

Den naturlige og neutrale rente i USA efter Covid-19

10. semester
Specialeprojekt
Udarbejdet af:
Daisy Nielsen
20183913



Vejleder: Mikael Randrup
Byrialsen
Oecon, AAU
3. juni 2024

AALBORG UNIVERSITET



AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Titel:

Den naturlige og neutrale rente i USA efter
Covid-19

Tema:

Speciale

Projektperiode:

10. semester, forår 2024

Projektgruppe:

Gruppe 5

Forfattere:

Daisy Nielsen

<dnie18@student.aau.dk>

Vejleder:

Mikael Randrup Byrialsen

Sidetal: 57,5 (normalsider)

Afleveringsdato: 3. juni 2024

Kandidat uddannelse Økonomi

Aalborg University Business School

<http://www.aau.dk>

Forord

Denne rapport er udarbejdet af 10. semesters Oecon studerende ved Aalborg Universitet og er forløbet over perioden: Februar 2024 - Juni 2024.

Det overordnede emne for projektet er "Det naturlige niveau for renten - er r^* steget efter Covid-19?".

Læsevejledning

Der refereres til kilder vha. APA referencesystemet, (efternavn, år).

Henvisninger til figurer og tabeller sker ud fra kapitel og figur-/tabelnummer. Det vil sige, at figur 1 i kapitel 4 har referencenummeret 4.1. Lister over anvendte figurer og tabeller ses på siderne efter indholdsfortegnelsen.

Bilag/appendiks er vedlagt efter side 71 .

Antal normalsider:57,5.

Aalborg Universitet, 3. juni 2024

Ved underskrift hæfter deltagere for hele rapportens indhold og er ansvarlige for, at det ikke strider mod reglerne om plagiering.



Daisy Nielsen

<dnie18@student.aau.dk>

Abstract

In 2023, the US economy has surprised positively despite the massive rate hikes in 2022-2023. This thesis looks into whether a possible explanation for this surprise can be found in a rise in the natural or neutral rate of interest, often defined as r^* . A higher r^* means that the higher rates seen in 2023 may not have been as contractive for the economy as first anticipated. The thesis contributes by explicitly pointing out different definitions of r^* in the literature. It is found that r^* can be defined as the sum of two components: A long run component and a short run component, where the former can be defined as the *natural rate of interest* and the latter reflects cyclical fluctuations. The different models in the literature build upon different theoretical models and estimate different parts of r^* and therefore show different estimates. The thesis replicates results from the well known HLW model in Holston et al. (2023) and also contributes by estimating the natural rate of interest using a cointegrated VAR model from Benati (2021). Results from the HLW model and cointegrated VAR model are compared to other model estimates in the literature. Models that include both the long and short run perspective can be seen as estimating r^* , which, in this thesis, is defined as the *neutral rate of interest*. These models show that r^* has increased after the pandemic, where models like the HLW and the cointegrated VAR model, which both estimate the natural rate of interest, show that this has not increased after the pandemic. The rise in r^* can therefore be attributed to the cyclical factors pushing up the neutral rate. Cyclical factors include supply shocks owing to the pandemic such as disruptions in supply chains and the labour market. Coupled with expansive fiscal measures this has led to a rise in r^* . On the other hand the results show that the long run component of r^* , the natural rate, has not increased, which means that interest rates could possibly go back to very low levels, which could again potentially constrain monetary policy because of the ZLB if the natural rate stays low in the coming years. Whether natural rates do remain low in the coming years depend on the underlying factors driving it, such as demographic changes, public debt, inequality, productivity growth, climate changes and the green transition and whether these will pull down or push up the natural rate seems uncertain.

Indholdsfortegnelse

Figurer	vi
Tabeller	vii
Kapitel 1 Introduktion	1
1.1 Problemformulering	4
1.2 Afgrænsning og bidrag	4
1.3 Metodologiske overvejelser	6
Kapitel 2 Litteratur	8
Kapitel 3 Teori	13
3.1 r^* - naturlig eller neutral?	13
3.1.1 Knut Wicksell	14
3.1.2 Woodford	14
3.1.3 Andre definitioner	15
3.2 Drivkræfter bag den kortsigtede og langsigtede r^*	16
3.2.1 Langsigtede faktorer	17
3.2.2 Kortsigtede faktorer	19
3.3 Modellerne bag de forskellige estimater	20
3.3.1 Holston-Laubach-Williams modellen	21
3.3.2 Benati-modellen	24
3.3.3 Lubik-Matthes modellen	27
3.3.4 DSGE-modeller	28
3.4 Delkonklusion	28
Kapitel 4 Data og Metode	30
4.1 Data	30

4.2	VAR-modellen	32
4.2.1	Kointegration og VEC-modellen	34
4.3	OLS-regressionen	37
4.4	Diagnostik test og robusthedstjek	37
4.4.1	Bootstrapping	39
4.5	Den reale naturlige rente	39
4.6	Estimering af HLW-modellen	40
4.6.1	Kalman filteret	40
4.6.2	Estimeringsprocedure for HLW-modellen	41
4.6.3	Tilpasning af HLW-modellen til Covid	42
4.7	Fordele og ulemper ved modellerne	43
Kapitel 5	Resultater og Analyse	45
5.1	Estimater for r^* og r^n	45
5.2	Kortsigtede drivkræfter - pandemi, krig og inflation	49
5.2.1	Corona, nedlukning og arbejdsmarkedet	50
5.3	Langsigtede drivkræfter	54
Kapitel 6	Diskussion	58
6.1	Den naturlige rente fremover	58
6.2	Den naturlige rente som policy guide	61
Kapitel 7	Konklusion	65
Litteratur		67
Bilag A	Appendiks	72
A.1	Data	72
A.2	Augmented Dickey-Fuller test	72
A.3	Johansens test for kointegration	74
A.4	Resultater af diagnostik	74
A.5	HP-filteret	78

Figurer

1.1	Renter i den amerikanske økonomi	2
1.2	Strammingscyklusser i den amerikanske økonomi	2
3.1	Illustration af drivkræfter bag den langsigtede r^* (Kilde: Gottfries (2013))	16
3.2	Illustration af drivkræfter bag den kortsigtede r^* (Kilde: Gottfries (2013))	20
5.1	Estimater for den naturlige rente	46
5.2	Estimater med cykliske komponenter	47
5.3	Estimater fra modeller der estimerer den naturlige rente	48
5.4	Estimater fra diverse modeller (Hördahl-Tristani estimater taget fra Beigno et al. (2024))	49
5.5	Beskæftigelse og arbejdsstyrke (Data fra FRED og egne beregninger)	51
5.6	Output, forbrug og investeringer (Data fra FRED og egne beregninger)	52
5.7	Illustration af mismatch mellem udbud og efterspørgsel (Egen fremstilling med inspiration fra Gottfries (2013))	53
5.8	Udvikling i væksten	55
5.9	Udvikling i demografiske forhold og ulighed	56
5.10	Udvikling i offentlig gæld	57
6.1	Udvikling og forecast af offentlig gæld	61
A.1	Ljung-Box test for residualer i ligningen for M1-omløbshastigheden	75
A.2	Ljung-Box test for residualer i ligningen for renten	75
A.3	Standardiserede residualer - ligning for M1-omløbshastighed	76
A.4	Standardiserede residualer - ligning for renten	76
A.5	ACF residualer - ligning M1-omløb	77
A.6	ACF residualer - ligning renten	77

A.7 Robusthedstjek	78
------------------------------	----

Tabeller

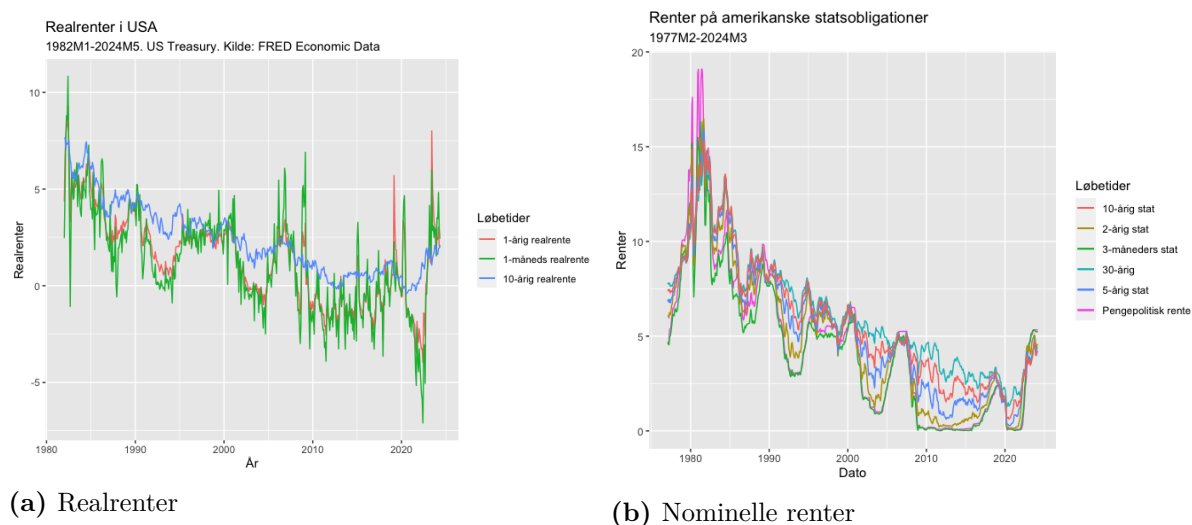
3.1 Placering af modeller	29
A.1 Data og kilder (1960K2-2023K4)	72
A.2 ADF-test resultater (uden trend og uden drift)	73
A.3 PP-test resultater (Nulhypotese: Enhedsrod)	73
A.4 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1960K2-2023K4) (Nulhypotese: Enhedsrod)	73
A.5 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1960K2-1992K1) (Nulhypotese: Enhedsrod)	73
A.6 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1992K2-2023K4) (Nulhypotese: Enhedsrod)	74
A.7 Johansens test - trace statistik.	74
A.8 Johansens test - max statistik	74
A.9 Breusch-Godfrey LM test	74
A.10 Jarque-Bera test for normalitet	74
A.11 ARCH test	77
A.12 Shapiro normalitetstest for OLS-regression	78
A.13 Box-Pierce test for seriekorrelation og ARCH i OLS-regression	78

Introduktion

Siden 1980'erne og frem til 2016 har renterne i den amerikanske økonomi (og andre udviklede økonomier) haft en faldende trend, som det ses af figur 1.1 nedenfor. Efter en lille opadgående tendens fra 2016 og frem faldt renterne igen efter udbruddet af coronapandemien, der sendte den amerikanske økonomi samt resten af verden i recession som følge af diverse inddæmningstiltag, herunder delvise nedlukninger af økonomien, der i øvrigt medvirkede til forstyrrelser i diverse forsyningskæder. På trods af en stor stigning i arbejdsløsheden, der toppede på historiske 14,8-procent i april 2020, genvandt den amerikanske økonomi hurtigt sin styrke og var allerede tilbage på før-coronaniveau i starten af 2021 (FRED 2024). Beskæftigelsen samt arbejdsløsheden var dog lidt langsommere om at komme sig: Først i slutningen af 2021 var arbejdsløsheden tilbage på før-coronaniveau, og der skulle gå yderligere et halvt års tid, før beskæftigelsen var på niveauet før corona, når der måles på antal personer i arbejde. Coronakrisen blev efterfulgt af krigen i Ukraine, der medvirkede til yderlige forstyrrelser i forsyningskæder, og som bidrog til den tiltagende inflation, der for USA's vedkommende allerede startede i andet kvartal 2021 og toppede på 9,1 procent i juni 2022 (OECD 2024). Den høje inflation fik den amerikanske centralbank, Fed, til at hæve renten i marts 2022, hvilket blev den første af i alt elleve renteforhøjelser på godt halvandet år, der tilsammen resulterede i en pengepolitisk rente på 5,25-5,50 procent, hvilket er det højeste niveau i godt 23 år, som det ses af figur 1.1. Den høje inflation og de markante rentestigninger fik flere prognosemagere til at forudse lavere økonomisk vækst med risiko for recession. I april 2022 viste IMF's forecast for 2023 en vækst på 2,3 procent for den amerikanske økonomi, hvilket allerede blev nedrevideret til 1 procent i det opdaterede forecast i juli 2022 (IMF 2022b,a). OECD nedreviderede også deres vækstsøn for den amerikanske økonomi fra i juni 2022 at se en vækst på 1,2 procent i 2023 til i september

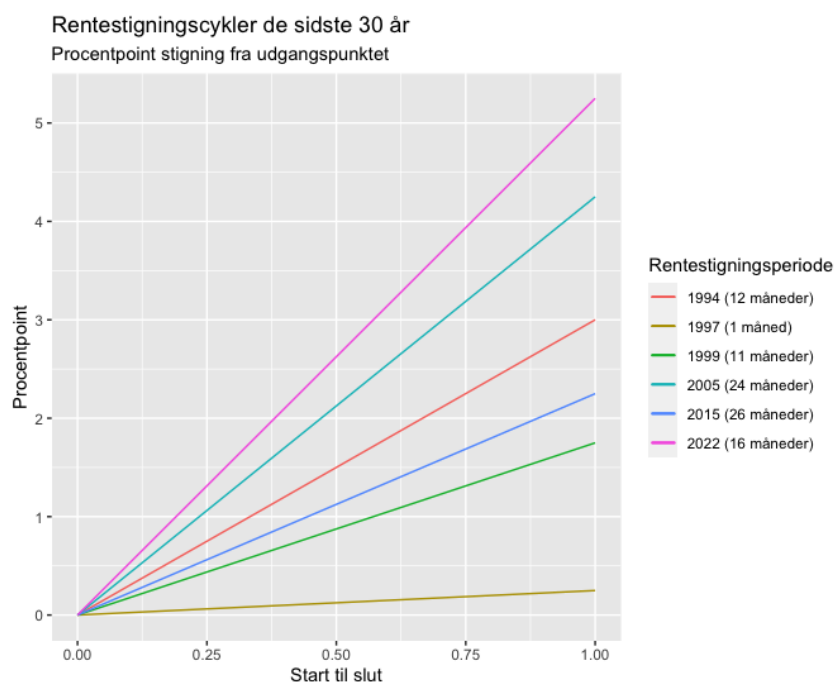
2022 at se en vækst på 0,5 procent i 2023 (OECD 2022).

Figur 1.1 Renter i den amerikanske økonomi



Den amerikanske økonomi overraskede dog positivt i 2023 med en vækst på hele 2,5 procent på trods af de historisk store rentestigninger, som er illustreret i figur 1.2. Figuren viser pengepolitiske strammingscykler over de forgangne 30 år, og når der ses på stigningen i procentpoint har renteforhøjelserne i 2022-23 været de største i 30 år.

Figur 1.2 Strammingscykluser i den amerikanske økonomi



Den høje vækst trods den historiske rentemodvind har ledt til en debat om, hvorvidt den såkaldte r^* , som ofte betegnes *den naturlige rente* eller *den neutrale rente*, er steget efter coronapandemien (Baker et al. 2023, Nationalbanken 2023). Den naturlige rente blev en af de første gange beskrevet i bogen *Interest and Prices: A study of the causes regulating the value of money* af Knut Wicksell (1898) og er sidenhen blevet inkorporeret i moderne Ny-Keynesiansk makroteori af blandt andet Woodford (2003). r^* er et teoretisk koncept, der overordnet set kan fortolkes som en slags realrente, *der hverken er ekspansiv eller kontraktiv, og som er forenelig med en stabil inflations- og lønudvikling, når økonomien følger sit strukturelle niveau* (Nationalbanken 2023).

Udover at definere r^* tildeler Wicksell (1898) desuden r^* en vigtig rolle i pengepolitikken: Er den pengepolitiske realrente over r^* , vil pengepolitikken være stram, og er den under r^* , vil pengepolitikken være lempelig. r^* er derfor interessant for evalueringen af pengepolitikken, da den kan give en indikation på pengepolitikens impuls til økonomien. r^* er også at finde i diverse pengepolitiske regler herunder en simpel Taylor-regel samt en såkaldt 'balanced approach'-regel. I den simple Taylor-regel fra 1993:

$$R_t^{T93} = r_t^{LR} + \pi_t + 0.5(\pi_t - \pi^{LR}) + (u_t^{LR} - u_t)$$

optræder r^* som det naturlige langsigtede niveau for renten, r_t^{LR} , der i ovenstående er defineret som den pengepolitiske rente, der på lang sigt forventes at være konsistent med fuld beskæftigelse samt inflation på 2-procents målsætningen (FED 2024a). π^{LR} er inflationsmålet på mellemlang sigt, og u_t^{LR} er det naturlige niveau for arbejdsløsheden, dvs. det niveau for arbejdsløsheden, der er konsistent med fuld beskæftigelse.¹ Afviger den aktuelle inflation fra inflationsmålsætningen eller arbejdsløsheden fra det naturlige niveau, vil centralbanken ifølge Taylor-reglen skulle enten sænke eller hæve den pengepolitiske rente, R_t^{T93} , så afvigelserne elimineres over tid. r^* er således et centralt koncept, der både anvendes i udformningen af pengepolitikken samt i evalueringen af den.

En udfordring ved konceptet r^* er dog, at det for det første er teoretisk, hvilket betyder, at r^* ikke er direkte observerbar, og for det andet, at r^* defineres forskelligt i litteraturen. Fx definerer Nationalbanken (2023) r^* som den neutrale rente, mens r^* i Holston et al. (2017) defineres som den naturlige rente, og der er forskel på, hvorvidt den neutrale eller naturlige rente ses som et langsigtet eller kortsigtet koncept. Desuden findes der forskellige estimater for r^* i litteraturen. Fx viser estimater fra Holston et al. (2023), at den naturlige rente ikke er steget

¹ Pengepolitiske regler er ofte opstillet med et outputgab i stedet for arbejdsløsheden. Med reference til Okun's lov, der beskriver sammenhængen mellem arbejdsløshed og økonomisk aktivitet, kan den pengepolitiske regel i stedet opstilles med arbejdsløsheden, som gjort her (FED 2024a).

efter coronapandemien, mens estimer fra New York Fed's DSGE-model derimod viser, at r^* er steget.

En eventuelt stigning i r^* betyder, at den pengepolitiske impuls til den amerikanske økonomi over de seneste par år ikke har været helt så kontraktiv som først antaget, selvom den amerikanske økonomi har oplevet historiske renteforhøjelser i 2022-23. Formålet med dette projekt er undersøge, hvorvidt r^* er steget i den amerikanske økonomi efter coronapandemien, og om det derfor kan være en mulig forklaring på den overraskende vækst i 2023. Derudover dykker projektet ned i begrebet r^* og undersøger de forskellige definitioner i litteraturen, samt hvorvidt de forskellige definitioner har betydning for de forskellige estimer, der findes i litteraturen.

1.1 Problemformulering

Med baggrund i ovenstående introduktion er projektets problemformulering følgende:

- *Er r^* steget i den amerikanske økonomi efter coronapandemien?*

For at kunne besvare problemformuleringen er der udpeget to hjælpespørgsmål:

- *Hvordan kan r^* defineres?*

- *Hvad driver udviklingen i r^* ?*

I kapitel 2 vil der først være en litteraturgennemgang, som efterfølges af et teoretisk kapitel, der dykker ned i definitionen af r^* , hvad der driver r^* , samt hvilke teoretiske modeller der ligger bag de estimer, som præsenteres i analysen i kapitel 5. Inden analysen vil metoder til estimering af de forskellige modeller blive præsenteret i kapitel 4, og efter analysen følger en diskussion i kapitel 6. Slutteligt konkluderes der i kapitel 7.

1.2 Afgrænsning og bidrag

Projektet søger at bidrage til den eksisterende litteratur angående r^* ved i et og samme skriv at sammenfatte de forskellige definitioner på r^* , herunder den naturlige rente og den neutrale rente, samt eksplicit at udpege forskelle i litteraturen. Derudover bidrager projektet ved at estimere modellen i Benati (2020) samt Benati (2021) med nyeste data for derigennem at kunne sammenligne estimer fra forskellige modeller og give et billede af, hvor niveauet for r^* befinder sig efter pandemien.

I analysen anvendes den nye metode til estimering af den naturlige rente, som er beskrevet i Benati (2021). I Benati (2021) anvendes en tilpasset tidsserie for M1-pengemængden.² Da formålet med denne analyse er at estimere den naturlige rente og sammenligne forskellige estimater på tværs af modeller, vil der ikke blive stillet spørgsmålstejn ved eller analyseret, hvorvidt konstruktionen af den tilpassede serie for M1 i Benati (2021) er korrekt eller ej. M1 forsøges blot replikeret, så den er konsistent med den, der anvendes i Benati (2021), og således resultaterne i Benati (2021) kan genskabes og forlænges med nyeste estimater.

I litteraturen er det ofte faktorer, der påvirker opsparing og investering, der anses for at være drivkræfterne bag r^* . En naturlig del af analysen vil være at se på mulige årsager til udviklingen i r^* , herunder de faktorer som påvirker opsparing og investering. Det er dog ikke projektets formål at estimere empirisk, hvad der har drevet udviklingen i r^* , herunder om det er investeringerne, der er steget/faldet relativt mere, end opsparingen er steget/faldet. Der ses blot på udviklingen i de underliggende faktorer, der kan tænkes at påvirke investering og opsparing i en bestemt retning, såsom demografi, ulighed, vækst og gældsudvikling. Derudover accepteres den Ny-Keynesianske tankegang³ i projektet, hvorfor der ikke stilles spørgsmålstejn ved, hvad der typisk anses som værende drivkræfterne bag r^* . Dog vil der i diskussion fremsættes et alternativt synspunkt på drivkræfterne bag r^* , samt om r^* som koncept er anvendelig som pengepolitisk guide.

Selvom der i diskussionen fremsættes et alternativt synspunkt, som også stiller spørgsmålstejn ved r^* som pengepolitisk guide, er det ikke projektets formål at undersøge eller konkludere, hvorvidt r^* skal anvendes og indgå som en slags benchmark rente i den pengepolitiske udformning. Projektet tager derfor udgangspunkt i, at r^* spiller en væsentlig rolle i moderne pengepolitik, men påpeger dog et område, der kan gøre r^* mere relevant som koncept i udformningen af pengepolitikken (finansielle hensyn).

Da projektets formål hovedsageligt er at undersøge, hvorvidt r^* er steget efter coronapandemien, vil det hovedsageligt være estimater fra 1990 til og med 2023K4 (nyeste tilgængelige data i skriveperioden), der præsenteres i analysen.⁴ Det har kun været muligt at finde tilgængelige estimater af r^* fra New York Fed's DSGE-model fra 2018 og frem, hvorfor det kun vil være DSGE-estimer fra denne periode, der præsenteres i analysen, når de forskellige estimater sammenlignes.

²M1-pengemængden består af seddel- og møntomløb samt anfordringsindskud i pengeinstitutter (Bang-Andersen et al. 2014).

³Se næste afsnit: Metodologiske overvejelser.

⁴Og fordi tidsserien for inflationen kun er stationær i denne periode - se afsnit 3.3.2 samt 4.5.

I projektet ses der kun på udviklingen i r^* i den amerikanske økonomi. Den amerikanske økonomi er valgt, da den har overrasket positivt trods de historiske rentestigninger, der kan give anledning til at undersøge, hvorvidt en del af forklaringen skyldes en stigning i r^* . Der må forventes at være flere forklaringer på den overraskende vækst i USA. Det er dog ikke projektets hensigt at undersøge disse, men blot undersøge hvorvidt r^* er steget, og om det derfor implicit kan være en årsag til den overraskende vækst. Den danske økonomi har også overrasket positivt på trods af renteutviklingen, og det ville derfor også være interessant at undersøge, hvorvidt r^* er steget i den danske økonomi. Motivationen for at vælge USA er blandt andet, at der i USA har været indført massive hjælpepakker i forbindelse med coronapandemien, der har været både større og anderledes end de indførte hjælpepakker i euroområdet og Danmark (IMF 2021). Derudover steg den amerikanske arbejdsløshed massivt med udbruddet af pandemien, hvor de indførte hjælpepakker i Danmark bidrog til, at arbejdsløsheden 'kun' gik fra 3,6-procent inden nedlukning af økonomien til en top på 5,4-procent.⁵ Til sammenligning toppede USA's arbejdsløshedrate på næsten 15-procent (FRED 2024). Kombinationen af massive hjælpepakker og den store forstyrrelse på arbejdsmarkedet har skabt interesse for at undersøge r^* i den amerikanske økonomi, da denne kombination må forventes at trække udbuds- og efterspørgselsfaktorer i økonomien i hver sin retning.

1.3 Metodologiske overvejelser

r^* er et koncept, der har sine rødder i den Ny-Keynesianske teoriskole. I denne skole optræder der monopolistisk konkurrence, priserne justerer sig langsomt (blandt andet på grund af nominelle trægheder), hvorfor pengepolitikken har en stabiliseringsrolle, da den kan påvirke reale økonomiske variable på kort sigt, men ikke på lang sigt (Gottfries 2013).⁶ Økonomien bevæger sig omkring en unik langsigtet ligevægtsvej, der bestemmes af underliggende strukturelle faktorer som demografi og produktivitetsvækst. Der findes et naturligt niveau for arbejdsløsheden samt et naturligt niveau for output, og en for lempelig pengepolitik (relativt til den naturlige rente) skaber inflation, hvor en for stram pengepolitik gør det modsatte. I denne tilgang er den naturlige rente uafhængig af pengepolitikken og bestemmes af underliggende faktorer, der har betydning for opsparing og investering. Pengepolitikken følger i denne tankegang derfor passivt den naturlige rente (Borio et al. 2019). I løbet af dette speciale accepteres denne antagelse. I kapitel 6 vil der dog blive præsenteret en alternativ teori for,

⁵<https://www.dst.dk/da/Statistik/emner/arbejde-og-indkomst/arbejdsløse/arbejdsløse-register>

⁶Da det antages, at priserne på lang sigt tilpasser sig, og at reale størrelser på lang sigt kun påvirkes af udbudsfaktorer. Derudover bygger denne teoriskole på et mikroøkonomisk fundament, alle husholdninger og virksomheder er ens, og de opfører sig på en rationel måde.

hvad der driver den naturlige rente. Denne teori er af mere post-Keynesiansk natur, og ser ikke den naturlige rente som uafhængig af pengepolitikken, hvorfor der ikke længere eksisterer en unik ligevægtsvej for output og rente, men i stedet flere mulige ligevægtsveje. Hvilke veje, der er mulige i fremtiden, afhænger af fortidens pengepolitiske beslutninger, hvorfor der opstår en form for stiafhængighed. Dette perspektiv tages med i diskussionen, da det påpeger r^* -konceptets svagheder samt bidrager til et nuanceret billede af konceptets relevans og anvendelse i pengepolitikens udformning.

Litteratur

I det følgende gennemgås dele af litteraturen, der beskæftiger sig med estimering af den naturlige rente. Her vil fokus være på studier, der anvender forskellige estimeringsmetoder.

En af de meget anvendte modeller til estimering af den naturlige rente er den såkaldte HLW-model fra Holston et al. (2017), der er efterløberen til modellen i Laubach & Williams (2003). Holston-Laubach-Williams-modellen (fra nu af HLW) definerer, som Wicksell (1898), den naturlige rente som den realrente, der er konsistent med en stabil inflation, når output er på sit naturlige niveau. Modellen bygger på en Ny-Keynesiansk tankegang, hvor der eksisterer en Phillipskurve-relation og en intertemporal IS-ligning, som bruges til at beskrive de dynamikker, der styrer inflationen samt outputgabet som funktion af gabet mellem realrenten og den naturlige rente. I HLW-modellen fokuseres på mere mellem- til langsigtede lavfrekvente (og ikke stationære) determinanter af den naturlige rente, hvilket er anderledes fra DSGE-litteraturen, hvor den naturlige rente ofte er en stationær lineær kombination af midlertidige choks til præference og teknologi. I Holston et al. (2017) estimeres modellen for USA, Canada, Europa og UK, og der anvendes et Kalman filter til at estimere det naturlige niveau for output, trendvæksten i potentielt output samt den naturlige rente. Estimerne for den naturlige rente viser samme trend for de fire lande: Først et fald fra 1990-2007 og derfra et mere markant fald i den naturlige rente fra 2007-2016. Estimerne viser desuden, at faldet fra 1990-2007 i euroområdet kan forklares af et fald i den estimerede trendvækst for det potentielle output, hvor faldet i USA skyldes fald i både trendvæksten og andre faktorer. Fra 2007-2016 skyldes faldet i den naturlige rente i USA mest af alt et fald i den estimerede trendvækst, hvor trendvæksten kun kan forklare lidt under halvdelen af faldet i den naturlige rente for euroområdet. Estimerne viser, at den naturlige rente var på 0,4 procent i USA i 2016.

I Holston et al. (2023) estimeres på samme måde som i Holston et al. (2017) og Laubach & Williams (2003) den naturlige rente, men der tages højde for Covid-19 pandemiens chok til økonomien, og de nyeste estimater for den naturlige rente præsenteres.¹ I papiret konkluderes det, at estimaterne for den naturlige rente i slutningen af 2022 er tæt på niveauet før pandemien, og at der ikke findes evidens for, at tiden med historisk lave estimerede naturlige renter er forbi. Udover ovenstående finder Holston et al. (2023) til gengæld, at estimaterne for det naturlige output er faldet relativt til før pandemien. Det konkluderes, at faldet i det naturlige niveau for output skyldes et permanent fald, men at også udbudschokket fra coronapandemien har haft en negativ effekt på det naturlige niveau for output. I USA estimeres den naturlige rente til at være 0,9 procent i 2019 og 0,8 i 2022. I euroområdet estimeres den naturlige rente til at være 0,7 og 0,6 procent i henholdsvis 2019 og 2022.² Trendvæksten estimeres til at være faldet fra 2,1-procent i 2019 til 1,8 procent i 2022 i USA og fra 1,2 procent til 1,0 procent i euroområdet i tilsvarende periode. Derudover estimeres outputgabet i både USA og euroområdet til at være positivt relativt hurtig efter at have været negativt i en kort periode i forbindelse med nedlukningen under pandemien. Det reale rentegap estimeres til at have været negativt under hele coronaperioden (2020-2022).

I IMF (2023) estimeres den naturlige rente for flere lande, herunder USA, ved brug af modellen i Holston et al. (2017). Derudover anvendes en anden model à la Holston et al. (2017), men som tillader internationale spillovers, og som derfor kan sige noget om udlandets effekt på den naturlige rente i et givet land. Dette gøres for USA som den ene region og resten af verden som den anden region. Ideen bag at tillade internationale spillovers er, at den naturlige rente også kan påvirkes af udenlandsk vækst. Intuitionen bag dette er, at hvis udenlandsk vækst stiger, vil det udenlandske afkast også stige, hvorfor hjemlige investorer kræver større afkast (da de ville kunne investere i udlandet med højere afkast - alternativomkostning), hvilket driver den hjemlige naturlige rente op. Den højere naturlige rente påvirker selvfølgelig væksten i den hjemlige økonomi, der så påvirker den naturlige rente negativt i den udenlandske økonomi gennem en lignende kanal. IMF (2023) finder, at den naturlige rente i USA er faldet 2 procentpoint over de sidste 50 år, hvor den derimod har været mere stabil i resten af verden. Det konkluderes, at den hjemlige økonomiske vækst påvirker den naturlige rente mere end den udenlandske, men at det vedvarende fald i den økonomiske vækst, der har medvirket til lavere naturlig rente i de udviklede økonomier, er blevet modvirket af en stigende vækst i

¹Hvorfor og hvordan der tages højde for Covid-19 forklares i afsnit 3.3.1 samt i 4.6.3.

²De nyeste estimater fra modellen i Holston et al. (2023) viser, at den naturlige rente lå på 0,73 procent og 0,47 procent i 2023K4 for henholdsvis USA og euroområdet (FED 2024b).

udviklingslande. Omvendt har den højere vækst i udviklingslande medført højere opsparing i disse lande, som har medvirket til lavere naturlig rente i USA, da disse lande har efterspurgt sikre og likvide aktiver som fx amerikansk statsgæld (statsobligationer).

I Benati (2021) estimeres også den naturlige rente for USA, men med baggrund i en anden teoretisk ramme og ved brug af en anden estimeringsmetode. I Benati (2020) påvises en klar empirisk sammenhæng mellem omløbshastigheden på M1-pengemængden og den pengepolitiske rente. Denne sammenhæng bygger på teorien om, at husholdninger og virksomheder i højere grad er villige til at holde penge (der ikke er forbundet med så stort et afkast), hvis renten er lav, sammenlignet med hvis renten er høj. Det vises i papiret, at omløbshastigheden for M1-pengemængden tilnærmelsesvis er den permanente del af den kortsigtede nominelle rente.³ Under et inflationsregime, hvor inflationen vil være stationær, kan permanente fluktuationer i omløbshastigheden af M1-pengemængden tilnærmelsesvis ses som permanente skift i den naturlige rente. I Benati (2021) defineres den naturlige realrente som den stationære linearkombination af M1-pengemængden og den pengepolitiske rente, fratrasket den langsigtede inflationsforventning på 2 procent eller et gennemsnit af inflationen over en tidsperiode. Der anvendes både en kointegreret VAR-model til estimering af sammenhængen mellem pengemængden og renten, men også en simpel OLS-regression med den pengepolitiske rente som den afhængige variabel og pengemængden som den uafhængige. Estimererne stopper i 2019K4 og viser, at den naturlige realrente i USA var lidt under -2 procent.

I Fiorentini et al. (2018) anvendes en local level model, der blot dekomponerer den korte realrente i en permanent komponent og en midlertidig komponent med et Kalman filter. Den permanente komponent udgør den naturlige rente. Her ligner estimererne dem fra Benati (2021).

I Del Negro et al. (2017) estimeres den naturlige rente ved hjælp af en Ny-Keynesiansk DGSE-model (Dynamisk Stokastisk Generel ligevægtsmodel), hvor den naturlige rente defineres som den korte realrente, der ville være fremherskende i en kontrafaktisk økonomi med fleksible priser. Dvs. den rente der ville være i økonomien, hvis output var på sit naturlige niveau (som ville være opnået, hvis der var fleksible priser og uden pengepolitik). DSGE-modellen i Del Negro et al. (2017) kan fange lavfrekvente bevægelser⁴ i produktivitetsvæksten samt en 'convenience yield', der bygger på, at man er villig til at betale ekstra for sikre og likvide aktiver (som presser renten på disse aktiver ned). Derudover estimeres en ('trendy') VAR-model med data for den

³Den korte rente ses som drevet af to komponenter: En permanent del og en midlertidig del.

⁴Lavfrekvent henviser til langsomme ændringer eller til variable, der udvikler sig langsomt og har få udsving.

nominelle rente på statsobligationer, inflation, inflationsforventninger samt en variabel for et kreditspænd for aktiver der er associeret med sikkerhed og likviditet. Begge modeller er designet til at fange lavfrekvente bevægelser i den naturlige rente samt til at vise, hvad der skyldes disse bevægelser. I papiret konkluderes det, at den lavere naturlige rente i USA især skyldes den højere præmie, som investorer er villige til at betale for sikre og likvide aktiver, og i mindre grad på grund af langsommere økonomisk vækst. Frem til Covid-19 har de to modeller produceret tæt på ens estimater for den naturlige rente, men har under Covid-19 perioden vist forskellige tendenser. VAR-modellen har vist et generelt fald i den naturlig rente til mellem 0,5-1 procent, hvor DSGE-modellen derimod har vist en stigning og estimerer den naturlige rente til at være mellem 1,5-2 procent i andet kvartal af 2023 (Baker et al. 2023). Her skyldes forskellen i følge Baker et al. (2023), at ovenstående VAR-model laver en dekomponering af trend og cyklus, hvor det langsigtede estimat af den naturlige rente fra DSGE-modellen derimod er afhængig af det kortsigtede estimat, som indeholder flere cykliske faktorer og er mere volatil.⁵ Det langsigtede estimat for den naturlige rente fra DSGE-modellen indeholder således information fra det kortsigtede estimat, hvor VAR-modellen ignorerer kortsigtede og cykliske bevægelser.

I Lubik & Matthes (2015) anvendes en VAR-model med tidsvarierende parametre (TVP-VAR) med de tre variable: inflation, realvækst i BNP og den kortsigtede realrente. Den naturlige rente estimeres som modellens 5-årige forecast af realrenten. Seneste estimater viser, at den naturlige rente ligger på 2,23 procent i fjerde kvartal 2023, hvilket er en stigning på lidt over 1 procentpoint i forhold til før pandemien.

Beigno et al. (2024) estimerer den naturlige rente på baggrund af en rentestruktur model fra Hordahl & Oreste (2014), hvor information på tværs af obligationsløbetider anvendes til at udlede den forventede fremtidige rentebane samt den præmie, der kompenserer for risikoen ved at holde obligationer med længere løbetid. Modellen bruges til at estimere den forventede 5-årige rente om 5 år (five-year/five-year). Estimater for USA fra denne model viser, at den naturlige rente er steget fra et niveau omkring 0,6 procent i 2019 til 1,33 procent i slutningen af 2023.

Problemet med denne type estimater, der baserer sig på markedsdata for obligationer, er, at markedet trækker på information fra centralbanker, hvorfor der er risiko for, at estimater for den naturlige rente baseret på denne type modeller blot reflekterer, hvad centralbankerne tror om den naturlige rente. Dette blev blandt andet pointeret af ECB's Isabel Schnabel i et interview

⁵ DSGE-modellen producerer en hel rentestruktur for den naturlige rente, således der både er estimater for den kortsigtede, men også den langsigtede, hvor sidstnævnte er det estimat, der sammenlignes med VAR-modellen.

med Financial Times den 7. februar 2024:

"One could look at market-based estimates. These have typically gone up. But we have to be careful with these market-based estimates, because we could be falling into the trap of Paul Samuelson's monkey in the mirror... markets extract information from the public communication of central bankers, rightly or wrongly. Hence, if we look at those numbers that are out there in the markets, we possibly don't learn anything. We might be looking in the mirror." (Arnold 2024).

Da den naturlige rente er en ikke-observerbar variabel og estimerne er afhængige af modelspecifikationer, er der stor usikkerhed omkring de præcise estimer for den naturlige rente. Der er dog på tværs af estimer stor enighed om, at det naturlige niveau for renten har været faldende, især siden finanskrisen. Dog er der, som gennemgangen ovenfor illustrerer, uenighed om, hvorvidt den naturlige rente er steget eller faldet efter pandemien. I det følgende vil der være en teoretisk gennemgang af, hvordan r^* kan defineres samt en præcisering af begrebet *naturlig rente* og *neutral rente*.

Teori

I dette kapitel vil teori om r^ blive gennemgået. Formålet er blandt andet at specificere, hvordan den naturlige og neutrale rente kan defineres, og hvordan den vil blive defineret i dette projekt. Derudover vil der være en gennemgang af, hvilke faktorer der påvirker r^* . Til sidst i kapitlet vil de teoretiske modeller, der anvendes i den empiriske analyse, blive gennemgået.*

3.1 r^* - naturlig eller neutral?

r^* defineres typisk som den naturlige eller neutrale rente, og de to definitioner anvendes ofte som synonyme. I Gust et al. (2015) beskrives forskellige definitioner af r^* , og her tydeliggøres det, at r^* kan defineres som den naturlige rente, som er den kortsigtede realrente, der ville være i fravær af nominelle trægheder¹, og som er konsistent med, at output er på sit naturlige niveau. Derudover påpeges det, at r^* også kan defineres som den neutrale rente, der svarer til en pengepolitisk rente, der hverken er ekspansiv eller kontraktiv. r^* kan ifølge Beigno et al. (2024) også defineres som den naturlige rente. I Beigno et al. (2024) defineres den naturlige rente som den kortsigtede realrente, der ville være fremherskende i fravær af cykliske konjunkturchok, og når output er på sit naturlige niveau samtidig med stabile priser. I Obstfeld (2023) defineres den naturlige rente på en lignende måde: Her er den naturlige rente den realrente, der vil være, når økonomien er i ligevægt og nominelle trægheder samt chok på sigt er forsvundet - den naturlige rente ses således her som et mere langsigtet koncept. Forskellen mellem Beigno et al. (2024) og Obstfeld (2023) er dog, at r^* i Obstfeld (2023) ikke defineres som den naturlige rente, men som den neutrale rente. Ifølge Obstfeld (2023) er den neutrale rente den reale pengepolitiske

¹Med andre ord er det den rente, der vil skabe samme økonomiske udfald, som hvis priserne i stedet tilpassede sig hurtigt til chok.

rente, der eliminerer inflationære eller deflationære pres. r^* kan således defineres forskelligt, og det samme kan være tilfældet med både den naturlige og neutrale rente, hvilket tydeliggøres yderligere i det følgende.

3.1.1 Knut Wicksell

Konceptet omkring den naturlige rente blev først introduceret af den svenske økonom, Knut Wicksell, i bogen *Interest and Prices: A study of the Causes Regulating the Value of Money*, der første gang blev udgivet helt tilbage i 1898. I kapitel 8 i denne bog definerer Wicksell den naturlige rente på flere måder. Den naturlige rente defineres blandt andet som den rente der 1) skaber ligevægt mellem opsparing og investeringer i økonomien²; 2) er lig marginal produktet af kapital; 3) er konsistent med prisstabilitet. Wicksell ser den naturlige rente som konsistent med en slags ligevægt og ser den desuden som et fænomen i økonomien på lang sigt - altså en rente, som økonomien på sigt vil bevæge sig mod. Derudover ser Wicksell ikke den naturlige rente som konstant, men som en rente der vil bevæge sig som følge af ændringer i teknologi, der så vil påvirke produktiviteten af kapital. Ifølge Wicksell vil der være inflationære tendenser, hvis markedsrenten (dvs. renten på lån) er lavere end den naturlige rente (afkastet på reale investeringer - marginalproduktet af kapital), og der vil være deflationære tendenser, hvis den er over. Derfor skal pengepolitikken ifølge Wicksell (1898) stabilisere priserne ved at holde renten lig den naturlige rente.

3.1.2 Woodford

Senere er den naturlige rente blevet et centralt koncept i Ny-Keynesianske modeller (DSGE-modeller) i forhold til output og inflations-skabelse, der blandt andet behandles i Woodford (2003). Hos Woodford (2003) defineres den naturlige rente som den reale ligevægtsrente, der skal være, for at output er lig det output, der ville være, hvis der var fuldt fleksible priser - med andre ord er det den realrente, der sørger for, at aggregeret efterspørgsel er lig det naturlige niveau for output i alle tidsperioder. Den naturlige rente er en kortsigtet ligevægtsrente, der skaber stabile priser, hvor ligevægten er defineret periode efter periode, men som samtidig har en langsigtet 'steady state' værdi, som den svinger omkring. Ifølge Amato (2005) ses denne Ny-Keynesianske definition af den naturlige rente som en syntese af Wicksells definitioner. Først og fremmest fordi den naturlige rente under denne definition er en rente, der vil være ligevægtsskabende, og som dermed implicit også er konsistent med, at investeringer er lig opsparing (i en lukket økonomi). Derudover er antagelsen, at virksomheder vil vælge et niveau

²Det er den rente, der sørger for, at lånerenten og ligevægtrenten på kapitalmarkedet er lig hinanden.

for investeringer, der er konsistent med, at marginalproduktet af kapital er lig den naturlige rente. Den naturlige rente vil desuden være konsistent med stabile priser.

Der er således forskel mellem Wicksells og Woodfords definition af den naturlige rente, når det kommer til tidsperspektivet. Wicksells naturlige rente er den realrente, som økonomien bevæger sig mod på lang sigt, eller sagt på en anden måde, er det den rente, der stabiliserer økonomien og inflationen på sigt. Woodfords naturlige rente er den ligevægtsrente, der er konsistent med stabile priser og output på sit naturlige niveau periode efter periode - altså en mere kortsigtet rente. Woodfords naturlige rente har en normativ klang, da det er den realrente, som pengepolitikken bør følge i hver periode, hvis output skal være på sit naturlige niveau, og hvis priserne skal være stabile.

3.1.3 Andre definitioner

I et analysepapir af Nationalbanken (2023) defineres r^* som den neutrale realrente. Den neutrale realrente er i Nationalbanken (2023) den realrente, der er forenelig med en stabil inflations- og lønudvikling, når den faktiske økonomiske aktivitet i udgangspunktet er på sit strukturelle niveau. Desuden dekomponeres den neutrale rente i en langsigtet og kortsigtet del: I Nationalbanken (2023) defineres den naturlige realrente som det langsigtede niveau for den neutrale rente, dvs. den neutrale rente rensset for midlertidige, konjunktuelle forhold, og som kun drives af strukturelle forhold. Den kortsigtede del af den neutrale rente består af en kortsigtet cyklisk komponent, der i højere grad afspejler midlertidige faktorer. Ændringer i r^* kan således, ifølge Nationalbanken (2023), både skyldes langsigtede drivkræfter og mere midlertidige forhold. Samme opdeling af den neutrale rente, r^* , i en kortsigtet og langsigtet komponent foretages i Blanchard (2023) samt i Brand et al. (2024). I Blanchard (2023) beskrives r^* også som den neutrale rente, og som nævnt deles den neutrale rente op i en kortsigtet og langsigtet komponent, men udtrykket *naturlig rente* optræder ikke i Blanchard (2023). I Brand et al. (2024) opdeles r^* også i en langsigtet og kortsigtet komponent, men her defineres r^* som den naturlige rente, og udtrykket *neutral rente* anvendes ikke. I Brand et al. (2024) beskrives den naturlige rente, som den realrente, der hverken er ekspansiv eller kontraktiv. I både Brand et al. (2024) og Gust et al. (2015) kan r^* således defineres som den realrente, der hverken er ekspansiv eller kontraktiv, men r^* defineres som henholdsvis den naturlige og neutrale rente.

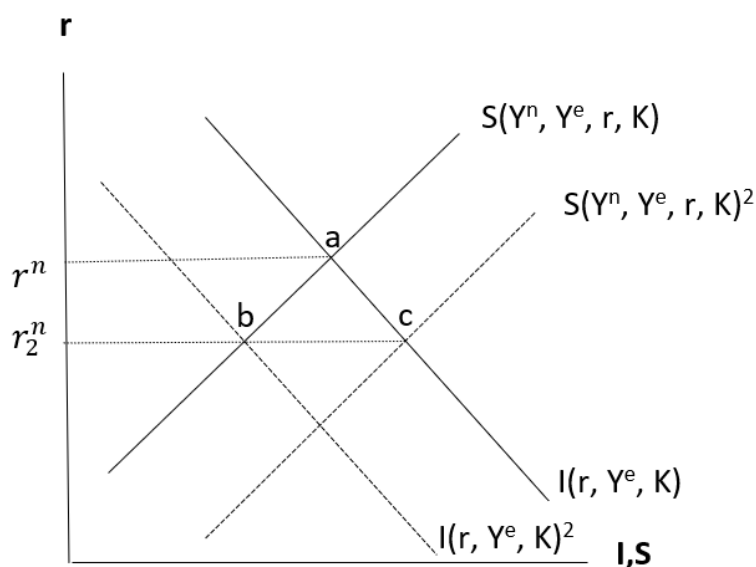
Af ovenstående bliver det klart, at der i definitionen af r^* , den neutrale rente samt den naturlige rente er forskelle. Definitionen i Nationalbanken (2023) samt Obstfeld (2023) er interessant,

da den indeholder flere dimensioner: En opdeling af den neutrale og naturlige rente sammen med en opdelingen af tidsperspektivet. Den naturlige rente bliver således et mere langsigtet koncept, som i Wicksell (1898), der udgør den langsigtede del af den neutrale rente, og den mere kortsigtede definition i Woodford (2003) medtager i højere grad både den langsigtede og den cykliske del af den neutrale rente.

3.2 Drivkræfter bag den kortsigtede og langsigtede r^*

I Blanchard (2023) foretages en opdeling af langsigtede og kortsigtede drivkræfter bag r^* , og derfor skelnes der mellem to definitioner af r^* : 1) r^* er den realrente der, når output er på sit potentielle niveau, medfører, at investeringer er lig opsparinger i økonomien; 2) r^* er den realrente, der sørger for, at samlet efterspørgsel resulterer i et output, der er lig det potentielle output. Højere opsparing relativt til investeringer eller lavere investeringer i forhold til opsparing betyder en lavere r^* , som er forsøgt illustreret i nedenstående figur. Det ses, at et fald i investeringerne, så I-kurven rykker til venstre, medfører lavere ligevægtsrente. Hvis opsparringen stiger, så S-kurven rykker til højre, vil ligevægtsrenten også falde.

Figur 3.1 Illustration af drivkræfter bag den langsigtede r^* (Kilde: Gottfries (2013))



En rente, der er lavere end r^* , vil medføre, at samlet efterspørgsel er højere og ligevægtsoutput i økonomien vil være højere end potentielt output. Omvendt vil en rente, der er højere end r^* , medføre lavere samlet efterspørgsel og et ligevægtsoutput, der er lavere end det potentielle output. Første måde at definere r^* på betyder, at determinanterne af r^* er lavfrekvente faktorer,

der påvirker opsparing og investering (Blanchard 2023). Anden måde at definere r^* på betyder, at determinanterne af r^* i højere grad er mere kortsigtede faktorer, der påvirker samlet efterspørgsel, som fx finanspolitiske stimuli, mismatch mellem udbud og efterspørgsel mm.

Oftest antages det, at den langsigtede del af r^* (den naturlige rente) er uafhængig af pengepolitikken, men derimod drevet af reale faktorer som fx teknologiske fremskridt, ulighed eller skift i præferencen for sikre og likvide aktiver (IMF 2023). I det følgende beskrives nogle af de lavfrekvente faktorer, der ifølge litteraturen kan påvirke den langsigtede del af r^* - eller hvis terminologien i Nationalbanken (2023) anvendes: Faktorer der påvirker den naturlige rente.

3.2.1 Langsigtede faktorer

I en traditionel (Ramsey) vækstmodel kan ligevægtsrenten, eller den naturlige rente, defineres som følgende (Brand et al. 2023):

$$r^* = \frac{1}{\sigma} g_c + n + \rho$$

og afhænger dermed af elasticiteten af den intertemporale substitution³, σ , husholdningernes diskonteringsrate, ρ , populationsvæksten, n , samt vækstraten per capita g_c . Jo højere vækstrate per capita jo højere rente. Ideen bag, at højere vækst medfører højere rente, er, at husholdninger som følge af den højere forventede vækst vil forvente højere indkomst i fremtiden i forhold til i dag og vil derfor have lyst til at forbruge mere i dag (for at forbrugsudglatte over livsforløbet). Dette vil medføre lavere opsparing og derfor opadgående pres på den naturlige rente.

En anden afgørende faktor for den naturlige rente er produktivitetsvækst (som er afgørende for væksten). Højere produktivitetsvækst øger marginalproduktet af kapital, hvilket betyder, at den opsparende oplever en højere alternativomkostning⁴, hvorfor den opsparende vil kræve en højere rente for at være villig til at låne penge ud, hvilket medfører en højere ligevægtsrente/naturlig rente. Lavere produktivitetsvækst kan fx dæmpe forventningerne til fremtidig indkomstvækst, der kan betyde, at folk sparer mere op, hvilket også sætter et nedadgående pres på den naturlige rente (Nationalbanken 2023). Samtidig kan den lavere produktivitetsvækst dæmpe investeringslysten og sætte yderligere nedadgående pres på den naturlige rente. Det omvendte er tilfældet ved øget produktivitetsvækst.

³Hvor villige husholdningerne er til at bytte forbrug mellem tidsperioderne.

⁴Ideen bag alternativomkostningen er, at den opsparende i stedet for at låne penge ud ville kunne investere i kapital og opnå et afkast.

Den demografiske udvikling påvirker også den naturlige rente, dog på en kompleks måde (Brand et al. 2023). Fx vil lavere fertilitet, dødsrater og længere levealder medføre en aldrende befolkning, som vil øge den samlede opsparing, da den længere forventede levealder kan øge incitamentet til at spare op. Dette vil lægge et nedadgående pres på den naturlige rente.⁵ Personer i den arbejdsdygtige alder antages at spare mere op end personer på pension, der begynder at bruge af sin pension. En mindre andel af befolkningen i den arbejdsdygtige alder kan derfor betyde lavere opsparing som kan sætte et opadgående pres på den naturlige rente. En lavere arbejdsstyrke vil omvendt også kunne betyde lavere afkast af kapital, som kan sænke den naturlige rente gennem reduceret investeringslyst (Nationalbanken 2023). En voksende befolkning, især med flere i den arbejdsdygtige alder, kan betyde en større potentiel vækstrate, der kan presse den naturlige rente op.

Ulighed kan påvirke den naturlige rente, da mere velstillede husholdninger oftest har en højere opsparingstilbøjelighed end gennemsnittet. Større ulighed kan derfor øge den samlede opsparing og presse den naturlige rente ned.

Højere offentlig gæld kan medføre højere renter, da mere opsparing er nødvendigt for at møde højere samlet efterspørgsel efter midler. Hvor meget den naturlige rente stiger som følge af dette, kommer dog an på graden af ricardiansk ækvivalens. Dvs. i hvor høj grad private investeringer bliver 'crowded out' af offentlige. Eller sagt på en anden måde: I hvor høj grad vil den private sektor spare mere op (og investere mindre), når den ved, at den skal betale mere i skat fremover for at finansiere den offentlige gæld (Brand et al. 2023). Hvis ricardiansk ækvivalens er fremtrædende, vil højere offentlig gæld ikke medføre samme opadgående pres på den naturlige rente. Stigende offentlig gæld vil samtidig resultere i et større udbud af sikre og likvide aktiver, hvilket vil presse kursen ned og renten op på disse (Nationalbanken 2023).

Skift i præference for sikre og likvide aktiver

Integration af de globale kapitalmarkeder kan også påvirke den naturlige rente (Brand et al. 2023). Højere vækst i udviklingslande giver investorer alternative investeringsmuligheder, der kan skubbe den naturlige rente i opadgående retning i mere avancerede økonomier (højere alternativomkostninger samt outflow af kapital). Omvendt kan højere vækst i udviklingslande medføre højere opsparing, og hvis der opstår større præference for at investere i sikre og likvide

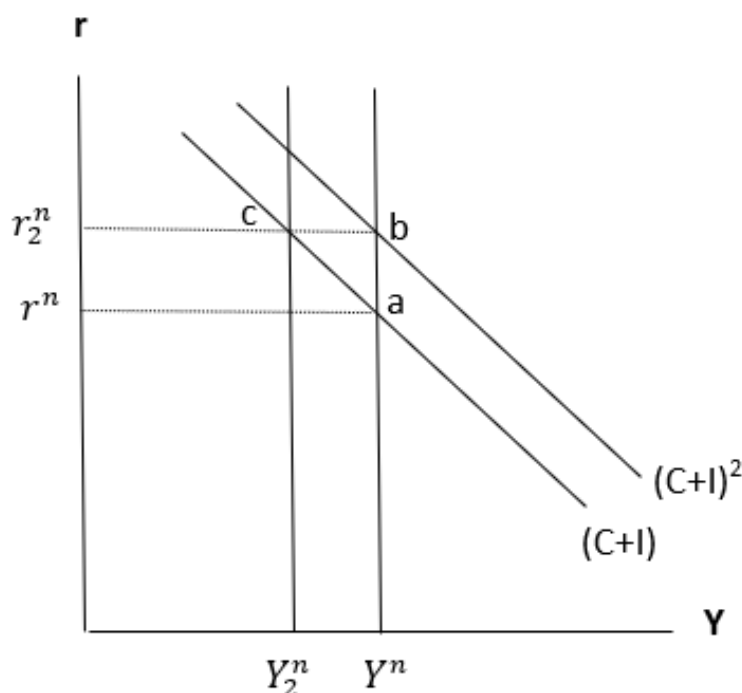
⁵Det skal dog nævnes, at der kan opstå et vendepunkt, hvor den aldrende befolkning begynder at bruge af deres opsparing. Hvis den opsparende del af befolkningen sparer mindre op end den gruppe, der har sparet op begynder at forbruge, så den samlede opsparing nedbringes, kan det sætte et opadgående pres på den naturlige rente.

aktiver, som fx amerikanske statsobligationer, vil dette, i fravær af større udbud, presse kursen på disse obligationer op og dermed renten ned. Skift i præference for sikre og likvide aktiver kan især opstå under globalt stress på de finansielle markeder. Den kvalitet, der tillægges specielt sikre og likvide aktiver, er blevet navngivet *convenience yield*, som netop stiger under usikre perioder, hvilket kan presse renten ned de steder, hvor aktiver anses for at have denne kvalitet (Brand et al. 2023).

3.2.2 Kortsigtede faktorer

De ovenstående faktorer påvirker i høj grad den langsigtede del af r^* . I det følgende beskrives de faktorer, der i højere grad påvirker den kortsigtede del af r^* . Som nævnt i Blanchard (2023), vil kortsigtede dynamikker, der påvirker udbud og efterspørgsel, påvirke den kortsigtede del af r^* . I nedenstående figur er dette forsøgt illustreret. Det naturlige niveau for output, Y^n , reflekterer udbudssituationen i økonomien, og $(C + I)$ -kurven⁶ repræsenterer den samlede efterspørgsel og dermed det aktuelle niveau for output i økonomien. Hvis der sker et positivt efterspørgselschok i økonomien, fx på grund af stimulerende finanspolitik eller fornyet optimisme hvad angår fremtidig indkomst, vil det rykke $(C + I)$ -kurven til højre til $(C + I)^2$ i nedenstående figur, og økonomien vil ende i en ny ligevægt illustreret i punktet b. Hvis udbudssituationen er den samme, vil det medføre en højere r^n (r^*) for at fastholde output på det naturlige niveau. Selvom der kan være lavfrekvente faktorer, der påvirker Y^n , kan der også være mere cykliske faktorer, som fx energiprischok eller chok, der påvirker forsyningskæder. Et sådan chok vil påvirke udbudssituationen og dermed Y^n . Ved et negativt chok til Y^n vil kurven rykke til venstre til Y_2^n , og økonomien ender i en ny ligevægt i punktet c. Hvis den samlede efterspørgsel er som i udgangspunktet $(C + I)$, vil det også betyde, at r^n skal stige for at fastholde output på det naturlige niveau.

⁶Her er G udeladt. Offentlige investeringer samt forbrug antages her at være inkluderet i I og C (Blanchard 2023).

Figur 3.2 Illustration af drivkræfter bag den kortsigtede r^* (Kilde: Gottfries (2013))

Ovenstående to situationer illustrerer, at r^* kan stige eller falde som følge af både efterspørgsels- og udbudschok. Et tredje scenarie vil være, at både efterspørgsels- og udbudsforhold ændrer sig, som enten kan forstærke en stigning eller et fald i r^* - eller modarbejde det.

I kapitel 5 vil ovenstående beskrivelse af kortsigtede og langsigtede faktorer blive brugt til at beskrive mulige årsager til udviklingen r^* . I det følgende vil der være en gennemgang af de modeller, der ligger bag de empiriske estimater, som fremlægges i kapitel 5. Som nævnt, vil der til sidst i dette kapitel være en specificering af, hvilken del af r^* de forskellige modeller fanger.

3.3 Modellerne bag de forskellige estimater

Som forklaret ovenfor, anvendes begrebet *naturlig* og *neutral* samt r^* ofte forskelligt eller som synonymmer. I det følgende beskrives de forskellige modeller, der forsøger at estimere den naturlige/neutrale rente, r^* . I beskrivelsen anvendes ordet naturlig rente, men til sidst i dette kapitel vil der være et forsøg på at specificere, hvorvidt de forskellige modeller estimerer den naturlige eller neutrale rente, jævnfør gennemgangen i afsnit 3.1.

3.3.1 Holston-Laubach-Williams modellen

I Holston-Laubach and Williams modellen er den naturlige rente, r_t^* , den rente, der er konsistent med, at output på sigt er på sit naturlige niveau samtidig med en stabil inflation, når midlertidige chok til efterspørgsel eller udbud er ude af systemet (Holston et al. 2023). Her drives den naturlige rente af en række faktorer, men især af trendvæksten i output. Modellen bygger på følgende Ny-Keynesianske sammenhænge, der starter fra en neoklassisk vækstmodel:

$$r^* = \frac{1}{\sigma} g_c + \theta \quad (3.1)$$

hvor r^* er et resultat af husholdningernes intertemporale nyttemaksimering, som viser forholdet mellem en steady state en-periode realrente og en steady state vækstrate. Denne form for steady state relation er også fremtræden i standard DSGE-modeller.

Udover sammenhængen mellem renten og vækstraten bygger modellen også på Ny-Keynesianske varianter af en Phillips-kurve samt en IS-kurve:

$$\pi_{H,t} = \beta E_t[\pi_{H,t+1}] + \kappa \tilde{y}_t \quad (3.2)$$

$$\tilde{y}_t = E_t[\tilde{y}_{t+1}] - \sigma^{-1}(i_t - E_t[\pi_{H,t+1}] - r_t^n) \quad (3.3)$$

hvor r_t^n i ligning 3.2-3.3 reflekterer alle de chok, der påvirker både inflationen og outputgabet, hvorfor det at sætte det reale rentegab ($i_t - E_t[\pi_{H,t+1}] - r_t^n$) lig nul periode efter periode vil stabilisere de to variable (inflation $\pi_{H,t}$ samt outputgabet $\tilde{y}_t$). Derudover afhænger r^n også af forventet vækst i verden og ikke kun væksten i en hjemlig økonomi.

Den faktiske model, der anvendes i Holston et al. (2017), afviger fra ovenstående Ny-Keynesianske model på to områder. For det første er modellen i reduceret form (anvender kun lags af variablene). For det andet vil midlertidige chok, der påvirker outputgabet samt inflationen, ikke blive tilladt at påvirke den naturlige rente, hvorfor den naturlige rente i Holston et al. (2017) defineres som et koncept, der styres af lavfrekvente faktorer. Den naturlige rente er dermed ikke en rente, der periode efter periode vil stabilisere inflation og outputgab som i DSGE-modellerne.

Følgende udgave af ovenstående model anvendes i stedet: Outputgabet samt inflationsdynamikkerne modelleres som funktion af det reale rentegab, $r_t - r_t^*$, ved at bruge en intertemporal IS-ligning samt en Phillips-kurve relation:

$$\tilde{y}_t = a_{y,1}\tilde{y}_{t-1} + a_{y,2}\tilde{y}_{t-2} + \frac{a_r}{2} \sum_{j=1}^2 (r_{t-j} - r_{t-j}^*) + \epsilon_{\tilde{y},t} \quad (3.4)$$

$$\pi_t = b_\pi \pi_{t-1} + (1 - b_\pi) \pi_{t-2,4} + b_y \tilde{y}_{t-1} + \epsilon_{\pi,t} \quad (3.5)$$

hvor $\tilde{y}_t = 100 * (y_t - y_t^*)$ er outputgabet og y_t og y_t^* er henholdsvis det reale BNP i logform samt det naturlige niveau for output i logform. r_t er den reale korte rente. π_t er CPI inflation, hvor $\pi_{t-2,4}$ er gennemsnittet af andet til fjerde lag for inflationen. De stokastiske fejlede $\epsilon_{\tilde{y},t}$ og $\epsilon_{\pi,t}$ er midlertidige chok til outputgabet og inflationen. Disse to ligninger udgør 'måle'-ligningerne i state-space modellen, og der anvendes et Kalman filter til at beregne de latente variable, der her er det naturlige output, vækstraten for det naturlige output samt en proces som fanger andre lavfrekvente determinanter af den naturlige rente. Bevægelserne i den naturlige rente, r_t^* , reflekterer vedvarende eller permanente skift i relationen mellem den reale korte rente og outputgabet, hvilket er i modsætning til de mere midlertidige chok, der tillades at påvirke outputgabet samt inflationen. Den naturlige rente antages at bevæge sig efter følgende proces:

$$r_t^* = c * g_t + z_t \quad (3.6)$$

hvor g_t er trend væksten i det naturlige output og z_t fanger alle andre determinanter af r_t^* . I Holston et al. (2017) antages det, at der er et en-til-en forhold mellem trend væksten for det naturlige output og den naturlige rente. I Laubach & Williams (2003) estimeres dette forhold, hvilket der også gøres i den nyeste version af modellen, dvs. c i ovenstående ligning estimeres (Holston et al. 2023).

De tre latente variable i state-space modellen er defineret som følgende:

$$y_t^* = y_{t-1}^* + g_{t-1} + \epsilon_{y^*,t}, \quad (3.7)$$

$$g_t = g_{t-1} + \epsilon_{g,t}, \quad (3.8)$$

$$z_t = z_{t-1} + \epsilon_{z,t}, \quad (3.9)$$

hvor log potentielt output, y_t^* , defineres som en random walk med en stokastisk drift g_t , som i sig selv følger en random walk, og hvor z_t , som fanger andre determinanter af r_t^* , også antages at følge en random walk. Alle fejlede $\epsilon_{y^*,t}$, $\epsilon_{g,t}$ og $\epsilon_{z,t}$ antages at være normalfordelte med konstant varians, samt at være hverken seriekorreleret eller samtidigt korreleret med de andre fejlede.

Ovenstående ligninger udgør modellen i Holston et al. (2017), som også kan skrives på state-space form, hvor:

$$y_t = \mathbf{A}' * x_t + \mathbf{H}' * \xi_t + \epsilon_t, \quad (3.10)$$

repræsenterer måleligningerne 3.4-3.5 med stokastiske fejlled ϵ_t , og hvor:

$$\xi_t = \mathbf{F} * \xi_{t-1} + \eta_t, \quad (3.11)$$

er state-vektoren med de latente variable i ligning 3.7-3.9 og η_t er vektoren med stokastiske fejlled.

I Holston et al. (2023) udføres justeringer til modellen for at tage højde for coronapandemien og dennes effekt på de latente variable, altså y_t^* , g_t samt z_t . Der introduceres tids-varierende volatilitet samt et vedvarende, dog midlertidigt, Covid-19 udbudschok, der er nødvendigt for at fange coronapandemiens effekt på det naturlige output. Dette gøres, da estimater uden denne korrektion fører til meget volatile estimater for det naturlige output samt den naturlige rente, hvilket er inkonsistent med specifikationen af r_t^* som værende den naturlige rente på mellemlang sigt, der drives af lavfrekvente bevægelser. Den tidsvarierende volatilitet implementeres i modellen ved at tillade variansen af fejleddene i ligning 3.4 og 3.5 at være højere under coronapandemien relativt til før coronapandemien.⁷ Ved at implementere denne varierende volatilitet til variansen i fejleddene får ekstreme outliers mindre vægt i estimeringsprocessen af modelparametrene samt i estimeringen af de latente variable, der estimeres via et Kalman filter (se metode for en intuitiv beskrivelse af Kalman filteret samt estimeringsprocedure for HLW-modellen). Det er dog kun i ligningerne for outputgabet og inflationen, at den højere fejleddsvarians tillades, og ikke i fejleddene i ligningerne for de latente variable. Dette sikrer, at det fortsat kun er lavfrekvente bevægelser, der påvirker de latente variable og ikke midlertidige chok. I HLW-modellen introduceres midlertidige udbudschok normalt som innovationer i ligningen for Phillipskurven, men de direkte udbudseffekter af Covid-19 på økonomien implementeres i modellen som justeringer til det naturlige output i ligningen for outputgabet. Der introduceres en ny variabel, d_t , som er en proxy for de direkte effekter af restriktioner og nedlukninger i forbindelse med coronapandemien. Denne proxy består af et kvartalsvist gennemsnit for variabelen 'Covid-19 Stringency Index' fra Oxford

⁷Den tidsvarierende volatilitet implementeres med nye skalaparametre for 2020, 2021 og 2022 (κ_t), der estimeres sammen med de andre modelparametre, men med restriktionen $\kappa_t > 1$ i den ovennævnte coronaperiode, og $\kappa_t = 1$ ellers.

Covid-19 Government Response Tracker. Variablen sættes til nul indtil 2020K1 og er en eksogen variabel i ligningen for outputgabet, hvor denne optræder som en justeringsvariabel for det naturlige output: $y_{t,COVID}^* = y_t^* + \frac{\phi}{100}d_t$, hvor ϕ er en estimeret parameter, der viser Covid-19-proxy variabelens effekt på output. Variablen for outputgabet justeres således også: $\tilde{y}_{t,COVID} = 100(y_t - y_{t,COVID}^*) = 100(y_t - y_t^*) - \phi d_t$. Parameter ϕ estimeres sammen med de restrende modelparametre ved hjælp af maximum likelihood. Den nye variabel for outputgabet, $\tilde{y}_{t,COVID}$, erstatter det normale outputgab, $\tilde{y}_t$, i ligningerne 3.4 og 3.5, så de nu er defineret som:

$$\tilde{y}_t = a_{y,1}\tilde{y}_{t-1,COVID} + a_{y,2}\tilde{y}_{t-2,COVID} + \frac{a_r}{2} \sum_{j=1}^2 (r_{t-j} - r_{t-j}^*) + \epsilon_{\tilde{y},t}$$

og

$$\pi_t = b_\pi \pi_{t-1} + (1 - b_\pi) \pi_{t-2,4} + b_y \tilde{y}_{t-1,COVID} + \epsilon_{\pi,t}$$

Ligninger for de tre latente variable er uændrede, dvs. at det naturlige niveau for output ikke byttes med det Covid-justerede i ligning 3.7.

3.3.2 Benati-modellen

I Benati (2020) estimeres den naturlige rente, som nævnt i kapitel 2, ved hjælp af en kointegreret VAR-model. Den naturlige rente estimeres som kointegrations-residualet, dvs. den stationære linearkombination af M1-omløbshastigheden⁸ og den pengepolitiske rente, fratrasket den langsigtede inflationforventning på 2-procent, hvor sidstnævnte er 'givet' under et pengepolitisk regime, der søger at holde inflationen på 2-procent på mellemlang sigt, hvorfor inflationen betragtes som en stationær variabel.

Den kortsigtede nominelle rente, R_t , kan ses som summen af to orthogonale komponenter: En random walk, R_t^P , og en stationær AR(1) proces, R_t^T :

$$R_t = R_t^P + R_t^T \tag{3.12}$$

$$R_t^P = R_{t-1}^P + u_t, \tag{3.13}$$

$$R_t^T = \rho R_{t-1}^T + v_t, \tag{3.14}$$

hvor $0 \leq \rho < 1$ og u_t og v_t begge er white noise processer.

⁸M1 omløbshastigheden er defineret som det nominelle BNP divideret med M1-pengemængden.

Modellen bygger på det argument, at M1-omløbshastigheden op til en tæt approksimation er den permanente komponent af den nominelle korte rente, R_t^P , som dokumenteres i Benati (2020):

$$V_t = \alpha + \beta R_t^P + \epsilon_t, \quad (3.15)$$

Følgende rationale ligger bag denne tangegang: M1-pengeefterspørgslen kan tilnærmelsesvis siges kun at reagere på permanente chok til alternativomkostningen ved at holde M1, men ikke på midlertidige chok. Alternativomkostningen ses her som den korte rente, men da økonomiske agenter antages kun at reagere på permanente chok til den korte rente i deres investeringsbeslutninger, vil det kun være permanente chok til renten, der påvirker M1-pengeefterspørgslen: En mere permanent stigning i den korte rente vil få flere til at investere i fx korte obligationer og dermed sænke efterspørgslen efter M1, hvorimod variationer af mere midlertidig karakter vil få færre til det, og M1-efterspørgslen vil derfor ikke påvirkes i samme grad (Benati 2020). Når M1-pengeefterspørgslen falder, vil M1-omløbshastigheden stige. M1-omløbshastigheden kan dermed ses som værende et validt estimat for den permanente komponent af den korte nominelle rente, eller med andre ord, den nominelle naturlige rente. Op til en lineær transformation er M1-omløbshastigheden derfor den stokastiske trend i den korte rente, da begge er I(1)-processer og kointegreret.

Generelt kan den permanente komponent af renten ses som drevet af permanente chok til inflationen (gennem Fisher-effekten⁹) samt permanente chok til den naturlige rente: $R_t^P = \pi_t^P + r_t^N$, hvor π_t^P er den permanente komponent i inflationen og r_t^N er den reale naturlige rente. Den tilsvarende dekomponering af inflationen i permanent/midlertidig form: $\pi_t = \pi_t^P + \pi_t^T$ sammen med ligning 3.12, medfører at: $R_t - \pi_t = r_t^N + (R_t^T - \pi_t^T)$, hvilket betyder, at den reale naturlige rente er den permanente komponent af den ex post korte realrente: $r_t^N = (R_t - \pi_t) - (R_t^T - \pi_t^T)$.

Under et pengepolitisk regime som medfører, at inflationen kan ses som stationær og en I(0)-variabel, så $\pi_t^P = 0$, vil det kun være permanente chok til M1-omløbshastigheden, V_t , der står for permanente fluktuationer i den naturlige rente (og ikke permanente fluktuationer i inflationen). Det betyder, at under et pengepolitisk regime, der medfører, at inflationen er stationær, vil M1-omløbshastigheden være en lineær funktion af den permanente komponent af den korte rente (den reale naturlige rente) hvorfor:

$$V_t = \alpha + \beta r_t^N + \epsilon_t, \quad (3.16)$$

⁹Fisher-effekten siger, at den reale rente er lig den nominelle rente minus forventet inflation, hvorfor den nominelle rente er den reale rente plus inflationen. Sker der et permanent stød til inflationen vil det påvirke den permanente del af den nominelle rente.

hvor V_t er M1-omløbshastigheden, r_t^N er den reale naturlige rente og ϵ_t er residualet, eller et lille forstyrrelseskomponent, der er stationært.¹⁰ Under et inflationsmålsregime kan den reale naturlige rente derfor udregnes ved at trække enten stikprøvegennemsnittet eller inflationsmålsætningen fra den estimerede nominelle naturlige rente.

Hvis inflationen er konstant, og der derfor ikke er nogen permanente chok, vil $\pi_t^P = 0$, hvorfor $R_t^P = r_t^N$ og derfor kan ligning 3.16 kan også skrives som:

$$V_t = \alpha + \beta R_t^P + \epsilon_t, \quad (3.17)$$

Dette indebærer følgende VECM repræsentation:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_t \\ \Delta R_t \end{bmatrix} = \text{Konstanter} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{t-1} \\ R_{t-1} \end{bmatrix} + \text{chok} \quad (3.18)$$

hvor $\begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix}$ er loadings (eller tilpasningshastigheden) og $\begin{bmatrix} 1 & -\beta \end{bmatrix}$ er konintegrationsvektoren (det langsigtede ligevægtsforhold). Ifølge Benati (2020) vil tilpasninger på afvigelser fra ligevægten mellem omløbshastigheden og den korte rente ske gennem den korte rente, og ikke omløbshastigheden, hvilket er afspejlet i ligning 3.18, hvor det ses, at tilpasningen til den langsigtede ligevægt sker gennem bevægelser i renten. M1-omløbshastigheden (skaleret) er således den fælles stokastiske trend i systemet med M1-omløbshastigheden og den korte rente.

Hvis den naturlige rente konceptuelt kan defineres som værende den permanente komponent af den korte rente, vil det faktum, at M1-omløbshastigheden kan ses som den permanente komponent af den korte rente betyde, at permanente fluktuationer i omløbshastigheden tilnærmelsesvis reflekterer permanente skift i den naturlige rente. Fra ligning 3.17 ses det, at den naturlige rente derfor kan defineres som (hvis ϵ_t er 'lille' (Benati 2021)):

$$R_t^P \simeq (V_t - \alpha)/\beta \quad (3.19)$$

I Benati (2021) påpeges det desuden, at den naturlige rente kan estimeres ved hjælp af en simpel OLS-regression, hvor den nominelle korte (pengepolitiske) rente estimeres som funktion af M1-omløbshastigheden. Dette kan ifølge Benati (2021) gøres, da $R_t = R_t^P + R_t^T$ og $V_t = \alpha + \beta R_t^P + \epsilon_t$.

¹⁰Hvor der med 'lille' menes, at dette led forklarer tæt på nul af forecast error variansen for M1-omløbshastigheden (Benati 2021).

OLS regressionen bliver da:

$$R_t^P = a + bV_t + \epsilon_t \quad (3.20)$$

og er en kointegrations regression, hvorfor estimatet for b er super konsistent, og ved normale stikprøvestørrelser vil både b og a derfor være pålidelige estimater (Benati 2021).¹¹ Ved at køre OLS-regressionen i ligning 3.20 bliver estimatet af den nominelle naturlige rente følgende:

$$\hat{R}_t^P = \hat{a}_{OLS} + \hat{b}_{OLS}V_t \quad (3.21)$$

Både VEC-modellen i ligning 3.18 samt OLS-regressionen anvendes til at estimere den naturlige rente. I det følgende kapitel 4 gennemgås data samt metode. Det vil sige, at teori angående estimation af de forskellige modeller vil blive gennemgået, herunder en beskrivelse af Kalman filteret, som anvendes til HLW-modellen samt VEC-modellen, som anvendes til Benati-modellen.

3.3.3 Lubik-Matthes modellen

Da modellen i Lubik & Matthes (2015) ikke replikeres i denne analyse, og da estimaterne blot anvendes til at sammenligne med de andre modellers estimater, vil der ikke være en dybere gennemgang af modellen i metodeafsnittet i kapitel 4. I stedet gives i det følgende blot en kort gennemgang af den overordnede ide bag modellen.

I Lubik & Matthes (2015) estimeres den naturlige realrente med en TVP-VAR-model, hvor parametrene tillades at variere over tid. Denne model har pålagt færre økonomiske strukturer, hvorfor modellens estimater for den naturlige rente i mindre grad end Holston et al. (2017) afhænger af de antagelser, der styrer den underliggende økonomiske model, som pålægges dataet (Lubik & Matthes 2015). I modellen anvendes data for vækstraten for reelt BNP, PCE-inflation samt den reale rente. Modellen estimeres og den naturlige realrente defineres derefter som det betingede 5-årige forecast af den observerede realrente. Dette forecast vil ikke, som i almindelige stationære VAR-modeller (med faste koefficienter), konvergere mod stikprøve middelværdien, da koefficienterne i TVP-VAR-modellen følger en random walk. Estimaterne for den naturlige rente fra Lubik-Matthes modellen præsenteres i analysen.

Som det nævnes i Lubik & Matthes (2015), kan TVP-VAR-modellen fange både mere vedvarende, men også cykliske komponenter af det anvendte data.

¹¹ ϵ_t er residualet.

3.3.4 DSGE-modeller

Den naturlige rente kan også udledes fra DSGE-modeller, og de bygger på samme Ny-Keynesianske fundament som HLW-modellen. I DSGE-modeller er den naturlige rente generelt defineret som den realrente, der vil være fremherskende, hvis der i økonomien ikke er nogle nominelle trægheder. Det vil sige, at det er den realrente, der vil bringe økonomien samme sted hen, som hvis forskellige relative priser i økonomien tilpassede sig hurtigt til chok, således også beskæftigelse og økonomisk aktivitet ville respondere effektivt på chok til økonomien (Chung et al. 2015). I simple DSGE-modeller, hvor der kun eksisterer nominelle pristrægheder, vil det at sætte den pengepolitiske rente lig den naturlige rente skabe prisstabilitet samt fuld beskæftigelse ("divine coincidence"), men i større og mere komplekse modeller med flere forskelligartede trægheder¹², vil det ikke nødvendigvis være tilfældet, da der kan forekomme trade-offs mellem forskellige objektiver (som fx fuld beskæftigelse eller stabile priser) (Chung et al. 2015).

Et generelt karaktertræk for estimater for den naturlige rente fra DSGE-modeller er, at den varierer med konjunkturcyklussen. Dvs. den stiger under opgang og falder under nedgang.¹³ De estimerede bevægelser i den naturlige rente fra DSGE-modeller er altså relateret til de samme fundamentale chok, der driver konjunkturcyklussen - den naturlige rente reflekterer således, hvordan chok, der rammer en økonomi på ethvert tidspunkt, påvirker den reale rente i en økonomi. Den naturlige rente fra DSGE-modeller viser derfor, hvad renten skal være for at opnå samme resultat som i en økonomi, hvor priserne ville tilpasse sig efter chok til økonomien.

3.4 Delkonklusion

Af ovenstående gennemgang kan det konkluderes, at r^* ifølge Nationalbanken (2023), Blanchard (2023) samt Obstfeld (2023) kan defineres som den neutrale rente, som er den rente, der er forenelig med en stabil inflations- og lønudvikling, når den faktiske økonomi i udgangspunktet er på sit naturlige/strukturelle niveau. Den indeholder både et langsigtet og et kortsigtet perspektiv, hvor sidstnævnte drives af mere cykliske faktorer, og hvor førstnævnte drives af strukturelle lavfrekvente faktorer. Den langsigtede komponent kan betegnes som den naturlige rente, og er den rente, som økonomien bevæger sig mod over tid, når cykliske chok er ude af økonomien. I Nationalbanken (2023) defineres r^* formelt som: $r^* = r^n + c^*$, hvor

¹²Som fx finansielle friktioner. Finansielle friktioner er omkostninger eller hindringer i forbindelse med finansielle transaktioner, herunder eksempelvis kreditbegrænsninger, asymmetrisk information hos markedsdeltagere mm.

¹³Et andet karaktertræk ved DSGE-modeller generelt er, at den naturlige rente vil finde tilbage til en 'steady state', men afvigelserne fra denne steady state kan være ret vedvarende. Denne steady state repræsenterer et langsigtet forhold mellem den naturlige rente og væksten i output.

r^n er det naturlige niveau for renten, og c^* er det cykliske komponent. Gennemgangen viser også, hvordan Woodfords definition af den naturlige rente minder mere om definitionen af den neutrale rente - altså den rente centralbanken bør sætte, hvis de vil opnå prisstabilitet i en given periode, og som både indeholder langsigtede og cykliske faktorer. Den naturlige rente er i højere grad et mere langsigtet koncept og er relateret til definitionen i Wicksell (1898). Gennemgangen af de ovenstående modeller viser, hvordan DSGE-modeller i høj grad både inddrager langsigtede og cykliske forhold, hvorfor disse modeller ser ud til at estimere den neutrale rente - altså r^* . I Lubik & Matthes (2015) nævnes det, at modellen både kan fange vedvarende bevægelser samt mere cykliske konjunkturbevægelser, selvom renten defineres som en langsigtet (eller mellemlangsigtet) rente. Renten fra denne model kan således, i følge ovenstående definition, siges at ligge mellem definitionen for den neutrale rente og den naturlige rente. Modellerne i Holston et al. (2023) samt Benati (2021) estimerer i højere grad en rente, der har langsigtede karakteristika. Denne rente afspejler Wicksells definition af den naturlige langsigtede rente, der styres af lavfrekvente faktorer, og som økonomien på sigt bevæger sig mod, når cykliske chok er forsvundet ud af systemet. Perspektiveres der til Taylor-reglen:

$$R_t^{T93} = r_t^{LR} + \pi_t + 0.5(\pi_t - \pi^{LR}) + (u_t^{LR} - u_t)$$

kan man sige, at modellerne i Holston et al. (2023) og Benati (2021) estimerer r_t^{LR} i ovenstående udtryk, hvor DSGE-modeller i højere grad estimerer, hvad renten bør være, for at output er på sit naturlige niveau samtidig med stabil inflation.

Nedenstående skema giver et overblik over, hvordan modellerne er forsøgt placeret i forhold til definitionen af r^* i Nationalbanken (2023) samt i forhold til Wicksell (1898) og Woodford (2003).

Tabel 3.1 Placering af modeller

Model	Naturlig rente (r^n)	Neutral rente (r^*)	Wicksell/Woodford
HLW	X		Wicksell
Benati	X		Wicksell
DSGE		X	Woodford
Lubik-Matthes	X	X	Blanding

Data og Metode

I det følgende afsnit vil det anvendte data samt den anvendte metode blive gennemgået. Til at estimere og analysere den naturlige rente i USA repliceres resultaterne i Holston et al. (2023), og der estimeres en kointegreret VAR-model baseret på Benati (2021), men med nyeste data tilgængelig. Efter gennemgang af modellerne vil der til sidst være en diskussion af fordele og ulemper ved metoderne til estimering af den naturlige rente.

4.1 Data

Det anvendte data til VEC-modellen løber fra perioden 1960K2 til og med 2023K4 og er kvartalsvist (255 observationer). Data for M1-pengemængden er taget fra FRED Economic Data St. Louis Fed, og navnet er M1SL. Den pengepolitiske rente er også taget fra FRED, og er den effektive Federal Funds rente, som er navngivet FEDFUNDS. Begge serier er på månedlig basis, men variablen for den pengepolitiske rente er lavet om til kvartalsvist data ved at tage et tre måneders gennemsnit, hvilket følger fremgangsmåden i Benati (2021). Da M1-variablen er en beholdning, er serien lavet om til kvartalvist data ved at tage værdien for starten af hvert kvartal (fx 1/4/2020 for 2. kvartal 2020). Tidsserien for M1 er sæsonjusteret. For at udregne omløbshastigheden anvendes det nominelle BNP ved navn GDP, der også er taget fra FRED. Denne serie er fra udgangspunktet sæsonjusteret og kvartalsvis. Omløbshastigheden udregnes ved at dividere tidsserien for BNP med den kvartalsvise (og tilpassede) serie for M1.

I Benati (2021) laves der om på tidsserien for M1 ved at tilføje Money Market Deposits Accounts (MMDA's) fra 1983K1 og frem. Dette gøres, da der i følge Lucas & Nicoline (2015) skete et skred i sammensætningen af M1 i starten af 1980'erne. M1 består af kontanter, anfordringsindskud,

samt andre likvide indskud i banker. Inden 1980'erne udgjorde anfordringsindskud en stabil andel af BNP, men i starten af 1980'erne faldt denne andel. Dette var sammenfaldende med en del reguleringsændringer. Blandt andet ændrede man en del af regulering Q, hvor kommercielle banker indtil 1980 ikke var tilladt at betale renter på anfordringsindskud. Efter 1980 tillod man bankerne at betale en begrænset rente på personlige bankkonti (de såkaldte NOW konti), som blev anvendt til daglige hævningsformål. I 1982 tillod man bankerne at udstede rentebetalende 'money market deposit accounts'. MMDA's er en smule mindre likvide end NOW's, da der typisk er en grænse for, hvor mange hævnninger man må foretage per måned (omkring seks) (Lucas & Nicoline 2015). NOW's blev inkluderet i målet for M1-pengemængden, hvor MMDA's blev inkluderet i M2-pengemængden. I Lucas & Nicoline (2015) argumenteres derfor for, at der i starten af 1980'erne opstod substitutter til almindelige anfordringsindskud, hvorfor sidstnævnte som andel af BNP faldt og bidrog til et fald i M1 som andel af BNP. Ved at inkludere MMDA's genoprettes der en form for 'stabilitet' i serien for M1, så den minder om serien for M1 før 1980'erne (Lucas & Nicoline 2015).

Data for MMDA ligger desværre ikke offentligt tilgængeligt, men rapporteres som en del af 'savings deposits'. Sammen med Lucas & Nicoline (2015) udgives dog et dataset for MMDA's fra 1983k1 til 2017k1. For at kunne replikere og forlænge resultaterne i Benati (2021) tilføjes MMDA's også til den officielle M1-serie i indeværende analyse. Da data for MMDA's ikke ligger offentligt tilgængeligt, men er en del af 'savings deposits', er de manglende observationer for MMDA's fra 2017k1-2023K4 frembragt ved at se på, hvor stor en andel MMDA's har udgjort af savings deposits i perioden 1983K1 til 2017K1. På baggrund af denne tidsserie for andelen er de manglende observationer udregnet ved at køre en Arima-model til at forecaste de manglende andele frem til 2023K4.¹ Derefter er MMDA's udregnet ved at gange disse andele på tilsvarende tidsobservationer for savings deposits.² De estimerede observationer er tillagt serien for M1 frem til 2020K2.

En sidste udfordring for genskabelsen af en konsistent serie for M1, der stemmer overens med M1-serien anvendt i Benati (2021), er, at M1 fra maj 2020 faktisk indeholder savings deposits,

¹ Disse forecastede observationer er sammenlignet med en anden metode, hvor de manglende observationer for andelen fra 2017k2 til 2023K4 er frembagt ved at tage et vægtet gennemsnit af andelen fra perioden 1983K1-2017K1, hvor de sidste perioder vægter mest. Der blev ikke fundet nogen nævneværdig forskel i resultaterne ved at anvende de to forskellige metoder. Udover diagnostik test er Arima-modellens forecast testet med in-sample forecast samt evaluering af forecast bias (ved brug af et rullende forecast for de sidste 36 observationer). In-sample forecast var acceptabel, da det faktiske data var indenfor 95-procent konfidensintervallet for det in-sample forecastede estimat. Derudover viste evalueringen ingen tegn på forecast bias, da det rullende forecast producerede estimer, der statistisk ikke var forskelligt fra det faktiske data.

² Tidsserien for savings deposits er også taget fra FRED og er navngivet SAVINGSL, er på månedlig basis og sæsonjusteret. Denne serie løber frem til april 2020, hvorefter seriens substitut er navngivet MDLM. Da det også er en beholdningsvariabel er serien lavet om til kvartalvis ved at tage værdien for starten af hvert kvartal.

da grænsen på seks hævnninger per måned blev afskaffet, og da disse derfor blev anset for at have samme likviditet som andre mål inkluderet i M1 (FED 2020). Efter maj 2020 er M1 derfor korrigeret ved at fratrække den andel af savings deposits, der ikke udgør MMDA's (da MMDA's efter maj 2020 udgør en del af M1 igennem saving deposits).

Både serien for M1-omløbshastigheden samt den pengepolitiske rente er testet for stationaritet ved hjælp af en Augmented Dickey-Fuller test (ADF-test) samt en Phillips-Perron test (PP-test). Begge test kunne ikke afvise nulhypotesen om en enhedsrod i hver af tidsserierne. Derefter er der taget første difference af variablene, hvorefter både ADF-testen og PP-testen kunne afvise nulhypotesen om en enhedsrod. Det vil sige, at begge serier ikke er stationære, men derimod $I(1)$ processer. At tidsserierne ikke er stationære, er desuden en forudsætning for mulig kointegration.³

4.2 VAR-modellen

Inden beskrivelse af VEC-mocellen, der anvendes i denne analyse, beskrives først en almindelig VAR-model, da VEC-modellen udspringer fra denne.

En VAR-model er et system af n -ligninger og n -variable.⁴ Hver variabel forklares af egne laggede værdier samt laggede værdier af de resterende $n - 1$ variable (Stock & Watson 2001). For at illustrere VAR-metoden anvendes en VAR-model med et enkelt lag i gennemgangen nedenfor samt to variable (bivariate model).

Et simpelt bivariate system af første orden med ét lag kan skrives som:

$$V_t = b_{10} - b_{12}R_t + \gamma_{11}V_{t-1} + \gamma_{12}R_{t-1} + \epsilon_{Vt} \quad (4.1)$$

$$R_t = b_{20} - b_{21}V_t + \gamma_{21}V_{t-1} + \gamma_{22}R_{t-1} + \epsilon_{Rt} \quad (4.2)$$

Her antages det, at begge tidsserier er stationære, og at fejlleddene ϵ_{Vt} og ϵ_{Rt} er $\text{IID}(0, \sigma)$ (white-noise processer). Disse fejllid kan tolkes som værende uventede 'chok' til variablene. Strukturen af dette system inkorporerer feedback, da de to variable tillades at påvirke hinanden samtidigt.

³Se appendiks for beskrivelse af ADF-testen samt resultater for begge tests.

⁴Dele af denne VAR gennemgang bygger på et tidligere projekt af Daisy Nielsen (2022): "Funktional indkomstfordeling i en VAR model" og er skrevet på baggrund af Enders (2015). Efterfølgende VEC gennemgang er skrevet på baggrund af Enders (2015).

Denne udgave af VAR-modellen er i strukturel form, hvor variablene har en samtidig effekt på hinanden, hvorfor det ikke muligt at anvende OLS til estimering af ligning 4.1 og 4.2, da OLS-estimererne vil lide af simultanitetsbias (Enders 2015, p.285).⁵ Systemet kan omskrives til en form, der er mere brugbar, hvilket kaldes en VAR i reduceret form. Denne omskrivning kan udføres igennem matrice algebra:

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_t \\ R_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{t-1} \\ R_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{Vt} \\ \epsilon_{Rt} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

4.3 kan også skrives som:

$$Bz_t = \Gamma_0 + \Gamma_1 z_{t-1} + \epsilon_t \quad (4.4)$$

$$\text{hvor } B = \begin{bmatrix} 1 & b_{12} \\ b_{21} & 1 \end{bmatrix}, z_t = \begin{bmatrix} V_t \\ R_t \end{bmatrix}, \Gamma_0 = \begin{bmatrix} b_{10} \\ b_{20} \end{bmatrix}, \Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{bmatrix}, \epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_{Vt} \\ \epsilon_{Rt} \end{bmatrix}$$

Hvis der ganges igennem med B^{-1} , bliver ovenstående udtryk:

$$z_t = A_0 + A_1 z_{t-1} + e_t \quad (4.5)$$

hvor $A_0 = B^{-1}\Gamma_0$, $A_1 = B^{-1}\Gamma_1$ og $e_t = B^{-1}\epsilon_t$

4.5 kan nu omskrives til:

$$V_t = a_{10} + a_{11}V_{t-1} + a_{12}R_{t-1} + e_{1t} \quad (4.6)$$

$$R_t = a_{20} + a_{21}V_{t-1} + a_{22}R_{t-1} + e_{2t} \quad (4.7)$$

hvor

$$e_{1t} = (\epsilon_{Vt} - b_{12}\epsilon_{Rt})/(1 - b_{12}b_{21})$$

$$e_{2t} = (\epsilon_{Rt} - b_{21}\epsilon_{Vt})/(1 - b_{12}b_{21})$$

4.6 og 4.7 udgør VAR-modellen i reduceret form, hvor de to variable ikke påvirker hinanden samtidig. Fejleddene e_{1t} og e_{2t} er white-noise processer med en middelværdi på nul og konstant

⁵Da regressorerne og fejleddene vil være korreleret (V_t korreleret med ϵ_{Rt} og R_t korreleret med ϵ_{Vt}). Standard estimations-teknikker kræver at regressorerne er uafhængige af fejleddet (Enders 2015, p.292).

varians, og de er individuelt ikke seriekorreleret. De to fejllid er dog korreleret med hinanden, hvilket betyder, at chok fra disse vil være korreleret.⁶

Varians/kovarians matricen for e_{1t} og e_{2t} er givet ved:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{var}(e_{1t}) & \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) \\ \text{cov}(e_{1t}, e_{2t}) & \text{var}(e_{2t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

4.2.1 Kointegration og VEC-modellen

Kointegration bygger på ideen om, at to variable, der begge er ikke-stationære, men i stedet fx random walks, kan have en fælles permanent komponent, der driver hver variabels stokastiske trend. Hvis de to variable kointegrerer, vil forholdet mellem de to være stationært: Med andre ord, vil der eksistere en lineær kombination af de to variable, der er stationær. Kører fx en lineær regression med den ene variabel som den afhængige og den anden som den uafhængige, vil fejlliddet fra denne regression være stationært, hvis der er kointegration mellem de to variable. En måde at teste for kointegration er Johansens metode (Enders 2015). Metoden beskrives i det følgende:

VAR(1) modellen i ligning 4.5 i matrix form kan med flere lags skrives i generel form:

$$z_t = A_1 z_{t-1} + A_2 z_{t-2} + \dots + A_p z_{t-p} + e_t \quad (4.8)$$

Ovenstående VAR(P) i levels har følgende VEC repræsentation:

$$\Delta z_t = \pi z_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \pi_i \Delta z_{t-i} + e_t \quad (4.9)$$

For at teste for kointegration ved brug af Johansens metoden skal ligning 4.9 estimeres, og derefter testes rangen af matricen π . Hvis $\text{rank}(\pi) = 0$ er $\pi = 0$, og variablene er blot uafhængige random walks. Hvis $0 < r = \text{rank}(\pi) < m$, hvor m er antal variable, vil der være r kointegrationsforhold. Hvis $r = \text{rank}(\pi) = m$ er alle variablene stationære, og kointegration er ikke muligt. Rangen af matricen π skal altså være over 0, men med reduceret rang, dvs. under antal variable. Rangen af matricen er lig antal karakteristiske rødder (eigenverdier), der er $\neq 0$, hvorfor antal kointegrationsvektorer findes ved at se på signifikansen af de karakteristiske rødder. Hvis alle de karakteristiske rødder er $= 0$, vil rangen af π være lig 0. Hvis alle er ulig nul,

⁶I tilfældet, hvor $b_{12} = b_{21} = 0$ er de to fejllid ikke korreleret dvs., hvis der ikke er nogen samtidig effekt af V_t på R_t og R_t på V_t

er rangen lig m , og variablene i systemet er stationære, og der er ikke kointegration. Antallet af karakteristiske rødder, der er $\neq 0$, skal således være over 0, men under m (antal variable). Det maksimale antal kointegrationsvektorer (forhold) er derfor $m - 1$. Ved Johansens's metoden estimeres en udgave af ovenstående VEC (ligning 4.9), og derefter anvendes enten en trace test statistik eller en max statistik til at teste antallet af karakteristiske rødder:

$$\lambda_{trace}(r) = -T \sum_{i=r+1}^m \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (4.10)$$

$$\lambda_{max}(r, r+1) = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r+1}) \quad (4.11)$$

hvor $\hat{\lambda}_i$ er den estimerede værdi af egenværdien fra den estimerede π matrice.

Nulhypotesen i trace statistikken er, at antallet af kointegrationsvektorer er mindre end eller lig med r . Max statistikken tester derimod r antal kointegrationsvektorer mod alternativ hypotesen $r + 1$ kointegrationsvektorer.

VEC-modellen, der anvendes i testen, kan specificeres på forskellige måder. Kointegrationsforholdet (det langsigtede ligevægtsforhold πz_{t-1}) kan være uden konstant eller trend, eller med en eller begge af disse. Derudover kan VEC-delen af modellen (det resterende led i ligning 4.9, dvs. de kortsigtede dynamikker) enten indeholde eller undlade en konstant.

VEC-modellen i denne analyse

Den reducerede VAR(1) model i ligning 4.6-4.7 har følgende VEC(0) repræsentation⁷ (vises her kun med kointegrationsrelationen inklusiv konstant, dvs. uden de kortsigtede dynamikker og uden en konstant i VEC repræsentationen):

$$V_t - V_{t-1} = a_{10}(V_{t-1} - \alpha - \beta R_{t-1}) + \epsilon_{1t} \quad (4.12)$$

$$R_t - R_{t-1} = a_{20}(V_{t-1} - \alpha - \beta R_{t-1}) + e_{2t} \quad (4.13)$$

Eller

$$\Delta V_t = a_{10}(V_{t-1} - \alpha - \beta R_{t-1}) + \epsilon_{1t} \quad (4.14)$$

$$\Delta R_t = a_{20}(V_{t-1} - \alpha - \beta R_{t-1}) + e_{2t} \quad (4.15)$$

⁷Der er et lag mindre i VEC-modellen.

Ovenstående repræsentation svarer til modellen i ligning 3.17 og 3.18, hvor a_1 og a_2 er hastigheden på tilpasningen, hvis der sker stød til det langsigtede ligevægtsforhold (kointegrationsforholdet), α er en konstant og β er kointegrationsparameteren. Modellen, der anvendes i denne analyse, indrager en konstant i kointegrationsforholdet ($a_2(V_{t-1} - \alpha - \beta R_{t-1})$). For at finde antallet af lags i VEC-repræsentationen er informationskriterierne Akaike Information Criterion (AIC) samt Bayesian Information Criterion (BIC) anvendt. Det antal lags, der minimerer begge kriterier vælges.⁸ Først findes antallet af lags i VAR(p)-repræsentationen, hvorefter p-1 antal lags anvendes i VEC-modellen. Begge kriterier foreslog 10 lags, hvorfor 9 antal lags inddrages i VEC-modellen.

Efter valg af lags og estimering af modellen er Johansens testen udført med både trace og max statistikken.⁹ Ved brug af trace test-statistikken kan nulhypotesen om nul kointegrationsvektorer ikke helt afvises på et 10-procents signifikansniveau, som det ses af A.7 i appendiks. Ved brug af max test-statistikken kan nulhypotesen afvises på et 5-procents signifikansniveau, som det ses af tabel A.8 i appendiks. Det ses også af begge test, at hypotesen om 1 kointegrationsvektor ikke kan afvises. Der findes således, som i Benati (2020), evidens for kointegration mellem M1-omløbshastigheden og den pengepolitiske rente, og de to variable er derfor CI(1,1).

Efter estimering kan VEC-modellen skrives som følgende (konkrete estimater for koefficienter på lags af ΔV_{t-1} ΔR_{t-1} er udeladt):

$$\Delta V_t = 0.023(V_{t-1} - 2.047 - 0.51R_{t-1}) + \sum_{i=1} a_{11}(i)\Delta V_{t-i} + \sum_{i=1} a_{12}(i)\Delta R_{t-i} + \epsilon_{1t} \quad (4.16)$$

$$\Delta R_t = 0.23(V_{t-1} - 2.047 - 0.51R_{t-1}) + \sum_{i=1} a_{21}(i)\Delta V_{t-i} + \sum_{i=1} a_{22}(i)\Delta R_{t-i} + \epsilon_{2t} \quad (4.17)$$

Det ses af ovenstående, at efter et stød til en af variablene, V_{t-1} eller R_{t-1} , så systemet kommer ud af ligevægt, vil tilpasningen hovedsageligt ske igennem tilpasningen i renten, da tilpasningskoefficienten er 0.23. Tilpasningskoefficienten for M1-omløbshastigheden er 0.023 og har ikke en relevant betydning - dermed kan M1-omløbshastigheden siges at være svagt eksogen. En tilpasningskoefficient på 0.23 betyder, at der efter stød, som bringer systemet ud af ligevægt, vil gå ca. fire kvartaler, dvs. et år, før ligevægten er genoprettet. Den økonomiske fortolkning er her, at hvis der fx sker et stød til M1-omløbshastigheden, så $V_{t-1} - 2.047 - 0.51R_{t-1} > 0$ vil det være renten, der tilpasser sig ved her at stige over de efterfølgende fire kvartaler, hvorefter ligevægten mellem renten og omløbshastigheden er genoprettet.

⁸Derudover er der taget højde for diagnostik test i udvælgelse af antal lags.

⁹Se appendiks for estimerede test-værdier samt kritiske værdier.

4.3 OLS-regressionen

Udover estimering af den naturlige rente ved brug af en kointegreret VAR model som ovenfor, er der også kørt en OLS-regression med renten som den afhængige variabel og M1-omløbshastigheden som den uafhængige.

Koefficient-estimatorerne for hældning og skæring i en bivariat regression er følgende:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum(x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sum(x_t - \bar{x})^2} \quad (4.18)$$

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \quad (4.19)$$

Ovenstående to udtryk kommer fra at minimere summen af de kvadrerede residualer, dvs. ved at minimere følgende udtryk:

$$L = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y})^2 = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_t)^2 \quad (4.20)$$

Ovenstående minimeres ved at differentiere L med hensyn til $\hat{\alpha}$ og $\hat{\beta}$ og sætte disse to udtryk lig nul (Brooks 2023).

4.4 Diagnostik test og robusthedstjek

Diverse diagnostik-tests er blevet udført på VEC-modellen med 9 lags, for at se om modelantagelser relateret til fejlleddet er opfyldt.¹⁰ For at kunne lave diagnostik test i R laves VEC-modellen om til VAR-udgaven (der har 10 lags). Diverse test indebærer test for seriekorrelation, heteroskedasticitet, og om fejlleddene er normalfordelte (Pfaff 2008). Alle tests er udført i R. Resultater for diverse diagnostik-tests kan findes i appendiks. Seriekorrelation i fejlleddene forekommer, hvis der er en systematisk bevægelse i den afhængige variabel, der ikke er taget højde for i modellen (fx funktionel misspecifikation og udeladelse af vigtige variable samt for få lags). Seriekorrelation påvirker standardfejlene (da det påvirker variansen), og kan føre til ukorrekte t- og F-statistikker. Da modellen indeholder lags af variablene, vil seriekorrelation i fejlleddene være et problem, da det kan medføre, at estimatorne er inkonsistente (Brooks 2023, pp.207). Der er testet for seriekorrelation med en Breusch-Godfrey LM test samt en Ljung-Box test, og som det ses af tabel A.9 i appendiks, kan nulhypotesen om, at der ikke er seriekorrelation ikke afvises, hvorfor der ikke findes seriekorrelation i fejlleddene.

¹⁰Det antages af fejlleddene er $\epsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$.

Det samme ses af Ljung-box testen (figur A.1 og A.2 i appendiks). Der er testet for ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity) ved hjælp af en ARCH-test. Ved en ARCH-test testes antagelsen om, at variansen af fejlleddet ikke er autokorreleret over tid og lider af ARCH. Hvis modellen lider af ARCH, vil det kunne påvirke standardfejlene samt diverse test-statistikker og dermed hypotesetests. Af tabel A.11 i appendiks ses det, at nulhypotesen afvises, både for hver ligning samt for den samlede model, hvorfor der findes ARCH i fejlleddene. Som det nævnes i Juselius (2023) vil moderate ARCH-effekter ikke påvirke kointegrations-rangtest. Fejlleddene testes for normalitet med en JB-test, og findes ikke at være normalfordelte, som det ses af tabel A.12. Som det ses af figur A.3 og A.4, er der et par outliers i fejlleddene. Diverse dummies er blevet introduceret til modellen for at forbedre fejlleddenes egenskaber. Fx var der ved introduktion af en dummy for M1-omløbshastigheden i 1983K1 ikke længere ARCH i modellen, men til gengæld medførte dette seriekorrelation uanset antal lags. Det samme var tilfældet for andre dummies. Der er derfor valgt ikke at inddrage dummies i modellen, da seriekorrelation kan være et problem for konsistensen af estimerne. Der kunne testes andre modeller, hvor ARCH-effekter tillades i fejlleddene, men da modellen i Benati (2020) forsøges replikeret til anvendelse af estimering af den naturlige rente, er dette ikke gjort.¹¹

De samme test er udført for den statiske OLS-regression. Der findes både ikke-normalfordelte fejllid, seriekorrelation samt ARCH-effekter. Men som det nævnes i Brooks (2023) vil estimer for den statiske regression stadig være konsistente samt ikke-biased på trods af disse, når der er kointegration mellem variablene, hvor kointegrationen medfører, at estimerne er superkonsistente (Enders 2015).¹² For at tage højde for ikke-normalitet, vil der i konstruktionen af konfidensinterval blive gjort brug af bootstrapping.

Robusthedstjek

Modellerne er kørt med andre variable for den korte rente og for M1-variablen, der anvendes til at udregne M1-omløbshastigheden. Som det ses af figur A.7 i appendiks, er estimerne ikke nævneværdigt forskellige, når der i stedet for den pengepolitiske rente anvendes en 3-måneders kort rente på statsobligationer. Anvendes den offentligt tilgængelige serie for M1-omløbshastigheden fra FRED (2024), bliver resultaterne nogle helt andre. Her afspejler resultaterne, at M1-serien mangler at inkludere tætte substitutter til almindelige anfordringsindskud i starten af estimeringsperioden og frem til 2020, og at den pludselig

¹¹Der er også testet med diverse dummies for corona-perioden, men disse var ikke statistisk signifikante og gjorde desuden ikke nogen nævneværdig forskel for estimerne.

¹²Konsistent betyder, at estimerne for OLS-regressionen vil konvergere mod de sande populationsparametre, når stikprøvestørrelsen øges (Brooks 2023, pp.108).

inddrager savings deposits i slutningen af perioden, som beskrevet i afsnit 4.1. Med andre ord afspejler estimaterne, at der har været en del reguleringsændringer i perioden, som har påvirket opgørelsen af tidsserien for M1. Det afspejler også, at estimaterne fra Benati (2021) er meget afhængige af konstruktionen af M1-tidsserien.

4.4.1 Bootstrapping

Bootstrapping er især anvendeligt, når fejlleddene ikke følger en standard fordeling, som fx en normalfordeling. Bootstrapping teknikker tillader at konstruere en tidserie, der har samme karakteristika som den faktiske dataserie. Herfra kan statistiske karakteristika udledes, hvorefter statistisk inferens kan udføres uden stærke antagelser om fordelingen (Brooks 2023). I stedet for at pålægge antagelser om fordelingen af estimater, kan bootstrapping bruges til empirisk at estimere stikprøvefordelingen. Fx kan de estimerede fejllid fra OLS-regressionen ses som en population, hvorfra der tages stikprøver med genplacering, hvorefter man kan udregne den ønskede statistik for hver ny stikprøve og til sidst opnå en hel fordeling af denne statistik. I indeværende analyse anvendes fejlleddene fra OLS-regressionen, hvorfra der tages en stikprøve med genplacering. Herefter lægges disse nye fejllid til tilsvarende fittede værdier fra den oprindelige OLS-regression, hvorefter der dannes en ny afhængig variabel, hvilket her er renten. Derefter regresseres det originale data på denne nye variabel, således der opnås et nyt estimat for koefficienterne α og β . Denne proces gentages 1000 gange, hvorefter der opnås en hel fordeling for koefficienterne. Fra denne fordeling kan konfidensinterval for koefficienterne udledes. Et problem med denne metode er, at den forudsætter at serien, der tages stikprøver fra, ikke indeholder seriekorrelation (Brooks 2023, pp.555). Da fejlleddene fra OLS-regressionen lider af seriekorrelation, kan konfidensintervaller lide under dette. Derfor anvendes der også 'simple block bootstrapping', hvor der tages stikprøver med blokke af observationer i stedet for blot individuelle observationer. Dataet deles således op i blokke af observationer. Derefter køres der en regression på en stikprøve af dataet, hvilket gentages 1000 gange. Der opnås således en hel fordeling af estimaterne for regressionen. Konfidensintervallerne for de to metoder er blevet sammenlignet, og der findes ikke stor forskel i de to. Dog vælges konfidensintervallerne fra den simple block bootstrapping.

4.5 Den reale naturlige rente

Som nævnt i afsnit 3.3.2 kan den naturlige realrente i Benati (2021) udregnes ved at trække enten inflationsmålsætningen eller den gennemsnitlige inflation fra det nominelle estimat for

den naturlige rente. For at kunne gøre dette forudsættes det dog, at inflationen har været stationær over den givne periode. Inflationsdataene er derfor blevet testet for stationaritet med en ADF-test samt en PP-test for perioden 1960K2-2023K4, 1960K2-1992K1 samt for perioden 1992K2-2023K4.¹³ Dataet for PCE-inflationen er taget fra FRED og er kvartalsvist, sæson-justeret samt lavet om til år-år ændringer.¹⁴ Som det ses af tabellerne A.4-A.6 i appendiks, er det kun for tidsperioden 1992K2-2023K4 at begge tests kan afvise nulhypotesen om en enhedsrod, hvilket betyder, at det kun er i denne periode, at tidsserien er stationær. Derfor rapporteres den reale rente kun for denne tidsperiode.

4.6 Estimering af HLW-modellen

Da Kalman-filteret anvendes til estimering af HLW-modellen, vil der først være en kort og intuitiv beskrivelse af dette filter baseret på Brooks (2023) samt Holston et al. (2023).

4.6.1 Kalman filteret

Kalman filteret kan anvendes, når uobserverbare, eller latente, variable ønskes estimeret. Kalman filteret anvendes ofte til at estimere state space modeller, hvor man har en 'måle'-ligning (en ligning for den observerbare variabel) og en 'state'- eller 'transitions'-ligning for den uobserverbare variabel (Brooks 2023). Kalman filteret bruger den observerbare variabel til at sige noget om den uobserverbare state variabel, der beskriver en models 'state'. Estimering med et Kalman filter foregår ved, at filteret prædikterer en ny state, altså en ny værdi for den uobserverbare variabel, i periode t baseret på forrige periodes state ($t-1$) samt ny information om den observerbare variabel, der er tilgængelig i periode t . Filteret skaber en prædiktionsfejl for måleligningen, der minimeres ved hjælp af OLS (Brooks 2023). Derefter bruges et proportionalt opdateringsled til at korrigere for prædiktionsfejlen i forrige periode, og denne korrektion bruges til at konstruere et nyt set af 'states' (altså nye værdier for den uobserverbare variabel). Dette opdateringsled eller korrektionsled kaldes for *Kalman gain*. Ovenstående proces vælger Kalman gain samt værdierne af state-variablen, således variansen af fejleddet i state-ligningen minimeres. Det nye estimat, der opnås efter opdatering med ny information, bruges til at konstruere et initialt estimat for næste periode, hvorefter dette estimat også opdateres, når ny information bliver tilgængelig. Denne proces fortsætter, indtil der opnås estimater for hele estimeringsperioden. Da forrige estimater opdateres med ny information og derefter skaber nye estimater, kan Kalman filteret siges at have en Bayesiansk fortolkning (Brooks

¹³Sidstnævnte periode starter fra 1992K4, da det også er denne periode start der anvendes i Benati (2021).

¹⁴Navnet på tidsserien på FRED er PCECTPI

2023)).¹⁵ Efter ovenstående opdateringsproces anvendes maximum likelihood estimation til at estimere såkaldte hyperparametre, hvilket er variansen af fejleddene i måleligningen samt state-ligningen. Når hyperparametrene er estimeret anvendes Kalman filteret igen til at konstruere den endelige tidsserie for den uobserverbare variabel, der sikrer, at variansen af fejleddene i de to ligninger minimeres.

4.6.2 Estimeringsprocedure for HLW-modellen

I indeværende analyse replikeres resultaterne fra Holston et al. (2023). HLW-modellen estimeres i tre steps (Holston et al. 2017). De uobserverbare state variable estimeres i HLW-modellen ved hjælp af et Kalman filter.

Step 1

Først estimeres ligning 3.7 uden det reale rentegab i ligning 3.4 og under antagelse af, at trendvæksten g_t er konstant. Estimeringen foretages ved hjælp af Kalman filteret. I estimeringen inkluderes to lags af naturligt output, som er estimeret med et HP-filter og på data for log af realt BNP startende fire kvartaler før starten på estimeringsperioden af det reale rentegab. HP-trend værdierne for de to kvartaler inden starten af estimeringsperioden anvendes som lags i ligningen for naturligt output. Herefter estimeres modellens parametre med maximum likelihood (inklusive estimering af variansen af fejleddet i ligningen for naturligt output, samt variansen for fejleddene i måleligningerne, der i Holston et al. (2023) er skalleret med en faktor, der tager en værdi over 1 mellem 2020K2 og 2022K4.). Derefter estimeres en eksponentiel Wald statistik for at teste for strukturelle breaks. Denne test udføres på den estimerede serie for det naturlige output i første difference for at opnå et 'median unbiased estimat' for λ_g ($\lambda_g = \frac{\sigma_g}{\sigma_{y*}}$).¹⁶

Step 2

I andet step inkluderes det reale rentegab i ligningen for outputgabet (3.7) under antagelsen, at z er konstant. I dette step inkluderes to lags af trend-væksten, g , i IS-ligningen, som er udregnet ved at bruge HP-trenden for log real BNP og tage første difference deraf. Dernæst estimeres parametrene igen med maksimum likelihood, hvor den estimerede λ_g pålægges i estimeringen af variansen af fejleddet for trendvæksten, og derefter anvendes igen en eksponentiel Wald

¹⁵Den Bayesianske statistik er en anden tilgang til statistik end den klassiske metode. I den Bayesianske tilgang undersøges først en eksisterende viden eller overbevisning, som formuleres i form af sandsynligheder (priors). Denne foregående viden kombineres med det observerede data via en likelihood funktion. De foregående sandsynligheder opdateres herefter med model estimationer, som resulterer i nye sandsynligheder (posteriors) (Brooks 2023).

¹⁶Da maximum likelihood estimator for σ_g og σ_z , hvilket er standardafvigelseerne for fejleddene i ligningen for $g_t v$ og z_t , vil være biased mod 0, anvendes der en median unbiased estimator - se Holston et al. (2017).

test for at teste for et skifte/break i intercept i IS-ligningen, således der opnås et estimat for λ_z ($\lambda_z = \frac{a_r \sigma_z}{\sigma_{\tilde{y}}}$).

Step 3

I tredje og sidste step pålægges λ_g fra første step og λ_z fra andet step, og den resterende del af model parametrene estimeres med maximum likelihood (inklusive variansen af fejldet for måleligningerne samt alle tre state ligninger, hvor λ_g og λ_z er pålagt). I dette step anvendes også to lags af z_t , hvor z_t initialværdien sættes til 0. Derudover pålægges restriktionen, at hældningen for IS-ligningen, a_r , er negativ og at hældningen på Phillips-kurven, b_y , er positiv.

I alle tre steps inkluderes også proxy variabelen, d_t , for Covid-19 effekterne på økonomien samt to lags af denne. Efter estimering af alle parametre kan Kalman filteret igen køres med alle de estimerede parametre, og derfra kan de filtrerede state-variable opnås og anvendes til at udregne r^* , som givet i ligning 3.6.

Dataet er fra FRED og består af BNP i reale termer (GDPC1), kerne PCE-inflation (PCEPILFE), Federal Funds Rate (FEDFUNDS) samt Discount rate (INTDSRUSM193N) - hvor sidstnævnte bruges som rente før år 1965 (Holston et al. 2023).

4.6.3 Tilpasning af HLW-modellen til Covid

Som nævnt i afsnit 3.2.1 er der i Holston et al. (2023) lavet justeringer til modellen i Holston et al. (2017).

Kalman filter estimeringen af vektoren for uobserverbare state variable i tidsperiode t er givet ved følgende opdateringsligning:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \hat{\xi}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t * (y_t - \mathbf{A}' * x_t - \mathbf{H}' * \hat{\xi}_{t|t-1}) \quad (4.21)$$

hvor $\hat{\xi}_{t|t}$ er vektoren med de uobserverbare latente variable betinget af et tilgængeligt informationssæt i periode t , og hvor $\hat{\xi}_{t|t-1}$ er det initiale estimat for state vektoren betinget af et informationssæt i periode $t - 1$. K_t er Kalman gain matricen. Sidste led i parentes indeholder en-periode-frem prædiktionsfejl fra måleligningerne, dvs. residualerne fra IS-kurven (3.4) og Phillips-kurven (3.5) ved brug af forecast for outputgabet og inflationen baseret på data frem til periode t samt information fra periode $t - 1$, hvilket svarer til state-vektoren $\hat{\xi}_{t|t-1}$. Kalman gain matricen bestemmer vægten, der placeres på en-periode-frem prædiktionsfejl (dvs. forskellen mellem realiserede værdier af outputgabet samt inflationen i en given periode og

modellens prædikterede værdier baseret på information i den forrige periode samt data frem til periode t), når filteret opdaterer estimater for de latente variable. De store prædiktionsfejl, som coronaperioden medførte, vil uden tilpasninger til modellen medføre, at den estimerede vektor med uobserverbare latente variable bliver meget påvirket af data under Covid-perioden. Jo større varians i fejlleddene i en periode, jo mere falder Kalman gain, hvorfor Kalman filteret placerer mindre vægt på de nye observationer med højere fejlledsvariens, således estimerer af de latente variable (og derfor også r_t^*) forbliver tættere på estimaterne fra perioden inden den højere varians (Holston et al. 2023). Når variansen i fejlleddene går mod uendelig, vil Kalman gain gå mod nul, hvorfor der ikke placeres nogen vægt på observationer i tidsperiode t , når vektoren for state-variable estimeres. Det betyder, at forecast for vektoren med state-variable i periode t , givet information i periode t , er den samme som forecast, givet information i periode $t - 1$. Samme logik forekommer for estimering af modelparametrene: Når variansen i fejlleddene er høj i en periode, vil model prædiktionsfejlene i denne periode blive vægtet mindre, når log-likelihood funktionen udregnes, hvilket betyder, at data i denne periode har relativ lille effekt på de parametre, der maksimerer log likelihood funktionen. Derfor giver det i følge Holston et al. (2023) mening at tillade variansen at være højere i Covid-19 perioden (2020K2 til 2022K4).

4.7 Fordele og ulemper ved modellerne

I Benati (2021) påpeges det, at en af fordelene ved metoden, der anvendes, er, at den naturlige rente er observerbar, da den kan observeres ved at udnytte information fra M1-pengemængden, da M1-pengemængden er en lineær tranformation af den naturlige realrente. Derudover er data på både M1 og renter tilgængeligt med høj frekvens, og derfor vil det kun være nominelt BNP, der skal interpoleres på (kvartalvis data tilgængeligt), hvis man ønsker at estimere den naturlige rente på måneds- eller ugebasis. En ulempe ved estimeringsmetoden i Benati (2021) er, at de præcise estimater for den naturlige rente bliver meget afhængige af den konkrete tidsserie for M1. Det bliver derfor vigtig at have en korrekt konstrueret tidsserie for denne. Som det nævnes i IMF (2023), vil der oftest især være stor usikkerhed forbundet med estimaterne fra Holston et al. (2023), da forholdet mellem renter og outputgabet samt outputgabet og inflationen er relativt svagt empirisk set, hvorfor fluktuationer i output og inflation kun giver lidt information om det generelle niveau for den naturlige rente. Det påpeges dog, at den del af den naturlige rente, der har at gøre med trendvæksten i output, estimeres godt i modellen, da konfidensintervaller for denne er meget mindre, hvilket skyldes, at data for output giver direkte information om trendvæksten. I Fiorentini et al. (2018) fremsættes

samme argument: HLW-modellen producerer upræcise estimater, når IS-kurven eller Phillips-kurven er relativt flad. HLW-modellen producerer dog udover estimater for den naturlige rente også estimater for outputgabet samt trendvæksten i det naturlige output. HLW-modellen er en semi-strukturel model, og den pålægger således en semi-bestemt struktur på forholdet mellem makroøkonomiske variable. Derfor bliver resultaterne også afhængige af de underliggende antagelser, der ligger bag specifikationen. Som nævnt i Chung et al. (2015), er DSGE-modeller strukturelle modeller, og estimaterne fra disse er derfor endnu mere afhængige af specifikationen samt hvilke friktioner/trægheder, der inkluderes i modellen. Til gengæld kan disse modeller i høj grad vise, hvilke underliggende faktorer der ligger til grund for bevægelserne i r^* . TVP-VAR-modellen i Lubik & Matthes (2015) har i mindre grad pålagt en bestemt struktur, da den mest af alt fanger korrelationer mellem variablene i modellen (da modellen er i reduceret form).

Resultater og Analyse

5.1 Estimerer for r^* og r^n

Fra estimerne i kapitel 4 (ligning 4.16 og 4.17) ses det, at kointegrationsforholdet er:

$$V_t - 2.047 - 0.51R_t = \epsilon_t \quad (5.1)$$

Herfra kan V_t udledes til:

$$V_t = 2.047 + 0.51R_t + \epsilon_t \quad (5.2)$$

Ovenstående er estimeret for ligning 3.17-3.18. Med lidt omrokering og udeladelse af ϵ_t findes udtrykket for den naturlige rente:

$$R_t^P \simeq (V_t - 2.047)/0.51R_t \quad (5.3)$$

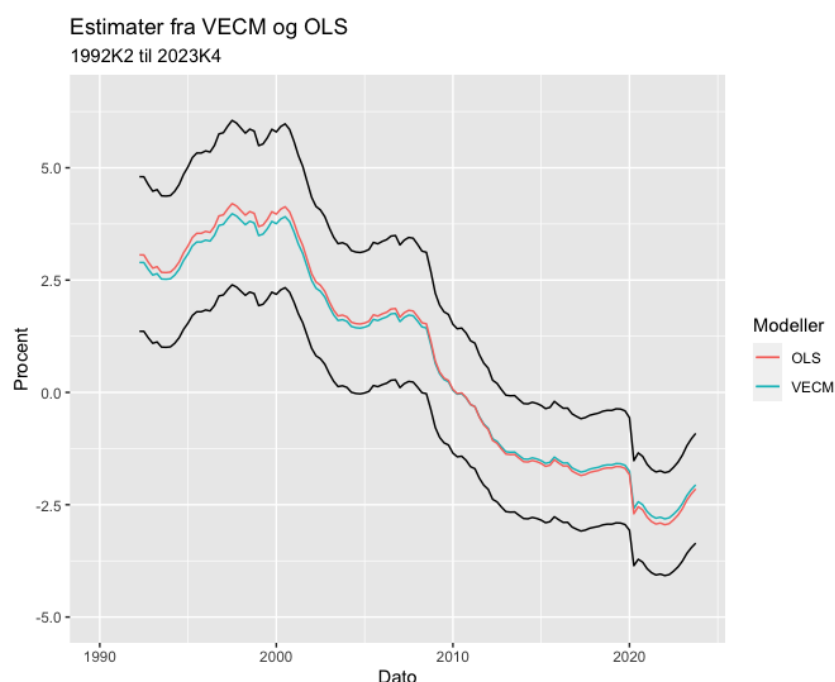
Ligning 5.3 er dermed den estimerede version af ligning 3.19.

Som beskrevet i afsnit 3.3.2, kan M1-omløbshastigheden, V_t , ses som den permanente komponent af den korte rente, og den permanente komponent af den korte rente, R_t^P , kan ses som værende den naturlige rente R_t^N . Ud fra estimering med OLS, som beskrevet i afsnit 4.3, er ligning 3.20-3.21 for den naturlige rente estimeret til følgende:

$$\hat{R}_t^P = -4.315 + 2.06 * V_t \quad (5.4)$$

Plottes de to estimerede modeller med data for M1-omløbshastigheden opnås en tidsserie for den naturlige nominelle rente. Derefter trækkes den gennemsnitlige PCE-inflation¹ fra tidsserien for den nominelle naturlige rente, og en ny tidsserie for den reale naturlige rente opnås. Den estimerede naturlige realrente fra de to modeller er plottet i nedenstående figur 5.1 med tilhørende 90-procent konfidensinterval (der er konstrueret på baggrund af bootstrapping, som beskrevet i afsnit 4.4.1).

Figur 5.1 Estimerer for den naturlige rente



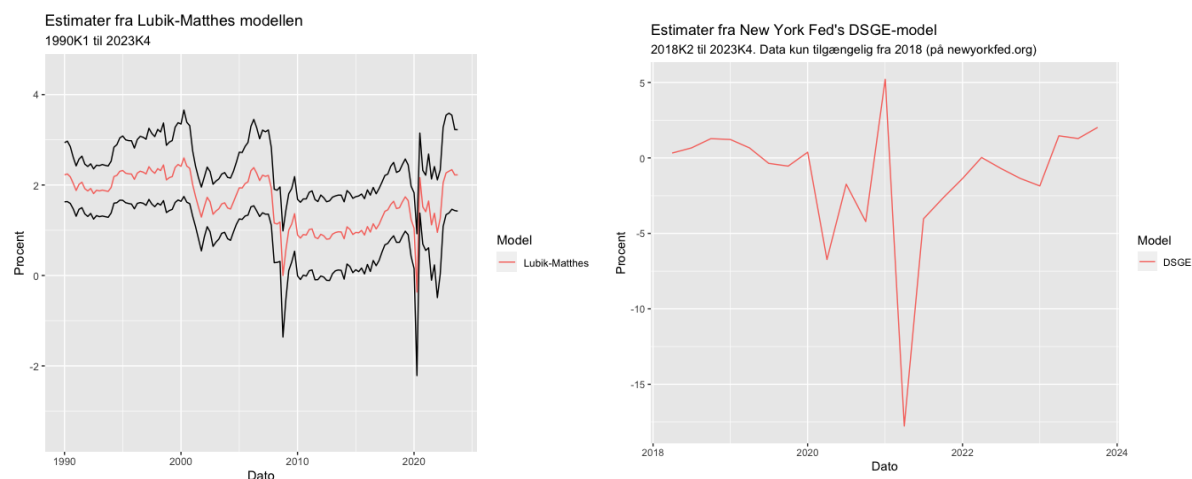
Som det ses af figur 5.1, er estimerterne fra VEC-modellen og OLS-estimationen tæt på identiske. Derudover viser estimerterne, at den naturlige rente er faldet siden 00'erne. Under coronaperioden er den naturlige rente faldet til et historisk lavpunkt, hvorefter den langsomt er begyndt at stige mod sit før-coronaniveau. I 4. kvartal 2023 viser VEC-modellen og OLS-estimerterne en naturlig rente på henholdsvis -2,06 procent og -2,15 procent, hvilket er lavere end før-coronaniveauet på -1,75 procent og -1,83 procent. Det ses desuden, at estimerterne er forbundet med relativ stor usikkerhed, da konfindensintervallet er relativt bredt. Ifølge OLS-estimerterne kan den naturlige rente i 4. kvartal 2023 med 90 procent sandsynlighed ligge mellem -3,36 og -0,91 procent.

Ses der på modellen fra Lubik & Matthes (2015), som til dels også fanger cykliske faktorer, ligger den neutrale rente på 2,23 procent i 4. kvartal 2023, hvilket fremgår af figur 5.2 a) nedenfor.

¹Som fra 1992K2 til 2023K4 er estimeret til 2,11 procent.

I figuren er estimerne også plottet med et 90-procent konfidensinterval. I lighed med OLS-estimerne er konfidensintervallet relativt bredt, og ifølge modellen kan estimerne med 90 procent sandsynlighed ligge i intervallet 3,22 procent og 1,42 procent. Modellen viser også et stort fald under coronapandemiens udbrud, men i modsætning til VECM og OLS-estimerne, viser modellen, at den neutrale rente steg relativt hurtigt igen, og at den i 2023K4 ligger over niveauet før corona, hvilket var på 1,05 procent (1/1/2020).

Figur 5.2 Estimer med cykliske komponenter



(a) Estimer fra Lubik-Matthes modellen

(b) Estimer fra DSGE-modellen

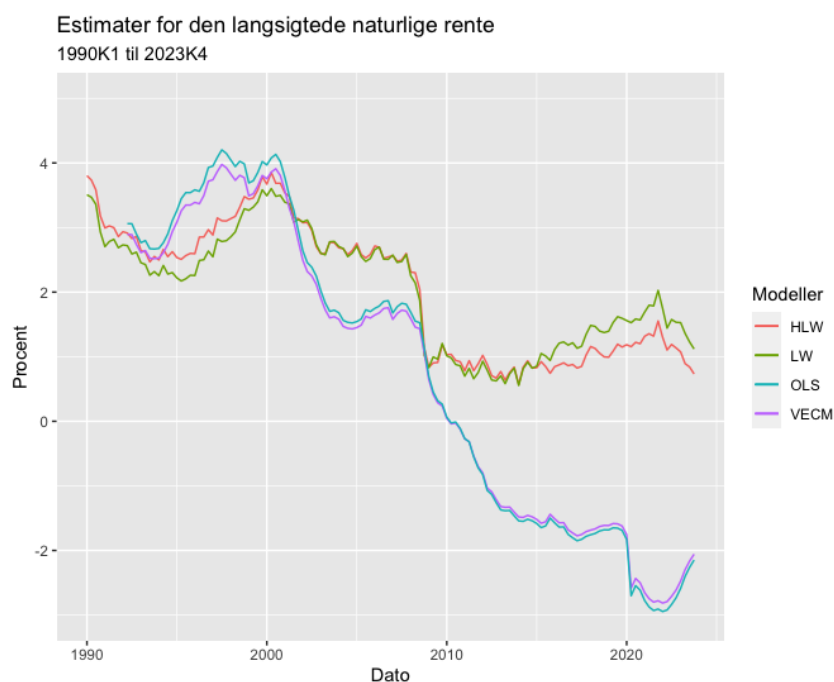
Af figur 5.2 b) ses det også, at estimerne fra DSGE-modellen fra New York Fed har været meget volatile gennem coronaperioden. Estimerne viser, at den neutrale rente er steget efter coronapandemien, hvor den er gået fra at være 0,378 procent før corona til at være 2,023 procent efter corona.

I nedenstående figur 5.3² sammenlignes estimerne fra LW- og HLW-modellen med estimerne fra Benati-modellerne, da alle disse modeller estimerer den naturlige rente. Alle modellerne viser et fald i den naturlige rente siden 00'erne, men hvor LW- og HLW-modellen viser en relativ flad udvikling fra finanskrisen med en lille stigning op mod slutningen af 2021, viser Benati-modellerne et vedvarende fald fra finanskrisen frem mod 2022. Det ses, at estimerne for LW-modellen i 2023K4 ligger på 1,12 procent og HLW-modellen på 0,73 procent. Der er således over 3 procentpoint forskel på det højeste og laveste estimat fra de modeller, der forsøger at estimere den naturlige rente. Selvom estimerne fra LW- og HLW-modellen er højere end Benati-estimerne, viser de en faldende tendens efter corona, hvor Benati-estimerne viser en

²LW-estimer taget fra <https://www.newyorkfed.org/research/policy/rstar>

stigende tendens fra 2022K1, omend sidstnævnte fortsat er under niveauet før corona.

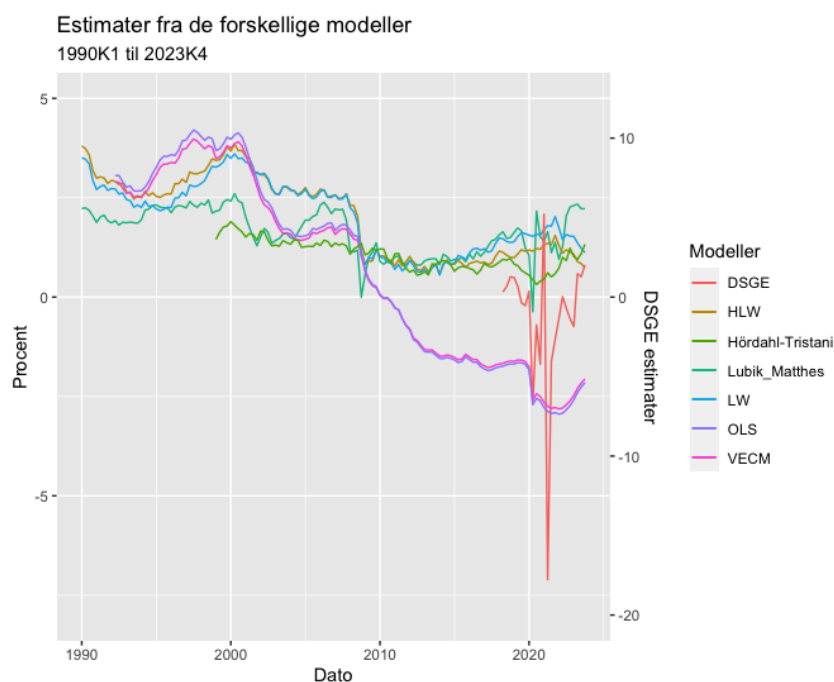
Figur 5.3 Estimer fra modeller der estimerer den naturlige rente



Figur 5.4 nedenfor viser estimerne fra alle modellerne inklusiv estimer fra den markedsbaserede model fra Hordahl & Oreste (2014), der er taget fra Beigno et al. (2024). Det ses, at LW-, HLW-, Lubik-Matthes- samt Hordahl-Tristani-estimerne er relativt identiske fra finanskrisen frem til 2015, hvorefter de begynder at divergere. I 2023K4 ses desuden den største divergens på tværs af alle modellerne, hvilket kan tænkes at afspejle, at effekter fra coronapandemiens forstyrrelser er forskellig fra model til model. Model estimerne svinger således mellem 2,23 til -2,15 procent. Som nævnt i delkonklusionen i afsnit 3.4, er der forskel på, hvilken del af r^* de forskellige modeller estimerer. LW-, HLW- samt Benati-modellerne estimerer den naturlige rente, r^n , det vil sige den langsigtede del af r^* jævnfør opdelingen i Nationalbanken (2023). DSGE-modellen fra New York Fed samt Lubik-Matthes modellen tager også den cykliske komponent, c^* , med i estimerne og giver derfor et billede af den samlede r^* . En stor del af forklaringen på forskellen mellem estimerne kan derfor tilskrives, hvorvidt modellerne medtager den cykliske komponent i udtrykket $r^* = r^n + c^*$ eller ej. Men, som illustreret i figur 5.2 samt 5.3, kan der også være store forskelle i estimerne, når der i sammenligningen tages højde for, hvorvidt modellerne hovedsageligt estimerer r^* eller r^n . Når det kommer til spørgsmålet om, hvorvidt r^* er steget efter coronapandemien eller ej, ser svaret ud til at være ja. Den langsigtede naturlige del af r^* , r^n , ser dog ikke ud til at være steget efter corona, men viser i stedet tegn på en lavere

naturlig rente.

Figur 5.4 Estimer fra diverse modeller (Hördahl-Tristani estimer taget fra Beigno et al. (2024))



Refereres der igen til udtrykket $r^* = r^n + c^*$ fra Nationalbanken (2023), ser det således ud til, at r^* er steget på grund af den kortsigtede og cykliske del af r^* , c^* . I det følgende vil der blive dykket dybere ned i drivkræfterne bag den kortsigtede del af r^* for at afdække, hvorfor den kortsigtede og cykliske komponent, c^* , har presset den samlede r^* op efter corona.

5.2 Kortsigtede drivkræfter - pandemi, krig og inflation

I figur 3.2 i afsnit 3.2.2 blev de kortsigtede drivkræfter af r^* illustreret. Som nævnt kan den kortsigtede del af r^* (fra nu af c^*) stige eller falde som følge af både en ændring i det naturlige (eller potentielle output), Y^n , eller som følge af den samlede efterspørgsel (det faktiske output). Der tages derfor udgangspunkt i, hvilke faktorer der kan have påvirket disse to under og efter coronapandemien.

I Gottfries (2013) er $(C + I)$ -kurven, dvs. det faktiske output, givet som:

$$Y = C(Y, Y^n, i - \pi^e, A) + I(i - \pi^e, Y^e, K)$$

og det naturlige niveau for output er givet ved:

$$Y^n = F(K, E(1 - u^n)L)$$

Forbruget afhænger af den samlede produktion eller indkomst, forventet fremtidig indkomst, den reale rente samt formuen. Investeringerne afhænger også af den reale rente, den forventede fremtidige indkomst samt den eksisterende mængde af kapital. Det naturlige niveau for output afhænger af beholdningen af kapital, størrelsen på arbejdsstyrken, det naturlige niveau for arbejdsløsheden samt teknologi/produktivitet.

I det følgende anvendes ovenstående relationer til at undersøge, hvordan coronapandemien kan have påvirket c^* .

5.2.1 Corona, nedlukning og arbejdsmarkedet

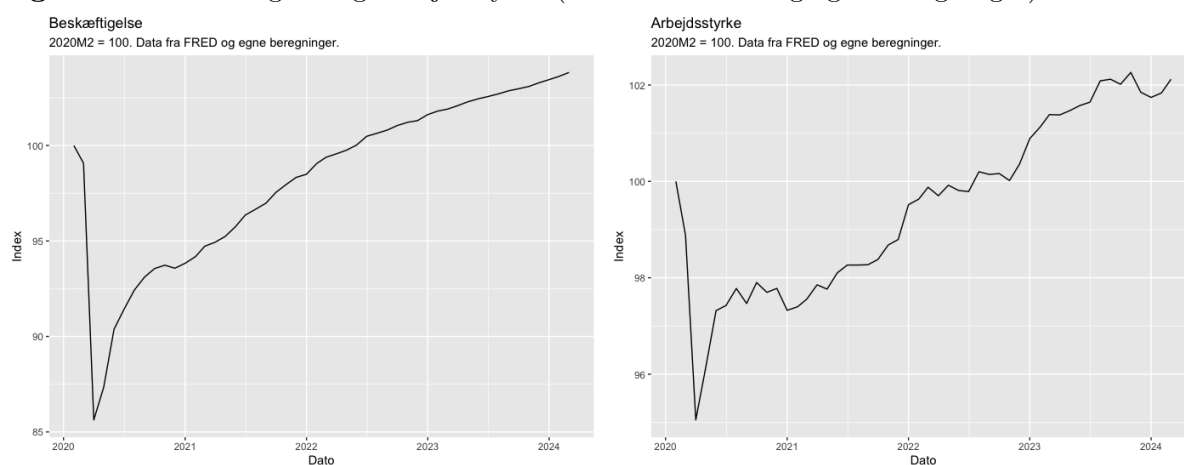
Med udbruddet af coronapandemien i 2020 og de tilhørende nedlukninger oplevede den amerikanske økonomi historisk stor arbejdsløshed samt et stort fald i beskæftigelsen, som illustreret i figur 5.5 nedenfor. Arbejdsløsheden begyndte dog relativt hurtigt at falde igen, men nåede først tilbage til sit før-coronaniveau i juli 2022 (FRED 2024). Beskæftigelsen var først tilbage på før-coronaniveau i juni 2022 (figur 5.5 a). Det var dog ikke kun beskæftigelsen og arbejdsløsheden, der blev påvirket - også arbejdsstyrken faldt og var under før-coronaniveau indtil midten af 2022 (figur 5.5 b). Som det ses af figur 5.5 c), var det først i 2023, at deltagelsesgraden blandt 25-54 årige kom tilbage til før-coronaniveau, og ses der på den samlede deltagelsesgrad, er den endnu ikke kommet på niveau, hvilket kan indikere, at en del af den ældre befolkning aldrig er kommet tilbage til arbejdsstyrken efter corona. Derudover har en normalisering i immigrationen bidraget til, at arbejdsstyrken er normaliseret i 2023 trods lavere samlet deltagelsesgrad (Powel 2023).

Genopretning af økonomien, når det kommer til aktivitetstal, gik dog noget hurtigere. Forbrug og investering var allerede tilbage på før-coronaniveau i andet halvår af 2020 og output var tilbage ved indgangen af 2021, som det ses af figur 5.6. Der har således været mismatch i timingen af genopretningen i en væsentlig udbudsfaktor, arbejdsmarkedet, og genopretningen af den samlede efterspørgsel. Den hurtige genopretning i den amerikanske økonomi kan til dels tilskrives de lidt ukonventionelle finanspolitiske tiltag under corona. I USA blev den største hjælpepakke CARES Act³ implementeret den 27. marts 2020 og endte i hele 2,3 billioner USD (ca. 11 procent af BNP) (IMF 2021). Med CARES Act fik personer med en individuel indkomst

³Coronavirus Aid, Relief and Economic Security Act.

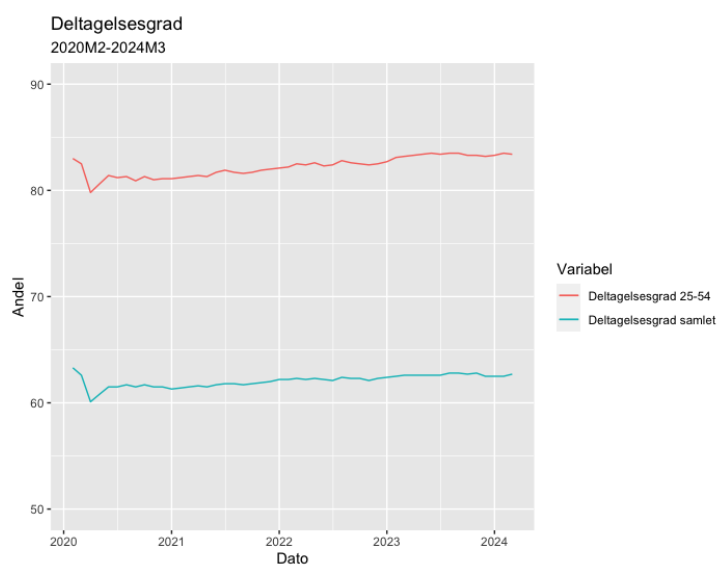
på 75.000 USD eller under en engangsoverførsel på 1.200 USD per person samt 500 USD per barn (senere 600 USD oveni med CAA og 1.400 USD med ARP) (Alpert 2023). Personer, der ellers ikke havde ret til arbejdsløshedsunderstøttelse, såsom freelancere, personer på orlov eller med sæsonarbejde, fik desuden ret til understøttelsen, og perioden, hvori man kunne modtage understøttelsen, blev forlænget fra 26 uger til 39 uger.⁴

Figur 5.5 Beskæftigelse og arbejdsstyrke (Data fra FRED og egne beregninger)



(a) Beskæftigelse indekseret

(b) Arbejdsstyrke indekseret



(c) Deltagelsesgrad andel

⁴Udover hjælp til husholdninger blev der også givet lån til virksomhederne, hvoraf en stor del blev til 'gaver', da de ikke skulle betales tilbage (Blanchard 2023).

Udover forlængelse af perioden blev arbejdsløshedsunderstøttelsesbeløbet forhøjet med 600 USD per uge (senere 300 USD med CAA og ARP). Baseret på mikrodata finder et studie af Ganong et al. (2020), at 76 procent af dem, der havde ret til arbejdsløshedsunderstøttelsen mellem april og juli 2020, oplevede en kompensationsrate på over 100 procent, dvs. en kompensation der oversteg den tabte løn. Derudover viser studiet, at median kompensationsraten var 145 procent af den tabte løn, og for de 10 procent laveste indkomster var den hele 300 procent. Den del af befolkningen, som traditionelt anses for at have den største forbrugstilbøjelighed, oplevede altså decideret fremgang i indkomsten under corona, til trods for at arbejdsløsheden steg markant. Udover CARES Act blev 'Impact Aid Coronavirus Relief Act' på 870 mia. USD samt 'American Rescue Plan' (ARP) på 1,9 mia. USD indført i henholdsvis december 2020 og marts 2021.

Figur 5.6 Output, forbrug og investeringer (Data fra FRED og egne beregninger)

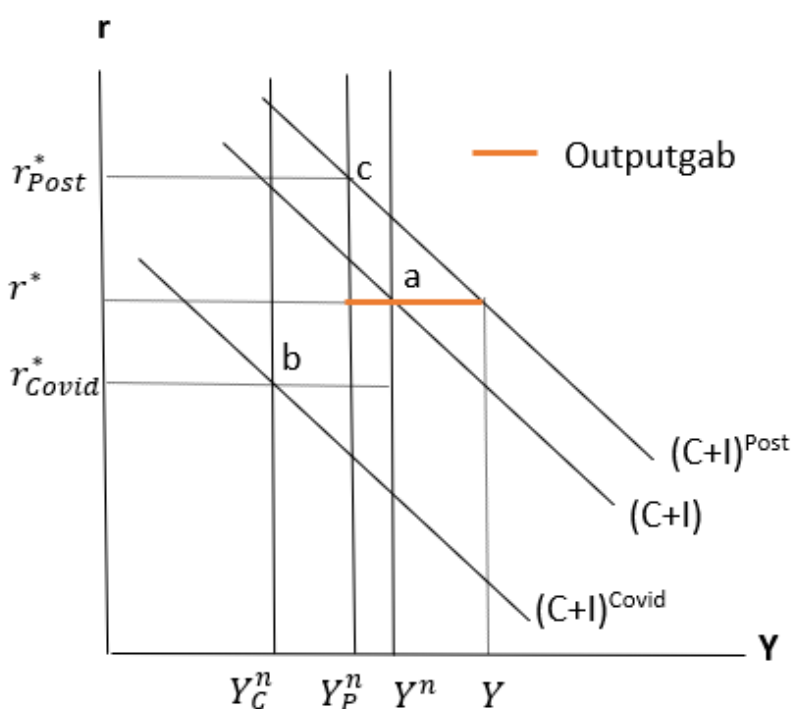


Effekt på Y^n og samlet efterspørgsel

Sættes det i relation til figur 3.2, vil den lavere arbejdsstyrke og beskæftigelse have påvirket det potentielle output negativt i en periode. Derudover vil udbudsforstyrrelser i forbindelse med coronapandemien også påvirke det potentielle output negativt. Omvendt er den samlede efterspørgsel kommet sig hurtigt i samme periode. I nedenstående figur 5.7 er dette forsøgt illustreret. Da corona-chokket ramte, rykkede det både Y^n -kurven samt $(C + I)$ -kurven til venstre (til henholdsvis Y_C^n og $(C + I)^{Covid}$), som resulterede i en ny ligevægt i punktet b. I dette punkt er det antaget, at det naturlige output er blevet påvirket mindre negativt end efterspørgslen, hvorfor Y^n -kurven er rykket mindre til venstre end $(C + I)$ -kurven, hvilket betyder, at den neutrale rente er faldet til r_{Covid}^* . Hvis den pengepolitiske rente fastholdes på

niveau med r^* , medfører det et negativt outputgab. Den hurtige genopretning af efterspørgslen betyder, at $(C + I)$ -kurven rykker til højre til $(C + I)^{Post}$, mens den langsommere genopretning af arbejdstyrken samt andre udbudsfaktorer betyder, at Y^n ikke rykker helt så hurtigt mod sit initiale niveau, men blot til Y_P^n . Det vil betyde, at den neutrale rente stiger til r_{Post}^* , og hvis mismatchet er stort nok, kan det resultere i, at den neutrale rente ligger højere end før corona. Fastholdes den pengepolitiske rente på et niveau, der svarer til r^* eller endda r_{Covid}^* , vil det medføre et positivt outputgab, som illustreret ved den orange streg i figuren. Figuren illustrerer også, at den faktiske rente skal stige til r_{Post}^* for at lukke outputgab.

Figur 5.7 Illustration af mismatch mellem udbud og efterspørgsel (Egen fremstilling med inspiration fra Gottfries (2013))



I Blanchard (2023) opstilles et hurtigt regnestykke, hvor outputgabet sættes i relation til effekten af den finanspolitiske pakke ARP, der af Biden administrationen blev indført i marts 2021, og som løb op i 1,9 billioner USD. Blanchard (2023) antager på baggrund af en hurtig mellemregning, at det estimerede outputgab i 2020K4 var på -4,2 procent, hvilket svarer til ca. 900 mia. USD. Det nævnes, at dette estimat er klart overvurderet, da det potentielle output på grund af udbudsrestriktioner i forbindelse med Covid-19 har været reduceret. Det antages derfor, at det potentielle output i 2021 fortsat var 1-procent mindre relativt til det potentielle

output i fravær af coronapandemien, og at outputgabet derfor i 2021 var på 680 mia. USD.⁵ På baggrund af gennemsnitsværdier for multiplikatorer fra 'the Council of Economic Advisers', vurderes multiplikatoreffekten at være 1.2, hvilket betyder, at ARP estimeres til at have skabt en efterspørgsel på 2,1 mia. USD. Det vil sige, at den finanspolitiske stimuli var 3-4 gange større end det estimerede outputgab. Anvendes det laveste estimat for multiplikatoren på 0,4 ville den estimerede multiplikatoreffekt fortsat være større end det estimerede outputgab, og anvendes det højeste på 2.0 ville multiplikatoreffekten være meget større. Derudover kan effekten af tidligere pakker tillægges effekten fra ARP, som fx 'Impact Aid Coronavirus Relief Act' på 870 millioner samt CARES Act, hvor der efter sidstnævnte blev sparet ca. 1,6 billioner mere op hos husholdningerne (de såkaldte 'Excess Savings'), der kunne anvendes til forbrug. Selv med konservative antagelser for multiplikatorer samt forbrug ud af den akkumulerede opsparing, vil stigningen i den samlede efterspørgsel have været større end det estimerede outputgab og dermed have trukket den neutrale rente op.

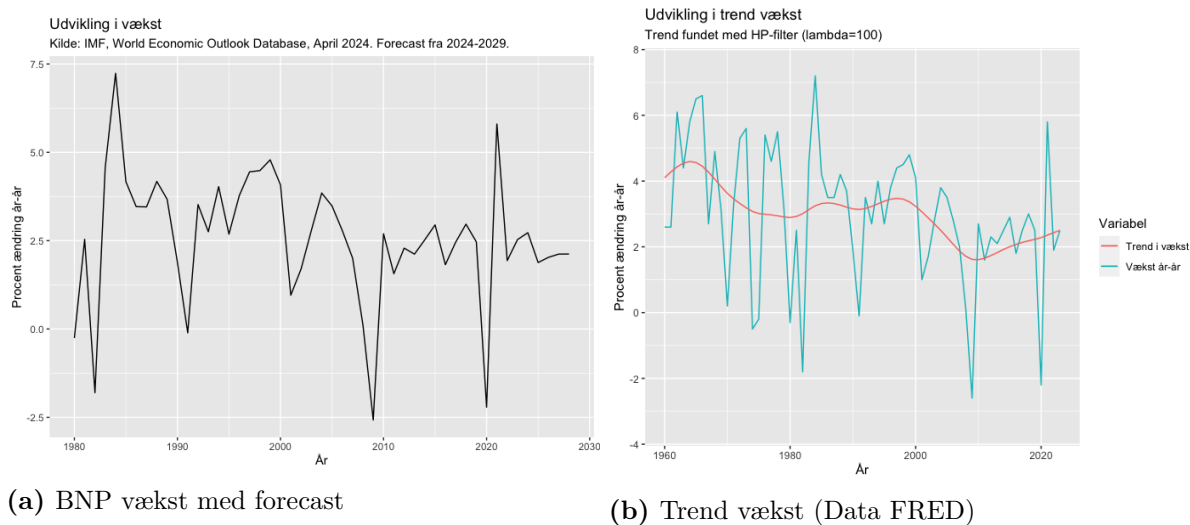
5.3 Langsigtede drivkræfter

Som illustreret i figur 5.3, viser estimerne, at den naturlige rente (den langsigtede del af r^*) ikke er steget efter coronapandemien, og at den fortsat ligger på et historisk lavt niveau. I det følgende ses der på udviklingen i nogle af de underliggende faktorer, som driver den naturlige rente.

Som nævnt i afsnit 3.2.1, vil væksten have betydning for det langsigtede niveau for renten, da forventningen om lavere vækst vil betyde lavere indkomst i fremtiden og dermed sætte opadgående pres på opsparingen og derfor nedadgående pres på r^n , som illustreret i figur 3.1. Ses der på trendvæksten for den amerikanske økonomi, har den været faldende siden 1960'erne (jævnfør figur 5.8 nedenfor).⁶ Den underliggende vækst drives blandt andet af vækst i produktiviteten, som har været faldende siden 1970'erne i de avancerede økonomier (Nationalbanken 2023). Ifølge forecast fra IMF World Economic Outlook Database, ser væksten i de kommende år ikke ud til ligge på et højere niveau.

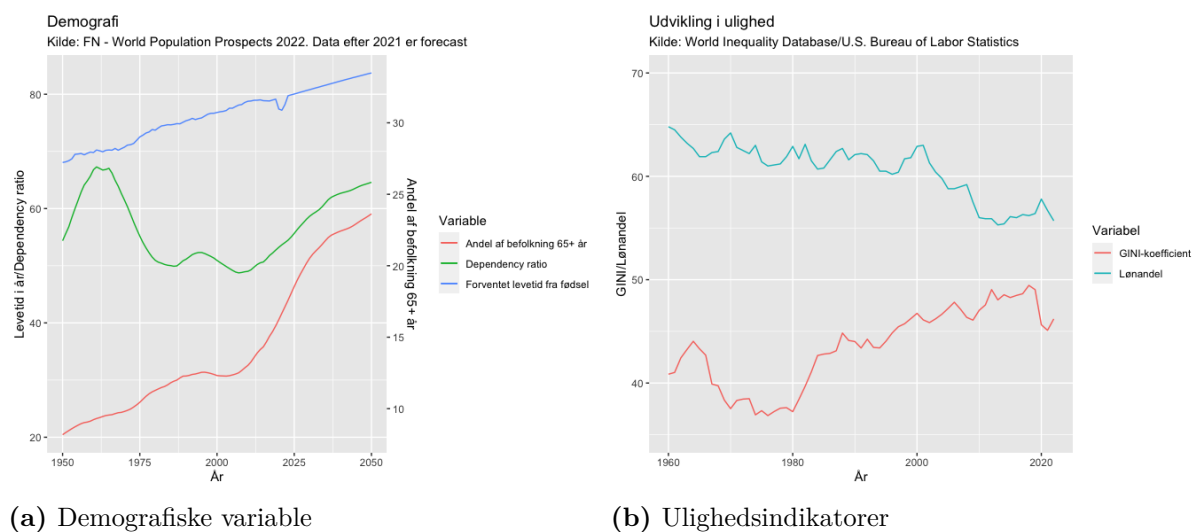
⁵Estimer fra IMF World Economic database fra oktober 2023 viser, at outputgabet faktisk var positivt (1,466-procent) i 2021.

⁶Trendvæksten er udregnet ved brug af et HP-filter, hvor λ værdien er sat til 100, da der anvendes årligt data, hvilket er standard ifølge Enders (2015). Se appendiks for gennemgang af HP-filter.

Figur 5.8 Udvikling i væksten

Den demografiske udvikling med lavere fertilitet, flere ældre, længere levetid samt højere afhængighedsrate⁷ ser ikke ud til at have ændret sig, og vil formenlig heller ikke gøre det i den nærmeste fremtid, jævnfør nedenstående figur 5.9. Længere levetid vil fortsat kunne sætte opadgående pres på opsparingen, da der spares op over flere år, og da der skal spares mere op til pension. Flere ældre og relativt færre i den arbejdsdygtige alder (stigende afhængighedsrate) kan betyde lavere afkast af kapital og dermed påvirke investeringslysten negativt. Begge elementer kan lægge et nedadgående pres på r^n (Auclert et al. 2021). Dog kan en lavere andel af befolkningen i den arbejdsdygtige alder betyde, at der spares mindre op, og hvis den generation, der har sparet meget op (baby-boomers), begynder at bruge af sin opsparing, kan det lægge nedadgående pres på opsparingen og et opadgående pres på den naturlige rente (se diskussion).

⁷Direkte oversat fra *dependency ratio*, som betyder andelen af befolkningen, der ikke er i den arbejdsdygtige alder, men fortsat er afhængig af økonomisk output. Her er det andelen af befolkningen fra 0-15 år og over 65 år.

Figur 5.9 Udvikling i demografiske forhold og ulighed

Uligheden har været stigende siden 1980'erne, når man ser på to ulighedsindikatorer som GINI-koefficienten og lønandelen af indkomsten. Ovenstående figur 5.9 b) viser, hvordan lønandelen har været faldende siden 1960'erne, men især siden år 2000. GINI-koefficienten⁸ har været stigende siden 1980'erne, men er faldet efter coronapandemien.⁹ Det relativt store fald skal dog ses i lyset af de store hjælpepakker og den direkte økonomiske støtte til især de lavest lønnede under corona. Den større ulighed lægger nedadgående pres på r^n , da mere velstående husholdninger sparer en større andel af deres indkomst op, hvilket lægger et opadgående pres på opsparingen i økonomien (Nationalbanken 2023). Ifølge Platzer & Peruffo (2022) står den stigende ulighed, den demografiske udvikling samt faldende produktivitetsvækst for størstedelen af faldet i r^n de seneste år.

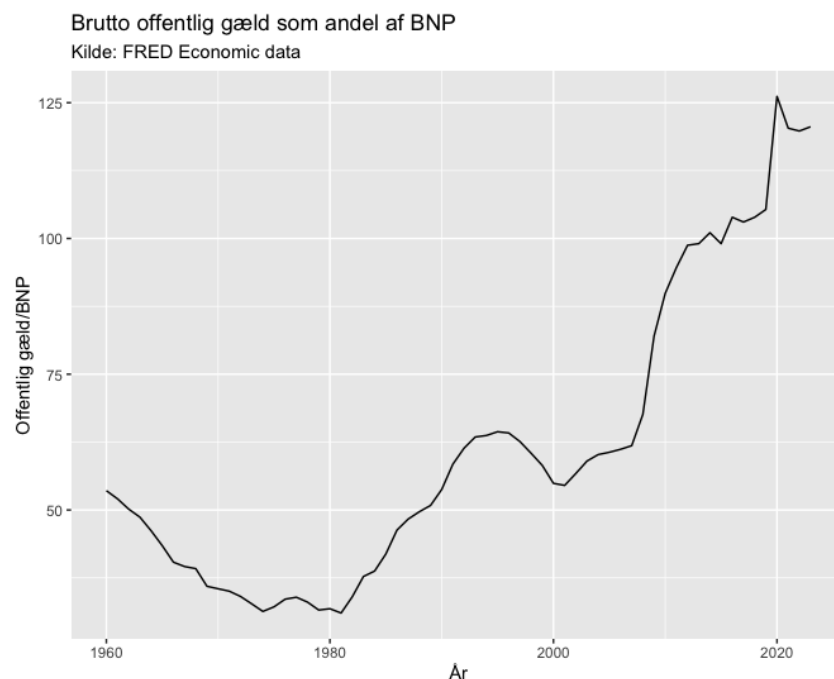
I modsætning til ulighed, demografi samt produktivitet har den offentlige gæld ifølge Platzer & Peruffo (2022) trukket r^n op over de seneste år. Som det ses af nedenstående figur 5.10, er den offentlige gæld som andel af BNP steget kraftigt siden år 2000, og accelererede da også yderligere med de store finanspolitiske hjælpepakker under coronapandemien. Hvorvidt en stigning i offentlig gæld som andel af BNP påvirker r^n i den amerikanske økonomi afhænger af, hvem der køber denne gæld. Er det hovedsageligt amerikanere, der køber gælden, vil effekten på den naturlige rente være mere neutral, da den højere gæld bliver mødt af en højere indenlandsk opsparing. Hvis det i højere grad er udlandet, der køber gælden, vil det derimod skubbe den

⁸En GINI-koefficient på 0 betyder ingen ulighed og på 100 absolut ulighed.

⁹En af grundene til det store fald er, at GINI-koefficienten her er opgjort på baggrund af indkomst data efter skatter og offentlige ydelser. Som nævnt tidligere oplevede personer med laveste indkomst den største kompensationsrate under coronapandemien.

naturlige rente op, da det højere udbud af gæld ikke modsvares af en højere opsparing i den indenlandske økonomi (Brand et al. 2023).¹⁰

Figur 5.10 Udvikling i offentlig gæld



Udviklingen i nogle af de underliggende faktorer, der har drevet det nedadgående pres på r^n , ser således ikke ud til at have ændret sig betydeligt, og det giver derfor mening, at estimaterne for den naturlige rente fortsat er på historisk lave niveauer. I det følgende vil der dog være en diskussion af, hvordan de underliggende faktorer måske kan trække den naturlige rente i opadgående retning i de kommende år.

¹⁰Det kommer dog også an på, hvor stor efterspørgslen efter den amerikanske statsgæld er. Hvis efterspørgslen vokser det samme som udbuddet, påvirker det ikke nødvendigvis renten på statobligationer i opadgående retning.

Diskussion

I det følgende afsnit diskuteres først, hvilke faktorer der vil kunne trække den naturlige rente op i de kommende år. Derefter vil der være en diskussion af begrebet den naturlige rente, samt hvorvidt konceptet egner sig som policy guide.

6.1 Den naturlige rente fremover

I både Blanchard (2023) samt Auclert et al. (2021) argumenteres der for, at den demografiske udvikling, med en aldrende befolkning som vist i figur 5.9 a), også fremover vil bidrage til højere opsparing og dermed sætte nedadgående pres på r^n . Også i Platzter & Peruffo (2022) konkluderes det, at den naturlige rente vil fortsætte med at falde og nå et lavpunkt i 2030, hvorefter den vil stige lidt og stabilisere sig omkring 1-procent, hvilket fortsat er lavt set i forhold til før finanskrisen (se figur 5.3).¹ Samme holdning findes i Obstfeld (2023), der argumenterer for, at den naturlige rente fortsat vil være lav i de kommende år, da lav vækst, usikkerhed samt demografi vil trække den ned. Det pointeres derfor i Obstfeld (2023), at den effektive nedre grænse for renten igen vil kunne blive en udfordring for pengepolitikken. Selvom den nuværende udvikling i de underliggende drivkræfter for den naturlige rente ikke ser ud til at have trukket r^n højere efter coronapandemien, er der ifølge Goodhart & Pradhan (2020), og i modsætning til ovennævnte, en række faktorer, der kan trække op i den naturlige rente fremover.

I Goodhart & Pradhan (2020) argumenteres der for, at den demografiske udvikling vil kunne trække den naturlige rente op i den nærmeste fremtid. I Goodhart & Pradhan (2020) påpeges

¹Stigningen til 1-procent er ifølge Platzter & Peruffo (2022) på grund af stigende offentlig gæld, samt at baby-boomers generationen begynder at bruge af deres opsparing.

det, at integrationen af Kina² og Østeuropa i det globale handelssystem, har udgjort et stort globalt arbejdsudbudschok. Liberalisering samt færre handelsbarrierer har gjort det muligt for virksomheder at udnytte det globale udbudschok i perioden 1990-2017, hvorfor globaliseringen har været stigende i samme periode. Det globale udbudschok skyldtes ikke kun integrationen af Kina og Østeuropa, men også at afhængighedsraten faldt i de udviklede økonomier med 'baby boomer'-generationens indtræden på arbejdsmarkedet fra 1960'erne og frem (se figur 5.9 a)). Derudover kom flere kvinder ind på arbejdsmarkedet. Disse faktorer skabte i følge Goodhart & Pradhan (2020) et massivt arbejdsudbudschok, der medførte, at det effektive arbejdsudbud for verdens handelssystem mere end fordoblede fra 1991-2018. Dette har ført til, at arbejdskraften i specielt de udviklede økonomier har haft lavere forhandlingsstyrke, som har resulteret i en lavere reallønsvækst til især de lavtuddannede samt lavere lønandel (og større profitandel), og den indenlandske ulighed (herunder uligheden i USA) er generelt steget, hvorimod den globale er faldet. Disse elementer har bidraget til et deflationært pres samt nedadgående pres på renterne i de udviklede økonomier. Goodhart & Pradhan (2020) argumenterer for, at økonomierne står overfor en vending, hvor faldende fødselsrater, stigende forventet levetid samt aldrende befolkning (og voksende antal pensionister over 65 år) vil reducere væksten i arbejdsstyrken over de næste tre til fire årtier, og der vil ligefrem være et decideret absolut fald i arbejdsstyrken i nogle lande herunder Kina og en del europæiske lande. Den faldende vækst i globaliseringen (blandt andet også på grund af geopolitisk uro og 'homesourcing') vil forstærke effekten af den aldrende befolkning, på samme måde som den stigende globaliseringen forstærkede den faldende afhængighedsrate i perioden før 2018.

Den voksende afhængighedsrate vil skabe et inflationært bias, ligesom den faldende afhængighedsrate har medvirket til et deflationært bias (Goodhart & Pradhan 2020). Grunden til dette er, at en højere afhængighedsrate betyder, at der vil være en større andel af personer, som forbruger mere end de producerer, hvilket bidrager til mismatch mellem udbuds- og efterspørgselsfaktorer i økonomien. Det lavere arbejdsudbud vil påvirke arbejdskraftens forhandlingsstyrke positivt, hvilket kan bidrage til forbedret realløn samt stigende lønandel, hvorfor den indenlandske ulighed vil blive mindre, men det vil også skabe et inflationært pres (højere enhedsomkostninger). Lavere ulighed vil, som forklaret tidligere, presse den samlede opsparing ned og dermed den naturlige rente op. Den højere afhængighedsrate kan desuden betyde, at der sker et skred i andelen, der bruger af sin opsparing relativt til andelen, der sparer op, hvilket vil sætte nedadgående pres på opsparingen og dermed opadgående pres på den naturlige rente. Goodhart

²Som oplevede en stor stigning i den arbejdsdygtige alder i perioden 1990-2017.

& Pradhan (2020) argumenterer således for, at investeringspresset vil forblive højere end opsparingspresset og dermed bidrage til højere naturlig rente i fremtiden. To argumenter taler for højere investeringspres trods lavere arbejdsstyrke: Efterspørgslen efter beboelse vil forblive relativt høj, da ældre vil blive i deres boliger, og yngre husholdninger vil skabe efterspørgsel efter nye boliger. Erhvervssektoren vil desuden investere i kapital for at øge kapital-arbejdskraftsraten for derigennem at øge produktiviteten.

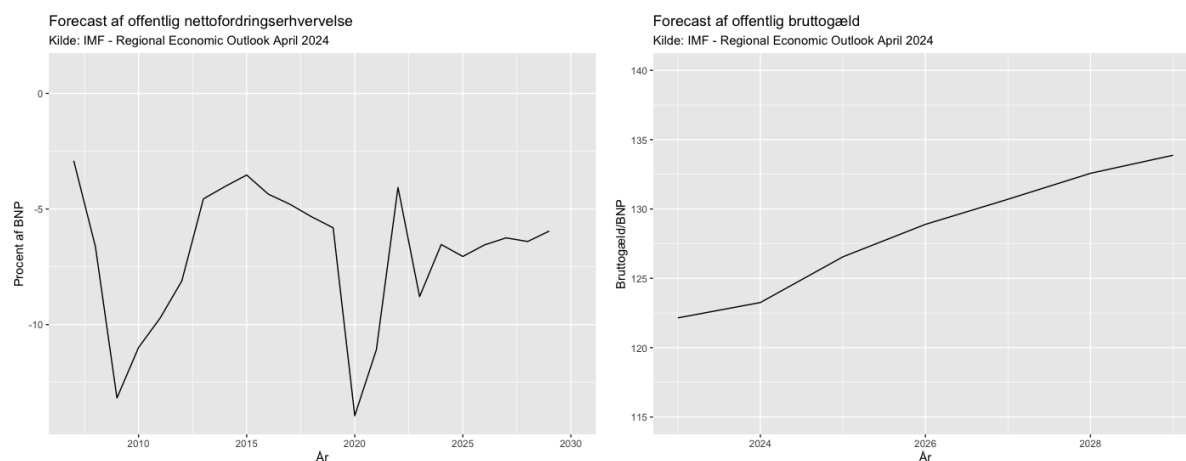
Udover ovenstående to argumenter for at investeringspresset kommer til at ændre balancen mellem opsparing og investering, er den grønne omstilling, som vil kræve massive investeringer fremover for at nå de officielle klimamål (Nationalbanken 2023). Klimaforandringer og deraf afledte ødelæggelser vil dog bidrage til at sænke afkastet af kapital, som kan sætte nedadgående pres på den naturlige rente. Styrken på de to modsatrettede kræfter afgør, hvorvidt klimaforandringer og grøn omstilling vil bidrage til højere eller lavere naturlig rente fremover. Derudover kan AI medføre større investeringsaktivitet i en kortere eller længere periode og kan potentielt medføre højere produktivitetsvækst og vækstrater fremover, som vil lægge opadgående pres på den naturlige rente (Obstfeld 2023).

En anden faktor, der kan påvirke den naturlige rente fremover, er den offentlige gæld, hvilket også relaterer sig til den demografiske udvikling med højere afhængighedsrate. Hvis det offentlige skal forsørge flere ældre, eller der skal anvendes flere ressourcer på medicin, pleje mm., kan det få finanspolitiske konsekvenser i form af budgetunderskud og betyde højere offentlig gæld. Offentlige investeringer til grøn omstilling samt militær oprustning som følge af den geopolitiske uro efter invasionen af Ukraine kan desuden lægge yderligere pres på den offentlige gæld, der desuden forventes at stige i den amerikanske økonomi, som det ses af figur 6.1 nedenfor. Som nævnt i afsnit 3.2.1 kan højere offentlig gæld bidrage til, at den samlede opsparing i økonomien bliver mindre, hvilket presser den naturlige rente op. Derudover kan det større udbud af sikre og likvide aktiver presse prisen på disse ned og dermed renten op. Falder den potentielle vækst i lande som fx Kina, blandt andet på grund af lavere arbejdsstyrke, kan det betyde, at der samlet vil blive sparet mindre op i disse lande, som kan sænke efterspørgslen efter sikre og likvide aktiver, hvilket vil presse prisen på disse yderligere ned og bidrage til højere rente (Nationalbanken 2023).

Der er ifølge Goodhart & Pradhan (2020) dog en række usikkerheder, der kan betyde, at den naturlige rente ikke stiger som følge af udviklingen i de nævnte faktorer. Den faldende arbejdsstyrke vil fx fortsætte med at trække ned i trendvæksten, som vil trække ned i den naturlige rente, medmindre der sker et uventet stort stød til produktiviteten. Hvis det offentlige

underskud bliver for stort og gælden uholdbar, kan det blive nødvendigt med en større skattebyrde eller at skære i de offentlige ydelser. Hvis lavere offentlige ydelser betyder færre ydelser relateret til pension, kan det øge incitamentet til at spare mere op til pensionstiden og dermed sætte et opadgående pres på opsparingen og et nedadgående pres på den naturlige rente. Hvis den forventede tid på pension stiger, kan det ligeledes medføre en større opsparing, der kan lægge et nedadgående pres på den naturlige rente (Goodhart & Pradhan 2020). Desuden kan stagnationen i globaliseringen vende. Lande som fx Indien og det samlede Afrika har ikke oplevet samme fald i fødselsrater, og i Indien ser andelen i den arbejdsdygtige alder ud til at stige (Goodhart & Pradhan 2020). Der kan derfor opstå et skifte fra produktionen i Kina til Indien, der kan sætte nedadgående pres på arbejdstyrkens forhandlingsstyrke og modvirke en stigning i lønandelen samt modvirke et inflationært pres fremover.

Figur 6.1 Udvikling og forecast af offentlig gæld



(a) Offentlig nettofordringserhvervelse

(b) Offentlig gæld/BNP

6.2 Den naturlige rente som policy guide

Ovenstående diskussion illustrerer, at der er usikkerhed om, hvorvidt underliggende faktorer vil presse opsparing og investering op eller ned over den kommende tid, og derfor også usikkerhed om hvorvidt den naturlige rente vil forblive historisk lav eller stige. Derudover illustrerer de forskellige estimater, at der er stor usikkerhed om det nuværende niveau for den naturlige rente. I det følgende fremlægges et argument, der sår tvivl om, hvorvidt selve opsparings- og investeringshypotesen er den drivende kraft bag den naturlige rente, samt om den naturlige rente er uafhængig af pengepolitikken.

Det teoretiske grundlag, der ofte ligger til grund for de forskellige estimater for den naturlige

rente, antager, at den naturlige rente er uafhængig af pengepolitikken, da det antages, at pengepolitikken er 'neutral' på lang sigt, da den antages ikke at påvirke reale variable på lang sigt. Derfor anses det vedvarende fald i reale renter de sidste 30 år hovedsageligt at skyldes et vedvarende fald i den naturlige rente (Borio et al. 2019). I Borio et al. (2019) fremsættes et andet argument, nemlig at pengepolitikken kan påvirke den finansielle cyklus, som kan påvirke reale variable i økonomien samt realrenter på længere sigt, og at den naturlige rente derfor ikke kan defineres uafhængigt af det pengepolitiske regime. Især ideen om at overskudsoopsparing har været højere end investeringer og dermed presset den naturlige rente ned, kritiseres i arbejdsrapporten.³ Borio et al. (2019) finder i stedet, at det i højere grad er det pengepolitiske regime, der kan forklare faldet i realrenter de sidste 30 år, i modsætning til balancen mellem opsparing og investering. I deres model er der et indbygget intertemporalt politisk trade-off: Lempelig pengepolitik i dag øger output på kort sigt, men bidrager også til at opbygge finansielle ubalancer, som genererer store output tab på længere sigt, når disse ubalancer bliver for store og skaber økonomisk ustabilitet med lavere (måske permanent) output til følge. Økonomiens sensitivitet overfor boom-bust cyklusser kan være høj eller lav afhængig af den pengepolitiske regel, og implikationerne for den langsigtede udvikling i output og realrenter kan være signifikante.

Det konkluderes i Borio et al. (2019), at den naturlige rente har nogle begrænsninger som pengepolitisk guide. Først og fremmest negligeres den finansielle cyklus i definitionen af den naturlige rente, hvorfor det pengepolitiske regimes rolle undervurderes i bestemmelsen af den naturlige rente. En given realrente kan ikke være en ligevægtsrente, hvis den genererer omkostningsfulde boom-bust cyklusser med vedvarende effekter på output. Derudover vil det faktum, at den naturlige rente måske er endogen med hensyn til pengepolitikken over en relevant tidshorisont, betyde, at den naturlige rente ikke er ligeså værdifuld som pengepolitisk guide. Der argumenteres for, at hvis den naturlige rente skal bruges som en praktisk pengepolitisk guide, så skal konceptet omkring den naturlige rente udvides til også at inddrage finansiell ligevægt. Gøres dette, vil det medføre, at finansielle ubalancer og de tilhørende makroøkonomiske omkostninger i højere grad kan undgås. I Juselius et al. (2016) gøres dette ved at definere to ligevægtsforhold: Et gearingsgab og et gældsserviceringsgab.⁴ Når

³Her tænkes især på ideen om at vedvarende lavere vækst efter finanskrisen sammen med 'the zero lower bound' på renter har presset investeringer ned, samt ideen om at den globale opsparing i udviklingslande samt efterspørgslen efter sikre og likvide aktiver har presset den naturlige rente ned.

⁴Gearingsgabets bygger på et ligevægtforhold mellem kredit-BNP raten og inflationsjusterede reale aktivpriser (herunder ejendomspriser og aktiepriser), og repræsenterer det positive forhold, der er mellem gæld og aktivpriser. Gældsserviceringsgabets bygger på et ligevægtsforhold mellem kredit-BNP raten og den gennemsnitlige lånerente på udestående gæld, som fanger forholdet mellem gæld og rentebetalinger, der bunder i, at lavere renter på udlån tillader husholdninger og virksomheder at servicere samme beholdning af gæld med en lavere indkomst på lang

disse to gab er lukket vil kredit-til-BNP raten, reale huspriser samt udlånsrenten tage værdier, der er konsistente med deres langsigtede ligevægtsniveauer, hvilket defineres som finansiel ligevægt.⁵ Herefter tilføjes disse to finansielle gab til et standard filtreringssystem sammen med makroøkonomiske relationer som i Holston et al. (2017), så både potentielt output samt den naturlige rente kan estimeres. De to estimater navngives: 'Finans-neutralt potentielt output' og 'finans-neutral naturlig rente'. Sidstnævnte vil nu være den realrente, der er konsistent med, at output er på sit potentielle niveau, inflationen er på målet og begge finansielle gab er lukket. I dette system er det både inflation og variable for den finansielle cyklus, der giver information omkring outputgabet samt den naturlige rente. Inden for denne ramme testes forskellige pengepolitiske regler: En Taylor-regel der kun responderer på output og inflation, og en Taylor-regel der også responderer på variable for den finansielle cyklus.⁶ Testen udføres ved brug af et kontrafaktisk eksperiment, hvor pengepolitikken sættes efter begge regler fra 2003K1 og frem, og effekten på forskellige variable sammenlignes. Resultaterne viser en forbedret output vej, der opstår, fordi pengepolitikken bidrager til at udjævne den finansielle cyklus (og dermed undgår for store booms og busts). Derudover viser det kontrafaktiske eksperiment også, at den finans-neutrale naturlige rente generelt ville have været højere de forgangne år samt ville være faldet mindre, end hvad Holston et al. (2017) modellen estimerer den naturlige rente til. Det betyder, at den faktiske realrente har været lavere end den neutrale rente en del af årene, hvilket har bidraget til at skabe et finansielt boom med efterfølgende bust. Dette afspejler, ifølge Juselius et al. (2016), den naturlige rentes endogenitet i forhold til pengepolitikken.

Et lignende eksperiment udføres i Krustev (2018), hvor den finansielle cyklus får lov at spille en rolle i estimeringen af modellen fra Laubach & Williams (2003). Her modelleres den naturlige rente som en funktion af en holdbar (og finans-neutral) vækst i output. Ideen bag at inddrage den finansielle cyklus er, at den kan påvirke den realøkonomiske aktivitet, men uden at skabe et inflationært pres, hvorfor der kan opstå en 'maskeret' overophedning af økonomien. I stedet vil en uholdbar ekspansion kunne aflæses i forøget kredit, vækst i aktivpriser samt balancer, der er presset til det yderste. Det pointeres, at kredit-booms ofte er sammenfaldende med over-trend output vækst samtidig med et lavt inflationært pres. Grunden til dette er blandt andet sameksistensen mellem positive udbudschok og kredit-boom-fasen, der skaber nedadgående pres på forbrugerpriser, men som samtidig understøtter booms i aktivpriser, der letter de

sigt (Juselius et al. 2016).

⁵Højere gældsserviceringsgab påvirker forbrug negativt og højere aktivpriser relativt til kredit kan påvirke både forbrugs- og kreditvækst.

⁶Hvor sidstnævnte regel tilføjer gældsserviceringsgabet til Taylor-reglen samt inddrager den finans-neutrale naturlige rente samt det finans-neutrale outputgab.

finansielle betingelser. LW-modellen udvides derfor til at inddrage information fra den finansielle cyklus, således IS-kurven kan give bedre information om konjunkturcyklussen, hvilket kan modvirke, at en eventuelt overophedning af økonomien ikke fanges i modellen. Krustev (2018) finder i lighed med den generelle litteratur, at den naturlige rente er faldet, blandt andet på grund af finansiell nedgearing. Den naturlige rente estimeres til at være faldet 1 procentpoint i forhold til sit langsigtede 'trend niveau' i 2008-14 som følge af vedvarende modvind fra den finansielle nedgearing, hvilket er i lighed med konklusionen om, at finansielle busts kan trække den naturlige rente ned.

På baggrund af resultaterne i Juselius et al. (2016) pointeres det i Borio et al. (2019), at den pengepolitiske reaktionsfunktion har stor betydning for det gennemsnitlige niveau for realrenter: En pengepolitisk regel, der ikke tager nok højde for finansiell stabilitet, vil medføre lavere renter i normale tider, men fører også til flere kriser, som fører til endnu lavere renter. Fra dette perspektiv kan de vedvarende lave renter efter finanskrisen ses som resultatet af en finansiell boom-bust cyklus, og det samme kan trend faldet i realrenter de forudgående årtier, da pengepolitikken har skullet rede krisesituationer gennem lavere renter.

Problemet med ovenstående pointe er, at den naturlige rente i mindre grad kan anvendes som pengepolitisk guide eller benchmark, hvis den er endogen med hensyn til pengepolitikken selv. I stedet for en unik eksogen ligevægt, som økonomien bevæger sig mod over tid, vil der pludselig være flere ligevægtsveje for output og reale renter, der afhænger af pengepolitikken.⁷ Det store fald i renterne vil i denne tankegang kunne fortolkes som, at økonomien har fulgt en uholdbar vej, som kan være resultatet af en række dårlige pengepolitiske beslutninger i fortiden.

Ifølge Borio et al. (2019) vil den naturlige rente som koncept skulle redefineres til også at medtage finansielle faktorer og inddrage finansiell ligevægt, hvis dens anvendelse som pengepolitisk guide skal være brugbar.

⁷Dette er konsistent med en post-Keynesiansk tankegang, hvor stiafhængighed er central i forhold den økonomiske udvikling.

Konklusion

Formålet med dette projekt har været at svare på problemformuleringen: *Er r^* steget i den amerikanske økonomi efter coronapandemien?* Den overraskende høje vækst i den amerikanske økonomi trods massive rentestigninger har ligget til grund for motivationen bag at undersøge dette spørgsmål. Givet forskellige definitioner af r^* i litteraturen, har det givet mening først at dykke ned i definitionen af r^* for at kunne svare mere præcist på problemformuleringen. Opsummerende kan r^* defineres som *den neutrale rente*, der er forenelig med en stabil inflations- og lønudvikling, når økonomien i udgangspunktet er på sit strukturelle (eller naturlige) niveau. Den indeholder både en langsigtet del, der defineres som *den naturlige rente*, samt en kortsigtet del, der afspejler cykliske forhold. Den langsigtede naturlige rente, r^n , er en realrente, der er renset for cykliske udsving, og er den realrente, som økonomien på sigt vil bevæge sig mod, når cykliske chok aftager i effekt. Denne definition minder om Wicksells definition af den naturlige rente, hvor Woodfords definition i højere grad beskriver den samlede neutrale rente, der både inkluderer langsigtede og cykliske forhold. De forskellige modeller estimerer forskellige dele af r^* , hvilket er en af årsagerne til, at der optræder forskellige estimater i litteraturen. Derudover bygger de forskellige modeller på forskellige teoretiske argumenter, som også bidrager til forskelle i estimaterne. Analysen i dette projekt finder, at *den neutrale rente*, r^* , er steget efter coronapandemien, men på grund af kortsigtede cykliske forhold. Coronapandemiens forstyrrelse i forsyningskæder samt store påvirkning af arbejdsmarkedet sammen med stor finanspolitisk stimuli har bidraget til at skubbe r^* op i den amerikanske økonomi. Til gengæld viser analysen, at den langsigtede del af r^* , altså *den naturlige rente*, ikke er steget efter coronapandemien. Selvom der er stor forskel på estimaterne fra de modeltyper, der estimerer den naturlige rente, viser disse samme 'trend' og indikerer ikke en stigning efter coronapandemien. På sigt, når de

cykliske udsving efter coronapandemien er aftaget, vil *den neutrale rente* blive trukket ned mod *den naturlige rente*. Har den naturlige rente ikke ændret sig, vil det betyde, at renteniveauet igen bliver trukket ned mod et lavt niveau, der kan medføre, at pengepolitikken igen kan blive udfordret med hensyn til den effektive nedre grænse (ZLB). De underliggende faktorer, der i en Ny-Keynesiansk tankegang påvirker opsparing og investering og derfor driver den naturlige rente, ser ikke ud til at have ændret sig efter coronapandemien, men der er usikkerhed samt uenighed om, hvorvidt disse faktorer i de kommende år vil trække den naturlige rente op eller ned, herunder især den demografiske udvikling, ulighed, oprustning samt effekterne af klimaforandringer og grøn omstilling. På trods af denne usikkerhed ser det dog ikke ud til, at *den naturlige rente* endnu er steget, hvorfor den langsigtede del ikke har trukket r^* op. Dog har cykliske faktorer trukket r^* op, hvorfor *den neutrale rente* er steget efter coronapandemien.

Litteratur

Alpert, G. (2023), 'U.s. covid-19 stimulus and relief', *Investopedia* .

URL: <https://www.investopedia.com/government-stimulus-efforts-to-fight-the-covid-19-crisis-4799723>

Amato, J. D. (2005), The role of the natural rate of interest in monetary policy, Working Paper 171, BIS.

URL: <https://www.bis.org/publ/work171.pdf>

Arnold, M. (2024), Interview with isabel schnabel, member of the executive board of the ecb, Interview, ECB.

URL: <https://www.ecb.europa.eu/press/inter/date/2024/html/ecb.in240207f5dd364a89.en.html>

Auclert, A., Malmberg, H., Martenet, F. & Rognlie, M. (2021), Demographics, wealth and global imbalances in the twenty-first century, Working Paper 29161, National Bureau of Economic Research.

URL: <https://www.nber.org/papers/w29161>

Baker, K., Casey, L., Del Negro, M., Gleich, A. & Nallamotu, R. (2023), 'The post-pandemic r*', *Liberty Street Economics* .

URL: <https://libertystreeteconomics.newyorkfed.org/2023/08/the-post-pandemic-r/>

Bang-Andersen, J., Risbjerg, L. & Spange, M. (2014), Penge, kredit og bankvæsen, Kvartalsoversigt 3. kvartal, Danmarks Nationalbank.

URL: <https://www.nationalbanken.dk/da/viden-og-nyheder/publikationer-og-taler/arkiv-publikationer/2014/penge-kredit-og-bankvaesen>

Beigno, G., Hofmann, B., Nuño Barrau, G. & Sandri, D. (2024), Qua vadis, r^* : The natural rate of interest after the pandemic, Bis quarterly review, BIS.

URL: <https://www.bis.org/publ/qtrpdf/rqt2403b.htm>

- Benati, L. (2020), 'Money velocity and the natural rate of interest', *Journal of Monetary Economics* 116, 117–134.
- Benati, L. (2021), A new approach to estimating the natural rate of interest, Discussion Papers 21-08, University of Bern, Department of Economics, Bern.
URL: <https://www.econstor.eu/handle/10419/242859>
- Blanchard, O. (2023), *Fiscal Policy under Low Interest Rates*, Cambridge: The MIT Press.
- Borio, C., Disyatat, P. & Rungcharoenkitkul, P. (2019), What anchors the natural rate of interest?, Working Paper 770, BIS: Monetary and Economic Department.
URL: <https://www.bis.org/publ/work777.pdf>
- Brand, C., Bielecki, M. & Penavler, A. (2023), The natural rate of interest: estimates, drivers and challenges to monetary policy, Occasional Paper 217, ECB.
URL: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpops/ecb.op217.en.pdf>
- Brand, C., Lisack, N. & Mazelis, F. (2024), Estimates of the natural interest rate for the euro area: An update, Economic Bulletin Issue 1/2024, ECB.
URL: <https://www.ecb.europa.eu/press/economic-bulletin/html/eb202401.en.htmltoc21>
- Brooks, C. (2023), *Introductory Econometrics for Finance*, 4th edn, Cambridge University Press.
- Chung, H., Del Negro, M., Ferreira, Thiagoand Fuentes-Alberto, C., Giannoni, M., Gonzalez-Astudillo, M. P., Guerrieri, L., Iacovielle, M., Koenig, E. F., Laforce, J.-P., Paustian, M., Pfajfar, D., Raffo, A. & Tambalotti, A. (2015), Estimates of short-run r^* from dsge models, Feds, Board of Governors of the Federal Reserve System.
URL: <https://www.federalreserve.gov/monetarypolicy/files/FOMC20151013memo04.pdf>
- Del Negro, M., Giannone, D., Giannone, M. & Tambalotti, A. (2017), Safety, liquidity and the natural rate of interest, Staff Reports 812, Federal Reserve Bank of New York.
URL: https://www.newyorkfed.org/research/staff_reports/sr812.html
- Enders, W. (2015), *APPLIED ECONOMETRIC TIME SERIES*, John Wiley Sons, Inc.
- FED (2020), 'Money stock measures (h.6)'.
URL: <https://www.federalreserve.gov/feeds/h6.html>
- FED (2024a), Monetary policy report, Reports 1063, Board of Governors of the Federal Reserve System.
URL: https://www.federalreserve.gov/publications/files/20240301_mpr_fullreport.pdf

FED, N. Y. (2024b), 'Measuring the natural rate of interest', *New York Fed* .

URL: <https://www.newyorkfed.org/research/policy/rstar/overview>

Fiorentini, G., Galesi, A., Perez-Quiros, G. & Sentana, E. (2018), The rise and fall of the natural interest rate, Working Paper 1882, Banco de España.

URL: https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3210707

FRED (2024), *Economic Data*.

URL: <https://fred.stlouisfed.org/>

Ganong, P., J. Noel, P. & S. Vavra, J. (2020), Us unemployment insurance replacement rates during the pandemic, Working Paper 27216, National Bureau of Economic Research.

URL: https://www.nber.org/system/files/working_papers/w27216/revisions/w27216.rev0.pdf

Goodhart, C. A. E. & Pradhan, M. V. (2020), *The great demographic reversal: Ageing Societies, waning inequality and an inflation revival*, 1th edn, Palgrave Macmillan.

Gottfries, N. (2013), *Macroeconomics*, Palgrave.

Gust, C., Johannsen, B. K., Lopes-Salido, D. & Tetlow, R. (2015), r^* : Concepts, measures and uses, Feds, Board of Governors of the Federal Reserve System.

URL: <https://www.federalreserve.gov/monetarypolicy/files/FOMC20151013memo02.pdf>

Holston, K., Laubach, T. & Williams, J. C. (2017), 'Measuring the natural rate of interest: International trends and determinants', *Journal of International Economics* 108(1).

Holston, K., Laubach, T. & Williams, J. C. (2023), Measuring the natural rate of interest after covid-19, Reports 1063, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports.

URL: <https://www.newyorkfed.org/medialibrary/media/research/economists/williams/HLW2023>

Hordahl, P. & Oreste, T. (2014), 'Inflation risk premia in the euro area and the united states', *International journal of central banking* 10(3), 1–47.

IMF (2021), 'Policy responses to covid-19', *IMF* .

URL: <https://www.imf.org/en/Topics/imf-and-covid19/Policy-Responses-to-COVID-19D>

IMF (2022a), Gloomy and more uncertain, World Economic Outlook Update July 2022, IMF.

URL: <https://www.imf.org/en/Publications/WEO/Issues/2022/07/26/world-economic-outlook-update-july-2022>

IMF (2022b), War sets back the global recovery, World Economic Outlook April 2022, IMF.

URL: <https://www.imf.org/en/Publications/WEO/Issues/2022/04/19/world-economic-outlook-april-2022>

IMF (2023), A rocky recovery, World Economic Outlook April 2023, IMF.

URL: <https://www.imf.org/en/Publications/WEO/Issues/2023/04/11/world-economic-outlook-april-2023>

Juselius, K. (2023), *The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications*, 1 edn, Oxford University Press, Incorporated.

Juselius, M., Borio, C., Disyatat, P. & Drehman, M. (2016), Monetary policy, the financial cycle and the ultra-low interest rates, Working Paper 569, BIS.

URL: <https://www.bis.org/publ/work569.htm>

Krustev, G. (2018), The natural of interest and the financial cycle, Working Paper Series 2168, ECB.

URL: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecb.wp2168.en.pdf>

Laubach, T. & Williams, J. C. (2003), 'Measuring the natural rate of interest', *Review of Economics and Statistics* 85(4), 1063–70.

Lubik, A. T. & Matthes, C. (2015), Calculating the natural rate of interest: A comparison of two alternative approaches, Economic Brief 15-10, Federal Reserve Bank of Richmond.

URL: https://www.richmondfed.org/publications/research/economic_brief/2015/eb15-10

Lucas, R. E. & Nicoline, J. P. (2015), 'On the stability of money demand', *Journal of Monetary Economics* 73, 48–65.

Nationalbanken (2023), Realrenter i lyset af inflation og højere offentlig gæld, Analyse 2, Danmarks Nationalbank.

URL: <https://www.nationalbanken.dk/da/viden-og-nyheder/publikationer-og-taler/arkiv-publikationer/2023/realrenter-i-lyset-af-inflation-og-hoejere-offentlig-gæld>

Obstfeld, M. (2023), Natural and neutral real interest rates: Past and future, Working Paper 31949, National Bureau of Economic Research.

URL: <https://www.nber.org/papers/w31949>

OECD (2022), *Oecd economic outlook: Paying the price of the war*, Interim Report September 2022, OECD.

URL: <https://www.oecd.org/economic-outlook/september-2022/>

OECD (2024), *OECD Data: Inflation (CPI)*.

URL: <https://data.oecd.org/price/inflation-cpi.htm>

Pfaff, B. (2008), *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*, Springer Science+Business Media, LLC.

Platzer, J. & Peruffo, M. (2022), *Secular drivers of the natural rate of interest in the united states: A quantitative evaluation*, Working Paper WP/22/30, IMF.

URL: <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2022/02/11/Secular-Drivers-of-the-Natural-Rate-of-Interest-in-the-United-States-A-Quantitative-512755>

Powell, J. H. (2023), 'Opening remarks, at a fireside chat at spelman college, atlanta, georgia [speech transcript]', *The Federal Reserve* .

URL: <https://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/powell20231201a.htm>

Stock, J. H. & Watson, M. W. (2001), 'Vector autoregressions', *JOURNAL OF ECONOMIC PERSPECTIVES* 15(4), 101–115.

Wicksell, K. (1898), *Interest and Prices: A study of the causes regulating the value of money*, originally published 1936 (reprinted 1962 by arrangement with the royal economic society) edn, Sentury Press, New York.

Woodford, M. (2003), *Interest and Prices: Foundations of a Theory of Monetary Policy*, Princeton University Press.

Appendiks

A.1 Data

Tabel A.1 Data og kilder (1960K2-2023K4)

Data	Variabel	Kilde
M1 pengemængde og BNP	V_t	FRED
Fed effektive funds rate	R_t	FRED
Money Market Deposit Accounts	MMDA	Lucas & Nicoline (2015) og egne beregninger
Savings deposits	SAVINGS + MDLM	FRED
PCE	PCECTPI	FRED

A.2 Augmented Dickey-Fuller test

ADF testen bygger på følgende autoregressive proces¹:

$$\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \sum_{i=2}^P \beta_i \Delta y_{t-i+1} + \epsilon_t$$

Ovenstående ligning estimeres med det antal lags af den afhængige variabel, der sikrer, at fejlleddene ikke lider af seriekorrelation. Herefter kan nulhypotesen $H_0 : \gamma = 0$ testes mod alternativhypotesen $H_1 : \gamma < 0$. Kan nulhypotesen ikke afvises, betyder det, at tidsserien (her Y_t) har en enhedsrod, og at den er ikke-stationær. Nulhypotesen testes ved at sammenligne t-statistikken med de kritiske værdier fra en Dickey-Fuller fordeling, hvorfor en standard t-fordeling ikke anvendes. Derudover kan det igennem en F-lignende test testes, hvorvidt der

¹Afsnittet bygger på teori fra Enders (2015) og Pfaff (2008) samt inspiration fra et tidligere projekt af Daisy Nielsen (2022): "Funktionel indkomstfordeling i en VAR model".

skal inkluderes en trend og en drift i ligningen, da de kritiske værdier vil ændre sig, når en af disse eller begge inkluderes (de kritiske værdier som t-statistikken for γ skal sammenlignes med).

Processen forløber som følgende: Først estimeres ovenstående ligning med både trend og drift, og der anvendes en τ_τ test. Kan nulhypotesen $H_0 : \gamma = 0$ afvises, er der ingen grund til at fortsætte, og det kan konkluderes, at tidsserien er stationær. Kan nulhypotesen ikke afvises, testes der for en trend med en F-lignende test $\Phi_3: H_0 : a_2 = \gamma = 0$. Kan nulhypotesen afvises testes nulhypotesen $H_0 : \gamma = 0$ igen, men med kritiske værdier fra en standard normalfordeling. Hvis den ikke kan afvises reestimeres ligningen uden en trend, men med en drift. Herefter gennemgås samme procedure, hvor der testes for $H_0 : \gamma = 0$, men nu med en τ_μ test. Kan denne ikke afvises, testes der med en Φ_1 F-test, hvor nulhypotesen er: $a_0 = \gamma = 0$. Kan denne heller ikke afvises reestimeres ligningen igen uden trend og uden drift. Igen testes $H_0 : \gamma = 0$, men med en τ test. Kan nulhypotesen afvises, er tidsserien stationær, da der ikke er en enhedsrod. Kan den ikke afvises, er der en enhedsrod, og tidsserien er ikke-stationær. Testen er udført på de to tidsserier og resultater ses nedenfor:

Tabel A.2 ADF-test resultater (uden trend og uden drift)

Variabel	t-stat	kritiske værdier(1,5,10 %)	t-stat efter første difference
M1-omløb.	-0.7875	-2.58 -1.95 -1.62	-8.8
PP rente	-1.131	-2.58 -1.95 -1.62	-6.85

Tabel A.3 PP-test resultater (Nulhypotese: Enhedsrod)

Variabel	p-værdi	p-værdi efter første difference
M1-omløb.	0.6933	0.01
PP rente	0.253	0.01

Tabel A.4 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1960K2-2023K4) (Nulhypotese: Enhedsrod)

Test	p-værdi
ADF	0.06
PP	0.2

Tabel A.5 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1960K2-1992K1) (Nulhypotese: Enhedsrod)

Test	p-værdi
ADF	0.56
PP	0.72

Tabel A.6 ADF- og PP-test resultater for PCE data (1992K2-2023K4) (Nulhypotese: Enhedsrod)

Test	p-værdi
ADF	0.025
PP	0.05

A.3 Johansens test for kointegration

Tabel A.7 Johansens test - trace statistik.

Trace	Test	10, 5, 1 % kritiske værdier
$r \leq 1$	1.02	7.52 9.24 12.97
$r = 0$	16.92	17.85 19.96 24.60

Tabel A.8 Johansens test - max statistik

Max	Test	10, 5, 1 % kritiske værdier
$r \leq 1$	1.02	7.52 9.24 12.97
$r = 0$	15.9	13.75 15.67 20.20

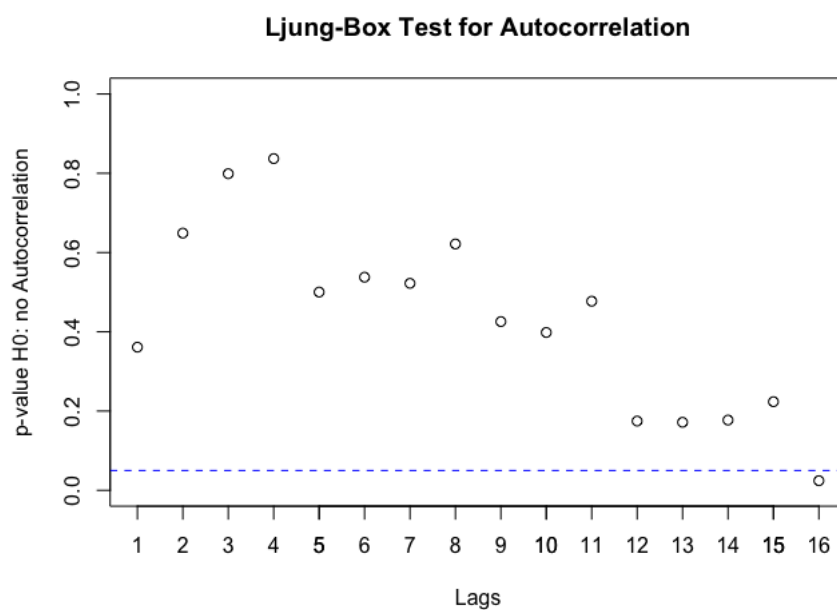
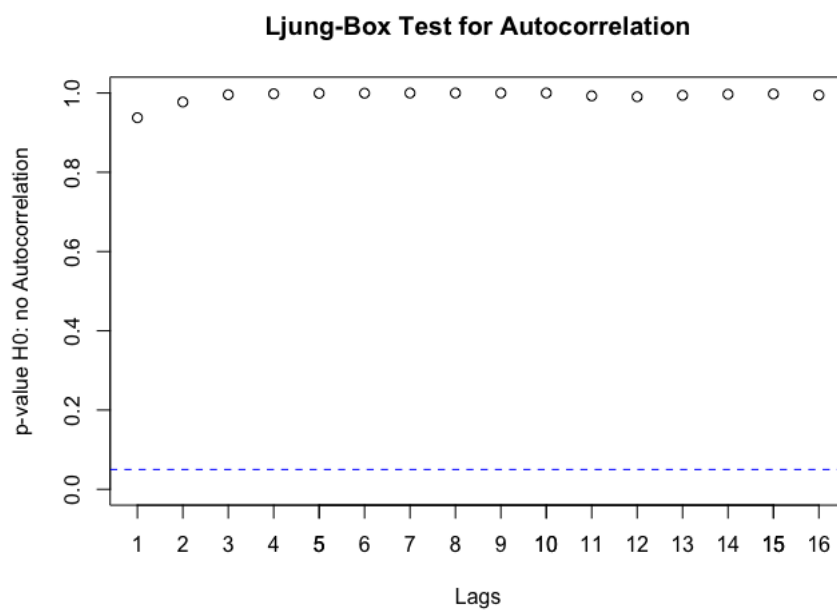
A.4 Resultater af diagnostik

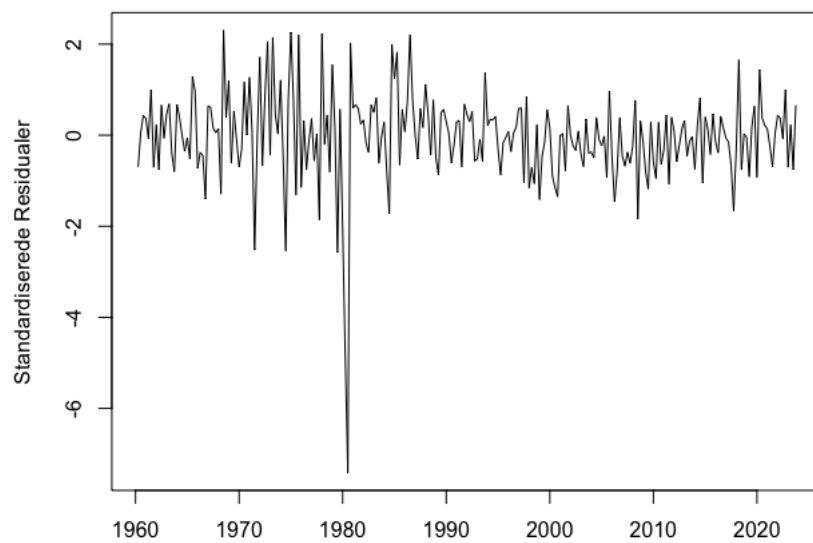
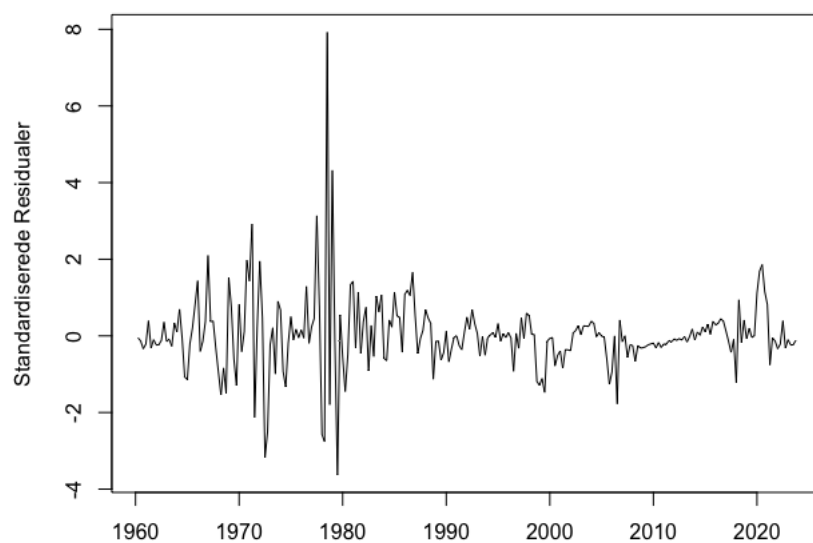
Tabel A.9 Breusch-Godfrey LM test

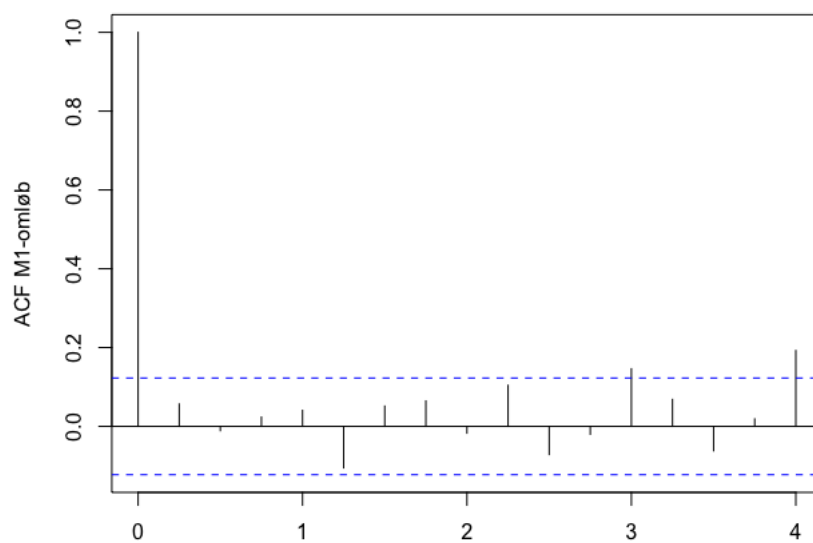
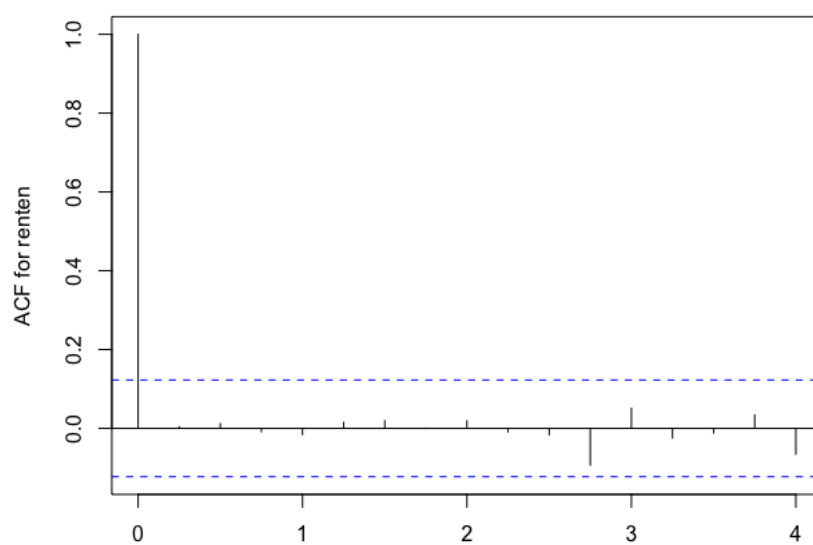
Nulhypotese	Ingen seriekorrelation
P-værdi	0.228

Tabel A.10 Jarque-Bera test for normalitet

Nulhypotese	Normalfordelte fejld
Univariate (M1 omløb) p-værdi	< 0.1
Univariate (Renten) p-værdi	< 0.1
Multivariate p-værdi	< 0.1

Figur A.1 Ljung-Box test for residualer i ligningen for M1-omløbshastigheden**Figur A.2** Ljung-Box test for residualer i ligningen for renten

Figur A.3 Standardiserede residualer - ligning for M1-omløbshastighed**Figur A.4** Standardiserede residualer - ligning for renten

Figur A.5 ACF residualer - ligning M1-omløb**Figur A.6** ACF residualer - ligning renten**Tabel A.11** ARCH test

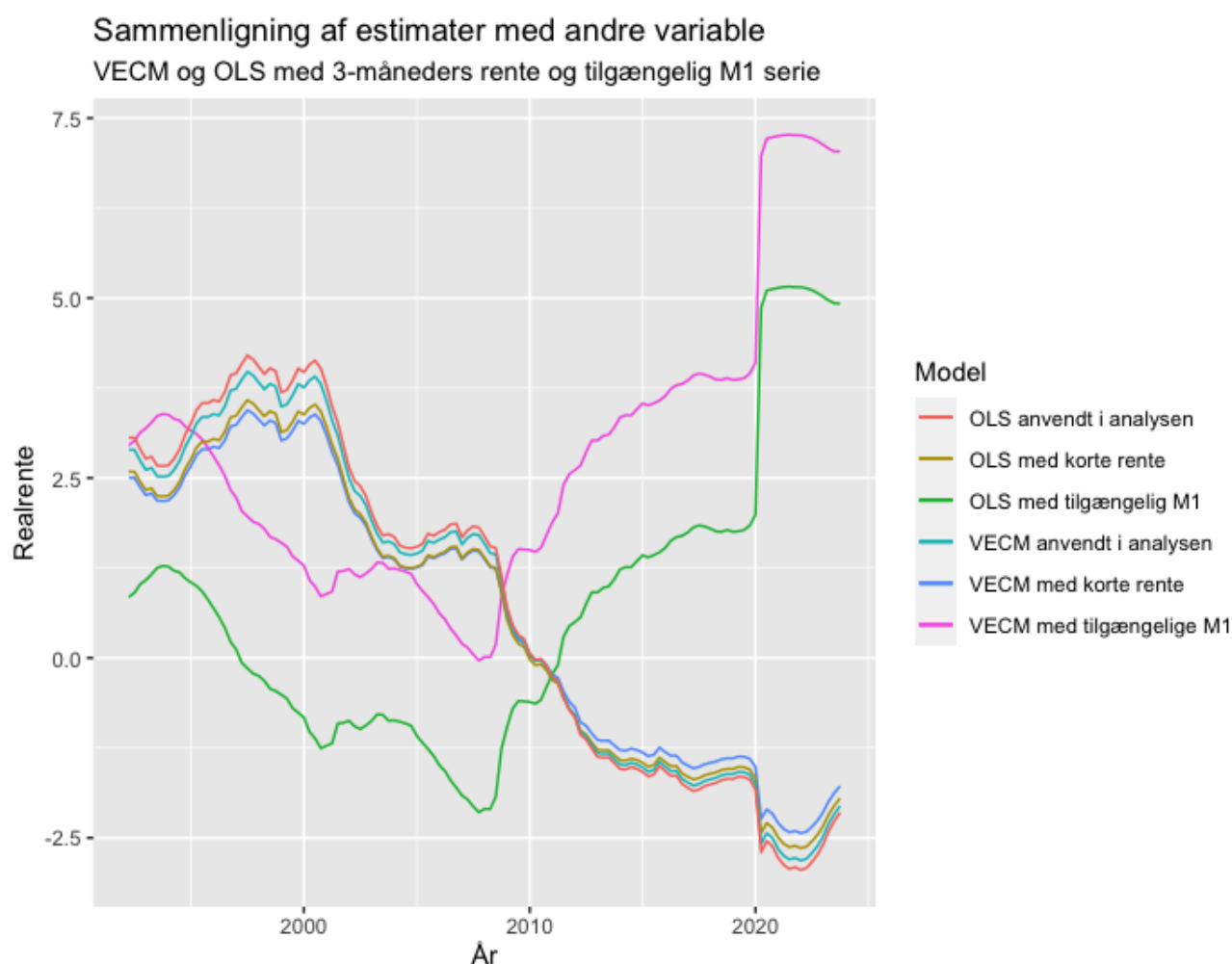
Nulhypotese	Ingen ARCH
Univariate (M1 omløb) p-værdi	< 0.1
Univariate (Renten) p-værdi	< 0.1
Multivariate p-værdi	< 0.1

Tabel A.12 Shapiro normalitetstest for OLS-regression

Nulhypotese	Normalfordelte fejllid
P-værdi	0.0001

Tabel A.13 Box-Pierce test for seriekorrelation og ARCH i OLS-regression

Nulhypotese	Box-pierce test
Residualer (seriekorrelation) p-værdi	< 0.1
Kvadrerede residualer (ARCH) p-værdi	< 0.1

Figur A.7 Robusthedstjek

A.5 HP-filteret

En måde at dekomponere en tidsserie i en trend (μ_t) komponent og en stationær/cyklisk ($y_t - \mu_t$) komponent er ved at anvende et Hodrick-Prescott filter (HP-filter). HP-filteret er defineret som:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \mu_t)^2 + \frac{\lambda}{T} \sum_{t=2}^{T-1} [(\mu_{t+1} - \mu_t) - (\mu_t - \mu_{t-1})]^2$$

hvor λ er en konstant og T er antal brugbare observationer (Enders 2015). μ_t vælges således, at ovenstående udtryk minimeres. λ afspejler omkostningen eller 'straffen' for at inkludere fluktuationer i trenden. Jo højere λ værdi, jo mere smooth er trenden, og jo tættere er trenden på en lineær trend. Jo lavere en λ værdi, jo tættere er trenden på den faktiske udvikling i tidsserien. Ved kvartalsvist data er det standard procedure at sætte $\lambda = 1600$ og ved årligt data $\lambda = 100$ (Enders 2015).