette kapitel. Hvis det er påvist i parameterstudiet i afsnit 3.8, at det ikke er tilstrækkeligt at modellere en parameter deterministisk, må det også antages at gøre sig gældende, når modellerne udvides, og det vurderes derfor ikke at være nødvendigt at undersøge modelleringen af disse parametre yderligere. For de parametre hvor det derimod er påvist, at der ikke er nogen nævneværdig forskel mellem deterministisk og stokastisk modellering, når bromodellen indeholder $j = 1$ egensvingningsform, og lastmodellen indeholder $k = 1$ harmonisk lastkomponent, er det dog interessant at undersøge, om dette stadig gælder efter udvidelse af modellerne. Det er dog ikke udelukkende forskellen mellem deterministisk og stokastisk modellering, der undersøges, men også parametermodeller baseret på forskellige eksperimentelle metoder. Forklaringen af alle anvendte parametermodeller findes i afsnit 2.3.

I parameterstudiet for bro- og lastmodellerne med $j = 1$ egensvingningsform og $k = 1$ harmonisk lastkomponent er det påvist, at skridtlængden, l_s , personvægten, G , og faseforskydningen, ϕ_i , kan modelleres deterministisk, uden at det dynamiske respons afviger i nævneværdig grad fra resultaterne ved stokastisk modellering af parametrene. Den dynamiske lastfaktor, α_i , kan desuden modelleres stokastisk, men uden spredning. For skridtlængden har modelleringen af middelværdien en effekt, når bromodel 1 benyttes, men ikke for bromodel 2, hvilket skyldes broernes længde. Alle tre modeller for skridtlængden inkluderes for at se, om de samme tendenser gør sig gældende. For personvægten vides det, at middelværdien er proportionel med det dynamiske respons, og derfor undersøges blot PV1 og PV4 for at eftervise betydningen af stokastisk modellering, eftersom disse har samme middelværdi på 78,9 kg, imens spredningen er negligeret i PV4. For både α_i og ϕ_i undersøges alle de opstillede parametermodeller, eftersom parameterstudiet i afsnit 3.8 indikerer, at typen af modellering generelt er af lav betydning. Med henblik på at undersøge om førnævnte tendenser også viser sig for udvidede bro- og lastmodeller, opstilles forskellige kombinationer af parametermodeller, der benyttes i analyserne i indeværende afsnit. Kombinationerne af parametermodeller fremgår af tabel 4.16.

	l_s	G	α	ϕ
l_s	SL1 ... SL3	SL1	SL1	SL1
G	PV1	PV1 ... PV4	PV1	PV1
α	DLF1	DLF1	DLF1 ... DLF2	DLF1
ϕ	FASE1	FASE1	FASE1	FASE1 ... FASE2

Tabel 4.16. Kombinationer af parametermodeller for de forskellige gangparametre. Dybdegående forklaring af parametermodeller fremgår af afsnit 2.3.

Analyserne i afsnit 4.3 viste, at de maksimale accelerationer før udvidelse af bro- og lastmodeller næsten er identiske med de maksimale accelerationer efter udvidelse af disse modeller, når de beregnes i punktet UP2, hvilket forekommer på midten af broerne. Af denne årsag vurderes det, at det ikke er interessant at udføre et parameterstudie i UP2, da det forventes, at dette vil medføre samme konklusioner som parameterstudiet på en lastmodel med $k = 1$, hvilket kan ses i afsnit 3.8. I stedet udføres parameterstudiet i UP1, hvorved der tages højde for, at flere end blot den første egensvingningsform kan have store udsving. Selve parameterstudiet er udført i bilag F, og i det følgende forklares blot de væsentlige observationer.

4.4.1 Observationer

Resultaterne af parameterstudiet viser, at der ikke er nogen nævneværdig forskel på at modellere skridtlængden stokastisk eller deterministisk, hvilket fremgår af bilag F.1. Ydermere er det påvist, at modelleringen af middelværdien bliver mindre vigtig, når den pågældende bro er lang, fordi længden af hvert skridt herved er meget mindre end broens samlede længde.

Med hensyn til personvægten ses det i bilag F.2, at der fås en beskedent afvigelse mellem brug af en stokastisk og en deterministisk parametermodel, og derfor konkluderes det ligeledes, at denne parameter kan modelleres deterministisk.

De dynamiske lastfaktorer er også undersøgt, og her viser de udførte analyser i bilag F.3, at spredningen er negligerbar, imens middelværdien kan have en betydelig indflydelse, når der inkluderes flere harmoniske lastkomponenter og egensvingningsformer. Dette ses mest for bromodel 1, hvor det forventes, at der særligt forekommer en forskel i resultaterne som følge af, at de dynamiske lastfaktorer for den første og fjerde harmoniske lastkomponent modelleres forskelligt med de undersøgte parametermodeller. For bromodel 2 er forskellen en anelse mindre tydelig, men det kan stadig konkluderes, at højere værdier af de dynamiske lastfaktorer generelt medfører øget dynamisk respons. For gangbroer hvor det har stor betydning, at der inkluderes flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter, er det derfor vigtigt, at de dynamiske lastfaktorer modelleres med udgangspunkt i detaljerede modeller.

Parameterstudiet af faseforskydningen, som fremgår af bilag F.4, viser, at modelleringen af denne ikke har nogen nævneværdig betydning for bromodel 1 og 2. Det er ikke usandsynligt, at den ville have en indflydelse på broer med kortere spænd, eller på broer hvor flere harmoniske lastkomponenter i højere grad bidrager til det dynamiske respons. Dette er dog ikke tilfældet for de broer, der er undersøgt i denne rapport.

Slutteligt er en opfølgende undersøgelse udført i bilag F.5, hvor det kun er gangfrekvensen, der er modelleret med en spredning, imens resten enten modelleres deterministiske eller blot stokastiske uden spredning. Denne kombination af parametermodeller sammenlignes med referencekombinationen af parametermodeller, og det viser sig, at det ikke giver tilstrækkeligt præcise resultater, når det kun er gangfrekvensen, der modelleres med en spredning. Derfor undersøges også en kombination, hvor det kun er gangfrekvensen og de dynamiske lastfaktorer, der modelleres med en spredning. Når resultaterne ved brug af denne kombination sammenlignes med resultaterne ved brug af referencekombinationen ses det, at fordelingsfunktionerne næsten er identiske. De maksimale accelerationer ved de højere fraktiler afviger dog en smule fra hinanden. Det konkluderes dog, at præcisionen af de maksimale accelerationer er tilstrækkelig, når gangfrekvensen og de dynamiske lastfaktorer modelleres med en spredning, imens de resterende parametre er deterministiske.

4.5 Konklusion

På baggrund af analyserne i dette kapitel konkluderes det, at der kan opnås tilstrækkelig præcise resultater af de maksimale accelerationer på bromodel 1 og bromodel 2 ved blot at inkludere den første egensvingningsform og den første harmoniske lastkomponent. I begge tilfælde forekommer de største accelerationer på midten af broen, hvor punktet UP2 er placeret. Udover de maksimale accelerationer i UP2 er de maksimale accelerationer i UP1 ligeledes beregnet, selvom det ikke er her, hvor de allerstørste accelerationer på hele broen forekommer. Dette er gjort for at påvise betydningen af, at egensvingningsformerne har udsving i forskellige placeringer. For bromodel 1 fås en forskel i UP1, når både antallet af egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter øges til $k = 4$, imens dette for bromodel 2 ikke har nogen betydelig effekt på de maksimale accelerationer. Dette kan forklares ved at betragte modalfrekvensresponsspektrene for bromodel 1 og bromodel 2 på henholdsvis figur 4.3 og figur 4.4. Det fremgår, af figuren med spektrene for bromodel 1, at anden egenfrekvens og fjerde harmoniske frekvens ligger tæt på hinanden, hvilket giver et øget bidrag til det dynamiske respons. Spektrene for bromodel 2 viser, at det udover den første egenfrekvens og harmoniske frekvens kun er fjerde egenfrekvens og harmoniske frekvens, som ligger forholdsvis tæt. Her fremgår det dog, at den dynamiske forstærkning har en lav værdi, og efter nærmere undersøgelse i form af de foregående analyser kan det konkluderes, at bidraget fra dette er ubetydeligt.

Med udgangspunkt i ovenstående konkluderes det, at det i høj grad afhænger af den pågældende bro, om der bør inkluderes mere end én egensvingningsform og én harmonisk lastkomponent. Før dette endegyldigt kan vurderes for andre broer end de to, der er arbejdet med i denne rapport, bør de dynamiske parametre tilhørende de forskellige egensvingningsformer evalueres. En sådan evaluering kan med fordel bestå af spektre som vist i afsnit 4.2.3 samt en visuel vurdering af selve egensvingningsformerne. Det fremgår nemlig af ovenstående analyser, at det primært er spektrene og egensvingningernes udformning, der har en betydning for det nødvendige antal af egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter.

På baggrund af parameterstudiet af lastmodellen med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter kan det konkluderes, at det er nødvendigt at modellere både gangfrekvensen og de

dynamiske lastfaktorer med en spredning. Det er værd at bemærke, at modelleringen af de dynamiske lastfaktorer er vigtigere for konstruktioner, hvor flere harmoniske lastkomponenter har en væsentlig indflydelse.

Multi-harmonisk lastmodel 5

5.1 Introduktion

I de foregående kapitler er der foretaget undersøgelser med forskellige lastmodeller. Disse indbefatter både lastmodeller fra diverse normer og stokastiske lastmodeller med varierende antal af harmoniske lastkomponenter. Fælles for alle tidligere benyttede lastmodeller er, at disse er udført under en antagelse om, at alle fodgængerne bevæger sig periodisk, hvilket betyder, at den enkelte person går med en konstant gangfrekvens, skridtlængde og dermed også ganghastighed, når broen passeres. Dette er en simplificering, eftersom fodgængerens i virkeligheden påvirker broen med en gangbelastning, som ændrer sig for hvert skridt. Ifølge Brownjohn et al. [2004] kan ganglast anses for at være en smalbåndet, tilfældig proces. Med de tidligere anvendte lastmodeller er ganglast derimod blevet betragtet som en sum af harmoniske bidrag, hvilket betyder, at alt energi er samlet i den konstante gangfrekvens samt multipla af denne. Ved i stedet at betragte ganglast som en smalbåndet, tilfældig proces kan energien spredes på flere frekvenser end blot de primære harmoniske frekvenser, da gangfrekvensen ikke længere er konstant for hver enkelt fodgænger. Derfor skelnes der nu mellem primære og mellemharmoniske frekvenser, hvilket specificeres yderligere i løbet af kapitlet. Formålet med dette kapitel er at undersøge, om det har en indvirkning på gangbroernes maksimale accelerationer, at gangforløb ikke længere antages at være periodiske. I det følgende afsnit beskrives de analyser, der benyttes til at undersøge dette.

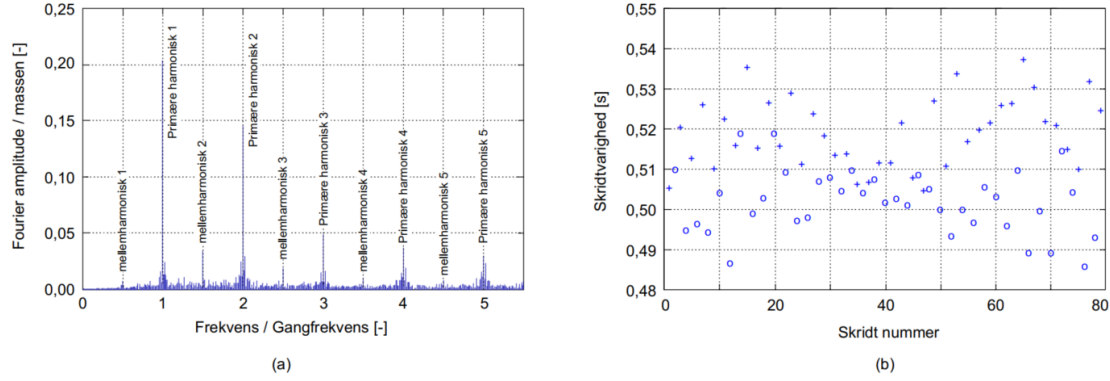
5.1.1 Metode

Først opstilles en multi-harmonisk lastmodel, som tager højde for, at ganglasten for hver person ikke er periodisk. I denne lastmodel medtages bidrag fra spredninger omkring de primære harmoniske frekvenser samt de såkaldte mellemharmoniske frekvenser. Når lastmodellen er opstillet udføres analyser med denne i begge undersøgelsespunkter på begge bromodeller, idet der benyttes $j = 4$ egensvingningsformer. Det dynamiske respons ved brug af den multi-harmoniske lastmodel sammenlignes med resultater fra tidligere modeller. Nærmere bestemt indbefatter dette bro- og lastmodeller med $j = 1$ og $k = 1$ samt $j = 4$ og $k = 4$. Af tidsmæssige årsager udføres der ikke et parameterstudie med den multi-harmoniske lastmodel.

5.2 Lastmodel

Lastmodellerne, som er benyttet tidligere i rapporten, er opstillet på baggrund af en antagelse om, at gangbelastning for en enkelt person kan modelleres periodisk, og at hver person bevæger sig med konstant gangfrekvens. Frekvensspektret for en enkelt persons ganglast har herved kun energi i de primære harmoniske frekvenser, hvilket tydeligt fremgår af eksempelvis figur 4.3, som viser modalfrekvensresponsspektre for bromodel 1 samt frekvensspektret for den tidligere benyttede lastmodel, som fremgår af afsnit 2.3, med 4 harmoniske lastkomponenter. I virkeligheden er dette dog ikke tilfældet, eftersom gangbelastningen for hver enkelt person er en smalbåndet, tilfældig proces, hvilket skyldes, at fodgængere går med varierende skridt. For at bevise dette udførte Brownjohn et al. [2004]

et eksperiment, hvor en person gik 80 skridt på et løbebånd. Testpersonens gang blev ikke påvirket af nogen former for metronomisk udstyr, og fodgængerens gik med en gennemsnitlig gangfrekvens på 1,96 Hz. Af eksperimentets resultater kan det, i overensstemmelse med Rainer et al. [1986], bekræftes, at kraften fra en fodgænger ikke er periodisk. Ved at transformere tidsserien for kraften til frekvensdomænet kan det betragtes, hvordan energien er fordelt på forskellige frekvenser. Dette kan ses på figur 5.1 (a). [Živanović et al., 2007b]



Figur 5.1. (a) Frekvensspektrum for ganglasten. (b) Periode for venstre (+) og højre (O) fod. [Živanović et al., 2007b]

Betragtes figur 5.1 kan det ses, at frekvensspektrummet består af primære harmoniske frekvenser, som svarer til fodgængerens gennemsnitlige gangfrekvens og multipla af denne. Spektret er begrænset, så det kun er de fem første primære harmoniske frekvenser, der ses. I modsætning til frekvensspektret for den periodiske lastmodel hvor der kun forekommer energi ved de primære harmoniske frekvenser, ses det her, at energien er spredt omkring de primære harmoniske frekvenser, men stadig med peaks i disse. Derudover kan det også ses, at der forekommer mindre peaks ved de såkaldte mellemlharmoniske frekvenser, som er placeret mellem de primære. Dette fænomen forekommer, fordi perioden for tidsserien af kraften svarer til den tid, det tager en person at tage to skridt, hvor der i de tidligere analyser kun er foretaget undersøgelser for en tidsserie med ét skridt. Ved at anvende teorien for to skridt frem for ét betyder det, at perioden er to gange større, hvilket dermed også resulterer i, at frekvensen for ganglasten bliver halveret. Årsagen til dette er, at parametrene beskrives lidt anderledes ved gang med to ben. Disse parametre indbefatter gangfrekvens/periode og skridtlængde. Af figur 5.1 (b) kan det ses, at testpersonen konsekvent bruger mere tid på at tage et skridt med venstre fod end med højre. Baseret på denne analyse er det nærliggende, at den første primære harmoniske frekvens forekommer ved $0,5 \cdot f_s$. Det besluttet dog, at den første primære harmoniske frekvens stadig forekommer ved den gennemsnitlige gangfrekvens for en enkelt fod f_s , da dette stemmer overens med det, der er gjort i resten af rapporten. [Živanović et al., 2007b]

Til bestemmelse af den totale dynamiske belastning for én fodgænger foretages en summation af lastkomponenter ved fem primære- og mellemlharmoniske frekvenser. Den multi-harmoniske lastmodel udtrykkes ved formel (5.1). Metoden i dette kapitel er generelt baseret på Živanović et al. [2007b].

$$F(t) = \sum_{i=1}^5 F_i^p(t) + \sum_{i=1}^5 F_i^m(t) \quad (5.1)$$

Hvor:

$F(t)$	Gangbelastning som funktion af tid [N]
F_i^p	Belastningsbidrag fra den i'te primære harmoniske frekvens
F_i^m	Belastningsbidrag fra den i'te mellemharmoniske frekvens

De primære- og mellemharmoniske bidrag er givet ved henholdsvis formel (5.2) og (5.3).

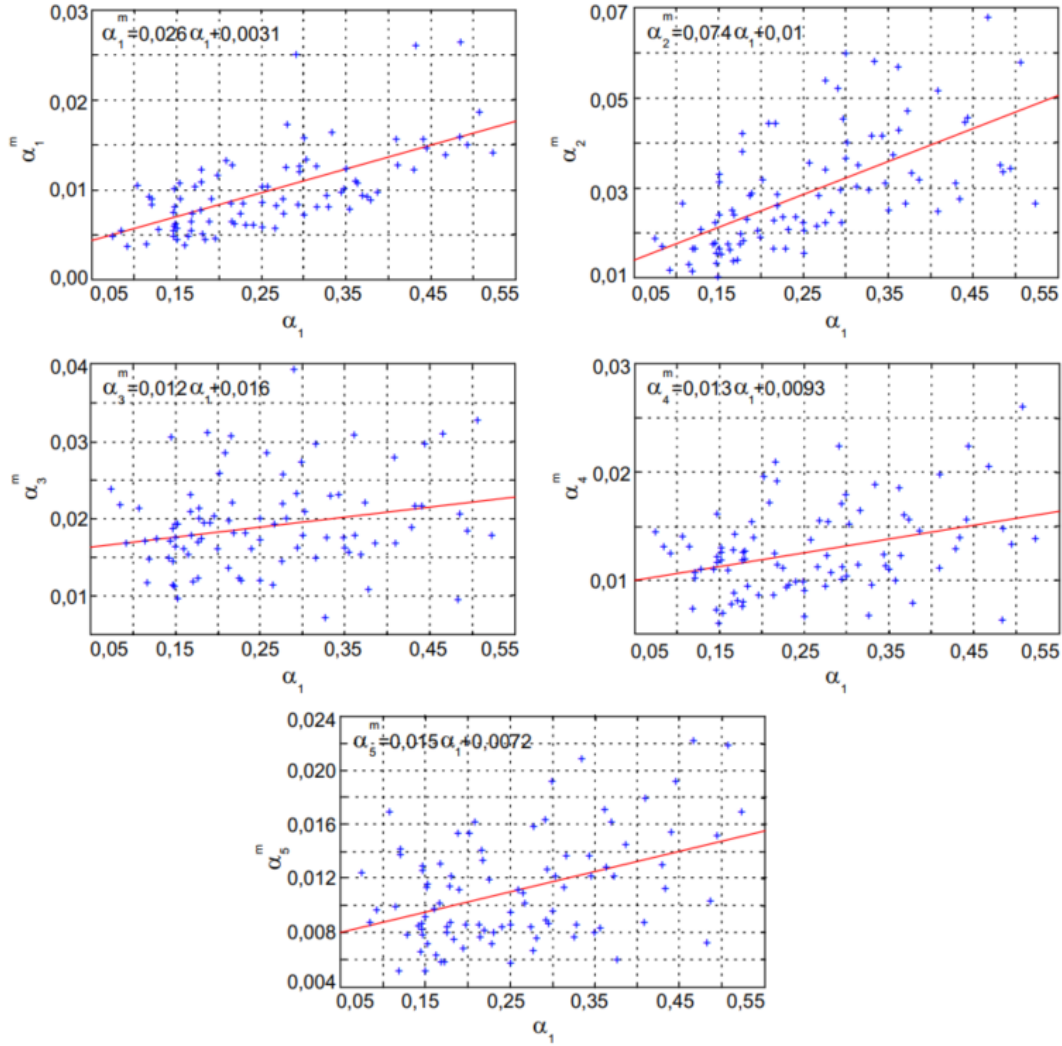
$$F_i^p(t) = G \cdot \alpha_i^p \cdot \sum_{\bar{f}_j^p=i-0,25}^{i+0,25} \bar{\alpha}_i^p(\bar{f}_j^p) \cdot \cos(2\pi \cdot \bar{f}_j^p \cdot f_s \cdot t + \phi(\bar{f}_j^p)) \quad (5.2)$$

$$F_i^m(t) = G \cdot \alpha_i^m \cdot \sum_{\bar{f}_j^m=i-0,75}^{i-0,25} \bar{\alpha}_i^m(\bar{f}_j^m) \cdot \cos(2\pi \cdot \bar{f}_j^m \cdot f_s \cdot t + \phi(\bar{f}_j^m)) \quad (5.3)$$

Hvor:

G	Vægt af person [N]
α_i^p	Den i'te primære harmoniske dynamiske lastfaktor [-]
α_i^m	Den i'te mellemharmoniske dynamiske lastfaktor [-]
$\bar{f}_j^p$	Frekvensforholdet mellem den aktuelle frekvenslinje og gangfrekvensen, f_s , for den primære harmoniske lastkomponent [-]
$\bar{f}_j^m$	Frekvensforholdet mellem den aktuelle frekvenslinje og gangfrekvensen, f_s , for den mellemharmoniske lastkomponent [-]
$\bar{\alpha}_i^p(\bar{f}_j^p)$	Den normaliserede amplitude for den i'te primære harmoniske lastkomponent [-]
$\bar{\alpha}_i^m(\bar{f}_j^m)$	Den normaliserede amplitude for den i'te mellemharmoniske lastkomponent [-]
$\phi_i^p(\bar{f}_j^p)$	Faseforskydningen for den primære harmoniske lastkomponent [-]
$\phi_i^m(\bar{f}_j^m)$	Faseforskydningen for den mellemharmoniske lastkomponent [-]

De dynamiske lastfaktorer for de primære harmoniske lastkomponenter er defineret i afsnit 2.3.4, og i det følgende beskrives de dynamiske lastfaktorer for de mellemharmoniske lastkomponenter. I et forsøg udført af Brownjohn et al. [2004] er der foretaget 95 målinger af 9 testpersoner, der hver går på et løbebånd. Živanović et al. [2007b] har efterfølgende transformeret de tilgængelige data til frekvensdomænet, og på baggrund af dette har det været muligt at opstille et forhold mellem de dynamiske lastfaktorer for de enkelte mellemharmoniske lastkomponenter og den dynamiske lastfaktor for den første primære harmoniske lastkomponent. Disse forhold kan ses på figur 5.2.



Figur 5.2. Dynamiske lastfaktorer for de mellemharmoniske lastkomponenter som funktion af den første primære dynamiske lastfaktor. [Živanović et al., 2007b]

Betragtes figur 5.2 kan det ses, at der er opstillet et lineært udtryk for dataene, som bestemmer den enkelte mellemharmoniske dynamiske lastfaktor, hvilket gøres på baggrund af den dynamiske lastfaktor for den første primære harmoniske lastkomponent. Dette betyder, at de mellemharmoniske dynamiske lastfaktorer er direkte afhængige af den dynamiske lastfaktor for den første primære harmoniske lastkomponent.

De frekvensforhold, der betegnes som $\bar{f}_j^p$, mellem den aktuelle frekvenslinje og gangfrekvensen for den primære harmoniske lastkomponent ligger inden for intervallet $[i-0,25; i+0,25]$. Hermed tages der højde for, at spektrummet har en bredde svarende til $0,5 \cdot f_s$ omkring hver af de harmoniske lastkomponenter, når den normaliserede dynamiske lastfaktor for den pågældende harmoniske lastkomponent defineres, eftersom frekvensforholdet indgår i denne. Når spektrumbredden divideres med en frekvensafstand svarende til $\frac{f_s}{80 \text{ skridt}}$, følger det, at hver harmoniske komponent beskrives med 40 frekvenslinjer. Frekvensforholdet, $\bar{f}_j^m$, mellem de mellemharmoniske lastkomponenter ligger i intervallet $[i-0,75; i-0,25]$ og er ligeledes beskrevet med 40 frekvenslinjer. Dermed opstilles en lastmodel, som dækker over frekvenser fra $0,25f_s - 5,25f_s$. [Živanović et al., 2007b]

De næste parametre, som skal bestemmes, er de normaliserede dynamiske lastfaktorer for henholdsvis de primære og mellemharmoniske lastkomponenter, $\bar{\alpha}_i^p(\bar{f}_j^p)$ og $\bar{\alpha}_i^m(\bar{f}_j^m)$. Her tages der atter udgangspunkt i de 95 målinger af Brownjohn et al. [2004], som er transformeret til frekvensdomænet med præcis 80 skridt. Amplituderne i spektrene for hver primære og mellemharmoniske lastkomponent divideres med den dynamiske lastfaktor for den pågældende lastkomponent, hvorved de normaliserede amplituder fås. Der haves herved 95 spektre med frekvensforholdet på x-aksen og de normaliserede amplituder på y-aksen for hver primære og mellemharmoniske lastkomponent. De tilsvarende 95 spektre plottes for hver lastkomponent i samme figur, og ved brug af MATLAB er der for hver lastkomponent tilpasset et udtryk, der bedst muligt beskriver den normaliserede amplitude. Formeludtrykkene til tilpasning fremgår af formel (5.4) og (5.5).

$$\bar{\alpha}_i^p(\bar{f}_j^p) = a_{i,1}^p \cdot e^{-\left(\frac{\bar{f}_j^p - b_{i,1}^p}{c_{i,1}^p}\right)^2} + a_{i,2}^p \cdot e^{-\left(\frac{\bar{f}_j^p - b_{i,2}^p}{c_{i,2}^p}\right)^2} + a_{i,3}^p \cdot e^{-\left(\frac{\bar{f}_j^p - b_{i,3}^p}{c_{i,3}^p}\right)^2} \quad (5.4)$$

$$\bar{\alpha}_i^m(\bar{f}_j^m) = a_{i,1}^m \cdot e^{-\left(\frac{\bar{f}_j^m - b_{i,1}^m}{c_{i,1}^m}\right)^2} + a_{i,2}^m \cdot e^{-\left(\frac{\bar{f}_j^m - b_{i,2}^m}{c_{i,2}^m}\right)^2} \quad (5.5)$$

Hvor:

$$\begin{array}{ll|l} a_{i,r}^p, b_{i,r}^p \text{ og } c_{i,r}^p & (r = 1, 2, 3) & \text{De ni fittingsparametre for den} \\ & & \text{i'te primære harmoniske lastkomponent [-]} \\ a_{i,r}^m, b_{i,r}^m \text{ og } c_{i,r}^m & (r = 1, 2) & \text{De seks fittingsparametre for den} \\ & & \text{i'te mellemharmoniske lastkomponent [-]} \end{array}$$

I formeludtrykkene indgår en række parametre, som er benyttet til at fitte det pågældende udtryk til spektrene. Disse fittingsparametre er angivet i tabel 5.1 for de primære harmoniske lastkomponenter og i tabel 5.2 for de mellemharmoniske lastkomponenter.

i	1	2	3	4	5
$a_{i,1}^p$	0,785200	0,513000	0,390800	0,325500	0,280600
$b_{i,1}^p$	0,999900	2,000000	3,000000	4,000000	4,999000
$c_{i,1}^p$	0,008314	0,011050	0,009560	0,008797	0,007939
$a_{i,2}^p$	0,020600	0,133000	0,156700	0,164700	0,158400
$b_{i,2}^p$	1,034000	1,957000	3,000000	4,001000	5,004000
$c_{i,2}^p$	0,252400	0,263200	0,055250	0,066410	0,078250
$a_{i,3}^p$	0,107400	-0,049840	0,068660	0,072890	0,072890
$b_{i,3}^p$	1,001000	1,882000	2,957000	3,991000	4,987000
$c_{i,3}^p$	0,036530	0,058070	0,560700	0,375000	0,450100

Tabel 5.1. Fittingsparametre for de første fem primære harmoniske lastkomponenter.

i	1	2	3	4	5
$a_{i,1}^s$	0,340600	0,302400	0,262700	0,234400	0,264500
$b_{i,1}^s$	0,498800	1,500000	2,500000	3,501000	4,499000
$c_{i,1}^s$	0,008337	0,008735	0,009748	0,009898	0,010190
$a_{i,2}^s$	0,280300	0,134500	0,245600	0,235500	0,238900
$b_{i,2}^s$	1,133000	1,532000	0,231200	-1,576000	1,153000
$c_{i,2}^s$	0,638800	0,723300	2,932000	7,050000	4,561000

Tabel 5.2. Fittingsparametre for de første fem mellemharmoniske lastkomponenter.

Der er herved redegjort for de parametre, der indgår i den multi-harmoniske lastmodel. I Živanović et al. [2007b] er der udført et beregningseksempel på en gangbro nær Sheffield. For at verificere det udviklede beregningsprogram udføres en analyse under samme forudsætninger som dem, der blev anvendt i Živanović et al. [2007b]), for at sikre, at programmet producerer en sammenlignelig fordelingsfunktion. Verificeringen af beregningsprogrammet kan ses i bilag G.

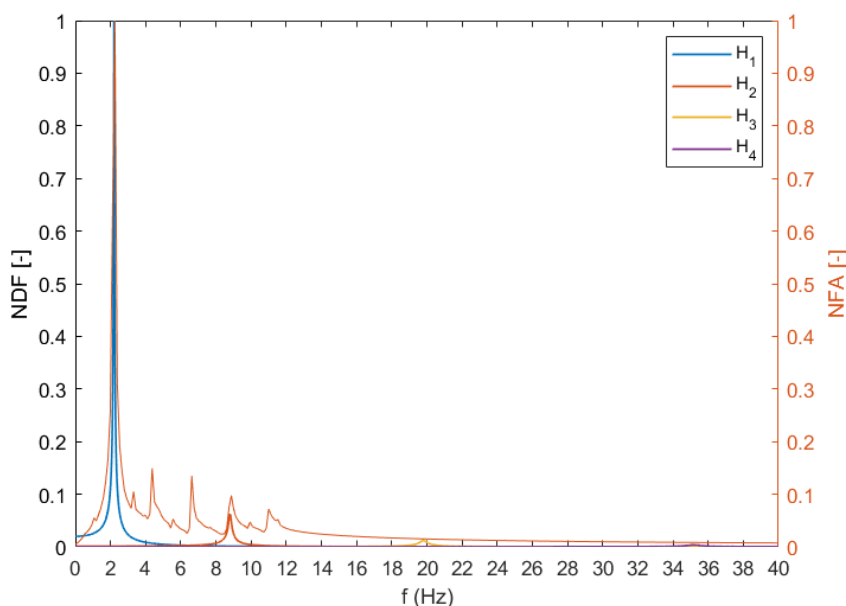
I indeværende kapitel anvendes identiske bromodeller som for kapitel 4, hvilket er yderligere beskrevet i afsnit 4.2.1. Derfor er de tilhørende egensvingningsformer også identiske. Undersøgelser udføres desuden i de samme undersøgelsespunkter for de to bromodeller. Disse er beskrevet i afsnit 4.2.4.

5.3 Modalfrekvensresponspektre

Ligesom i afsnit 4.2.3 udarbejdes modalfrekvensresponspektre for de to bromodeller. Formålet med disse spektre er at beskrive sammenhængen mellem den dynamiske forstærkning og gangbroernes egenfrekvenser, hvilket dermed kan bruges til at forklare hvordan de opfører sig, når de udsættes for belastning. I det følgende fremvises modalfrekvensresponspektrene for de to bromodeller, hvor der igen inkluderes de første fire egensvingningsformer. Derudover gøres der brug af de første fem primære og mellemharmoniske lastkomponenter i et frekvensspektrum for lasten, som plottes i samme figur som modalfrekvensresponspektrene. Dette gøres for at være tro mod den anvendte teori fra Živanović et al. [2007b]. Formålet med disse spektre er at undersøge, om toppunkterne i bromodellernes modalfrekvensreponsspektre er sammenfaldende med de primære og/eller de mellemharmoniske frekvenser for den påførte gangbelastning. Ligesom i afsnit 4.2.3 gøres der brug af Fast Fourier Transform-algoritmen for at konvertere en tidshistorie for ganglasten til frekvensdomænet. Derudover bestemmes ganglastens frekvensspektrum også kun for en enkelt person, hvor de benyttede parametre til lastmodellen svarer til middelværdierne fra referencekombinationen af parametermodeller i tabel 2.6. Dog vælges det, at den gennemsnitlige gangfrekvens for den specifikke fodgænger er svarende til gangbroens første egenfrekvens. For bromodel 1 benyttes altså til bestemmelse af frekvensspektret en gennemsnitlig gangfrekvens på 2,2 Hz, imens der for bromodel 2 benyttes 2,04 Hz. Dette gøres for at vise det, der forventes at være det mest kritiske tilfælde. Desuden benyttes disse gennemsnitlige gangfrekvenser kun til at opstille frekvenspektrene, da gangfrekvensen i den lastmodel, der benyttes i resten af undersøgelserne i dette kapitel, modelleres stokastisk med udgangspunkt i

parametermodellen GF1, som fremgår af tabel 2.1.

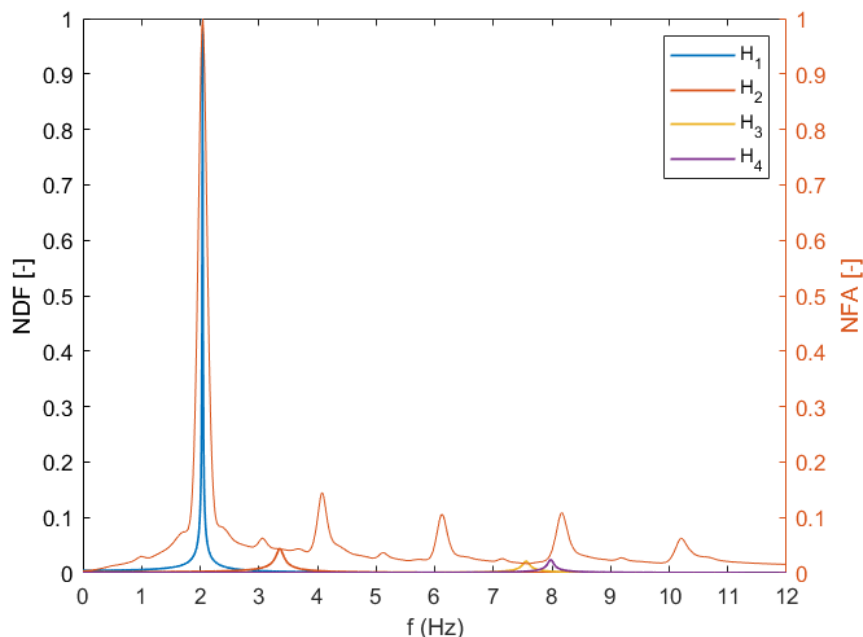
I de følgende figurer plottes modalfrekvensresponspektrene sammen med frekvensspektrene for den multi-harmoniske lastmodel. Fourieramplituden i frekvensspektret normaliseres ved brug af den maksimale Fourieramplitude. På figur 5.3 ses et spektrum for bromodel 1, hvor den normaliserede dynamiske forstærkningsfaktor, NDF, er plottet som funktion af den frekvens, som konstruktionen er påvirket med. Derudover er frekvensspektret for ganglasten også plottet, hvilket kan ses på højre y-akse. NFA er en forkortelse for den normaliserede Fourieramplitude.



Figur 5.3. Modalfrekvensresponspektre for bromodel 1 samt frekvensspektrum for multi-harmonisk ganglast for en person med gennemsnitlig gangfrekvens på 2,2 Hz. Værdier for modalfrekvensresponspektre aflæses på y-aksen til venstre, imens værdier for frekvensspektret aflæses på y-aksen til højre.

Betragtes figur 5.3 kan det ses, at den største dynamiske forstærkningsfaktor forekommer ved den første egenfrekvens. Derudover fremgår det også af figuren, at den største Fourieramplitude for ganglasten ligeledes forekommer ved den første egenfrekvens. Dette er som forventet, da den anvendte gennemsnitlige gangfrekvens er lig den første egenfrekvens. Af plottet vurderes det dermed, at størstedelen af det dynamiske respons kan bestemmes ved at inkludere den første egensvingningsform. Det kan dog ses, at den fjerde primære harmoniske lastkomponent er sammenfaldende med den anden egenfrekvens. Det undersøges i det følgende, om inkluderingen af mellemharmoniske bidrag medfører en øget maksimal acceleration på bromodel 1.

Der er også udarbejdet modalfrekvensresponspektre for bromodel 2, hvilket kan ses på figur 5.4. Der er ligeledes inkluderet et frekvensspektrum for den multi-harmoniske last, hvor fodgængeren er modelleret til at gå med en gennemsnitlig gangfrekvens svarende til den første egenfrekvens for bromodel 2.



Figur 5.4. Modalfrekvensresponspektre for bromodel 2 samt frekvensspektrum for multi-harmonisk ganglast for en person med gennemsnitlig gangfrekvens på 2,04 Hz. Værdier for modalfrekvensresponspektre aflæses på y-aksen til venstre, imens værdier for frekvensspektret aflæses på y-aksen til højre.

Betragtes figur 5.4 kan det ses, at broens egenfrekvenser ligger markant tættere på hinanden end de gør for bromodel 1. Derudover kan det ses, at den dynamiske forstærkning for første egensvingningsform er væsentlig større end de efterfølgende tre. Eftersom gangbroens egenfrekvenser er placeret tættere på hinanden, giver det anledning til, at der kan forekomme et bidrag fra de mellemharmoniske lastkomponenter. Dette undersøges i det følgende. Derudover kan det også ses, at den fjerde egenfrekvens ligger tæt på den fjerde primære harmoniske frekvens, men eftersom størrelsen på den dynamiske forstærkning er relativt lille, forventes det, at denne har begrænset indvirkning på det samlede respons.

5.4 Maksimale accelerationer

I dette afsnit udarbejdes analyserne med den multi-harmoniske lastmodel på de to bromodeller. Inden de maksimale accelerationer kan bestemmes, skal der udføres en konvergensanalyse, hvor antallet af Monte Carlo-simuleringer og størrelsen af Newmark-tidsskridtet bestemmes. Efterfølgende sammenlignes resultaterne fra den multi-harmoniske lastmodel med resultaterne fra den udvidede bro- og lastmodel, som blev beregnet i kapitel 4. Dette gøres for at undersøge, om anvendelsen af den multi-harmoniske lastmodel har en nævneværdig indflydelse på de maksimale accelerationer. I alle analyser i dette kapitel anvendes referencekombinationen af parametermodeller i tabel 2.6, hvilket betyder, at der ikke beregnes deterministiske resultater. Vurderingen af de maksimale accelerationer tager derfor udgangspunkt i fraktilværdier og grafer af fordelingsfunktioner. De maksimale accelerationer beregnes i punkterne UP1 og UP2, som er beskrevet i afsnit 4.2.4, for både bromodel 1 og 2.

5.4.1 Konvergensanalyse

Der udføres en konvergensanalyse på samme måde som i afsnit 4.3.1. Forskellen er blot, at der nu benyttes en multi-harmonisk lastmodel. Konvergensanalysen kan ses i bilag E.2, og med udgangspunkt i denne analyse konkluderes det, at de maksimale accelerationer konvergerer tilstrækkeligt ved værdierne i tabel 5.3.

Bromodel	n [-]	Δt [s]
1	100.000	0,005
2	100.000	0,005

Tabel 5.3. Benyttede antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt i undersøgelserne med multi-harmonisk lastmodel.

Ovenstående antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt benyttes i de følgende analyser.

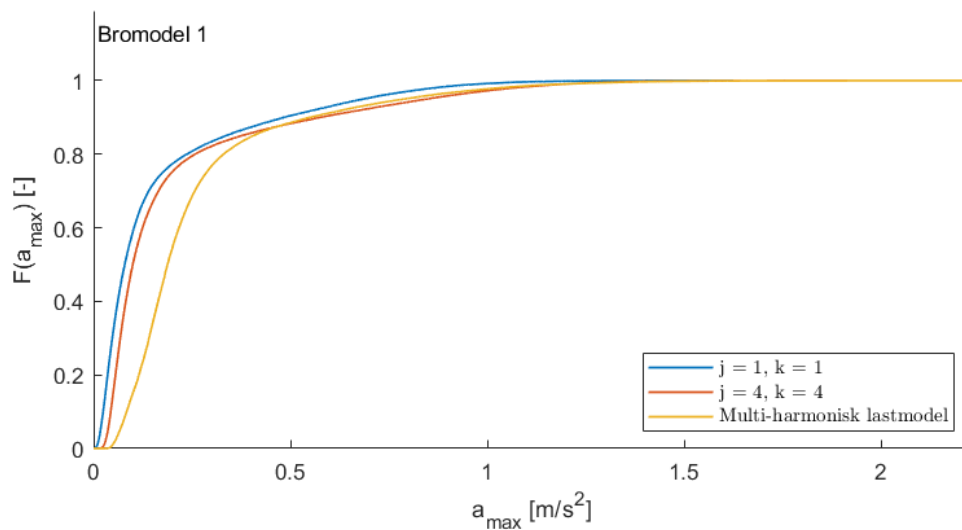
5.4.2 Sammenligning af maksimale accelerationer

Med henblik på at påvise betydningen af at fodgængeres gangforløb i virkeligheden ikke er periodiske, og at fodgængere ikke går med konstant gangfrekvens, er de maksimale accelerationer på bromodel 1 og 2 bestemt ved brug af en multi-harmonisk lastmodel. I det følgende sammenlignes de maksimale accelerationer ved den multi-harmoniske lastmodel med resultater fra tidligere kapitler. Hertil tages der udgangspunkt i de resultater, som er beregnet i afsnit 3.5 for bro- og lastmodeller med $j = 1$ egensvingningsform samt $k = 1$ harmonisk lastkomponent. Derudover inkluderes også de maksimale accelerationer fra afsnit 4.3.3 ved brug af $j = 4$ egensvingningsformer og $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. Resultaterne for disse sammenlignes med de maksimale accelerationer ved brug af den multi-harmoniske lastmodel, hvorved det kan tydeliggøres, om det har en nævneværdig indflydelse på accelerationsniveauet, at bidrag, som ligger imellem de primære harmoniske frekvenser, inkluderes.

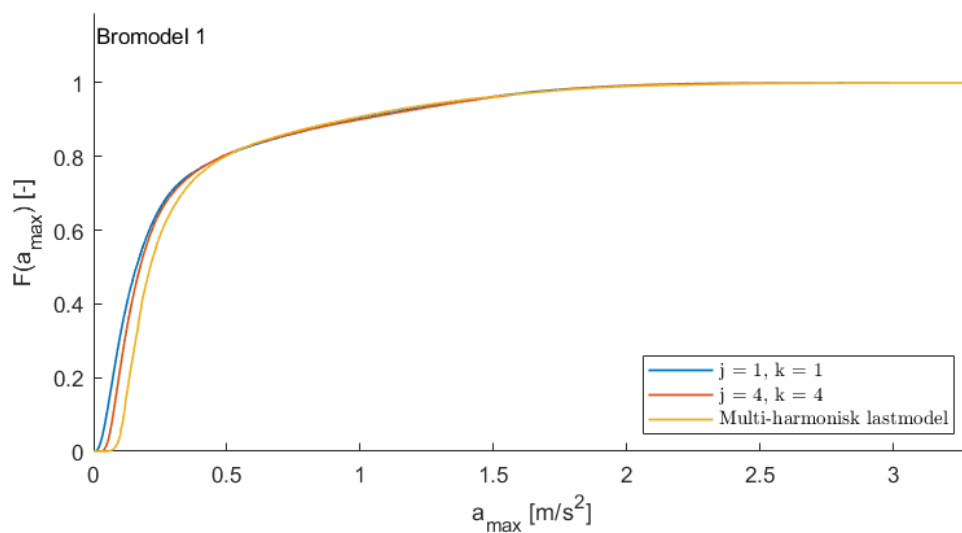
Bromodel 1

Først undersøges bromodel 1. Betragtes spektrene på figur 5.3 kan det ses, at det hovedsageligt er den første primære harmoniske lastkomponent, som forventes at bidrage til det dynamiske respons.

På figur 5.5 og figur 5.6 fremgår fordelingsfunktioner for de maksimale accelerationer på bromodel 1 i henholdsvis UP1 og UP2. Derudover fremgår udvalgte fraktilværdier af tabel 5.4 og 5.5.



Figur 5.5. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1.



Figur 5.6. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 1.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
j = 1, k = 1	0,0791	0,1751	0,6850
j = 4, k = 4	0,0995	0,1981	0,8466
Multi-harmonisk lastmodel	0,1876	0,2865	0,7895

Tabel 5.4. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 1.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$j = 1, k = 1$	0,1593	0,3512	1,3735
$j = 4, k = 4$	0,1745	0,3666	1,3939
Multi-harmonisk lastmodel	0,2123	0,3940	1,3459

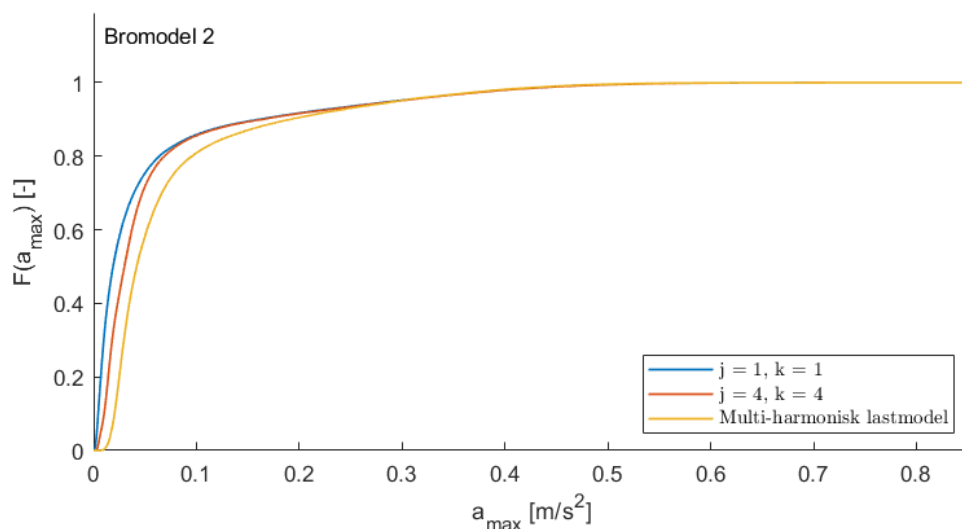
Tabel 5.5. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 1.

Betragtes fordelingsfunktionerne i UP1 på figur 5.5 ses det, at der særligt for de lavere sandsynligheder er en afvigelse mellem resultaterne for den multi-harmoniske lastmodel og de tidligere benyttede modeller. Årsagen til dette kan findes ved at nærstudere spektrene på figur 5.3. De lavere maksimale accelerationer fås ved fodgængere, der går med en gennemsnitlig gangfrekvens, som ligger langt fra første egenfrekvens, da der her haves det største peak i den dynamiske forstærkning. Idet der med den multi-harmoniske lastmodel også inkluderes bidrag, som ikke kommer fra de primære harmoniske lastkomponenter, vil der dog for alle gangfrekvenser være en del af frekvensspektret for lasten, som interagerer med frekvensresponspektret for gangbroen. De laveste værdier af de maksimale accelerationer vil dermed generelt være højere, når der medtages bidrag fra mellemharmoniske lastkomponenter og spredninger af energi omkring de harmoniske frekvenser. Dette bekræftes ved at betragte fraktilværdierne i tabel 5.4. Det samme princip gør sig gældende i UP2, omend dette forekommer i mindre grad som følge af, at anden og fjerde egensvingningsform ikke har samme betydning for resultaterne i dette punkt.

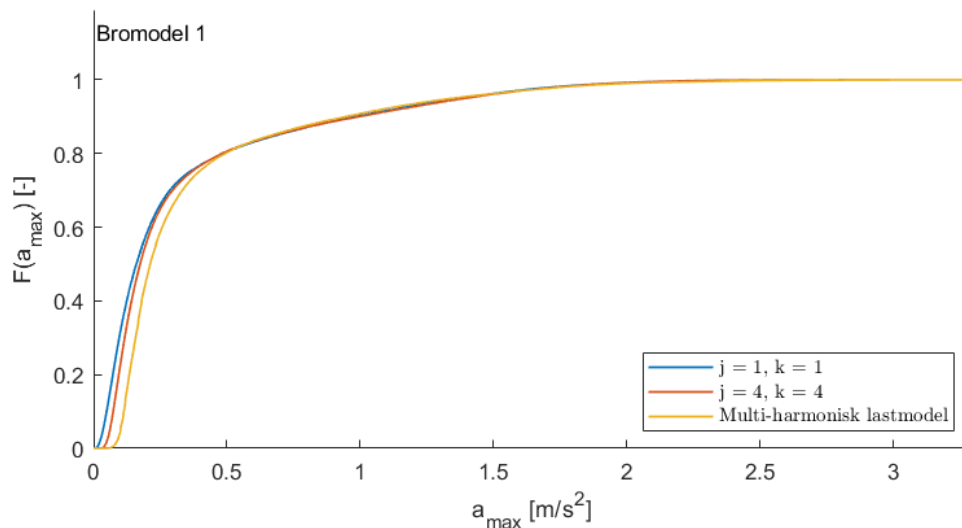
Betragtes i stedet de højere fraktilværdier, bliver det tydeligt, at disse er lavere for den multi-harmoniske lastmodel, end de er for undersøgelsen med $j = 4$ og $k = 4$. Dette er både gældende i UP1 og UP2. Det forventes, at dette skyldes, at energien er spredt omkring de primære og mellemharmoniske frekvenser i frekvensspektret. Denne spredning af energi bevirker, at Fourieramplituden ved første harmoniske lastkomponent er mindre, og eftersom størstedelen af det dynamiske respons forekommer som følge af denne, vil den samlede maksimale acceleration mindskes. Rent praktisk sker dette, fordi den enkelte fodgænger ikke længere bevæger sig med konstant gangfrekvens. I de tidligere analyser ses det, at de højeste maksimale accelerationer findes ved de fodgængere, der går med en konstant gangfrekvens, som er lig med den første egenfrekvens af broen. Dette kan ikke længere lade sig gøre, da hver fodgænger nu går med en varierende gangfrekvens. Det betyder, at de højeste maksimale accelerationer på bromodel 1 ved brug af den multi-harmoniske lastmodel ikke er lige så høje som ved den tidligere benyttede lastmodel, da det mest kritiske tilfælde simpelthen er mindre kritisk. Det skal dog bemærkes, at der kun kan opnås lavere maksimale accelerationer, såfremt der ikke er betydelige sammenfald mellem den dynamiske forstærkning og Fourieramplituderne i spektret på figur 5.3. For broer med højere værdier af dynamisk forstærkning og Fourieramplituder samt egenfrekvenser, der ligger tættere, er det meget muligt, at der opnås højere maksimale accelerationer ved brug af den multi-harmoniske lastmodel end ved de tidligere benyttede modeller.

Bromodel 2

I indeværende afsnit udarbejdes identiske analyser for bromodel 2 som for bromodel 1. Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer kan ses på figur 5.7 og 5.8 for henholdsvis UP1 og UP2 på bromodel 2. Derudover fremgår udvalgte fraktilværdier af tabel 5.6 og 5.7.



Figur 5.7. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2.



Figur 5.8. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
j = 1, k = 1	0,0189	0,0491	0,2926
j = 4, k = 4	0,0299	0,0555	0,2958
Multi-harmonisk lastmodel	0,0419	0,0775	0,2955

Tabel 5.6. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
j = 1, k = 1	0,0244	0,0635	0,3727
j = 4, k = 4	0,0265	0,0712	0,3775
Multi-harmonisk lastmodel	0,0404	0,0944	0,3824

Tabel 5.7. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 2.

Tages der først udgangspunkt i fordelingsfunktionerne, bemærkes det for både UP1 og UP2, at de lavere fraktilværdier igen er højere ved brug af den multi-harmoniske lastmodel. Dette skyldes samme fænomen, som er beskrevet i foregående afsnit, hvor bromodel 1 er behandlet. Dette bekræftes ligeledes ved værdierne i tabel 5.6 og 5.7. Det viser sig dog ved nærmere undersøgelse af de højere fraktilværdier, at disse i både UP1 og UP2 enten er lig med eller højere end de andre resultater, når den multi-harmoniske lastmodel benyttes. Dette forklares ved at betragte spektrene på figur 5.4, hvor det ses, at egenfrekvenserne generelt ligger meget tættere end for bromodel 1. Spredningen omkring de forskellige peaks i frekvensspektret for lasten medvirker til, at der ved alle egenfrekvenser haves et sammenfald mellem frekvensspektret for lasten og frekvensresponspektret for gangbroen. Det betyder, at der for de maksimale accelerationer ikke blot er bidrag fra den første harmoniske lastkomponent og egenfrekvens, men derimod fra alle egenfrekvenser og den tilsvarende Fourieramplitude for lasten ved hver af egenfrekvenserne. Det ses dog, at forskellen i værdierne ved de høje fraktiler tilnærmelsesvis er negligerbar, og derfor er det ikke nødvendigt at benytte den multi-harmoniske lastmodel for bromodel 2. Det vurderes, at forskellen mellem resultaterne ved brug af de tidligere benyttede modeller og den multi-harmoniske lastmodel er så små, fordi de dynamiske forstærkninger og Fourieramplituderne for første egenfrekvens og første primære harmoniske lastkomponent er meget større end for de højere egenfrekvenser og harmoniske lastkomponenter.

5.5 Konklusion

Det konkluderes på baggrund af analyserne i dette kapitel, at det for bromodel 1 og 2 ikke er nødvendigt at benytte en multi-harmonisk lastmodel, hvis det er de absolut største accelerationer på broen, der skal findes. Disse findes nemlig stadig på midten af begge broer, og det fremgår atter, at det er den første egensvingningsform og den første harmoniske lastkomponent, der yder det største bidrag til den maksimale acceleration.

Det observeres dog, at de lavere fraktilværdier for begge bromodeller generelt er højere. Dette skyldes, at energien i ganglastens frekvensspektrum er spredt over flere frekvenser, og der vil derfor altid være et overlap mellem noget af frekvensspektret og konstruktionens modalfrekvensresponsspektre, selvom den gennemsnitlige gangfrekvens ligger langt fra første egenfrekvens. For de højere fraktilværdier ses en omvendt effekt for bromodel 1, idet de maksimale accelerationer generelt er lavere. Dette skyldes, at det mest kritiske tilfælde er, når fodgængerens konstant går med en gangfrekvens, der er lig med egenfrekvensen, men eftersom gangfrekvensen ikke længere er konstant, er det mest kritiske tilfælde mindre kritisk. Frekvensspektret for ganglasten har altså et mindre peak i den gennemsnitlige gangfrekvens som følge af, at energien spredes over flere frekvenser. Denne effekt ses ikke på samme måde for bromodel 2, fordi egenfrekvenserne ligger tættere, hvilket medfører, at frekvensspektret er sammenfaldende med modalfrekvensresponsspektrene flere steder.

For broer hvor modalfrekvensresponsspektrene har større betydning for flere egensvingningsformer end blot den første, er det meget sandsynligt, at det kan føre til nævneværdige ændringer af de maksimale accelerationer, hvis en multi-harmonisk lastmodel benyttes. Dette er dog ikke tilfældet for de bromodeller, der er undersøgt i dette projekt.

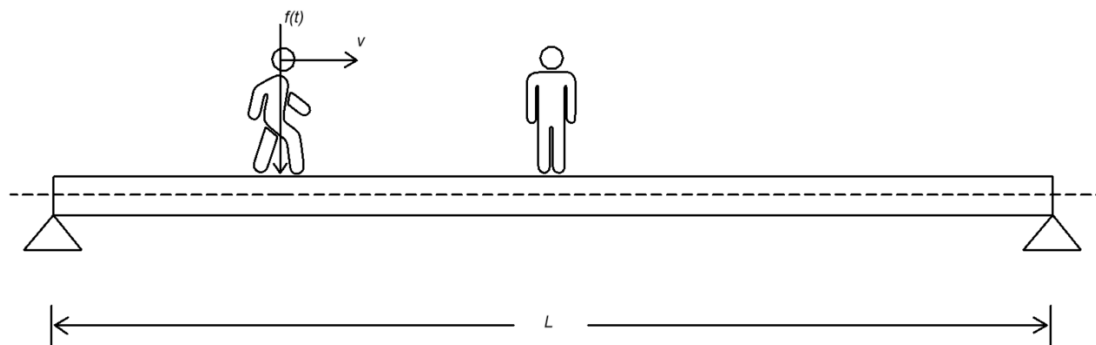
Interaktion mellem menneske og konstruktion 6

6.1 Introduktion

Indtil nu er der primært foretaget ændringer af den lastmodel, der benyttes til at modellere ganglasten for en fodgænger på gangbroerne, eftersom udvidelser af selve konstruktionens system blot har bestået af at øge antallet af benyttede egensvingningsformer, j , i modalanalysen. Når personer befinder sig på en gangbro, forekommer der dog et fænomen, som endnu ikke er taget højde for i dette projekt. Dette fænomen består af en interaktion mellem personer og konstruktionen, hvor 1-frihedsgradssystemer, der repræsenterer personer, har en gensidig påvirkning med konstruktionens system, hvilket medfører en ændring af systemernes dynamiske parametre. Det betyder, at forekomsten af personer på gangbroerne resulterer i en ændring af gangbroernes stivhed og dæmpning. Betydningen af denne effekt undersøges nærmere i dette kapitel, idet det dynamiske respons bestemmes for modeller, hvor det forsøges at inkludere interaktionen mellem menneske og konstruktion.

6.1.1 Metode

I dette afsnit fremlægges den metode, der benyttes til at estimere effekten af inkluderingen af interaktionen mellem menneske og konstruktion. Det er oplagt at undersøge interaktionen mellem en passerende fodgænger og den gangbro, som fodgængerens passerer, men en forudsætning for benyttelse af modalanalyse er, at det benyttede system er lineært [Erfan Shahabpoor Ardakani, 2014]. Det betyder, at personens placering på broen skal være stationær, når modalanalyse udføres, såfremt personens eget 1-frihedsgradssystem skal inkluderes i beregningerne. Af denne årsag udføres i stedet analyser, hvor en stationær person placeres på midten af gangbroerne, imens en anden fodgænger passerer broen. På denne måde er det kun den stationære persons 1-frihedsgradssystem, som inkluderes i det samlede system, imens den passerende fodgænger blot modelleres som en kraft, der flytter sig for hvert tidsskridt. En skitse af denne situation fremgår af figur 6.1.

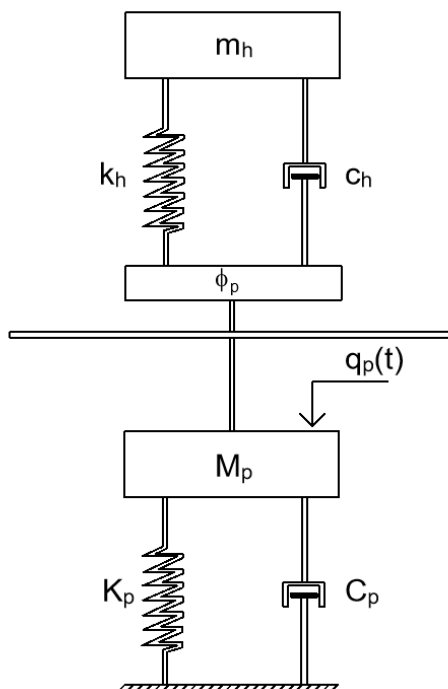


Figur 6.1. Skitse af en passerende fodgænger hvor en stationær person står placeret på midten af broen.

Analyserne udføres i UP1 og UP2 på både bromodel 1 og 2, idet der inkluderes $j = 4$ egensvingningsformer. Det vil sige, at de maksimale accelerationer beregnes i UP1 og UP2, imens den stationære person er placeret på broens midte. Den benyttede lastmodel for den passerende fodgænger er identisk med den multi-harmoniske lastmodel, som er beskrevet i afsnit 5.2. Når fordelingsfunktioner for de maksimale accelerationer er bestemt, sammenlignes disse med resultaterne ved brug af den multi-harmoniske lastmodel uden inkludering af interaktion mellem menneske og konstruktion. Herved kan interaktionens betydning påvises.

6.2 Implementering af stationær person

Den stationære person betragtes som et 1-frihedsgradssystem, som kobles med konstruktions system, således at der fås et 2-frihedsgraderssystem bestående af begge de førnævnte. Dette er illustreret på figur 6.2, hvor lasten fra den passerende fodgænger kun virker på broens system. På figuren er værdien for den pågældende egensvingningsform tilhørende den stationære persons placering vist.



Figur 6.2. Sammenkoblet 2-frihedsgraderssystem bestående af konstruktion og stationær person.

Ligesom i de tidligere kapitler bestemmes gangbroens respons ved brug af bevægelsesligningen, men eftersom der påsættes en stationær person, der modelleres som et 1-frihedsgradssystem med masse, stivhed og dæmpning, bliver der tilføjet en ekstra bevægelsesligning. Af formel 6.1 fremgår bevægelsesligningerne, hvor der tages højde for placeringen af den stationære person, idet der ganges med den pågældende egensvingningsforms værdi tilhørende placeringen. [Erfan Shahabpoor Ardakani, 2014]

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_p & 0 \\ 0 & m_h \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{u}_p(t) \\ \ddot{u}_h(t) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_p + (c_h \cdot \Phi_p) & -(c_h \cdot \Phi_p) \\ -(c_h \cdot \Phi_p) & c_h \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u}_p(t) \\ \dot{u}_h(t) \end{pmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} K_p + (k_h \cdot \Phi_p) & -(k_h \cdot \Phi_p) \\ -(k_h \cdot \Phi_p) & k_h \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_p(t) \\ u_h(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_p(t) \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{6.1}$$

Hvor:

M_p, C_p og K_p	Modalmasse, -dæmpning og -stivhed for den p 'te egensvingningsform for konstruktionen før interaktion
$\ddot{u}_p, \dot{u}_p$ og u_p	Acceleration, hastighed og flytning for konstruktionen
m_h, c_h og k_h	Masse, dæmpning og stivhed for den stationære person
$\ddot{u}_h, \dot{u}_h$ og u_h	Acceleration, hastighed og flytning for den stationære person
Φ_p	p 'te egensvingningsform tilhørende placering af stationær person
$q_p(t)$	Modallasten for den passerende fodgænger

Betragtes ligning 6.1 kan det ses, at der skal dannes j ligninger afhængigt af hvor mange egensvingningsformer, der anvendes. Til bestemmelsen af de indgående parametre for den stationære person gøres der brug af den stationære persons egenfrekvens, f_h , samt dæmpningsforhold, ζ_h . Jf. Wang et al. [2023] blev der i 2003 udført et forsøg på 12 stående personer. Resultaterne for forsøget viste, at den stående persons egenfrekvens blev målt til at have en middelværdi på 5,7 Hz med en spredning på 0,57 Hz samt et dæmpningsforhold på 69 % med en spredning på 7 %. Det antages i dette projekt, at de to parametre følger en normalfordeling. Eftersom disse to parametre er bestemt er det muligt at bestemme personens dæmpning, c_h , samt stivhed, k_h . Massen modelleres efter parametermodellen for personvægt i referencekombinationen i tabel 2.6. Formeludtrykkene for dæmpning og stivhed af den stationære person fremgår af formel (6.2) og 6.3. [Wang et al., 2023]

$$c_h = 2 \cdot \zeta_h \cdot (2 \cdot \pi \cdot f_h) \cdot m_h \tag{6.2}$$

$$k_h = (2 \cdot \pi \cdot f_h)^{m_h} \tag{6.3}$$

Det ønskes ligesom i de forrige kapitler at modellere alle parametrene stokastisk, hvilket også er gældende for den stationære person. Der foretages derfor n Monte Carlo-simuleringer for den stationære persons egenfrekvens, dæmpningsforhold og masse. Dette betyder dermed, at personen, som passerer broen, nødvendigvis ikke modelleres med samme masse som den stationære person, da de n Monte Carlo-simuleringer udføres uafhængigt af hinanden. De benyttede parametermodeller for den stationære person ses i tabel 6.1.

	f_h [Hz]	ζ_h [%]	m_h [kg]
	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk
μ	5,7	69,0	78,9
σ	0,57	7,0	14,2

Tabel 6.1. Modelleringsparametrene for den stationære person.

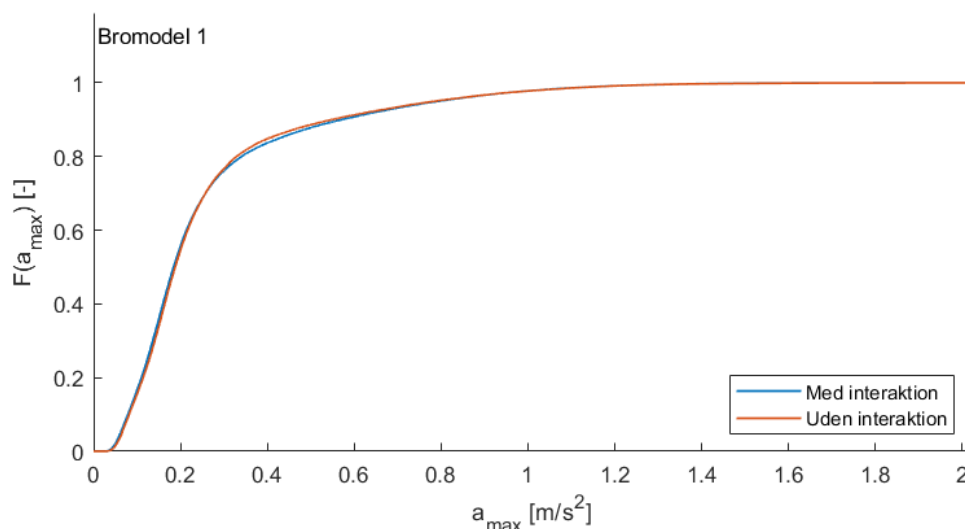
Ved at modellere den stationære person stokastisk, genereres der dermed også n masse-, dæmpnings- og stivhedsmatricer. Dette gøres for alle j inkluderede egensvingningsformer, hvilket medfører en betydelig forøgelse af simuleringstiden.

6.3 Maksimale accelerationer

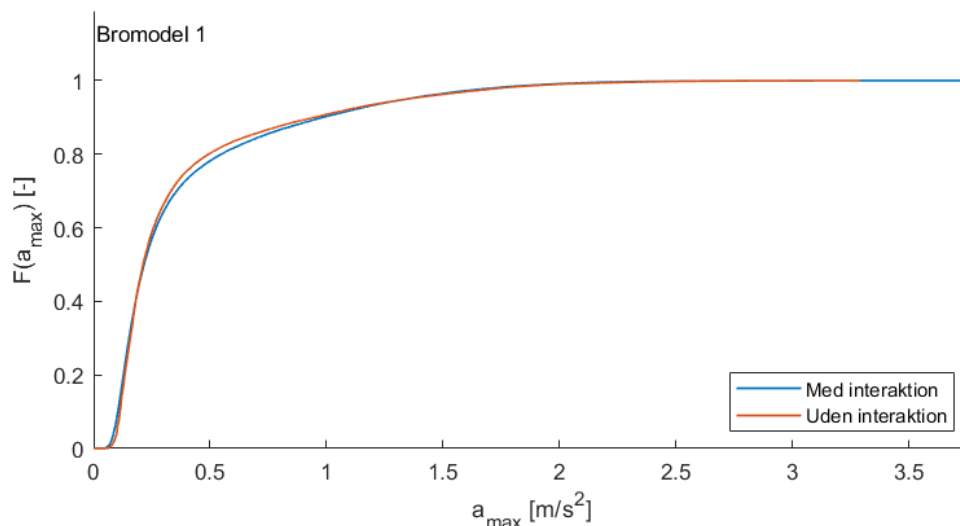
I dette afsnit udarbejdes analyserne med den multi-harmoniske lastmodel, hvor en stationær person er placeret på midten af de to bromodeller. Analyserne udføres i både UP1 og UP2 på begge bromodeller. Det vurderes ikke at være nødvendigt at foretage en konvergensanalyse, eftersom det baseret på tidligere konvergensanalyser vurderes at være tilstrækkeligt med $n = 100.000$ Monte Carlo-simuleringer og med et Newmark-tidsskridt på $\Delta t = 0,005$ s. Analyserne i dette kapitel sammenlignes med resultaterne bestemt ved den multi-harmoniske lastmodel uden interaktion mellem menneske og konstruktion, som er bestemt i kapitel 5.

6.3.1 Bromodel 1

Først udarbejdes undersøgelserne for bromodel 1. På figur 6.3 og figur 6.4 fremgår fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer på bromodel 1 i UP1 og UP2. Derudover fremgår fraktilværdierne også af tabel 6.2 og tabel 6.3.



Figur 6.3. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1.



Figur 6.4. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 1.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Uden interaktion	0,1876	0,2865	0,7895
Med interaktion	0,1840	0,2898	0,7941

Tabel 6.2. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 1.

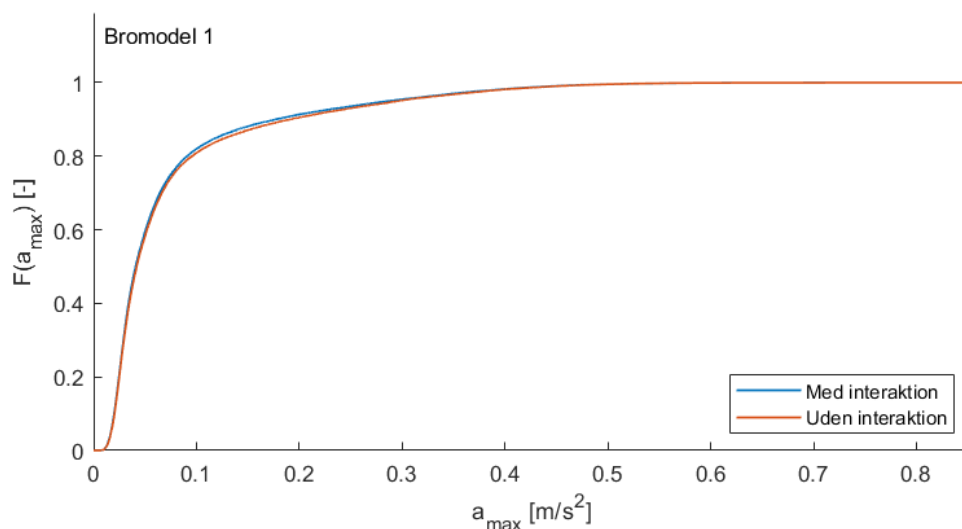
	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Uden interaktion	0,2123	0,3940	1,3459
Med interaktion	0,2164	0,4320	1,3456

Tabel 6.3. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 1.

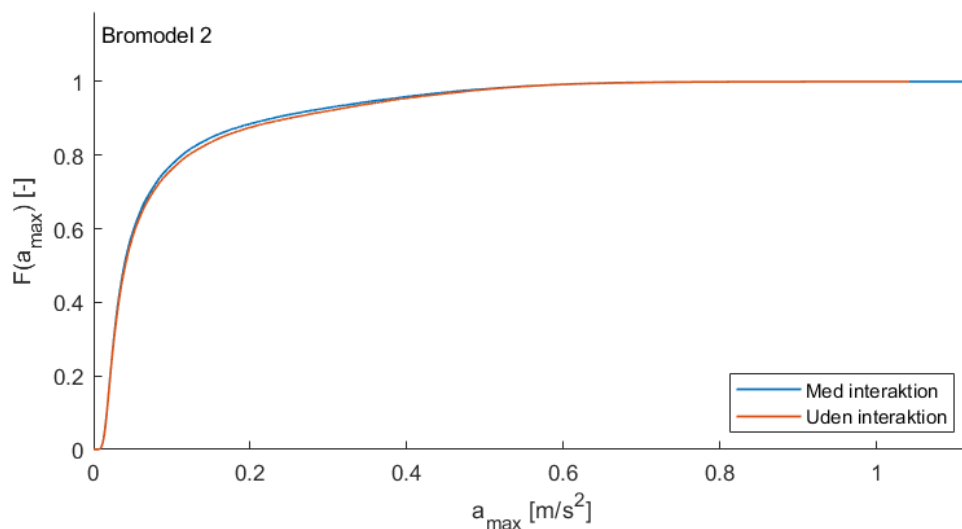
Det ses, at fordelingsfunktionerne ligger tæt, og det samme gør sig gældende for fraktilværdierne. Dette indikerer, at der på bromodel 1 ikke forekommer nævneværdige ændringer af det dynamiske respons. Løses egenværdiproblemet for det koblede 2-frihedsgraderssystem på figur 6.2 ved brug af middelværdierne for den stationære person i tabel 6.1, kan det beregnes, at den første egenfrekvens for konstruktionen ændrer sig fra 2,2 Hz til ca. 2,18 Hz. Isoleret set vil dette generelt medføre et højere dynamisk respons, eftersom den første egenfrekvens nu er tættere på middelværdien af gangfrekvensen, som ligger på 1,87 Hz, samtidig med at konstruktionens stivhed reduceres. Forekomsten af en person på midten af broen medfører dog også en øget dæmpning af systemet, hvilket bevirker, at det dynamiske respons reduceres. Det konkluderes, at effekten af interaktionen mellem menneske og konstruktion ikke medfører betydelige ændringer af det dynamiske respons på bromodel 1.

6.3.2 Bromodel 2

I indeværende afsnit udarbejdes identiske undersøgelser for bromodel 2. På figur 6.5 og figur 6.6 fremgår fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer på bromodel 2 i UP1 og UP2, hvor der er placeret en person på midten af broen. Derudover fremgår fraktilværdierne også af tabel 6.4 og 6.5.



Figur 6.5. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2.



Figur 6.6. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP2 på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Uden interaktion	0,0419	0,0775	0,2955
Med interaktion	0,0409	0,0749	0,2863

Tabel 6.4. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP1 på bromodel 2.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Uden interaktion	0,0404	0,0944	0,3824
Med interaktion	0,0392	0,0888	0,3667

Tabel 6.5. Udvalgte fraktiler for maksimal acceleration i UP2 på bromodel 2.

Betragtes fordelingsfunktionerne på figur 6.5 kan det ses, at der forekommer en mindre afvigelse i resultaterne. Dette bekræftes ved at betragte fraktilværdierne, hvor det kan observeres, at de maksimale accelerationer generelt er lavere, når interaktionen mellem den stationære person og konstruktionen medregnes. Løses egenverdiproblemet for det koblede 2-frihedsgraderssystem på figur 6.2 ved brug af middelværdierne for den stationære person i tabel 6.1, fås for bromodel 2 en første egenfrekvens på ca. 2,03 Hz, hvilket ligger meget tæt på den oprindelige egenfrekvens på 2,04 Hz. Det forventes, at denne reduktion af stivheden medfører en mindre forøgelse af de maksimale accelerationer. Det ses dog, at de maksimale accelerationer generelt bliver mindre, og det vurderes derfor, at den beskedne forskel mellem resultaterne med og uden interaktion primært forekommer som følge af en øget dæmpning. Det vides også fra tidligere undersøgelser, at det primært er den første egensvingningsform, der har en betydning for responset på bromodel 2, og derfor må det være ændringen af dæmpningen ved denne egensvingningsform, der har den største betydning.

6.4 Konklusion

På baggrund af de udarbejdede analyser konkluderes det, at det ikke har nogen særlig indflydelse på de maksimale accelerationer på bromodel 1, at der benyttes et koblet 2-frihedsgraderssystem bestående af konstruktionen og en stationær person på midten af broen i beregningerne. Det forventes, at dette skyldes, at konstruktionens stivhed falder som følge af reducerede egenfrekvenser, samtidig med at dæmpningen øges på grund af forekomsten af den stationære person. For bromodel 2 opnås marginalt lavere maksimale accelerationer, når interaktionen mellem den stationære person og konstruktionen medregnes. Dette skyldes en øget dæmpning, som har større indflydelse på det dynamiske respons end reduktionen af egenfrekvensen.

Konklusion 7

I dette kapitel opsummeres de vigtigste konklusioner i projektet. Analyserne i projektet er udarbejdet med henblik på at besvare den overordnede problemformulering, som er gengivet i det følgende:

"Hvilken betydning har det for det dynamiske respons på gangbroer, at der benyttes forskellige stokastiske lastmodeller for ganglast, der i varierende grad afspejler virkeligheden, og hvilken indvirkning har det, at der tages højde for ændringer af konstruktionens dynamiske parametre som følge af forekomsten af personer?"

Derudover fremlægges i dette kapitel en række forslag til fremtidige undersøgelser, der kan foretages. I den forbindelse inkluderes overvejelser om, hvordan analyser i dette kapitel kan udvides yderligere eller blot udføres på anden vis.

I den første del af projektet er en række eksperimenter gennemgået med det formål at skabe en overordnet forståelse for, hvordan ganglast virker i praksis. Med udgangspunkt i dette er en stokastisk lastmodel blevet opstillet, og der er redegjort for diverse gangparametre. I den forbindelse er der både opstillet stokastiske og deterministiske parametermodeller for hver gangparameter på baggrund af undersøgelser, der kan findes i den eksisterende litteratur. Herved er rammerne for en stokastisk lastmodel, der tager højde for variationer i gangparametre mellem forskellige personer, dannet.

I de eksisterende normer, Eurocode og BS 5400, modelleres ganglast som en harmonisk last med deterministiske gangparametre. Dette er dog en oversimplificering af den virkelige situation, hvilket gør det relevant at sammenligne metoderne i normerne med en stokastisk tilgang til lastmodelleringen. Den stokastiske lastmodel, som er opstillet tidligere i projektet, modelleres i den forbindelse med $k = 1$ harmonisk lastkomponent, imens bromodel 1 og 2 for alle de tre undersøgte lastmodeller modelleres med $j = 1$ egensvingningsform. De maksimale accelerationer, som for begge bromodeller forekommer på midten, beregnes ved brug af de forskellige lastmodeller. Det vurderes, at det mest hensigtsmæssige er at benytte den stokastiske lastmodel, eftersom denne giver et mere nuanceret og virkelighedstro billede af de maksimale accelerationer, eftersom resultaterne består af sandsynligheder for forekomster i stedet for deterministiske resultater. Det dynamiske respons ved Eurocode svarer til 97%- og 98%-fraktilen med den probabilistiske metode for henholdsvis bromodel 1 og 2, hvilket er en relativt sjælden forekomst. BS 5400 giver derimod markant mindre maksimale accelerationer svarende til 88%- og 92%-fraktilen, hvilket kan hænge sammen med, at der eksisterer særskilte krav til denne metode. Dette medfører dog, at en konkret sammenligning mellem BS 5400 og de resterende metoder er vanskelig. Det konkluderes, at den stokastiske lastmodel er den mest virkelighedstro af de undersøgte modeller, og samtidig kan det eksempelvis i samarbejde med bygherre defineres hvilken fraktilværdi, der ikke må overskride et givent accelerationsniveau.

Der arbejdes videre med den stokastiske lastmodel, idet et parameterstudie er udført, hvor de maksimale accelerationers følsomhed over for ændring af gangparametrene evalueres. Den overordnede konklusion på denne undersøgelse lyder på, at det kun er gangfrekvensen,

der nødvendigvis skal modelleres stokastisk, når der benyttes en lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent på bromodeller med $j = 1$ egensvingningsform. Modelleringen af middelværdien af skridtlængden har en betydning for korte broer, og middelværdien af personvægten har naturligvis også en betydning, da lasten stiger proportionalt med personvægten. Faseforskydningen har ingen mærkbar effekt, men modelleringen af den dynamiske lastfaktors middelværdi ser ud til at have en betydning for responset.

Efterfølgende er en udvidelse af både bro- og lastmodellerne foretaget. Bromodellerne udvides til at inkludere $j = 4$ egensvingningsformer, hvilket betyder, at der tages højde for dynamiske parametre tilhørende flere end blot den første egensvingningsform. Derudover udvides den stokastiske lastmodel til at inkludere bidrag fra $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. I forbindelse med dette er der opstillet modalfrekvensresponsspektre for hver egensvingningsform på begge bromodeller, og frekvensspektret for ganglasten fra en enkelt passerende fodgænger er vist for begge broer. De maksimale accelerationer bestemmes i undersøgelsespunkterne UP1 og UP2 på hver bromodel med henblik på at belyse betydningen af at inkludere flere egensvingningsformer. Fremgangsmåden i disse analyser er, at udvidelserne af antal egensvingningsformer j og antal harmoniske lastkomponenter k foretages skiftevis, således at flere kombinationer af j og k undersøges. Det kan dog konkluderes, at der ikke er nogen synderligt stor effekt af at øge den ene uden at øge den anden. Dette gælder for begge bromodeller, og det stemmer godt overens med det, der kan observeres på de spektre, der er opstillet. Hvis j eksempelvis øges til 4, imens k fastholdes på 1, vil den første primære harmoniske frekvens nemlig stadig kun ligge i nærheden af første egenfrekvens, hvilket gør modelleringen af de resterende egensvingningsformer overflødig. Det samme gør sig tilnærmelsesvis gældende den anden vej rundt. Når $j = 1$, imens $k = 4$ ses det dog, at der fås en svag forøgelse af de maksimale accelerationer, da modalfrekvensresponsspektret tilhørende første egensvingningsform stadig har en værdi, der er forskellig fra 0 ved mere end en harmonisk frekvens. Forskellen mellem resultaterne ved de forskellige udvidelser er dog meget beskeden på de undersøgte bromodeller.

Det er også undersøgt, om en samtidig forøgelse til $j = 4$ egensvingningsformer og $k = 4$ harmoniske lastkomponenter giver en mærkbar ændring af de maksimale accelerationer. Dette er tilfældet i UP1 på bromodel 1, hvilket kan forklares ved at betragte spektrene for denne. Første egenfrekvens og første harmoniske frekvens ligger nemlig meget tæt, imens det samme er tilfældet for anden egenfrekvens og fjerde harmoniske frekvens. Dette medfører, at de høje fraktilværdier for de maksimale accelerationer generelt er højere. Der er også en lille forskel i UP2 på bromodel 1, men denne er mindre bemærkelsesværdig. Eftersom de største maksimale accelerationer forekommer i UP2 kan det derfor konkluderes, at det er tilstrækkeligt at benytte $j = 1$ og $k = 1$ på bromodel 1.

På bromodel 2 er der i ingen af undersøgelsespunkterne nogen nævneværdig forskel i resultaterne før og efter udvidelse. Betragtes spektrene for bromodel 2, kan det konkluderes, at dette skyldes, at det kun er første egenfrekvens og første primære harmoniske frekvens, som ligger tæt, og som har betydeligt store mængder energi samlet ved sig. For begge bromodeller kan det derfor konkluderes, at de største accelerationer, som forekommer på midten, kan bestemmes med tilstrækkelig præcision ved brug af en stokastisk lastmodel med $j = 1$ og $k = 1$. Tendenserne i undersøgelserne viser dog, at det er meget

sandsynligt, at der kan forekomme broer, hvor flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter har større betydning. Dette bør evalueres på forhånd ved brug af frekvensspektre for lasten samt modalfrekvensresponsspektre for gangbroerne. Ydermere bør egensvingningsformerne betragtes, så de maksimale accelerationer kan bestemmes i de relevante punkter.

Der er ligeledes udarbejdet et parameterstudie for lastmodellen med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. I dette konkluderes det, at gangfrekvensen stadig er den mest væsentlige parameter, og det er vigtigt at modellere denne stokastisk. Det ses også, at de dynamiske lastfaktorer er betydningsfulde, når flere harmoniske lastkomponenter inkluderes, og særligt middelværdien bør modelleres ud fra præcise parametermodeller. Det ses dog, at denne ligeledes bør modelleres stokastisk med en spredning, da en opfølgende undersøgelse viser, at der ellers ikke opnås tilstrækkeligt pæne fordelingsfunktioner. Det vurderes, at det er særdeles vigtigt at modellere de dynamiske lastfaktorer præcist, hvis der arbejdes med konstruktioner, hvor flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter har stor betydning. Det ses igen, at både skridtlængden og personvægten kan modelleres deterministisk, imens faseforskydningen ikke har nogen nævneværdig indflydelse på responset.

De stokastiske lastmodeller, der er benyttet tidligere i projektet, er modelleret under den forudsætning, at hver fodgænger går med konstante gangparametre. Dette stemmer ikke overens med virkeligheden, eftersom fodgængere ikke bevæger sig med identiske skridt. Dette tages der højde for ved at implementere en multi-harmonisk lastmodel, hvor det ikke kun er de primære harmoniske frekvenser, der inkluderes, men også mellemharmoniske frekvenser samt spredning af energi omkring de harmoniske frekvenser. De maksimale accelerationer beregnes på begge bromodeller med den multi-harmoniske lastmodel, idet der inkluderes $j = 4$ egensvingningsformer. Disse resultater sammenlignes med resultater fra tidligere modeller i projektet. For bromodel 1 viser det sig, at de lavere fraktilværdier generelt er højere. Dette skyldes den spredning af energi, som inkluderes i frekvensspektret. Ved gennemsnitlige gangfrekvenser, der ligger langt fra den første egenfrekvens, vil der nemlig stadig være noget af frekvensspektret, som sammen med modalfrekvensresponsspektrene bidrager til responset. Til gengæld er de højere fraktilværdier generelt mindre, fordi energien i de primære harmoniske frekvenser er spredt ud på flere frekvenser, hvilket gør de mest kritiske tilfælde mindre kritiske. Hvor en person før kunne gå med en konstant gangfrekvens, som er lig med den første egenfrekvens, kan dette ikke længere lade sig gøre, da fodgængeres skridt ikke er identiske. For bromodel 2 haves samme tendens som for bromodel 1 ved de lavere fraktilværdier. Dette er dog ikke tilfældet for de højere fraktilværdier, eftersom egenfrekvenserne ligger tættere, hvilket bevirker, at spredningen af energi omkring de primære frekvenser og de mellemharmoniske frekvenser resulterer i et bidrag, som gør, at de maksimale accelerationer tilnærmelsesvist er uændrede i forhold til de tidligere benyttede modeller. For bromodel 1 og 2 kan det generelt konkluderes, at det ikke er nødvendigt at benytte en multi-harmonisk lastmodel, hvis formålet er at bestemme høje fraktilværdier såsom 95%-fraktilen for de største accelerationer, der forekommer på broerne.

Udover forskellige stokastiske modeller er det også undersøgt, om det har en betydning for det dynamiske respons, at en stationær person befinder sig midt på broen,

imens en fodgænger passerer samme bro. Denne analyse er udført for at undersøge effekten af interaktionen mellem menneske og konstruktion, idet der modelleres et 2-frihedsgraderssystem bestående af den stationære person og gangbroen. Den indbyrdes påvirkning mellem den stationære person og konstruktionen medfører for de undersøgte bromodeller, at egenfrekvensen falder, imens dæmpningen øges. Resultaterne viser generelt, at dette ikke har nogen nævneværdig indflydelse på responset for bromodel 1 og 2.

Den endelige konklusion på projektet er, at det for bromodel 1 og 2 er tilstrækkeligt at anvende en stokastisk lastmodel med $k = 1$ harmonisk lastkomponent, imens der i modalanalysen anvendes $j = 1$ egensvingningsform. Dette skyldes, at størstedelen af det dynamiske respons på begge broer består af bidrag fra, at første harmoniske frekvens for ganglasten ligger tæt på begge bromodellers første egenfrekvens. Med udgangspunkt i de analyser, der er foretaget, vurderes det, at egensvingningsformer samt modalfrekvensresponspektre generelt kan benyttes til at vurdere, om mere avancerede lastmodeller bør benyttes. Ydermere har det ikke nogen betydningsfuld effekt at inkludere interaktionen mellem menneske og konstruktion ved blot at modellere en statisk person på midten af broerne. Konklusionerne giver dog anledning til, at der kan arbejdes videre med projektets problemstillinger i fremtidige projekter.

7.1 Forslag til fremtidig research

Betragtes modalfrekvensresponspektrene for bromodel 1 og 2 på henholdsvis figur 4.3 og 4.4, ses det tydeligt, at størstedelen af energien er samlet i første egenfrekvens. Dette skyldes primært, at der er tale om den laveste egenfrekvens, men både modalmasse og dæmpningsforhold har ligeledes en betydning. Derfor er det relevant at undersøge broer, hvor der foreligger flere målinger af både modalmasse og dæmpningsforhold, således at de dynamiske parametre kan modelleres så præcist som muligt. Dette kan nemlig have betydning for, hvordan modalfrekvensresponspektrene ser ud. Det ses også på figur 4.1 og 4.2, at det for bromodel 1 og 2 kun er henholdsvis første og tredje samt første og fjerde egensvingningsform, der har en værdi på midten af broerne, hvor de største accelerationer forekommer. Det vurderes af denne årsag, at det kan være interessant at undersøge bromodeller, hvor egensvingningsformerne har anderledes udformninger. Det kan eksempelvis være broer, hvor første egensvingningsform er asymmetrisk. I projektet er der desuden kun udført analyser, hvor en enkelt fodgænger passerer den pågældende gangbro. I fremtidige studier er det derfor også oplagt at undersøge det dynamiske respons, når gangbroen belastes af en gruppe af mennesker og ikke blot en enkelt person.

Interaktionen mellem menneske og konstruktion er i dette projekt blot undersøgt med et simpelt tilfælde, hvor en enkelt stationær person er modelleret på midten af broerne. Analyserne er dermed blot en begyndelse på mulige forskningsområder. Et andet tilfælde, som kan være relevant at undersøge, er at modellere en stationær gruppe i stedet for kun at modellere en enkelt person. Dette vil nemlig resultere i en større masse samt en øget dæmpning, imens det forventes, at egenfrekvensen reduceres. Derudover anbefales det, at der udføres undersøgelser, hvor det i stedet er den passerende fodgængers interaktion med konstruktionen, der modelleres. Dette tilfælde er særdeles interessant, fordi denne interaktion altid vil forekomme, når en fodgænger passerer en bro, og inkluderingen af dette vil dermed føre beregningerne et skridt tættere på at beskrive den virkelige situation.

- Adrian Pingstone, 2005.** Adrian Pingstone. *Millenium Bridge*.
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Millennium_Bridge750pix.jpg/,
2005. Downloadet: 28-05-2024.
- Andriacchi et al., 1977.** T.P. Andriacchi, J.a. Ogle og J.O. Galante. *Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements*. Journal of Biomechanics, pages 261–268, 1977.
- Bachmann og Ammann, 1987.** Hugo Bachmann og Walter Ammann. *Vibrations in structures induced by man and machines*. ISBN: 3-85748-052-X, Hardback. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.
- British Standard, 2006.** British Standard. *Steel, concrete and composite bridges - Part 2. Specification for loads*. N/A, Hardback. Board of BSI, 2006.
- Brownjohn et al., 02 2004.** James Brownjohn, Aleksandar Pavic og Piotr Omenzetter. *A spectral density approach for modelling continuous vertical forces on pedestrian structures due to walking*. Canadian Journal of Civil Engineering - CAN J CIVIL ENG, 31, 65–77, 2004. doi: 10.1139/103-072.
- Centers for Disease Control and Prevention, 2021.** Centers for Disease Control and Prevention. *Body Measurements*.
<https://www.cdc.gov/nchs/fastats/body-measurements.htm/>, 2021. Downloadet: 22-11-2023.
- Damkilde, 2021.** Lars Damkilde. *Introduction to Structural Dynamics*. PDF. Department of Civil Engineering Aalborg University, 2021.
- Dansk Standard, 2021.** Dansk Standard. *Forkortet udgave af Eurocode 0 - Projekteringsgrundlag for bærende konstruktioner*, Dansk standard, 2021.
- Dansk Standard, 2013.** Dansk Standard. *DS/EN 1991-1-1 DK NA:2013*. Dansk Standard, 2013.
- Dansk Standard, 2004.** Dansk Standard. *Eurocode 5: Trækonstruktioner - Del 2: Broer*, Dansk standard, 2004.
- Erfan Shahabpoor Ardakani, 2014.** Erfan Shahabpoor Ardakani. *Dynamic Interaction of Walking Humans with Pedestrian Structures in Vertical Direction*. Department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield, 2014.
- Galbraith og Barton, 08 2005.** F. W. Galbraith og M. V. Barton. *Ground Loading from Footsteps*. The Journal of the Acoustical Society of America, 48(5B), 1288–1292, 2005. ISSN 0001-4966. doi: 10.1121/1.1912271. URL
<https://doi.org/10.1121/1.1912271>.
- Kerr, 1998.** Stuart C. Kerr. *Human induced loading on staircases*. Submission for Doctorate of Philosophy, 1998.
- Kramer og Kebe, 1979.** H. Kramer og H. W. Kebe. *Man-induced structural vibrations*. Der Bauingenieur, pages s. 195–199, 1979.

- MathWorks, 2024.** MathWorks. *Random Numbers from Normal Distribution with Specific Mean and Variance*. <https://se.mathworks.com/help/matlab/math/random-numbers-with-specific-mean-and-variance.html>, 2024.
- Matsumoto et al., 1978.** Y. Matsumoto, T. Nishioka, H. Shiojiri og K. Matsuzaki. *Dynamic design of footbridges*. IABSE Proceedings No. P-17/78, page s. 1–15, 1978.
- Meinhardt et al., 2017.** Christian Meinhardt, David Newland, James Talbot og Douglas Taylor. *VIBRATION PERFORMANCE OF LONDON'S MILLENNIUM FOOTBRIDGE*. Department of Engineering, University of Cambridge, 2017.
- Newcastle University, n.d.** Newcastle University. *Normal Distribution*. <https://www.ncl.ac.uk/webtemplate/ask-assets/external/maths-resources/statistics/distributions/normal-distribution.html>, n.d.
- Newland, 2013.** David E. Newland. *VIBRATION OF THE LONDON MILLENNIUM FOOTBRIDGE: PART 1 - CAUSE*. Department of Engineering, University of Cambridge, 2013.
- Nielsen, 2004.** Søren R. K. Nielsen. *Vibration theory, Vol. 1*. PDF. Aalborg Tekniske Universitetsforlag, 2004.
- Nielsen, 2007.** Søren R. K. Nielsen. *Structural Dynamics, Vol. 9: Computational Dynamics*. PDF. Aalborg Tekniske Universitetsforlag, 2007.
- Pedersen og Frier, 2010.** L. Pedersen og C. Frier. *Sensitivity of footbridge vibrations to stochastic walking parameters*. Journal of Sound and Vibration, Journal 8/2-2010, s. 1–19, 2010.
- Racic et al., 2008.** V. Racic, A. Pavic og J.M.W. Brownjohn. *Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review*. Journal of Sound and Vibration, Journal 14/5-2009, s. 1, 2008.
- Rainer et al., 1986.** J. H Rainer, G. Pernica og D.E Allen. *Dynamic Loading and Response of Footbridges*. National Research Council Canada, 1986.
- SDU, 2022.** SDU. *Vi bliver højere og tungere*. https://www.sdu.dk/da/sif/ugens_tal/35_2022/, 2022. Downloadet: 22-11-2023.
- Živanović, 2006.** S. Živanović. *Probability-Based Estimation of Vibration for Pedestrian Structures due to Walking, Ph.D. Thesis*. Department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield, UK, 2006.
- Živanović et al., 2005.** S. Živanović, A. Pavic og P. Reynolds. *Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: A literature review*. Journal of Sound and Vibration, Journal 5/10-2004, s. 1–74, 2005.
- Živanović et al., 2007a.** S. Živanović, A. Pavic og P. Reynolds. *Finite Element Modelling and Updating of a Lively Footbridge: The Complete Process*. Journal of Sound and Vibration, 301, 2007a.

- Živanović et al., 2007b.** S. Živanović, A. Pavic og P. Reynolds. *Probability-based estimation of footbridge vibration due to walking*. Proceedings of the 25th International Modal Analysis Conference, Orlando, Florida, 2007b.
- W. Zhang, 2022.** W. Zhang. *Average body weight of adults in China in 2015 and 2020, by gender*. <https://www.statista.com/statistics/1202236/china-average-body-weight-of-adult-males-and-females/>, 2022. Downloadet: 22-11-2023.
- Wang et al., 2023.** Haoqi Wang, Qian Ge, Dongjun Zeng, Zhouan Zhang og Jun Chen. *Human-Induced Vibration Serviceability: From Dynamic Load Measurement towards the Performance-Based Structural Design*. Department of Civil Engineering, Tongji University, 2023.
- Wheeler, 1982.** J.E. Wheeler. *Prediction and control of pedestrian induced vibration in footbridges*. Journal of Structural Division, 1982.
- Young, 2001.** Peter Young. *Improved floor vibration prediction methodologies*. ARUP Vibration Seminar, 2001.

Generel metode til bestemmelse af dynamisk respons



A.1 Bevægelsesligningen i modalkoordinater

For et dæmpet system med flere frihedsgrader og ekstern dynamisk belastning kan bevægelsesligningen skrives som vist på formel (A.1).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (\text{A.1})$$

Ved benyttelse af en Finite Element-model kan systemet beskrives ved frihedsgraderne i knudepunkterne. Et alternativ, til denne måde at beskrive systemet på, er at bruge systemets egensvingningsformer i stedet for frihedsgraderne i knuderne. Antallet af egensvingningsformer og egenfrekvenser kaldes j . Ved at bruge egensvingningsformerne kan antallet af frihedsgrader sænkes markant, og ved benyttelse af Rayleigh dæmpning kan j koblede differentialligninger transformeres til j dekoblede differentialligninger. Dette medfører, at hver differentialligning kan løses separat, hvorved teori fra systemer med en enkelt frihedsgrad kan anvendes. De modale koordinater, η , introduceres, idet disse hænger sammen med flytningerne, $\mathbf{u}$, som vist i formel (A.2). [Damkilde, 2021]

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{U}\eta(t) \quad (\text{A.2})$$

Her indeholder η de modale koordinater, imens $\mathbf{U}$ er en matrix, der indeholder egensvingningsformerne Φ_p fra $p = 1$ til $p = j$. Formel (A.2) indsættes i bevægelsesligningen, hvorefter der multipliceres med $\mathbf{U}^T$. Hertil benyttes ortogonalitetsbetingelserne, som fremgår af formel (A.3) og (A.4). Her haves kun værdier i matrixens diagonal. [Damkilde, 2021]

$$\mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U} = \mathbf{M}_{\text{modal}} = \begin{Bmatrix} \ddots & & \\ & M_p & \\ & & \ddots \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{K}_{\text{modal}} = \begin{Bmatrix} \ddots & & \\ & K_p = \omega_p^2 M_p & \\ & & \ddots \end{Bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Det antages, at dæmpningen kan modelleres ved brug af dæmpningsforholdet $\zeta_p = \frac{c_p}{2m_p\omega_p}$, som beskriver forholdet mellem dæmpningen, c_p , og den kritiske dæmpning, hvilket medfører, at ortogonalitetsbetingelsen er givet ved formel (A.5). [Damkilde, 2021]

$$\mathbf{U}^T \mathbf{C} \mathbf{U} = \mathbf{C}_{modal} = \begin{Bmatrix} \ddots & & \\ & C_p = 2\zeta_p M_p \omega_p & \\ & & \ddots \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Ovenstående implementeres i bevægelsesligningen, og der divideres igennem med M_p , hvilket medfører, at bevægelsesligningen kommer på formen, som fremgår af formel (A.6). [Damkilde, 2021]

$$\ddot{\eta}_p(t) + 2\zeta_p \omega_p \dot{\eta}_p(t) + \omega_p^2 \eta_p(t) = \frac{1}{M_p} q_p(t) \quad (\text{A.6})$$

Såfremt dæmpningsforhold, egenfrekvens og egensvingningsform kendes, kan bevægelsesligningen i modalkoordinater løses, når modallasten og modalmassen er bestemt. Disse er givet ved henholdsvis formel (A.7) og (A.8). [Nielsen, 2004]. Modalmassen er angivet for en simpelt understøttet bjælke, da denne kun regnes for den fiktive bromodel 1, eftersom der findes målte værdier for den virkelige bromodel 2.

$$q_p(t) = \Phi_p(x) f(x, t) \quad (\text{A.7})$$

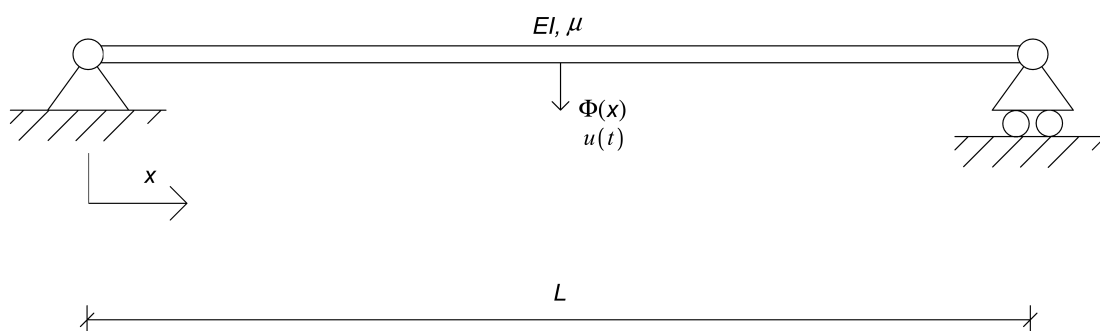
$$M_p = \int_0^L \frac{m}{L} (\Phi_p(x))^2 dx \quad (\text{A.8})$$

Det ses, at egensvingningsformerne skal bestemmes, før der kan findes en løsning til bevægelsesligningen. Når modalkoordinaterne tilhørende hver af de undersøgte egensvingningsformer er bestemt, kan disse omregnes til en flytningsvektor $\mathbf{u}(t)$ ved en linearkombination bestående af j egensvingningsformer og modalkoordinater som vist i formel (A.9). [Nielsen, 2004]

$$\mathbf{u}(t) = \Phi_1 \eta_1(t) + \Phi_2 \eta_2(t) + \dots + \Phi_j \eta_j(t) \quad (\text{A.9})$$

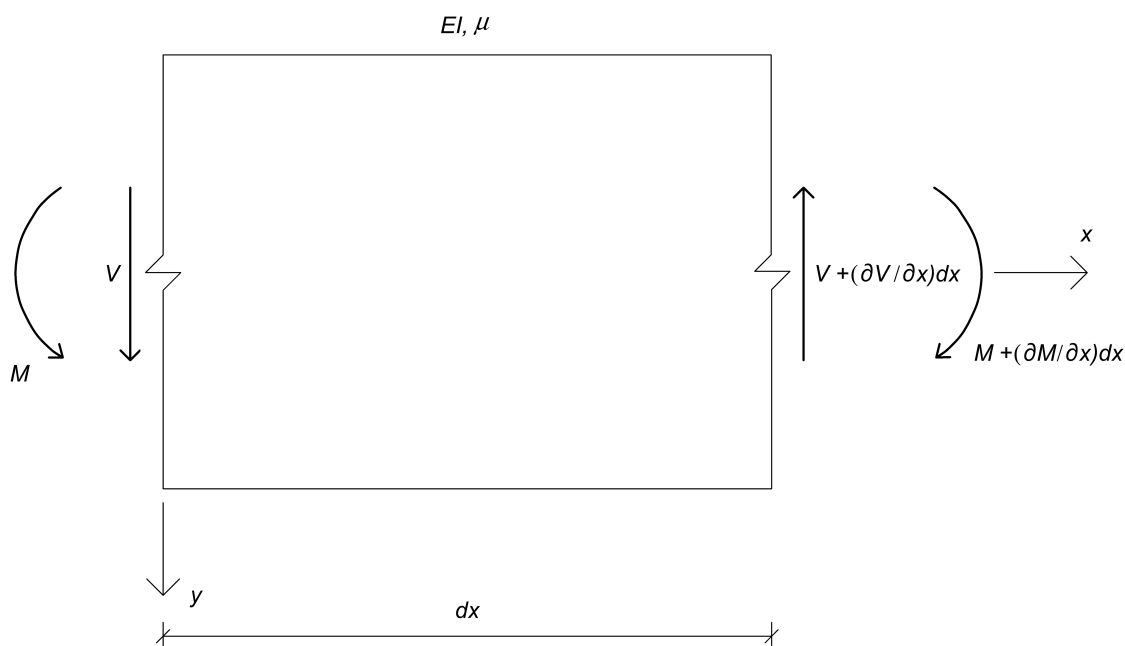
A.2 Udæmpede egensvingningsformer for simpelt understøttet bjælke

I rapporten betragtes den ene af de de benyttede bromodeller som en simpelt understøttet Bernoulli-Euler bjælke. Dette betyder, at der kan opstilles teoretiske udtryk for denne broes egensvingningsformer på baggrund af teorien for bjælker af denne type. Bjælken antages at have konstant tværsnit i længderetningen, hvilket medfører, at der ikke forekommer ændringer i bøjningsstivheden og massen pr. længdeenhed. Derudover antages det, at der ikke virker normalkraft i bjælken. Et eksempel på en simpelt understøttet bjælke fremgår af A.1.



Figur A.1. Simpelt understøttet Bernoulli-Euler bjælke.

Kræfterne på et infinitesimalt stykke af en bjælke uden belastning i x-retningen betragtes. Dette ses på figur A.2. Fortegnsretninger er valgt, således at disse stemmer overens med de resultater, der fremgår af Damkilde [2021].



Figur A.2. Statisk system for infinitesimalt stykke af bjælke.

Statisk ligevægt i lodret retning kan for et infinitesimalt stykke af bjælken skrives som vist på formel (A.10). Lasten på bjælken består kun af $\mu \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}$, eftersom der ved bestemmelsen af udæmpede egensvingninger ikke medtages ekstern last eller dæmpningskræfter. [Nielsen, 2004]

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} \quad (\text{A.10})$$

Hvor:

V	Forskydningskraft [N]
x	Position i x-retningen [m]
t	Tid [s]
μ	Masse pr. længdeenhed [kg/m]
u	Lodret flytning [m]

Ved momentligevægt i samme statiske system bestemmes en relation mellem forskydningskraften og momentet. Dette fremgår af formel (A.11).

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} \quad (\text{A.11})$$

Hvor:

M	Bøjningsmoment [kNm]
-----	----------------------

Gennem de konstitutive relationer for Bernoulli-Euler bjælken kan momentet beskrives ved hjælp af krumningen, hvilket er vist i formel (A.12). [Nielsen, 2004]

$$M = -EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (\text{A.12})$$

Udtrykkene i formel (A.11) og (A.12) indsættes i formel (A.10), hvilket kan ses på formel (A.13).

$$EI \frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4} + \mu \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.13})$$

De lodrette flytninger af bjælken kan nu bestemmes. Disse er harmoniske og kan bestemmes på formen vist i formel (A.14). [Nielsen, 2004]

$$u(x,t) = \Phi(x) \cos(\omega_p t) \quad (\text{A.14})$$

Hvor:

$\Phi(x)$	Amplitude [m]
ω_p	Egenfrekvens nummer p [Rad/s]

Dette udtryk indsættes i formel (A.13), hvormed bjælkens differentialligning kan skrives som vist på formel (A.15).

$$EI \frac{d^4 \Phi(x)}{dx^4} + \mu \cdot \omega_p^2 \cdot \Phi(x) = 0 \quad (\text{A.15})$$

De udæmpede egensvingninger af bjælken er givet ved løsningen til ovenstående differentialligning. Løsningen fremgår af formel (A.16). [Nielsen, 2004]

$$\Phi(x) = A \sin(\lambda_p \frac{x}{L}) + B \cos(\lambda_p \frac{x}{L}) + C \sinh(\lambda_p \frac{x}{L}) + D \cosh(\lambda_p \frac{x}{L}) \quad (\text{A.16})$$

Hvor:

$$\begin{array}{l|l} A, B, C, D & \text{Arbitrære konstanter [-]} \\ \lambda_p & \text{Dimensionsløs konstant [-]} \end{array}$$

Her er den dimensionsløse konstant, λ_p , givet ved formel (A.17). [Nielsen, 2004]

$$\lambda_p = L \cdot \left(\frac{\mu \cdot \omega_p^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (\text{A.17})$$

Nu hvor løsningen til differentialligningen er defineret, kan randbetingelser indføres med henblik på at bestemme de arbitrære konstanter. For en simpelt understøttet bjælke vides det, at flytningen, hastigheden og accelerationen er 0 ved $x = 0$ samt $x = L$, hvilket fremgår af understøtningerne i det statiske system på figur A.1. Derfor gælder randbetingelserne vist på formel (A.18) og (A.19). [Damkilde, 2021]

$$\Phi(0) = \frac{d^2 \Phi(0)}{dx^2} = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\Phi(L) = \frac{d^2 \Phi(L)}{dx^2} = 0 \quad (\text{A.19})$$

Betragtes først randbetingelserne ved $x = 0$, fås $B + D = 0$ og $-B + D = 0$, hvorved det kan konkluderes, at de arbitrære konstanter B og D begge er lig med 0. Betragtes nu randbetingelserne for $x = L$ fås udtrykkene i formel (A.20) og (A.21). [Damkilde, 2021]

$$A \sin(\lambda_p) + C \sinh(\lambda_p) = 0 \quad (\text{A.20})$$

$$-\lambda_p^2 A \sin(\lambda_p) + \lambda_p^2 C \sinh(\lambda_p) = 0 \quad (\text{A.21})$$

Dette ligningssystem kan betragtes som en matrix, der ganges med en vektor bestående af de arbitrære konstanter A og C. For at undgå trivielle løsninger skal determinanten af matrixen være lig med 0. Dette er vist i formel (A.22). [Damkilde, 2021]

$$2\lambda_p^2 \sin(\lambda_p) \sinh(\lambda_p) = 0 \quad (\text{A.22})$$

Det er tydeligt, at $\sin(\lambda_p)$ er 0, hvis formel (A.22) skal være opfyldt. Dette indikerer, at λ_p kan defineres ved formel (A.23).

$$\lambda_p = p\pi \quad (\text{A.23})$$

Dette indsættes i (A.17), hvorefter den udæmpede egenfrekvens ω_p isoleres, hvilket er vist i formel (A.24). [Damkilde, 2021]

$$\omega_p = p^2 \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad (\text{A.24})$$

Denne omregnes fra rad/s til Hz ved at dividere med 2π . Dette er gjort i formel A.25.

$$f_p = \frac{p^2 \pi}{2L^2} \sqrt{\frac{EI}{\mu}} \quad (\text{A.25})$$

Slutteligt kan egensvingningsformen findes ved bestemmelse af A og C i ligningssystemet på formel (A.20) og (A.21). Dette løses ved indsættelse af formel (A.23). Når λ_p indsættes, ses det, at ligningssystemet kun går op, når $C = 0$. Dette indføres i formel (A.15), hvorved det endelige udtryk for egensvingningerne kan opstilles som vist på formel (A.26). [Damkilde, 2021]

$$\Phi_p(x) = A \sin\left(p\pi \frac{x}{L}\right) \quad (\text{A.26})$$

Værdien af A sættes til 1, så egensvingningsformerne normaliseres med hensyn til den maksimale udbøjning.

Monte Carlo-simulering B

Når en probabilistisk tilgang benyttes til at beregne det dynamiske respons af gangbroer i rapporten, tages der højde for, at parametre såsom vægt, gangfrekvens og skridtlængde i den benyttede lastmodel varierer for hver passerende fodgænger. Af denne årsag skal der for hver fodgænger genereres værdier af disse parametre. Til dette formål anvendes Monte Carlo-simulering. I dette bilag beskrives metode, der benyttes, når de simulerede parametre, som er beskrevet i afsnit 2.3, følger en normalfordeling.

Af det følgende fremgår det, hvordan Monte Carlo-simulering er anvendt i dette projekt.

- 1) Der genereres n uniformt fordelte værdier mellem 0 og 1. Disse benævnes F og indikerer hver en sandsynlighed.
- 2) Den inverse fordelingsfunktion benyttes nu til at beregne den værdi af x , som svarer til den genererede værdi F . Dette er vist i formel (B.1), hvor middelværdien af den givne parameter, spredningen og den inverse fordelingsfunktion indgår. I denne formel benyttes den inverse fordelingsfunktion for en standardnormalfordeling, idet der omregnes til en normalfordeling ved brug af middelværdien og spredningen i selve formeludtrykket. [MathWorks, 2024]

$$x = \mu + \sigma \cdot \Phi^{-1}(F) \tag{B.1}$$

Hvor:

μ	Middelværdien af den givne parameter
σ	Spredningen af den givne parameter
Φ	Fordelingsfunktion for en standardnormalfordeling

Fordelingsfunktionen for en standardnormalfordeling er givet ved formel (B.2). [Newcastle University, n.d.]

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \tag{B.2}$$

- 3) I dette trin undersøges det, om den pågældende x -værdi er negativ. Dette gøres for at sortere de negative værdier fra, da disse ikke kan benyttes. Hvis værdien af x er negativ, genereres der i stedet en ny værdi ved brug af trin 1 og 2.
- 4) Disse trin gentages n gange, hvilket dermed giver n forskellige værdier for den pågældende gangbelastningsparameter. Dette svarer til, at hver af de n passerende fodgængere hver har deres egne individuelle gangparametre.

I denne rapport benyttes Newmark-algoritmen til at udføre numerisk tidsintegration. Bilaget er skrevet med udgangspunkt i Nielsen [2007].

C.1 Newmark-algoritmen

Numerisk tidsintegration benyttes til at løse bevægelsesligningen, idet et begyndelsesværdiproblem diskretiseres med et tidsskridt på $\Delta t = t_{z+1} - t_z$. Bevægelsesligningen til tiden t_{z+1} er givet ved formel (C.1).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t_{z+1}) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t_{z+1}) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t_{z+1}) = \mathbf{f}(t_{z+1}) \quad (\text{C.1})$$

Med begyndelsesbetingelser angivet i formel (C.2).

$$\mathbf{u}(t_0) = 0, \quad \dot{\mathbf{u}}(t_0) = 0 \quad (\text{C.2})$$

Ved brug af flytningen, hastigheden og accelerationen i et bestemt tidsskridt, kan såkaldte prædiktorer for flytningen og hastigheden i det næste tidsskridt bestemmes. Hertil benyttes udtrykkene på formel (C.3) og (C.4).

$$\tilde{\mathbf{u}}_{z+1} = \mathbf{u}_z + \dot{\mathbf{u}}_z \cdot \Delta t + \ddot{\mathbf{u}}_z \cdot \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \cdot \Delta t^2 \quad (\text{C.3})$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_{z+1} = \dot{\mathbf{u}}_z + \ddot{\mathbf{u}}_z \cdot (1 - \gamma) \cdot \Delta t \quad (\text{C.4})$$

Efter bestemmelse af prædiktorerne kan bevægelsesligningen bruges til at finde accelerationsvektoren i det næste tidsskridt. Hertil benyttes formel (C.5).

$$\ddot{\mathbf{u}}_{z+1} = (\mathbf{M} + \mathbf{C}\gamma\Delta t + \mathbf{K}\beta\Delta t^2)^{-1}(\mathbf{f}(t_{z+1}) - \mathbf{K}\tilde{\mathbf{u}}_{z+1} - \mathbf{C}\dot{\tilde{\mathbf{u}}}_{z+1}) \quad (\text{C.5})$$

Slutteligt kan flytnings- og hastighedsvektoren til tiden t_{z+1} findes ved at korrigere ovenstående med formel (C.6) og (C.7).

$$\mathbf{u}_{z+1} = \tilde{\mathbf{u}}_{z+1} + \ddot{\mathbf{u}}_{z+1}\beta\Delta t^2 \quad (\text{C.6})$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{z+1} = \dot{\tilde{\mathbf{u}}}_{z+1} + \ddot{\mathbf{u}}_{z+1}\gamma\Delta t \quad (\text{C.7})$$

Egensvingningsformer for bromodel 2

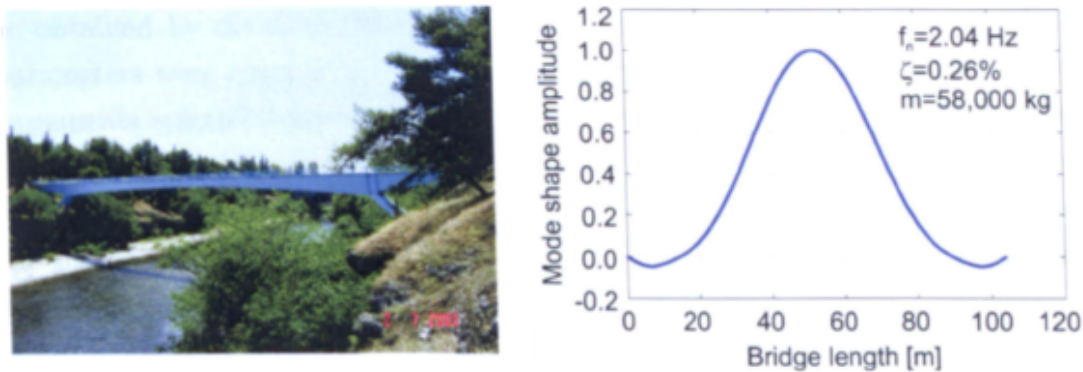
I nærværende bilag bestemmes de fire første egensvingningsformer for bromodel 2.

D.1 Tilgængelig data

For bromodel 2, Podgorica-broen, har det hverken været muligt at finde noget udtryk eller nogen detaljeret graf, som direkte beskriver gangbroens fire første egensvingningsformer. Det eneste, der har været tilgængeligt for denne bromodel, er resultater fra en FE-model udført af Živanović [2006], som er en grafisk fremstilling af gangbroens svingningsformer. For at muliggøre anvendelsen af denne bromodel er der benyttet en tilnærmelsesmetode, hvori der genereres udtryk, som beskriver egensvingningsformerne. I de følgende afsnit analyseres hver enkelt egensvingningsform, hvorved analytiske udtryk bestemmes. Selve fremgangsmåden er identisk for alle egensvingningsformerne, hvorfor en detaljeret beskrivelse kun fremgår til den første svingningsform.

D.1.1 Første egensvingningsform

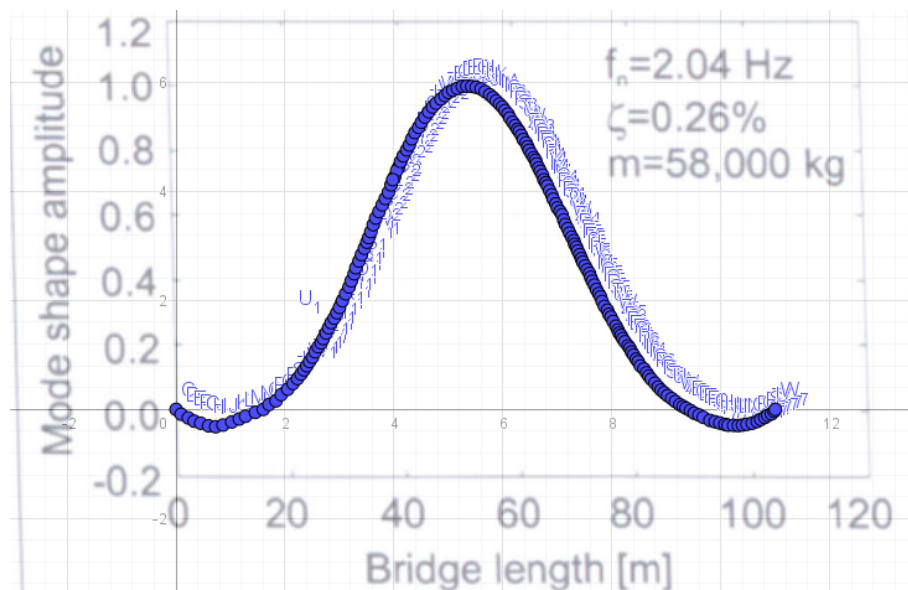
I Živanović [2006], er den første egensvingningsform også den, som er bedst beskrevet. Af nedenstående figur fremgår den første egensvingningsform.



Figur D.1. Første egensvingningsform for Podgorica-gangbroen. [Živanović, 2006]

Af figur D.1 kan det ses, at denne svingningsform er fremvist som en graf. Det er dog ikke muligt at bruge figuren direkte til beregningerne i denne rapport, hvilket medfører brugen af en tilnærmelsesmetode.

Først indføres en række datapunkter, som følger grafen. Hertil indsættes desuden et koordinatsystem med nulpunkt ved første understøtning. Dette gøres for at indsamle datapunkter, som beskriver egensvingningsformen. Til denne del anvendes programmet GeoGebra. På figur D.2 fremgår grafen med de 180 indlagte datapunkter.



Figur D.2. Datapunkter for første egensvingningsform.

Betragtes figur D.2 kan det ses, at x-aksen i GeoGebra ikke stemmer overens med den for egensvingningsformen. Det er derfor nødvendigt at skalere datasættets x-værdier for at tilpasse det til gangbroens rigtige længde på 104 m. Metoden til denne skalering udføres i MatLab, vha. funktionen "*rescale*". I ligning (D.1) fremgår den benyttede kode.

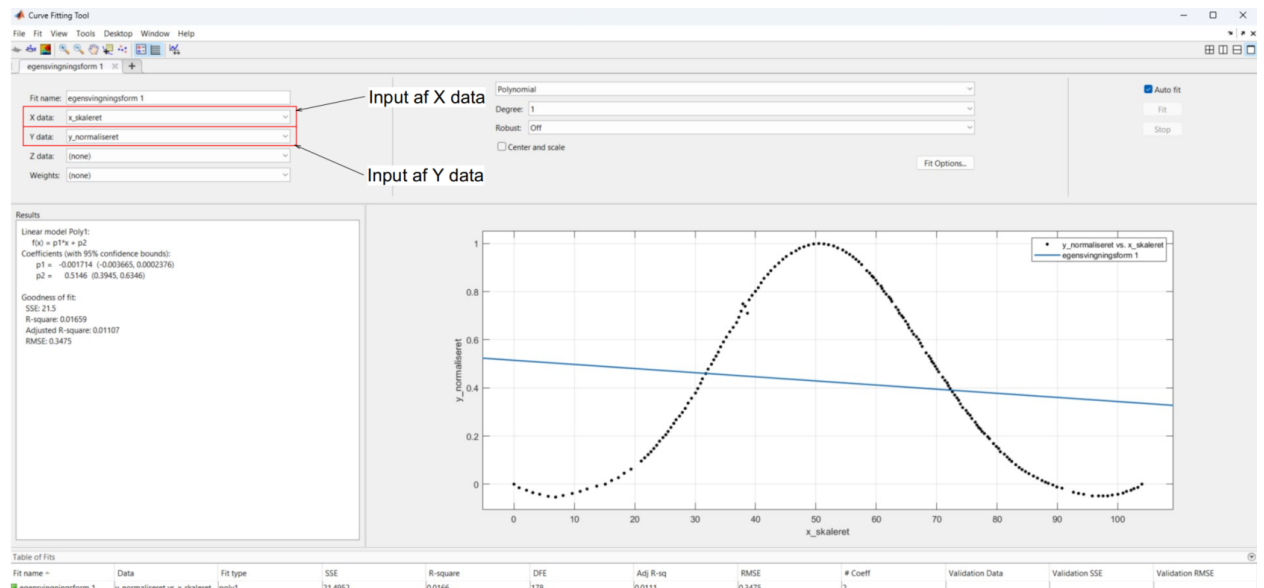
$$x_{\text{skaleret}} = \text{rescale}(x_{\text{data}}, 0, 104) \quad (\text{D.1})$$

Betragtes figur D.2, kan det også ses, at der skal foretages en skalering af y-værdierne, således at de afspejler dem for grafen i Živanović [2006]. Dette gøres ved at normalisere y-værdierne i datasættet. Fremgangsmåden til normaliseringen fremgår af ligning (D.2), hvor der først lokaliseres en maksimal absolut værdi af y-værdierne, hvorefter alle y-værdierne divideres med denne værdi.

$$y_{\text{max}} = \max(\text{abs}(y))$$

$$y_{\text{normaliseret}} = \frac{y}{y_{\text{max}}} \quad (\text{D.2})$$

Eftersom både x- og y-værdierne er tilnærmet de korrekte størrelser, ønskes det at bestemme et analytisk udtryk, som kan anvendes til beregningerne. For at bestemme disse analytiske udtryk gøres der brug af MatLab-funktionen kaldet *Curve Fitting Tool*. Dette er et værktøj, som gør det muligt at tilpasse matematiske modeller til datasættet. I MatLab-funktionen indsættes x_{skaleret} som "X data" og $y_{\text{normaliseret}}$ som "Y data". Indførslen af data fremgår af figur D.3.

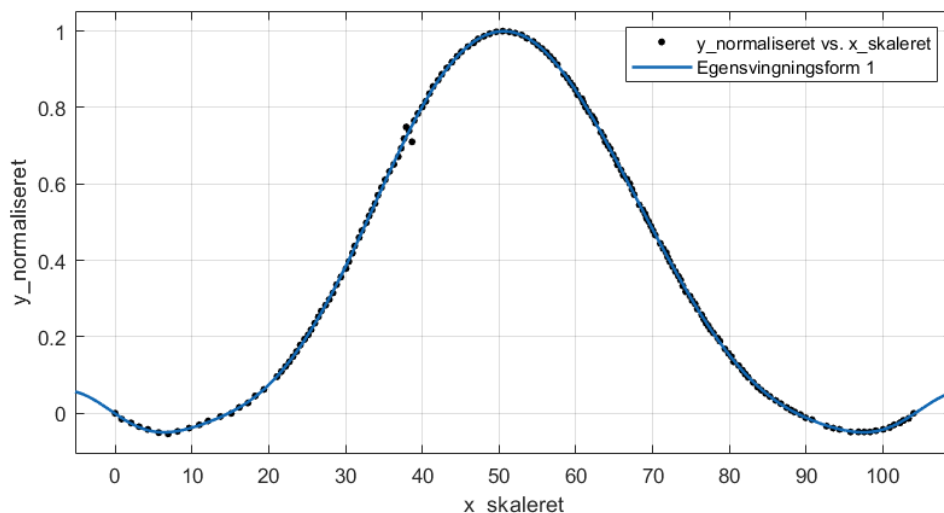


Figur D.3. Curve Fitting Tool

Det næste skridt til bestemmelsen af det analytiske udtryk er at undersøge hvilken model, der skal anvendes til tilpasningen. Der er i alt 12 forskellige modeller, som kan anvendes til denne tilpasning. Disse fremgår af nedenstående:

- Custom equation (Brugerdefineret ligning)
- Exponential
- Fourier
- Gaussian
- Interpolant
- Linear Fitting
- Polynomial
- Power
- Rational
- Smoothing Spline
- Sum of Sine
- Weibull

Det er vha. en iterationsproces vurderet, at en 8. grads Fourier-model giver et tilfredsstillende resultat. Af figur D.4 fremgår udformningen af modellen.



Figur D.4. 8. grads Fourierrække tilpasset datasættet.

Betragtes figur D.4, kan det ses, at den udvalgte model følger datasættet meget tæt. Af MatLab-værktøjet kan det ses, at modellen har en $R^2 = 0,9998$, hvilket vurderes at være tilfredsstillende. Det analytiske udtryk for denne 8. grads Fourier-model fremgår af formel (D.3), hvor de enkelte koefficienters værdier fremgår af tabel D.1.

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a_0 + a_1 \cdot \cos(x \cdot w) + b_1 \cdot \sin(x \cdot w) + \\
 & a_2 \cdot \cos(2 \cdot x \cdot w) + b_2 \cdot \sin(2 \cdot x \cdot w) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot x \cdot w) + b_3 \cdot \sin(3 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_4 \cdot \cos(4 \cdot x \cdot w) + b_4 \cdot \sin(4 \cdot x \cdot w) + a_5 \cdot \cos(5 \cdot x \cdot w) + b_5 \cdot \sin(5 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_6 \cdot \cos(6 \cdot x \cdot w) + b_6 \cdot \sin(6 \cdot x \cdot w) + a_7 \cdot \cos(7 \cdot x \cdot w) + b_7 \cdot \sin(7 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_8 \cdot \cos(8 \cdot x \cdot w) + b_8 \cdot \sin(8 \cdot x \cdot w)
 \end{aligned} \tag{D.3}$$

a_0	a_1	b_1	a_2	b_2	a_3	b_3	a_4	b_4
0,3149	-0,4497	0,1857	0,133	-0,1406	0,01159	0,004015	-0,001379	-0,01253
a_5	b_5	a_6	b_6	a_7	b_7	a_8	b_8	w
-0,002568	-0,01161	-0,002708	-0,006728	-0,002971	-0,00194	0,001028	-0,001012	0,05366

Tabel D.1. Værdier for koefficienterne, som anvendes i formel (D.3).

Der er hermed opstillet en funktion, som beskriver den første egensvingsningsform for Podgorica-gangbroen. Dette indarbejdes herefter i beregningen i alle MatLab scripts til bromodel 2.

Denne fremgangsmåde udføres for de resterende egensvingsningsformer, hvilket fremgår af de følgende afsnit.

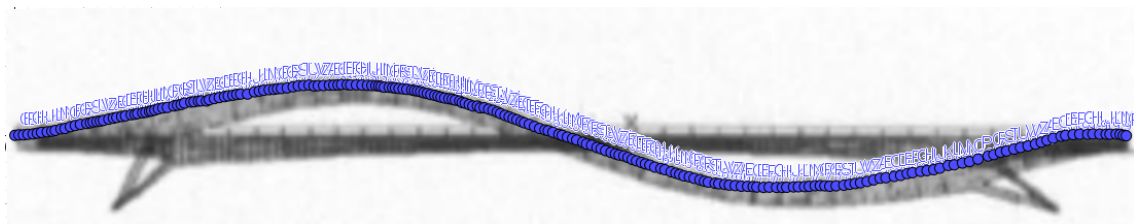
D.1.2 Anden egensvingningsform

Som tidligere beskrevet er det kun den første egensvingningsform, som er relativt veldefineret i Živanović [2006], hvorimod de resterende er fremvist som resultater fra en FE-model. Af nedenstående figur fremgår den anden egensvingningsform for gangbroen.



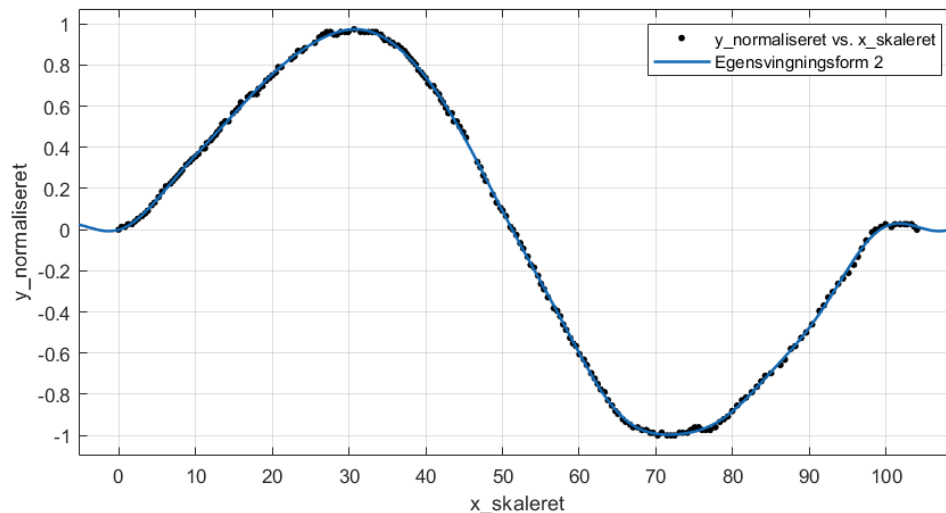
Figur D.5. Anden egensvingningsform for Podgorica-gangbroen [Živanović, 2006]

Betragtes figur D.5 kan det ses, at billedet er af dårlig kvalitet. Dette kan dermed give nogle usikkerheder i forhold til påsættelsen af punkterne i GeoGebra. Det er så vidt muligt forsøgt at følge centerlinjen på figuren. Figuren med de indsatte punkter kan ses på figur D.6



Figur D.6. Datapunkter for anden egensvingningsform.

Ligesom for den forrige egensvingningsform skaleres x-værdierne, så de passer med broens længde, og y-værdierne normaliseres. Den modificerede data indsættes derefter i MatLab-funktionen *Curve Fitting Tool*, hvorefter der tilnærmes en model til datapunkterne. Der gøres igen brug af en 8. grads Fourier-model. Modellen kan ses på figur D.7.



Figur D.7. 8.grads Fourierrække tilpasset datasættet.

Betragtes ovenstående figur kan det ses, at den udvalgte model følger datasættet meget tæt. Af MatLab-værktøjet fremgår det også, at modellen har en $R^2 = 0,9998$, hvilket er en acceptabel nøjagtighed. De bestemte værdier for koefficienterne kan ses i afsnit D.2.

D.1.3 Tredje egensvingningsform

Ligesom for den anden egensvingningsform er denne form også beskrevet ud fra en figur fra en FE-model. Af figur D.8 fremgår egensvingningsformen fra Živanović [2006], og i figur D.9 fremgår figuren med de indsatte punkter.



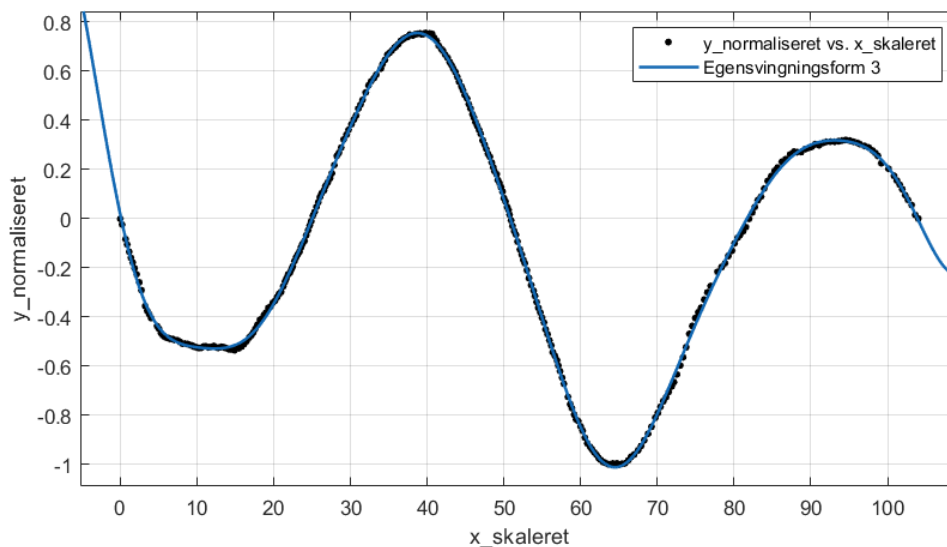
Figur D.8. Tredje egensvingningsform for Podgorica-gangbroen. [Živanović, 2006]



Figur D.9. Datapunkter for anden egensvingningsform.

Ligesom for de forrige egensvingningsformer skaleres x-værdierne således, at de passer til gangbroens længde, imens y-værdierne normaliseres. Derefter indsættes datasættet i MatLabs *Curve Fitting Tool*, hvor der udvælges en model som tilnærmer datapunkterne.

Der gøres atter brug af en 8. grads Fourierrække. Den tilnærmede kurve samt datapunkterne kan ses på figur D.10.



Figur D.10. Datapunkter for anden egensvingningsform.

Betragtes ovenstående figur kan det ses, at den udvalgte model følger datasættet meget tæt. Af MatLab-værktøjet fremgår det også, at modellen har en $R^2 = 0,9996$. De bestemte værdier for koefficienterne kan ses i afsnit D.2.

D.1.4 Fjerde egensvingningsform

Slutteligt bestemmes et analytisk udtryk for den fjerde egensvingningsform. Af figur D.11 fremgår egensvingningsformen fra Živanović [2006], og i figur D.12 fremgår figuren med de indsatte punkter.



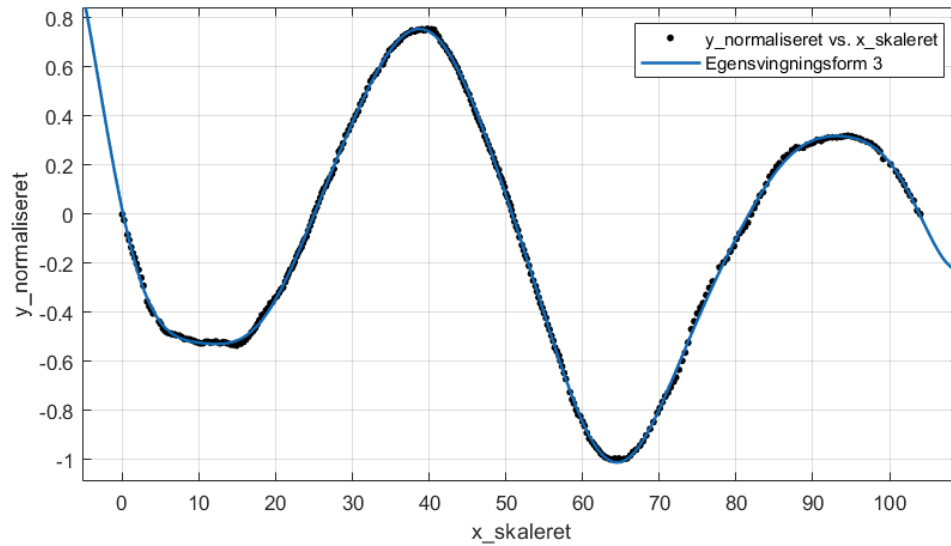
Figur D.11. Fjerde egensvingningsform for Podgorica-gangbroen. [Živanović, 2006]



Figur D.12. Datapunkter for anden egensvingningsform.

Ligesom for de forrige egensvingningsformer skaleres x-værdierne således, at de passer til

gangbroens længde, og y-værdierne normaliseres. Datasættet tilnærmes med en kurve, og igen gøres der brug af en 8. grads Fourierrække. Modellen samt datapunkterne kan ses på figur D.13.



Figur D.13. Datapunkter for fjerde egensvingningsform.

Betragtes ovenstående figur, kan det ses, at den udvalgte model følger datasættet meget tæt, og modellen har $R^2 = 0,9995$. De bestemte værdier for koefficienterne kan ses i afsnit D.2.

D.2 Opsamling

I de foregående afsnit er egensvingningsformerne, som er præsenteret i Živanović [2006], blevet analyseret. Formålet med disse analyser er at opstille analytiske udtryk for hver egensvingningsform, således at disse kan benyttes i forbindelse med modalanalyse. Det fremgår af analyserne, at der anvendes en 8. grads Fourierrække til bestemmelsen af de analytiske udtryk. Det analytiske udtryk fremgår af formel (D.4).

$$\begin{aligned}
 f(x) = & a_0 + a_1 \cdot \cos(x \cdot w) + b_1 \cdot \sin(x \cdot w) + \\
 & a_2 \cdot \cos(2 \cdot x \cdot w) + b_2 \cdot \sin(2 \cdot x \cdot w) + a_3 \cdot \cos(3 \cdot x \cdot w) + b_3 \cdot \sin(3 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_4 \cdot \cos(4 \cdot x \cdot w) + b_4 \cdot \sin(4 \cdot x \cdot w) + a_5 \cdot \cos(5 \cdot x \cdot w) + b_5 \cdot \sin(5 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_6 \cdot \cos(6 \cdot x \cdot w) + b_6 \cdot \sin(6 \cdot x \cdot w) + a_7 \cdot \cos(7 \cdot x \cdot w) + b_7 \cdot \sin(7 \cdot x \cdot w) + \\
 & a_8 \cdot \cos(8 \cdot x \cdot w) + b_8 \cdot \sin(8 \cdot x \cdot w)
 \end{aligned} \tag{D.4}$$

I nedenstående tabel fremgår værdier for koefficienterne til de forskellige egensvingningsformer, hvor j indikerer nummeret på egensvingningsformen.

j	w	a_0	a_1	b_1	a_2	b_2
1	0,05366	0,3149	-0,4497	0,1857	0,133	-0,1406
2	0,05809	-0,00101407	0,1549	0,8661	-0,06017	-0,2396
3	0,04754	0,02367	0,2669	-0,06184	-0,3295	-0,2831
4	0,0612	-0,3078	-0,08765	0,02979	0,6263	0,03409
j	a_3	b_3	a_4	b_4	a_5	b_5
1	0,01159	0,004015	-0,001379	-0,01253	-0,002568	-0,01161
2	-0,02049	-0,03683	-0,01714	-0,01887	-0,02691	-0,01369
3	0,379	-0,3719	-0,03498	-0,1695	-0,08782	-0,1388
4	-0,2037	0,006431	-0,005557	0,001065	-0,004202	-0,002328
j	a_6	b_6	a_7	b_7	a_8	b_8
1	-0,002708	-0,006728	-0,002971	-0,00194	0,001028	-0,001012
2	-0,01209	0,001444	-0,01156	-0,002105	-0,005867	0,00705
3	-0,1167	-0,03524	-0,05362	0,006794	-0,02764	0,0223
4	0,001644	-0,01185	-0,006154	-0,01043	0,004296	-0,01061

Tabel D.2. Værdier som anvendes i formel (D.4)

Konvergensanalyser E

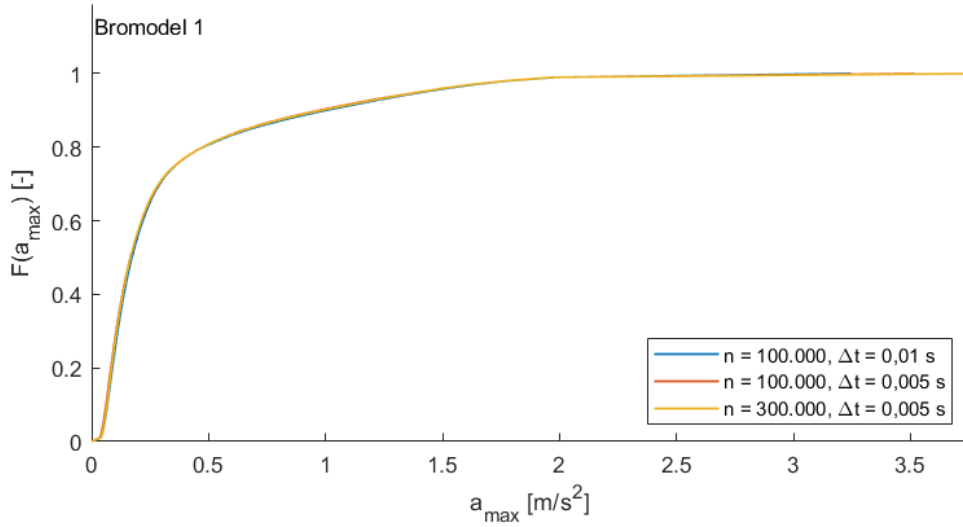
I dette bilag udføres konvergensanalyser. Disse udføres på midten af bromodellerne, og bromodellerne modelleres med $j = 4$ egensvingningsformer.

E.1 Lastmodel med $k=4$ harmoniske lastkomponenter

Med henblik på at begrænse antallet af undersøgelser i konvergensanalysen benyttes tre forskellige kombinationer af Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt. Den første kombination består af 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et tidsskridt på 0,01 s, hvilket svarer til det, der er bestemt i konvergensanalysen for bro- og lastmodellen med henholdsvis $j = 1$ og $k = 1$. Den anden kombination udføres med 100.000 Monte Carlo-simuleringer og et tidsskridt på 0,005 s, idet betydningen af tidsskridtet isoleret kan vurderes. Den sidste kombination består af 300.000 Monte Carlo-simuleringer med et tidsskridt på 0,005 s. Ved at sammenligne de maksimale accelerationer ved alle kombinationer kan det konkluderes hvilke værdier, der skal benyttes for at opnå resultater med tilstrækkelig præcision. Viser det sig, at konvergens ikke forekommer, kan der i stedet udføres en mere detaljeret analyse, hvor både antallet af simuleringer og størrelsen af tidsskridtet justeres, indtil passende parametre er fundet.

Konvergensanalysen udføres både for bromodel 1 og 2, hvor disse modelleres med $j = 4$ egensvingningsformer, imens der benyttes $k = 4$ harmoniske lastkomponenter. Dette er valgt, fordi modellerne ikke udvides yderligere i kapitel 4, og det forventes, at der stilles de højeste krav til beregningsmetoden for de mest avancerede modeller. Konvergensanalysen udføres kun på midten af broerne svarende til UP2 for begge, da det forventes, at samme antal simuleringer og samme tidsskridt kan benyttes i UP1.

Konvergensanalysen udføres først for bromodel 1, og fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer kan ses på figur E.1.



Figur E.1. Fordelingsfunktioner ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 1 med $j = 4$ og $k = 4$.

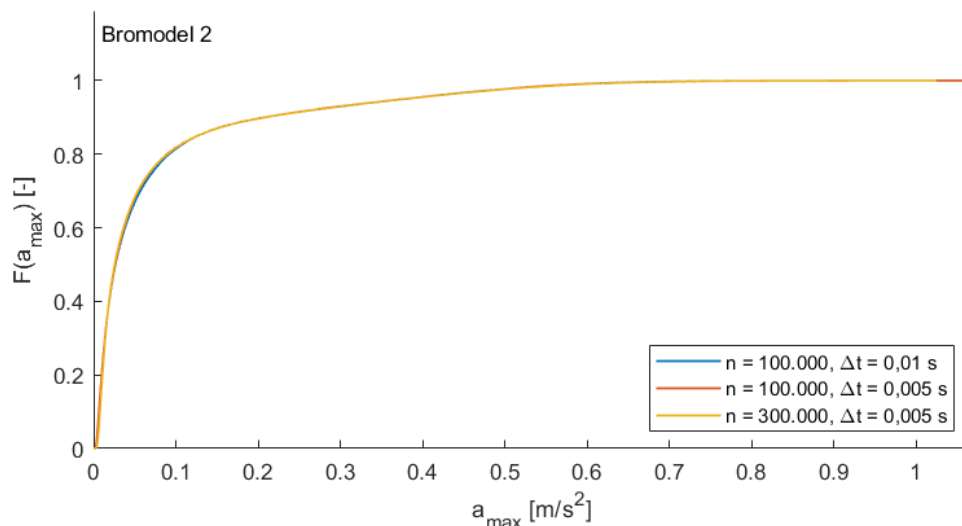
Det fremgår af figuren, at graferne generelt er glatte og sammenfaldende, hvilket tyder på, at de maksimale accelerationer konvergerer. For at sikre dette betragtes dog også udvalgte fraktiler for de tre undersøgte kombinationer. Disse fremgår af tabel E.1.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$n = 100.000, \Delta t = 0,01 \text{ s}$	0,1860	0,3829	1,3849
$n = 100.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,1745	0,3666	1,3939
$n = 300.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,1850	0,3790	1,3875

Tabel E.1. Fraktiler for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 1.

Det vurderes, at den maksimale acceleration er tilstrækkeligt konvergeret ved 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et tidsskridt på 0,005 s. Alle undersøgelser med bromodel 1 i indeværende kapitel udføres derfor med disse værdier.

For bromodel 2 udføres samme analyse. Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer fremgår af figur E.2.



Figur E.2. Fordelingsfunktioner ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 2 med $j = 4$ og $k = 4$.

Kurverne er næsten identiske, og derfor betragtes igen udvalgte fraktiler for at sikre, at de maksimale accelerationer konvergerer. Resultaterne kan ses på tabel E.2.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
$n = 100.000, \Delta t = 0,01 \text{ s}$	0,0262	0,0682	0,3770
$n = 100.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,0264	0,0712	0,3775
$n = 300.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,0256	0,0680	0,3771

Tabel E.2. Fraktiler for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 2.

Med udgangspunkt i de udvalgte fraktiler vurderes det, at den maksimale acceleration er konvergeret tilstrækkeligt ved 100.000 Monte Carlo-simuleringer og et tidsskridt på 0,005 s for bromodel 2. Alle undersøgelser med bromodel 2 udføres derfor med disse værdier i indeværende kapitel.

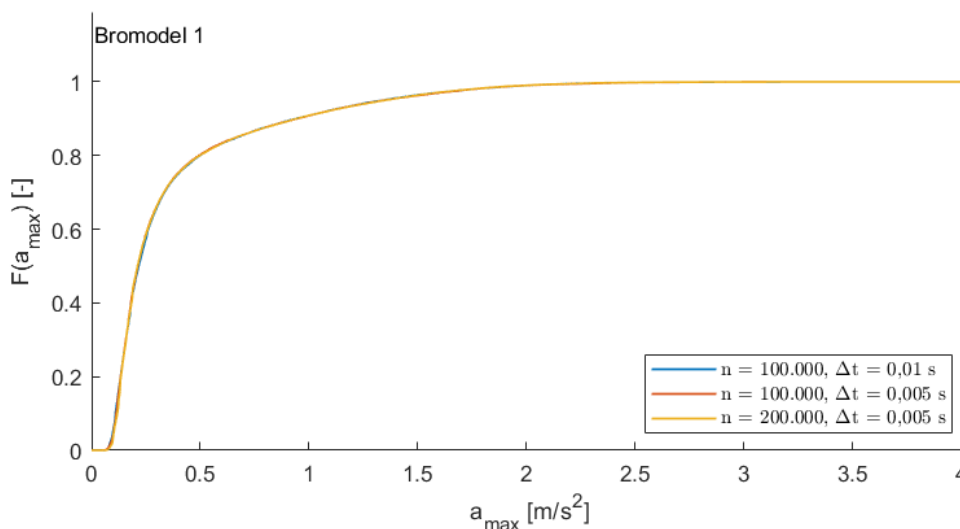
E.2 Multi-harmonisk lastmodel

Det tilstræbes, at antallet af undersøgelser i konvergensanalysen begrænses, da disse kan være meget tidskrævende. Af denne årsag benyttes tre forskellige kombinationer for antallet af Monte Carlo-simuleringer og størrelsen på Newmark-tidsskridtet. Den første kombination svarer til 100.000 Monte-Carlo simuleringer med et Newmark-tidsskridt på 0,005 s. Den anden kombination svarer til 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et Newmark-tidsskridt på 0,005 s, hvor betydningen af tidsskridtet kan ses. Den tredje kombination svarer til 200.000 Monte Carlo-simuleringer med et Newmark-tidsskridt på 0,005 s. Årsagen til at der ikke er foretaget en analyse med 300.000 Monte Carlo-simuleringer er at denne vil være for tidskrævende, idet simuleringstiden er estimeret til omkring 80 timer.

Ved at sammenligne disse tre kombinationer kan det konkluderes hvilke af de tre kombinationer, som afgiver resultater med tilstrækkelig præcision.

Konvergensanalysen udføres kun for undersøgelsespunkt UP2, som svarer til midten af begge bromodeller. UP1 undersøges ikke, eftersom det forventes, at samme antal simuleringer og tidsskridt kan benyttes i begge undersøgelsespunkter.

Først udføres konvergensanalysen for bromodel 1, hvor fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer kan ses på figur E.3.



Figur E.3. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt i UP2 for bromodel 1.

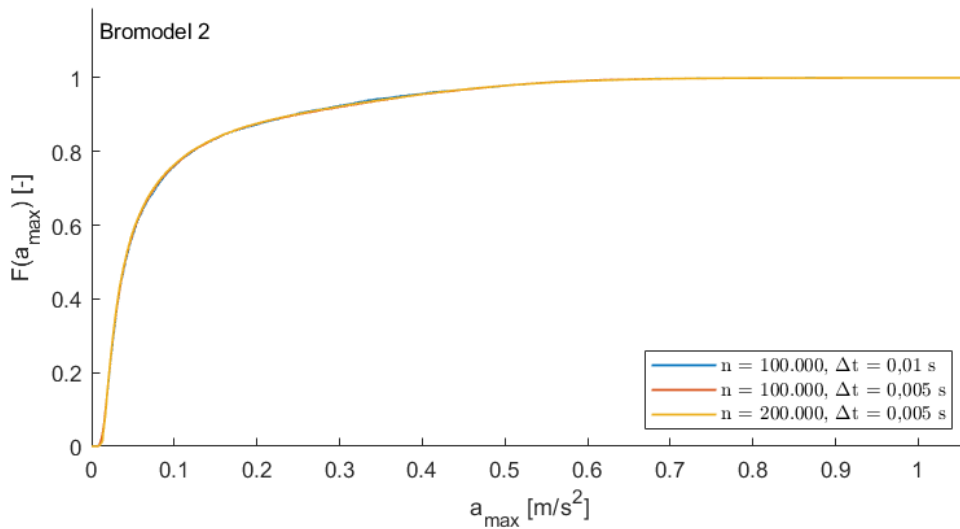
Betragtes figur E.3, kan det ses, at fordelingsfunktionerne er relativt glatte og sammenfaldende, hvorved det vurderes, at de maksimale accelerationer for de forskellige kombinationer konvergerer. For at sikre at dette er tilfældet, undersøges de tre kombinationers fraktilværdier. Disse fremgår af tabel E.3.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$n = 100.000, \Delta t = 0,01 \text{ s}$	0,2163	0,3983	1,3383
$n = 100.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,2123	0,3940	1,3459
$n = 200.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,2114	0,3949	1,3481

Tabel E.3. Fraktiler for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 1.

Det vurderes, at den maksimale acceleration er tilstrækkeligt konvergeret ved 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et Newmark-tidsskridt på 0,005 s. Dermed besluttet det, at alle analyser for bromodel 1 i indeværende kapitel udføres med denne kombination.

Der udføres samme analyse for bromodel 2, hvor fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer kan ses på figur E.4.



Figur E.4. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark-tidsskridt i UP2 for bromodel 2.

Ligesom for bromodel 1 kan det ses, at fordelingsfunktionerne for bromodel 2 er glatte og sammenfaldende. For at sikre at de maksimale accelerationer virkelig konvergerer, undersøges fraktilværdierne for de tre kombinationer. Disse fremgår af tabel E.4.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
$n = 100.000, \Delta t = 0,01 \text{ s}$	0,0408	0,0954	0,3727
$n = 100.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,0404	0,0944	0,3824
$n = 200.000, \Delta t = 0,005 \text{ s}$	0,0400	0,0931	0,3825

Tabel E.4. Fraktiler for maksimal acceleration ved forskellige antal Monte Carlo-simuleringer og Newmark tidsskridt i UP2 for bromodel 2.

Betragtes fraktilværdierne i tabel E.4 vurderes det, at den maksimale acceleration er tilstrækkeligt konvergeret ved 100.000 Monte Carlo-simuleringer med et Newmark-

tidsskridt på 0,005 s. Dermed beslattes det, at alle analyser for bromodel 2 i indeværende kapitel skal udføres med denne kombination.

Parameterstudie af lastmodel med $k = 4$ harmoniske lastkomponenter



I dette bilag udføres et studie af de indgående parametre i lastmodellen, som er beskrevet i afsnit 2.3, når der benyttes $k = 4$ harmoniske lastkomponenter på en bromodel med $j = 4$ egensvingningsformer. Parameterstudiet udføres kun i UP1, da det forventes, at resultaterne i UP2 vil afspejle det, der allerede er påvist i afsnit 3.8.

F.1 Skridtlængde

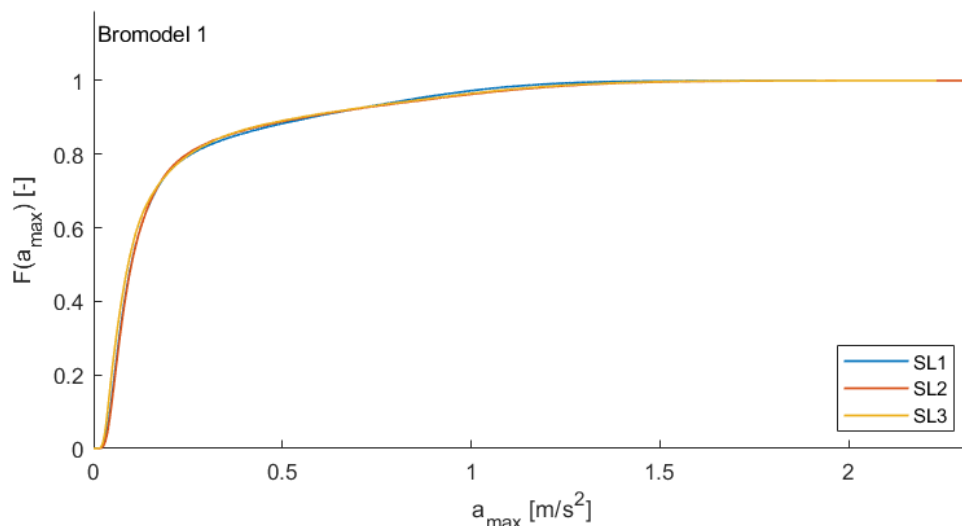
Det undersøges, om det har en betydning, hvordan skridtlængden modelleres. Det forventes, at middelværdien vil have en betydning for bromodel 1, da dette er påvist i afsnit 3.8. I det følgende lægges derfor primært vægt på, om der stadig ikke forekommer nævneværdige afvigelser mellem SL2 og SL3, da disse repræsenterer en stokastisk og en deterministisk tilgang til modelleringen af denne parameter. Ydermere undersøges det, om forskellen mellem SL1 og de resterende modeller stadig ikke er af særlig vigtighed for bromodel 2. De tre modeller for skridtlængden er opsummeret i tabel F.1.

Teori		μ_{l_s} [m]	σ_{l_s} [m]	Fordeling
Wheeler	- SL1	Formel (2.3)	-	Stokastisk
Živanović	- SL2	0,71	0,071	Normalfordelt
Živanović	- SL3	0,71	-	Deterministisk

Tabel F.1. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for skridtlængden.

F.1.1 Bromodel 1

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer er bestemt ved brug af SL1, SL2 og SL3, imens de resterende parametre i lastmodellen er modelleret efter referencekombinationen på tabel 2.6. Fordelingsfunktionerne ses på figur F.1.



Figur F.1. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1 med forskellige modelleringer af personvægten.

Udvalgte fraktilværdier fremgår af tabel F.2.

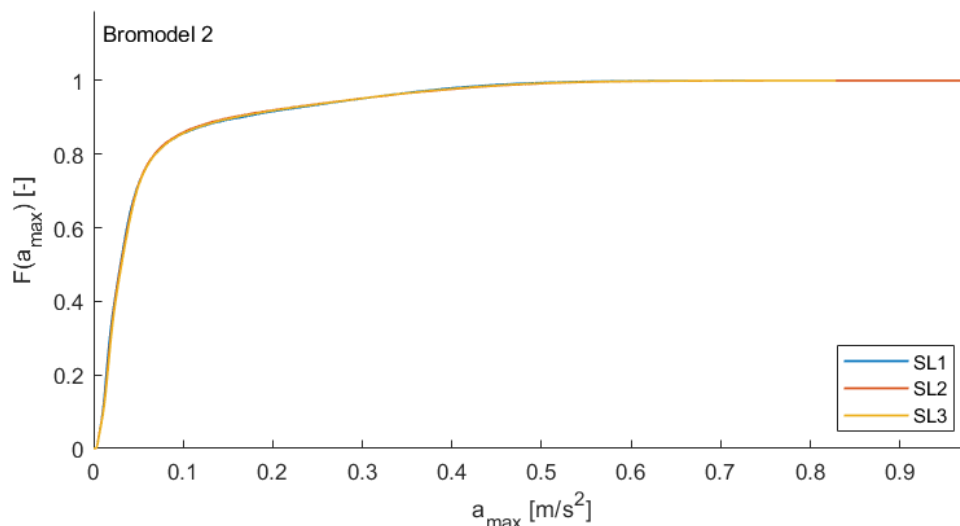
	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
SL1	0,0995	0,1981	0,8466
SL2	0,1004	0,1944	0,8976
SL3	0,0913	0,1982	0,8807

Tabel F.2. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af skridtlængden for bromodel 1.

I overensstemmelse med det, der tidligere er påvist, afviger resultaterne for SL1 en smule fra resultaterne for både SL2 og SL3. Det forventes, at dette skyldes længden af bromodel 1. Ydermere er der ingen markant forskel på resultaterne ved brug af SL2 og SL3, hvilket betyder, at det er tilstrækkeligt at modellere skridtlængden deterministisk.

F.1.2 Bromodel 2

Den samme analyse udføres for bromodel 2. Fordelingsfunktionerne fremgår af figur F.2, og udvalgte fraktiler ses på tabel F.3



Figur F.2. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 2 med forskellige modelleringer af skridtlængden.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
SL1	0,0299	0,0555	0,2958
SL2	0,0305	0,0555	0,2935
SL3	0,0312	0,0560	0,2947

Tabel F.3. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af skridtlængden for bromodel 2.

For bromodel 2 er det atter påvist, at det ikke har nogen særlig betydning, om parametermodellen SL1 eller SL2 benyttes, eftersom middelværdien i begge modeller er meget mindre end den samlede længde af hele broen. Desuden ses det, at den stokastiske parametermodel SL2 og den deterministiske parametermodel SL3 giver resultater, der næsten er helt identiske. Det konkluderes, at skridtlængden sagtens kan modelleres som en deterministisk parameter, selvom bro- og lastmodellerne udvides. Samtidig er modelleringen af middelværdien mindre vigtig, når den pågældende bro er lang, eftersom skridtlængden i det tilfælde er meget mindre end broens længde.

F.2 Personvægt

Modelleringen af personvægten undersøges for de udvidede bro- og lastmodeller, idet der lægges fokus på, om det stadig er tilstrækkeligt at modellere denne ud fra en deterministisk parametermodel. Beregningerne af de maksimale accelerationer udføres derfor ved brug af parametermodellerne PV1 og PV4, som fremgår af tabel F.4, hvor disse er opsummeret.

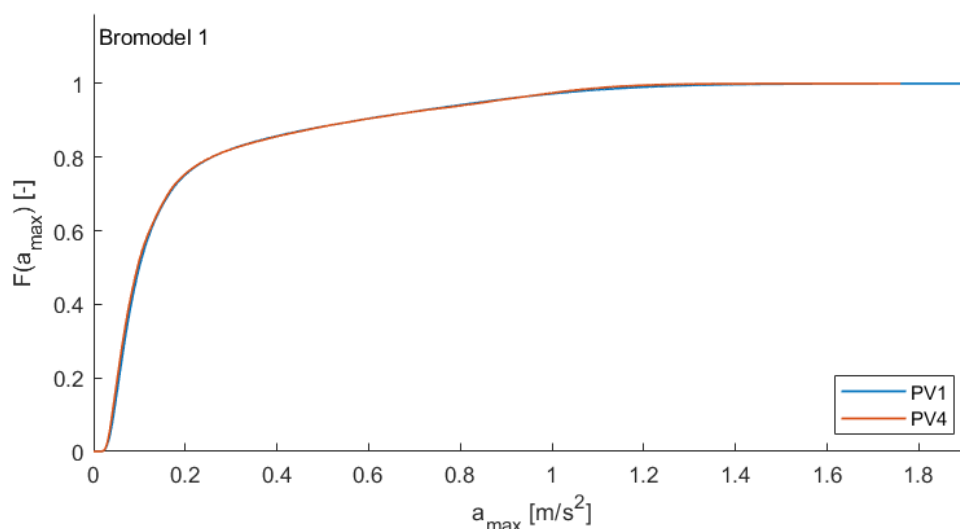
Teori	μ_G [N]	σ_G [N]	Fordeling
Danmark - PV1	789	142	Normalfordelt
Danmark - PV4	789	-	Deterministisk

Tabel F.4. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for personvægten.

I det følgende undersøges effekten af parametermodelleringen for både bromodel 1 og bromodel 2.

F.2.1 Bromodel 1

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer ved brug af parametermodellerne PV1 og PV4 fremgår af figur F.3. Fraktilværdier kan ses i tabel F.5.



Figur F.3. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 1 med forskellige modelleringer af personvægten.

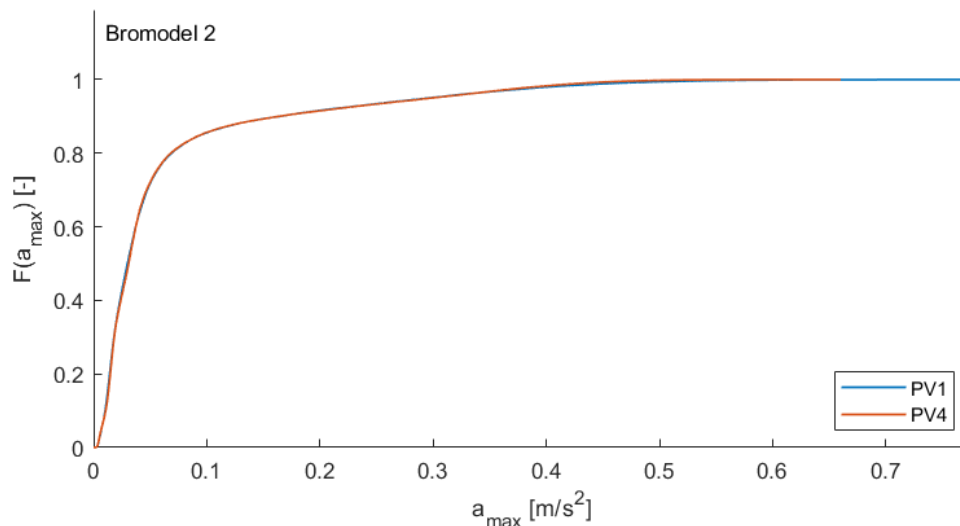
	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
PV1	0,0995	0,1981	0,8466
PV4	0,0955	0,1958	0,8570

Tabel F.5. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af personvægten for bromodel 1.

Fordelingsfunktionerne ligger meget tæt, hvilket indikerer, at der ikke er markante forskelle mellem resultater bestemt med en deterministisk personvægt og en stokastisk personvægt. Det fremgår af fraktilværdierne, at der er en beskedent afvigelse, men det vurderes ikke, at denne er nævneværdig. For bromodel 1 er det tilstrækkeligt at modellere personvægten deterministisk.

F.2.2 Bromodel 2

Samme analyse udføres for bromodel 2, og fordelingsfunktionerne fremgår af figur F.4, imens fraktilværdier ses i tabel F.6.



Figur F.4. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 2 med forskellige modelleringer af personvægten.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
PV1	0,0299	0,0555	0,2958
PV4	0,0309	0,0551	0,2980

Tabel F.6. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af personvægten for bromodel 2.

Der er en meget lille afvigelse mellem resultaterne ved brug af PV1 og PV4, og det konkluderes derfor, at personvægten kan modelleres deterministisk, selvom bro- og lastmodellerne udvides til at inkludere 4 egensvingningsformer og 4 harmoniske lastkomponenter.

F.3 Dynamisk lastfaktor

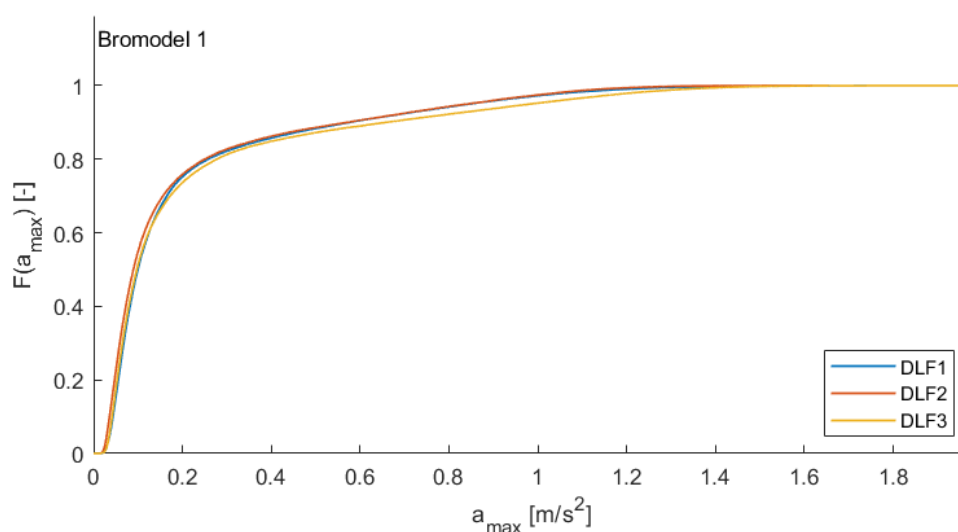
I det følgende undersøges det, om modelleringen af den dynamiske lastfaktor har en øget betydning, når bro- og lastmodellerne udvides. I afsnit 3.8 er det påvist, at der for bromodeller med 1 egensvingningsform og lastmodeller med 1 harmonisk lastkomponent ikke forekommer store afvigelser mellem resultaterne ved de tre forskellige parametermodeller, som er undersøgt. Disse parametermodeller ses i tabel F.7.

Teori		μ_{α_i} [-]	σ_{α_i} [-]	Fordeling
Kerr og Živanović	- DLF1	Formel (2.4)	Formel (2.5)	Normalfordelt
Kerr	- DLF2	Formel (2.4)	-	Stokastisk
Young	- DLF3	Formel (2.6)	-	Stokastisk

Tabel F.7. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for den dynamiske lastfaktor.

F.3.1 Bromodel 1

Analysen udføres først for bromodel 1. Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer i UP1 fremgår af figur F.5, hvor disse er angivet for de forskellige parametermodeller af den dynamiske lastfaktor, α . Fraktilværdier kan ses på tabel F.8.



Figur F.5. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 1 med forskellige modelleringer af den dynamiske lastfaktor.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
DLF1	0,0995	0,1981	0,8466
DLF2	0,0896	0,1917	0,8407
DLF3	0,0974	0,2130	0,9830

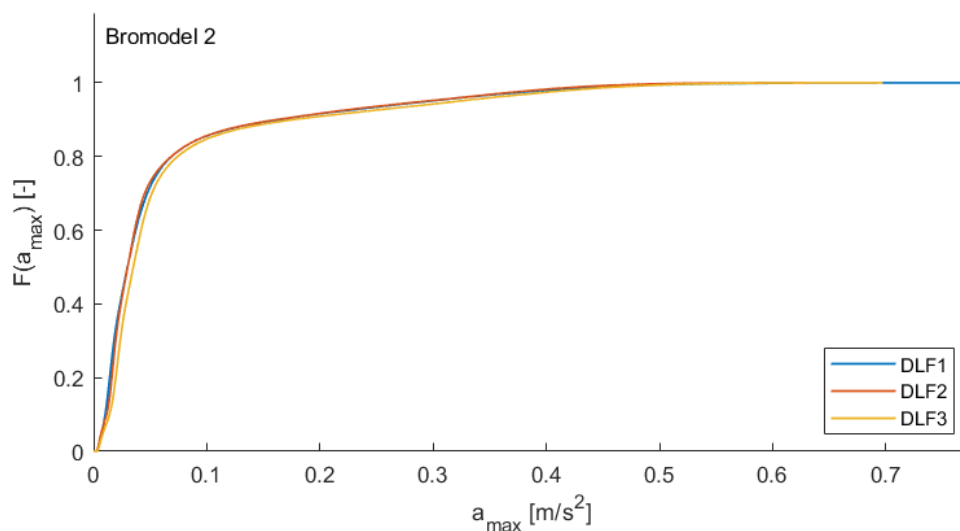
Tabel F.8. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af den dynamiske lastfaktor for bromodel 1.

Resultaterne ved brug af DLF1 og DLF2 er næsten identiske, hvilket betyder, at det ikke har nogen nævneværdig indflydelse, at den dynamiske lastfaktor modelleres med en spredning. Sammenlignes resultaterne ved brug af DLF1 og DLF3, ses det, at der særligt for de høje fraktiler fås højere maksimale accelerationer i UP1, når DLF3 benyttes. Denne afvigelse forekommer ikke i samme grad i afsnit 3.8, hvor en lastmodel med 1 harmonisk lastkomponent er undersøgt, og det konkluderes derfor, at afvigelsen må komme som følge af, at der inkluderes flere harmoniske lastkomponenter og egensvingningsformer. De

maksimal accelerationer i UP1 på bromodel 1 er derfor følsomme overfor modellering af middelværdierne af de dynamiske lastfaktorer, når de udvidede bro- og lastmodeller benyttes.

F.3.2 Bromodel 2

Det undersøges ligeledes for bromodel 2, om modelleringen af den dynamiske lastfaktor har en indflydelse på det dynamiske respons i UP1. På figur F.6 ses fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer i UP1, når der benyttes forskellige parametermodeller for den dynamiske lastfaktor. Fraktilværdier ses i tabel F.9.



Figur F.6. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 2 med forskellige modelleringer af den dynamiske lastfaktor.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
DLF1	0,0299	0,0555	0,2958
DLF2	0,0301	0,0537	0,2924
DLF3	0,0351	0,0599	0,3210

Tabel F.9. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af den dynamiske lastfaktor for bromodel 2.

Fordelingsfunktionerne ligger tæt, og det samme gør sig gældende for fraktilværdierne. Resultaterne ved brug af DLF1 og DLF2 indikerer igen, at det er tilstrækkeligt at modellere den dynamiske lastfaktor uden en spredning. Dette gælder herved både for bromodel 1 og bromodel 2. Når DLF3 benyttes fås en lille afvigelse fra DLF1 og DLF2, hvilket skyldes modelleringen af de dynamiske lastfaktoreres middelværdier. Afvigelsen er ikke synderligt stor, hvilket højst sandsynligt skyldes, at det næsten udelukkende er første egensvingningsform og første harmoniske lastkomponent, der har en betydning for det dynamiske respons for bromodel 2. Afvigelsen bekræfter dog, at det dynamiske respons generelt er følsomt overfor, hvordan de dynamiske lastfaktorer modelleres. For broer hvor

antallet af egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter har større betydning, kan det derfor være vigtigt at tage højde for modelleringen af alle de dynamiske lastfaktorer.

F.4 Faseforskydningen

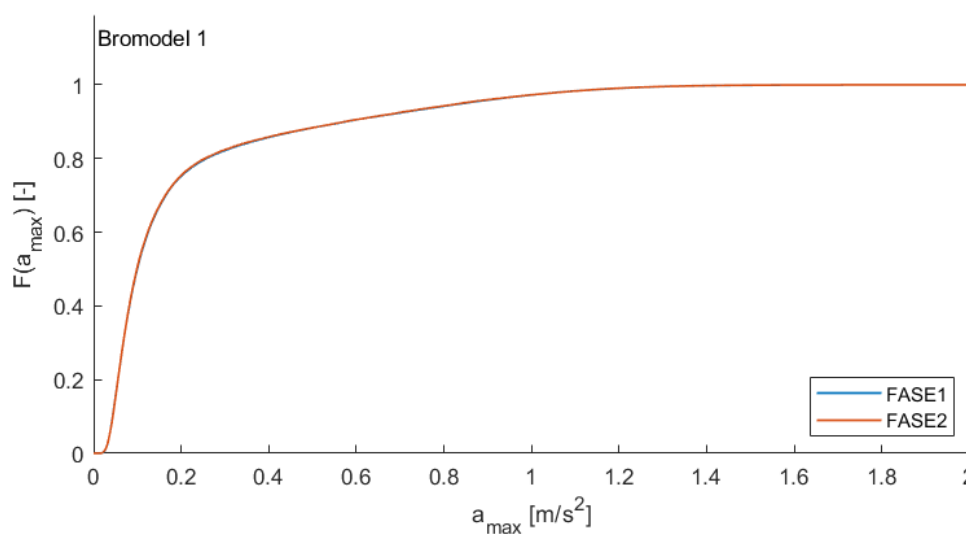
Den sidste undersøgte parameter i lastmodellen er faseforskydningen. Der undersøges to forskellige modeller af denne, som er forklaret i afsnit 2.3.5. I undersøgelsen lægges vægt på, om faseforskydningen kan modelleres deterministisk med tilstrækkelig præcision, idet der haves en stokastisk parametermodel, FASE1, og en deterministisk parametermodel, FASE2. De to parametermodeller er opsummeret i tabel F.10.

Teori		ϕ_i [-]	Fordeling [-]
-	- FASE1	$[0; 2\pi]$	Uniform fordelt
Bachmann og Ammann	- FASE2	Formel (2.7)	Deterministisk

Tabel F.10. Middelværdi, spredning og anvendt fordeling til de forskellige parametermodeller for faseforskydningen.

F.4.1 Bromodel 1

Fordelingsfunktionerne ved brug af de to parametermodeller ses på figur F.7 for bromodel 1 i UP1. På tabel F.11 ses fraktilværdier.



Figur F.7. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 1 med forskellige modelleringer af faseforskydningen.

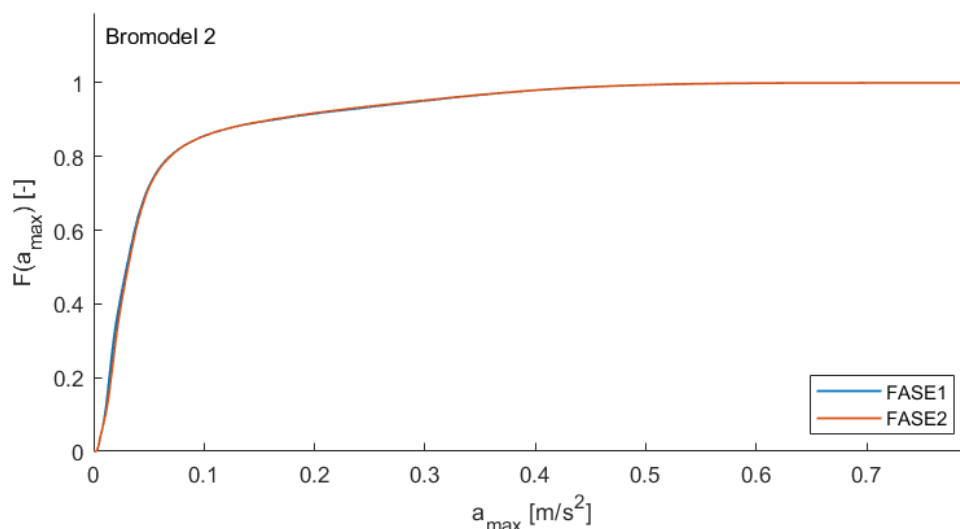
	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
FASE1	0,0995	0,1981	0,8466
FASE2	0,0989	0,1959	0,8392

Tabel F.11. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af faseforskydningen for bromodel 1.

Fordelingsfunktionerne ligger meget tæt, hvilket betyder, at der ikke forekommer store forskelle mellem de maksimale accelerationer ved brug af deterministiske og stokastiske parametermodeller for faseforskydningen. Samme konklusion kan drages ved at betragte fraktilværdierne. For bromodel 1 har modelleringen af faseforskydningen minimal indflydelse på det dynamiske respons.

F.4.2 Bromodel 2

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 2 ses på figur F.8, og fraktilværdierne ses i tabel F.12.



Figur F.8. Fordelingsfunktioner for maksimal acceleration for bromodel 2 med forskellige modelleringer af faseforskydningen.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
FASE1	0,0299	0,0555	0,2958
FASE2	0,0312	0,0561	0,2914

Tabel F.12. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige modelleringsmetoder af faseforskydningen for bromodel 2.

Det konkluderes atter, at modelleringen af faseforskydningen ikke har nogen særlig indflydelse på det dynamiske respons. Dette gælder derfor både for bromodel 1 og bromodel 2. De beskedne afvigelser, der forekommer, kan desuden lige så vel skyldes antallet af Monte Carlo-simuleringer.

De maksimale accelerationers følsomhed overfor diverse gangparametre er herved undersøgt. I det følgende afsnit opsummeres de konklusioner, der er draget gennem parameterstudiet.

F.5 Opfølgende undersøgelse af lastparametre

Parameterstudiet har belyst de forskellige gangparametres betydning for de probabilistiske estimater af den maksimale acceleration i UP1 for både bromodel 1 og bromodel 2. I dette afsnit gennemgås de generelle konklusioner, der kan laves med udgangspunkt i parameterstudiet, og der udføres en opfølgende analyse.

Parameterstudiet viser, at alle andre parametre end gangfrekvensen kan modelleres uden en spredning, uden at det har en nævneværdig indflydelse på det dynamiske respons. Det betyder dog ikke, at modelleringen af parametrene er uvæsentlig, eftersom responset stadig kan være følsomt overfor parametrenes middelværdier. For skridtlængden er det igen påvist, at middelværdien har større betydning for kortere broer. For personvægten er kun PV1 og PV4 undersøgt, da det allerede er fastlagt, at middelværdierne har en stor betydning for de maksimale accelerationer. Denne analyse bekræfter derfor blot, at personvægten kan modelleres deterministisk. For de dynamiske lastfaktorer viser det sig, at det dynamiske respons er mere følsomt overfor modelleringen af middelværdierne, når flere harmoniske lastkomponenter og egensvingningsformer inkluderes, såfremt disse bidrager til de maksimale accelerationer i en nævneværdig grad. For netop de to bromodeller i denne rapport har modelleringen af de dynamiske lastfaktorerers middelværdier ikke nogen altafgørende indflydelse på det samlede respons, men undersøgelserne i dette kapitel viser, at det er vigtigt at tage højde for modelleringen af disse, hvis der arbejdes med broer, hvor flere egensvingningsformer og harmoniske lastkomponenter i højere grad bidrager. Det viser sig ydermere, at de dynamiske lastfaktorer kan modelleres uden en spredning.

Der udføres en opfølgende analyse, hvor der benyttes to forskellige kombinationer af parametermodeller med henblik på at undersøge, om der fås en samlet effekt af at have flere deterministiske parametre eller blot stokastiske parametre uden spredning. I den første kombination modelleres parametrene ud fra referencekombinationen på tabel 2.6, med undtagelse af at SL2 benyttes i stedet for SL1 til modellering af l_s . Forskellen på SL1 og SL2 kan ses i tabel F.1. Den benyttede kombination af parametermodeller ses på tabel F.13.

	f_s - GF1 [Hz]	l_s - SL2 [m]	G - PV1 [N]	α - DLF1 [-]	ϕ - FASE1 [rad]
	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk	Stokastisk
μ	1,87	0,71	789	Formel (2.4)	$[0; 2\pi]$
σ	0,186	0,071	14,2	Formel (2.5)	-

Tabel F.13. Referencekombination af parametermodeller hvor SL1 er erstattet med SL2.

I den anden undersøgte kombination i denne analyse modelleres parametre uden en spredning med undtagelse af modellen for gangfrekvensen, hvor GF1 benyttes til modellering af f_s . Dette skyldes, at det i parameterstudiet er påvist, at alle andre parametre end gangfrekvensen kan modelleres uden en spredning, uden at det har en markant indflydelse på det dynamiske respons. Denne simplificerede kombination af parametermodeller ses på tabel F.14.

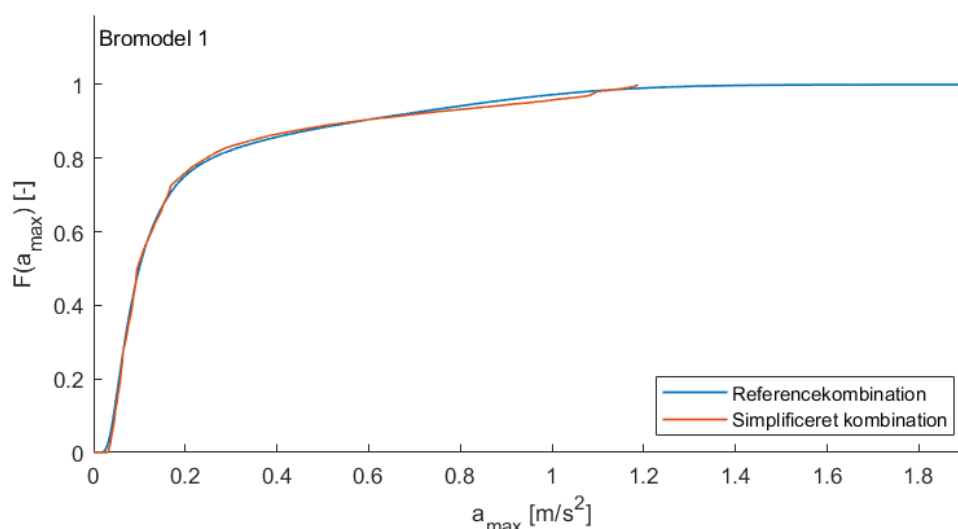
	f_s - GF1 [Hz]	l_s - SL3 [m]	G - PV4 [N]	α - DLF2 [-]	ϕ - FASE2 [rad]
	Stokastisk	Deterministisk	Deterministisk	Stokastisk	Deterministisk
μ	1,87	0,71	789	Formel (2.4)	0
σ	0,186	0	0	0	0

Tabel F.14. Simplificeret kombination af parametermodeller hvor kun gangfrekvensen er stokastisk.

Fordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer ved brug af de to førnævnte kombinationer bestemmes i UP1 for både bromodel 1 og bromodel 2.

F.5.1 Bromodel 1

Først betragtes fordelingsfunktionerne for bromodel 1. Disse fremgår af figur F.9.



Figur F.9. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 for bromodel 1 med forskellige kombinationer af parametermodeller.

Fordelingsfunktionen ved brug af den simplificerede kombination har et mindre glat forløb end fordelingsfunktionen ved brug af referencekombinationen. Forskellene mellem de to kombinationer evalueres yderligere ved at betragte fraktilværdierne på tabel F.15.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
Referencekombination	0,0995	0,1981	0,8466
Simplificeret kombination	0,0951	0,1901	0,9414

Tabel F.15. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige kombinationer af parametermodeller i UP1 på bromodel 1.

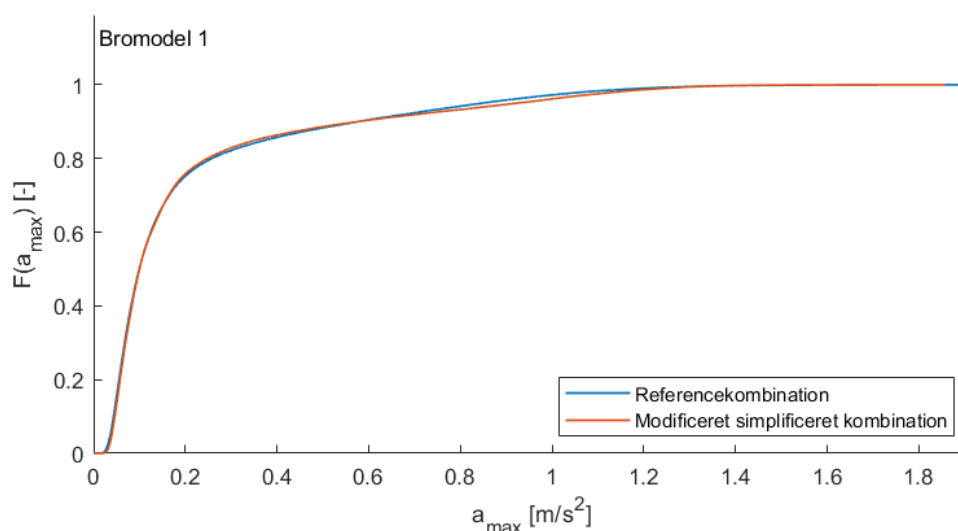
Det ses, at 95%-fraktilen afviger mellem de to kombinationer. Det vurderes ud fra denne forskel i fraktilværdien samt det mindre glatte forløb for den simplificerede kombination, at der ikke opnås tilfredsstillende resultater, når alle andre parametre end gangfrekvensen

modelleres uden en spredning. Efter nærmere undersøgelse påvises det, at modelleringen af de dynamiske lastfaktorer har en mærkbar indflydelse på det dynamiske respons. Derfor modificeres den simplificerede kombination, således at både gangfrekvensen og de dynamiske lastfaktorer er normalfordelt, imens resten af parametrene er deterministiske. Den modificerede simplificerede kombination ses på tabel F.16.

	f_s [Hz]	l_s [m]	G [N]	α [-]	ϕ [rad]
	Stokastisk	Deterministisk	Deterministisk	Stokastisk	Deterministisk
μ	1,87	0,71	789	Formel (2.4)	0
σ	0,186	0	0	Formel (2.5)	0

Tabel F.16. Modificeret simplificeret kombination af parametermodeller hvor kun gangfrekvensen og de dynamiske lastfaktorer er stokastiske.

Forordelingsfunktionerne for de maksimale accelerationer i UP1 på bromodel 1 sammenlignes ved brug af referencekombinationen og den modificerede simplificerede kombination for parametermodellerne. Resultaterne ses på figur F.10, og fraktilværdierne fremgår af tabel F.17.



Figur F.10. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 for bromodel 1 med forskellige kombinationer af parametermodeller.

	$a_{max,50}$ [m/s ²]	$a_{max,75}$ [m/s ²]	$a_{max,95}$ [m/s ²]
Referencekombination	0,0995	0,1981	0,8466
Modificeret simplificeret kombination	0,1000	0,1929	0,9217

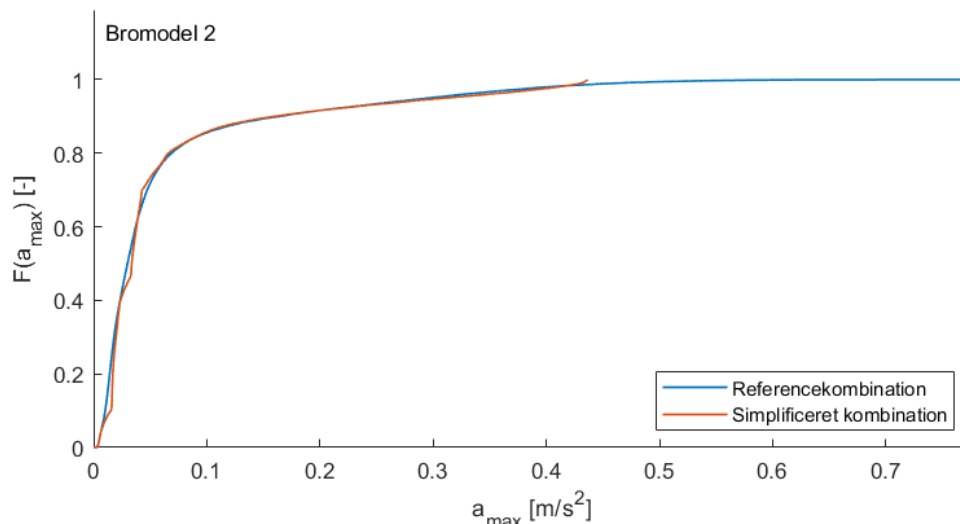
Tabel F.17. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige kombinationer af parametermodeller i UP1 på bromodel 1.

Forordelingsfunktionerne ligger nu tættere på hinanden, og forskellen på 95%-fraktilerne er lavere. Der er dog stadig en afvigelse mellem 95%-fraktilerne, og det forventes, at

denne skyldes akkumuleringen af afvigelser som følge af, at flere parametre modelleres deterministisk. Det vurderes dog, at den modificerede simplificerede kombination giver et resultat, der er tilstrækkelig præcist i UP1 på bromodel 1.

F.5.2 Bromodel 2

Fordelingsfunktionerne ved brug af referencekombinationen og den modificerede simplificerede kombination af parametermodeller ses for bromodel 2 på figur F.11. Fraktilværdier ses på tabel F.18.

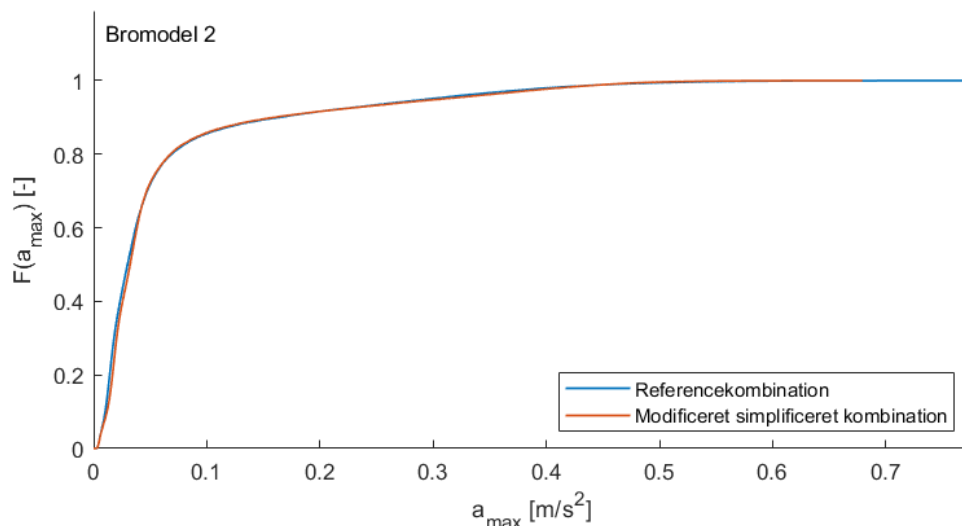


Figur F.11. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 for bromodel 2 med forskellige kombinationer af parametermodeller.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Referencekombination	0,0299	0,0555	0,2958
Simplificeret kombination	0,0337	0,0539	0,3108

Tabel F.18. Fraktilværdier for maksimal acceleration bestemt med forskellige kombinationer af parametermodeller i UP1 på bromodel 2.

Grafen for de maksimale accelerationer bestemt ved den simplificerede kombination af parametermodeller har et ujævnt forløb. Det ses på fraktilværdierne, at afvigelsen mellem de absolutte værdier er beskeden, men den ujævne fordelingsfunktion giver anledning til at undersøge, om der opnås bedre resultater ved brug af den modificerede simplificerede kombination. Fordelingsfunktionerne ved brug af referencekombinationen og den modificerede simplificerede kombination kan ses på figur F.12, og fraktilerne kan ses på tabel F.19.



Figur F.12. Fordelingsfunktioner for maksimale accelerationer i UP1 for bromodel 2 med forskellige kombinationer af parametermodeller.

	$a_{max,50}$	$a_{max,75}$	$a_{max,95}$
	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
Referencekombination	0,0299	0,0555	0,2958
Modificeret simplificeret kombination	0,0322	0,0550	0,3074

Tabel F.19. Accelerationer bestemt for forskellige kombinationer af parametermodeller i UP1 på bromodel 2.

Det ses tydeligt, at fordelingsfunktionernes kurver næsten er identiske. Fraktilværdierne ligger ligeledes tættere. Med udgangspunkt i dette konkluderes det, at det er acceptabelt blot at modellere gangfrekvensen og de dynamiske lastfaktorer stokastiske for at opnå tilstrækkelig præcise resultater for de maksimale accelerationer i UP1 for både bromodel 1 og bromodel 2.

Kontrol af multi-harmonisk beregningsprogram



G.1 Forudsætninger for beregningsmodellen

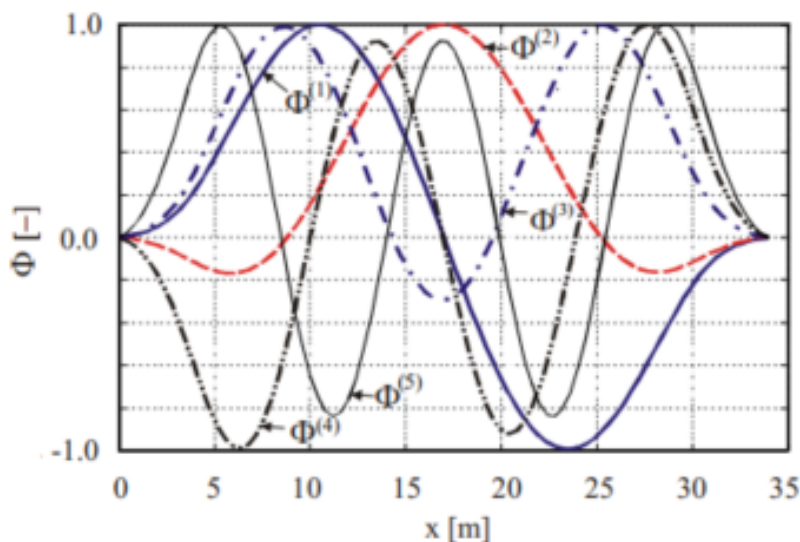
Dette afsnit har til formål at vurdere, om det udarbejdede beregningsprogram, som er udført i MATLAB, medfører fordelingsfunktioner, der er identiske med dem, der er fremvist i Živanović et al. [2007b]. Der opsættes derfor samme beregningsforudsætninger, som er anvendt i kilden, hvorefter fordelingsfunktionerne sammenlignes. Denne kontrol udføres med henblik på at sikre, at beregningerne i hovedrapporten giver korrekte værdier.

I den anførte kilde er der foretaget en analyse af en gangbro placeret tæt på Sheffield. Gangbroen har et spænd på 34 m. Af tabel G.1 fremgår de dynamiske parametre tilhørende hver af de 5 inkluderede egensvingningsformer for broen.

Egensvingningsform	1	2	3	4	5
Egenfrekvens [Hz]	2,44	3,66	4,86	6,66	9,50
Dæmpningsforhold [%]	0,53	0,65	0,96	0,73	0,77
Modalmasse [kg]	10520	5880	8690	10767	10319

Tabel G.1. Dynamiske parametre for gangbroen nær Sheffield.

Gangbroens egensvingningsformer er bestemt på baggrund af forsøg udført af Živanović et al. [2007b] og kan ses på figur G.1.



Figur G.1. Egensvingningsformerne for gangbroen nær Sheffield. [Živanović et al., 2007b]

Af figur G.1 kan det ses, at den første egensvingningsform er asymmetrisk, hvilket er en

direkte konsekvens af krumning af det udeformede brodæk [Živanović et al., 2007b]. For at anvende egensvingningsformerne i beregningsprogrammet er fremgangsmåden fra bilag D anvendt til at opstille analytiske udtryk.

Ifølge Živanović et al. [2007b] benyttes der for denne bromodel 2000 Monte Carlo-simuleringer. Derudover anvendes der et Newmark-tidsskridt på 0,001 s, hvilket fremgår af Živanović [2006]. Af nedenstående tabeller fremgår de anvendte parametre samt deres fordelinger. Disse fordelinger svarer til det, der er anvendt i Živanović et al. [2007b].

	f_s [Hz]	l_s [m]	G [kg]
Fordeling	Normal	Normal	Deterministisk
μ	1,87	0,71	75
σ	0,186	0,071	0

Tabel G.2. Anvendte værdier og fordelinger for gangfrekvensen, skridtlængden og personvægten. [Živanović et al., 2007b]

	α_1^p [-]	α_2^p [-]	α_3^p [-]	α_4^p [-]	α_5^p [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	$\mu_{\alpha_1^p}(f_s)$	0,07	0,05	0,05	0,03
σ	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1^p}(f_s)$	0,03	0,02	0,02	0,015

Tabel G.3. Anvendte værdier og fordelinger for de primære harmoniske dynamiske lastfaktorer. [Živanović et al., 2007b]

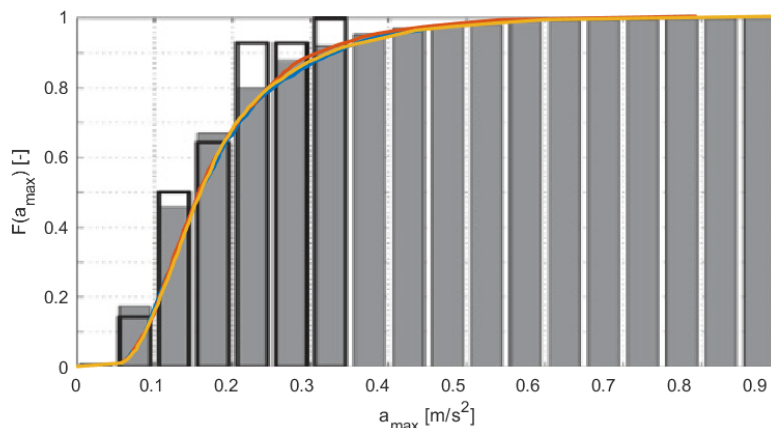
	Funktion
α_1^m	$0,026 \cdot \alpha_1^p + 0,0031$
α_2^m	$0,074 \cdot \alpha_1^p + 0,01$
α_3^m	$0,012 \cdot \alpha_1^p + 0,016$
α_4^m	$0,013 \cdot \alpha_1^p + 0,0093$
α_5^m	$0,015 \cdot \alpha_1^p + 0,0072$

Tabel G.4. Dynamiske lastfaktorer for de mellemharmoniske lastkomponenter som funktion af den første primære harmoniske lastfaktor. [Živanović et al., 2007b]

Eftersom de primære harmoniske lastfaktorer normalfordeles gøres der brug af fremgangsmåden fra bilag B, idet der dog haves en lille forskel i step 3). I dette step undersøges det, om der forekommer en negativ værdi for α_i^p . Hvis dette er tilfældet erstattes dette med en ny værdi for α_i^p . Dette er ikke den anvendte fremgangsmåde i Živanović et al. [2007b], hvor alle negative værdier i stedet sættes lig med 0. Derudover betragtes accelerationsniveauet kun på midten af broen.

For faseforskydningerne, som betegnes $\phi(\bar{f}_j^p)$ og $\phi(\bar{f}_j^m)$, bestemmes disse til at være uniformt fordelt i intervallet $[-\pi, \pi]$

Alle forudsætningerne for parametrene er nu defineret. Der genereres i alt tre fordelingsfunktioner. Årsagen til dette er, at det ikke vurderes, at 2000 Monte Carlo-simuleringer medfører tilstrækkeligt præcise resultater. Ved at generere 3 fordelingsfunktioner sikres det, at der ikke forekommer for store afvigelser i resultatet. De tre fordelingsfunktioner samt resultatet fra Živanović et al. [2007b] kan ses på figur G.2.



Figur G.2. (Blåt, gult, rødt): De beregnede fordelingsfunktioner. (Gråt): Zivanovic's fordelingsfunktioner. (Sort): Fordelingsfunktionerne for det målte data. [Živanović et al., 2007b]

Af figur G.2 fremgår de tre beregnede fordelingsfunktioner, Zivanovic's beregnede fordelingsfunktion samt fordelingsfunktionen baseret på den indsamlede data. Jf. Živanović et al. [2007b] er den grå fordelingsfunktion baseret på 14 tidshistorier for lasten, hvilket dermed også betyder, at der ikke er et statistisk grundlag for, at denne beregningsmodel afspejler virkeligheden. Ifølge Živanović et al. [2007b] skal der derfor udføres nye analyser, når mere data er til rådighed.