

**Institut for
Erhvervsstudier**
Fibigerstræde 4
9220 Aalborg Øst
<http://www.business.aau.dk/>

Titel: Cross Border Trading på Interconnexion France-Angleterre kablet
- Værdifastsættelse af kapacitet og ligevægtsstrategi

Projektperiode:
Foråret 2011

Udarbejdet af:
Betina Isbak Kristensen

*-i samarbejde med
Nordjysk Elhandel A/S*

Vejleder:
Esben Sloth Andersen

Antal sider: 96

Vedlagt: Data-CD

Afleveret 8. august 2011

Betina Isbak Kristensen

Denne rapport er resultatet af undertegnede speciale ved Det Samfundsvidenskabelige Institut ved Aalborg Universitet. Rapporten er udarbejdet i samarbejde med afdelingen Short Term Trading ved Nordjysk Elhandel A/S samt under vejledning af professor Esben Sloth Andersen. Nordjysk Elhandel's rolle har været at bidrage med data. Rapporten tager udgangspunkt i elmarkedet, nærmere betegnet Cross Border Trading på Interconnexion France-Angleterre, IFA, kablet. Rapportens formål er tofoldigt. Det ene formål er en konkret undersøgelse af Cross Border Trading på IFA kablet, mens det andet formål er at udvikle metoder til lignende analyser. Rapporten præsenterer en metode til værdifastsættelse af kapaciteten på IFA kablet samt en ligevægtsstrategi for at byde på kapacitet på kablet. IFA kablet differentierer sig fra andre kabler på flere måder og denne differentiering har jeg så vidt muligt taget højde for i rapporten.

En gennemgang af litteraturen viser, at der ikke tidligere er udarbejdet tilsvarende analyser. Dette er ikke ensbetydende med, at tilsvarende analyser ikke er foretaget. Højest sandsynligt har andre virksomheder, der byder for kapacitet udarbejdet lignende analyser, men de er ikke offentligt tilgængelige.

Den oprindelige idé for værdifastsættelsen var at værdifastsætte månedskapaciteten for flere måneder for at teste, hvor god min model er til at udregne værdier for kapaciteten. Den første måned, der skulle værdifastsættes skulle have været maj måned. Denne idé har dog ikke været mulig, eftersom IFA kablet har gennemgået en vedligeholdelsesproces, der kun skulle foregå i april måned. Vedligeholdelsen har vist sig at tage længere tid end estimeret og både maj, juni og juli auktioner er blevet aflyst. Det har betydet, at jeg forgæves har opdateret mine data og min model. Som deadline for aflevering af rapporten kom tættere på, har jeg valgt kun at benytte historiske data i rapporten. Det betyder, at jeg kun har haft mulighed for at værdifastsætte kapaciteten for marts måned. Jeg vil derfor sammenligne de fundne værdier for kapaciteten med auktioner, der allerede er afholdt. Det giver selvfølgelig nogle komplikationer, da jeg på forhånd kender resultatet af auktionerne, men jeg har bedst muligt forsøgt ikke at benytte denne viden under udregning af mine værdier for kapaciteten i marts.

Jeg vil gerne udtrykke min tak til alle i Short Term Trading afdelingen for deres hjælp med at finde data og svare på diverse spørgsmål, men jeg vil især gerne takke Lars Weber. Til sidst vil jeg gerne takke Esben Sloth Andersen, som har været min vejleder gennem specialet. Jeg vil gerne sige tak for det gode samarbejde samt for vidensdelingen, der har givet mig inspiration gennem hele projektperioden. I skriveprocessen har jeg haft stor glæde af at benytte L^AT_EX.

Betina Isbak Kristensen
Aalborg, August 2011

Abstract

The electricity market is not like any other market as the electricity market contains several arbitrage opportunities. This report explores the possibility to exploit the arbitrage opportunity between the electricity spot prices of two countries. The utilisation of the arbitrage opportunity between the spot prices is called Cross Border Trading. The arbitrage opportunity arises because one country has a higher spot price than the other country. To exploit the opportunity one must buy the electricity in the low price area and thereafter sell the same amount of electricity in the high price area. The profit is the spread between the two spot prices. For this to be possible one needs to have allocated capacity on the cable that transports the electricity between the two countries. The capacity on the cables are allocated to the agents by the use of an auction.

The aim of the report is twofold. One aim is to find a method that can be used to calculate the value of a capacity on a cable and an equilibrium strategy for bidding in the auction, while the other aim is to value the capacity of the cable that connects France and Great Britain and to find an equilibrium strategy for bidding for capacity on that cable. The cable that connects France with Great Britain is the Interconnexion France-Angleterre, IFA, cable.

The value of the capacity is determined by the rules of the auction. If the agents have to use all the hours in the month to carry out Cross Border Trading, then the capacity is an obligation. However, if the agents themselves can decide which hours to use to Cross Border Trading, the capacity is an option. In the option scenario, an agent who gets allocated capacity for a month has capacity for every hour of the month, but the agent is allowed to decide which hours to use for Cross Border Trading. If the agent nominates the capacity, the capacity will be an obligation. Hence I have used both methods to value the capacity, where the obligation method has a weight of 10 % and the option method has a weight of 90 %. The obligation method only accounts for the difference between the expected spot prices and the option method uses the Black-Scholes formula, where I have estimated the volatility of the spread by using a GARCH model. The expected level for the spot price is the closing price of a forward contract for France and Great Britain. The calculated values are close to the equilibrium prices for the auction of March, but lower than the actual value of the capacity. However the expected value of the capacity at the time the auction was hold is close to my calculated value, shown by the demand curves. It is not possible to test the valuation method, because the IFA cable is under maintenance for an unknown period of time.

To find the equilibrium strategy I worked with four aspects. These are: second price sealed bid auction, common value good, Winner's Curse and asymmetric information.

The auction for the capacity on the IFA cable is a special form for a second price sealed

bid auction since it is a multi unit auction. After the bids are submitted, the bids are ranked in descending order. The agents get capacity allocated until the sum of allocated capacity is equal to the supply. The price for the capacity is determined by the equilibrium of demand and supply. It can be said that the auction is a n 'th price sealed bid auction.

The capacity is a common value good, as the value of the capacity is objective for all agents. The value is not known by the time the agents have to bid for the capacity. The agents, like I did, have to estimate the value of the capacity by using historical data. When the object is a common value good, the agents must be aware of the Winner's Curse. Winner's Curse arises when the agents overestimate the value of the good and win the auction. If Winner's Curse is present it is not possible to make a positive profit, as the price of the capacity will be higher than the spread between the two countries. The agents will try to avoid Winner's Curse and therefore lower their estimates for the value of the capacity.

The agents in the cross border trading market have asymmetric information. The asymmetric information is defined as an agent has a better signal because he has more experience in cross border trading on the IFA cable.

The equilibrium strategy is presented in theorem 1, which states that either agent with signal j , should bid $v(j, j)$. This is the equilibrium strategy as the agent can not improve his chances of winning by bidding higher and the agent can not improve his utility of winning the auction by bidding lower, as he will only pay the losing bid. Hence, this is the equilibrium strategy. The agent will not regret his bid as he will not be exposed to Winner's Curse by bidding $v(j, j)$.

1	Indledning	1
2	Elmarkedet og Cross Border Trading	3
2.1	Kort om elmarkedet	3
2.1.1	Spotpris	4
2.2	Data	6
2.2.1	Tilvejebringelse af data	6
2.2.2	Franske og engelske spotpriser	6
2.2.3	Tilgængelig og allokeret kapacitet, pris på kapacitet og efterspørgselskurver - for begge retninger	8
2.2.4	BSUoS afgifter og Line Loss	9
2.3	Cross Border Trading på IFA kablet	11
2.3.1	Regler for Cross Border Trading på IFA kablet	11
2.4	Cross Border Trading i praksis	15
2.4.1	Cross Border Trading med månedskapacitet	17
2.5	Ligevægt på markedet for kapacitet	19
2.5.1	Efterspørgsel efter kapacitet	19
2.5.2	Udbud af kapacitet	20
2.5.3	Ligevægt	21
2.6	Agenterne på markedet for Cross Border Trading	22
2.6.1	Agenternes adfærd	23
2.7	Opsamling	26
2.7.1	Forenkling og antagelser	27
3	Værdifastsættelse af kapacitet	28
3.1	Information inden værdifastsættelsen	28
3.2	Værdifastsættelse med obligationsmetoden	29
3.3	Værdifastsættelse med optionsmetoden	30
3.3.1	Black-Scholes værdifastsættelse af plain vanilla call option	32
3.4	Model, der kan estimere volatilitet til Black-Scholes modellen	34
3.4.1	Middelværdistruktur for modellen	36
3.4.2	Variansstruktur for modellen	44
3.4.3	Den endelige model	48
3.5	Endelig værdifastsættelse ved optionsmetoden	50
3.6	Værdi for kapacitet i marts	51
3.6.1	Usikkerhed omkring værdifastsættelsen	52
3.7	Den faktiske værdi for kapaciteten	53
3.8	Opsamling	54

4	Auktion for kapacitet og ligevægtsstrategi	55
4.1	Auktionsteori	55
4.1.1	Auktionstyper	55
4.1.2	Winner's Curse	61
4.1.3	Afsløring af reservationspriser	62
4.1.4	Information på markedet	63
4.2	Ligevægtsstrategi for auktion efter kapacitet på IFA kablet	63
4.2.1	Grundlag for at finde ligevægtsstrategien	64
4.2.2	Spillet	65
4.2.3	Ligevægtsstrategien	67
4.2.4	Diskussion om at gøre asymmetrien større eller mindre	70
4.3	Opsamling	72
5	Konklusion og perspektivering	73
6	Litteraturliste	76
A	Oversigt over priserne på kapacitet på IFA kablet	80
B	Tilføjelse til regler på IFA kablet	82
C	Forwardkontrakter	83
D	Empiriske auktionstyper	85

2.1	Oversigt over aktører på elmarkedet	3
2.2	Udbud- og efterspørgselskurve for elektricitet på et generelt marked for en time	4
2.3	Franske og engelske spotpriser henholdsvis i perioden fra d. 1. februar 2010 til d. 31. januar 2011.	7
2.4	Efterspørgsel for månedsauktion 1 i januar 2011 i retningen fra Frankrig mod England	9
2.5	Line loss på IFA kablet	10
2.6	IFA kablets placering	12
2.7	Forventede spotpriser for det danske og engelske marked for d. 31. januar 2011	15
2.8	Spotpriser for det danske og danske marked for januar 2011	17
2.9	Efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 2 - april 2010. Fra Frankrig mod England	20
2.10	Efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 1 - november 2010. Fra England mod Frankrig	20
2.11	Udbud- og efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 1 - januar 2011. Fra Frankrig mod England	22
2.12	Illustrering af flow på IFA kablet - flow i den rigtige og forkerte retning i forhold til det faktiske flow.	23
3.1	Payoff for en lang og kort position i en plain vanilla call option	31
3.2	Plot af spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser overfor tid	34
3.3	Autokorrelation og partiel autokorrelation for spreadet	35
3.4	Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen	38
3.5	Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen	39
3.6	Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen uden konstant	40
3.7	Plot af de faktiske værdier for spreadet mellem spotpriserne overfor de estimerede værdier fra sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen	41
3.8	Kvadrerede autokorrelation og kvadrerede partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen	42
3.9	Histogram for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen	42
3.10	Plot af de faktiske værdier for spreadet mellem spotpriserne og de estimerede værdier fra model middelværdistruktur sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ og variansstruktur GRACH(1,1)	49
3.11	Plot af de betingede varianser fra model sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ og GARCH(1,1)	50
3.12	Efterspørgselskurver for henholdsvis månedsauktion 1 og 2 i marts 2011.	53
4.1	Bevis for teorem 1	67
4.2	Bevis for Nash ligevægt	68
A.1	Prisen på kapacitet for alle nummer 1 månedsauktioner i perioden	80
A.2	Prisen på kapacitet for alle nummer 2 månedsauktioner i perioden	81
A.3	Prisen på kapacitet for alle nummer 3 månedsauktioner i perioden	81
A.4	Prisen på kapacitet for alle nummer 4 månedsauktioner i perioden	81
C.1	Lukkepriser på forwardkontrakter for marts 2011 for Frankrig	83
C.2	Lukkepriser på forwardkontrakter for marts 2011 for England	84

Tabeller

2.1	Data for månedsauktion i januar	8
2.2	Oversigt over BSUoS afgifter for de sidste 10 år samt vægtet gennemsnit	10
2.3	Scenarie 2 for allokering af kapacitet	13
2.4	Scenarie 3 for allokering af kapacitet	14
2.5	Scenarie 4 for allokering af kapacitet	14
2.6	Forventede spotpriser for det franske og engelske marked for d. 31. januar 2011	16
2.7	Korrelationskoefficienter mellem spreadet af de franske og engelske spotriser og prisen på kapaciteten opgjort for de forskellige antal auktioner	25
3.1	Data til værdifastsættelse af månedskapacitet for marts måned	29
3.2	Data til Black-Scholes modellen	33
3.3	Output for Dickey-Fuller test	35
3.4	Output for sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen	37
3.5	Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen	38
3.6	Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen	39
3.7	Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen uden en konstant	40
3.8	Output for Jarque-Bera test for model sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$	43
3.9	LM test for ARCH effekter for en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model	44
3.10	Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ som middelværdistruktur og GARCH(1,1) som variansstruktur	45
3.11	LM test for ARCH effekter med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH(1,1) model som variansstruktur	45
3.12	Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GJR(1,1) model som variansstruktur	46
3.13	Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH-in-mean(1,1) model som variansstruktur	47
3.14	LM test for ARCH effekter med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH-in.mean(1,1) model som variansstruktur	48
4.1	Oversigt over standard auktionstyper	58
4.2	Sandsynlighed for at modtage signaler betinget af den sande værdi for godet	66

KAPITEL 1

Indledning

Elmarkedet har gennem de seneste år fået en større betydning inden for den finansielle sektor. Elmarkedet adskiller sig fra de mere ordinære finansielle markeder blandt andet ved, at der findes adskillige arbitragemuligheder. Rapporten vil tage udgangspunkt i en afgrænset del af elmarkedet. Udgangspunktet for rapporten er en arbitragemulighed mellem to landes spotpriser - at udnytte denne arbitragemulighed kaldes Cross Border Trading. Cross Border Trading sker ved at købe elektriciteten i landet med den laveste spotpris og derefter sælge den samme mængde elektricitet i landet med den højere spotpris. Dermed opnås en positiv profit. Det er imidlertid kun muligt at flytte elektriciteten over landegrænserne, hvis der er allokeret kapacitet på de kabler, der kan transportere elektriciteten frem og tilbage mellem grænserne. Denne kapacitet købes på auktioner, hvor det er muligt at købe års-, måneds-, dags- og intraday kapacitet. Cross Border Trading foregår dermed via to skridt. Det første skridt er få allokeret kapaciteter på kablet, der kan transportere elektriciteten over grænsen, mens det næste skridt er selve handlen med elektricitet, hvor elektriciteten købes billigt og sælges dyrt. Rapporten vil tage udgangspunkt i det første skridt.

Jeg har igennem de sidste to år opnået et dybdegående kendskab til elmarkedet, da jeg har været ansat hos Nordjysk Elhandel A/S, NEAS. I det forrige semester var jeg i praktik i afdelingen Short Term Trading. Short Term Tradings arbejde består i at udnytte arbitragemuligheden mellem to landes spotpriser, og afdelingen byder for kapacitet på måneds- dags- og intraday basis. Gennem min tid hos NEAS har jeg opnået en faglig viden inden for branchen, og den viden vil skinne igennem i rapporten. Jeg vil i rapporten forbinde min empiriske viden med min teoretiske viden.

Rapporten afgrænses til kun at omfatte Cross Border Trading mellem Frankrig og England, hvilket foregår på Interconnexion France-Angleterre, IFA, kablet. Konkret tager rapporten udgangspunkt i, hvordan kapaciteten på de kabler, der kan sende elektriciteten over grænserne, kan værdifastsættes samt, hvordan der kan findes en ligevægtsstrategi for at byde i auktionen for kapacitet. Kapaciteten kan værdifastsættes ved hjælp af to forskellige metoder, hvor jeg vil benytte begge metoder. Jeg vil derudover finde en ligevægtsstrategi for at byde i auktionen ved at tage udgangspunkt i auktionsteori. Rapporten udarbejdes med IFA kablet som case.

Jeg vælger at tage udgangspunkt i IFA kablet, idet NEAS for kort tid siden påbegyndte handel herpå. Det er derfor vigtigt for afdelingen at have en metode for at værdifastsætte kapaciteten samt en strategi for, hvordan bud for kapacitet kan afgives. Ved at få fastlagt disse to aspekter kan Cross Border Trading, alt andet lige, udføres optimalt.

Jeg afgrænser yderligere ved kun at se på auktioner for månedskapacitet på IFA kablet. Denne afgrænsning er med til at sikre det bedste datagrundlag, idet efterspørgselskurverne bliver offentliggjort for auktioner på månedsbasis. Dermed opnås en bedre viden omkring agenternes ageren på markedet. Rapporten vil nærmere bestemt tage udgangspunkt i auktionerne afholdt for marts måned.

Rapporten består af 5 kapitler, hvor opdelingen følger en naturlig overgang, da kapitel 2 er en deskriptiv analyse, mens kapitel 3 og 4 benytter denne deskriptive analyse som grundlag for at værdifastsætte kapaciteten og for at finde ligevægtsstrategien. Det sidste kapitel består af en konklusion og perspektivering og findes i kapitel 5.

I det følgende kapitel 2 lægges fundamentet for rapporten, idet jeg deskriptivt beskriver, hvordan et elmarked fungerer generelt, samt hvordan Cross Border Trading foregår i praksis. Derudover præsenterer jeg reglerne for auktionen og det anvendte historiske data for rapporten. Dette kapitel indeholder ligledes en undersøgelse af agenternes adfærd for Cross Border Trading på IFA kablet. Kapitel 2 afsluttes med en opsamling, hvilket derudover indeholder en gennemgang af de antagelser, der arbejdes med i rapporten på baggrund af kapitel 2. Kapitel 3 har til formål at værdifastsætte månedskapacitet for marts måned ved hjælp af obligations- og optionsmetoden. I dette kapitel formuleres en regressionsmodel, der kan forecaste volatilitet til optionsmetoden. I kapitel 4 ses auktionen for månedskapacitet på IFA kablet ud fra et teoretisk synspunkt, således virkeligheden tilpasses det teoretiske univers. Kapitlet præsenterer den anvendte auktionsteori og specificerer de aspekter, der skal arbejdes med for at finde ligevægtsstrategien. Til sidst i kapitlet findes selve ligevægtsstrategien for månedskapacitet på IFA kablet. I kapitel 5 foreligger min konklusion dannet på baggrund af de forrige kapitler. Konklusionen drejer sig dels om den konkrete undersøgelse, og dels om metoder for lignende analyser. Kapitlet indeholder derudover en perspektivering.

I rapporten vil jeg skelne mellem værdien af kapaciteten og prisen på kapaciteten. Værdien af kapaciteten er en værdi, der tager udgangspunkt i spredet mellem de to landes spotpriser og den værdi skal estimeres, da den ikke er kendt på tidspunktet, hvor budet for auktionen skal indsendes. Prisen på kapaciteten er den pris, der bliver bestemt på auktionen for kapaciteten og er således en ligevægtspris. Værdien og prisen på kapaciteten vil i sjældne tilfælde være ens. Det vil kun forekomme, hvis værdien for kapaciteten udgør ligevægten i auktionen for kapaciteten. Det vil sige, at budet sætter prisen for auktionen.

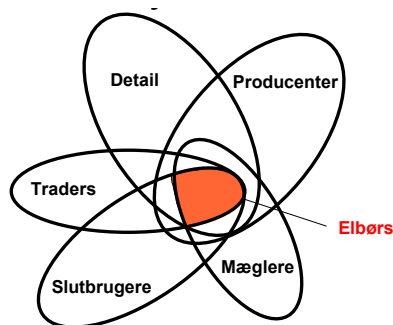
Alle udregninger er udarbejdet i MATLAB, PCGive eller Excel, og der er igennem hele rapporten benyttet et signifikansniveau på 0.05 %. Gennem rapporten benyttes der engelsk formatering og alle beløb vil blive omregnet til EUR, således EUR bliver den anvendte valuta i rapporten. Bilag findes bagerst i rapporten og der er vedlagt en data-CD, der indeholder alle data, udregninger samt script fra MATLAB.

Elmarkedet og Cross Border Trading

Det følgende kapitel har til formål at give en forståelse for elmarkedet, og hvordan Cross Border Trading foregår i praksis samt at præsentere agenterne på markedet. Derudover har kapitlet til formål at beskrive reglerne for auktion af kapacitet på IFA kablet og de anvendte data. Til sidst i kapitlet findes en kort opsummering samt en beskrivelse af de antagelser, der benyttes i resten af rapporten.

2.1 Kort om elmarkedet

Op gennem 1990'erne og først i 2000'erne blev alle vesteuropæiske elmarkeder liberaliserede. Efter at elmarkederne blev liberaliserede, er elektricitet blevet et almindelig gode på lige fod med blomster. Liberaliseringen betød, at markedskræfterne blev bestemmende for udbud og efterspørgsel og dermed prisniveauet. Det frie marked for elektricitet har imidlertid hurtigt udviklet sig til mere avancerede handelsmønstre. I dag består et elmarked ikke kun af de sædvanlige aktører: producenter, detailhandlere og slutbrugere, men også af tradere og mæglere. En trader er en aktør, der undervejs i handelsprocessen ejer elektriciteten, mens en mægler aldrig ejer elektriciteten, men formidler handel på markedet (Nord Pool 2006, s. 1). Alle aktørerne og deres interaktion er illustreret i nedenstående figur 2.1.



Figur 2.1: Oversigt over aktører på elmarkedet

Af figur 2.1 ses det, at alle aktører kan interagere med hinanden. Elektriciteten har derfor ikke en entydig vej fra producent til slutbruger. I midten af figuren er der indtegnet en elbørs. En elbørs er den markedsplads, hvor alle aktørerne mødes for at handle. Derudover er elbørsen

en råvarebørs for engrosleddet. Elbørsens primære kunder er producenter, detailhandlere og tradere (Nord Pool 2006, s. 1). Et af elbørsens formål er gennemsigtighed i markedet. Det er muligt for alle at finde ud af, hvad prisen på elektricitet er i engrosleddet ved at besøge elbørsernes hjemmeside (Nord Pool 2006, s. 8).

For både det franske og engelske elmarked er der oprettet elbørser. Den franske elbørs hedder EPEX Spot og den engelske børs hedder N2EX. NEAS' rolle på markedet er trader og derfor vil synsvinklen i rapporten være en traders synsvinkel.

Et elmarked opdeles typisk i to dele: Et fysisk marked og et finansielt marked. På det fysiske marked handles elektricitet på samme måde, som der handles aktier. Elektriciteten bliver handlet i MWh. På det finansielle marked handles der prissikringskontrakter (Nord Pool 2006, s. 4). Køb og salg af elektricitet mellem landegrænser foregår på det fysiske marked, og jeg vil derfor ikke komme nærmere ind på, hvad det finansielle marked består af.

2.1.1 Spotpris

I rapporten diskuteres det, hvordan det er muligt at udnytte arbitragemuligheden mellem to landes spotpriser. Det er derfor nødvendigt at have et kendskab til, hvordan en spotpris beregnes. En spotpris er en ligevægtspris mellem udbud og efterspørgsel af elektricitet. Spotprisen udregnes per time for det efterfølgende døgn. I fagsprog hedder det, at spotprisen udregnes day-ahead. Det betyder, at spotprisen udregnes på kort sigt. Prisen på elektricitet varierer derfor fra time til time, men ligger fast for en time ad gangen. De udregnede spotpriser offentliggøres dagen inden. De engelske spotpriser offentliggøres omkring kl. 11.00 og de franske spotpriser offentliggøres omkring kl. 12.40.

Spotpriserne beregnes ved en auktion, hvor producenterne indsender deres forventede produktion og pris herfor til den balanceansvarlige¹. På samme tid estimerer de balanceansvarlige deres forventede forbrug. De balanceansvarlige indsender derefter deres produktions- og forbrugsbud ind til TSO'en². Dette er ikke en helt normal auktion, eftersom det er en dobbelt auktion, hvilket betyder, at både købere og sælgere indsender deres bud. Herefter bliver købs- og salgsbuddene for hver time i det følgende døgn sammensat til en samlet kurve for efterspørgsel og en samlet kurve for udbud. Der, hvor de to kurver krydser hinanden, findes ligevægtsprisen og dermed spotprisen (Nord Pool 2006, s. 5). Dette gøres for hver time i døgnet. Denne mekanisme ses i nedenstående figur 2.2 for en time.



Figur 2.2: Udbud- og efterspørgselskurve for elektricitet på et generelt marked for en time

Figur 2.2 viser ligevægtsprisen for en time. Det betyder, at kurverne kun er gældende på ekstrem

¹En balanceansvarlig er et firma, der melder forventet forbrug og produktion ind til TSO'en på timebasis. Der findes flere forskellige firmaer, der er balanceansvarlige. NEAS er blandet andet balanceansvarlig.

²TSO står for Transmission System Operator. En TSO er ansvarlig for brugen, vedligeholdelsen og udviklingen af elnettet i et givet område.

kort sigt. Den blå linje viser udbudskurven, mens den røde linje viser efterspørgselskurven. Der, hvor de to kurver krydser hinanden, findes ligevægten og denne angiver spotprisen og den mængde elektricitet, der skal produceres. Denne balancemekanisme sørger for, at der i hver time er ligevægt mellem udbud og efterspørgsel. Såfremt dette ikke er tilfældet, vil der enten opstå spild eller blackouts, hvilket er vigtigt at undgå ud fra et samfundsmæssigt synspunkt.

Som det ses af figur 2.2, er udbudskurven opdelt i segmenter. Hvert af disse segmenter er en produktionsform, og disse produktionsformer har forskellige marginalomkostninger. I figuren vises rangeringen for et generelt produktionsmiks. Marginalomkostningerne er bestemmende for niveauet for spotprisen. Producenterne vælger kun at indsende produktionsbud, hvis den forventede spotpris er over marginalomkostningerne for produktionsenheden. Det ses, at vind har de laveste marginalomkostninger og produktion på olie har de højeste marginalomkostninger. En højere produktion af for eksempel vind vil medføre, at udbudskurven rykker ud, hvilket, alt andet lige, vil resultere i en lavere spotpris.

Den røde kurve i figuren viser som sagt efterspørgslen efter elektricitet. Denne kurve er meget stejl, hvilket indikerer, at efterspørgslen ikke er priselastisk. Det betyder, at forbrugerne er indifferente overfor niveauet for spotprisen på kort sigt, eftersom det ikke er muligt at ændre forbruget på kort sigt. Dog er efterspørgslen bestemmende for niveauet af spotprisen. Såfremt forbruget er højere end afbildet i figur 2.2, skal en større del af elektriciteten produceres af produktionsenheder, der har højere marginalomkostninger. I dette tilfælde vil spotprisen, alt andet lige, stige (Weron, 2006 s. 30).

Fra de udregnede spotpriser findes en basepris, hvilket er gennemsnittet af spotpriserne for døgnet. Der kan også udregnes en peakpris, hvilket er gennemsnittet af timerne 9-20 i hverdagen. Dette er de timer, hvor elektriciteten primært forbruges i industrien, på kontorer og så videre. Det vil sige, at peaktimerne er de timer, hvori der er en spidsbelastning. Til sidst kan der udregnes en off-peakpris, hvilket er gennemsnittet af timerne 0-8 og igen fra 21-24 samt alle timer i weekenden. Off-peak timerne er de timer, hvor forbruget ofte er lavt.

Sæson

På elmarkedet findes der sæson i flere forskellige former, og sæson har stor indflydelse på spotprisen. Det skyldes hovedsagligt, at variationer i forbruget transformeres til variationer i spotprisen. Der er typisk sæson på måneds-, uge- og dagsbasis. Sæson på månedsbasis betyder, at spotprisen varierer med sæsonen i vejret. Når der er koldt, forbruges der mere elektricitet til opvarmning og som argumenteret ovenfor, vil et stigende forbrug føre til en stigende spotpris. Dette skyldes, at mere omkostningstunge produktionsformer er nødvendige for at genere nok elektricitet. Jeg har en forventning om, at de franske og engelske markeder vil have samme høj- og lavsæsoner, idet landene har samme klima. Såfremt landene ikke har samme klima, vil det være muligt at opnå en ekstra profit på Cross Border Trading, da de to markeder vil opleve forskellige tidspunkter for høje og lave spotpriser.

Sæsonen per uge kommer af, at der forbruges forskellige mængder af elektricitet i løbet af en uge, hvilket hænger sammen med, at der forbruges mindre elektricitet i weekenden og dermed vil spotprisen være lavere i weekenden end for resten af ugen. Denne tendens er også gældende for helligedage, idet niveauet for spotprisen falder på helligdage.

Variationen i forbruget har ligeledes påvirkning på, at spotprisen har forskellige niveauer over dagen. I nattetimerne, hvor forbruget er lavt, vil spotprisen have et lavere niveau og i dagstimerne, hvor forbruget er højt, vil spotprisen have et højere niveau. Dette er grunden til, at der skelnes mellem de tre prisenblokke - base, peak og off-peak, hvor der netop tages hensyn til, om der er en spidsbelastning i forbruget.

Mellem Frankrig og England er der tidsforskel på en time. Dermed er der ekstra chance for at udnytte en arbitragemulighed. Det skyldes, at variationerne for dagen sker med en times mellemrum mellem de to lande. Typisk stiger spotprisen, eksempelvis når folk kommer hjem

fra arbejde og går i gang med madlavningen, tænder lys og så videre. Dette vil ske en time forskudt mellem de to lande, hvorfor der ofte vil være mulighed for arbitrage mellem de to lande.

2.2 Data

I dette afsnit beskrives den empiri, der er indsamlet i forbindelse med udarbejdelse af rapporten. Afsnittet har til formål at præsentere den empiri, der arbejdes med samt redegør for, hvor empirien kommer fra.

2.2.1 Tilvejebringelse af data

Den indsamlede empiri vil komme fra fem forskellige kilder. Jeg anser alle fem kilder for at være troværdige. Disse kilder er den franske børs EPEX Spot, den engelske børs N2EX, OANDA, DAMAS og NGC - jeg vil senere præsentere disse kilder. Alle tidsrækker kan ses på den vedlagte data-CD.

Empirien består hovedsagligt af tidsrækker med data, men også af efterspørgselskurver for kapaciteten. Hver tidsrække består af observationer fra d. 1. februar 2010 til d. 31. januar 2011. Alle tidsrækkerne er på timebasis og derfor vil hver tidsrække indeholde 8,760 observationer. Det er ikke muligt at udvide datasættet med data fra før februar 2010, da det engelske day-ahead marked ikke åbnede før d. 12. januar 2010, og grundet de aflyste auktioner er det ikke muligt at tage mere data med i analysen, selvom mere data er tilgængeligt. Det skyldes, at jeg vil gøre analysen så virkelighedstro som muligt og derfor kun benytte de data, der var tilgængelige på tidspunktet inden auktionen for marts. Dermed indeholder datasættet så megen information som muligt i forhold til komplikationerne af de aflyste auktioner.

Datasættet indeholder nok data til at give et repræsentativt indblik i auktionen for månedskapacitet på IFA kablet samt til at benytte datasættet til at finde de ukendte, men sande parameterestimer ved regressioner på grund af de store tals lov. Tidsperioden sørger dernæst for, at der tages højde for sæson, idet hver tidsrække indeholder data for mere end et år.

For alle tidsrækkerne er der ændret i data for de søndage, hvor der skiftes fra sommertid til vintertid og omvendt. Dette er gjort således, at hvert døgn indeholder 24 timer. De gange, hvor uret skal stilles en time frem, har time to og tre fået samme værdi. Når uret skal stilles en time tilbage, er der taget et gennemsnit af time tre og den ekstra time tre.

Følgende tidsrækker tages med i rapporten

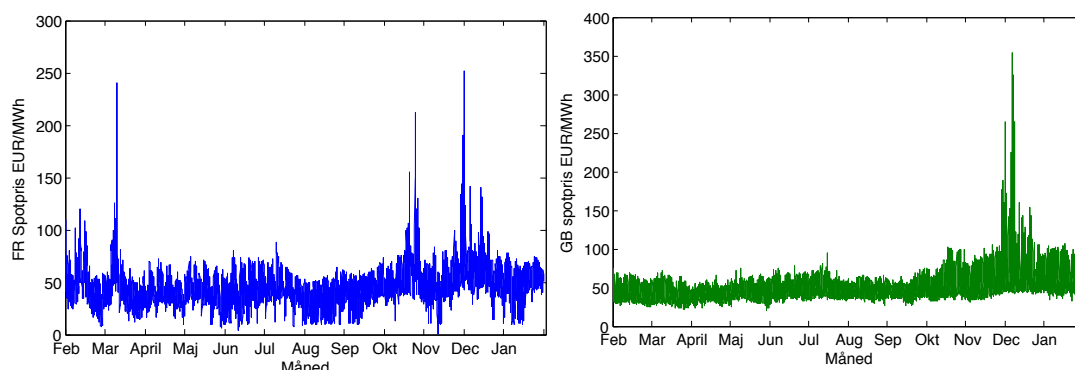
- Franske og engelske spotpriser
- Tilgængelig og allokeret kapacitet - begge retninger
- Pris på månedskapacitet - begge retninger
- Efterspørgselskurver - begge retninger

Al empirisk data indsamlet til denne rapport vil være tilgængelig for alle agenter på markedet. Derfor er det muligt for alle agenter at have den samme historiske viden, som præsenteres i dette afsnit.

2.2.2 Franske og engelske spotpriser

De franske spotpriser er trukket fra den franske børs - EPEX Spot og de engelske spotpriser er trukket fra den engelske børs - N2EX. De franske spotpriser er observeret i EUR, mens de

engelske spotpriser er observeret i GBP. De engelske spotpriser er omregnet til EUR ved at benytte en valutakurs. Valutakursen er trukket fra OANDA, som er et firma, der er specialiseret i at offentliggøre finansielt data. Valutakursen kan ligeledes ses på data-CD'en. Udover omregningen af de engelske spotpriser til EUR, er der ikke ændret i de to tidsrækker, og jeg betragter dem derfor som troværdige. I figur 2.3 nedenfor ses et plot af henholdsvis de franske og engelske spotpriser i perioden.



Figur 2.3: Franske og engelske spotpriser henholdsvis i perioden fra d. 1. februar 2010 til d. 31. januar 2011.

Figuren til venstre i figur 2.3 viser de franske spotpriser i analyseperioden, mens figuren til højre viser de engelske spotpriser. Af figurene ses det, at der er forskel på, hvor volatil de to landes spotpriser er. Begge lande oplever prisspikes i december måned og derudover oplever Frankrig lidt spikes i februar, marts og oktober 2010. I figur 2.3 ses det, at Frankrig oplever flere inverse prisspikes, hvilket især er gældende for sommermånederne og for januar 2011. Disse inverse prisspikes er med til at gøre den franske spotpris volatil. De inverse prisspikes ses oftest i off-peak timerne, hvor forbruget er meget lavt, og de kan skyldes, at elektriciteten i disse timer udelukkende er produceret via produktionsmetoder, der har lave marginalomkostninger. Forskellen i volatiliteten skyldes også, at den franske spotpris svinger mere over hele perioden end den engelske spotpris gør.

Gennem hele perioden ser den engelske spotpris meget stabil ud, men fra oktober stiger niveauet for den engelske spotpris. Inden oktober 2010 ligger den engelske spotprisen stabilt på et niveau mellem EUR 30-70. Efter oktober stiger niveauet til at ligge mellem EUR 45-95. Der er to grunde hertil. Stigningen i bundniveauet skyldes en stigning i gaspriserne, hvilket får niveauet for alle timerne til at stige. Grunden til, at topniveauet er steget, skyldes time 19. Time 19 spiker i England hver dag i denne periode. Grunden til at spotprisen i England spiker hver dag i time 19 i vinterperioden skyldes, at det er den time, hvor englænderne, som nævnt, kommer hjem fra arbejde og går i gang med madlavning, tænder lys og så videre. Dermed sker der en stor stigning i forbruget af elektricitet i den time, hvilket betyder, at mere omkostnings-tunge produktionsformer skal benyttes. Det får prisen til at stige og derfor spiker den engelske spotpris i denne time.

Forskellen i volatiliteten mellem den franske og engelske spotpris gør arbitragemuligheden mellem de to grænser større og mere sikker. Jo større spread der er mellem de to landes spotpriser, jo større vil arbitragemuligheden være. Derfor er det positivt, at den engelske spotpris er stabil, mens den franske spotpris er mere volatil. Såfremt begge spotpriser er meget volatile, kan det være vanskeligt at bestemme flowet på grænsen, hvilket kan føre til, at elektriciteten sendes den forkerte vej.

Figur 2.3 bevidner endvidere, at de to lande har den samme månedssæson, idet prisspikene i de to lande sker i samme periode. Prisspikes forekommer oftest i perioder, hvor forbruget i

forvejen er højt, og dermed forekommer prisspikes oftest om vinteren. Dette set i forhold til den korte geografiske afstand mellem de to lande gør, at jeg med rimelighed kan antage, at Frankrig og England oplever den samme månedssæson.

2.2.3 Tilgængelig og allokeret kapacitet, pris på kapacitet og efterspørgselskurver - for begge retninger

Tidsrækker for den tilgængelige og allokerede kapacitet, prisen herpå og efterspørgselskurver er trukket fra DAMAS's hjemmeside. DAMAS er den institution, der er ansvarlig for at holde auktionerne og offentliggøre historiske resultater. Jeg har ikke ændret i nogle af de fire tidsrækker, og jeg anser derfor tidsrækkerne for at være troværdige. Såfremt DAMAS ikke er en troværdig kilde, vil hele auktionssystemet bryde sammen. For disse fire tidsrækker vil hver time i en måned have den samme værdi. Det skyldes, at månedskapacitet er et baseprodukt³. Nedenfor vises et udsnit af tidsrækkerne. I tabel 2.1 ses resultaterne for månedsauktionerne for januar 2011. Tabellen viser resultaterne for begge retninger og for hver afholdt auktion for januar 2011.

Januar 2011	FR-GB		GB-FR	
Auktionsnummer	1	2	1	2
Tilgængelig kapacitet [MW]	150	150	150	150
Efterspurgt kapacitet [MW]	850	798	770	703
Allokeret kapacitet [EUR/MW]	150	150	150	150
Auktionspris	1.77	1.83	2.07	1.12
Antal deltagere	10	9	9	8
Antal kapacitetsholdere	5	4	5	3
Antal af auktionsbud	52	52	48	43

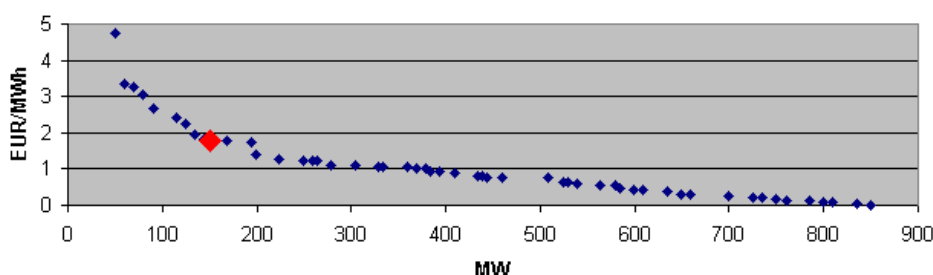
Tabel 2.1: Data for månedsauktion i januar

Af tabel 2.1 ses det, at der for alle auktionerne er 150 MW kapacitet tilgængelig, og for hver auktion er alle 150 MW kapacitet blevet allokeret. Faktisk har der for alle auktioner været en overefterspørgsel efter kapacitet, hvor der er efterspurgt mere end 700 MW. For hver auktion har der været mellem 8-10 agenter, der har budt på kapaciteten, men kun 3-5 agenter har fået allokeret kapacitet. Som det ses af tabellen, har agenterne gjort brug af muligheden for at byde flere gange⁴, og det samlede antal af bud ligger mellem 43 og 52. Det vil sige, at hver agent i gennemsnit har budt 5.4 gange. De mange bud skyldes, at agenterne byder for forskellige mængder af kapacitet med forskellige priser. For lave priser bydes der for en stor mængde kapacitet, mens der for høje priser bydes for en mindre mængde kapacitet. Dette skyldes, at agenterne på denne måde kan få presset prisen ned, men på samme tid opnå kapacitet. På samme tid styrer agenterne deres risiko, idet agenterne ikke kan få allokeret en stor mængde kapacitet til en høj pris.

Prisen, der bliver fastsat på auktionen, er bestemt af skæringspunktet mellem efterspørgsel efter kapacitet og den tilgængelige mængde kapacitet, hvilket er udbuddet. Buddene fra auktionen bliver rangeret i faldende orden efter den budte pris, og denne rangering udgør efterspørgselskurven. I figur 2.4 på næste side ses efterspørgselskurven for den første månedsauktion for januar i retningen fra Frankrig til England.

³Et baseprodukt vil sige, at en agent, der har fået allokeret kapacitet for en måned, har kapacitet i hver enkelt time i den pågældende måned.

⁴Jeg vil under reglerne for auktionen i afsnit 2.3.1 på side 11 komme ind på, hvor mange bud agenterne har per budrunde.



Figur 2.4: Efterspørgsel for månedsauktion 1 i januar 2011 i retningen fra Frankrig mod England

Den blå kurve i figuren viser efterspørgselskurven. Udbudskurven er en ret linje, idet der ikke bliver mere tilgængelig kapacitet, som prisen stiger eller falder. Udbudskurven er ikke angivet i figuren, men ligevægten ses ved den røde firkant. Den røde firkant ses ved en mængde kapacitet på 150 MW. For Frankrig mod England er ligevægtsprisen 1.77 og i tabel 2.1 på forrige side ses det, at ligevægtsprisen i auktionen fra England mod Frankrig er 2.07. Af tabellen ses resultaterne også fra den anden auktion for januar kapacitet. Her er ligevægtsprisen fra Frankrig mod England 1.83, mens den fra England mod Frankrig er 1.12. Priserne viser, at der i perioden mellem de to auktioner er sket et skift i forventningen omkring flowet på grænsen. I første auktion gik flowet fra England til Frankrig, da denne retning havde den højeste pris for kapaciteten. I den anden auktion gik flowet fra Frankrig til England. I figur 2.8 på side 17 ses det, at det faktiske flow var fra Frankrig til England. For januar auktionerne har det betydet, at agenterne er blevet klogere mellem de to auktioner - enten i form af deres budstrategi eller i form af forventninger til de fremtidige spotpriser. I bilag A på side 80 er det muligt at se alle ligevægtspriserne for hvert antal månedsauktioner. Denne oversigt giver en indikation af det historiske prisniveau samt det historiske flow på kablet.

2.2.4 BSUoS afgifter og Line Loss

Ved handel på IFA kablet skal der tages højde for BSUoS og Line Loss. BSUoS og Line Loss vil altid være omkostninger, når der udføres Cross Border Trading på IFA kablet. Derfor skal der være et vist spread mellem de to landes spotpriser, før det kan betale sig at benytte Cross Border Trading på IFA kablet. Jeg vil kort redegøre for, hvad BSUoS og Line Loss betyder.

BSUoS afgifter

BSUoS står for *Balancing Services Use of System* og er en afgift for at benytte det engelske elnet, jævnfør *The Statement of the Balancing Services Use of System Charging Methodology* (Internet2). BSUoS afgiften beregnes per halve time, idet balancemekanismen i England udregnes per halve time. BSUoS afgiften er især afhængig af månedssæson, spotprisernes niveau og hvilken halve time på dagen den skal udregnes for. Generelt vil et højere niveau i spotprisen føre til et højere niveau for BSUoS afgiften. Derfor kan det være vanskeligt at forudsige, hvilket niveau BSUoS afgiften kommer til at ligge på.

For at tage højde for BSUoS afgiften har jeg trukket tidsrækker fra National Grid Company's, NGC, hjemmeside. Disse tidsrækker indeholder niveauet for afgiften per halve time de sidste ti år. Afgiften er trukket fra NGC's hjemmeside. BSUoS afgiften er opgivet i GBP. I tabel 2.2 på næste side vises et gennemsnit per år for alle ti år⁵. Den første kolonne i tabel 2.2 angiver årstallet, mens den anden kolonne i tabellen viser de gennemsnitlige BSUoS afgifter for året. Af disse gennemsnit ses det, at afgiften kan svinge meget. Derfor har jeg i rapporten valgt, at BSUoS afgiften skal have en fast værdi, men med en safe margin på 10 %, således jeg er sikker

⁵Gennemsnittet for 2010-2011 er for den periode, der var tilgængelig, da analysen påbegyndtes.

År	Gennemsnit	Vægt	Vægtet gennemsnit
2010-2011	1.176	0.5002	0.588
2009-2010	1.264	0.2501	0.316
2008-2009	1.505	0.1251	0.188
2007-2008	0.991	0.0625	0.062
2006-2007	0.952	0.0313	0.030
2005-2006	0.854	0.0156	0.013
2004-2005	0.598	0.0078	0.005
2003-2004	0.600	0.0039	0.002
2002-2003	0.616	0.0020	0.001
2001-2002	0.571	0.0010	0.001
2000-2001	1.446	0.0005	0.001
Sum		1.0000	1.207

Tabel 2.2: Oversigt over BSUoS afgifter for de sidste 10 år samt vægtet gennemsnit

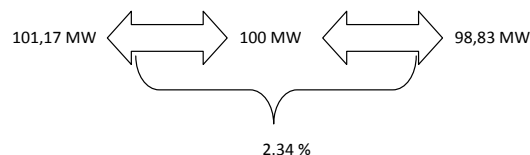
på, at Cross Border Trading stadig vil give en profit, selvom BSUoS afgiften er højere end min faste værdi i nogle timer. Den faste værdi findes ved et vægtet gennemsnit af gennemsnittene for de sidste ti år. Vægtene for gennemsnittet ses i den tredje kolonne i tabellen. Det ses, at år 2010-2011 har fået en vægt på 0.5002, således BSUoS afgifterne for dette år tæller mere end afgifterne for 2000-2001. Den faste værdi for afgiften er fundet ved følgende formel

$$\text{BSUoS} = \sum_{i=1}^n gns_i \cdot v_i \quad (2.1)$$

Hvor gns_i er gennemsnittene for de sidste ti år, mens v_i er de vægte, der er tildelt de enkelte år. Formlen ses anvendt i den sidste kolonne i tabel 2.2. Den faste værdi for BSUoS er udregnet til at være GBP 1.207 og dertil skal lægges et 10 % safe margin. Den faste værdi for BSUoS vil dermed være GBP 1.328.

Line Loss

Fra det øjeblik den producerede elektricitet løber ud i elnettet, vil der opstå et tab af elektricitet, og jo længere tid elektriciteten flyder i elnettet, jo højere vil dette tab være. Normalt dækkes dette tab ind af TSO'erne, men for IFA kablet forholder det sig anderledes. På IFA kablet er det agenterne selv, der skal betale for tabet af elektricitet. Dette kaldes Line Loss. Line Loss har en fast værdi på 1.17 % per halv kabel og er illustreret i nedenstående figur 2.5.



Figur 2.5: Line loss på IFA kablet

Figur 2.5 illustrerer en 100 MW handel på IFA kablet. Den faste værdi på 1.17 % per halv

kabel er defineret således, at midt på kablet er der 100 MW. Når elektriciteten sendes i en af retningerne, tabes der 1.17 % af mængden. Det vil sige, at uanset i hvilken retning elektriciteten sendes, så tabes der i alt 2.34 % af mængden. Sendes elektriciteten eksempelvis fra Frankrig til England, skal der købes 101.17 MW i Frankrig, mens der kun sælges 98.83 MW i England. Line Loss er således bestemmende for den mængde, der skal købes og sælges, men ikke bestemmende for mængden af kapacitet. Line Loss vil dog være en omkostning, der skal tages højde for i værdifastsættelsen.

Line Loss antages ligeledes at have en fast værdi. Denne værdi findes ved at udregne middelværdien for hver af de to landes spotpriser i analyseperioden. For Frankrig er middelværdien af spotpriserne EUR 47.43, mens middelværdien af de engelske spotpriser er EUR 48.77. For at tage højde for Line Loss skal jeg finde ud af, hvad omkostningerne er ved at købe og sælge forskellige mængder i de to lande. Line Loss er 1.17 % per halv kabel. Det vil sige:

$$\text{Line loss}_{FR} = 47.43/100 * 1.17 = 0.5549 \quad (2.2)$$

$$\text{Line loss}_{GB} = 48.77/100 * 1.17 = 0.5706$$

$$\text{Line loss} = 0.5549 + 0.5706 = 1.126 \approx 1.2$$

Ved EUR 1.2 er der taget højde for, at der skal købes mere elektricitet i det ene land, mens der skal sælges mindre elektricitet i det andet land. Den faste værdi for Line Loss er dermed EUR 1.2, og det er den værdi, der regnes videre med i rapporten.

2.3 Cross Border Trading på IFA kablet

Cross Border Trading går meget enkelt ud på at udnytte prisforskellen på elektricitet mellem to lande. Rent teknisk udføres Cross Border Trading ved at købe elektricitet på børsen i landet med en lav spotpris og sælge den samme mængde elektricitet på børsen i landet med den højere spotpris, hvormed arbitragemuligheden udnyttes. Som nævnt i indledningen er det nødvendigt at have kapacitet på det kabel, der kan sende elektriciteten fra det ene land til det andet. Disse kabler er oprindeligt bygget som sikkerhedsnet i form af muligheden for at transportere elektricitet over grænsen i tilfælde af et kraftværk skulle bryde ned. På denne måde vil forsyningssikkerheden af elektricitet stadig kunne opfyldes, da elektriciteten kan flyttes over landegrænsen (Cross Border 2004, s. 1). Kablet mellem Frankrig og England kaldes 'Interconnexion France-Angleterre', forkortet til IFA. Kablets placering kan ses i figur 2.6 på den følgende side. Kablet er markeret ved den hele lilla linje i figuren. Den punkterede lilla linje symboliserer et kabel fra England til Holland, der er under konstruktion. IFA kablet er gravet ned i havbunden i Den Engelske Kanal, og som det ses af figuren går kablet fra Les Mandarins i Frankrig til Sellindge i England. Kablet forbinder det franske og engelske elnet med en kapacitet på 2000 MW i hver retning. Kablet ejes ligeligt af den franske og engelske TSO - Réseau de Transport d'Electricité, RTE, og National Grid Company, NGC. D. 1. april 2001 blev kablet åbnet op for, at tredjeparter kunne købe kapacitet ved at byde på en eksplicit auktion (IFA Access Rules 2009, s. 2). NGC og RTE opererer sammen på kablet, idet retningen elektriciteten sendes i, er bestemmende for, om det er NGC eller RTE, der er operatør (IFA Access Rules 2009, s. 6).

2.3.1 Regler for Cross Border Trading på IFA kablet

Dette afsnit har til formål at opridse, hvordan auktionen på IFA kablet foregår samt at beskrive reglerne for auktionen. Denne viden er nødvendig set i forhold til at finde ligevægtsstrategien. Såfremt reglerne for auktionen ikke kendes, er det muligt, at den strategi, der findes frem til, ikke er forenelig med reglerne. I bilag B på side 82 findes en yderligere beskrivelse af auktions-



Figur 2.6: IFA kablets placering

reglerne.

Auktion for kapacitet på IFA kablet er en åben auktion, idet alle, der opererer på Cross Border Trading markedet kan søge om ret til at deltage i auktionen. For at kunne deltage i auktionen skal firmaet være godkendt af RTE og NGC. Denne godkendelse koster penge i form af arbejdskraft for firmaerne, men ellers er der ingen udgifter i forhold til at blive optaget på kablet. Det vil sige, at der på kablet er en indtrængningsbarriere i form af en godkendelsesprocedure, hvilket gør, at ikke alle firmaer, der opererer på Cross Border Trading markedet, er på IFA kablet. Som tiden går, vil flere og flere agenter være godkendt til at handle på grænsen, og antallet af agenter på grænsen vil dermed stige.

På IFA kablet er der auktion for kapacitet på lang sigt⁶, day-ahead kapacitet⁷ og intraday kapacitet⁸. Udgangspunktet for denne rapport er bud for kapacitet på lang sigt - en måned. Når der bydes for månedskapacitet, bydes der for et baseprodukt, hvilket vil sige, at der bydes for kapacitet for 24 timer i døgnet hver dag i hele måneden.

Auktionen er en eksplicit lukket auktion, hvilket betyder, at auktionen kun er for kapaciteten⁹, og at agenterne ikke har mulighed for at se hinandens bud under auktionen (IFA Access Rules 2009, s. 27). Derudover nettes flow i modgående retning ud efter nominering¹⁰. Det vil sige, at hvis en agent sender 100 MW fra Frankrig til England, og en anden agent samtidig sender 100 MW fra England til Frankrig, så vil den totale mængde elektricitet, der er sendt over grænsen være 0 MW. (Electricity prices 2006, s. 15).

Indsendelse af bud

Indsendelse af bud for kapacitet foregår elektronisk gennem 'Capacity Management System' eller CMS, som er et IT system, der leder auktionerne (IFA Access Rules 2009, s. 80). Det er

⁶Har en produktperiode, der er længere end en kontrakt dag. Lang sigt kan være kalenderår, finansielt år, sæson: Seks månedsperiode (vinter og sommer), kvartal, kalendermåned og weekender.

⁷Har en produktperiode på en kontrakt dag.

⁸Har en produktperiode op til en kontrakt dag.

⁹Der skelnes mellem implicit og eksplicit auktioner for kapacitet. I en implicit auktion udregnes selve spotprisen også under auktionen. For ydeligere forklaring se bilag D på side 85.

¹⁰Nominering sker efter kapaciteten er blevet allokeret. Agenterne skal nominere, hvor meget af den tildelte kapacitet, de ønsker at anvende.

DAMAS, der er ansvarlig for at afholde de elektroniske auktioner. Det er muligt at afgive bud i en bestemt tidsperiode kaldet budrunden, hvor hver agent har mulighed for at afgive op til 20 bud per runde (IFA Access Rules 2009, s. 37). I budet skal der specificeres en kvantitet i MW og pris per MW i EUR. For IFA kablet er der ingen mindstepris for kapaciteten, men det er ikke muligt at byde negativt, det vil sige, at den faktiske mindstepris er EUR 0. Der skal minimum bydes for en MW kapacitet, og der kan kun handles i hele MW. Når budet er givet, er det muligt at ændre i budet, indtil budrunden er overstået, men det er ikke muligt at slette et bud (IFA Access Rules 2009, s. 37).

Allokering af kapacitet

Når budrunden er overstået skal kapaciteten allokeres. Ved allokeringen kan der opstå fire scenarier alt efter, hvordan buddene for kapaciteten er blevet placeret. Når DAMAS modtager buddene bliver de, som nævnt, rangeret i faldende orden. Denne rangering udgør en efterspørgselskurve for kapaciteten, og rangeringen af buddene har dermed betydning for, hvilke agenter der får allokeret kapacitet. Jeg vil nedenstående gennemgå de fire senarier for, hvordan kapaciteten kan blive allokeret.

Scenarie et: Såfremt antallet af efterspurgte MW er mindre end eller lig den tilgængelige mængde kapacitet for auktionen, vil alle bud blive accepteret, og prisen per MW kapacitet vil være EUR 0 (IFA Access Rules 2009, s. 40).

Scenarie to: I dette scenarie overstiger den efterspurgte mængde kapacitet den tilgængelige kapacitet. I scenariet vil prisen for kapaciteten være lig den laveste budte pris, hvor der stadig er kapacitet. For at finde frem til allokering af kapaciteten og prisen herpå følges en bestemt fremgangsmetode. Først rangeres alle bud i faldende orden efter den pris, der er budt for kapaciteten. Dette scenarie er afbildet i tabel 2.3 nedenunder.

Scenarie 2: Tilgængelig kapacitet = 180 MW				
Rangering /Agent	Bud		Akkumuleret MW	Allokeret MW
	MW	EUR/MW		
1: Agent 1	10	5.12	10	10
2: Agent 2	20	4.95	30	20
3: Agent 3	50	4.84	80	50
4: Agent 2	20	4.31	100	20
5: Agent 1	50	3.99	150	50
6: Agent 4	30	3.73	180	30
7: Agent 5	25	3.01	205	0
8: Agent 1	30	2.80	235	0
9: Agent 2	110	1.5	345	0
Pris	3.73			

Tabel 2.3: Scenarie 2 for allokering af kapacitet

Af tabellen ses det, at den tilgængelige mængde kapacitet er 180 MW, og at den akkumulerede kapacitet efter de første seks bud er lig den tilgængelige kapacitet. Prisen for kapaciteten er den pris, der er budt i bud seks. Det vil sige, at prisen for kapaciteten i dette scenarie er EUR 3.73 per MW, og det er agent 4, der sætter prisen på kapaciteten. I scenariet vil agent 1 få allokeret 60 MW, agent 2 40 MW, agent 3 50 MW og agent 4 vil få allokeret 30 MW, mens agent 5 ikke vil få allokeret kapacitet (IFA Access Rules 2009, s. 40).

Scenarie tre: Det tredje scenarie tager udgangspunkt i, at den efterspurte mængde MW i bud fem er under den udbudte mængde MW, og den efterspurte mængde i bud seks er over den tilgængelige mængde. Dette scenarie kan ses i tabel 2.4 på næste side.

Scenarie 3: Tilgængelig kapacitet = 180 MW				
Rangering /Agent	Bud		Akkumuleret MW	Allokeret MW
	MW	EUR/MW		
1: Agent 1	10	5.12	10	10
2: Agent 2	20	4.95	30	20
3: Agent 3	50	4.84	80	50
4: Agent 2	20	4.31	100	20
5: Agent 1	50	3.99	150	50
6: Agent 4	50	3.73	200	30
7: Agent 5	25	3.01	225	0
8: Agent 1	30	2.80	255	0
9: Agent 2	110	1.5	365	0
Pris		3.73		

Tabel 2.4: Scenarie 3 for allokering af kapacitet

Af tabel 2.4 ses det, at mængden i bud seks er steget fra 30 MW til 50 MW i forhold til tabellen for scenarie 2. Scenariet ender med, at agent 4 får allokeret den mængde kapacitet, der er tilbage ved hans bud. Agent 4 vil derfor få allokeret 30 MW kapacitet for sit bud. Dermed vil prisen og allokering være lig prisen per MW og allokeringen i scenarie to. Igen er det agent 4, der sætter prisen (IFA Access Rules 2009, s. 40).

Scenarie fire: Dette scenarie forudsætter, at den efterspurgte mængde efter de første fem bud er under den tilgængelige mængde, og at bud 6 og 7 har samme budte pris. Når dette er tilfældet vil bud med den samme pris få samme rangering, og dermed har begge bud fået placering 6. Dette er vist i tabel 2.5.

Scenarie 4: Tilgængelig kapacitet = 180 MW				
Rangering /Agent	Bud		Akkumuleret MW	Allokeret MW
	MW	EUR/MW		
1: Agent 1	10	5.12	10	10
2: Agent 2	20	4.95	30	20
3: Agent 3	50	4.84	80	50
4: Agent 2	20	4.31	100	20
5: Agent 1	50	3.99	150	50
6: Agent 4	50	3.73	225	20
6: Agent 5	25	3.73	225	10
8: Agent 1	30	2.80	255	0
9: Agent 2	110	1.5	365	0
Pris		3.73		

Tabel 2.5: Scenarie 4 for allokering af kapacitet

I tabel 2.5 ses det, at prisen for agent 5's bud, i forhold til tabel 2.4, er ændret fra 3.01 til 3.73. Det betyder, at to bud har fået samme rangering, og begge agenter skal derfor have allokeret en andel af kapaciteten. Denne andel udregnes proportionelt mellem agent 4 og 5 i forhold til deres oprindelige kapacitet. Andelen er bestemt ved den tilgængelige kapacitet efter de første fire bud, 30 MW, delt med den totale mængde MW efterspurgt i de to bud med den samme pris, 75 MW: $30/75 = 40\%$. Dermed er hver agents andel 40 %. Det betyder, at agent 4 får tildelt 20 MW af den tilbageværende kapacitet, men agent 5 får tildelt 10 MW. I dette scenarie, hvor det både er agent 4 og 5, der sætter prisen på kapaciteten, vil prisen blive EUR 3.73. Agent 1 får allokeret 60 MW, agent 2 40 MW, agent 3 50 MW, agent 4 20 MW og agent 5 vil

få allokeret 10 MW (IFA Access Rules 2009, s. 40).

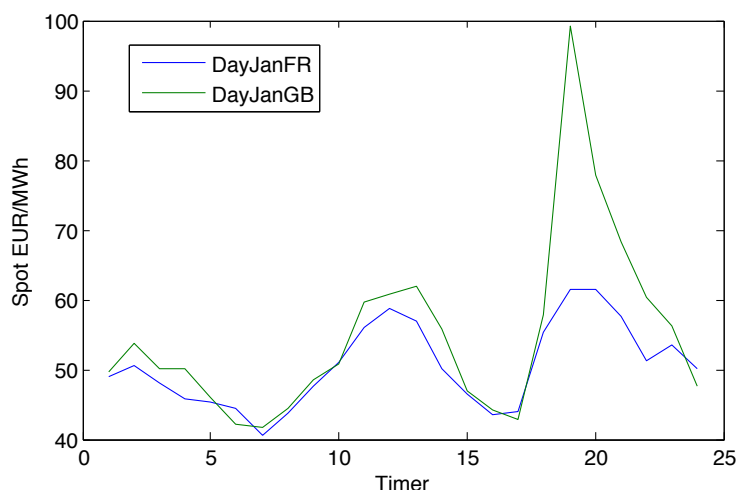
The Secondary Market

På IFA kablet er det muligt at sælge tidligere allokeret kapacitet på 'The Secondary Market' (IFA Access Rules 2009, s. 46). Såfremt en agent har fået allokeret årskapacitet, men ikke ønsker at bruge sin kapacitet for eksempelvis marts måned, kan denne sælge sin kapacitet for marts måned på månedsauktionen for marts. Ligeledes kan allokeret månedskapacitet sælges på day-ahead auktioner. Det betyder, at en agent, der ikke vil bruge sin kapacitet, kan sælge den igen og få den pris for kapaciteten, der bliver bestemt på auktionen for den solgte kapacitet. Denne mekanisme benævnes 'Use It or Sell It', UIOSI (IFA Access Rules 2009, s. 53). Denne mekanisme er kun mulig for kapacitet på lang sigt. For day-ahead kapacitet er det ikke muligt at sætte den til gensalg på intraday markedet. Dette benævnes 'Use It or Lose It', UIOLI.

2.4 Cross Border Trading i praksis

Arbitragemuligheden afhænger som sagt af forskellen mellem de to landes spotpriser. Grunden til at der er forskel mellem de to spotpriser skyldes hovedsagligt, at produktionsmikset i Frankrig og England er forskelligt, og hvert land har sin cyklus for spotprisen i løbet af dagen. Arbitragemuligheden består derfor ikke af tilfældigheder, men af tilbagevendende faktorer. Imidlertid vil en mindre del af arbitragemuligheden komme fra tilfældigheder, såsom prisspikes. I så fald vil det dog være vanskeligt at udnytte arbitragemuligheden, da disse prisspikes er svære at forudse.

Jeg vil her gennemgå, hvordan Cross Border Trading foregår day-ahead samt forklare, hvordan kapaciteten værdifastsættes ved day-ahead auktioner. Grunden til, at jeg viser, hvorledes Cross Border Trading foregår day-ahead skyldes, at det er nemmere at forstå princippet for en dag end for en hel måned. I figur 2.7 og tabel 2.6 på næste side ses de forventede franske og engelske spotpriser for d. 31. januar 2011¹¹.



Figur 2.7: Forventede spotpriser for det franske og engelske marked for d. 31. januar 2011

Den blå linje i figur 2.7 viser de forventede franske spotpriser, mens den grønne linje viser de forventede engelske spotpriser. Af figuren ses det, at spotpriserne har samme profil, hvilket ses

¹¹Dette eksempel er konstrueret med faktiske spotpriser for d. 31. januar 2011 i stedet for forecast af spotpriserne.

ved, at de to linjer følger hinanden i det meste af perioden, dog spiker den engelske spotpris i time 19. Retningen for flowet af elektricitet bestemmes ved at se på forskellen mellem de to landes spotpriser i hver time. I de timer, hvor spotprisen i Frankrig er højere end spotprisen i England sendes elektriciteten fra England til Frankrig og i de timer, hvor spotprisen i England er højere end spotprisen i Frankrig, sendes elektriciteten fra Frankrig til England. I figuren ses det, at de to landes spotpriser krydser hinanden flere gange. Det betyder, at flowet vender flere gange i løbet af dagen. For d. 31. januar skal time et til fem gå fra Frankrig til England, i time seks vender flowet og går fra England til Frankrig. Allerede i time syv vender flowet tilbage igen og går fra Frankrig til England helt indtil time ni. I time ti går flowet igen fra England til Frankrig, men fra time 11 går flowet resten af dagen fra Frankrig til England. Det betyder, at der kun er to timer, hvor flowet går fra England til Frankrig og hele 22 timer, hvor flowet går fra Frankrig til England. Figur 2.7 viser, at der for d. 31. januar er arbitragemuligheder, fordi der er en prisforskel i alle timerne, dog er prisforskellen i nogle timer meget lille. For day-ahead er det muligt at udvælge, de timer, hvor der ønskes at byde for kapacitet. Der er ingen regler om, at der skal bydes for kapacitet i alle døgnets 24 timer.

Prisforskellen mellem de to landes spotpriser er, hvad kapaciteten som maksimum er værd og dermed skal et bud for kapacitet altid være under forskellen mellem de to spotpriser for at opnå en positiv profit¹². Den forventede værdi for kapaciteten kan udregnes ved at se på spreadet mellem de to forventede spotpriser. Spreadet er vist i tabel 2.6.

Time	1	2	3	4	5	6	7	8
FR Spot	49.00	50.54	48.01	45.72	45.36	44.37	40.47	43.74
UK Spot	49.61	53.65	50.14	50.13	45.96	42.18	41.69	44.45
Spread	-0.61	-3.11	-2.14	-4.41	-0.60	2.19	-1.22	-0.71
Time	9	10	11	12	13	14	15	16
FR Spot	47.57	50.92	56.01	58.82	56.94	50.04	46.44	43.42
UK Spot	48.58	50.77	59.62	60.77	62.01	55.73	46.94	43.13
Spread	-1.01	0.15	-3.61	-1.96	-5.07	-5.70	-0.50	-0.71
Time	17	18	19	20	21	22	23	24
FR Spot	43.94	55.30	61.57	61.52	57.65	51.14	53.61	50.20
UK Spot	42.80	57.86	99.28	77.79	68.27	60.40	56.23	47.54
Spread	1.13	-2.56	-37.71	-16.27	-10.62	-9.26	-2.63	2.65

Tabel 2.6: Forventede spotpriser for det franske og engelske marked for d. 31. januar 2011

Tabellen viser det forventede spread mellem de franske og engelske spotpriser for d. 31. januar 2011. Når spreadet er negativt går flowet fra Frankrig til England og når spreadet er positivt, går flowet i den modsatte retning. I time et er der et spread på EUR -0.61 per MWh. Det betyder, at det er muligt at byde helt op til EUR 0.60 per MW kapacitet og stadig opnå en profit. Profitten vil afhænge af, hvor mange MW, der sendes igennem kablet. Såfremt der sendes 1 MW gennem kablet, vil der opnås en profit på EUR 0.01.

Det vil imidlertid være normalt at byde lidt under spreadet, når der bydes for kapacitet, så der er mulighed for en højere profit, men på samme tid skal der ikke bydes så lavt, at der ikke

¹²I eksemplet er der ikke taget højde for BSUoS afgifter og Line Loss

bliver allokeret kapacitet. En anden grund til, at der bydes under EUR 0.60 for kapaciteten, er fordi agenterne er bange for Winner's Curse¹³.

Af tabel 2.6 på forrige side ses det, at arbitragemuligheden er størst i timerne 19-22, mens muligheden i resten af timerne er ret beskeden. Det betyder, at den størst mulige profit kan hentes i disse timer, men ofte vil andre timer have ligeså høj profit, fordi prisen på kapaciteten skal trækkes fra spreadet. Såfremt prisen på kapaciteten er EUR 36.97 i time 19, vil der kun være en profit på EUR 0.74 per MW, der sendes igennem kablet. Den generelle formel for profitten ved Cross Border Trading på day-ahead per time er givet ved ligning 2.3.

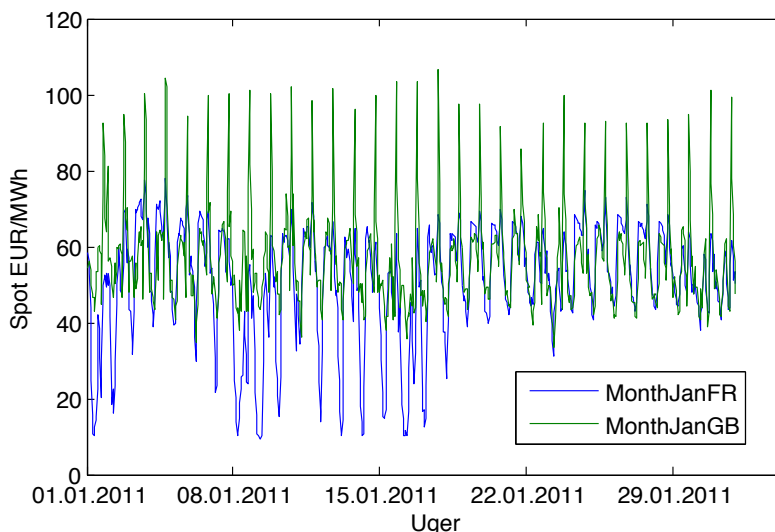
$$\pi_t = (\gamma_t - p_t) \cdot q_t \quad (2.3)$$

Hvor π_t er profitten ved Cross Border Trading i en time, γ_t er spreadet mellem de to spotpriser i en time, p_t er prisen på kapaciteten i en time, og q_t er den mængde kapacitet, der er allokeret for en time. Det vil sige, at profitten til agenterne i en time er forskellen mellem de to landes spotpriser minus prisen på kapaciteten ganget med den mængde kapacitet, agenten har fået allokeret. Den samlede profit for dagen findes ved at lægge profitterne for timerne sammen.

2.4.1 Cross Border Trading med månedskapacitet

Rapporten vil som sagt tage udgangspunkt i månedskapacitet. En af fordelene ved at købe månedskapacitet i forhold til day-ahead kapacitet er, at det er muligt at få kapacitet i de timer, hvor der er et stort spread, billigere end hvis kapaciteten skulle købes på day-ahead auktioner. Derfor vælger nogle virksomheder at købe månedskapacitet, hvis de forventer, at nogle timer gentagne gange vil indeholde et stort spread.

For at finde ud af, hvad kapaciteten som minimum er værd, tages der udgangspunkt i forwardkontrakter på de to landes spotpriser for den pågældende måned. Disse forwardkontrakter er et gennemsnit for forskellen mellem de to landes spotpriser i hver time for måneden. Værdifastsættelsen af månedskapaciteten vil jeg komme nærmere ind på i kapitel 3, som omhandler netop dette. I nedenstående figur 2.8 vises de faktiske spotpriser for Frankrig og England for januar måned 2011.



Figur 2.8: Spotpriser for det engelske og franske marked for januar 2011

¹³Begrebet defineres i afsnit 4.1.2 på side 61.

Figur 2.8 viser, at de to landes spotpriser har forskellige tidspunkter for, hvornår de spiker. Frankrig har mange inverse prisspikes, mens England har et spike hver dag i time 19. Sidst på måneden vender flowet lidt, idet de inverse prisspikes i Frankrig stopper, og spotprisen derefter er forholdsvis stabil, men at den engelske spotpris stadig spiker i time 19 hver dag. Af figuren kan det ses, at det kan betale sig at købe månedskapacitet fra Frankrig til England, da den franske spotpris oftest ligger under den engelske i perioden. Flowet i januar måned er hovedsagligt afhængigt af den franske spotpris, idet den engelske spotpris er forholdsvis stabil bortset fra time 19, mens den franske er mere volatil med de mange inverse spikes.

Når der bydes for månedskapacitet er det vigtigt at skelne mellem, om det er en obligation, at der benyttes alle timerne i måneden til Cross Border Trading eller om det er muligt at udvælge timer, der har værdi og kun benytte disse timer til Cross Border Trading, således kapaciteten er en option. Jeg vil i det nedenstående skelne mellem de to former.

Kapaciteten er en obligation

Når kapaciteten er en obligation skal alle månedens timer benyttes. Derfor skal der være en overvægt af værdi i timerne for at byde på månedskapacitet. Grunden herfor er, at profitten for de timer, der er værdi i, kan blive opvejet af tabet på de timer, der ikke er værdi i. Der skal derfor købes månedskapacitet for den retning, hvor der vil være stor nok profit til at dække de timer, der ikke er profit i. Oftest vil kun den ene retning have værdi nok til at dække resten af timerne og derfor bydes der ofte kun for en retning. Profitten ved Cross Border Trading på månedsbasis, når kapaciteten er en obligation, er givet ved følgende ligning 2.4

$$\pi_m = \sum_{t=1}^n (\gamma_t - p_m) \cdot q_m \quad (2.4)$$

Hvor π_m er profitten ved at købe månedskapacitet på IFA kablet, γ_t er spreadet mellem de to landes spotpriser per time for hele måneden, p_m er prisen på månedskapaciteten, og q_m er den mængde kapacitet, der er allokeret på månedsbasis. Profitten for Cross Border Trading med månedskapacitet, hvis kapaciteten er en obligation, udregnes som sum af spreadet mellem de to landes spotpriser per time minus prisen for kapaciteten bestemt af auktionen for månedskapacitet ganget med den mængde kapacitet, der er allokeret. Det er således muligt, at timer med positiv profit overgår timer med negativ profit, således at der er en samlet positiv profit ved køb af månedskapacitet.

Kapaciteten er en option

Indtil videre har det været antaget, at kapaciteten skal udnyttes, hvis den er blevet allokeret. Dette er imidlertid ikke nødvendigt, da kapacitet ofte er en form for option. Den agent, der har fået allokeret kapacitet har muligheden, men ikke forpligtigelsen til at benytte kapaciteten. Såfremt kapaciteten ikke ønskes benyttet, skal agenten blot undlade at nominere kapaciteten, og kapaciteten gensælges på 'The Secondary Market'. Denne mekanisme gør det muligt at udvælge timer, hvori der forventes en værdi. Det er dermed muligt at byde for kapacitet for begge retninger. Såfremt der er købt månedskapacitet fra Frankrig til England, og flowet i en time vender modsat, vil det være rentabelt ikke at benytte kapaciteten, da elektriciteten købes dyrt og sælges billigt. Såfremt kapaciteten for timen, hvor flowet vender forkert, sælges på 'The Secondary Market' fås den pris, som kapaciteten går for på day-ahead auktionen. Den pris vil højst sandsynlig ikke være høj, idet flowet forventes at gå mod den anden retning, men tabet til kapacitetsomkostningerne mindskes. Profitten, når kapaciteten er en option, er givet ved ligning 2.5 på næste side.

$$\pi_m = \sum_{t=1}^n (\gamma_t - p_m) \cdot q_m + (p_{TSM_{\neq t}} - p_m) \quad (2.5)$$

Hvor $p_{TSM_{\neq t}}$ er den pris der fås for salg på 'The Secondary Market' i de timer, der ikke handles. Profitten for måneden er summen af alle de timer, hvor der vælges at benytte kapacitet minus prisen på kapaciteten, som er bestemt af auktionen for månedskapacitet ganget den allokerede mængde. Her skal der desuden tages højde for de timer, der sælges på 'The Secondary Market'. Dette ses ved tredje led i ligningen, hvor prisen på 'The Secondary Market' trækkes fra kapacitetsomkostningerne for de timer, der ikke benyttes. Såfremt timerne, der benyttes til Cross Border Trading, udvælges korrekt og resten af timerne sælges på 'The Secondary Market', vil dette give en højere profit, end hvis kapaciteten er en obligation. Kapacitet på IFA kablet kan ses som en option, da der ingen regler er om, at al allokeret kapacitet skal benyttes.

2.5 Ligevægt på markedet for kapacitet

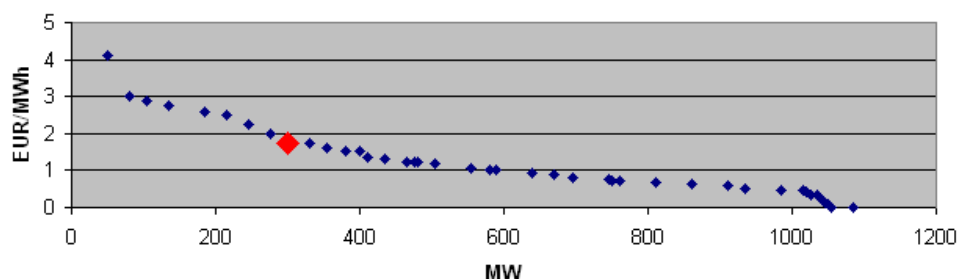
Ovenstående er det vist, hvordan Cross Border Trading udføres i praksis. Nedenstående vil jeg vise, hvordan ligevægten på markedet for kapacitet på IFA kablet opstår. Jeg ser først på efterspørgslen, derefter udbuddet og til sidst på selve ligevægten.

2.5.1 Efterspørgsel efter kapacitet

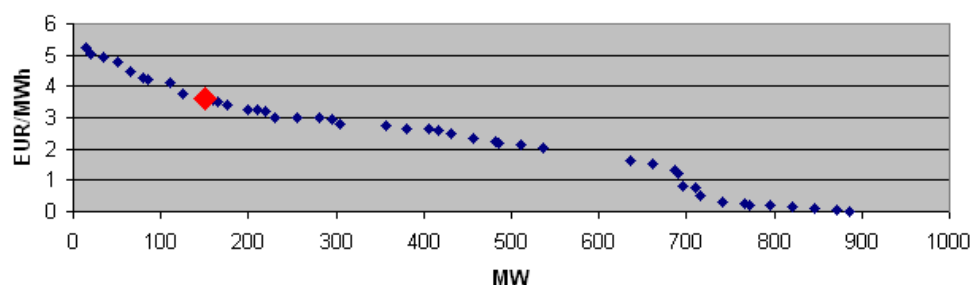
For et generelt marked vil agenternes reservationspris være bestemmende for, hvordan efterspørgselskurven ser ud. For Cross Border Trading vil reservationsprisen være spreadet mellem de to landes spotpriser. Her vil agenterne være indifferente mellem at sende elektriciteten over grænsen eller slet ikke at handle. Efterspørgsel efter kapacitet på IFA kablet er bestemt af agenternes reservationspris. Imidlertid anvender nogle agenter kapaciteten på IFA kablet til forsyningspligt, og derfor værdifastsætter disse ofte kapaciteten højere end agenter, der skal bruge kapaciteten til Cross Border Trading. Omkostningerne for ikke at leve op til forsyningspligten er høje, derfor værdifastsættes kapaciteten højere. Efterspørgselskurven bygger på forventninger for, hvad der kan tjenes, og hvad de andre agenter forventer, der kan tjenes. For at udgå Winner's Curse¹⁴ vil agenterne justere deres bud mod hinanden og dermed består buddene af en cirkel af forventninger. Buddene for en månedsauktion sker simultant, og derfor er det ikke muligt for agenterne at tage højde for de andre agents bud, når de placerer deres eget bud. Dette bliver dog muligt, hvis agenterne venter med at deltage i auktionen indtil auktion nummer 2, 3 eller 4 finder sted. I disse tilfælde kan agenterne benytte viden omkring de andre agents bud fra den forrige auktion og dermed blive mere sikker på deres eget estimat for værdien af kapaciteten.

I figurerne 2.9 og 2.10 på næste side ses henholdsvis efterspørgselskurven for kapacitet i retningen fra Frankrig mod England for den anden månedsauktion for april 2010 og efterspørgselskurven for kapacitet i retningen fra England mod Frankrig for den første månedsauktion for november 2010. Disse kurver er valgt for at diskutere efterspørgselskurvernes udseende - alle øvrige kurver ligner en af disse kurver, og alle kurver kan ses på data-CD'en. For begge kurver er det gældende, at efterspørgselskurven for kapacitet er en kurve, der relaterer mængden af kapacitet til en pris per MW. Som for alle andre efterspørgselskurver er kurverne faldende, hvilket betyder, at jo billigere kapaciteten er, jo mere kapacitet vil der blive efterspurgt. Alle de blå punkter på kurven symboliserer bud for kapaciteten, mens de røde punkter symboliserer ligevægten mellem udbud og efterspørgsel. Buddene for kapaciteten rangeres som sagt faldende

¹⁴Begrebet defineres i afsnit 4.1.2 på side 61.



Figur 2.9: Efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 2 - april 2010. Fra Frankrig mod England



Figur 2.10: Efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 1 - november 2010. Fra England mod Frankrig

og derfor vil kun de højeste bud få allokeret kapacitet, men til en pris bestemt af ligevægten mellem udbud og efterspørgsel. Af figurerne ses det, at de to figurer har forskellige former. Figur 2.9 har et spring mellem de to første bud, mens figur 2.10 har en mere flydende kurve. Grunden til det høje bud på over EUR 4 i figur 2.9 skyldes højst sandsynligt, at et firma har en forsyningspligt, det skal overholde, og dermed har firmaet brug for kapaciteten. Som nævnt ovenstående vil kapacitet, der skal bruges til forsyningspligt blive værdifastsat højere. Dermed vil de måneder, hvor der købes kapacitet til forsyningspligt give højere ligevægtspriser end måneder uden forsyningspligt. Alle de resterende punkter i figur 2.9 har samme form som punkterne i figur 2.10, og denne del af kurven udgør den faktiske efterspørgselskurve for kapacitet til Cross Border Trading.

Auktionen sørger for, at der allokeres kapacitet efficient, da de agenter, der værdisætter kapaciteten højest også er de agenter, der får allokeret kapacitet.

2.5.2 Udbud af kapacitet

Udbuddet for et gode afhænger af tidshorisonten for analysen samt, hvilket marked godet sælges på. Da min analyse er på månedsbasis, vil tidshorisonten være kort sigt. Det betyder oftest, at udbuddet for et gode vil være fast, da ændringer ikke kan slå igennem på kort sigt. I hovedtræk findes der tre markeder - fuldkommen konkurrence, et diskriminerende monopol og et almindeligt monopol. RTE og NGC udgør tilsammen et monopol på markedet, fordi RTE og NGC har eneretten til at bortauktionere kapaciteten på IFA kablet i form af, at de er TSO'er. Jeg vil derfor kun gennemgå, hvordan elektriciteten kan sælges for et diskriminerende monopol og et almindeligt monopol.

Et diskriminerende monopol er i stand til at tage forskellige priser for det samme gode. Det vil sige, at et diskriminerende monopol vil være i stand til at tage hver enkelt agents reservationspris. På denne måde vil det diskriminerende monopol opnå den højst mulige profit (Varian 2006, s. 12). RTE og NGC kan være diskriminerende monopolister, fordi de kan tage den bud-

te pris for hver MW. Dette er imidlertid ikke muligt, da markedet skal være gennemsigtigt og RTE samt NGC er nødsaget til at offentliggøre resultaterne for auktionen. RTE og NGC virker derfor som et almindeligt monopol, der er nødt til at tage den samme pris for godet. For et generelt almindeligt monopol vil der være et trade-off mellem at sælge en høj mængde til en lav pris eller sælge en lav mængde til en høj pris. En monopolist er nødt til at finde ud af, hvilken pris og mængde, der vil optimere profitten. Et monopol profitmaksimerer, når marginalomsætningen er lig med marginalomkostningen, og monolets afsætningskurve er en nedadgående kurve, som er lig markedets efterspørgselskurve. Det betyder, at monolet er i stand til at ændre på markedets pris ved at ændre på outputniveauet (Varian 2006, s. 423-427).

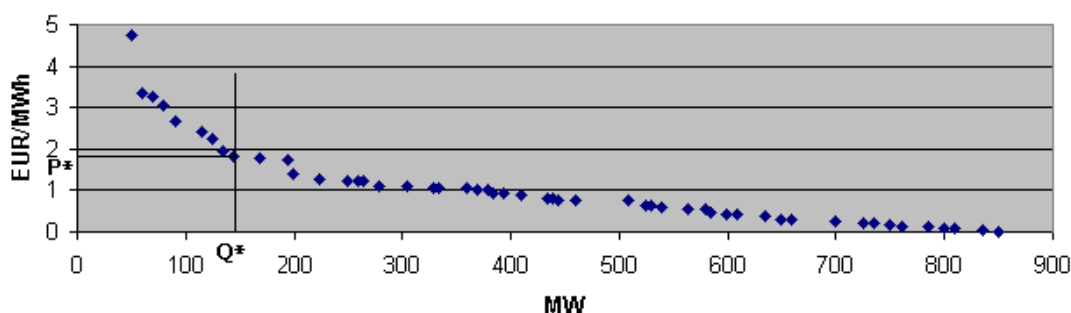
RTE og NGC adskiller sig imidlertid fra et almindeligt monopol på tre måder. Jeg vil nedenstående kort redegøre for punkterne.

- Det er ikke muligt for RTE og NGC at profitmaksimere, fordi det ikke er muligt for dem at bestemme outputniveauet. Outputniveauet er bestemt af den tilgængelige kapacitet, hvilket betyder, at udbudskurven er lodret, da mængden af tilgængelig kapacitet ikke kan ændres på auktionen. Dermed bliver profitten bestemt af ligevægtsmængden og -prisen.
- En anden grund til at RTE og NGC ikke kan profitmaksimere skyldes, at hele kapaciteten helst skal udnyttes set ud fra et samfundsmæssigt synspunkt, således elektriciteten flyder fra lavprisområdet til højprisområdet. Dette fører tilbage til, at RTE og NGC ikke kan vælge den udbudte mængde af kapacitet selv. Såfremt der kun er meget lidt kapacitet, vil en agent med forsyningspligt være villig til at købe den mængde kapacitet til en høj pris, hvilket vil få profitten for RTE og NGC til at stige. Dette er imidlertid ikke muligt for RTE og NGC, da der skal flyde så meget elektricitet fra lavprisområdet til højprisområdet som muligt, set ud fra et samfundsøkonomisk perspektiv.
- Selve mængden af tilgængelig kapacitet har kun en begrænset betydning for ligevægtsprisen. Mængden er kun bestemmende for ligevægtsprisen, hvis der kun er en meget lille andel af kapacitet tilgængelig. Såfremt der er rigelig kapacitet tilgængelig, vil mængden af kapaciteten ikke have nogen betydning for ligevægtsprisen, da den bliver bestemt af agenternes forventninger for, hvad kapaciteten er værd. Derfor oplever RTE og NGC ikke et direkte trade-off mellem en høj mængde og en lav pris.

RTE og NGC vil fortsætte med at være et monopol, fordi der er meget store etableringsomkostninger på markedet i form af at bygge et nyt kabel mellem de to lande. Endvidere skal sådan et kabel godkendes af begge landes regeringer. Det betyder, at det ikke er let for andre virksomheder at trænge ind på markedet.

2.5.3 Ligevægt

Ligevægten på markedet for kapacitet er bestemt af et ligevægtsprincip. Det betyder, at prisen for kapaciteten justeres indtil den efterspurgte mængde stemmer overens med den udbudte mængde. Efterspørgslen er bestemt af agenterne, der vil Cross Border trade, mens udbuddet er bestemt af den tilgængelige kapacitet. Ligevægtsprisen findes ved at indsætte udbuds- og efterspørgselskurven i den samme figur. Dette er gjort i figur 2.11 på den følgende side. Figuren viser udbuds- og efterspørgselskurven for den første auktion for månedskapacitet i januar i retningen fra Frankrig til England. De blå punkter udgør efterspørgselskurven, mens den lodrette sorte streg udgør udbudskurven. Der, hvor de to kurver skærer hinanden, findes ligevægten på markedet. P^* betegner den pris, hvor udbuddet af kapacitet er lig den efterspurgte mængde af kapacitet. P^* betegner dermed ligevægtsprisen for auktionen, og Q^* betegner ligevægtsmængde for auktionen. Ved denne pris vil enhver agent, der er villig til at betale mindst P^* få kapacitet, og til denne pris vil hele den tilgængelige mængde kapacitet blive allokeret.



Figur 2.11: Udbud- og efterspørgselskurve for kapacitet i månedsauktion 1 - januar 2011. Fra Frankrig mod England

Profitten til RTE og NGC er markeret ved boksen, $P^* \cdot Q^*$ i figur 2.11. Boksens højde er givet ved ligevægtsprisen og længden er givet ved ligevægtsmængden. Profitten findes ved at gange prisen med mængden. I dette tilfælde vil profitten til monopolen være $\text{EUR } 150 \cdot 1.77 = 265.5$.

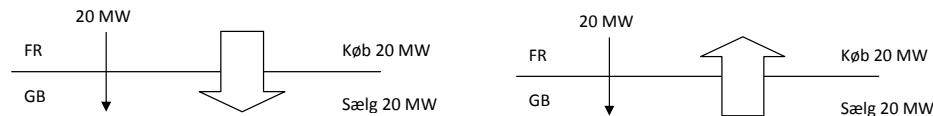
Ligevægten, der findes frem til ved auktionen, er ikke stabil. Det skyldes, at ligevægten afhænger af den strategi agenterne vælger, når de byder for kapaciteten. Når agenterne byder for kapaciteten er deres bud for kapaciteten defineret af en strategi for at byde og ikke agenternes rene værdifastsættelse. Det betyder, at hver enkelt agents efterspørgselskurve er affødt af strategiske overvejelser. Dermed er det agenternes budstrategi, der skaber ligevægten. Såfremt noget i agenternes tro omkring de andre agenter ændres, vil ligevægten ændre sig, idet agenten vil byde anderledes for kapaciteten. Derfor vil ligevægten ikke være stabil. Var tilfældet i stedet, at det var et monopol, der alene bød på kapaciteten på IFA kablet vil ligevægten være stabil, fordi budet fra monopolen kun afhænger af monopolens værdifastsættelse og ikke hvilken strategi, der vælges for budet.

2.6 Agenterne på markedet for Cross Border Trading

Efter jeg har præsenteret selve markedet for Cross Border Trading, vil jeg nu præsentere agenterne på markedet. Agenterne på markedet kan, som jeg har været inde på, benytte kapaciteten på IFA kablet til forskellige formål og ikke kun Cross Border Trading. Der er flere grunde til, at agenterne ikke benytter kapaciteten på IFA kablet til Cross Border Trading. Først og fremmest kan det skyldes forsyningspligt. Såfremt et firma har produktionsenhed i Frankrig og meldt produktion ind i England, skal elektriciteten sendes over landegrænsen, da omkostningerne ved ubalance kan give et større tab end høje kapacitetsomkostninger.

Dernæst kan agenternes brug af kapaciteten på IFA kablet til andre formål end Cross Border Trading hænge sammen med, at elektricitet i virkeligheden ikke er et homogent gode. Generelt ses elektricitet som et ideelt homogent gode, men det er faktisk muligt at differentiere elektricitet, fordi produktionskarakteristika er forskellige. Nogle firmaer vægter 'grøn strøm' højere end elektricitet produceret på traditionelle produktionsformer, hvorfor det er muligt at differentiere elektriciteten, selvom grundproduktet er det samme. Disse karakteristika omkring elektriciteten er et argument for, hvorfor nogle agenter benytter kapaciteten på IFA kablet til andre formål end Cross Border Trading. Et af disse formål kan være, at agenterne har en aftale med en produktionsvirksomhed i England, som skal have 'grøn strøm'. I England produceres der ikke ret megen 'grøn strøm', og derfor hentes denne ofte i andre lande. For at få elektriciteten bragt over til England skal der købes kapacitet på kablet. I dette tilfælde vil elektriciteten blive sendt fra Frankrig til England uanset flowet på grænsen.

Når agenterne byder for kapaciteten til Cross Border Trading, er det med øje for, at det skal være muligt at opnå en profit. Det vil konkret sige, at elektriciteten skal sendes i retningen fra lavprisområdet til højprisområdet og kapaciteten må ikke koste mere end spreadet mellem de to lande. Sendes elektriciteten i den forkerte retning, taber agenterne penge - både i form af, at elektriciteten købes dyrt og sælges billigt og i form af kapacitetsomkostningerne. Figur 2.12 illustrerer, hvad der sker, når elektriciteten sendes i den rigtige og forkerte retning.



Figur 2.12: Illustrering af flow på IFA kablet - flow i den rigtige og forkerte retning i forhold til det faktiske flow.

Figur 2.12 er delt i to. Den venstre del af figuren viser en agent, der sender elektriciteten i samme retning som det faktiske flow, mens delen til højre viser en agent, der sender elektriciteten i den forkerte retning. Den lige linje viser grænsen mellem Frankrig og England, hvor teksten over linjen angiver Frankrig, og teksten under linjen angiver England. Begge agenter forventer, at flowet går fra Frankrig mod England, og begge agenter indsender derfor et bud på 20 MW kapacitet på IFA kablet i den retning til en given pris. Dette er markeret ved den tynde pil i figuren, som vender fra Frankrig til England. Såfremt de 20 MW bliver allokeret til agenterne, skal de begge købe 20 MWh i Frankrig og sælge 20 MWh i England for ikke at skabe ubalance i markedet¹⁵. Efter offentliggørelsen af spotpriserne finder agenterne ud af, om det forventede flow stemmer overens med det faktiske flow. I figuren er det faktiske flow på grænsen markeret ved den kraftige pil. I den venstre del af figuren vender den tynde og den kraftige pil i samme retning, hvilket betyder, at agenten har sendt elektriciteten i den rigtige retning, og agenten har dermed udnyttet arbitragemuligheden på IFA kablet. I den højre del af figuren vender de to pile i hver sin retning og derfor har agenten sendt elektriciteten i den forkerte retning, og har dermed ikke udnyttet arbitragemuligheden, men i stedet købt elektriciteten dyrt og solgt den billigt.

2.6.1 Agenternes adfærd

Jeg har valgt at opstille en antagelse for agenternes adfærd på IFA kablet, for at teste om agenterne byder for at opnå profit ved Cross Border Trading, når de byder for kapacitet på IFA kablet. Antagelsen er defineret nedenstående:

Hypotese 1:

H_0 : Agenterne benytter kun kapaciteten på IFA kablet til Cross Border Trading.

H_1 : Agenterne benytter kapaciteten på IFA kablet til andre formål end Cross Border Trading.

H_0 hypotesen er, at agenter, der køber kapacitet på IFA kablet, kun køber kapacitet til Cross Border Trading formål. Den alternative hypotese er, at agenterne køber kapacitet på IFA kablet til andre formål end Cross Border Trading. Denne viden er nødvendig for at finde en ligevægtsstrategi. Såfremt nogle byder for kapaciteten for at benytte den til andre formål, vil det få indflydelse på deres prissignal for værdien af kapaciteten, og dermed vil det få indflydelse på den strategi, der findes frem til.

Denne antagelse er en antagelse på makroniveau, og det er derfor en makroadfærd, der ønskes undersøgt. Derfor kan resultatet af undersøgelsen ikke sige noget om, hvad den enkelte agent

¹⁵Her er der ikke taget højde for Line Loss.

gør, men om hvad agenterne gør til sammen. Jeg har ikke behov for at vide, hvad agenterne gør enkeltvis, så længe jeg ved, at agenterne tilsammen kun benytter kablet til Cross Border Trading.

Test af hypotese

Jeg vil teste hypotesen ved at undersøge, om agenterne har sendt elektriciteten i den retning, det faktiske flow har været i løbet af analyseperioden. Agenterne sender elektriciteten i den rigtige retning, hvis prisen for kapaciteten er korreleret med spreadet mellem de to landes spotpriser. Argumentet herfor er, at elektriciteten vil blive sendt i den rigtige retning, og arbitragemuligheden udnyttes. Såfremt prisen på kapaciteten og spreadet ikke er korreleret, sendes elektriciteten i den forkerte retning.

Korrelationen mellem spreadet og prisen på kapaciteten findes ved at udregne en korrelationskoefficient. En korrelationskoefficient måler graden af linearitet mellem to tilfældige variable, og den giver dermed en indikation af, om de to variable bevæger sig sammen eller uafhængigt af hinanden. Korrelationskoefficienten er givet ved formelen i ligning 2.6.

$$\rho = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (2.6)$$

Hvor $Cov(X, Y)$ er kovariansen af X og Y , mens σ_i er standardafvigelsen for henholdsvis X og Y . Korrelationskoefficienten kan tage en værdi mellem $[-1; 1]$, hvor 0 betyder, at der ikke er noget lineært forhold mellem de to variable, og 1 (-1) betyder, at der er et perfekt (negativt) lineært forhold mellem de to variable (Aczel 2006, s. 448). For at teste om der er et lineært forhold mellem prisen på kapaciteten og spreadet mellem de to landes spotpriser, testes det, om korrelationskoefficienten er forskellig fra nul. Til dette opstilles følgende hypotese:

$$\begin{aligned} H_0: \rho &= 0 \\ H_1: \rho &\neq 0 \end{aligned}$$

H_0 hypotesen er, at korrelationen er nul, og jeg må afvise min antagelse om agenternes adfærd givet ved hypotese 1, mens den alternative hypotese er, at korrelationen er forskellig fra nul, og jeg kan dermed ikke afvise antagelsen om agenternes adfærd. Hypotesen testes ved at benytte følgende teststørrelse:

$$t_{n-2} = \frac{\rho}{\sqrt{(1 - \rho^2) + (n - 2)}} \quad (2.7)$$

Hvor n er stikprøvestørrelsen. Teststørrelsen er en tosidet test, således der både undersøges, om korrelationen er negativ eller positiv. For teststørrelse udregnes en p-værdi, der afgør om hypotesen skal afvises eller ej. Korrelationskoefficienterne og p-værdien for teststørrelsen ses i tabel 2.7 på den følgende side. De første fire korrelationskoefficienter er for retningen fra Frankrig mod England, mens de sidste fire er fra retningen fra England til Frankrig. Jeg har valgt at udregne en korrelationskoefficient for hvert antal månedsauktioner. Tallene bag retningsangivelsen viser auktionsnummeret. På denne måde bliver det også muligt at undersøge, om agenterne bliver klogere, jo tættere på leveringsdato auktionerne afholdes.

Af tabellen ses det, at korrelationskoefficienterne for Frankrig-England retningen er positive, mens korrelationerne i den anden retning er negative. Det skyldes, at jeg har trukket den engelske spotpris fra den franske spotpris for at finde spreadet. Det vil sige, at jeg kun har fundet den faktiske værdi af spreadet i retningen fra Frankrig til England. Spreadet fra England til Frankrig vil selvfølgelig have samme værdi, men med omvendt fortegn. Det betyder, at alle korrelationskoefficienterne for retningen fra England til Frankrig skal have modsat fortegn, og alle korrelationskoefficienterne er dermed positive. De positive korrelationskoefficienter viser, at

Retning og auktion	Korrelations- koefficient	p-værdi	Retning og auktion	Korrelations- koefficient	p-værdi
FR-GB 1	0.2521	0.000	GB-FR 1	-0.2358	0.000
FR-GB 2	0.2559	0.000	GB-FR 2	-0.2431	0.000
FR-GB 3	0.2069	0.000	GB-FR 3	-0.3239	0.000
FR-GB 4	0.4390	0.000	GB-FR 4	-0.4390	0.000

Tabel 2.7: Korrelationskoefficienter mellem spreadet af de franske og engelske spotriser og prisen på kapaciteten opgjort for de forskellige antal auktioner

der er en positiv lineær sammenhæng for spreadet mellem de to landes spotpriser og prisen på kapaciteten. Det betyder, at et større spread mellem spotpriserne vil få prisen på kapaciteten til at stige. Dette giver også intuitivt mening.

For alle auktionerne kan jeg forkaste nul hypotesen, da p-værdien er 0.000. Det betyder, at der er en stærk korrelation mellem spreadet og prisen på kablet, og jeg kan ikke forkaste min ovenstående hypotese 1. Dermed er min antagelse, at agenterne kun benytter kapaciteten på IFA kablet til Cross Border Trading i overensstemmelse med virkeligheden, og jeg kan arbejde videre med denne antagelse i rapporten. Det betyder, at de ovenstående argumenter for at benytte kapaciteten på IFA kablet til andre formål, kun anvendes i et meget begrænset omfang eller slet ikke. Jeg ved fra de historiske efterspørgselskurver, at kapaciteten bliver brugt til forsyningspligt, men dette har ikke indvirkning nok på korrelationen mellem spreadet og prisen på kapaciteten, og derfor kan jeg se bort fra dette. Jeg kan dermed udvikle en strategi, hvor jeg benytter antagelsen. Dette aspekt er vigtigt, da jeg således ikke behøver at tage højde for andre prissignaler for værdien end dem, der benyttes til Cross Border Trading.

Læring ved flere auktioner Såfremt korrelationskoefficienten er steget mellem auktionerne, er agenterne blevet klogere i tiden mellem auktionerne. En stigning i korrelationskoefficienten mellem de forskellige auktioner kan komme fra enten, at agenterne lærer, jo flere auktioner der er, eller af at der bliver kortere tid til levering - eller begge dele. På data-CD'en er det muligt at se de forskellige datoer for auktionerne. Af disse datoer ses det, at der ikke er noget generelt mønster i, hvornår auktionerne holdes. Derfor kan jeg ikke isolere hvilken af de to grunde, der er skyld i stigningen i korrelationskoefficienten. Et fald i korrelationskoefficienten kan dermed betyde, at agenterne ikke bliver klogere i perioden mellem auktionerne, og at kortere tid til levering ikke har betydning for, hvor sikker agenterne er på værdien af kapaciteten - agenterne bliver dermed ikke klogere af, at der afholdes flere auktioner.

Det ses af tabellen, at korrelationskoefficienten for auktion 2 for retningen fra Frankrig til England er steget i forhold til korrelationskoefficienten for auktion 1. Ved månedsauktion 1 er korrelationskoefficienten 0.2521, og ved månedsauktion 2 er korrelationskoefficienten 0.2559. For retningen fra England til Frankrig er korrelationskoefficienten ligeledes steget, da korrelationskoefficienten for månedsauktion 1 er 0.2358, mens korrelationskoefficienten for månedsauktion 2 er steget til 0.2431. Imidlertid er ændringerne i korrelationskoefficienten mellem månedsauktion 1 og 2 for begge retninger meget begrænset, da ændringerne sker på henholdsvis tredje og anden decimal. Dermed er der ikke en signifikant forskel i korrelationskoefficienterne mellem de to månedsauktioner. Det betyder, at agenterne ikke bliver klogere mellem auktion 1 og auktion 2.

For månedsauktion 3 er korrelationskoefficienten for retningen fra Frankrig til England faldet både i forhold til auktion 1 og 2, mens korrelationskoefficienten er steget for den modgående retning. I begge tilfælde er korrelationskoefficienten steget eller faldet betydeligt. Jeg kan derfor ikke konkludere, om agenterne bliver klogere, når der holdes tre månedsauktioner. De meget

høje korrelationskoefficient, der ses for månedsauktion fire, skyldes, at flowet for de måneder, hvor der er afholdt fire auktioner, har været massivt gående mod den ene retning. Det kan ses af bilag A på side 80. Derfor er det ligeledes her svært at konkludere, om agenterne bliver klogere ved den fjerde auktion, da retningen har været så tydelig.

De udregnede korrelationskoefficienter viser, at agenterne ikke bliver klogere mellem månedsauktion 1 og månedsauktion 2. Agenterne lærer derfor ikke noget fra auktion 1 og bliver heller ikke mere sikker på kapacitetens værdi, jo tættere på levering auktionen afholdes. Jeg kan ikke sige noget om, om agenterne bliver klogere for auktion 3 og 4 grundet de ovenstående argumenter. Jeg konkluderer derfor, at agenterne ikke bliver klogere i mellem nogen af auktionerne.

2.7 Opsamling

Kapitlet har til formål at kortlægge det empiriske grundlag for rapporten. Rapporten tager udgangspunkt i Cross Border Trading på Interconnexion France-Angleterre kablet - forkortet til IFA. IFA kablet forbinder det franske elnet med det engelske elnet, og denne forbindelse gør det muligt at udnytte arbitragemuligheden mellem de to landes spotpriser på elektricitet gennem Cross Border Trading. Cross Border Trading går i al sin enkelhed ud på at udnytte arbitragemuligheden mellem to landes forskellige spotpriser. Grunden til, at arbitragemuligheden er til stede skyldes, at Frankrig og England ikke har ens produktionsmiks, og at forbruget mellem de to lande er forskudt med en time. Arbitragemuligheden afhænger dermed af faktorer, der gentages. Derudover kan der forekomme spikes i de to landes spotpriser. Disse spikes vil gøre arbitragemuligheden større, men de er svære at forudse og dermed vanskelige at udnytte.

Arbitragemuligheden udnyttes ved at få allokeret kapacitet på IFA kablet, hvor kapaciteten allokeres til agenterne i markedet gennem en lukket eksplicit auktion. Efter budrunden er afsluttet, rangeres buddene efter faldende orden i forhold til den budte pris for en MW kapacitet. Agenterne får allokeret kapacitet, indtil al den tilgængelige kapacitet er bortallokeret. Prisen for en MW kapacitet er den budte pris, hvor efterspørgsel er lig udbud. Det betyder, at markedet opnår sin ligevægt ved brug af et ligevægtsprincip, hvor efterspørgslen justeres, indtil den er lig med udbuddet. Dermed er prisen for kapaciteten en ligevægtspris mellem udbud og efterspørgsel. Agenterne har mulighed for at placere op til 20 bud for kapacitet per budrunde.

Rapporten tager udgangspunkt i køb af månedskapacitet på IFA kablet. Når der købes månedskapacitet, købes der kapacitet for 24 timer i døgnet for hver dag i hele måneden. Profitmuligheden afhænger af, om kapaciteten ses som en obligation eller som en option. Ses kapaciteten som en obligation, skal alle timerne i måneden benyttes til Cross Border Trading. I dette tilfælde skal en af retningerne have en overvægt af timer med profit, da det ellers er muligt, at timer hvor flowet går den anden retning, opvejer profitten for de timer, hvori der er profit. Ses kapaciteten i stedet som en option, er det muligt at udvælge, hvilke timer der forventes at have profit. På denne måde behøver en retning ikke at have en overvægt af timer med profit. Derfor vil det være muligt at opnå en højere profit, når kapaciteten er en option. Kapacitet på IFA kablet er en option, da der ingen regler er om, at kapaciteten skal benyttes i hver time. Kapacitet, der ikke ønskes benyttet, kan sælges på 'The Secondary Market'.

Jeg opstillede en antagelse for agenternes adfærd på IFA kablet. Denne antagelse var, at agenterne kun får allokeret kapacitet på IFA kablet for at benytte kapaciteten til Cross Border Trading. Denne antagelse omkring agenternes adfærd viste sig at være korrekt ved at udregne korrelationskoefficienter mellem spreadet og ligevægtsprisen for kapaciteten. Agenter, der køber kapacitet på IFA kablet, køber dermed kun kapaciteten for at Cross Border Trade.

Det empiriske grundlag for rapporten tager udgangspunkt i historiske data for handel på IFA kablet. Denne viden er tilgængelig for alle agenter på markedet. De anvendte data er de nyeste mulige data, hvilket vil sige, at det anvendte data svarer til den viden, der er tilgængelig, når kapaciteten for en måned skal værdifastsættes.

Jeg vælger, at både BSUoS og Line Loss skal være faste værdier. BSUoS er fastgjort til GBP 1.328, og Line Loss er fastgjort til EUR 1.2.

2.7.1 Forenkling og antagelser

Jeg vælger at forenkle virkeligheden til en stiliseret case, således der åbnes op for en mere generel analysemetode, hvor KISS princippet tages i brug. Den ovenstående opsamling af kapitlet leder frem til hvilke antagelser, der er nødvendige for at kunne sige noget mere generelt om auktionen og dermed finde en generel metode. Jeg vælger derfor at tage udgangspunkt i flere antagelser, som jeg gør rede for nedenstående.

Den første antagelse er, at agenterne kun byder på kapaciteten for at opnå en positiv profit ved Cross Border Trading, hvilket blev testet i afsnit 2.6 på side 22. Her viste det sig, at antagelsen stemmer overens med virkeligheden. Dermed skal jeg ikke tage højde for andre formål for at byde for kapacitet, når jeg specificerer ligevægtsstrategien.

Modellen simplificeres yderligere ved at antage, at agenterne kun har mulighed for at byde en gang i hver budrunde. Denne forenkling vil gøre rapporten mere generel, da flere bud fra agenterne ikke er en ret i mange auktioner, samt analysen bliver mere kompliceret af flere bud per agent. Grunden til, analysen bliver mere kompliceret er, at hver agent dermed har sin egen efterspørgselskurve. Jeg kan ikke opnå et kendskab til disse efterspørgselskurver, men kun en horisontal sammenlægning heraf i form af de efterspørgselskurver, jeg kan trække fra DAMAS. Dermed bliver det kompliceret at udvikle en strategi, der kan tage højde for de mange bud. Jeg vælger derfor at se bort fra, at agenterne har mulighed for at byde flere gange. Agenterne har dermed kun et bud per budrunde.

Jeg har derudover antaget, at agenterne byder uafhængigt af hinanden, og at der kun er to agenter på markedet. Det vil sige, at agenterne ikke indgår i karteller med hinanden og derigennem byder sammen for kapaciteten. Denne antagelse stemmer overens med virkeligheden, da agenterne på markedet ikke går sammen i karteller, selvom de har mulighed for det, da auktionerne gentages. Jeg forudsætter, at agenterne ikke går sammen i karteller, fordi de er bange for at blive prissættere for auktionen og dermed selv drive prisen op. Antagelsen betyder, at jeg kan arbejde med teorier, der kræver, at agenterne byder uafhængigt af hinanden. Jeg antager, at der kun er to agenter på markedet, da denne antagelse vil gøre, at auktionerne for kapacitet på IFA kablet bliver stiliserede.

Til sidst antager jeg, at agenterne er risikoneutrale, og det er derfor muligt at benytte teori, der forudsætter, at agenterne er risikoneutrale. Antagelsen har betydning for agenternes adfærd på to måder. Først ved, at agenterne ikke har nogen præference overfor risiko, og derfor vil agenterne kun vurdere det forventede afkast af investeringen og vælge den investering, der har det højeste afkast. Denne antagelse stemmer ikke helt overens med virkeligheden, da agenterne oftest vil forlange en risikopræmie for deres risiko ved køb kapacitet. Antagelsen har endvidere påvirkning på agenternes måde at byde på. En risikoavers agent vil byde mere konservativt, mens en risikovillig agent vil byde mere aggressivt. Med denne antagelse behøver jeg ikke at tage hensyn til agenternes grad af risikovillighed.

Værdifastsættelse af kapacitet

Det ene af rapportens mål udføres i dette kapitel - værdifastsættelse af månedskapacitet på IFA kablet. Værdifastsættelse af kapaciteten kan ske på to måder - ved en obligationsmetode eller ved en optionsmetode. Hvilken af de to metoder, der skal anvendes kommer an på, om der er en forpligtigelse til at benytte den allokerede kapacitet eller ej. Såfremt det er en forpligtigelse at benytte den allokerede kapacitet, skal kapaciteten værdifastsættes ved obligationsmetoden. Er det i stedet muligt selv at bestemme, om kapaciteten skal benyttes, skal kapaciteten værdifastsættes som en option. Kapaciteten kan dermed værdifastsættes som et finansielt instrument. I afsnittet 2.3.1 på side 11 omhandlende reglerne for auktion for månedskapacitet på IFA kablet, er der ikke beskrevet, at agenterne skal benytte den allokerede kapacitet. I fald agenterne ikke ønsker at benytte kapaciteten, skal de blot undlade at nominere kapaciteten og dermed sælge den på 'The Secondary Market'. Det betyder, at kapaciteten skal værdifastsættes som en option. Imidlertid forholder det sig sådan, at månedskapaciteten skal være nomineret inden spotpriserne offentliggøres, og dermed skal der tages stilling til, om kapaciteten skal nomineres inden den faktiske retning på flowet kendes. Når kapaciteten er nomineret skal kapaciteten benyttes, derfor kan månedskapaciteten også ses som en obligation. Den bedste værdifastsættelse findes derfor ved at benytte både obligations- og optionsværdifastsættelsesmetoden med et vægtet gennemsnit.

Jeg vil i dette kapitel vise begge værdifastsættelsesmetoder og forklare hvorfor der er en forskel i værdien af kapaciteten mellem de to metoder. Jeg vil i kapitlet værdifastsætte kapaciteten for marts måned 2011. For marts måned blev der afholdt to auktioner for hver retning, og jeg vil værdifastsætte begge auktioner i den retning, hvor flowet forventes at være. Auktion 1 blev afholdt d. 7. februar 2011, mens auktion 2 blev afholdt d. 16. februar 2011.

3.1 Information inden værdifastsættelsen

Mit datasæt sørger for, at jeg har den historiske viden, der er tilgængelig på tidspunktet for værdifastsættelsen, som jeg redegjorde for i afsnittet 2.2 på side 6. For at kunne værdifastsætte kapaciteten skal jeg ligeledes have en viden omkring fremtiden. Denne viden består i et forventet niveau for de to landes spotpriser samt information omkring produktionsanlæg i begge lande og vejrdato¹. Dette er de signaler, der sendes til agenterne inden auktionen påbegyndes. Det

¹Jeg vil til værdifastsættelse kun benytte de forventede spotpriser, da information omkring produktionsanlæg og vejrdato er svære at finde historisk, samt det er nødvendigt med erfaring for at benytte denne viden. Jeg vil senere i rapporten vende tilbage til nødvendigheden af erfaring.

forventede niveau for spotpriserne er hentet fra forwardkontrakter fra EEX og Bloomberg - de franske priser er hentet fra EEX, mens de engelske priser er hentet fra Bloomberg. Både EEX og Bloomberg er handelsplatforme, hvor det er muligt at handle forwardkontrakter på de to landes spotpriser. Data fra EEX og Bloomberg kan ses i bilag C på side 83. I nedenstående tabel 3.1 ses data til værdifastsættelse af de to auktioner.

Data til værdifastsættelse			
Auktionsnr	Data	GBP	EUR
Auktion 1	FR Spot		52.00
	Valutakurs		1.1773
	GB Spot	47.70	56.16
	BSUoS	1.328	1.563
	Line loss		1.2
Auktion 2	FR Spot		50.75
	Valutakurs		1.1871
	GB Spot	45.75	54.31
	BSUoS	1.328	1.576
	Line loss		1.2

Tabel 3.1: Data til værdifastsættelse af månedskapacitet for marts måned

Af tabellen ses det, at der er hentet den samme mængde information ind til at værdifastsætte både auktion 1 og 2. For EEX og Bloomberg har jeg hentet lukkepriser på forwardkontrakter for den sidste handelsdag inden auktionen. For auktion 1 er priserne hentet fra d. 4. februar 2011, og for auktion 2 er priserne hentet fra d. 15. februar 2011. Dermed er forventningen omkring niveauet for de to landes spotpriser så opdateret som muligt, når auktionerne afholdes. Den engelske spotpris er omregnet til EUR ved at gange prisen med GBP/EUR valutakursen for den pågældende dag. Det forventede niveau for den franske spotpris falder med EUR 1.25 i perioden mellem de to auktioner, mens det forventede niveau for den engelske spotpris er faldet med EUR 1.85. Dernæst skal der tages højde for BSUoS og Line Loss. Begge omkostninger er antaget til at have en fast værdi. BSUoS er antaget til at have en værdi på GBP 1.328. Denne værdi skal omregnes til EUR med valutakursen for den pågældende dag. Line Loss har jeg antaget til at have en fast værdi på EUR 1.2.

3.2 Værdifastsættelse med obligationsmetoden

Denne metode tager udgangspunkt i, at kapaciteten er en obligation, og at kapaciteten skal benyttes, hvis den er blevet allokeret. Det vil sige, at alle timer i måneden skal benyttes til Cross Border Trading. Derfor tager metoden kun udgangspunkt i spreadet mellem de to landes forventede spotpriser, og der tages ikke hensyn til, at kapaciteten kan sælges på 'The Secondary Market'. Fra ovenstående afsnit ses det, at den engelske spotpris er højere end den franske spotpris for begge auktioner. Flowet for marts måned forventes derfor at gå fra Frankrig til England. Spreadet mellem de to lande findes ved følgende ligning 3.1:

$$\gamma = P_{spot_{GB}} - P_{spot_{FR}} \quad (3.1)$$

For auktion 1

$$\gamma_1 = 56.16 - 52.00 = 4.16$$

For auktion 2

$$\gamma_2 = 54.31 - 50.75 = 3.56$$

Af ovenstående udregninger ses det, at spreadet mellem de to lande er EUR 4.16 for auktion 1 og EUR 3.56 for auktion 2, hvor flowet er fra Frankrig til England for begge auktioner. Det vil sige, at der for den første månedsauktion er et gennemsnitligt spread på EUR 4.16 i hver time for marts måned. For at finde værdien for kapaciteten skal der fratrækkes omkostningerne for Cross Border Trading bestemt af BSUoS og Line Loss. Dette ses i ligning 3.2 nedenunder.

$$V_{ob} = \gamma - (\text{BSUoS} + \text{Line Loss}) \quad (3.2)$$

Hvor V_{ob} er værdien for kapaciteten udregnet ved obligationsmetoden. Dette er værdien for kapaciteten med udgangspunkt i, at alle timer i måneden skal benyttes. Nedenstående udregnes værdien for de to månedsauktioner.

For auktion 1

$$V_{ob_1} = 4.16 - (1.563 + 1.2) = 1.40$$

For auktion 2

$$V_{ob_2} = 3.56 - (1.576 + 1.2) = 0.78$$

Af de ovenstående udregninger ses det, at værdien for kapaciteten for den første månedsauktion er EUR 1.40, og for den anden månedsauktion er værdien for kapaciteten EUR 0.78. De forudgående udregninger af ligning 3.1 på forrige side viser, at spreadet mellem de to landes spotpriser, i tiden mellem de to auktioner, er blevet mindre, og det afspejles i de ovenstående udregninger. Værdien for kapaciteten er udregnet uden at tage højde for, at kapaciteten er en option. Derfor er ovenstående værdier et minimum af værdien for kapaciteten. Kapaciteten bliver mere værd, når der tages højde for, at der kan udvælges timer til Cross Border Trading og derefter sælge resten af kapaciteten på 'The Secondary Market', hvilket der tages højde for i næste metode.

3.3 Værdifastsættelse med optionsmetoden

Såfremt det er muligt at udvælge de timer, hvori der forventes at være en værdi, skal kapaciteten ses som en option. Det skyldes, at en agent, der har fået allokerede kapacitet, har muligheden, men ikke forpligtigelsen til at benytte kapaciteten. Denne beskrivelse af måden at benytte den allokerede kapacitet på stemmer overens med definitionen for en option. En call (put) option er en ret, men ikke en pligt til at købe (sælge) det underliggende aktiv. Når optioner værdifastsættes anvendes der to grundlæggende argumenter; ingen arbitrage og replikering. Argumentet om ingen arbitrage medfører, at prisen på en portefølje, der perfekt efterligner optionen, skal være lig prisen på optionen. Argumentet om replikering betyder, at optionen søges replikeret med det underliggende aktiv og det risikofrie aktiv (Grinblatt 2004, s. 230). Den fair værdi for en option er nutidsværdien af det forventede payoff ved udløb under en risikoneutral random walk for det underliggende aktiv. Værdien for en option afhænger af flere forskellige parametre, hvor værdien af en option kan skrives som følgende:

$$V_{op} = (S, t; \sigma, \mu; K, T; r) \quad (3.3)$$

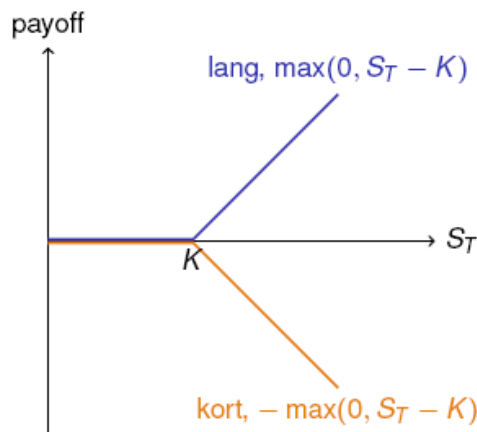
Semikolon adskiller de forskellige typer af parametre og variable. Tegnene "(+)" eller "(-)" angiver om værdien af optionen vil stige, hvis parameteret eller variabelen stiger².

- $S(+)$ (Prisen på det underliggende) og t (Tiden) er variable
- $\sigma(+)$ (Volatiliteten for det underliggende) og μ (Driften for det underliggende) er parametre associeret til det underliggende aktiv S
- $K(-)$ (Strike prisen, som er den fordefinerede pris på det underliggende aktiv) og $T(+)$ (Løbetiden for optionen) er parametre associeret til detaljerne af kontrakten for optionen
- $r_f(+)$ (Den risikofrie rente)

Handelsvilkårene for optionen indgås gennem en kontrakt, og som det ses ovenstående, vil disse vilkår have en betydning for værdien af optionen. Handelsvilkårene for en option vil være type af option, udløbsdato og strike pris. Typen af optionen i dette tilfælde vil være en plain vanilla call option. Begyndelsen for optionen er d. 1. marts 2011 i time 1, og udløbsdatoen for optionen vil være d. 31. marts 2011 i time 24, det vil sige, at optionen får en løbetid på 744 timer. Strike prisen for denne type option vil være omkostningerne for Cross Border Trading på IFA kablet, da spreadet skal nå dette fordefinerede niveau, før det er muligt at opnå en profit. Derfor vil strike prisen være lig omkostningerne ved Cross Border Trading.

Plain vanilla call option

Jeg vælger at vise værdifastsættelse for en lang position i en plain vanilla call option, da allokering af kapacitet kan ses som en tilsvarende position. I nedenstående figur 3.1 vises payoff'et for en lang og kort position i en plain vanilla call. Ud fra denne figur er det muligt at se, hvorfor allokering af kapacitet svarer til en lang position i en plain vanilla call.



Figur 3.1: Payoff for en lang og kort position i en plain vanilla call option

Payoff'et for en lang position i en plain vanilla call option afhænger af størrelserne på K og S_T , hvor S_T angiver prisen på det underliggende aktiv i tidspunkt T , og er dermed prisen på det underliggende aktiv, når optionen udløber. Payoffet for en lang position i en call option er

²Om værdien af optionen stiger eller falder, afhænger af typen af option. Her tages der kun højde for en plain vanilla call option

nul indtil og med $K = S_T$. Ved $K < S_T$ stiger payoffet proportionelt med S_T , og der er ingen grænse for, hvor højt payoffet kan blive. Ved $K > S_T$ er der ingen profit ved optionen, og optionen vil derfor ikke blive udøvet. Derfor er der ingen risiko for tab ved en option (Ginblatt 2004, s. 259-261). Såfremt der er allokerede kapacitet, vil payoff'et se ud som i figur 3.1. Når spreadet mellem de to landes spotpriser stiger over strike prisen, som her er BSUoS og Line Loss, vil størrelsen af payoff'et være uendeligt. Forventes en time ikke at have en positiv profit, nomineres denne time ikke og dermed er nedrisikoen skåret væk. Derfor svarer allokerede kapacitet til en lang position i en plain vanilla call.

3.3.1 Black-Scholes værdifastsættelse af plain vanilla call option

Jeg vil i det nedenstående kort redegøre for, hvordan en plain vanilla call option kan værdifastsættes ved hjælp af Black-Scholes modellen og derefter benytte den fremgangsmåde til at værdifastsætte kapaciteten. Black-Scholes modellen er en kontinuert model til værdifastsættelse af plain vanilla optioner. Formlen for Black-Scholes er givet ved nedenstående ligning.

$$V_{op} = S_0 N(d_1) - PV(K) N(d_1 - \sigma\sqrt{T}) \quad (3.4)$$

Hvor

$$d_1 = \frac{LN\left(\frac{S_0}{PV(K)}\right)}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$$

Hvor V_{op} er værdien for optionen, S_0 er prisen på det underliggende aktiv i tidspunkt nul, $PV(K)$ er nutidsværdien af strike prisen, σ er volatiliteten for det underliggende aktivs afkast på udløbstidspunktet, mens T angiver optionens løbetid. $N(d_1)$ er delta for en call option, hvor delta er ændringen i værdien af optionen med hensyn til bevægelser i prisen på det underliggende aktiv (Grinblatt 2004, s. 278-280).

Antagelser for Black-Scholes modellen

For at anvende Black-Scholes modellen er der nogle antagelser, der skal være overholdte. Disse antagelser er generelt i modstrid med virkeligheden, men alligevel benyttes Black-Scholes modellen i den finansielle sektor (Wilmott 2007, s. 140). Jeg vil kort redegøre for de forskellige antagelser herunder.

- Det underliggende aktiv følger en lognormalfordelt random walk med en varians, der er proportional med kvadratet af prisen på aktivet. Det vil sige, at fordelingen af mulige priser på det underliggende vil være lognormalfordelt, og volatiliteten vil være konstant. Volatiliteten behøver dog ikke være konstant, men den skal være afhængig af tiden (Wilmott 2007, s. 146).
- Den risikofrie rente er en kendt funktion af tiden. Denne antagelse kan ikke overholdes, da ikke alle kan låne til den risikofrie rente, og den er ikke konstant over tid. Ligesom for volatiliteten er antagelsen lempet til, at den risikofrie rente bare skal være afhængig af tiden og kendt på forhånd. Imidlertid er det stadig svært at overholde antagelsen. (Wilmott 2007, s. 146).
- Der er ingen dividende udbetalinger for det underliggende. Modellen er udvidet til at kunne tage højde for, at det underliggende aktiv kan udbetale dividender (Wilmott 2007, s. 146).

- Delta hedging kan udføres kontinuert. Denne antagelse er umulig at overholde, da delta hedging kun kan udføres diskret (Wilmott 2007, s. 146).
- Der er ingen transaktionsomkostninger for det underliggende. Denne antagelse stemmer heller ikke overens med virkeligheden, da der oftest vil være et bid-ask spread på de fleste underliggende aktiver plus handelsomkostninger til børsen (Wilmott 2007, s. 146).

Der findes flere antagelser end de ovenstående, idet jeg kun har valgt at redegøre for de vigtigste antagelser.

Parametre til Black-Scholes modellen

Ligning 3.4 på foregående side angiver Black-Scholes formelen til værdifastsættelsen for en plain vanilla call option. For at udregne værdien af kapaciteten på IFA kablet, skal jeg have fundet en værdi for alle parametrene i ligningen. Af ligning 3.4 ses det, at Black-Scholes modellen ikke tager højde for driften i det underliggende aktiv. Driften tages ikke med i Black-Scholes modellen, fordi det antages, at det er muligt perfekt at hedge optionen med det underliggende aktiv. Derfor opnås der ikke en profit for at tage unødvendig risiko. Det betyder, at kun det risikofrie afkast er med i modellen. Såfremt to agenter bliver enige om volatiliteten for et aktiv, så vil de være enige om værdien af det afledte, selvom de har forskellige estimater for driften. I den nedenstående tabel 3.2 ses parametrene til Black-Scholes modellen.

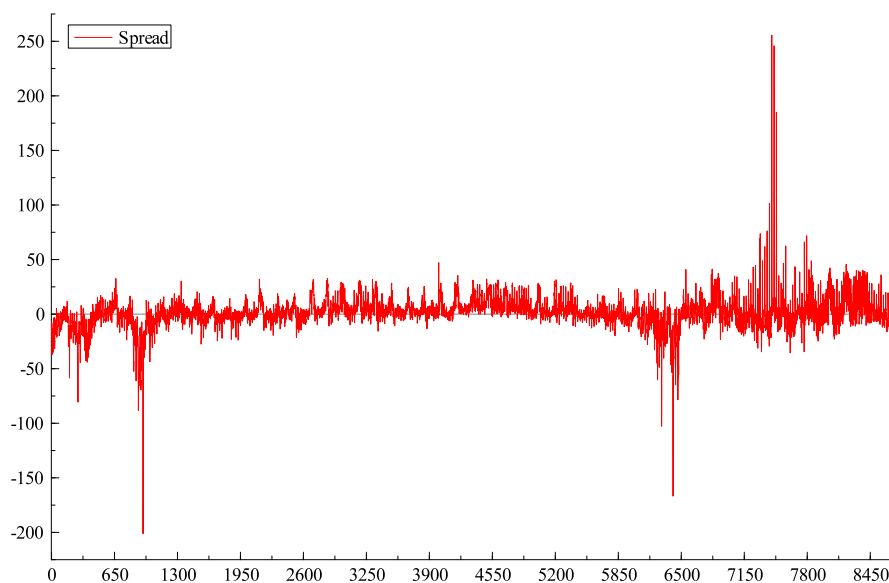
Data til Black-Scholes		
Auktionsnr	Data	EUR
Auktion 1	S_0	4.16
	K	2.763
	r_f	0.912 %
	T	1 måned
	σ	?
Auktion 2	S_0	3.56
	K	2.776
	r_f	0.903 %
	T	1 måned
	σ	?

Tabel 3.2: Data til Black-Scholes modellen

Ud fra tabellen ses det, at mange af tallene er de samme som, der benyttes i obligationsmetoden. Det skyldes, at det er samme kapacitet, der skal værdifastsættes. S_0 i ligning 3.4 er spreadet mellem de to landes spotpriser, mens K , som tidligere nævnt, er strike prisen. Strike prisen er aftalt i handelsvilkårene for optionen, og i dette tilfælde vil K være lig omkostningerne ved Cross Border Trading på IFA kablet. Den risikofrie rente, r_f , er fundet på ECB's hjemmeside, hvor jeg vælger at benytte EURIBOR 1 månedsrente som den risikofrie rente. Det historiske niveau for EURIBOR kan ses på data-CD. T angiver som sagt løbetiden på optionen. Kapaciteten vil gælde for alle timer i marts måned, og den vil derfor gælde for en måned. Det eneste parameter, jeg ikke har på forhånd er volatiliteten, σ , men σ kan estimeres ved hjælp af en regressionsmodel. Jeg vil i det følgende afsnit bygge en model, der kan estimere volatiliteten for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser.

3.4 Model, der kan estimere volatilitet til Black-Scholes modellen

Fremgangsmetoden for at finde frem til en model, der kan estimere volatiliteten for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser, er opdelt i to. Først findes en middelværdistruktur og derefter en variansstruktur. For finansielle data vil det være normalt, at residualerne, ε_t , ikke har en konstant varians, σ^2 , men at σ^2 varierer over tid (Heij 2004, s. 620-621). Såfremt variansen er afhængig af tiden vil det ofte kunne ses ved et plot af den afhængige variabel overfor tiden. Den afhængige variabel i modellen vil være spreadet mellem de to landes spotpriser. Et plot af den afhængige variabel over for tiden ses i nedenstående figur 3.2.



Figur 3.2: Plot af spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser overfor tid

Figur 3.2 antager timer på x-aksen. Et år svarer til 8760 timer, hvilket svarer til hele x-aksen. Omkring time 7500, hvilket svarer til november/december, ses den største værdi for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser. Dette stemmer overens med figur 2.3 på side 7, da denne periode indeholdt flest spikes. Det ses af figur 3.2, at starten af perioden og vinterperioden, omkring 7500 timer, har en højere variation i spreadet end i resten af perioden. Denne forskel i variationen kaldes også volatilitetsklumpninger, da perioder med høj volatilitet er efterfulgt af perioder med lav volatilitet. Dette kendetegner, at variansen afhænger af tiden. Derfor forventer jeg, at modellen skal have specificeret både en middelværdistruktur og en variansstruktur.

Stationær afhængig variabel

Det første skridt for at bygge en model, der kan estimere volatiliteten i spreadet, er at teste, om spreadet overholder betingelsen om, at den afhængige variabel er stationær. Den afhængige variabel er stationær, hvis middelværdien og variansen er konstant over tid, samt at kovariansen mellem x_t og x_{t+h} kun er afhængig af afstanden mellem de to termer (Heij 2004, s. 536). Dette testes først visuelt ved hjælp af den ovenstående figur 3.2. Den visuelle inspektion af variabelen giver grund til at tro, at spreadet er stationært, da middelværdien ser ud til at være konstant over tid. Variansen ser ligeledes ud til at være konstant, også selvom den indeholder volatilitetsklumper. For at teste om spreadet er stationært, udføres en Dickey-Fuller test. For en Dickey-Fuller test opstilles følgende hypoteser:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta \neq 0$$

H_0 hypotesen er, at variablen ikke er stationær, mens den alternative hypotese er, at variablen er stationær. Teststørrelsen findes ved at benytte en hjælperegression, der er givet ved følgende formel:

$$\Delta y_t = \beta \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3.5)$$

Teststørrelsen er givet ved $\beta_1/sta(\beta_1)$. Der kan ikke anvendes en normal t-fordeling til at finde den kritiske værdi for teststørrelsen, da t-tests under H_0 hypotesen ikke følger en t-fordelingen. I stedet anvendes en Dickey-Fuller fordeling, som er en korrigeret t-fordeling (Heij 2004, s. 593-595). I tabel 3.3 nedenunder ses outputtet for Dickey-Fuller testen.

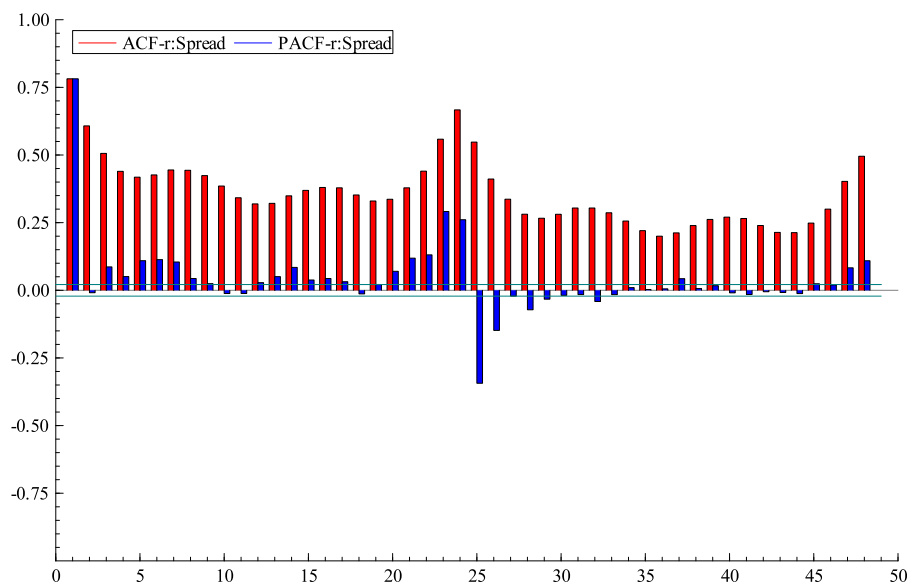
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
<i>Spread</i> ₁	-0.216046	0.006633	-32.6	0.000

Tabel 3.3: Output for Dickey-Fuller test

Af tabellen ses det, at ' $t - prob$ ' er 0.000, hvilket betyder, at p-værdien for Dickey-Fuller testen er 0.000 og dermed under 0.05. Da p-værdien er under 0.05, kan jeg ikke afvise H_0 hypotesen. Det betyder, at den afhængige variabel er stationær. Det vil sige, at jeg kan benytte variablen, som den er uden at foretage nogle transformationer af den.

Sæson i data

Jeg har en forventning om, at spreadet vil indeholde en del sæson, da jeg ved, at spotpriserne indeholder sæson. For at finde ud af om spreadet ligeledes indeholder sæson, vælger jeg at udregne autokorrelation og partiel autokorrelation for den afhængige variabel. Disse korrelationer er vist i nedenstående figur 3.3.



Figur 3.3: Autokorrelation og partiel autokorrelation for spreadet

De røde søjler i figur 3.3 viser autokorrelationen, der viser ligheder mellem observationer, som er en funktion af tidsafstanden i mellem dem. De blå søjler i figuren viser de partielle autokorrelationer, som er en udvidelse af autokorrelationen. De partielle autokorrelationer er korrelationen mellem to observationer, men hvor afhængigheden med de mellemliggende observationer er fjernet. De grønne bånd i figuren viser et 95 % konfidensinterval. Både autokorrelationen og den partielle autokorrelation skal ligge inden for disse bånd, hvis datasættet ikke skal indeholde serielkorrelation og dermed sæson. (Heij 2004, s. 545-548). Figur 3.3 viser, at den afhængige variabel indeholder en stor mængde af sæson, hvilket ses ved, at autokorrelationen peaker ved hvert 24. lag, samt at få af observationerne er inden for konfidensintervallet. Det 24. lag er værdien for den samme time døgnet forinden, derfor stemmer autokorrelationen overens med virkeligheden. Sæsonen ses yderligere ved, at den partielle autokorrelation dør ud efter lag 27, og hvor den spiker for lag 1 og spiker negativt for lag 25. Figur 3.3 viser dermed, at middelværdien for modellen skal findes ved en sæson ARMA model, der netop kan tage højde for sæsonen i datasættet.

3.4.1 Middelværdistruktur for modellen

Middelværdistrukturen for modellen vil være en sæson ARMA model, fordi spreadet mellem spotpriserne indeholder en stor del sæson. Det betyder, at værdier for eksempelvis time fem er mere korreleret med time fem dagen inden eller ugen forinden end med timen lige inden. En sæson ARMA model er givet ved nedenstående ligning 3.6.

$$\Phi(B^h)y_t = \Theta(B^h)\varepsilon_t \quad (3.6)$$

hvor

$$\Phi(B^h) = 1 - \Phi_1 B^h - \Phi_2 B^{2h} - \dots - \Phi_P B^{Ph}$$

og

$$\Theta(B^h) = 1 - \Theta_1 B^h - \Theta_2 B^{2h} - \dots - \Theta_Q B^{Qh}$$

Hvor B angiver backshift operatoren, hvilket gør, at modellen tager højde for sæson. $\Phi(B^h)$ er seasonal autoregressive delen, og $\Theta(B^h)$ er seasonal moving average delen af ARMA modellen. h angiver længden på sæson i modellen og kaldes lag operatoren. Den ovenstående ligning har således en sæsonperiode på h (Internet 4). Modellen kan omskrives til:

$$y_t = \Phi y_{t-h} + \varepsilon_t + \Theta \varepsilon_{t-h} \quad (3.7)$$

Det er muligt at kombinere en sæson ARMA model med en ikke-sæson ARMA model, hvis det viser sig, at den afhængige variabel også er afhængig af værdier i de nærliggende observationer. Det vil eksempelvis sige, at time fem er afhængig af time fire og time fem dagen inden. Denne model betegnes ved $ARMA(p, q)x(P, Q)_h$, hvor p (P) angiver antallet af (sæson) autoregressive led, og q (Q) angiver antallet af (sæson) moving average led. Nedenstående ses ligningen for en $ARMA(p, q)x(P, Q)_h$ model.

$$\Phi(B^h)\phi(B)y_t = \Theta(B^h)\theta(B)\varepsilon_t \quad (3.8)$$

I ligning 3.8 er de små græske bogstaver koefficienterne til ARMA modellen, og de store græske bogstaver er koefficienterne til sæson ARMA modellen (Internet 4). Det er derudover muligt at sæsondifferentiere, således at sæsonen tages ud af modellen. På samme tidspunkt er det muligt

at foretage en almindelig differentiering. Derved fås en SARIMA model, der er betegnet ved $ARIMA(p, d, q)x(P, D, Q)_h$, hvor d (D) angiver antallet af (sæson) differentieringer.

Sæson ARMA model

For at finde ud af om spreadet skal differentieres og/eller sæsondifferentieres, kigges på autokorrelationen og den partielle autokorrelation af den afhængige variabel. Figur 3.3 på side 35 viste, at den afhængige variabel indeholder en stor del af sæson, og derfor vælger jeg at sæsondifferentiere den afhængige variabel. Derudover vælger jeg at foretage en første differentiering, da korrelationerne slår meget ud for lag 1. For at tage højde for disse differentieringer, danner jeg en sæsonvariabel, der er defineret som i nedenstående ligning 3.9.

$$\text{Saeson} = \Delta\text{Spread}_1 - \Delta\text{Spread}_{24} \quad (3.9)$$

Sæsonvariablen består af første differensen minus 24. differensen. Det vil sige, at min ARMA model er en sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ model. I nedenstående tabel 3.4 ses outputtet for modellen.

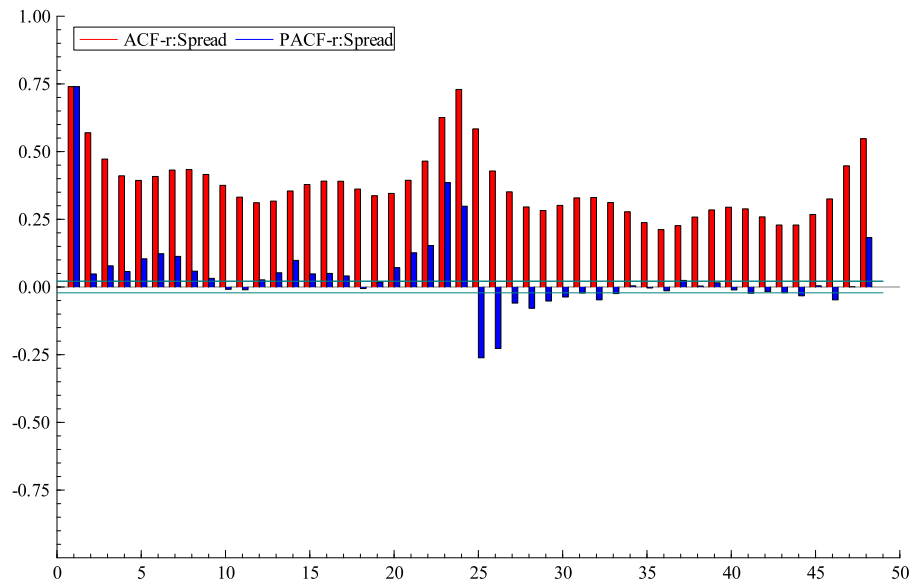
	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
Constant	1.38581	0.1435	9.66	0.000
Sæson	-0.195587	0.009897	-19.8	0.000
mean(Spread)	1.39749	var(Spread)	187.962	
no. of obser- vations	8737	no. of para- meters	2	
log- likelihood	-	AIC	8.03107	
	35080.7495.59			

Tabel 3.4: Output for sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen

Af outputtet fra modellen ses det, at modellen består af en konstant og sæsonvariablen. Begge variable er signifikante, da ' $t - prob$ ' er under 0.05 for begge. Jeg vælger derfor at arbejde videre med begge variable i modellen. Parameterestimatet for sæsonvariablen er negativt, hvilket betyder, at variabelen har en negativ indvirkning på spreadet.

Figur 3.4 på den følgende side viser autokorrelationerne og de partielle autokorrelationer for sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen. Det ses af auto- og de partielle korrelationer, at sæsonvariablen ikke har hjulpet meget på at tage korrelationen mellem de forskellige observationer ud. Hvert 24. lag slår stadig kraftigt ud, og lag 25 for de partielle autokorrelationer er stadig kraftigt negativt - endog mindre negativ end i figur 3.3 på side 35. Den ovenstående tabel 3.4 viser imidlertid, at sæsonvariablen er signifikant, hvorfor jeg vælger at beholde variabelen i modellen. For at tage mere korrelation mellem observationerne ud, tager jeg lags af den afhængige variabel med i modellen. Jeg vælger at tage to lags med i modellen, da figur 3.4 viser, at den partielle autokorrelation for lag et slår meget ud. Endvidere medtages lag to, selvom den partielle autokorrelation ikke slår ud. Det vælger jeg, fordi jeg fra empirien ved, at værdien to timer forinden har en stor betydning for den nuværende time. Det betyder, at sæson ARMA modellen ændrer sig til en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ model.

I tabel 3.5 på den følgende side ses outputtet for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen. Af tabellen ses det, at alle variable i modellen er signifikante, da ' $t - prob$ ' er under 0.05 for alle variable. Jeg vælger derfor, at beholde alle variable i modellen, da alle variable bidrager med en forklaringskraft i forhold til den afhængige variabel. Parameterestimaterne for lag et og to har forskellige fortegn. Lag et har en positiv påvirkning på spreadet, mens lag to har en negativ påvirkning. Sæsonvariablen har i denne model fået et positivt parameterestimat.

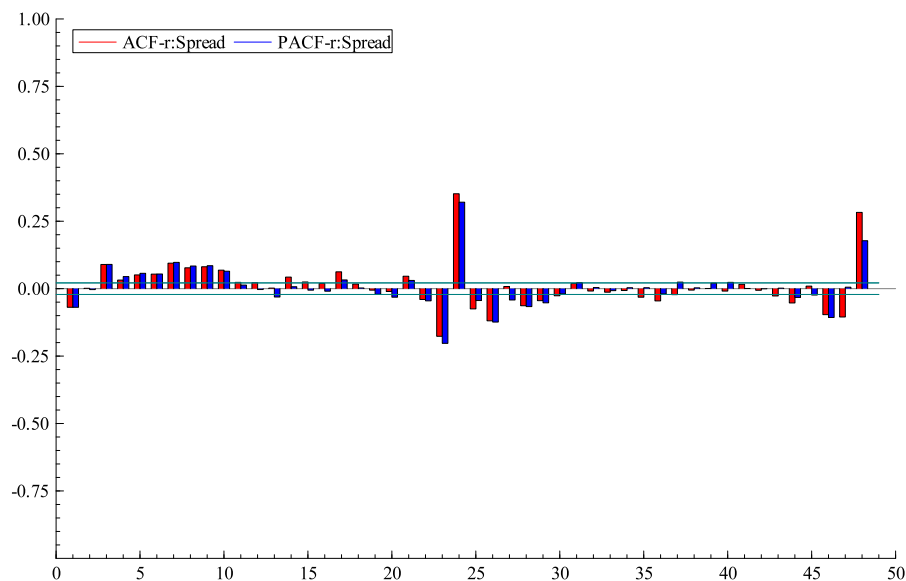


Figur 3.4: Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen

	Coefficient	Std. Error	t-value	t-prob
$Spread_1$	0.956043	0.01077	88.8	0.000
$Spread_2$	-0.0329842	0.009889	-3.34	0.001
Constant	0.124563	0.08513	1.46	0.014
Sæson	0.268291	0.006867	39.1	0.000
mean(Spread)	1.39749	var(Spread)	187.962	
no. of observations	8737	no. of parameters	4	
log-likelihood	-30454.1838	AIC	6.97246	

Tabel 3.5: Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen

I nedenstående figur 3.5 ses autokorrelationen samt de partielle autokorrelationer for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen.



Figur 3.5: Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen

Figuren viser, at både autokorrelationen og den partielle autokorrelation er faldet markant i forhold til sæson $ARMA(0, 1, 0)X(0, 1, 0)_{24}$ modellen i figur 3.4 på foregående side. Af figuren ses det, at hvert 24. lag stadig slår mere ud end de resterende lags, og at de omkringliggende lags slår negativt ud. Det skyldes, at der stadig er en stor del af sæson i datasættet. For at forsøge at tage den sidste sæson ud af modellen sættes et sæson MA24 led ind. Dette sæson MA led tager gennemsnittet for de forrige 24 observationer, og det er min forventning, at dette led vil tage mere sæson ud af datasættet. Modellen bliver nu en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model, og outputtet for denne model ses i den nedenstående tabel 3.6.

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
$Spread_1$	0.885013	0.01246	71.0	0.000
$Spread_2$	-0.0740916	0.01049	-7.06	0.000
Constant	0.0514721	0.008124	0.607	0.544
Sæson	0.219230	0.008124	27.0	0.000
MA(24)	0.165964	0.01494	11.1	0.000
mean(Spread)	1.39749	var(Spread)	187.962	
no. of obser- vations	8737	no. of para- meters	5	
log- likelihood	-30392.90	AIC	6.9586	

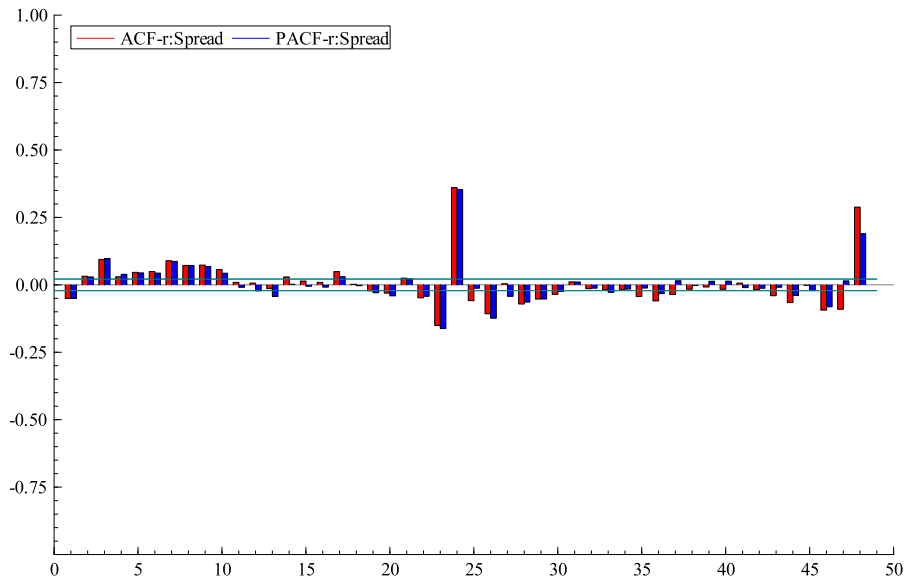
Tabel 3.6: Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen

Af outputtet i tabel 3.6 ses det, at konstanten ikke længere er signifikant, da den har en ' $t - prob$ ' på 0.544. Det betyder, at den ikke længere har nogen forklaringskraft i forhold til den afhængige variabel. Jeg tager derfor konstanten ud af modellen, og outputtet for en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model uden en konstant ses i tabel 3.7 på den følgende side. I tabellen ses det, at alle variable nu er signifikante, da alle variable har en ' $t - prob$ ', der er

	Coefficient	Std.Error	t-value	t-prob
$Spread_1$	0.885066	0.01246	71.1	0.000
$Spread_2$	-0.0740767	0.01049	-7.06	0.000
Sæson	0.219251	0.008124	27.0	0.000
MA(24)	0.16668	0.01486	11.2	0.000
mean(Spread)	1.39749	var(Spread)	187.962	
no. of obser- vations	8737	no. of para- meters	4	
log- likelihood	-30393.081	AIC	6.95847	

Tabel 3.7: Output for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen uden en konstant

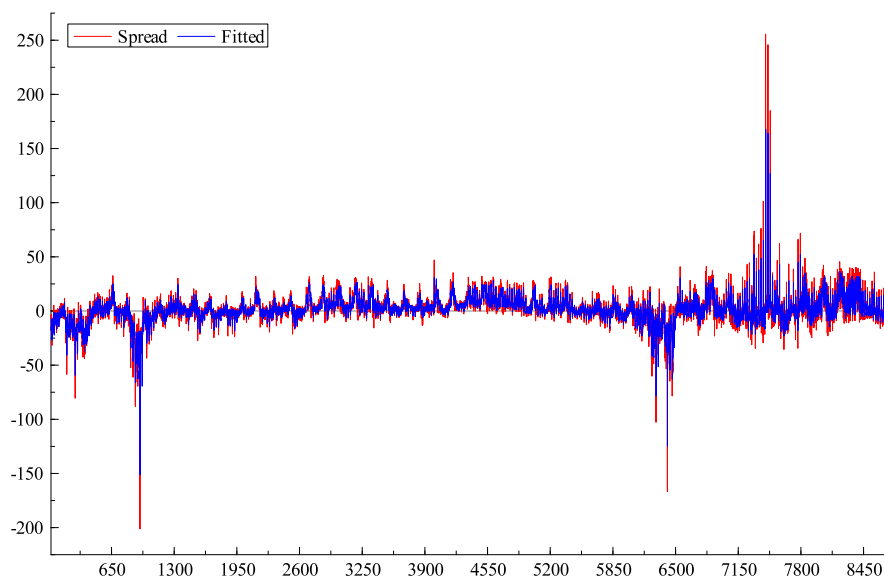
under 0.05. Jeg vil nu undersøge, hvordan autokorrelationerne og de partielle autokorrelationer for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen uden konstant ser ud. Disse er vist i figur 3.5 nedenfor.



Figur 3.6: Autokorrelation og partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen uden konstant

Autokorrelationerne for modellen i figur 3.6 er blevet lidt mindre end autokorrelationerne, der kunne ses i figur 3.5 på foregående side. Det samme er gældende for de partielle autokorrelationer. Dog er hverken autokorrelationerne eller de partielle autokorrelationer endnu ikke nul, men de er nede på et acceptabelt niveau, når der tages højde for, hvor meget sæson datasættet indeholder. Det ses af figur 3.6, at hvert 24. lag stadig slår kraftigt ud. Det vil det blive ved med at gøre, grundet sæsonen i datasættet og jeg forventer ikke det er muligt at finde en model, der kan fjerne hele sæsonen i datasættet.

For at se om sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen er en god model, plotter jeg de faktiske værdier for spreadet overfor de fittede værdier fra modellen. Dette plot ses i figur 3.7 på den følgende side. Den røde linje viser de faktiske værdier for spreadet mellem de to landes spotpriser, mens den blå linje viser det estimerede spread mellem de to landes spotpriser fra sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen. Det ses af figuren, at modellen i høj grad er i stand



Figur 3.7: Plot af de faktiske værdier for spreadet mellem spotpriserne overfor de estimerede værdier fra sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen

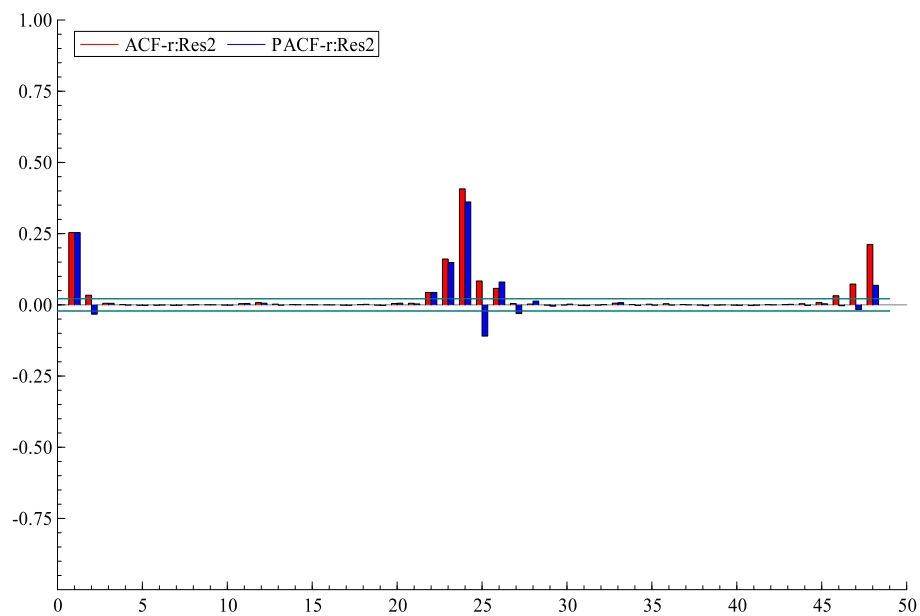
til at ramme de faktiske værdier for spreadet. Det ses ved, at den blå linje følger den røde linje forholdsvis godt. Modellen kan dog ikke ramme de spikes, der er i spreadet, men det vil jeg heller ikke forvente af en simpel middelværdimodel. Grundet den ovenstående figur 3.7 mener jeg, at jeg har fundet den korrekte middelværdistruktur til at estimere volatiliteten i spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser - også i forhold til at fjerne sæsonen i datasættet.

ARCH effekter

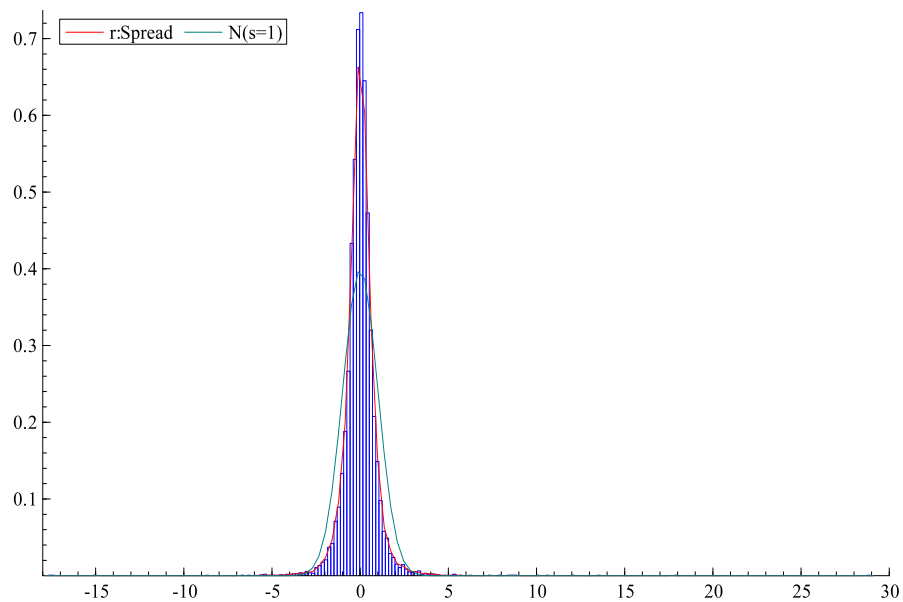
(*AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*). Såfremt modellen indeholder ARCH effekter, er variansen ikke konstant over tid. Kendetegnene for ARCH effekter er, at der ingen serielkorrelation er i niveauet, fordelingen af residualerne er topstejl med fede haler og tidsvarierende varians (Heij 2004, s. 621).

Figur 3.7 tyder på, at der er serielkorrelation i niveauet, da autokorrelationerne slår ud for hvert 24. lag. Denne korrelation er dog tydeligt begrænset ved at tage højde for sæsonen i datasættet. Da modellen skal benyttes til at estimere volatiliteten har det ikke så stor betydning, at der er serielkorrelation i niveauet, eftersom der kan tages højde for dette problem ved at benytte robuste standardafvigelse. Såfremt der er serielkorrelation i de kvadrerede residualer, kan det tyde på, at modellen indeholder ARCH effekter. I figur 3.8 på den følgende side ses de kvadrerede auto- og partiel autokorrelationer for sæson ARMA modellen. De røde søjler viser de kvadrerede autokorrelationer, mens de blå søjler viser de kvadrerede partielle autokorrelationer. Af figuren ses det, at modellen må indeholde ARCH effekter, da de kvadrerede korrelationer slår kraftig ud for lag et og omkring hvert 24. lag. Det skyldes igen den store mængde af sæson i datasættet.

Residualerne skal være normalfordelte, men når modellen indeholder ARCH effekter, vil fordelingen af residualerne være topstejl og have federe haler. I figur 3.9 på næste side ses et histogram over fordelingen af residualerne for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen. Den røde linje i figuren viser fordelingen af residualerne, mens den grønne linje viser en normalfordeling. Af figuren ses det, at fordelingen af residualerne er mere topstejl og har federe haler end normalfordelingen. Fordelingen af residualerne tyder derfor på, at modellen indeholder ARCH effekter. For at teste, hvorvidt residualerne er normalfordelte anvendes en Jarque-Bera test



Figur 3.8: Kvadrerede autokorrelation og kvadrerede partiel autokorrelation for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen



Figur 3.9: Histogram for sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen

med følgende hypoteser:

$$\begin{aligned} H_0: S = 0, K = 3 \\ H_1: S \neq 0, K \neq 3 \end{aligned}$$

Hvor S er skewness, og K er kurtosis. For at residualerne er normalfordelte skal skewness ligge omkring nul, mens kurtosis skal ligge omkring tre. H_0 hypotesen er, at residualerne er normalfordelte, mens den alternative hypotese er, at de ikke er normalfordelte. Teststørrelsen for Jarque-Bera testen er givet ved:

$$JB = \frac{n}{6}(S^2 + \frac{1}{4}K^2) \quad (3.10)$$

Hvor n er antallet af observationer i stikprøven. Teststørrelsen følger en χ^2 fordeling med to frihedsgrader. I tabel 3.8 nedenfor ses outputtet for testen.

Observations	8737
Mean	0.050417
Std.Devn.	7.8436
Skewness	2.7295
Excess Kurtosis	131.80
Minimum	-138.03
Maximum	226.34
Normality test:	$Chi^2(2) = 1.0526e+005 [0.0000]**$

Tabel 3.8: Output for Jarque-Bera test for model sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$

P-værdien for Jarque-Bera testen er 0.000, hvilket betyder, at jeg kan afvise H_0 hypotesen. Dermed overholder modellen ikke antagelsen om normalfordelte residualer, hvilket heller ikke var forventet, og det giver en yderligere indikation af, at datasættet indeholder ARCH effekter. Af testen ses det, at kurtosis er på 131.80, hvor den skulle være omkring 3 for, at residualerne er normalfordelte. Fordelingen af residualerne er derfor topstejl og har fede haler. For at undgå dette problem kan der vælges at benytte en t-fordeling i stedet, da denne fordeling har tykkere haler end en normalfordeling eller udvide modellen til en GARCH model, hvilket jeg gør i næste afsnit. Af testen ses det desuden, at fordelingen indeholder en smule positiv skewness, hvilket både ses ved, at skewness er 2.73, samt at fordelingen er højreskæv. Det betyder, at spreadet har en større vægt i retningen fra Frankrig til England, hvilket stemmer overens med empirien.

Figur 3.7 på side 41 giver ligeledes anledning til at tro, at modellen indeholder ARCH effekter, idet variationen klumper sammen i figuren. Perioder med lav volatilitet er efterfulgt af perioder med høj volatilitet. Det vil sige, at volatiliteten klumper sammen, og volatiliteten er derfor afhængig af tiden. Dette gør, at der ikke kan benyttes den samme varians i hele tidsperioden, og det er derfor nødvendigt at specificere en model, der tager højde for tidsvarierende varians. Alle de ovenstående argumenter leder frem til, at modellen skal testes for ARCH effekter. Det vil sige, at der skal testes for, om ε er konstant. For at teste om sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen indeholder ARCH effekter udføres en LM test med nedenstående hypoteser:

$$\begin{aligned} H_0: \gamma_0 = 0, \gamma_1 = 0, \gamma_2 = 0, \dots, \gamma_p = 0 \\ H_1: \gamma_0 \neq 0, \gamma_1 \neq 0, \gamma_2 \neq 0, \dots, \gamma_p \neq 0 \end{aligned}$$

H_0 hypotesen for LM testen er, at der ikke er heteroskedastiske residualer, det vil sige ingen ARCH effekter op til p'te lag, mens den alternative hypotese er, at der er heteroskedastiske residualer. Denne test gør brug af en hjælperegression, der er givet ved:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \gamma_0 + \gamma_1 \hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \gamma_2 \hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \dots + \gamma_p \hat{\varepsilon}_{t-p}^2 + v_t \quad (3.11)$$

Denne hjælperegression udføres på residualerne for middelværdistrukturen. Teststørrelsen for LM testen er $R^2 \cdot n$. Teststørrelsen sammenlignes med en χ^2 -fordeling med det antal frihedsgrader, der undersøges for. Jeg tester her for ARCH effekter på første lag, det vil sige, at teststørrelsen skal sammenlignes med en χ^2 -fordeling med 1 frihedsgrad. I nedenstående tabel 3.9 ses outputtet for LM testen.

Lag	Coefficient	Std.Error
1	0.25382	0.01035
Testing for error ARCH from lags 1 to 1		
ARCH 1-1 test: F(1,8728)= 601.23 [0.0000]**		

Tabel 3.9: LM test for ARCH effekter for en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model

P-værdien for LM testen er 0.000, hvorfor jeg forkaster H_0 hypotesen, og variansen er dermed ikke konstant, men afhængig af tiden. Derfor vælger jeg at finde en variansstruktur til modellen.

3.4.2 Variansstruktur for modellen

I den ovenstående sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model er det antaget, at residualerne, ε , har samme varians, σ^2 . Det er imidlertid bevist i ovenstående test, at det ikke er gældende for modellen. Det skyldes, at tidsserien indeholder laggede effekter af den betingede varians, $\sigma_t^2 = \text{var}(y_t | Y_{t-1})$.

Der findes flere forskellige GARCH modeller, og jeg vil i det følgende forsøge at tilpasse tre forskellige GARCH modeller som variansstruktur til sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ modellen. Fælles for de tre nedenstående GARCH modeller er, at de skal kombineres med den fundne middelværdistruktur.

GARCH

(Generalized AutoRegressive Conditionally Heteroskedasticity). En GARCH vil tage højde for ARCH effekterne, idet modellen tillader, at variansen varierer over tid. Den generelle formel for en GARCH (1,1) model er:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 \quad (3.12)$$

Hvor alle tre parametre er non-negative. Ligning 3.12 viser, at den betingede varians afhænger af tidligere værdier af tidsserien og af moving average af den tidligere betingede varians. GARCH modellen udtrykker den betingede varians som en lineær funktion af p kvaderede fejllid og q laggede af den betingede varians. I ligningen er ε_{t-1}^2 laggede værdier af kvadrede residualer, mens σ_{t-1}^2 er laggede værdier af den betingede varians. Den ovenstående ligning 3.12 kan omskrives til nedenstående ligning 3.13.

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \varepsilon_{t-1}^2 + \nu_t - \beta_1 \nu_t \quad (3.13)$$

Hvor $\nu_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$, hvilket vil sige, at ν_t er en white noise proces. Processen ε_t^2 følger en ARMA(1,1) proces med AR polynomisk $\phi(z) = 1 - (\alpha_1 + \beta_1)z$ og MA polynomisk $\theta(z) = 1 - \beta_1 z$. Processen for ε_t^2 er stationær, hvis $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ og det er integreret af orden 1, hvis $\alpha_1 + \beta_1 = 1$. Den betingede varians af ε_t , $\sigma_{t-1}^2 = V(\varepsilon_t | (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots))$, er afhængig af tiden, mens den

ubetingede varians er konstant, hvilket betyder, at den ikke ændrer sig over tid (Heij 2004, s. 622-623). Den ubetingede varians er givet ved:

$$V(\varepsilon_t) = \frac{\beta_1}{1 - \alpha_1 + \beta_1} \quad (3.14)$$

Den generelle GARCH(p,q) model indeholder p lags af σ_t^2 og q lags af ε_t^2 . I nedenstående tabel 3.10 ses outputtet for en GARCH(1,1) model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ som middelværdistruktur.

	Coefficient	Std.Error	robust-SE	t-value	t-prob
$Spread_1$	0.852335	0.01377	0.04053	21.0	0.000
$Spread_2$	-0.0612632	0.01275	0.04185	-1.46	0.143
Sæson	0.118789	0.006109	0.03178	3.74	0.000
MA(24)	0.101831	0.01148	0.05378	1.89	0.058
$alpha_0$	9.06257	0.3995	1.073	8.45	0.000
$alpha_1$	0.590182	0.01864	0.06814	6.82	0.000
$beta_1$	0.379818	0.01500	0.04693	8.52	0.000
mean(Spread)		1.39749	var(Spread)		187.962
mean(h_t)		78.96	var(h_t)		299125
no. of observations		8737	no. of parameters		7
HMSE		27.5164	log-likelihood		-
AIC.T		56540.068	AIC		28288.3277
$alpha(1)$ + $alpha_i$ + $alpha(1)$ + $beta(1)$ 0.97 $beta_i$ $\geq$ $beta(1)$ < 0, 1		1			6.47133662

Tabel 3.10: Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ som middelværdistruktur og GARCH(1,1) som variansstruktur

$alpha_0$ er konstanten for variansstrukturen, mens $alpha_1$ er estimatet for de kvadrede residualer, og $beta_1$ er estimatet for moving average leddet. I tabellen ses det, at variansstrukturen er signifikant, idet ' $t - prob$ ' er under 0.05 for alle variablene. Det kan derfor konkluderes, at den ovenstående model kan være den korrekte model for at estimere volatiliteten for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser.

Nedenfor testes om en GARCH(1,1) model har fjernet ARCH effekterne, og dermed om modellen er den korrekte model. Outputtet for testen ses nedenstående.

Lag	Coefficient	Std.Error
1	-0.0018644	0.0107
Testing for error ARCH from lags 1 to 1		
ARCH 1-1 test:	F(1,8728)=	0.030339 [0.8617]

Tabel 3.11: LM test for ARCH effekter med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH(1,1) model som variansstruktur

Af outputtet for LM testen ses det, at p-værdien er over 0.05, og jeg kan dermed ikke forkaste H_0 hypotesen for LM testen. GARCH(1,1) modellen er derfor i stand til at fjerne ARCH effekterne, og modellen er derfor den korrekte model til at estimere volatiliteten mellem den franske og engelske spotpris. Jeg vælger imidlertid også at undersøge to ekstensioner, da disse

måske kan forklare mere end en GARCH model, eftersom disse tager højde for flere aspekter end GARCH modellen.

GJR

Den næste model, der undersøges, er en GJR model. En GJR model er en model, der ligeledes tager højde for, at variansen ikke er konstant over tid. En GJR model indeholder en leverage effekt, som tager højde for at negative chok leder til en højere volatilitet end tilsvarende positive chok. Denne model er udviklet til den finansielle verden, hvor et fald i en akties pris, for et givet niveau af gæld, vil betyde, at gælden i firmaet stiger. GJR modellen gør det muligt, at modellere asymmetriske varianseffekter, hvilket mange finansielle tidsserier indeholder. Den generelle formel for GJR modellen er:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (3.15)$$

Hvor:

$$I_{t-1} = \begin{cases} 1 & \text{hvis } \varepsilon_{t-1} < 0, \\ 0 & \text{hvis ellers.} \end{cases}$$

Hvor I er en dummy variabel. Det sidste led i ligning 3.15 er det, der adskiller GJR modellen fra GRACH modellen. Såfremt der kommer et negativt chok, vil der komme et bidrag fra dummy variabelen, og hvis der kommer et positivt chok, vil der ikke komme noget bidrag. Det betyder, at parameterestimatet for γ skal være positivt (Forelæsning ved Esben Høg). I tabel 3.12 nedenstående ses outputtet for en GJR(1,1) model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ som middelværdistruktur.

	Coefficient	Std.Error	robust-SE	t-value	t-prob
<i>Spread</i> ₁	0.847316	0.01436	0.04710	18.0	0.000
<i>Spread</i> ₂	-0.0599870	0.01247	0.03492	-1.72	0.086
Sæson	0.118941	0.006302	0.03548	3.35	0.001
MA(24)	0.106697	0.01110	0.04615	2.31	0.021
<i>alpha</i> ₀	8.81081	0.5420	1.443	6.10	0.000
<i>alpha</i> ₁	0.478906	0.02467	0.1215	3.94	0.000
<i>beta</i> ₁	0.395834	0.01818	0.05925	6.68	0.000
Threshold	0.308893	0.05587	0.2378	1.3	0.194
mean(Spread)		1.39749	var(Spread)		187.962
mean(<i>h</i> _{<i>t</i>})		79.1863	var(<i>h</i> _{<i>t</i>})		275713
no. of observations		8737	no. of parameters		8
HMSE		25.0387	log-likelihood		-
AIC.T		56526.9603	AIC		28255.4801
<i>alpha</i> (1) + <i>alpha</i> _{<i>i</i>}					6.469836
<i>beta</i> (1) 0.8747 + <i>beta</i> _{<i>i</i>} >= 1					

Tabel 3.12: Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GJR(1,1) model som variansstruktur

I tabel 3.12 ses outputtet for GJR modellen. *Threshold* er estimeret for γ i ligning 3.15. Som det ses af outputtet, er parameterestimatet positivt, men ikke signifikant, da '*t - prob*'

er over 0.05. Det betyder, at mine data ikke indeholder asymmetri, og at negative chok har samme betydning som positive chok. Det betyder, at der ikke er forskel på risikoen for at sende elektriciteten fra Frankrig til England eller fra England til Frankrig. Dette giver også empirisk mening, da der ikke er forskel på risikoen ved at sende elektriciteten i en retning. Dermed er GJR modellen ikke den rigtige model for variansstrukturen, og jeg undersøger derfor ikke, om modellen er i stand til at fjerne ARCH effekterne.

GARCH-in-mean

GARCH-in-mean er den sidste udvidelse, der redegøres for i denne rapport. GARCH-in-mean er en model, hvor også middelværdien afhænger af volatiliteten. Modellen tilføjer et heteroskedastisk led i middelværdistrukturen for at tage højde for risiko. GARCH-in-mean modellen er givet ved de nedenstående ligninger:

$$y_t = \mu + \delta\sigma_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \mid \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2) \quad (3.16)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1\sigma_{t-1}^2 \quad (3.17)$$

Ligning 3.16 angiver middelværdistrukturen, mens ligning 3.17 angiver variansstrukturen. Det ses, at variansstrukturen er magen til variansstrukturen for en GARCH model. Middelværdien er derimod ændret, hvor δ kan ses som en risikopræmie. Denne risikopræmie betyder, at jo større risiko en agent påtager sig, jo større forventet afkast bør denne kompenseres for. (Forelæsning ved Esben Høg). Nedenstående tabel viser outputtet for en model med GARCH-in-mean som variansstruktur og en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur.

	Coefficient	Std.Error	robust-SE	t-value	t-prob
<i>Spread</i> ₁	0.847813	0.01452	0.04757	17.8	0.000
<i>Spread</i> ₂	-0.0620309	0.01255	0.03514	-1.77	0.078
Sæson	0.120168	0.006117	0.03387	3.54	0.000
MA(24)	0.0987917	0.01122	0.04861	2.03	0.042
<i>alpha</i> ₀	8.93844	0.4886	1.655	5.40	0.000
<i>alpha</i> ₁	0.604052	0.02276	0.09690	5.82	0.000
<i>beta</i> ₁	0.395948	0.01861	0.06829	5.80	0.000
<i>h</i> _t	0.0690343	0.01020	0.02771	2.49	0.013
mean(Spread)		1.39749	var(Spread)		187.962
mean(<i>h</i> _t)		79.3079	var(<i>h</i> _t)		307230
no. of observations		8737	no. of parameters		8
HMSE		24.8549	log-likelihood		-28262.034
AIC.T		56590.6555	AIC		6.47712664
<i>alpha</i> (1) + <i>alpha</i> _i + <i>alpha</i> (1) + <i>beta</i> (1) 1.0 <i>beta</i> _i >= <i>beta</i> (1) < 0, 1					

Tabel 3.13: Output for model med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH-in-mean(1,1) model som variansstruktur

Outputtet fra modellen viser, at GARCH-in-mean modellen ligeledes kan være den korrekte model for variansstrukturen, da parameterestimatet for δ i ligning 3.16, givet ved h_t i tabel 3.13, er signifikant. Det vil sige, at agenterne forventer et større afkast, jo større risiko de

påtager sig³. Da GARCH-in-mean leddet er signifikant, undersøger jeg, om denne model er i stand til at fjerne ARCH effekterne. ARCH testen for modellen ses i nedenstående tabel 3.14.

Lag	Coefficient	Std.Error
1	0.0026484	0.0107
Testing for error ARCH from lags 1 to 1		
ARCH 1-1 test: F(1,8727)= 0.061210 [0.8046]		

Tabel 3.14: LM test for ARCH effekter med en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og GARCH-in.mean(1,1) model som variansstruktur

Af outputtet for testen ses det, at GARCH-in-mean modellen ligeledes er i stand til at fjerne ARCH effekterne, da p-værdien for testen er over 0.05. Derfor kan GARCH-in-mean modellen ligeledes være den korrekte model.

3.4.3 Den endelige model

Formålet med den ovenstående gennemgang af modeller har været at vise, hvordan volatiliteten for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser kan estimeres. For at finde en model, der er i stand til at estimere volatiliteten, skal middelværdien findes først. Her fandt jeg ud af, at spreadet indeholdt en stor mængde af sæson, og jeg var nødt til at benytte en middelværdistruktur, der kunne tage højde for denne sæson. Middelværdistrukturen er dermed en sæson ARMA model. Jeg prøvede flere forskellige sæson ARMA modeller og fandt ud, at den korrekte model er givet ved en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model. Den estimerede model er givet i ligningen nedenstående.

$$Spread = 0.8851 \cdot Spread_1 - 0.0740 \cdot Spread_2 + 0.2196 \cdot Saeson + 0.1667 \cdot MA(24)$$

Dernæst testede jeg for ARCH effekter. Testen viste, at datasættet indeholdt ARCH effekter og derfor skal variansstrukturen bygges op som en GARCH model, der kan tage højde for, at volatiliteten er afhængig af tiden. Der findes flere forskellige udvidelser af GARCH modeller, og jeg har i rapporten udført en GARCH(1,1), GJR(1,1) og en GARCH-in-mean(1,1). Her fandt jeg ud af, at både GARCH(1,1) og GARCH-in-mean(1,1) modellerne er i stand til at fjerne ARCH effekterne i datasættet. Til at vælge hvilken model, der arbejdes videre med, vælger jeg at benytte Akaikes informationskriterium. Akaikes informationskriterium er bygget op således, at der pålægges en straf for hver ekstra variabel, der tilføres modellen, således informationskriteriet opnår en større værdi, hvis variabelen ikke har nogen forklaringskraft. Derfor skal informationskriteriet være så lille som muligt. Akaikes informationskriterium for GARCH(1,1) modellen er 6.4713, og for GARCH-in-mean modellen er Akaikes informationskriterium 6.4771⁴. Dermed arbejder jeg videre med GARCH(1,1) modellen. Den endelig estimerede model er givet ved nedenstående ligninger.

$$Spread = 0.8523 \cdot Spread_1 - 0.0612 \cdot Spread_2 + 0.1188 \cdot Saeson + 0.1018 \cdot MA(24)$$

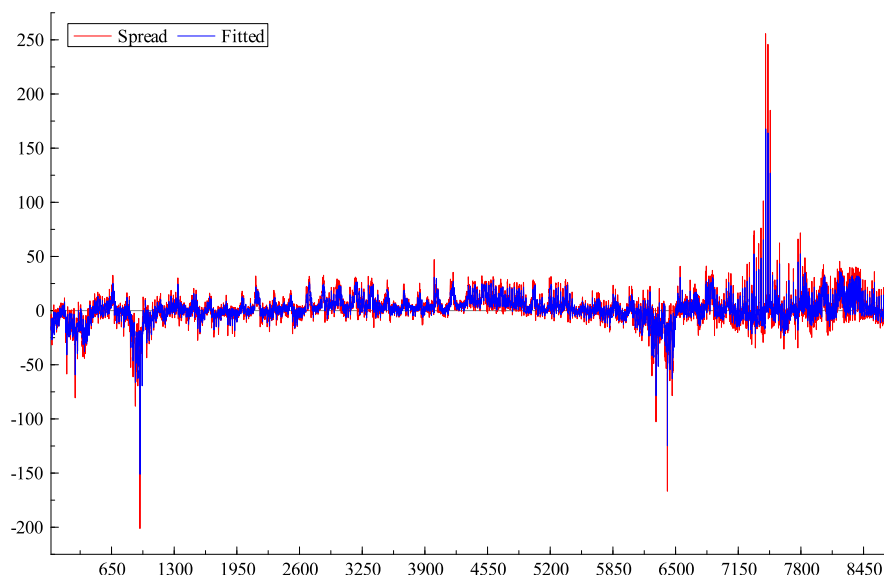
$$\sigma^2 = 9.0626 \cdot \alpha_0 + 0.5902 \cdot \alpha_1 + 0.3798 \cdot \beta_1$$

Den endelige model er dermed givet ved en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model som middelværdistruktur og en GARCH(1,1) som en variansstruktur. Jeg vil nu se på modellens evne

³Dette resultat er i modstrid med min antagelse omkring, at agenterne er risikoneutrale, men det vælger jeg at se bort fra, da antagelsen er nødvendig for at benytte Black-Scholes modellen samt andre teorier senere i rapporten.

⁴Ses af tabel 3.10 på side 45 og 3.13 på forrige side henholdsvis.

til at ramme de faktiske værdier for spreadet mellem de to landes spotpriser. Dette er gjort ved at plotte de faktiske værdier for spreadet overfor de estimerede værdier fra den endelige model. I figur 3.10 ses dette plot.



Figur 3.10: Plot af de faktiske værdier for spreadet mellem spotpriserne og de estimerede værdier fra model middelværdistruktur sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ og variansstruktur $GRACH(1,1)$

Den røde linje i figur 3.10 er de faktiske værdier for spreadet mellem de to landes spotpriser, og den blå linje er de estimerede værdier for den endelige model. Af figuren ses det, at modellen i højere grad kan ramme spikene end i figur 3.7 på side 41. Det ses ved, at den blå linje i højere grad stemmer overens med den røde linje, når spreadet spiker. Alt i alt anser jeg modellen som værende egnet til at estimere volatiliteten for spreadet mellem Frankrig og Englands spotpriser.

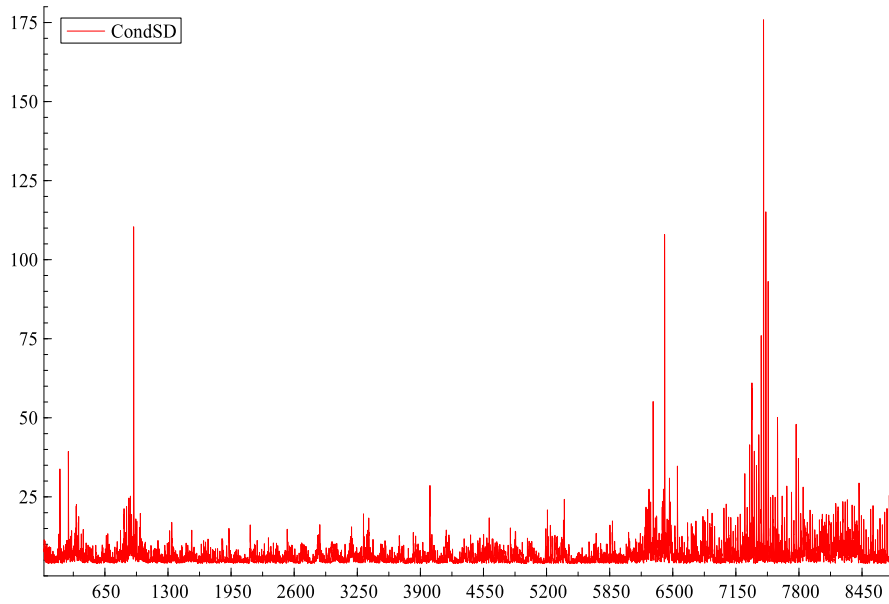
Da modellen skal benyttes til at estimere volatiliteten for spreadet, skal jeg have en viden omkring modellens evne til at estimere volatiliteten. For at se modellens evne til at estimere volatiliteten i spreadet kan variationen i spreadet sammenholdes med den estimerede volatilitet. Den estimerede volatilitet ses i figur 3.11 på den følgende side. Den røde linje viser den betingede standardafvigelse, og dermed volatiliteten fra den fundne model. Det ses, at værdierne for volatiliteten svinger meget i perioden, hvilket betyder, at en fast volatilitet ikke ville give et retvisende billede af volatiliteten. Sammenholdes figur 3.10 og figur 3.11, ses det, at spikene i den estimerede volatilitet stemmer overens med spikene i spreadet. Det vil sige, at modellen er i stand til at estimere en volatilitet, der tager højde for perioder med stor volatilitet og perioder med lav volatilitet. Jeg konkluderer dermed, at den fundne model er den korrekte model til at estimere volatiliteten i spreadet.

Volatilitet til Black-Scholes modellen

Volatilitets inputtet til Black-Scholes modellen er den ubetingede volatilitet fra den endelige model. Til at finde den ubetingede volatilitet benyttes ligning 3.14 på side 45. Denne ligning udregner den ubetingede varians, og udregningen ses nedenstående⁵.

$$V(\varepsilon_t) = \frac{0.3798}{1 - (0.5902 + 0.3798)} = 12.66$$

⁵Grunden til, at der benyttes den ubetingede varians fra den endelige model og ikke den betingede varians skyldes, at antagelsen for Black-Scholes er, at volatiliteten skal være konstant.



Figur 3.11: Plot af de betingede varianser fra model sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ og GARCH(1,1)

Den udregnede ubetingede varians skal omregnes til den ubetingede volatilitet. Det gøres ved at tage kvadratroden af den ubetingede varians.

$$\sigma = \sqrt{12.66} \cdot 100 = 355.81\%$$

Volatiliteten i spreadet er 355.81 %, hvilket er højt i forhold til andre finansielle data. Jeg havde forventet, at volatiliteten ville være høj i forhold til andre finansielle data, da spreadet bygger på spotpriserne for Frankrig og England. Spotpriser indeholder en større volatilitet end andre finansielle data, fordi en spotpris afhænger af mange forskellige faktorer. Priser på elektricitet kan have en volatilitet på helt op til 50 % (Weron 2006, s. 26). Af figur 2.3 på side 7 ses det, at den franske spotpris er meget volatil, hvorimod den engelske spotpris er mere stabil. Imidlertid spiker den engelske spotpris hver dag, og sådanne spikes er med til at få volatiliteten til at stige kraftigt. Jeg anser derfor den udregnede volatilitet som et korrekt mål for volatiliteten i spreadet.

3.5 Endelig værdifastsættelse ved optionsmetoden

Det ovenstående afsnit samt tabel 3.2 på side 33 sørger for, at jeg har alle nødvendige parametre til at benytte Black-Scholes modellen til at udregne værdien for kapacitet i marts måned. Følgende ses Black-Scholes modellen anvendt for både auktion 1 og auktion 2 i marts.

Auktion 1

$$V_{op1} = 4.16N(1.8975) - 2.763 \cdot e^{(-0.00912 \cdot 1)} N(1.8975 - 3.56\sqrt{1}) = 3.91$$

Hvor

$$d_1 = \frac{LN\left(\frac{4.16}{2.763 \cdot e^{(-0.00912 \cdot 1)}}\right)}{3.56\sqrt{1}} + \frac{3.56\sqrt{1}}{2} = 1.8975$$

Auktion 2

$$V_{op2} = 3.56N(1.8524) - 2.776 \cdot e^{(-0.00903 \cdot 1)}N(1.8524 - 3.56\sqrt{1}) = 3.32$$

Hvor

$$d_1 = \frac{LN\left(\frac{3.56}{2.776 \cdot e^{(-0.00903 \cdot 1)}}\right)}{3.56\sqrt{1}} + \frac{3.56\sqrt{1}}{2} = 1.8524$$

Ud fra de ovenstående ligninger ses det, at værdien for kapaciteten i den første månedsauktion for marts er EUR 3.91, samt at værdien for kapaciteten i den anden månedsauktion for marts er EUR 3.32. Ligesom ved obligationsmetoden er værdien for den første månedsauktion større end værdien ved den anden månedsauktion, hvilket skyldes, at spreadet mellem de to forwardkontrakter er faldet mellem de to auktioner. Sammenholdes tallene fra Black-Scholes modellen med de udregnede værdier for kapaciteten ved obligationsmetoden, så er værdien for den første auktion steget med EUR 2.51, mens værdien for den anden auktion er steget med EUR 2.54. Dermed er værdien for de to auktioner næsten steget med lige meget i forhold til de to metoder. Grunden til, at værdien er højere i den første månedsauktion er, at de to optioner faktisk er ens på nær for S_0 , K og den risikofrie rente. Hverken K eller den risikofrie rente har ændret sig meget i tiden mellem de auktioner, så derfor må forskellen i værdien komme fra forskellen i S_0 . Når S_0 falder, vil værdien af optionen falde. Derfor er værdien for kapaciteten mindre i auktion 2 end i auktion 1.

Forskellen i værdien mellem de to metoder er for hver auktion omkring EUR 2.5. Forskellen i værdien kommer som sagt af, at der ved optionsmetoden tages højde for, at ikke alle timer indeholder en værdi og nedsiden skæres dermed væk. Derfor vil værdien af kapaciteten stige.

3.6 Værdi for kapacitet i marts

Den estimerede værdi for kapaciteten, der skal benyttes senere i rapporten, er et vægtet gennemsnit af obligationsmetoden og optionsmetoden, da allokeret kapacitet kan ses både som en option og en obligation. Her vil optionsmetoden få en større vægt end obligationsmetoden, fordi kapaciteten kun er en obligation, hvis kapaciteten er nomineret. Såfremt kapaciteten ikke er nomineret, vil kapaciteten være en ren option. Værdien, der er udregnet ved obligationsmetoden, får en vægt på 10%, mens værdien, der er udregnet ved optionsmetoden, får en vægt på 90%. Grunden til, de valgte vægte er, at kapaciteten hovedsagligt er en option og først vil blive en obligation, hvis den er nomineret. Er en agent i tvivl om flowet på grænsen, kan denne blot undlade at nominere kapaciteten. Jeg vælger derfor, at optionen skal have den største procentandel. Nedenstående udregnes værdierne for kapaciteten ved auktion 1 og 2 i marts måned.

Auktion 1

$$V_1 = 3.91 \cdot 0.90 + 1.40 \cdot 0.10 = 3.65 \quad (3.18)$$

Auktion 2

$$V_2 = 3.32 \cdot 0.90 + 0.78 \cdot 0.10 = 3.07 \quad (3.19)$$

Ligning 3.18 angiver den endelige værdi for kapaciteten ved månedsauktion et for marts, mens ligning 3.19 angiver værdien ved den anden månedsauktion. For den første auktion er værdien af kapaciteten estimeret til at være EUR 3.65, mens den estimerede værdi af kapaciteten for den anden auktion er EUR 3.07.

3.6.1 Usikkerhed omkring værdifastsættelsen

Begge metoder indeholder den samme usikkerhed, idet spotprisernes faktiske værdi ikke er kendt. Kun det forventede niveau for spotpriserne er kendt. Grunden til at priserne for forwardkontrakterne benyttes er, at disse priser indeholder den forventning, der er til markedet. Det vil sige, at begge metoder værdifaster relativt til det underliggende, fordi der er taget højde for forventningerne. Dog er der stadig en usikkerhed, da værdien for forwardkontrakterne ændres i tiden inden levering. Det ses også af, at lukkepriserne for forwardkontrakterne for de to lande ikke er ens i de to auktioner. For at øge trygheden omkring niveauet af forwardkontrakterne, vælger jeg at se på, om niveauet for forwardkontrakterne har været stabil. Ud fra bilag C på side 83 ses det, at forwardkontrakten for Frankrig har ligget på et stabilt niveau i perioden. Der har ikke været nogle store udsving i lukkepriserne for forwardkontrakterne. For forwardkontrakterne for den engelske spotpris har der været et stabilt fald i niveauet. Men der ses ingen store udsving i niveauet. Dermed er en del af usikkerheden omkring spotprisernes faktiske niveau taget ud af værdifastsættelsen.

For marts sidste år var retningen for flowet fra England til Frankrig i begge auktioner og derfor modsat i forhold til det flow, jeg har udregnet værdi for. Derfor er der usikkerhed omkring flowet i forhold til det historiske. Denne usikkerhed opvejes dog af at se på resultatet for auktioner i februar 2011. For begge auktioner var flowet fra Frankrig til England. Dette sammenholdt med forwardkontrakternes niveau gør, at jeg har tiltro til, at jeg har udregnet værdier for den rigtige retning.

Værdien for kapaciteten er udregnet til at være EUR 3.65 for den første månedsauktion i marts og EUR 3.07 for den anden månedsauktion. Historisk set virker dette som ret høje værdier i forhold til ligevægtspriserne for de tidligere auktioner, som ses af bilag A på side 80. Ses der i forhold til ligevægtsprisen for februar, er ligevægtsprisen EUR 2.45 for den første auktion, og ligevægtsprisen for den anden auktion er EUR 3.13. Dermed er mine værdier lidt over værdierne for februar, men ikke så meget over, at jeg har overvurderet værdien af kapaciteten i forhold til mine signaler.

Derudover indeholder optionsmetoden en større usikkerhed end obligationsmetoden, da optionsmetoden også lægger stor vægt på historisk data, og der er ingen garanti for, at historiske begivenheder gentager sig selv. Dermed vil denne værdifastsættelse indeholde den største usikkerhed. Dog afhænger spreadet mellem de to spotpriser af tilbagevendende faktorer, hvilket gør det muligt at benytte historisk data.

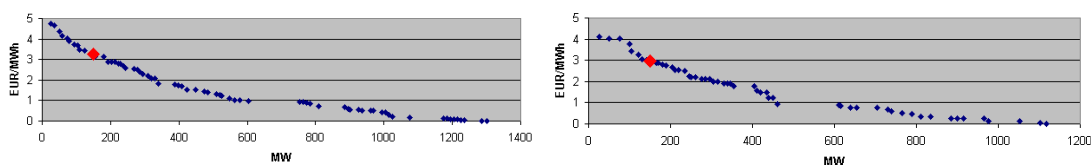
Til sidst vil der være en usikkerhed, der kun er gældende for optionsmetoden. Denne usikkerhed kommer fra, hvor god en agent vil være til at ramme de timer, der forventes at have en værdi. Når kapaciteten ses som en option, skal agenterne selv udvælge de timer, hvor de forventer, at der vil være en værdi. Såfremt agenten er god til dette, vil profitten være høj, og er agenten mindre god til dette, vil profitten være mindre. Da jeg har antaget, at alle agenterne er risikoneutrale er denne usikkerhed ikke relevant, da agenterne ikke er opmærksomme på risikoen, men blot på afkastet.

Alt i alt mener jeg, at der er stor sandsynlighed for, at de udregnede værdier for kapaciteten i marts måned er tæt på den ukendte værdi for kapaciteten.

3.7 Den faktiske værdi for kapaciteten

Den faktiske ligevægtspris for den første månedsauktion i marts er EUR 3.25, og for den anden månedsauktion i marts er ligevægtsprisen EUR 2.96⁶. Det betyder, at mine udregnede værdier for kapaciteten i marts ligger meget tæt på ligevægtspriserne. For den første månedsauktion er forskellen mellem ligevægtsprisen og den udregnede værdi for kapaciteten EUR 0.40, og for den anden auktion er forskellen EUR 0.11. Såfremt disse værdier havde været mine bud i auktionen, ville jeg have fået allokeret kapacitet.

Den faktiske værdi for kapaciteten er gennemsnittet af spreadet i perioden fratrullet BSuOS og Line Loss, hvilket svarer til en værdi på EUR 7.14⁷. Forskellen mellem den faktiske værdi for kapaciteten og min estimerede værdi er for den første månedsauktion EUR 3.49, mens forskellen for den anden månedsauktion er 4.07. Det betyder nødvendigvis ikke, at min model underestimerer værdien af kapaciteten, da forudsætningen for min model er forwardkontrakterne. Såfremt spreadet mellem lukkepriserne på forwardkontrakterne er lavere end det faktiske spread mellem de to lande, så vil værdifastsættelsen også være lavere, da denne bygger på forwardkontrakterne. For at se på om min model rammer den forventede værdi for kapaciteten, ses der på efterspørgselskurverne for de to månedsauktioner. På denne måde kan den udregnede forventede værdi sammenlignes med de andre agenter forventede værdi for kapaciteten. Efterspørgselskurverne for begge auktioner for marts er vist nedenstående figur.



Figur 3.12: Efterspørgselskurver for henholdsvis månedsauktion 1 og 2 i marts 2011.

Figuren til venstre viser efterspørgselskurven for den første månedsauktion i marts, mens figuren til højre viser efterspørgselskurven for den anden månedsauktion i marts. Af kurverne ses det, at der sker et fald i den højeste budte pris mellem de to auktioner. Det fald svarer, alt andet lige, til faldet i spreadet mellem forwardkontrakterne. For den første månedsauktion er det højeste bud på lidt under EUR 5, mens det højeste bud for den anden månedsauktion er lidt over EUR 4. Det betyder, at ingen agenter på markedet har estimeret kapaciteten så højt som den faktiske værdi. Af kurverne ses det, at punkterne ligger tæt omkring ligevægtspriserne for auktionerne, hvilket tyder på, at mange agenter mener, at dette prisleje er kapacitetens forventede værdi. Dette stemmer godt overens med mine udregninger for den forventede værdi af kapaciteten.

Det er desværre ikke muligt at teste, hvor god min model vil være til at udregne værdier for andre måneder, da der ikke har været afholdt flere månedsauktioner i specialeperioden. Det er ligeledes heller ikke muligt at benytte ældre månedsauktioner, da modellen så ikke vil indeholde nok data. Derfor kan jeg kun udregne værdien for marts måned, og ikke teste om modellen er god. Det skyldes den igangværende vedligeholdelsesproces på IFA kablet.

Profit, hvis allokeret kapacitet

For at finde ud af om jeg ville have opnået en positiv profit ved at have allokeret kapacitet, udregnes profitten ved at have sendt elektricitet i retningen fra Frankrig til England i alle

⁶Ligevægtspriserne kan ses på følgende link: https://damasifa.unicorn.eu/Long-term_Auction_Statistics.asp

⁷Det er muligt at se alle mellemregninger for dette afsnit på data-Cd'en i Excelarket "Data for marts".

timer, hvori der er en værdi for marts, og hvor resten af timerne sælges på 'The Secondary Market'. Det vil sige, at ligning 2.5 på side 19 benyttes. Nedenstående udregnes profitten ved at have fået allokeret kapacitet i retningen fra Frankrig til England for begge månedsauktioner i marts - her er det antaget, at jeg har fået allokeret 10 MW kapacitet på kablet.

For auktion 1

$$\pi_1 = (3647.10 \cdot 10) + (122.63 - 1205.75) \cdot 10 = 25,639.8 \quad (3.20)$$

For auktion 2

$$\pi_2 = (3757.40 \cdot 10) + (110.49 - 1050.8) \cdot 10 = 28,170.9 \quad (3.21)$$

Det første led i ligning 3.20 er værdien, $\gamma - p$, i alle de timer, hvor flowet går fra Frankrig mod England, hvilket svarer til 373 timer, ganget med den antagne mængde allokeret kapacitet, her 10 MW. Det næste led i ligningen er profitten ved at sælge de resterende timer, her $744 - 373 = 371$ timer, på 'The Secondary Market', men for disse timer skal der stadig betales for kapaciteten. For månedsauktion 1 vil det være $371 \cdot 3.25 = 1205.75$. Det giver en profit for den første månedsauktion på EUR 25,639.8 og for den anden månedsauktion EUR 28,170.9. Det vil sige, at jeg vil have opnået en positiv profit for begge auktioner, hvis jeg havde fået allokeret kapacitet til de bestemte ligevægtspriser⁸.

3.8 Opsamling

Ovenstående har jeg benyttet mig af et vægtet gennemsnit for obligations- og optionsmetoden for at værdifastsætte kapaciteten for marts. For at benytte optionsmetoden har jeg været nødsaget til at bygge en GARCH model for at estimere volatiliteten til Black-Scholes. Midelværdistrukturen for modellen er en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model, mens variansstrukturen er en GARCH(1,1) model. Modellen for værdifastsættelsen er i stand til at ramme den forventede værdi for kapacitet i marts måned. Det er desværre kun muligt at konkludere for en måned, da der ikke kan testes for flere måneder grundet vedligeholdelsen af kablet.

De ovenstående afsnit har vist en metode til at værdifastsætte kapacitet på IFA kablet. Med få tilpasninger vil denne metode også kunne anvendes til andre grænser. For andre grænser skal der ikke tages højde for BSUoS afgifter og Line Loss, men disse grænser har måske andre omkostninger, der skal tages højde for. Dermed skal den ovenstående metode tilpasses til eventuelle nye grænser.

⁸Den udregnede profit er kun mulig, hvis den agent, der handler har perfekt kendskab til markedet. Generelt må det forventes, at det ikke er muligt at ramme alle timer med profit, og derfor vil profitten blive mindre.

Auktion for kapacitet og ligevægtsstrategi

Kapitlet har til formål at beskrive auktionen for kapaciteten på IFA kablet ud fra et teoretisk synspunkt, samt at finde ligevægtsstrategien for at byde i auktionen for kapacitet på IFA kablet. Der findes meget litteratur på området, men jeg har så vidt muligt valgt en snæver vinkel på stoffet, hvor jeg kun tager udgangspunkt i de teoribegreber, der anvendes til at finde ligevægtsstrategien. Den første del af kapitlet anvendes til at finde de aspekter, der er vigtige i forhold til at finde ligevægtsstrategien. Gennemgangen af auktionsteori gør det nemmere at ændre strategien, hvis RTE og NGC vælger at ændre auktionsformen, eller hvis der skal findes en ligevægtsstrategi for at byde i auktion for en anden grænse. Selve ligevægtsstrategien findes til sidst i kapitlet.

4.1 Auktionsteori

Det følgende afsnit har til formål at opridsen den del af auktionsteorien, der er vigtig i forhold til rapportens formål. Jeg vil ikke gå i dybden med al auktionsteori, men kun begreber jeg finder nødvendige for at løse problemstillingen i rapporten. Den nedenstående fremstilling af auktionsteori vil blive opfulgt af forklaring omkring, hvordan begreberne gør sig glædende for auktioner på IFA kablet.

4.1.1 Auktionstyper

Den følgende beskrivelse af de forskellige auktionstyper behandles kun overfladisk i forhold til andre emner i rapporten, hvilket betyder, at ikke alle beviser gennemgås. Jeg har valgt denne gennemgang af auktionstyperne, da det ikke er her, jeg vælger at lægge fokus for rapporten. Dog mener jeg, at gennemgangen er vigtig for helheden af rapporten, da auktionstypen er et referencepunkt. Auktioner er stilerede markeder med regler, der er defineret af auktionstypen, hvilket gør designet af auktionen vigtigt. Auktionstypen er dermed bestemmende for spillereglerne på markedet og derigennem, hvordan markedet allokerer dets goder. Derfor er de forskellige auktionstyper vigtig for rapporten.

Klassifikation af auktioner

Der findes to klassifikationer for auktioner - private value auktioner og common value auktioner. I en private value auktion kender hver agent godets værdi med sikkerhed, men det er nødvendigt at estimere de andre agents værdi for godet, da disse ikke kendes. Agenterne

kender således deres egen private værdi for godet, men denne værdi er forskellig fra agent til agent (Schotter 2009, s. 369). Det specielle ved en private value auktion er, at agenten ikke får nogen information omkring dennes egen værdi for godet fra de andre agents estimat af godets værdi. Såfremt agenten kender alle de andre agents værdier for godet, vil det ikke ændre hans egen værdifastsættelse af godet (Rasmussen 2009, s. 388-387). Det vil sige, at agent i 's estimat af et gode under en private value auktion kun afhænger af agentens eget prissignal for værdien af godet, s_i , givet ved $v_i(s_i)$ (Klemperer 2004, s. 13).

I en common value auktion findes der kun en objektiv værdi for godet. Informationen i en common value auktion er ikke ligeligt fordelt, og derfor vil agenterne estimere værdien for godet forskelligt. Agenterne værdifastsætter således godet ved at estimere værdien ud fra deres egen information (Schotter 2009, s. 370). I modsætning til private value auktioner vil en information omkring de andre agents estimation af værdien for godet få agenten til at reestimere sin værdi for godet. I en common value auktion vil agenterne derfor indregne andre agents estimat. Derfor vil agent i 's estimat være givet ved: $v_i(s_i, \dots, s_n) = v_j(s_i, \dots, s_n)$, for alle $s_1, \dots, s_n$ (Klemperer 2004, s. 13). Derved vil agenternes estimater konvergere mod hinanden og gå mod det estimat, der har mest tilgængelig information (Rasmussen 2009, s. 387).

De to auktionsklassifikationer er yderpunkter. Auktionsklassifikationen vil ofte være en hybrid mellem de to klassifikationer, hvor enten private value eller common value vil have en overvægt i forhold den anden.

Auktion for kapacitet på IFA kablet er en næsten ren common value auktion. De agenter, der benytter kapaciteten til forsyningspligt, har deres egen værdifastsættelse for kapaciteten, mens de agenter, der benytter kapaciteten til Cross Border Trading kun har en objektiv værdi for kapaciteten, der er bestemt af forskellen mellem Frankrig og Englands spotpriser. Som jeg fandt ud af i afsnit 2.6 på side 22, behøver jeg ikke tage højde for agenter, der benytter kapaciteten til forsyningspligt. Derfor vil auktionen for kapacitet være en ren common value auktion.

Agenterne er nødt til at estimere værdien af kapaciteten inden de byder for den, hvilket jeg viste en metode til i det forrige kapitel. Såfremt agenterne inden budet deler deres information med hinanden vil estimationerne af kapacitetens værdi konvergere mod hinanden og gå mod budet fra den agent, der har mest information omkring markedet. Agenterne vil dermed ændre deres bud for kapaciteten, såfremt de har information om de andre agents estimation. Estimationen afhænger således af hver agents private prissignal. Da kapacitet på IFA kablet er en common value auktion, vil jeg hovedsagligt koncentrere mig om common value auktioner.

Standard auktionstyper

Der findes generelt fire forskellige auktionstyper, som både kan benyttes til private value og common value auktioner¹. I tabel 4.1 på side 58 redegør jeg for fremgangsmetoden i de fire standard auktionstyper samt for den optimale strategi for at byde på auktionerne alt efter, om det er en private value eller common value auktion. De optimale strategier for common value auktionerne er udledt af et opstillet spil, mens de optimale strategier for private value auktionerne er generelle optimale strategier. Spillet for common value auktionerne består af tre aktører i alt: En sælger og to agenter. Fremgangsmetoden for spillet er beskrevet nedenstående.

1. Naturen vælger den objektive værdi, v , for godet ved brug af den uniforme tæthedsfunktion $[-\infty, \infty]$ (Begrænsning af $[-x, x]$ som x går mod uendelig), og sender signal s_i til agent i ved brug af den uniforme tæthedsfunktion $[v - m, v + m]$
2. Sælgeren vælger en mekanisme, der allokerer godet og betalingen for godet baseret på hver agents valg af pris, p . Sælger vælger også proceduren for, hvordan agenterne vælger p (Eksempelvis sekventielt eller simultant)

¹I appendiks D på side 85 ses empiriske auktionstyper. Det vil sige, hvordan auktionerne for kapacitet er bygget op ved forskellige grænser.

3. Hver agent vælger simultant, om denne ønsker at deltage i auktionen
4. Agenterne og sælgeren vælger en værdi for p i forhold til mekanismen bestemt i punkt 2
5. Godet er allokeret og prisen for godet betales i forhold til den bestemte mekanisme i punkt 2

Grunden til, at der opstilles et spil for at finde de optimale strategier, er, at denne forenkling er nødvendig for at kunne udlede de optimale strategier for de forskellige auktionstyper. Forenklingen i dette spil er, at værdien for godet er bestemt af naturen ved brug af en uniform fordeling, samt at spillet kun har tre aktører. Notationen i udledningerne kommer derfor fra, at fordelingen er uniform.

Af tabel 4.1 på næste side ses det, at de fire standard auktionstyper alle er forskellige i deres design for auktionen, og måden agenterne vælger at byde på i de forskellige auktioner. I tabellen har jeg defineret den optimale strategi for hver auktionstype både under en private value og common value auktion - jeg vil nu uddybe disse strategier, men først vil jeg forklare kolonnen 'Ækvivalente' i tabellen.

Ækvivalente auktionstyper At to auktionstyper er ækvivalente, betyder, at ligevægten mellem de to auktioner er ens. Den engelske og second-price sealed bid auktioner er ækvivalente, mens first-price sealed bid og den hollandske auktion er strategiske ækvivalente.

Grunden til, at den engelske og second-price sealed bid auktioner er ækvivalente er, at den optimale strategi i de to auktioner er ens. I begge auktioner vil vinderen af auktionen være den agent, der værdsætter godet højest, og prisen for godet vil være fastsat af den agent, der værdisætter godet næst højest (Milgrown 1982, s. 1091). Denne ækvivalens er imidlertid kun gældende for private value auktioner eller common value auktioner med to agenter. Såfremt common value auktionen har flere end to agenter, vil agenterne få information omkring deres estimation af værdien i en engelsk auktion, når andre agenter dropper ud af auktionen. Agenterne i en engelsk auktion vil derfor betinge deres bud i auktionen i forhold til denne information. Dette er ikke muligt i en sealed bid auktion, da agenterne ikke modtager viden omkring de andre agents bud. Derfor er auktionerne ikke længere ens. Denne ækvivalens er kun gældende, hvis agenterne kan se, hvornår de andre agenter forlader auktionen (Klemperer 2004, s. 12).

First-price sealed bid auktionen og den hollandske auktion er strategisk ækvivalent, hvilket betyder, at der er et-til-et forhold mellem strategierne for at byde i auktionerne og ligevægten mellem de to auktioner. Grunden til dette er, at vinderne af auktionen og bestemmelsen af prisen for godet er ens i de to auktioner. Denne strategiske ækvivalens er gældende for alle standard typer af auktioner og både for private og common value goder (Milgrown 1982, s. 1091).

Optimale strategier for private value auktioner Den ovenstående gennemgang viser, at for en private value auktion vil en engelsk og second-price sealed bid auktion have den samme optimale strategi. Denne strategi vil være at byde op til værdien af godet. Strategien er optimal i en engelsk auktion, da prisen for godet indtil dette punkt er mindre end agentens værdi, og agenten er da stadig villig til at købe godet. Når prisen er lig med værdien af godet for agenten, vil denne være indifferent mellem at købe godet eller ej. Stiger prisen for godet over dette punkt, skal agenten forlade auktionen, da agenten ellers vil få et negativt payoff (Rasmussen 2009, s. 390). Strategien er optimal for en second-price sealed bid auktion, da agenten skal tænke, at han byder det samme som en anden agent, og hans bud vil derfor få indflydelse på hans payoff. En agent, der byder mindre end sin værdi for godet, har ikke større sandsynlighed for at vinde, men agenten skal betale den samme pris for godet – nemlig det næsthøjeste bud. Derfor skal agenten byde sin værdi for godet.

Auktionstype	Fremgangsmetode	Åben vs. Lukket	Ækvivalent	Optimal strategi - private value	Optimal strategi - common value
English auktion	Prisen på godet stiger, indtil kun en agent er tilbage i auktionen. Den agent får godet allokation og skal betale den pris, han har budt	Åben – Agenterne kender altid prisen på godet	Second-price sealed bid auktion – Ækvivalent	Byd op til værdien af godet	Ingen agenter har forladt auktionen - byd s_i . Agenter har forladt auktionen - byd op til $p_i = p_{(n)} + s_i/2$
First-price sealed bid auktion	Hver agent indsender et bud, hvor de andre agents bud ikke er kendt. Godet bliver allokert til den agent, der har budt den højeste pris, og agenten skal betale den budte pris for godet	Lukket – Agenterne kender kun deres egen budte pris	Dutch auktion – Strategisk ækvivalent	Vælg prisniveau for budet, hvor agenterne vil vinde auktionen betinget af, at ingen andre har vundet auktionen	Byd $p_i = s_i - m$
Second-price sealed bid auktion	Samme metode som ved en First-price sealed bid auktion, dog skal den agent, der har budt den højeste pris, kun betale det næsthøjeste bud for godet	Lukket – Agenterne kender kun deres egen budte pris	English auktion – Ækvivalent	Byd værdien af godet	Byd $p_i = s_i - (n - 2/n)m$
Dutch auktion	Auktionarius starter med at udråbe en høj pris og derefter sænkes prisen gradvist med et forbestemt beløb ved et forbestemt interval. Dette fortsættes indtil en agent markerer, at denne vil købe godet til den udråbte pris	Åben – Agenterne kender altid prisen på godet	First-price sealed bid auktion – Strategisk ækvivalent	Vælg prisniveau for budet, hvor agenterne vil vinde auktionen betinget af, at ingen andre har vundet auktionen	Byd $p_i = s_i - m$

Tabel 4.1: Oversigt over standard auktionstyper

En first-price sealed bid auktion og en hollandsk auktion er strategiske ækvivalente, hvilket betyder, at disse to auktioner har den samme optimale strategi. Dette er både gældende for en private value og common value auktion. I en private value auktion vil den optimale strategi være at vælge et prisniveau for budet, hvor agenten vil vinde auktionen betinget af, at ingen andre har vundet den (Milgrom 1982, s. 1091). I en private value first-price sealed bid auktion vil agenten forsøge at finde en pris, der er lige over det næsthøjeste bud og dermed vinde auktionen. Agenten står overfor et trade-off mellem at byde højt og vinde auktionen ofte eller at byde lavere og dermed få et større payoff af godet, men vinde færre gange, hvilket er et statisk valg (Rasmussen 2009, s. 390). For en hollandsk auktion afsløres der ingen information, før en agent markerer, at denne vil betale den uråbte pris for godet. Agenterne er derfor nødt til at vælge et prisniveau for budet inden auktionen påbegyndes, og agenten står derfor ligeledes overfor et statisk valg (Rasmussen 2009, s. 398).

Optimale strategier for common value auktioner Når auktionen er en common value auktion, og der er flere end to agenter, vil den engelske og second-price sealed bid auktion ikke længere være ækvivalent. Den optimale strategi ved den engelske auktion er opdelt i to, alt efter om en eller flere agenter har forladt auktionen. Såfremt ingen agenter har forladt auktionen, er den optimale strategi for agent i at byde s_i , det vil sige agent i 's prissignal. I så fald vil agent i have enten 1) det laveste prissignal eller 2) alle andre agenter har det samme prissignal, og alle agenterne vil forlade auktionen på samme tid. Er 1) tilfældet vil agent i under alle omstændigheder have tabt auktionen og i tilfælde 2) er det bedste prissignal for godet lig agent i 's prissignal, og derfor skal agent i forlade auktionen ved denne pris. Såfremt en agent har forladt auktionen ved prisen $p_{(n)}$, kan de andre agenter bruge denne information som det laveste prissignal for godet. Når en agent har forladt auktionen, findes der tre tilfælde; - 1) en agent har et højere prissignal end agent i , og agent i vil tabe auktionen under alle omstændigheder og at forlade auktionen tidligt vil ikke have en betydning, 2) alle agenter, der ikke har forladt auktionen, har samme prissignal for godet som agent i , og de vil alle forlade auktionen på samme tid, eller 3) agent i vil være den sidste til at forlade auktionen og dermed vinde auktionen. I tilfælde 2) og 3) vil agent i 's estimerede værdi være $p_i = p_{(n)} + s_i/2$. Siden $p_{(n)}$ og s_i er ekstreme estimationer af værdien for godet, er værdien p_i , der hvor agent i skal forlade auktionen.

Strategien i en second-price sealed bid auktion er at byde $p_i = s_i - \left(\frac{n-2}{n}\right)m$. Denne strategi er den optimale, fordi agent i bør se sig selv som havende det samme bud som en anden agent og derfor være nødt til at betale "sit eget" bud, hvilket betyder, at hans bud påvirker hans payoff for auktionen. Derfor ser agent i sig selv som værende den agent med det højeste prissignal, af $(n-1)$ agenter, trukket fra $[v-m, v+m]$ fordelingen og lig med en anden agent. I gennemsnit, såfremt ovenstående er tilfældet, så

$$\begin{aligned} s_i &= (v - m) + \left(\frac{([n-1] + 1 - 1)}{[n-1] + 1} \right) ([v + m] - [v - m]), \\ &= (v - m) + \left(\frac{(n-1)}{n} \right) (2m), \\ &= v + \left(\frac{(n-2)}{n} \right) (m) \end{aligned} \tag{4.1}$$

Agent i vil byde værdien v , som løser ligning 4.1. Det giver den optimale strategi $p_i = s_i - \left(\frac{n-2}{n}\right)m$.

For common value auktioner vil strategierne for en first-price sealed bid auktion og en hollandsk auktion være ens. Den optimale strategi for auktionerne er at byde $(s_i - m)$. I en first-price sealed bid auktion er det den optimale strategi grundet følgende udledning. Såfremt agent i byder $s_i - z$ for en mængde z , hvor mængden ikke er afhængig af agent i 's signal, da agenten

ikke ved om signalet er et højt eller lavt signal. T_i defineres til at være, hvor langt væk signalet s_i er over den minimalt mulige værdi, $(v - m)$, så

$$\begin{aligned} T_i &\equiv s_i - (v - m) \text{ og} \\ s_i &\equiv v - m + T_i \end{aligned} \quad (4.2)$$

Agent i har det højest signal og vinder auktionen, hvis T_i er stor nok. Sandsynligheden for dette er: $(T_i/2m)^{n-1}$, hvilket er sandsynligheden for, at $(n - 1)$ andre signaler er mindre end $s_i = v - m + T_i$. Denne sandsynlighed defineres som $G(T_i)$. Agent i vil tjene v minus budet på $(s_i - z)$, hvis han vinder auktionen, hvilket svarer til $(z + m - T_i)$. Såfremt agent i i stedet byder et lille beløb højere, ϵ , vil han vinde auktionen med en højere sandsynlighed, givet ved $G(T_i + \epsilon)$, men han vil tabe ϵ hver gang, han ville have vundet auktionen med det lavere bud. Ved at gøre brug af Taylor-ekspansion² ses det, at $G(T_i + \epsilon) \approx G(T_i) + G'(T_i)\epsilon$, så:

$$G(T_i + \epsilon) - G(T_i) \approx (n - 1)T_i^{n-2} \left(\frac{1}{2m} \right)^{n-1} \epsilon \quad (4.3)$$

Fordelen ved at byde en smule højere er den højere sandsynlighed for at vinde auktionen givet ved $G(T_i + \epsilon) - G(T_i)$ ganget overskuddet ved at vinde givet ved $(z + m - T_i)$. Tabet ved at byde højere er, at agent i skal betale ϵ ekstra i de $(T_i/2m)^{n-1}$ tilfælde, hvor agenten ville have vundet auktionen med det lavere bud. Ved ligevægt er agent i indifferent omkring den uendeligt lille afvigelse og gør dermed denne forventning gældende for alle mulige værdier for 'signal højden' T_i .

$$\int_{T_i=0}^{2m} \left[\left((n - 1)T_i^{n-2} \left(\frac{1}{2m} \right)^{n-1} \epsilon \right) (z + m - T_i) - \epsilon \left(\frac{T_i}{2m} \right)^{n-1} \right] \left[\frac{1}{2m} \right] dT_i = 0 \quad (4.4)$$

Dette indikerer, at

$$\epsilon \left(\frac{1}{2m} \right)^n \int_{T_i=0}^{2m} [(n - 1)T_i^{n-2}(z + m) - (n - 1)T_i^{n-1} - T_i^{n-1}] dT_i = 0 \quad (4.5)$$

Hvilket igen indikerer, at

$$\left| \frac{2m}{T_i} \right| = (T_i^{n-1}(z + m) - T_i^n) = 0 \quad (4.6)$$

Så $(2m)^{n-1}(z + m) - (2m)^2 = 0$, hvor $z = m$. Agent i 's optimale strategi er derfor at byde $p_i = s_i - m$

Auktionstype på IFA kablet

Auktionstypen på IFA kablet er en speciel form for second-price sealed bid auktion. Auktionen fungerer ligesom en second-price sealed bid auktion, men i stedet for en second-price er det en n'te price sealed bid auktion. Det skyldes, at auktionen er en multi unit auktion. Det vil

²I matematik er Taylor ekspansionen en repræsentation af en funktion som en uendelig sum af termer, der er beregnet som værdien af funktionens afledte i et enkelt punkt. Det er dermed muligt at tilnærme en funktion med et approksimerende polynomium. Formlen for et n'te-gradspolynomium, der approksimerer funktionen, $f(x)$, ud fra et givet fixpunkt, x_0 , ser ud som følgende: $P_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i$, hvor $f^{(i)}$ er den i'te afledte funktion af f og $i!$ er fakultetet af i .

sige, at der er flere end en MW kapacitet, der bortauktioneres på en gang. Generelt kan der benyttes to formater, når auktionen er en multi unit auktion - diskriminerende og competitive. Diskriminerende er, hvor agenterne betaler deres eget bud for hver enkelt enhed kapacitet, de får allokeret. Competitive er den metode, der benyttes i auktionen på IFA kablet. Agenterne betaler det laveste accepterede bud for hver enhed, de får allokeret. Dette er ækvivalent til en second-price sealed bid auktion (Tenorio 1993, s. 302). Prisen, der skal betales for kapaciteten afhænger derfor af, hvad den sidste agent, der har fået kapacitet, har budt. I auktionen skal der både bydes for en pris og en mængde.

Auktionen er lukket, hvormed agenterne ikke har mulighed for at få viden omkring de andre agents bud under selve auktionen. Når auktionen er afsluttet, er det muligt at indhente information omkring de andre agents estimation af kapacitetens værdi givet af kurverne vist i afsnittet 2.2 på side 6.

Den optimale strategi, der er redegjort for ovenstående, er en strategi for en symmetrisk information. Jeg vil senere argumentere for, at informationen ikke er symmetrisk, og ligevægtsstrategien vil derfor ikke være den samme, som kan findes frem til i det ovenstående spil.

4.1.2 Winner's Curse

Ved en common value auktion er Winner's Curse et centralt begreb. Winner's Curse opstår, når agenterne er for positive omkring den ukendte værdi af godet. I en common value auktion skal agenterne estimere værdien for godet uden at kende den faktiske værdi for godet. I så fald en agent er for positiv omkring værdien af godet, kan han risikere at overestimere den faktiske værdi. Han vil derfor byde over de andre agents bud og vinde auktionen. Når agenten finder ud af, at han har budt højere end alle de andre agenter, vil han ønske, han ikke havde vundet auktionen, da han indser, at han må have overestimeret værdien af godet. I så fald er det muligt at opnå en negativ profit. Agenterne, der ikke vandt auktionen er stillet bedre, idet deres profit er nul (Rasmussen 2009, s. 414).

Den naturlige strategi for en risikoneutral agent i en common value auktion er at byde op til sit unbiased estimat af værdien for kapaciteten. Denne strategi kan gøre vindernes profit negativ på grund af Winner's Curse. Taberne af auktionen vil være de agenter, der har underestimeret værdien for kapaciteten, og disse agenter vil have en profit på EUR 0. Derfor hellere tabe auktionen end at vinde auktionen med en overestimeret værdi af kapaciteten (Rasmussen 2009, s. 414).

Når agenterne indser risikoen for Winner's Curse, kan de justere deres strategier, således buddet for auktionen er en nedskaleret værdi af den estimerede værdi. Vinderne af auktionen kan stadig have en overestimeret værdi, men det bud, der sætter ligevægtsprisen kan stadig være mindre end den sande værdi, hvormed det er muligt at opnå en positiv profit. Problemet er derfor at bestemme, hvor meget den estimerede værdi skal skaleres ned, fordi størrelsen afhænger af, hvor meget de andre agenterne skalerer deres bud ned med (Rasmussen 2009, s. 414).

Agenterne vil dermed byde mindre end deres estimerede værdi, men stadigvæk ikke så lidt, at de ikke vinder auktionen, hvis ikke ligevægtsprisen bliver for høj. I en common value auktion er agentens første skridt således at estimere sin egen værdi betinget af, at han har den højeste værdi og dermed vinder auktionen. En måde at se agentens betingede estimation på, er at se på det, som et betinget bud. Agenten ved, at hvis han vinder auktionen ved at benytte sit unbiased estimat, vil han sandsynligvis byde for højt. Efter agenten har indset, at han har vundet auktionen med et alt for højt bud, ville han ønske, at han havde mulighed for at trække buddet tilbage. I stedet ville han have budt $[X$, hvis jeg taber, men $(X - Y)$, hvis jeg vinder], hvor X er hans bud betinget af at tabe auktionen, og $(X - Y)$ er hans bud betinget af at vinde. Det betingede bud for at vinde auktionen er lavere end det betingede bud for at tabe auktionen, fordi det at vinde auktionen indikerer, at hans bud var det højeste overestimat af

alle buddene. Såfremt agenten vinder med budet $(X - Y)$, vil han stadig være tilfreds, da der vil være mulighed for en positiv profit, idet budet er skaleret ned. Agenten kan opnå den samme effekt ved at submitte et bud på $(X - Y)$ i første omgang, da buddets størrelse er irrelevant, hvis han taber auktionen (Rasmussen 2009, s. 414-415). Fremgangsmetoden for en common value auktion er dermed at skalere budet ned, inden der bydes.

Winner's Curse kan ske inden for Cross Border Trading. Ved Cross Border Trading skal agenterne estimere værdien af kapaciteten, inden de byder, som jeg gjorde i det forrige kapitel. I denne proces er det muligt at overestimere værdien - enten fordi agenten ikke har nok information til rådighed, eller fordi agenten er for positiv i sine forventninger omkring arbitragemuligheden. Såfremt agenten byder højere end de andre agenter, vil agenten opnå kapacitet på kablet, men prisen for kapaciteten kan være over spreadet mellem de to landes spotpriser, og dermed vil arbitragemuligheden forsvinde, men der skal stadig betales prisen på kapaciteten. Profitten vil dermed være negativ for agenterne, der vinder auktionen, mens profitten for de agenter, der ikke fik allokeret kapacitet vil være nul. For at Winner's Curse skal blive et problem i Cross Border Trading, skal flere agenter på samme tid overestimere værdien af kapaciteten, således at ligevægtsprisen trækkes op.

4.1.3 Afsløring af reservationspriser

Inden jeg går over til at se på den tilgængelige information på markedet, vil jeg kort beskrive afsløringen af reservationspriser under en auktion. Reservationsprisen er den højeste pris, agenten er villig til at give for godet, og agenten vil derfor være indifferent mellem at købe godet eller ej ved denne pris (Varian 2006, s. 3-5). I den teoretiske litteratur omkring de forskellige auktionstyper lægges der stor vægt på, hvor meget agenterne afslører af deres reservationspris, når de byder for et gode. Afsløringen af reservationsprisen har forskellig betydning for de forskellige aktører i auktionen. Normalt findes der tre forskellige aktører: Køber, sælger og auktionarius. Auktionen for kapacitet på IFA kablet er en speciel form for auktion, fordi sælger og auktionarius er den samme person. Det betyder, at den information, der afsløres over for auktionarius faktisk afsløres over for sælger. Dette betyder imidlertid ikke noget i dette tilfælde, da RTE og NGC har perfekt information omkring værdien af kapaciteten.

De forskellige auktionstyper afslører i forskellig grad agenternes reservationspriser, da agenternes reservationspriser er taktisk afhængige af deres strategi for budet. I forhold til det ovenstående spil for common value auktioner vil reservationsprisen i en engelsk auktion, hvor ingen agenter har forladt auktionen, blive afsløret, da den optimale strategi er at forlade auktionen ved s_i . Efter den første agent har forladt auktionen, vil reservationsprisen for de resterende agenter ændre sig, idet de får en viden om den første agents reservationspris. Reservationspriserne for de resterende agenter i auktionen bliver nu taktiske reservationspriser, og det er disse, der bliver afsløret i auktionen og ikke de rene reservationspriser. Dog indeholder de taktiske reservationspriser også information til de resterende agenter i auktionen. For en first-price sealed bid og hollandsk auktion er det kun den højeste reservationspris, der vil blive afsløret, da det er den pris, der skal betales for godet. Under selve auktionerne afsløres der ingen reservationspriser, og agenterne har derfor ikke mulighed for at justere i forhold til afsløring af reservationspriser. Det samme er gældende for en second-price sealed bid auktion. Her vil der dog kun blive afsløret den næsthøjeste reservationspris. Agenterne ved derefter, at den højeste reservationspris er over den pris, der er blevet afsløret.

Problemstillingen ved at afsløre reservationsprisen er den information, de andre agenter modtager, når reservationsprisen afsløres. Da auktionen for kapacitet på IFA kablet er en common value auktion, kan agenterne bruge denne information til at justere deres estimation af værdien for kapaciteten, såfremt de bliver afsløret.

4.1.4 Information på markedet

Der findes to forskellige slags information på markedet - markedsinformation og benchmark viden.

Markedsinformation

Markedsinformation består af de forventede spotpriser på elektricitet, meddelelser om forventede forbrug af elektricitet i fremtiden, vejrdato og historiske data for de førnævnte. Alle agenter har adgang til den samme mængde historiske data, men forventningerne til fremtiden vil være forskellig mellem agenterne. Det vil sige, at markedet indeholder asymmetrisk information. Der er flere grunde til, at informationen mellem agenterne ikke er symmetrisk, hvilket er gjort rede for nedenstående.

- Den asymmetriske viden består af, at agenterne har forskellig erfaring i at tyde signalerne i den information, der er tilgængelig i form af forventninger til fremtiden. Agenter, der længe har udnyttet arbitragemuligheden mellem Frankrig og Englands spotpriser vil have et bedre udgangspunkt for at handle end agenter, der kun lige er begyndt at udnytte denne arbitragemulighed.
- Der vil også være asymmetrisk information, hvis der er en forskel på, hvor mange ressourcer firmaerne benytter på Cross Border Trading. Med andre ord, hvis det ene firma har dobbelt så mange medarbejdere, der undersøger markedet, bedre analyseværktøjer og mere tid til analyse end det andet firma, så vil dette firma forventeligt have et bedre prissignal. Dette scenarium kan meget vel opstå, da ikke alle firmaer vægter forskellige grænser lige højt, og ikke alle firmaer har analyseværktøjer.
- Til sidst er der asymmetrisk information grundet geografiske aspekter. Agenter, der er placeret i Frankrig eller England har et mere nærgående kendskab til, hvilke faktorer, der påvirker spotprisen i disse lande, end agenter, der er placeret i andre lande.

Markedet for Cross Border Trading på IFA kablet har derfor asymmetrisk information. Derfor vil agenterne estimere værdien af kapaciteten forskelligt. Idet viden er asymmetrisk mellem agenterne vil det få betydning for, hvordan ligevægtsstrategien skal defineres.

Benchmark viden

Udover markedsinformation findes der en benchmark viden på markedet i form af, at de afsluttede auktioner producerer ny viden omkring den ukendte værdi for kapaciteten. Denne viden består af prissignaler fra de andre agenter, når de byder for kapaciteten samt den fundne ligevægtspris. Når auktionen er afsluttet offentliggøres efterspørgselskurven for kapaciteten. Denne kurve giver agenterne ny viden omkring, hvad de andre agenter forventer, kapaciteten er værd. På samme måde giver ligevægtsprisen et indblik i, om agenten har vurderet værdien af kapaciteten for højt, og dermed om agenten har været et offer for Winner's Curse. Prissignalerne fås dog først efter auktionen er afsluttet og kan dermed kun benyttes i senere auktioner for samme måned.

4.2 Ligevægtsstrategi for auktion efter kapacitet på IFA kablet

Den anden del af rapportens mål udføres i dette afsnit, hvor jeg vil finde en ligevægtsstrategi for at byde på kapaciteten på IFA kablet. Flere har i tidens løb analyseret sig fem til strategier for at byde i lignende auktioner, og litteraturen på området er massiv. Jeg har valgt at tage udgangspunkt i en artikel af Danal B. Hausch (Hausch 1987). Denne artikel er en udvidelse af

Milgrom & Weber's (Milgrom & Weber, 1987a) artikel om affiliated information. Hausch's artikel er udvidet til, at informationen er asymmetrisk fordelt mellem agenterne, men stadig affiliated. Grunden til, at jeg tager udgangspunkt i en artikel, er at komme frem til nogle forenklinger, der gør det muligt at finde frem til en ligevægtsstrategi.

I den ovenstående gennemgang af auktionsteori fandt jeg frem til fire aspekter, der er nødvendige at arbejde videre med, for at den fundne ligevægtsstrategi tilpasses auktionen på IFA kablet. Disse fire aspekter er: Common value, second-price sealed bid auktion, Winner's Curse og asymmetrisk information.

4.2.1 Grundlag for at finde ligevægtsstrategien

For at finde frem til ligevægtsstrategien opstilles et spil, der tager udgangspunkt i de fire aspekter. Jeg har tidligere opstillet flere antagelser for agenternes adfærd under auktionen, og disse antagelser gør sig gældende i spillet. Antagelserne er som følgende:

- Agenterne er risikoneutrale
- Agenterne byder uafhængigt af hinanden
- Agenterne har kun mulighed for at byde en gang per budrunde
- Agenterne benytter kun kapaciteten på IFA kablet til cross border trading

Såfremt jeg ikke havde opstillet antagelserne, ville auktionen for kapacitet på IFA kablet differtere sig meget fra den teoretiske litteratur inden for auktionsteori. Den fundne strategi bliver derfor kun en ligevægtsstrategi inden for de ovenstående antagelser. Antagelserne har forskellig betydning for, hvordan strategien udvikles, og jeg vil nu gennemgå antagelsernes betydning for ligevægtsstrategien. De fleste af antagelserne stemmer ikke overens med virkeligheden, men for at nå frem til et resultat vælger jeg at gøre Cross Border Trading markedet til et stiliseret marked.

Den første antagelse er, at agenterne er risikoneutrale. Jeg har tidligere været inde på, at antagelsen omkring risikoneutrale agenter ikke stemmer overens med virkeligheden, men jeg beholder antagelsen, da den sørger for, at jeg ikke behøver at kende hver eneste agents grad af risikovillighed. Det næste antagelse er, at agenterne byder uafhængigt af hinanden. Antagelsen betyder, at jeg ikke behøver at tage højde for, om agenterne kan blive bedre stillet ved at indgå i et kartel, når de byder for kapaciteten. Antagelsen om, at agenterne kun har mulighed for at byde en gang per budrunde gør, at jeg ikke behøver at tage højde for, at auktionen er en multi unit auktion, da agenterne kun kan placere et bud med en angiven mængde kapacitet til en pris. Her antager jeg, at begge agenter byder for en ens mængde kapacitet, såfremt der bortauktioneres 20 MW kapacitet, vil begge agenter byde på 20 MW kapacitet. Den sidste antagelse i rapporten er, at agenterne kun benytter kapaciteten på IFA kablet til Cross Border Trading. Jeg testede denne antagelse og det vidste sig, at antagelsen er korrekt.

Jeg argumenterede tidligere for, at der var asymmetrisk information på markedet, og i spillet er det antaget, at den asymmetriske information på markedet opstår, fordi de to agenter ikke har udført Cross Border Trading i lige lang tid. Informationen, der er tilgængelig for de to agenter er den samme information, såsom historiske priser, forwardkontrakter, vejrudsigter og meddelelser fra TSO'erne. Den asymmetriske information kommer fra, at agenterne ikke er lige gode til at bruge denne information. Hvor gode agenterne er til at bruge informationen i deres estimering af værdien for kapaciteten, afhænger af agenternes erfaring inden for Cross Border Trading på IFA kablet. Jeg vil derfor i kapitel tage højde for, at de signaler agenterne modtager, ikke er lige stærke. Hvor stærkt signalet er, afhænger af agentens erfaring. Det betyder, at jeg antager, at den asymmetriske information er en proprietær information. Det vil sige, at agenterne trækker deres signaler fra den samme fordeling, men den ene agent har en strengt bedre information, end den anden agent. Agent 1 har udført Cross Border Trading i længere

tid end agent 2, og agent 1 er derfor i bedre stand til at benytte den offentlige tilgængeligt information end agent 2. Agent 1 vil derfor være bedre stillet end agent 2.

4.2.2 Spillet

Ligesom spillet til at finde de optimale strategier vil spillet for at finde ligevægtsstrategien bestå af tre aktører: En sælger og to agenter. Spillet vil være stærkt forenklet for at nå frem til et konkret resultat. Nedenstående beskrives det spil, hvorfra ligevægtsstrategien findes. Uddybninger til spillet ses under fremgangsmetoden.

1. Naturen vælger den objektive værdi, V , for kapaciteten, og sender til hver agent i ($i = 1$ eller 2) et prissignal S_i for værdien af kapaciteten, hvilket trækkes fra en forudgående fordeling. Signalet, S_i , kan antage n forskellige værdier for V - givet ved $S_i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$. Værdien for kapaciteten kan, betinget af reglerne for IFA kablet, ikke være under EUR 0 og derfor antages det, at værdien for kapaciteten er positiv
2. Variablene V , S_1 og S_2 er affiliated. En høj (lav) værdi i signalet antyder en høj (lav) værdi for kapaciteten
3. Asymmetrisk information givet ved følgende antagelse $p_1(j | k) = p_2(j | k) \forall j, k \in N$
4. Sælgeren vælger en second-price sealed bid auktion for at bortauktionere kapaciteten
5. Hver agent vælger simultant, om denne ønsker at deltage i auktionen
6. Agenterne og sælgeren vælger en værdi for budet i forhold til en second-price sealed bid auktion
7. Kapaciteten er allokeret, og prisen bestemt af en second-price sealed bid auktion betales til sælger

Ad 2. Affiliated variable betyder, at sandsynligheden for, at en variabel er høj, stiger, hvis også en af de andre variable er høje. En simpel definition af dette er givet ved at lade $z = (v, j, k)$ og $z' = (v', l, m)$ være punkter i et $R \times N \times N$ koordinatsystem og på samme tid lade $\bar{z}$ og $\underline{z}$ være componentwise maksimum og minimum for henholdsvis z og z' ³. I det tilfælde at (V, S_1, S_2) har en fælles tæthedsfunktion f , er variablerne affiliated for alle z og z' , hvis:

$$f(\bar{z})f(\underline{z}) \geq f(z)f(z') \quad (4.7)$$

Antages det eksempelvis, at $z = (2, 1, 4)$ og $z' = (4, 2, 3)$, så er $x \vee y = (4, 2, 4)$ og $x \wedge y = (2, 1, 3)$. Dette giver en ulighed på $(8, 2, 12) \geq (8, 2, 12)$, hvorudfra det fremgår, at uligheden er overholdt. Det, at V , S_1 og S_2 er affiliated gør, at der kan opstilles følgende definitioner for sandsynlighederne for signalerne ved at lade E betegne forventning og ved at lade $j, k \in N$.

$$\begin{aligned} v(j, k) &= E[V | S_1 = j, S_2 = k] \\ p(j, k) &= S_1 = j \text{ og } S_2 = k \\ p_i(j | k) &= S_i = j | S_l = k \\ (i, l) &= (1, 2) \text{ eller } (2, 1) \end{aligned}$$

Den første definition angiver, at den forventede værdi for kapaciteten er betinget af signalerne j og k . Den anden definition angiver $p(j, k)$, som sandsynligheden for, at $S_1 = j$ og $S_2 = k$,

³Componentwise maksimum er defineret ved $x \vee y = (\max\{V, S_1, S_2\})$ og componentwise minimum er defineret ved $x \wedge y = (\min\{V, S_1, S_2\})$.

hvilket betyder, at signal j er signalet for agent 1, mens k er signalet for agent 2. Den tredje definition angiver sandsynligheden $p_i(j | k)$, hvilket er agent i 's sandsynlighed for at modtage signal j betinget af signal k , hvilket er sandsynligheden for, at $S_i = j$ betinget af at $S_l = k$. Den sidste definition angiver, at der er lige stor sandsynlighed for $S_1 = 1$ og $S_2 = 2$, som for $S_1 = 2$ og $S_2 = 1$. Det vil sige, at begge agenter kan få høje og lave signaler. Grundet affiliated variable følger det for $j, k, l, m \in N$, at

$$\begin{aligned} v(j, k) &\leq v(l, k) && \text{hvis} && j \leq l, \\ v(j, k) &\leq v(j, m) && \text{hvis} && k \leq m \quad \text{og} \\ p(j, k)p(l, m) &\leq p(\max(j, l), \max(k, m))p(\min(j, l), \min(k, m)) \end{aligned} \tag{4.8}$$

De første to resultater siger simpelt, at kapacitetens forventede værdi er ikke-faldende for hver agents signal. Det tredje resultat kommer fra uligheden i ligning 4.7, hvilket er vist at være gældende.

Ad 3. Asymmetrien i spillet, der er angivet af $p_1(j | k) = p_2(j | k) \forall j, k \in N$, antager, at der er en bestemt symmetri i informationen, hvilket vil sige, at sandsynligheden for at modtage et signal betinget af signalet for den anden agent, er symmetrisk mellem de to agenter. Denne antagelse er restriktiv, men antagelsen tillader proprietær information. Et eksempel på proprietær information er givet i nedenstående tabel 4.2. Her er det antaget, at værdien for kapaciteten enten kan være EUR 0 eller 1 - hver med sandsynlighed 0.5, samt at $n = 4$, hvilket vil sige, at signalet går fra 1 til og med 4. Tabel 4.2 viser sandsynlighederne for at modtage signalerne betinget af den sande værdi for godet.

Signal j	$p_1(j V = 0)$	$p_1(j V = 1)$	$p_2(j V = 0)$	$p_2(j V = 1)$
1	1/2	0	4/10	1/10
2	1/3	1/6	3/10	2/10
3	1/6	1/3	2/10	3/10
4	0	1/2	1/10	4/10

Tabel 4.2: Sandsynlighed for at modtage signaler betinget af den sande værdi for godet

I tabellen ses det, at agenterne ikke har symmetrisk information, og agent 1 har bedre information end agent 2. Såfremt værdien for kapaciteten er 0, så har agent 1 sandsynligheden 0.5 for at modtage signal 1 og ingen sandsynlighed for at modtage signal 4, mens agent 2 kun har sandsynligheden 0.4 for at modtage signal 1 og 0.1 for at modtage signal 4. Ligeledes, hvis værdien for kapaciteten er 1, har agent 1 ingen sandsynlighed for at modtage signal 1 og sandsynligheden 0.5 for at modtage signal 4, mens agent 2 har sandsynligheden 0.1 for at modtage signal 1 og kun sandsynligheden 0.4 for at modtage signal 4. Af disse sandsynligheder ses det, at agent 1 er bedre stillet end agent 2, idet agent 1 har en højere sandsynlighed end agent 2 for at modtage høje signaler, når værdien er høj, samt højere sandsynlighed for at modtage lave signaler, når værdien for kapaciteten er lav. Tabel 4.2 angiver den grundliggende forståelse omkring informationen i spillet, men fører på samme tid til at der kan udføres konkrete beviser, hvilket jeg vil komme ind på senere.

Antagelsen for asymmetrien i spillet tillader, at betegnelsen på de betingede sandsynligheder undlades. Det betyder, at der kan opstilles en ny definition givet ved nedenstående sandsynlighed

$$p(j | k) = \text{Sandsynligheden for, at en agent modtager signal } j \\ \text{betinget af, at den anden agent modtager signal } k.$$

Ad 7. I tilfælde af, at begge agenter byder ens for kapaciteten vil andelen af allokeret kapacitet til agenterne blive fordelt proportionalt mellem agenterne. Grundet antagelsen om, at agenterne byder for den samme mængde kapacitet, vil payoff'et af auktionen blive fordelt ligeligt mellem agenterne.

Spillet for at finde ligevægtsstrategien i auktionen er nu defineret. Nedenstående vil jeg udlede selve ligevægtsstrategien for at byde for kapacitet på IFA kablet.

4.2.3 Ligevægtsstrategien

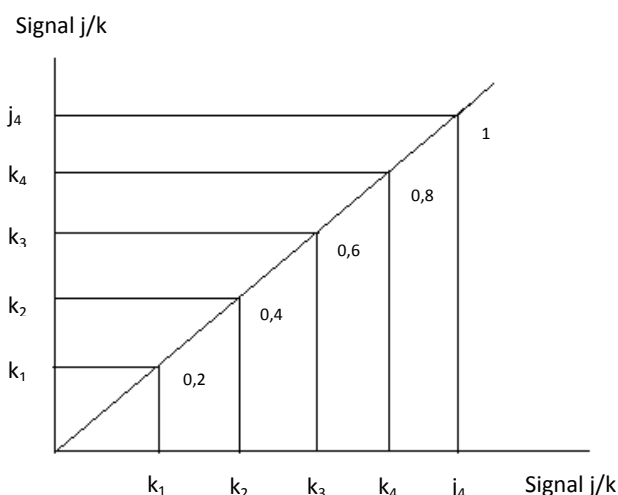
Ligevægtsstrategien for at byde i auktionen på IFA kablet opstillet ved det ovenstående spil er givet i det nedenstående teorem 1. Det ovenstående spil indeholder adskillige Nash ligevægte, som ligeledes kan bevises, men jeg vil vise, at der kun findes en symmetrisk ligevægtsstrategi for hver agent, hvor denne er defineret i det nedenstående teorem.

Teorem 1:

Ligevægtsstrategien i second-price sealed bid auktion er at byde $v(j, j)$ for enhver agent med signal j samt for enhver agent med signal k at byde $v(k, k)$

Nedenstående skitserer jeg beviset for teorem 1. Beviset for teoremet kan være nyttigt for at forstå, hvad teoremet går ud på, og på samme tid viser denne skitsereing hvilke forudsætninger, der er vigtige for resultatet.

Bevis: Teoremet kan bevises ud fra tabel 4.2 på foregående side. Tabellen bygger på, at værdien for kapaciteten er 0 eller 1 med lige stor sandsynlighed, hvor agenterne har forskellige sandsynligheder for at modtage signaler, der angiver værdien af kapaciteten. Signalerne fra tabellen gør, at agenterne ved mere om den faktiske værdi af kapaciteten. For at bevise teoremet tages der udgangspunkt i agent 1. Antag, at værdien for kapaciteten er EUR 1 og $k \leq j$, hvor $j = 4$ og k går fra 1 – 4. Antag endvidere, at agent 2 følger den indikerede strategi i teorem 1. Den følgende figur 4.1 bruges til at bevise teoremet.



Figur 4.1: Bevis for teorem 1

Figur 4.1 angiver signalerne j og k ud af begge akser. Agent 1 får singalet 4, hvilket betyder, at han med sikkerhed ved, at værdien af kapaciteten er EUR 1. Følger agent 1 strategien, angivet af teorem 1, skal han byde $\text{EUR } 0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 = 1$ for kapaciteten. Det vil sige, at agent 1 byder værdien af kapaciteten ved et signal på 4. Antages det, at agent 2 modtager signal 3, vil

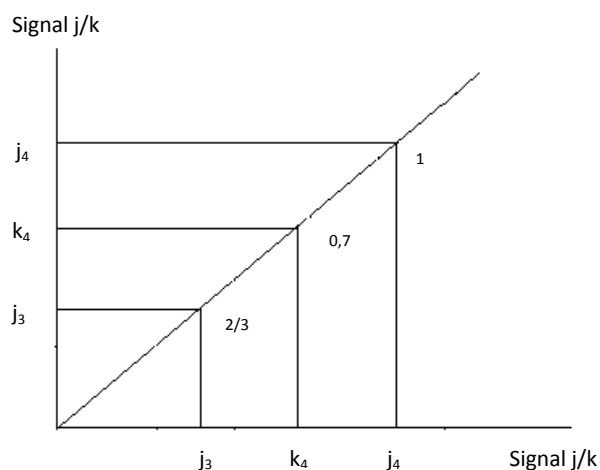
agent 2 byde EUR $0.3 \cdot 1 + 0.3 \cdot 1 = 0.6$ for kapaciteten. Agent 1 har i dette tilfælde opnået en profitabel sejr på EUR 0.4, da agent 1 kun skal betale det næsthøjeste bud på EUR 0.6. Derfor vil agent 1 aldrig fortryde sit bud. Profitten til agent 1 kan blive større eller mindre alt efter, hvilket signal agent 2 modtager, hvilket også kan ses af figuren. Modtager agent 2 et signal, der er mindre end 3, vil agent 1 få en mere profitabel sejr. Modtager agent 2 derimod et signal, der er større end 3, vil profitten til agent 1 falde.

Såfremt agent 1 byder mindre end $v(j, j)$ for kapaciteten, er sandsynligheden for at opnå en profitabel sejr mindre, hvilket også ses af figur 4.1. I det tilfælde agent 1 vinder auktionen med et lavere bud end $v(j, j)$, vil prisen for kapaciteten være den samme som med et bud på $v(j, j)$. Det skyldes, at agent 1 kun skal betale agent 2s bud for kapaciteten, hvor det her er antaget, at agent 2 holder sig til ligevægtsstrategien. Der kan ligeledes argumenteres for, at agent 1 ikke kan forbedre sine chancer for at vinde auktionen ved at byde højere end $v(j, j)$ for kapaciteten, da sandsynligheden for at vinde ikke stiger. Det skyldes, at agent 2 i forvejen byder lavere for kapaciteten end $v(j, j)$, hvilket igen kan ses af figur 4.1.

De ovenstående argumenter kan også benyttes til at vise, at agent 2s ligevægtsstrategi, med signal k , er at byde $v(k, k)$ for kapaciteten.

Den ovenstående gennemgang leder frem til det ovenstående teorem 1, hvilket udgør ligevægtsstrategien for at byde på månedskapaciteten på IFA kablet. Ligevægtsstrategien, der findes frem til i teorem 1, er symmetrisk, hvilket betyder, at begge agenter gør brug af den samme strategi.

Andre Nash ligevægte i spillet Som nævnt findes der andre ligevægtsstrategier for at byde i en second-price sealed bid auktion opstillet ved det ovenstående spil. Antag for eksempel, at agent 1 følger ligevægtsstrategien givet ved teorem 1, og han byder dermed $v(j, j)$, mens agent 2 ved signal på 1 byder $v(1, 1)$, og ved signal på $k \leq 2$ byder ethvert $b \in [v(k-1, k), v(k, k)]$ ⁴, hvilket er vist i nedenstående figur 4.2.



Figur 4.2: Bevis for Nash ligevægt

Af figuren ses det, at agent 1 stadig modtager signalet 4 og byder EUR $0.5 \cdot 1 + 0.5 \cdot 1 = 1$ for kapaciteten. Agent 2 modtager signal 4, men vælger buddet $b \in [v(k-1, k), v(k, k)]$ ud fra en forsigtig antagelse om, at agent 1 med den bedre information reagerer på signalet $k-1$. Derfor vil agent 2 være villig til at byde lidt mindre, men stadig med håb om at vinde auktionen. Som det ses af figuren, vil agent 2 byde EUR $0.3 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 = 0.7$. I dette tilfælde vil profitten til

⁴Måden parenteser for intervallet er givet, skyldes at, hvis agent 2 byder $v(k, k)$, vil han byde ligevægtsstrategien, og derfor er det bud ikke muligt i forhold til den asymmetriske Nash ligevægt. Strategien er kun mulig for $k \leq 2$, fordi ved et signal på $k = 1$ kan der ikke trækkes 1 fra.

agent 1 stige i forhold til strategien under teorem 1⁵. Profitten til sælger vil være faldet, da agent 2 byder mindre end under strategien angivet af teorem 1.

Såfremt agent 1 rent faktisk havde reageret på signal $k - 1$ givet ved $4 - 1 = 3$, ville agent 2 have vundet auktionen, da agent 1 i det tilfælde kun ville have budt EUR $\frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{2}{3}$ for kapaciteten. I så fald vil strategien give agent 2 en profitabel sejr på EUR $\frac{1}{3}$. Dermed ville agent 2 have vundet auktionen, hvilket ikke ville være tilfældet under teorem 1.

Agent 2 har ikke noget at miste ved at benytte denne strategi, da agenten under alle omstændigheder ville have tabt auktionen, hvis denne havde fulgt strategien i teorem 1. Dette er en Nash ligevægt, og ingen af agenterne vil ændre deres strategi.

En tredje strategi findes ved, at agent 1 stadig følger ligevægtsstrategien i teorem 1 med signal j , mens agent 2 med signal k byder ethvert $b \in (v(k, k), v(k + 1, k)]$ ⁶, ud fra en forsigtig antagelse om, at et bud en lille smule over signalet k kan resultere i, at agent 2 vinder auktionen. I tilfældet af, at $j < k + 1$ vil agent 2 vinde auktionen, men med risiko for Winners Curse. Er $j \geq k + 1$ vil agent 2 tabe auktionen med budet, selvom budet for kapaciteten er højere end ved teorem 1. Agent 1 vil stadig få en positiv profit, men profitten vil være mindre, da agent 1 skal betale agent 2's bud. Profitten til sælgeren vil være større, da agent 2 byder mere for kapaciteten end i teorem 1.

Disse strategier er alle Nash ligevægte, og et spil vil kunne hænge fast i hver af disse Nash ligevægte. Disse ligevægte er asymmetriske, hvilket betyder, at budet er forskelligt fra gang til gang.

Ækvivalent til engelsk auktion

Resultatet, der nås frem til i teorem 1, har den fordel, at ligevægtsstrategien er ækvivalent i forhold til at byde i en engelsk auktion, grundet ligevægten er en symmetrisk ligevægt. Til teorem 1 kan der derfor opstilles en følgesætning.

Følgesætning 1:

En symmetrisk ligevægtsstrategi for en engelsk auktion med to agenter er, at agent i med signal j bliver i auktionen, indtil prisen er $v(j, j)$ og derefter forlader auktionen.

Følgesætningen siger, at en agent skal blive i en engelsk auktion, indtil prisniveauet i auktionen når det prisniveau, der skal bydes for en second-price sealed bid auktion. Det betyder, at strategien for at byde, angivet i teorem 1, er den strategi, der ligeledes skal benyttes til at byde i en engelsk auktion.

Derfor er teorem 1 vigtig i forhold til opgaven, da et af formålene med rapporten er en metode for at byde i auktioner for kapacitet. Fordelen er, at hvis RTE og NGC vælger, at ændre auktionsformen til en engelsk auktion, vides der allerede på forhånd, hvordan der skal bydes i auktionen. Såfremt RTE og NCG vælger at ændre auktionsformen til en first-price sealed bid eller en hollandsk auktion, vil jeg være nødsaget til at finde frem til en ny ligevægtsstrategi, der tager højde for de nye regler. Det ligger imidlertid uden for denne rapports rammer.

Følgesætning 1 er kun gældende, når der er to agenter i auktionen. Såfremt flere agenter deltager i auktionen, vil agenterne få yderligere information om kapacitetens værdi, når de andre agenter forlader auktionen, og derfor vil de justere deres bud efter, hvornår agenterne forlader auktionen som vist i den optimale strategi i tabel 4.1 på side 58.

⁵I tilfælde af, at strategien i teorem 1 følges, vil agent 2 have budt EUR $0.4 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 = 0.8$, og profitten til agent 1 ville være EUR 0.2, hvilket ses af figur 4.1.

⁶Igen er det ikke muligt for agent 2 at byde $v(k, k)$, hvilket er udelukket givet parantesen.

Forventet profit i auktionen

Lad $E\pi_i$ betegne den forventede ex ante profit i en second-price sealed bid auktion, hvor ex ante er inden, agenterne modtager deres signal. Den forventede profit for agent 1 og agent 2 er givet ved nedenstående ligninger.

$$E\pi_1 = \sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^{j-1} (v(j, k) - v(k, k))p(j, k) \quad (4.9)$$

$$E\pi_2 = \sum_{j=2}^n \sum_{k=1}^{j-1} (v(k, j) - v(k, k))p(k, j) \quad (4.10)$$

Bevis: Ledet $v(j, k) - v(k, k)$ er værdien af kapaciteten for auktionen givet signalerne af j og k fratrukket den værdi, den tabende part vil byde for kapaciteten. Det efterfølgende led, $p(j, k)$, er forsat sandsynligheden for at trække signalerne j og k . Summerationstegnet $\sum_{k=1}^{j-1}$ løber fra k til $j-1$, fordi det er antaget, at $j > k$. Selve summeringen foregår over mulige signaler, hvor j er over k . Antages det eksempelvis, at $j = 4$, så summeres profitterne følgende.

$$\begin{aligned} E\pi_1 = & (v(4, 1) - v(1, 1))p(4, 1) + \\ & (v(4, 2) - v(2, 2))p(4, 2) + \\ & (v(4, 3) - v(3, 3))p(4, 3) \end{aligned}$$

Første summering, $\sum_{j=2}^n$, foregår for alle mulige signaler for j op til og med n , betinget af at $j > k$. Med andre ord: Agent 1 med signal j vinder kun auktionen med en forventet positiv profit, når agent 2 har signal $k < j$. I det tilfælde er agent 1's forventede profit $v(j, k) - v(k, k)$. Summering af alle par af signaler giver agent 1 en positiv forventet profit givet ved den ovenstående ligning for agent 1. Samme argumentation giver agent 2's forventede profit.

Sælgerens forventede profit er givet ved ligning 4.11.

$$E\pi_S = E[V] - E\pi_1 - E\pi_2 \quad (4.11)$$

Den forventede profit til sælgeren kommer fra, at auktionen er et konstant-sum spil, og derfor vil profitten til sælgeren være værdien af kapaciteten minus de to agents profit alt efter hvilken agent, der vinder auktionen. Profitten fra eksemplet til at bevise teorem 1 viser, at profitten til sælgeren er: EUR $E\pi_S = 1 - 0.4 - 0 = 0.6$.

4.2.4 Diskussion om at gøre asymmetrien større eller mindre

RTE og NGC har valgt at offentliggøre efterspørgselskurverne for alle afholdte auktioner, når disse er afsluttet. Denne beslutning kan være taget ud fra en betragtning om, at agenterne opnår en bedre viden omkring værdien af kapaciteten ved at kende efterspørgselskurverne fra de forrige auktioner og dermed gøre frygten for Winner's Curse mindre, hvilket vil hæve profitten til RTE og NGC. Det er tidligere bevist af Milgrom og Weber (Milgrom & Weber, 1987b), at hvis uligheden i informationen mellem agenterne falder, kan profitten til sælgeren hæves, fordi sandsynligheden for Winner's Curse reduceres for den uinformede agent. Det får den uinformede agent til at byde mere aggressivt, hvilket presser den informerede agent til ligeledes at byde mere aggressivt, som til sidst vil få sælgerens profit til at stige, da spillet er et konstant-sum spil.

Milgrom og Weber har ligeledes bevist, at hvis sælgeren offentliggør sin egen information omkring værdien af godet, kan profitten til sælgerne enten stige eller falde. Udfaldet afhænger

af, om den information, der offentliggøres, er komplementær eller substitut for den information, den bedre informerede agent besidder. Såfremt informationen, som sælgeren offentliggør, er komplementær med den information, den bedre informerede agent besidder, vil profitten til sælgeren falde, fordi offentliggørelsen af informationen vil styrke den bedre informerede agents viden omkring værdien af godet, og asymmetrien stiger derfor mellem agenterne. Er den offentliggjorte information derimod en substitut for den information, den bedre informerede agent besidder, vil profitten til sælgeren stige, idet asymmetrien mellem de to agenter formindskes, og begge agenter vil byde mere aggressivt.

Hausch (Hausch 1987) har imidlertid fundet frem til, at det ikke altid er i sælgerens bedste interesse at offentliggøre information, selvom informationen er en substitut for den information, den informerede agent besidder. Det skyldes, at den informerede agent i stedet for at byde mere aggressivt vil sænke sin sandsynlighed for at vinde auktionen, når den uinformerede agents signaler bliver mere præcise. Dette kan lede til, at sælgerens profit falder i stedet for at stige.

RTE og NGC har, som sagt, valgt at offentliggøre efterspørgselskurverne, når budrunden er overstået. Jeg har tidligere bevist, at agenterne ikke bliver klogere mellem de forskellige antal auktioner, og derfor lærer agenterne ikke mere omkring værdien af kapaciteten mellem auktionerne. Derfor er det måske en anden type information, der skal offentliggøres. RTE og NGC har mulighed for at offentliggøre en stor mængde af information, da RTE og NGC har en stor viden omkring værdien af kapaciteten, da de er TSO'er. Såfremt RTE og NGC vælger at offentliggøre al deres information, vil der ikke være et marked, da alle agenter i så fald vil have stor viden omkring værdien af kapaciteten, og så vil det ikke være muligt at opnå en positiv profit ved Cross Border Trading. Det kan derfor konkluderes, at RTE og NGC ikke skal offentliggøre al den information, de besidder. RTE og NGC kan i stedet, eventuelt, offentliggøre forventede niveauer for de to landes spotpriser eller rapporter som denne, hvor en metode for at udregne værdien og for at byde i auktionen er offentliggjort.

Spørgsmålet for RTE og NGC er, om de får en større profit ved at offentliggøre dele af deres information. I forhold til resultatet af Milgrom og Weber vil deres profit stige, hvis de offentliggører information, men i forhold til Hausch vil deres profit ikke nødvendigvis stige. I denne case kommer den asymmetriske information fra, at agenterne har en forskel i deres erfaring for Cross Border Trading på IFA kablet. Som tiden går, vil denne asymmetri blive mindre, idet agent 2 vil opnå en større erfaring, og agenterne vil være ligestillet. RTE og NGC kan speede den proces op ved at offentliggøre information og derefter håbe, at begge agenter vil byde mere aggressivt, således profitten stiger.

Droppes antagelsen om, at der kun er to agenter, vil der hele tiden være nogle agenter, der vil være nye på grænsen, og dermed vil der være asymmetrisk information hele tiden. På et tidspunkt vil alle agenter, der ønsker cross border trade på IFA kablet være agenter, der har erfaring, hvilket vil føre til, at der ikke vil være en værdi på grænsen, fordi alle agenter har en god viden om værdien af kapaciteten. Derfor er det ikke i RTE og NGC's interesse at speede processen fra at være uerfaren til at være erfaren op. Jeg vælger dermed at konkludere, at det ikke er i RTE og NGC's interesse at offentliggøre yderligere information.

Ovenstående gennemgås konsekvenserne for RTE og NGC, hvis de vælger at offentliggøre yderligere information for at mindske asymmetrien mellem agenterne. Jeg vælger nu at se på, hvor megen information agenterne ønsker, der skal offentliggøres. Den informerede agent vil ønske, at RTE og NGC ikke offentliggør mere information, da den informerede agent gerne vil beholde sin informationsfordel, hvorfor han vinder profitable sejre. På den anden side vil den uinformerede agent gerne, at RTE og NGC offentliggør information, der er substitut for de signaler, naturen sender til agenterne, således at frykten for Winner's Curse mindskes, og at denne agent har mulighed for at vinde profitable sejre.

4.3 Opsamling

I dette kapitel har jeg gennemgået månedsauktionen på IFA kablet ud fra et teoretisk synspunkt. Undervejs i kapitlet har jeg redegjort for auktionsteori set ud fra den empiriske virkelighed i forhold til den teoretiske verden. I gennemgangen fandt jeg frem til, at kapaciteten på IFA kablet er et common value gode, samt at auktionstypen for kapaciteten er en multi unit second-price sealed bid auktion. Når godet, der bortauktioneres er et common value gode, skal der tages højde for Winner's Curse. Informationen, når der bydes for kapaciteten, er asymmetrisk. Alle disse aspekter er bestemmende for ligevægtsstrategien, og jeg er derfor nødt til tage højde for disse, når jeg finder ligevægtsstrategien. Jeg valgte derfor at arbejde videre med de fire begreber: Common value, second-price sealed bid, Winner's Curse og asymmetrisk information for at finde ligevægtsstrategien for at byde på kapaciteten på IFA kablet.

For at finde frem til ligevægtsstrategien opstillede jeg et spil, der tager højde for de fire ovenstående aspekter og mine antagelser. Ligevægtsstrategien blev givet i teorem 1 og er en Nash ligevægt. Ligevægtsstrategien er, at agenter med signal j skal byde $v(j, j)$. Denne ligevægt er symmetrisk. Spillet indeholder også andre Nash ligevægte, men de er asymmetriske og opstår, når agent 2 ikke længere følger ligevægtsstrategien i teorem 1. Til teorem 1 kan der opstilles en følgesætning, der siger, at strategien for at byde i en engelsk auktion er ækvivalent til strategien for at byde i en second-price sealed bid auktion.

Konklusion og perspektivering

I rapporten er det min hensigt at finde en metode til at værdifastsætte kapacitet på de kabler, der kan føre elektriciteten over landegrænser samt at finde en ligevægtsstrategi for at byde i månedsauktioner for kapaciteten. Til dette formål opstilles et konkret eksempel som udgangspunkt. Dette konkrete eksempel er Cross Border Tading på Interconnexion France-Angleterre kablet. Jeg har i rapporten værdifastsat kapaciteten for marts måned – både for den første og anden månedsauktion. Derudover har jeg gennemgået auktionsteori for at finde de begreber, der gør sig gældende for at finde frem til en ligevægtsstrategi i auktionen for kapacitet på IFA kablet. Til sidst har jeg fundet ligevægtsstrategien for auktioner for kapacitet på kablet.

Metoden for at værdifastsætte kapaciteten på et kabel mellem to landegrænser afhænger af reglerne for auktionen. Såfremt det er en obligation at benytte alle timerne i den måned, hvor der er allokeret kapacitet, skal kapaciteten værdifastsættes ved en metode, der kun tager udgangspunkt i det forventede spread mellem de to lande. Det forventede spread findes ved at bruge lukkepriser for forwardkontrakter på de to landes spotpriser. Jeg har i rapporten benyttet obligationsmetoden til at værdifastsætte kapaciteten på IFA kablet.

Kapaciteten kan også værdifastsættes som en option ved hjælp af Black-Scholes modellen, hvis det er en mulighed, men ikke en ret at benytte den allokerede kapacitet i alle timerne. For at benytte Black-Scholes modellen er det nødvendigt at estimere volatiliteten i spreadet mellem de to landes spotpriser. For at estimere volatiliteten opstilles en regressionsmodel, hvor middelværdien er en sæson $ARMA(2, 1, 0)X(0, 1, 1)_{24}$ model, og variansstrukturen er en GARCH(1,1) model. Ud fra variansstrukturen er det muligt at finde volatiliteten for spreadet, hvilket er udregnet til 355.81 %. Denne volatilitet er høj i forhold til andet finansielt data, men fordi spreadet bygger på forskellen mellem to landes spotpriser er det forventeligt, at volatiliteten er så høj.

Imidlertid hænger det sådan sammen, at hvis agenterne vælger at nominere kapaciteten, vil kapaciteten være en obligation. Derfor vil den bedste værdifastsættelse, for kapacitet på IFA kablet, opnås ved at bytte både obligationsmetoden og optionsmetoden givet ved følgende vægte:

Auktion 1

$$V_1 = 3.91 \cdot 0.90 + 1.40 \cdot 0.10 = 3.65$$

Auktion 2

$$V_2 = 3.32 \cdot 0.90 + 0.78 \cdot 0.10 = 3.07$$

Værdien udregnet for den første månedsauktion er EUR 3.65, og for den anden månedsauktion er den EUR 3.07. Ligevægtspriserne, bestemt ved auktioner for marts, er for den første månedsauktion EUR 3.25 og for den anden månedsauktion EUR 2.96. Mine værdifastsættelser ligger meget tæt på ligevægtspriserne, men forholdsvis langt fra den faktiske værdi for kapaciteten på EUR 7.14. Dog er de udregnede værdier for kapacitet meget tæt på de forventede værdier for kapaciteten, da auktionen blev afholdt, hvilket ses af efterspørgselskurverne.

Jeg konkluderer derfor, at den benyttede metode kan bruges til at værdifastsætte kapaciteten på IFA kablet, og at metoden kan anvendes til at værdifastsætte kapaciteten på andre grænser, såfremt der tages højde for forskelligheder mellem reglerne for auktioner samt omkostningerne ved at handle på grænsen.

For at frembringe en metode til at finde en ligevægtsstrategi har jeg i rapporten gennemgået auktionsteori, således at det bliver muligt at finde de aspekter, der er nødvendige at tage højde for i forhold til auktionen på IFA kablet. Gennemgangen af auktionsteorien giver et overblik, såfremt RTE eller NGC skulle ændre auktionsformen, og det vil derved være lettere at tage højde for denne ændring, når auktionsteorien er kendt. På samme tid gør gennemgangen af auktionsteorien det muligt at anvende metoden til at finde ligevægtsstrategier i andre auktioner for kapacitet. Begreberne jeg arbejdede videre med for at finde ligevægtsstrategien var common value, Winner's Curse, second-price sealed bid og asymmetrisk information.

Kapaciteten mellem de to lande er et common value gode, da værdien af kapaciteten er objektiv, men ukendt for agenterne. Agenterne forsøger ved hjælp af historisk data at estimere værdien af kapaciteten, og bruger denne estimation til at byde for kapaciteten. For et common value gode skal agenterne være opmærksomme på Winner's Curse, som opstår, når agenterne estimerer værdien for højt og dermed byder for højt. Agenterne vil forsøge at undgå Winner's Curse og dermed skalere deres estimation af værdien for kapaciteten ned.

Auktionen for kapacitet på IFA kablet er en speciel form for second-price sealed bid auktion, da auktionen er en multi unit auktion. Kapaciteten allokeres efter en faldende orden af buddene, hvor agenterne får allokeret kapacitet, indtil den efterspurgte mængde svarer til den udbudte mængde af kapacitet. Prisen for kapaciteten bliver bestemt af ligevægten mellem udbud og efterspørgsel. Dermed er auktionen en n'te-price sealed bid auktion. I rapporten arbejder jeg med asymmetrisk information, hvilket opstår, fordi agenterne ikke har udført Cross Border Trading i lige lang tid. Agent 1 har mere erfaring end agent 2, og derfor er agent 1 bedre stillet i forhold til agent 2.

Ligevægtsstrategien jeg fandt frem er givet i teorem 1, der fastslår, at ligevægtsstrategien i en second-price sealed bid auktion er for en agent med signal j at byde $v(j, j)$. Strategien er optimal, fordi agenten ikke vil fortryde sit bud i forhold til den faktiske værdi for kapaciteten. Agenten kan ikke forbedre sine chancer for at vinde auktionen ved at byde højere eller opnå en større profit ved at byde mindre. Dette leder frem til, at strategien givet i teorem 1 er en ligevægtsstrategi for at byde i denne type auktion givet ved det opstillede spil og antagelser. Ud fra teorem 1 findes en følgesætning, der siger, at strategien for at byde i en second-price sealed bid auktion er ækvivalent til at byde i en engelsk auktion.

Perspektivering

Jeg har i rapporten arbejdet med flere antagelser, og konklusionen om de anvendte metoder samt de konkrete resultater er jeg nået frem til på baggrund af mine antagelser. Flere af antagelserne er ikke realistiske, og konklusionerne vil blive anderledes, når antagelserne fjernes. Jeg mener, at antagelserne har været nødvendige for at finde en metode samt for at finde

konkrete svar på problemstillingen.

Især antagelsen om, at agenterne er risikoneutrale er i modstrid med empirien, da langt de fleste agenter vil forlange en risikopræmie for at have købt kapacitet. Jeg har ikke taget højde for en risikopræmie, når jeg har værdifastsat kapaciteten. Den forlangte risikopræmie kan findes ved at finde ud af, hvor ofte der er udtag på kablet og derefter udregne, hvor meget disse udtag koster for agenterne. Dette beløb kan udgøre det for en risikopræmie. Dermed kan risikopræmien forholdsvis nemt tages med i udregningerne. Dog vil ophævelsen af antagelsen have betydning for agenternes måde at byde på, da en risikoavers agent vil byde mere konservativt og omvendt. Fordi jeg ikke har kendskab til, hvor risikoavers agenterne er, har jeg valgt at bibeholde antagelsen.

Efter analysen påbegyndtes, er efterspørgselskurverne for day-ahead auktioner på IFA kablet også blevet offentliggjort. Derfor er yderligere undersøgelser nødvendige for at finde ud af, om den fundne metode for at værdifastsætte, og den fundne strategi kan benyttes til at byde på auktioner for day-ahead kapacitet samt andre auktioner på IFA kablet, hvor kapaciteten allokeres på lang sigt. Derudover er yderligere undersøgelser nødvendige for at se, om metoderne kan overføres direkte til andre grænser og dermed bruges mere mangfoldigt.

KAPITEL 6

Litteraturliste

- Acel, Amir D., 2006, '*Complete Business Statistics*', 6. udgave McGraw-Hill
- Avery, Christopher & Kagel, John H., 1997, '*Second-Price Auctions with Asymmetric Payoffs: An Experimental Onvestigation*', Journal of Economics & Management Strategy, Vol. 6, No. 3, Fall 1997
- Grinblatt, Mark, m.fl, 2004, '*Financial Markets and Corporate Strategy*', 2. udgave, McGraw Hill
- Hausch, Donald B., 1987, '*An asymmetric common value auction model*', The RAND Journal of Econometrics, Volume 18, Number 4, pp. 611-621
- Holt, Charles A., 2007, '*Markets, Games, & Strategic Behavior*', 1. udgave, Pearson Education, Inc
- Houmøller, Anders Pljedrup, '*Det nordiske Elmarked*', Nord Pool Spot Denmark, Udliveret af Nordjysk Elhandel
- Houmøller, Anders Pljedrup, '*Det nordiske elbørd og den nordiske model for et liberaliseret elmarked*', Nord Pool Spot Denmark, Udliveret af Nordjysk Elhandel
- Hull, John c., 2006, '*Options, Futures and Other Derivatives*', 6. udgave, Pearson Education, Inc
- Inderst, Roman, 2004, '*Cross Border Electricity Trading and Market Design: The England-France Interconnector*', <http://www.kellogg.northwestern.edu/Faculty/ottaviani/homepage/Papers/Cross%20Border%20Electricity%20Trading%20and%20Market%20Design.pdf>
- Interconnexion France-Angleterre (France-England Interconnector), 2009, '*IFA Access Rules*', Issue 7: 2-106, <http://www.nationalgrid.com/NR/rdonlyres/5DEEDCE2-52FC-453C-988FF1973B9F696F/37205/IFAAccessRulesv7025September20091.pdf>

- Klemperer, Poul, 2004, '*Auctions: Theory and Practice*', 1. udgave, Princeton University Press
- Kristiansen, Tarjei, 2007, '*An assessment of the Danish-German cross-border auctions*', Energy Policy, Volume 35, pp. 3369-3382
- Milgrom, P.R. & Weber, R.J., 1987a, '*A Theory of Auctions and Competitive Bidding*', Econometrica, Volume 50, pp. 1089-1122
- Milgrom, P.R. & Weber, R.J., 1987b, '*The Value Information in a Sealed-Bid Auction*', Journal of Mathematical Economics, Volume 10, pp. 105-114
- Parisio, Lucia & Bosco, Bruno, 2006, '*Electricity prices and cross-border trade: volume and strategy effects*', MPRA Paper No. 473, Posted 07. November 2007, <http://mpra.ub.uni-muenchen.de/473/>
- Schotter, Andrew, 2009, '*Microeconomics: A Modern Approach*', 1. udgave, South-Western Cengage Learning
- Schreuder, Hein & Douma, Sytse, 2008, '*Economics Approaches to Organizations*', 4. udgave, FT Prentice Hall
- Ramussen, Eric, 2009, '*Games and Information - An introduction to Game Theory*', 4. udgave, Blackwell Publishing
- Tenorio, Rafael., 1993, '*Revenue Equivalence and Bidding Behavior in a Multi-Unit Auction Market: An Empirical Analysis*', The Review of Economics and Statistics, Volume 75, No. 2, pp. 302-314
- Varian, Hal R., 2006, '*Intermediate Micro Economics - A Modern Approach*', 7. udgave, Norton
- Weron, Rafal, 2006, '*Modeling and Forecasting Electricity Loads and Prices - A Statistical Approach*', 1. udgave, John Wiley & Sons
- Wilmott, Poul, 2007, '*Introduces Quantitative Finance*', 2. udgave, John Wiley & Sons
- Internet 1: http://clients.rte-france.com/lang/an/clients_consommateurs/vie/bilan_RTE.jsp. Lokaliseret d. 11.02.2011
- Internet 2: <http://www.nationalgrid.com/NR/rdonlyres/590ACE8D-01BE-4ED9A028-3736D28A7CCE/41181/UoSCMI6R0v10Final.pdf>. Lokaliseret d. 11.03.2011
- Internet 3: <http://www.duke.edu/~rnau/seasarim.htm>. Lokaliseret d. 04.04.2011
- Internet 4: http://www.maths.qmul.ac.uk/~bb/TS_Chapter7_2.pdf. Lokaliseret d. 04.04.2011

Sekundær litteratur

- Banerjee, Priyodorshi, 2004, '*Common value auctions with asymmetric bidder information*', Economics Letters 88 (2005), 47-53
- Harrison, J Richard, 1990, '*A Model for Sealed-bid Auctions with Independent Private Value and Common Value Components*', Managerial and Decision Economics, Vol. 11, No. 2 (May,

1990), 123-125

Harstad, Ronald M., 1990, '*Asymmetric bidding in second-price common-value auctions*', Economics Letters 35 (1991), 249-252

Kreps, David M., 2003, '*Game Theory and Economic Modelling*', Oxford University Press

Lo, Kin Chung, 1997, '*Sealed bid auctions with uncertainty averse bidders*', Economic theory, Vol. 12, No.1 (Jul, 1998), 1-20

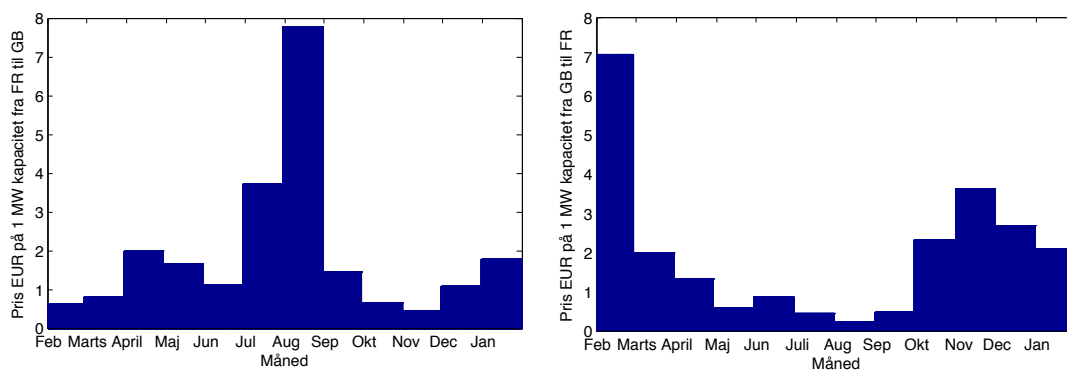
Malueg, David A. & Orzach Ram, 2009, '*Revenue comparison in common-value auctions: Two examples*', Economics Letters 105 (2009), 177-180

Smith, Benjamin T. & Case, James H., 1975, '*NASH EQUILIBRIA IN A SEALED BID AUCTION*', Management Science, Volume 22, Number 4, Dec 1975

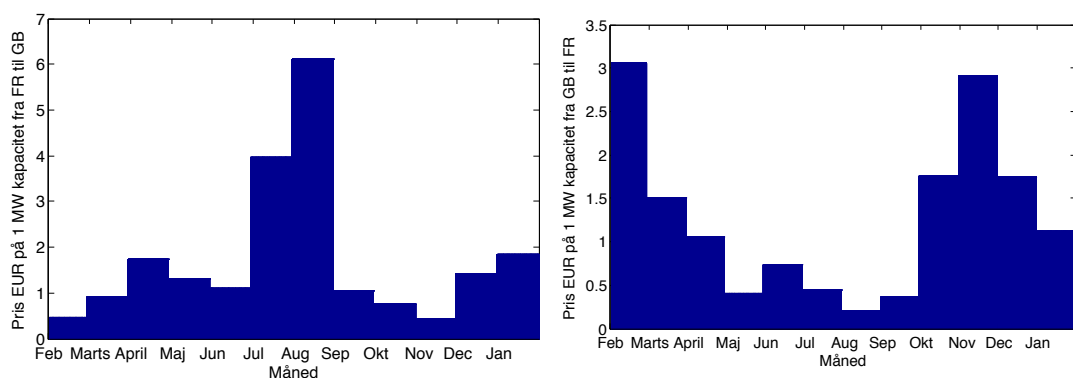
Bilag

Oversigt over priserne på kapacitet på IFA kablet

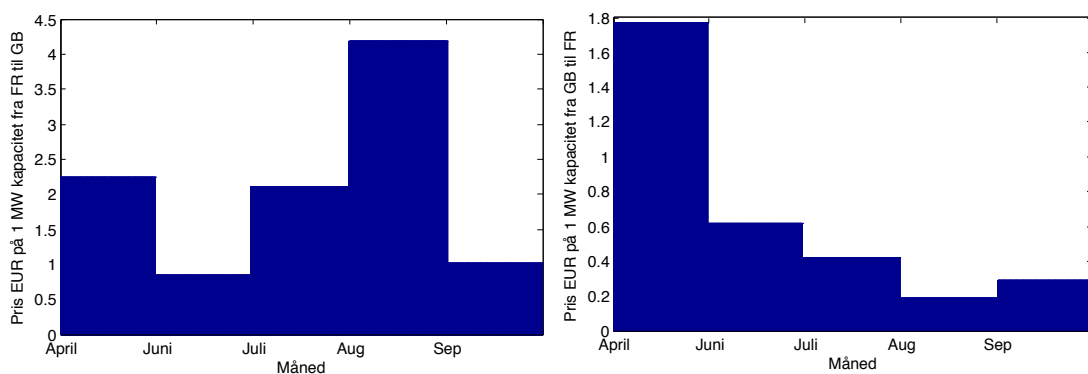
De nedenstående fire figurer viser søjlediagrammer for ligevægtspriserne på kapacitet på IFA kablet - opdelt for hvert antal månedsauktioner. Figureerne til højre er for retningen fra Frankrig til England, mens figurene til venstre er for retningen fra England til Frankrig. Figurerne giver en forståelse for, hvad prisniveauet og flowet tidligere har været på kablet. Af figurerne er det muligt at se, at figurerne til højre og venstre stort set er spejlinger af hinanden. Såfremt prisen på kapaciteten er høj i den ene retning, vil prisen være lav i den anden retning. Det skyldes, at den ene retning oftest vil have en overvægt med værdi i timerne. De måneder, hvor prisen er tæt på at være ens i begge retninger, skyldes, at agenterne er tvivl om flowet på kablet og/eller, at der ikke er en retning med overvægt af værdi.



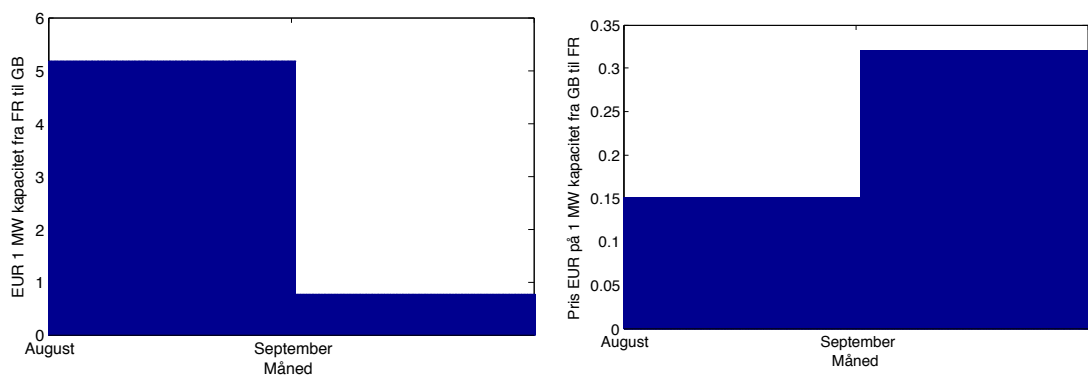
Figur A.1: Prisen på kapacitet for alle nummer 1 månedsauktioner i perioden



Figur A.2: Prisen på kapacitet for alle nummer 2 månedsauktioner i perioden



Figur A.3: Prisen på kapacitet for alle nummer 3 månedsauktioner i perioden



Figur A.4: Prisen på kapacitet for alle nummer 4 månedsauktioner i perioden

Tilføjelse til regler på IFA kablet

Det følgende bilag er en udvidelse til reglerne for auktionen på IFA kablet. Kapitlet beskriver, hvad der sker, når der sker reduktioner af kablet, hvilket var tilfældet under skriveprocessen. Der kan både forekomme uventet og ventet reduktion af kablet samt, at operatørerne er nødsaget til annullere auktionen. Jeg vil her gennemgå, hvad der sker i tilfældet af førnævnte.

Reduktion af kapacitet på IFA kablet

I november hvert år skal operatørerne offentliggøre information omkring ventet reduktion af kapacitet på kablet. Denne information skal indeholde oplysninger omkring, hvornår reduktionen starter og slutter samt størrelsen for reduktionen. Disse reduktioner af kapaciteten skyldes hovedsagligt vedligeholdelse af kablet, hvilket også er skyld i den nuværende reduktion af kapaciteten. Så snart operatørerne får opdateret information omkring fejl på kablet, skal dette oplyses til markedsagenterne, således de har fuld information om planlagt reduktion af kapaciteten (IFA Access Rules 2009, s. 55). I tilfælde af uventet reduktion af kapaciteten i en periode, hvor kapaciteten allerede er allokeret, vil den resterende kapacitet blive allokeret efter et pro rata system.

Viden omkring tilgængelig kapacitet benyttes til at bestemme den mængde kapacitet, der ønskes allokeret. Såfremt der sker en uventet reduktion i kapaciteten - efter kapaciteten er blevet allokeret - betyder dette ikke noget, eftersom det ikke vil ændre budet for kapaciteten. Det skyldes, at den tilgængelige information på daværende tidspunkt ikke indeholdt en reduktion i kapaciteten. Dog vil nogen agenter forlange en risikopræmie for at opveje tab i tilfælde af uventede reduktioner.

Annullering af auktion

Der kan forekomme tekniske problemer, og operatørerne kan være nødsaget til at annullere en auktion. I så fald skal alle deltagere meddeles herom samt om grunden hertil (IFA Access Rules 2009, s. 30). Er auktionen ikke gennemført, vil auktionen blive udsat eller aflyst. Såfremt auktionen er gennemført, men med ukorrekte resultater, vil auktionen blive annulleret, og der vil ikke blive flyttet elektricitet over grænsen. (IFA Access Rules 2009, s. 30). I det tilfælde, at der har været MW til gensalg på den annullerede auktion, vil disse MW gå tilbage til de oprindelige ejere (IFA Access Rules 2009, s. 49).

BILAG C

Forwardkontrakter

Januar 2011			Februar 2011			März 2011		
Tag	Settlement Preis	Volumen	Tag	Settlement Preis	Volumen	Tag	Settlement Preis	Volumen
01			01	49,96	0	01	55,00	0
02			02	50,05	3.715	02	55,00	0
03	53,75	0	03	51,75	14.860	03	55,00	0
04	53,50	3.715	04	52,00	0	04	55,00	0
05	54,00	0	05			05		
06	55,25	0	06			06		
07	55,00	26.748	07	51,63	0	07	55,00	0
08			08	51,00	0	08	55,00	0
09			09	51,00	0	09	55,00	0
10	53,75	0	10	50,25	0	10	55,00	0
11	54,00	0	11	50,75	1.486	11	55,00	0
12	53,23	0	12			12		
13	53,25	0	13			13		
14	52,75	0	14	50,25	0	14	55,00	0
15			15	50,75	0	15	55,00	0
16			16	50,50	18.575	16	55,00	0
17	53,63	0	17	51,44	7.430	17	55,00	0
18	52,75	0	18	51,50	0	18	55,00	0
19	52,50	12.631	19			19		
20	51,00	3.715	20			20		
21	51,25	0	21	52,41	0	21	55,00	0
22			22	53,00	11.145	22	55,00	0
23			23	53,50	0	23	55,00	0
24	51,25	3.715	24	54,38	26.005	24	55,00	0
25	50,75	8.173	25	55,00	0	25	55,00	0
26	50,00	18.575	26			26		
27	49,41	7.430	27			27		
28	49,21	33.435	28	55,00	0	28	55,00	0
29						29	55,00	0
30						30		
31	50,00	0				31		

Figur C.1: Lukkepriser på forwardkontrakter for marts 2011 for Frankrig

<HELP> for explanation.

Index **HP**

Mid

Page 2 / 6

ELUB1MON UK Elec Baseload Month 1

50.75 GBP/Megawatthour

Source **OECV**
 Range **5/18/10** to **5/18/11** Period **D** Daily
 Market **M** Mid

HI **56.10** ON **3/16/11**
 AVE **46.10**
 LOW **38.79** ON **8/18/10**

DATE	PRICE	DATE	PRICE	DATE	PRICE
F 3/18	54.09	F 2/25		F 2/ 4	47.70
T 3/17	54.50	T 2/24	47.20	T 2/ 3	47.50
W 3/16	56.10	W 2/23	47.10	W 2/ 2	
T 3/15	56.00	T 2/22	47.15	T 2/ 1	
M 3/14	53.80	M 2/21	46.34	M 1/31	
F 3/11	51.00	F 2/18	45.55	F 1/28	
T 3/10	49.95	T 2/17	45.55	T 1/27	47.75
W 3/ 9	50.25	W 2/16	45.50	W 1/26	48.40
T 3/ 8	50.16	T 2/15	45.75	T 1/25	48.00
M 3/ 7	51.00	M 2/14	45.85	M 1/24	48.30
F 3/ 4	49.55	F 2/11	46.40	F 1/21	48.65
T 3/ 3	48.60	T 2/10	46.20	T 1/20	49.15
W 3/ 2	48.35	W 2/ 9	46.10	W 1/19	49.20
T 3/ 1		T 2/ 8	46.60	T 1/18	49.15
M 2/28	47.80	M 2/ 7	47.15	M 1/17	49.00

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2011 Bloomberg Finance L.P.
 SN 505753 CEST GMT+2:00 H213-1582-0 18-May-2011 12:06:33

Figur C.2: Lukkepriser på forwardkontrakter for marts 2011 for England

Empiriske auktionstyper

Eksplicit og implicit auktioner

Inden for elmarkedet findes der to former for bortauktionering af kapacitet på kablerne - eksplicit og implicit auktioner. For IFA kablet er der valgt en eksplicit auktionstype, hvor kapaciteten er bortauktioneret ved en multi unit second-price sealed bid auktion. Andre markeder har valgt at benytte en implicit auktionstype, heriblandt Nord Pool¹. Der er stor forskel på de to auktionstyper set fra et samfundsøkonomisk synspunkt, men også set fra et firmas synspunkt.

Den primære forskel mellem de to auktionstyper er, hvem der har ret til kapaciteten samt hvilken information, der er til rådighed, når flowet på kablet bestemmes. I en eksplicit auktion har kommercielle agenter mulighed for at købe kapacitet via de eksplicitte auktioner og igennem auktionen værdifastsættes kapaciteten via en ligevægtspris. I en implicit auktion har de kommercielle agenter ikke mulighed for at købe kapacitet - hele kapaciteten går til netejeren. I en implicit auktion benyttes kapaciteten til at integrere forskellige elmarkeder, der er forbundet med hinanden. Flowet på kablet er baseret på markedsdata, og derfor er auktionen for kapaciteten inkluderet (implicit) i auktionen for bestemmelsen af spotprisen. Derfor er der fuld information, når flowet bestemmes, og en implicit auktion for kapacitet vil sørge for, at elektriciteten flyder fra området med lav pris mod området med en højere pris. Dermed vil prisen hæves i lavprisområdet og sænkes i højprisområdet, hvilket fører til en priskonvergens (Det nordiske elmarked, s. 45). For en eksplicit auktion er kapaciteten bortauktioneret adskilt fra auktionen for bestemmelsen af spotprisen, og derfor har de kommercielle agenter ikke fuld information omkring flowet på kablet. Derfor er det muligt, at en eksplicit auktion leder til, at elektriciteten sendes i den forkerte retning og dermed opnås ikke priskonvergens eller mulighed for at udnytte arbitragemuligheden.

For en implicit auktion går hele profitten af arbitragemuligheden til netejeren - netejeren får således en indtægt på $\pi_t = \gamma_t \cdot q_t$ for hver time i døgnet. Det betyder, at netejeren får den profit, agenterne vil få under en eksplicit auktion, dog skal netejerne ikke betale for selve kapaciteten (Det nordiske elmarked, s. 52). Profitten for en eksplicit auktion afhænger af udkommet af flere auktioner, da kapaciteten sælges på lang, kort og intraday sigt. Profitten til netejerne vil være $\pi = \sum P^* \cdot Q^*$, hvor P^* og Q^* er ligevægtspriserne og -mængderne for hver enkelt afholdt auktion. Summen af disse auktioner udgør profitten til netejeren ved en eksplicit auktion.

¹ Nord Pool markedet består af Norge, Sverige, Finland og Danmark.

Explicit versus implicit - fra forskellige synspunkter

En implicit auktion sørge for, at priserne i de forskellige områder udlignes mest muligt i hver enkelt time, idet elektriciteten flyder igennem kablerne med fuld udnyttelse i hver time. Set ud fra et samfundsøkonomisk synspunkt vil en implicit auktion være den bedste, da denne type auktion hele tiden sørger for, at elektriciteten flyder i den rigtige retning, hvilket giver priskonvergens mellem områderne. Derudover vil en implicit auktion sørge for en pareto efficient allokering, fordi alle handelsmuligheder, der kan gøre det bedre for nogle uden at gøre det værre for andre, er udnyttet. Alle disse handelsmuligheder vil altid være udnyttet, da kablerne altid fyldes med maksimum af kapacitet i en implicit auktion.

En eksplicit auktion giver derimod mulighed for, at alle handelsmuligheder ikke udnyttes, da der ikke er fuld information omkring flowet på kablet. Det leder til, at en eksplicit auktion ikke nødvendigvis fører til en pareto efficient allokering. Derudover kan en kommerciel agent udnytte kapaciteten til egne fordele, og der er dermed ingen garanti for, at elektriciteten flyder fra det billige område mod det dyrere område. Til sidst kan den manglende information være skyld i, at agenterne sender elektriciteten i den forkerte retning. Alle disse faktorer leder til, at en eksplicit auktion, ud fra et samfundsøkonomisk synspunkt, ikke nødvendigvis fører til samme ønskede egenskaber som en implicit auktion.

En implicit auktion vil derfor være at foretrække ud fra et samfundsmæssigt synspunkt, da en implicit auktion leder til et efficient marked. En eksplicit auktion kan derimod lede til inefficent allokering i form af mindre priskonvergens og dermed mindre social velfærd.

Set ud fra et firmas synspunkt vil en eksplicit auktion være at foretrække, da et firma ved denne type auktion har mulighed for at udnytte de arbitragemuligheder, der opstår mellem de to landes spotpriser. Ved en implicit auktion er det ikke muligt for de kommercielle agenter at udnytte arbitragemuligheden. Agenterne har dermed kun mulighed for Cross Border Trading på markeder, hvor der afholdes eksplicit auktioner.