Datadrevne prognoser for vandstand i vandløb og undersøgelse af værdien af jordfugtighed som input

Afgangsprojekt af Samuel Westarp September 2021 - Juni 2022

Vand og miljø, BUILD Aalborg Universitet

Forsidefoto: Samuel Westarp

#### Titel:

Datadrevne prognoser for vandstand i vandløb – og undersøgelse af værdien af jordfugtighed som input

# AALBORG UNIVERSITET STUDENTERRAPPORT

### Kandidatspeciale - BUILD Thomas Manns Vej 23, 9220 Aalborg Ø http://build.aau.dk

**Projektperiode:** 

September 2021 - Juni 2022

### Vejledere:

Jesper Ellerbæk Nielsen Jacok Birk Jensen Ole Munch Johansen

Sideantal: 96 Appendiks: 6

**Deltagere:** 

Nærværende rapport omhandler forudsigelse af vandstand i rurale vandløb indtil 36 timer frem ved hjælp af rent datadrevne modeller med oversvømmelsesvarsling som mål. Det undersøges om realtidsmålinger af jordfugtighedsmålinger kan bidrage til forudsigelseskvaliteten. I et lille opland ses en forbedring med jordfugtighedsdata, men i to større oplande er der ikke evident forbedring. Det konkluderes at den anvendte neurale netværksarkitektur kan levere pålidelige prognoser og dermed grundlag for effektiv varsling. Et trænet netværk kan overføres til andre vandløb med et minimum af data.

Samuel

Rapportens indhold er frit tilgængeligt, men offentliggørelse (med kildeangivelse) må kun ske efter aftale med forfatteren.

# Forord

Rapporten er udarbejdet af Samuel Westarp, kandidatstuderende ved Water and Environmental Engineering på School of Engineering and Science under Det Teknisk-Naturvidenskabelige Fakultet på Aalborg Universitet. Rapporten dækker et mellemlangt afgangsprojekt på 45 ETCS og er blevet til i perioden 2. september 2021 til 9. juni 2022.

Projektet er udført i samarbejde med WatsonC APS, Aalborg, som blandt andet har stillet udstyr og lokaler til rådighed. Der skal derfor lyde en særlig tak til WatsonC for hjælpen med projektet.

**Læsevejledning** Rapporten er målrettet læsere uden forudgående kendskab machine-learning og prognose-modeller. Hovedrapporten søger at give en lettere tilgængelig forklaring af anvendte metoder og resultater, mens mere tekniske og formeltunge forklaringer er placeret i bilag.

Flow-digrammer til forklaring af neurale netværk er organiseret, så de læses oppefra og ned, så læseretningen passer med den øvrige for teksten. Vær opmærksom på at figurer i litteraturen ofte præsenteres spejlet vertikalt.

**Open-acces og open-source** Det har været et ønske i projektet i videst muligt omfang at anvendte data, som er offentligt tilgængelig og udelukkende ikke-kommercielt software. Programering er primært foretaget i Python, hvortil en bred vifte af pakker er tilgængelig. Af primære pakker skal nævnes Pandas og Numpy anvendt til datahåndtering, Scipy og Sci-Kit Learn til yderligere data-preprocessering og Pytorch Forecasting og Pytorch Lightning til neurale netværk til prognosemodeller.

# Abstract

Climate change is expected to result in increased rainfall intensities in Danmark and therefor the risk of flooding of rivers causing damage to urban areas on their way will also increase. Modelling of the effects on long terms is important for the physical planing of the areas surrounding the rivers. But short term forecasts of the water level of the rivers are essential for early flood warning systems.

This project has focused on short term forecasting models up to 36 hour lead-time for river water level based on machine learning investigating wether such models could benefit from soil moisture measured in real time. The soil moisture in the vadose zone affect the path that precipiation takes to the rivers and therefor it is assumed that knowledge of the soil moisture will help models predict the water level respons to precipitation.

The two rivers Elling Å and Romdrup Å in Nothern Jutland have been chosen as cases for the project mainly due to data availability as these rivers do not cause issues with flooding.

It is found that measured soil moisture significantly explain some of the variantion seen in the water level respons to precipitation events measured at station Brinkhus N in a small creek part of Elling Å. Similar but weaker results are seen for Romdrup Å although a calculatede estimate of the soil moisture, the so called 'drought index' published by DMI, give similar results. The results transfer to the forecasting models build using a neural network architechture called TemporalFusionTransformer (TFT), as models for Romdrup Å trained with the drought index do not improove when soil moisture data is included. For Brinkhus N we find slightly better performance with soil moisture in the model.

The TFT-architecture produce forecasting models performing at NSE > 0.9 with a 24 hour lead-time over 7 to 9 month of test data. The models are based on weather data published in 10 km grid format published free by the Danish Meteorologic Institute, who also plan on releasing forecast data later in 2022.

Models trained on data from Elling Å and Romdrup Å are succesfully transfered to four different rivers of varying size and geologi and geography of the watersheds. It results in a big performance gain with little training data compared to models trained from scratch.

# Indhold

1	Indledning					
	1.1 Oversvømmelses-forudsigelse			7		
	1.2 Problemformulering			9		
	1.3 Projektetbeskrivelse			10		
I	Analyse			11		
2	2 Systemforståelse - Vandstand i vandløb			13		
	2.1 Nedbør og fordampning			14		
	2.2 Geologi, jordfugtighed og afstrømning			15		
	2.3 Afstrømning og vandstand			18		
	2.4 Opsummering			21		
3	Lokaliteter og data			23		
	3.1 Elling Å og Brinkhus			25		
	3.2 Romdrup Å			31		
4	Analyse af jordfugtighed og vandstand			33		
	4.1 Brinkhus som eksempel			34		
	4.2 Statistisk analyse			37		
5	Prognosemodeller			43		
	5.1 Modellering med henblik for oversvømmelses	svarsling		44		
	5.2 Neurale netværk og tidsserier			50		
П	I Modellering			57		
6	Modelopsætning			59		
Č	6.1 Inputdata			60		
	6.2 Parametrisering og træning af model			64		
	6.3 Mål for performance			68		
7	Resultater					
	7.1 Tolkbarhed og usikkerhedsestimat			72		
	7.2 Modeller for Elling Å og Romdrup Å			74		
	7.3 Betydning af modelkonfiguration			79		
	7.4 Jordfugtighed i modellerne			81		

	7.5 Overførbarhed til andre vandløb											
ш	II Opsamling											
8	Diskussion											
9	Konklusion											
Bil	bliografi	93										
Ар	opendiks											
A	Digitale bilag											
В	Måling af jordfugtighed											
С	Statistisk analyseC.1MLM resultater	<b>vii</b> vii										
D	TemporalFusionTransformer	xi										
	D.1 Interpretable multi-head attention	xiii										
	D.2 LSTM-lag	xiv										
	D.3 Gated Residual Network	XV VVi										
	D.5 Quantile Forecast	xvii										
Е	Model-resultater											
	E.1 Gentræning af pretrænet netværk	xix										
F	Afledte af DMI-data	xxi										
	F.1 Potentiel fordampning	xxi										

# Indledning



Sommeren er på sit højeste, da kraftigt regnvejr i juli 2021 rammer store dele af Europa. Floder går over sine bredder og vandet skyder genvej gennem byer og det får uoverskuelige konsekvenser især i det vestlige Tyskland og Belgien med enorme ødelæggelser og rekordhøje mennelige tabstal som følge (Wikipedia contributors, 2022a). Samtidig udspiller et lignende scenarie sig i Kina, hvor Henan-provinsen rammes hårdest (Wikipedia contributors, 2022b). På den sydlige halvkugle rammes Australiens østkyst i marts 2022 af rekordhøje nedbørsmængder, ligeledes med tab af menneskeliv og store materielle ødelæggelse som konkvens af de efterfølgende oversvømmelser. (CDP, 2022)

Ekstreme regnhændelser og heraf følgende oversvømmelser er ikke et nyt fænomen, men der er bred enighed blandt klimaforskere om at ekstremt vejr bliver mere hyggigt og voldsomt som en konsekvens af klimaforandringerne. (Den Europæiske Revisionsret, 2019) At tabstallene i Tyskland blev så store som de gjorde skyldtes ikke alene oversvømmelsernes størrelse, men også mangelfuld varsling af eller opmærksomhed på varsler i potentielt berørte områder. (Vincensen, 2021)

Store oversvømmelser langs Elben og Donau i 2002 tydeliggjorde behovet for et samlet koordineret varslingssystem for større og transnationale flodbasiner og derfor igangsatte Europakommisionen projektet 'European Flood Awareness System' (EFAS). I 2012 blev EFAS operationelt med et samlet varslingssystem for Europa ved at samle og forbedre information fra nationale tjenester indenfor meteorologi og hydrologi. <sup>1</sup> (CEMS, 2022)

Effektiv og præcis varsling kan imidlertid ikke stå alene. For at sikre opmærksomhed på oversvømmelsesproblematikken og styrke koordinering og samarbejde om løsninger blandt medlemslandene vedtog EU i 2007 "Oversvømmelsesdirektivet". I 2018 viste en gennemgang af effekterne af direktivet, at der stadig forestod store arbejder med forebyggelse, klimasikring og beredskab ved hændelser. Især forudsigelse af styrtfloder forårsaget af lokalt kraftig nedbør fortrinsvis i bjergrige egne nævnes som særligt vanskelige at forudsige meteorologisk. (Den Europæiske Revisionsret, 2019) Oversvømmelserne i det vestlige Europa i 2021 understreger med al uønskelig tydelighed pointen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>DMI er som første danske organisation blevet partner i EFAS i 2022. (CEMS, 2022)

En kombination af forventede hyppigere og større hændelser og betydningen af varsling udstiller behovet for pålidelige prognoser. Langtidsprognoser, der inkorporerer klimafremskrivninger er nødvendige for at kunne foretage passende klimasikringstiltag, men vil selvsagt ikke kunne forudsige de enkelte hændelser. Hertil er det nødvendigt med detaljerede korttidsprognoser, der med tilstrækkelig præcision kan forudsige dels nedbøren og dels hvilke konsekvenser der bliver heraf.

Der er stor variation i den årlige gennemsnitsnedbør i Dnamark og i klimareferenceperioden 1961-90 faldt der op til 900mm/år i det sydsvestlige Jylland aftangende mod øst og blot omkring 550mm/år i Vestsjælland (Gregersen m.fl., 2003). I Danmark forventes en stigning i den årlige nedbør som følge af klimaforandringerne på op til 20% i forhold til referenceperioden, men stigningen er ikke ligeligt fordelt over året. Den største stigning forventes i vinter og forår og den mindste stigning i sommeren, men samtidig forventes en på op til 100% i kraftige nedbørshændelser med mere end 20mm regn. (Thorndahl m.fl., 2017)

Danmark er på grund af sin geografi ikke udsat for risiko for oversvømmelser fra floder i samme omfang som for de ovenfor beskrevne hændelser. Men ikke desto mindre giver øgede nedbørsintensiteter også her udfordringer med oversvømmelser af urbane områder, enten forårsaget af vandløb, der passerer igennem områderne, af regnvandshåndteringen i selve de urbane områder eller en kombination af de to. Derfor arbejdes der også aktivt med klimasikring relateret til nedbør i landets kommuner og DMI varsler kraftige nedbørshændelser, så borgere og beredskab kan forberede afværgende foranstaltninger i tilfælde af oversvømmelser. Da problematikken med oversvømmelser primært er knyttet til områder, hvor værdier og menneskeliv går tabt, forskes der løbende i prognosemodeller for oversvømmelsers omfang i urbane områder forårsaget af lokal nedbør (Berkhahn m.fl., 2019; Henonin m.fl., 2013).

I et naturligt vandløbssystem er oversvømmelser en integreret del af vandløbets dynamik med mange positive effekter – i en sådan grad at vi i stigende omfang forsøger at genskabe dynamikken og tillade oversvømmelser, dog styret så de ikke skaber ødelæggelser (Den Europæiske Revisionsret, 2019). Men mange byer er beliggende langs større eller mindre vandløb eller ved deres udløb og derfor vil forhøjet vandstand også flere steder kunne give anledning til skade. Egentlige vandstandsprognoser for overvejende naturlige vandløb med rurale oplande er langt mindre udbredt omend arbejde pågår med at udvikle prognosemodeller med henblik på realtidsoversvømmelsesvarsling (Balbarini m.fl., 2020).

### 1.1 Oversvømmelses-forudsigelse

Det er en kompleks problemstilling at forudsige nedbørsdrevne oversvømmelser generelt og mere specifikt vandstand i vandløb. Der bliver anvendt et bred vifte af modeller og ofte spiller flere modeltyper sammen i specialdesignede modelkomplekser. Både fysiske modeller, der basserer sig på matematiske beskrivelser af de underliggende fysiske dynamikker og data-drevne modeller, der antager at de underligende mekanismer ligger implicit i data og derfor kan læres udfra data alene, finder anvendelse. Men behovet for præcise realtidsprognoser for mange vandløb udfordrer især de fysiske modeller, hvor beregningstiden er lang og opsætningen til specifikke vandløb kompleks. Derfor vinder Machine-Learning modeller (ML), basseret på stadigt stigende tilgængelige datamængder som en computer selv finder sammenhænge i, stigende udbredelse indenfor problemfeltet enten som suplement til traditionelle modeller eller som kernen i løsningen, og ofte med state-off-the-art resultater. Når først en ML-model er opsat og trænet kan prognoser afvikles i nær realtid. (Mosavi m.fl., 2018)

Nærværende projekt udspringer ikke af specifikke oversvømmelsesproblemer, men snarere et ønske om at undersøge, hvordan den stærkt øgede tilgængelighed af data muliggør effektiv datadreven forudsigelse af vandstand i naturlige vandløb. Vandstanden i et vandløb er et komplekst sammenspil mellem den aktuelle vandføring, vandløbets geometri og tilstand, i overvejende grad påvirket af vegetationen i vandløbet. Vandføringen drives ultimativt af vejrforholdene, men de hydrologiske og geologiske forhold i jorden og topografien påvirker hvordan vandløbet responderer på de aktuelle vejrforhold.

I den øvre del af jorden, som ikke er konstant mættet med vand kaldet den umættede zone, vil vandindholdet blandt andet afhænge af vejret i den foregående periode. Vandindholdet er afgørende for hydrologiske egenskaber herunder evnen til at optage og lede vand. Dermed er vandindholdet også afgørende for om og hvor hurtigt nedbør kan infiltrere og perkolere videre ned mod grundvandet, hvorfra det senere kan strømme ud i et vandløb, eller om det strømmer af på overfladen eller i den umættede zone mod for eksempel et vandløb. Den umættede zone er dog også et magasin for vand og efter tørre perioder kan en væsentlig del af nedbøren potentielt optages i jorden.

Data for vandindholdet i den umættede zone er imidlertid sparsomme. DMI udregner og offentliggør et tørkeindeks, som er et estimat på vandindholdet i rodzonen for en generisk ensartet landsdækkende jordtype. Rasmussen m.fl. (2016) anvender at DMI's tørkeindeks kan forbedre ML-baserede prognosemodeller for afstrømning i vandløb ved Vejle. Lignende konklusion kommer Norbiato m.fl. (2008) til i forbindelse med styrtflods-forudsigelser på baggrund af nedbør og modelleret jordfugtighed. Med ny og frem for alt billigere tilgængelig teknologi er det muligt at måle fugtigheden i den øvre del af jorden i realtid i forskellige dybder og derved få viden om det hydrologiske systems tilstand. Der er i projektet installeret en jordfugtighedssensor, hvorfra data indgår supleret med data fra sensorer installeret i forbindelse med et andet projekt, omend indsamlet med et andet formål.

ML-baserede modeller kræver træning på forholdsvist store mængder data for at kunne give pålidelige forudsigelser. Inden for klassificering af især billeder ved hjælp af kunstige neurale netværk er det veletableret, at netværk trænet på store mængder data uden en specifik anvendelse for øge, kan gentrænes og finetunes til specifikke opgaver med væsentligt mindre datasæt. Derfor er der grund til at tro at også vandstandsprognoser baseret på neurale netværk kan etableres på baggrund af allerede trænedes ML-modeller.

# 1.2 Problemformulering

På baggrund af ovenstående når vi frem til følgende problemformulering:

Oversvømmelser forårsaget af vandløb er et problem, der forventes at tiltage i omfang som følge af klimaforandringer og pålidelige realtidsprognoser på vandløbsvandstand bredt distribueret geografisk, som kan bruges til at reducere omfanget af skader fra oversvømmelser, er en mangelvare i Danmark.

I hvilken grad kan machine-learning modeller anvendes til at forudsige vandløbsvandstand med henblik på oversvømmelsesvarsling og kan kendskab til jordfugtighed i oplandet bidrage til at forbedre sådanne modeller?

Underspørgsmål: I hvilket omfang er det muligt at overføre opstillede modeller til andre vandløb med mindre datasæt?

## 1.3 Projektetbeskrivelse

Problemformulering lægger op til en besvarelse i flere dele, hvor den ene del omhandler opbygningen af ML-modeller til vandstandsprognoser og den anden del omhandler inddragelsen af jordfugtighed i disse modeller.

Med udgangspunkt i en konceptuel forståelse af det hydrologiske system, hvori vandstandsprognoserne skal udføres, udvælges to vandløb og målestationer, der kan bruges til at besvare problemstilling. Der installeres en jordfugtighedsmåler som skal supplere allerede eksisiterende jordfugtighedsdata for et andet vandløbsopland. Der udføres en indledende statistisk analyse af sammenhængen mellem målt jordfugtighed og et vandløbs vandstandsrespons på nedbør i oplandet. Denne analyse danner sammen med en gennemgang af mulige prognosemodelarkitekturer baggrund for den videre opbygning af ML-basserede prognosemodeller for de valgte vandløb og undersøgelse af værdien af jordfugtigheden som input.

For at besvare underspørgsmålet omkring overførbarheden af allerede opsatte prognosemodeller til andre vandløb udvælges yderligere fire vandløb og tilhørende målestationer. Det undersøges derefter om de allerede opbyggede modeller kan overføres og hvor lange dataserier, der er nødvendig for at kunne give brugbare prognoser.

# Del I

# Analyse

Systemforståelse Lokaliteter med konkrete eksempler Mulige modeltilgange



# Systemforståelse -Vandstand i vandløb

Vandets kredsløb i et naturligt system som vist i figur 2.1 er i udganspunktet simpelt: vand fordamper, fortættes i atmosfæren og falder som nedbør. En del af nedbøren når overflader på jorden og kan herfra tage forskellige veje. Noget af nedbøren vil fordampe direkte fra de overflader, den rammer, for eksempel blade på vegetationen, hustage og åbne vandflader, kaldet interception i figur 2.1. Den resterende del vil strømme mod havet, men kan undervejs for ekempel optages af planter eller fordampe.. (Ward m.fl., 2000; Bedient m.fl., 2008)



**Figur 2.1:** Konceptuel forståelse af vandets kredsløb. Egen figur primært efter Bedient m.fl. (2008).

Der kan ske direkte afstrømning på jordoverfladen, som akkumulerer i vandløb, men en del af nedbøren vil også infiltrere jorden. Herfra vil planter optage en del til transpiration, noget vil perkolere nedad mod den mættede zone og noget vil strømme mere horizontalt i de øverste jordlag som interflow. Udstrømning fra jorden sker for eksempel i vandløb og søer, hvor vandstanden ligger lavere en potentialet i jorden. Vandstanden i vandløbet påvirkes naturligvis af vandføringen, men hydrologiske forhold som hældning, tværsnit og hydroligsk modstand har også stor betydning. (Ward m.fl., 2000; Bedient m.fl., 2008)

Selvom kredsløbet konceptuelt kan synes simpelt, er det et meget komplekst system, både over og i jorden og historikken i systemet vil også have betydning. I det følgende ser vi nærmere på de enkelte dele af systemet.

### 2.1 Nedbør og fordampning

Hvor stor en del af nedbøren, der når jordoverfladen, hvorfra den kan infiltrere eller afstrømme direkte, afhænger blandt andet af vegetationen og vejrforholdende op til og mens nedbøren falder, men også af nedbørsintensiteten.

Vegetationen har betydning, da nedbør rammer dens overflader, hvorfra den kan dryppe af, løbe langs plante eller fordampe igen. Plantetypen, dens størrelse og tæthed vil have betydning hvor stor en del af nedbøren, der når til jordoverfladen og der vil derfor indenfor et vandløbsopland potentionelt være store lokale forskelle. Samtidig vil det have betydning, hvordan vejret har været forud for en nedbørshændelse, da vegetationen kan tilbageholde en vis mængde vand på overfladerne og en større del af nedbøren vil derfor nå jordoverfladen, hvis vegetationen i forvejen er våd.

Den spatiale variation indenfor et vandløbsopland i forhold til, hvor meget vand, der når jordoverfladen, forstærkes yderligere af, at nedbøren ofte ikke falder jævnt fordelt over især større oplande. For Danmark har vi adgang til data fra DMI's målestationer fordelt over landet og ligeledes nedbør interpolerer til net med 10 km og 20 km maskestørrelse. Desuden findes nedbørsstationer med tilgængelig data opsat af private aktører.

Fordampning af vand kræver energi og hvor meget vand, der fordamper fra overflader og fra jorden er derfor afhængig af, hvor meget energi der er tilgængelig ved overfladen. Energien til fordampningen kan tilføres ved varme eller stråling, men da damptrykket ved overfladen også er afgørende for fordampningen har hastigheden hvormed luften ved overfladen udskriftninges stor betydning for, hvor meget vand der fordamper. Damptrykket afhænger af luftens temperatur og vandindhold. Fordampningens størrelse vil altså afhænge af en række vejr-parametre, i princippet på mikroskala, og lokale geografiske forhold og vegetationens struktuk spiller dermer ind på fordampningens størrelse. Ofte beregnes en potentiel fordampning, som udtrykker hvor meget energi, der er tilgængelig, som den mængde vand der kan fordampe fra en given overfladestruktur under ubegrænset tilførsel af vand.

Planter optager vand fra jorden, som bruges til opbygning af organsiske forbindelser, men en stor mængde afgives til atmosfæren ved transpiration i planternes overjordiske dele, sandsynligvis som en forudsætning for at kunne opretholde fotosyntesen (Petruzzello, 2022). Hvor meget vand, der optages, er altså afhængig af den tilgængelige energi til fordampning som beskrevet ovenfor, men samtidig også tilgængeligheden af vand i jorden omkring rødderne.

# 2.2 Geologi, jordfugtighed og afstrømning

Jord er et porøst medie opbygget af partikler i forskellige størrelser og former med porer imellem, som kan optages af for eksempel luft eller vand. Porøsiten,  $\phi$  [cm<sup>3</sup> porer/cm<sup>-3</sup> jord], angiver hvor stor en del af et volumen jord, der udgøres af pore og er afhængig af hvilke partikler, jorden består af og hvordan de ligger i forhold til hinanden. Porerne varierer i størrelse afhængig af jordens partikelsammensætning og jordens kompaktering, men også på mikroskala grundet partiklernes inhomogenitet. Vand i jorden bevæger sig som følge af trykgradienter fra områder med højere tryk mod områder med lavere tryk, både på makroskala og mikroskala, omend det er foreskellige krafter, der virker afhængig af skala.

Vand-molekylet polært og der er derfor kohæsion mellem vandmolekyler, men vandmolekyler tiltrækkes også af overflader med en polær overfladestruktur, som for eksempel jordpartikler. Vand adhæderer dermed til jordpartiklerne og jordens porøse struktur gør at vand 'suges' ind i porerene. Hvor kraftigt suget er afhænger af forhold mellem vandets interne tiltrækning, kohæsion, og overfladetiltrækning, adhæsion, og suget stiger dermed med aftagende porestørrelse. Jord-vandpotentialet  $\psi$  udtrykker sugets størrelse og vil afhænge omvendt proportionalt med jordens vandindhold,  $\theta$ , idet de mindste porer fyldes først og tømmes sidst. Ligning (2.1) beskriver sammenhængen matematisk og er medtaget som en illustration af ikke-lineariteten i systemet.

$$\psi = \psi_e \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{-b} \tag{2.1}$$

hvor  $\psi$  er jord-vandpotentialet [cm H<sub>2</sub>O],  $\psi_e$  er jord-vandpotentiale ved luftindtrængning,  $\theta$  er volumetrisk vandindhold [cm<sup>3</sup> H<sub>2</sub>O/cm<sup>3</sup> jord],  $\theta_s$  er volumetrisk vandindhold ved mætning og Campbell *b* [-] er en jordafhængig empirisk konstant.

Indeholder jorden vand i porer med et jord-vandpotentiale lavere en tyngdekraften vil dette vand dræne og efterlade jorden med et vandindhold kaldet markkapacitet. Planter optager vand fra jorden ved at generere et osmotisk sug og kan derved trække vand ud af mindre porer, omend det bliver sværere og sværere i takt med at jorden tører ud og jordvandpotentialet dermed stiger. Fordampning fra jordoverfladen kan også bringe fugtigheden under markapitet og et højere potentiale i den øvre jord kan således trække vand op fra jorden nedenunder.



**Figur 2.2:** Konceptuel forståelse af dynamikken i den umættede zone og betydningen for afstrømningen til vandløb. Egen figur.

Figur 2.2 illustrerer en tænkt udvikling i jordens vandindhold i tre dybder i den umættede zone ned til overgangen til den mættede zone markeret med grundvandsspejlet (GVS). Figuren illustrerer, hvordan jordens vandindhold konceptuelt påvirker afstrømningsresponsen ved at påvirke vandets vej igennem den umættede zone. Porene fungerer nemlig ikke kun som magasiner for vand, men er mindst ligeså vigtigt transportveje for vand og luft. Store og forbundne porer er effektive transportveje og et jordlags hydrauliske ledningsevne K er dermed stærkt afhængig af jordlagets poresammensætning og i mindre grad en absolutte porøsitet. Men den hydrauliske ledningsevne stiger også med vandindholdet i jorden og er størst for den mættede jord, som Campbells empiriske formel ligning (2.2) for den hydrauliske ledningsevne funktion af vandindholdet illustrerer (Loll m.fl., 2000):

$$K(\theta) = K_s \cdot \left(\frac{\theta}{\theta_s}\right)^{2b+3}$$
(2.2)

hvor den mættede hydrauliske ledningseven  $K_s$  [m/s] giver enheden til K.

Når nedbørsintensiteten overstiger jordens infiltrationskapacitet dannes der overfladafstrømning (eller opstuvning på overfladen i fladt terræn). Det kan ske, hvis jorden meget tør, idet overfladen kortvarrigt kan være virke vandskyende, men det kan også ske ellers ved kraftige regnhændelser, hvor jordens vandindhold gør af den hydrauliske ledningsevne nærmer sig den mættede ledningsevne. Er jordens vandindhold under markkapacitet (MK i figur 2.2), vil nedbøren optages i jorden og afstrømning først ses når markapacitet er nået. Når vandindholdet er over markpacitet perkolerer vand ned i det omfang den underliggende jords infiltrationskapacitet tillader det og ellers kan der opstå horisontal strømning kaldet interflow. Vand, der perkolerer hele vejen gennem den umættede zone vil bidrage til grundvandsafstrømning, også kaldet baseflow. Vandets bevægelse drives af trykgradienter, men da det uanset tager tid at opfugte og perkolere igennem den umættede zone, må det forventes at overfladeafstrømning og interflow bidrager til den hurtige afstrømningsrespons, modsat grundvandsudstrømning undtaget i ved højt vandindhold i hele den umættede zone. Lokale forhold som terrænhælding, afstand til terrænnært grundvandsspejl og grad af heterogenitet i jorden vil dog også spille ind på dynamikken.

Jellesen (2015) finder at data for grundvandsstand kan anvendes til at forbedre nedbørs-afstrømningsmodeller, men primært i forhold til prognoser på baseflow med flere måneders forsinkelse. Ud fra vandindholdets reaktionstiden på nedbøren i de dybere målinger i figur 4.2 er der ikke umiddelbart grund til at tro at dybden til det terrænnære grundvandspejl på samme måde skulle kunne bidrage til korttidssprognoser, hvis det antages at de målte jordfugtigheder er tilnærmelsesvist repræsentative for forholdene i oplandet, især ikke i perioder, hvor vandindholdet i den dybere del af den umættede zone er under markkapacitet.

Inden for et opland vil der altså være store spatiale variationer i afstrømningsresponsen ved nedbør, men variationer i jordfugtighed og grundvandsspejl skaber samtidig temporale variationer.

## 2.3 Afstrømning og vandstand

Det er vandstanden i et vandløb der afgør, om brinkerne oversvømmes, ikke vandføringen. Vandføringen er imidlertid direkte koblet til nedbøren gennem massebevalse og blandt andet derfor er det ofte vandføringen, modeller og varslingssystemer forsøger at forudsige. Vandstanden h [m] i et vandløb afhænger da også af vandføringen Q [l/h], men også af vandløbets tværsnitsareal A [m<sup>2</sup>], hældning I [m/m] og hydrauliske modstand langs sider og bund. Mannings formel beskriver sammenhængen empirisk, omend omvendt:

$$Q = M \cdot A \cdot R^{(2/3)} \cdot I^{(1/2)}$$
(2.3)

hvor R = A/P [m] er vandløbets hydrauliske radius med P [m] som længden af den våde del af tværssnittet og M [m<sup>1/3</sup>/s] er Manning-tallet, som er omvendt proportinalt med Mannings n, der udtrykker strømningsmodstanden. Qh-relationen er altså forskellig mellem vandløb, men også i samme vandløb inden for korte afstande alene på grund af vandløbets geometri.

Den hydrauliske modstand udtrykt ved Manningtallet varierer naturligvis også fra sted til sted men også over tid. Dels kan transport af sediment resultetere i ændrede bundforhold og dels varierer vegationen over året. Planter i vandløb kaldes grøde og grøden skaber hydraulisk modstand, så når planterne vokser pirmært i forår og sommer skaber den øgede modstand ændringer i *Qh*-relationen, så samme vandføring giver anledning til højere vandstand. Det ses tydeligt i øverste del af figur 2.3, der viser afstrømning og vandstand i Romdrup Å, hvorimod Elling Å nederst ikke i samme grad er grødepåvirket.

I efteråret kan store afstrømningshændelser ofte reducere grøden, der ikke kan modstå de dannede forskydningsspændinger og derfor rives op og transporteres nedstrøms. Det ses i begge åer i figur 2.3. Da mange vandløb i Danmark fungerer som afvandingskanaler for landbrugsjord skæres der ofte grøde en eller flere gange i løbet af vækstsæssonen for at sikre at vandløbene har en tilstrækkelig høj vandføringsevne. Grødeskæring udføres også for at begrænse oversvømmelser langs vandløb. Sådanne grødsskæringer skaber abrupte ændringer i Qh-relationen som det ses i figur 2.3 i Romdrup Å sidst i maj og midt i september.

Grødevækst er artsafhængig, men drives ellers som for planter i øvrigt af lysindstråling og er afhængig af temperaturen og den tilgængelige mængde næring. Der vil derfor være variation fra år til år i forhold til den samlede grødevækst og hvornår den finder sted. Dermed vil vejrdata indgå som centrale forklarende variable i en model for grødevæksten.

For at komplicere grødens betydning yderligere vil den modstand, som grøden giver anledning til aftage med strømningshastigheden og dermed vandføringen, da grøden blive tvunget ned af vandet. (Larsen, 2017)



Figur 2.3: Nedbør, døgnmiddel-vandstand og -vandføring for Romdrup Å øverst og Elling Å nederst i 2019. Grødetilvækst i april-maj er tydelig i Romdrup Å, hvor der ses tydelige fald i maj og september som følge af grødeskæring. Data: DMI og Danmarks Miljøportal

Hældning på danske vandløb er langt overvejende så lille at vandet strømmer med en hastighed, der er lavere en bølgeudbredelseshastigheden i vandet og derfor kan forhold nedstrøms påvirke vandstanden opstrøms. Det gælder såvel grødetilvækst og -skæring som opstuvning på grund af tidevand. I figur 4.2 ses en anden *Qh*-relationen den 8. - 9. november i forhold til den øvrige periode og en sandsynlig forklaring kunne være at en samling af grene har skabt øget modstand nedstrøms og dermed en forhøjet vandstand indtil næste store afstrømningshændelse.

### 2.3.1 Vandstand eller afstrømning

Måling af vandstand h kan gøres med simple og relativt billige tryktransducere og med begrænset usikkerhed. Måling af vandføring Q derimod kræver måling af vandets hastighed et passende antal steder i et tværsnit af vandløbet, så en gennemsnitshastighed  $\hat{v}$  kan estimeres for hele tværsnitsarealet A, idet:

$$Q = A \cdot \hat{v} \tag{2.4}$$

Tværsnitsrealet er en funktion af vandstanden og kontinuert måling kræver dermed måling af såvel vandstand som vandhastighed, samt kendskab til vandløbets tværprofil ved målestationen. Hastighedsmålinger er forbundet med større usikkerhed end vandstandsmålinger, men frem for alt er udstyret dyrere. Derfor har det i mange år været almindelig praksis at måle vandstand kontinuert og supplere med jævnlige – månedlige eller oftere – manuelle målinger af vandføringen, som gør det muligt at etablere en Qh-relation så vandføring kan udregnes på baggrund af de kontinuerte vandstandsmålinger. Det kræver imidlertid målinger ved forskellige vandføringer og da Qh-relationen som beskrevet varierer over tid specielt i grødepåvirkede vandløb skal relationerne opdateres løbende.

Både figur 4.2 og figur 2.3 illustrerer udfordringer forbundet ved forudsigelse af både vandstand og vandføringer, når modellen skal kalibreres mod eller basseres på målte data. Førstnævnte, der anvender kontinuert måling af vandstand og -hastighed, viser hvordan en forhindring nedstrøms kan give opstuvning ved målestationen. Sidstnævnte data fra væsentligt større vandløb viser derimod at den beregnede vandføring er stærkt afhængig af den anvendte *Qh*-relation, når det alene er vandstanden, der måles kontinuert. Grødetilvækst sker gradvist, forudsigeligt og langsomt i forhold til typiske horisonter for korttidsprognoser, hvorimod midlertidige opstuvninger forårsaget af for eksempel blokeringer i vandløbet er stokastiske i tid og betydning.

Set i lyset af at det er vandstanden, der afgør om et vandløb oversvømmer brinkerne, er det uhensigtsmæssigt for oversvømmelsesprognoser at tage udgangspunkt i vandføringsdata, når disse er basserede på Qhrelationer etableret ud fra enkeltmålinger. Modellering af vandstand på baggrund af direkte målinger er mere åbenlyst på trods af de udfordringer, som grødevariationer giver anledning til.

## 2.4 Opsummering

Inden for oplandet til et vandløb er der både spatial og temporal variation, der har betydning for hvordan vandløbet responderer på nedbørshændelser. I et naturligt system vil vejret drive den temporale variation og systemet vil blandt andet i form af jordens vandindhold have en form for hukommelse af det forgangne vejr. Figur 2.4 giver et forsimplet overblik over hvad der driver ænderinger i vandstanden i et vandløb. For det danske område er der god adgang til data for relevante vejrparametre idet DMI offentliggør en bred vifte af verjdata fra målestationer samt rumligt interpoleret til hele landet som griddata.



**Figur 2.4:** Oversigt over drivende faktorer relateret til vandstand i vandløb relevante for projektet. Egen figur.

Datagrundlaget for den spatiale variation, der omfatter de fysiske forhold både i og over jorden er ligeledes stort for det danske område og tilgængeligheden forbilledlig sammenlignet med andre lande i vores nærområde. Men ikke desto mindre vil der indenfor et naturligt vandløbsopland være en lang række ubekendte fysiske karakteriska ikke mindst om jorden, der som beskrevet påvirker vandløbets respons på vejret.

Det følgende afsnit 5.1 undersøger hvilke muligheder for modellinger af det beskrevede system der har været anvendt og potentielt kan finde anvendelse.

# Lokaliteter og data



En forudsætning for at kunne opstille data-drevne modeller og i særdeleshed ML-modeller er tilgængelighed af en vis mængde data. Vejrdata foreligger for hele landet offentliggjort af DMI og Danmarks Miljøportal (DMP) offentliggør ligeledes vandløbsdata for landsdækkende netværk af målestationer. Jordfugtighedsdata har derfor været den begrænsende parameter i udvælgelsen af egnede lokaliteter til besvarelse af problemformuleringen.



**Figur 3.1:** Udvalgte vandløb og målestationer og deres tilknyttede oplande. Data: Scalgo Live, DMP og Dataforsyningen.

I forbindelse med et andet projekt har WatsonC APS i samarbejde med Aalborg Vand installeret tre jordfugtighedsmålere i oplandet til Romdrup Å med udløb øst for Aalborg. For at supplere med en lokalitet med en anden hydrolog er der i forbindelse med projektet blevet installeret yderligere en jordfugtighedsmåler. Sensoren er placeret mellem Frederikshavn og Hjørring i oplandet til Møllebæk som løber til Elling Å med udløb nord for Frederikshavn. Elling Å har tidligere forårsaget oversvømmelser nær udløbet til Kattegat.

	$A_{opl.}$	Kote	Primære jordarter	$\hat{Q}$	Q/A	$P_{ar}$	$E_{pot}$
Vandløb	${\sf km}^2$	m		$m^3/s$	$I/s/km^2$	mm/år	mm/år
Møllebæk	5	31	Sand (87%), Org. (10%)	.06	13.5	780	667
Elling Å	124	1.0	Sand (80%), Org. (15%)	1.45	12.0	776	637
Romdrup Å	38	1.5	Sand (55%), Ler (22%)	.18	4.8	799	668
Bredkær Bæk	17	2.2	Sand (65%), Ler (28%)	.24	14.1	935	612
Holtum Å	211	31.5	Sand (80%), Ler (9%)	2.85	13.5	915	584
Seerdrup Å	61	10	Ler (90%), Sand (5%)	.34	5.5	607	615
Ribe Å	677	3.5	Sand (51%), Ler (37%)	10.28	15.2	881	634

**Tabel 3.1:** Oversigt over oplande udvalgt til projektet med centrale karakteristika. Data: *Scalgo Live* (2022) og DMP.

Desuden er der udvalgt fire vandløbsstationer spredt over landet med foreskellige oplandsstørrelser og hydrologi til at undersøge overførbarheden af allerede trænede netværk. Figur 3.1 giver et overblik over vandløbsstationer og oplande og tabel 3.1 opsummerer centrale karakteristika for vandløbene og deres oplande.

# 3.1 Elling Å og Brinkhus

Elling Å har sit udløb til Kattegat umiddelbart nord for Frederikshavn, og cirka 3.5 km opstrøms ved Elling Kirke måles vandstand kontinuert (Danmarks Miljøportal). Her ligger brinkene omkring åen i kote 2.25 moh. Figur 3.2 viser det geografiske opland til Elling Å ved denne målestation, samt deloplandet knyttet til måletationen Brinkhus N. I det følgende refereres til disse oplande og ikke Elling Å efter station Elling Kirke.



**Figur 3.2:** Venstre: Opland til Elling Å station Elling Kirke. Højre: Detalje-kort, der viser opland til Møllebæk, station Brinkhus N og placering af fugtighedsmåler markeret med  $\odot$ . Baggrundskort DK Topo 25 suppleret med GeoDanmark Vandløbsmidte og til højre yderligere med 0.5 m højdekurver DHM.

Elling Å afvander er et areal på 124 km<sup>2</sup>, hvoraf den nordlige del (15%) er tidligere stenalderhav er afgrænset mod syd af tidligere kystskrænter. Den sydlige del består overvejende af moræneaflejringer, men også af marine aflejrninger fra istidshavet i de lavere områder mod nord. Hvor den nordlige og flade del er præget af retline grøfter, er den sydlige del præget af naturligt meranderende åløb med Skærum Å og Åsted Å som primære afvandingskanaler. Den øvre del af Skærum Å udgøres af et drænsystem, men ellers løber åerne i eroderede dale ofte med stejle sider. (Jensen, 2006)

De øvre jordlag er overvejende sand (80%), hvoraf smeltevandssand i den sydlige del ydgør (72%) og den øvrige del er saltvandssand fra istidshavet og stenalderhavet. I den nordlige del findes ligeledes organiske aflejringer (15%) i form af primært ferskvandstørv og i mindre omfang saltvandsgytje. De resterende 5% udgøres af ler og grus. Bebyggelse udgør en meget begrænset andel af oplandet, idet 97% af arealet er ubefæstet (*Scalgo Live* 2022). Landbrugsarealer udgør størstedelen af oplandet med der er også større områder med skov især i det mere kupperede terræn langs å-dalene især i den vestlige del.

Møllebæk, der løber til Skærum Å, udpringer i den vestlige del af oplandet i et område kaldet Brinkhus. Her er opsat en vandføringsmåler (WatsonC APS) ved station Brinkhus N, der også måler vandstand kontinuert. Oplandet til denne del af Elling Å-systemet har et areal på  $4.5 \text{ km}^2$ , hvoraf den nordelige del fortrinsvist er skov og den sydlige del åbent landbrugsland. De øvre jordlag består af smeltevandssand (87%) og ferskvandstørv i den resterende del langs åløbet. Som det fremgår af figur 3.2 er oplandet kupperet. I forbindelse med nærværende projekt er der installeret i jordfugtighedmåler i dette opland.

#### 3.1.1 Målt vandstand

Figur 2.3 viser et års data for vandstand i Elling Å målt ved Elling Kirke. Vandstandstidsserien udviser ikke tegn på grødevækst eller grødeskæring.

Figur 3.3 viser den anvendte del af vandstandstidsserien for Møllebæk målt ved Brinkhus N. Frem til marts og især evident i først del af 2022 er vandstanden markant forhøjet i forhold til den sidste del af perioden. Der ses et brat fald i vandstanden efter en større nedbørshændelse sidst i februar til et niveau langt under niveauet før hændelsen. Det antages derfor at den høje vandstand i den første del af perioden skyldes opstuvning af vand forårsaget af delvis blokering nedstrøms målestationen. Vandføringsdata, der ud over vandstand basseres på måling af hastighed med doppler-udstyr, viser da heller ikke samme høje niveau før hændelsen. Desværre mangler vandføringsdata for cirka en måned sidst i 2021. Vandstandstidserien er derfor beregnet ud fra en Qh-relation etablere for den sidste del af perioden. Da der er opserveret en lineær sammenhæng mellem genberegnet vandstand og målt vandstand frem til den manglende vandføringsdata er der etableret en hh-relation mellem disse. Denne relation er efterfølgende anvendt til at udfylde hullet fra den manglende vandføringsdata.

#### 3.1.2 Jordfugtighed

I forbindelse med nærværende projekt er der blevet installeret en jordfugtigssensor i oplandet til station Brinkhus N i Møllebæk. Sensoren er placeret 50 m fra og 5 m over bækken. En enkelt punktmåling i et vandløbsopland kan næppe antages at være repræsentativ for hele oplandet i absolutte værdier for specifikke dybder. Men den dynamik som målingerne viser må forventes i nogen grad at kunne genfindes andre geologisk og geografisk lignende steder i oplandet. Placeringen af sensoren der derfor valgt udfra et forsøg på at maksimere repræsentativiteten.



**Figur 3.3:** Korrektion af målt vandstandsdata (grå) ved hjælp af Qh-relation og vandføringsdata (rød) samt hh-relation mellem beregnet vandstand (blå) og mål vandstand.



Figur 3.4: Detajle af placering af jordfugtighedssensor i oplandet til vandløbsstation Brinkhus N. ⊙ markerer placering af jordfugtighedsmålere. Kurver er nyeste DHM 0.5 m og baggrundskort Ortofoto Forår begge fra Dataforsyningen.

Figur 3.4 viser et detaljekort med placeringen af sensoren. Der er valgt et lysåbent område, som udgør marioteten af oplandet omend også længst fra vandløbsstationen. Der er valgt en placering i skrånene terræn tæt på vandløbet, men dog hævet over dalbunden, hvor jorden udgøres af smeltevandssand. De stejlere områder langs åen er fravalgt ud fra en antagelse om selv mindre nedbørsintensiteter kan give overfladeafstrømning her uanset jordens fugtighedsniveau.

Som det fremgår af figur 3.5 udgør muldlaget de første 0.2 m hvorefter jorden er sandet i den resterende del af sensorens måleområder ned til 1.2 mut. Der ses et farveskifte omkring 0.7 mut fra rødligt til lys brunt sand, dog uden synlige strukturændringer. Jordens kornstørrelsesfordeling er ikke blevet undersøgt i laboratorie.



# af er rødligt sand fra 0.2 mut og nederst lysebrunt sand fra 0.7 mut. Eget foto.

**Figur 3.5:** Jordprofil fra installationshul til jordfugtighedssensor i Brinkhus. Jordtypen er som forventet øverst muld efterfulgt

#### Måling af jordfugtighed

Den installerede jordfugtighedsmåler er af typen Aquacheck Sub-Surface Probe og den måler i seks dybder jævnt fordelt fra 0.20 mut til 1.20 mut. Måleprincippet er ligesom sensoren i øvrigt beskrevet detaljeret i Appendiks B. Her skal det kort nævnes at sensoren måler jordens kapacitans, altså evne til at holde på en elektrisk ladning. Kapacitansen afhænger af jordens partikelsammensætning og stiger proportionalt med vandindholdet.

Outputtet fra sensoren omregnes til jordfugtighed, enten volumentrisk eller gravimetrisk, på baggrund af en kalibrering, der ideelt set bør foretages for den specifikke lokation for at give eksakte værdier for jordens vandindhold. Da dette ikke har været afgørende for nærværende projekt er der istedet anvendt en generel omregning svarende til en generisk jordtype anført i Zeelie (2014):

$$\theta = -7.4347 + SF \cdot 0.5564 \tag{3.1}$$

hvor SF er sensorens output og  $\theta \; [{\rm cm}^3\,{\rm H_2O/cm}^3\,{\rm jord}]$  er volumetrisk vandindhold.

#### Målt jordfugt og tørkeindeks

DMI offentliggør det beregnede tørkeindeks som dagsmiddelværdier og for at få en højere tidslig opløsning er tørkeindekset genberegnet i projektet. Tørkeindekset er som tidligere beskrevet et mål for det plantetilgængelige vand i rodzonen  $V_R$  og beregnes ud fra en simpel differens-boksmodel styret af ligning (3.2) (Scharling m.fl., 2009):

$$V_R(t + \Delta t) = V_R(t) + (N - E_A - R)\Delta t$$
(3.2)

hvor N er nedbør [mm],  $E_A$  er aktuel fordampning [mm] og R er perkolation ud af rodzonen [mm]. Rodzonens kapacitet  $V_{RC}$  sættes til 100 mm over hele landet og markapacitet defineres som  $0.7V_{RC}$  og der sker udelukkende perkolation, når vandindholdet er over markapacitet og nettonedbøren  $N - E_A$  er positiv. Den aktuelle fordampning udregnes på baggrund af potentiel fordampning  $E_P$ , udregnet med den modificerede Penman formel, og er lig denne ved vandindhold over markkapacitet og udgør en mindre andel aftagende med vandindholdet. Appendiks F beskriver beregningen i af tørkeindeks og potentiel fordampning til værdier mellem 0 og 10, hvor 10 svarer til 0 mm plantetilgængeligt vand. I nærværende rapport foretages denne omregning ikke og tørkeindeks refererer derfor i det følgende til det plantetilgængelige vand som beregnet ved tørkeindekset.



**Figur 3.6:** Beregnet tørkeindeks øverst og målt jordfugtighed nederst. Jordfugtighedsdata er standardiserede og flyttet, så placeringen i figuren modsvarer placeringen i jorden. Der var udfald i dataopsamlingen fra 23.1 til 7.2.2022.

Figur 3.6 viser jordfugtighedsdata og beregnet tørkeindeks\* for Brinkhus. Der er tydelige variationer i den målte fugtighed i alle dybder også henover eftåret og vinteren, men med markant størst udsving 0.2 mut. Det ektraordinært tørre forår i 2022 fra marst måned og frem ses tydeligt i målingerne. Hvor nedbørshændelsen i starten af april gave opfugtning i hele måledybden, ses dette kun meget begrænset i maj ved lignende hændelser.

Tørkeindekset viser kun minimal variation fra oktober 2021 og frem til marts 2022 hvor der ses et fald. Det viser tydeligt at der begrænsninger i anvendeligeheden af tørkeindekset i vinterhalvåret i forhold til vandstandsforudsigelse. Hvor de sparsomme variationer i vinter kan ligne de dybdere målinger af jordfugtighed – omend med mindre variation – ses der modsat omgående stigninger ved nedbøren i april og maj 2022 som minder om målingerne af jordfugtigheden i 0.4 mut.

## 3.2 Romdrup Å

Lodsholm Bro over Romdrup Å, hvor vandstand måles kontinuert (Danmarks Miljøportal), ligger cirka 5 km opstrøms åens udløb i Limfjorden øst for Aalborg. Figur 3.7 viser oplandet til Romdrup Å ved Lodsholm Bro og i den følgende beskrivelse refereres til denne del af åen inklusive opland. Oplandet har et areal på  $38 \text{ km}^2$ .

Romdrup Å løber i en tunneldal fra den sidste istids, der skærer sig igennem højere områder med kalkundergrund. Dalbunden, der efter sidste istid var en dal af stenalderhavet (Jensen, 2006), er øst for Lundby Krat mere end 1 km bred og i dag drænet, ligesom Romdrup Å er udrettet. Terræn omkring Romdrup Å ved Lodsholm Bro er i kote 2 moh, og ved lavere vandføring i åen og højvande i fjorden kan opstuvning af vand derfor forekomme.

Dalens sider er stejle, især mod øst, hvor kalkøens højeste punkt 67 moh ligger blot 2.5 km fra Romdrup Å og højdeforskelle på 50 m findes indenfor 1 km fra åen. Hvor undergrunden består af kalk er de øvre jordlag primært sand (55%) i form af saltvandssand i dalbunden og smeltevandssand i det højere terræn mod vest. Den resterende del lige dele kalk (19%) i det høje terræn mod øst og moræneler (22%) (*Scalgo Live* 2022).

Oplandet består stort set udelukkende af landbrugsarealer, hvoraf nogle er omlangt til skov af hensyn til grundvandsbeskyttelse, og en mindre del skov i den vestelige del. Der er spredt bebyggelse i området og helt mod nord ligger Klarup med tæt bebyggelse.





**Figur 3.7:** Opland til Romdrup Å station Lodsholm Bro til venstre og detalje af placering til højre. ⊙ markerer placering af jordfugtighedsmålere. Baggrundskort DK Topo 25 suppleret med GeoDanmark Vandløbsmidte og til højre yderligere med 0.5 m højdekurver DHM.

### 3.2.1 Vandstandsdata

Figur 2.3 viser et års data for vandstand i Romdrup Å målt ved Lodsholm Bro. Vandstandstidsserien udviser tegn på kraftig grødevækst samt grødeskæring. Vandstandsdata offentliggøres på DMP, men ofte med en måneds forsinkelse.

### 3.2.2 Jordfugtighed

Vest for ådalen på et mindre plateu på dalsiden blev der installeret tre jordfugtighedssensorer i oktober 2020 af WatsonC APS og data herfra indgår i nærværende projekt. Den højre del af figur 3.7 viser placeringen, og det fremgår, at sensorerne ligger indenfor et ganske lille område i forhold til oplandet.

På trods af en geografiske nærhed mellem sensorerne er der stor variation i opbygningen af jordsøjlen de øverste 1.2 m, hvor sensorne måler. Det giver sig også til udtryk i de målte tidsserier for jordfugtigheden.


# Analyse af jordfugtighed og vandstand

For at undersøge, om der er grundlag for at inddrage jordfugtighed i prognose-modeller for vandstand i vandløb analyseres de indsamlede data i det følgende for sammenhænge mellem jordfugtighed og vandstand. DMI's tørkeindeks er en simpel og let tilgængelig model for jordens vandindhold og der sammenlignes derfor denne. Der tages udgangspunkt i en kvalitativ analyse af et eksempel fra Brinkhus N basseret på den konceptuelle forståelse præsenteret i kapitel 2 og i særdeleshed figur 2.2. Efterfølgende foretages en statiske en statistisk analyse på hændelsesniveau for de valgt lokaliteter.

### 4.1 Brinkhus som eksempel

Brinkhus N er udvalgt som eksempel, da den mindste oplandsstørrelse og afstand fra jordfugttighedssensor til vandløb antages at give den mest tydelige og dermed illustrative sammenhæng. Figur 4.1 viser plots af maksimal vandstand 6 timer frem imod gennemsnit 6 timer bagud af jordfugtighed i de seks målte dybder angivet med farver. Vandindholdsdata er normaliseret til samme gennemsnit og varians for sammenligningen skyld. Der ses en tydelig ligefrem proportionel sammenhæng mellem jordens vandindhold og vandstanden i vandløbet og sammenhængen aftager med dybden i den umættede zone. Det er med andre ord i tråd med den konceptuelle forståelse, at interflow i den øvre del af jorden giver anledning til en hurtigere vandløbsrespons end baseflow.

Figur 4.1 viser også i grå tomer vandstand imod tørkeindeks og nedbør. Nedbøren vist er i modsætning til de øvrige variable summeret over 24 timer bagud. Der ses for tørkeindekset en sammenhæng, der ligner den for de faktiske målte jordfugtigheder, men det er også tydeligt loftet for tørkeindekset er begrænsende for det evne til at opløse variationer i jordfugtigheden i våde perioder. Der ses ligeledes en ligefrem proportional sammenhæng mellem den akkummulerede nedbør og vandstanden, omend mindre stærk med den laveste  $R^2$  værdi.



**Figur 4.1:** Scatterplot af gennemsnitlig vandstand 6 timer frem mod gennemsnitlig jord-vandindhold 3 timer tilbage ved station Brinkhus N for perioden november 2021 til april 2022.  $R^2$  er Pearson korrelationskoefficient udregnet for de viste data. Samme farver som i **??**. Data: WatsonC APS

### 4.1.1 Konkrete hændelser

Figur 4.2 viser nedbør, vandindhold og afstrømning/vandstand for en periode i efteråret 2022 for station Brinkhus N. Forud for den viste periode med nedbør var der tørt og vandindholdet generelt stiger derfor gennem perioden. Nedbør den 26.-28. oktober giver derfor kun begrænset øget vandføring og ingen stigning i fugtigheden i den nederste målte dybde, hvorimod fugtighed i det øverste lag når sit højeste niveau den 28. oktober. Nedbøren går altså delvist til opfugtning af jorden her modsat i slutningen af perioden, hvor vandindholdet er højere.



**Figur 4.2:** Nedbør, jordfugtighed i 6 dybder og vandstand/vandføring ved station Brinkhus N. Data plottet som timeværdier. Jordfugtighedsdata er standardiseret og flyttet, så rækkefølgen fra oven i figuren svarer til dybden. Data: WatsonC APS

Det bemærkes, at dynamikken i jordfugtigheden aftager og forsinkes med dybden, og det skyldes at perkolationen i jorden er relativt langsom. Den mættede og dermed maksimale hydrauliske ledningsevne  $K_{sat}$  for fint sand ligger under  $1 \times 10^{-4} \,\mathrm{m\,s^{-1}}$ , og i praksis er den meget lavere i umættet jord, hvorfor også stigningen længere nede efter 1. november sker i takt med fald højere oppe efter at nedbøren er ophørt. Fugtigheden i en dybere del af jorden stiger først, når fugtigheden i den ovenliggende jord stiger over markkapacitet, eller i meget tørre peridoer blot så meget at jord-vandpotentialet falder til et lavere niveau end den underliggende jords jord-vandpotentiale. Derfor ses også en langt hurtigere respons på nedbøren den 9. november i hele den målte jordsøje, idet fugtigheden er over markapacitet og den hydrauliske ledningsevne højere end tidligere i perioden.

Ikke desto mindre topper jorden vandindhold efter vandstanden i vandløbet i alle målte dybder med undtagelse af den øverste hvor den maksimale vandstand falder sammen med at det maksimale fugtighedsniveau nås. Generelt ses den hurtigste respons når vandindholdet i det øverste lag er højt uafhængigt af fugtigheden længere nede med 1. november er et tydleigt eksempel. Det tyder på at overfladeafstrømning og interflow i den aller øverste del af jorden fra dele af oplandet påvirker den umiddelbare nedbørsrespons observeret på vandstanden ved Brinkhus N. Der er imidlertid tale om en punktmåling af jordfugtigheden og da vandstanden er et produkt af den samlede respons fra oplandet inklusive lavtliggende områder med højere vandindhold i jorden vil andre dynamikker kunne være styrende her. Oplandet til Brinkhus N er kupperet uden større lavtliggende arealer langs åen og dermed ikke repræsentativ for de danske vandløb mere generelt.

Det skal knyttes den kommentar til Qh-relationen i figur 4.2, idet der ses en forhøjet vandstand 7.-9. november i forhold til vandføring og desuden et brat fald i vandstanden den 10. november. Vandføringen udregnes på baggrund af målt middelhastighed og vandstand i tværsnittet og må derfor antages kurvens forløb taget i betragtning at være retvisende. Den forhøjede vandstand kan derfor skyldes en "tilstopning" nedstrøms målestationen, så skylles væk ved det bratte fald i vandstanden. Sådanne hændelser er svære, endsige umulige, at forudsige i en prognosemodel.

Analysen af sammenhængen mellem jordfugtigheden og vandstand udfordres af at nedbøren ikke falder med samme intensitet og varighed i de enkelte nedbørshændelser i perioden. Som beskrevet konceptuelt i fobindelse med figur 2.2 sker der overfladeafstrømning i skrånene terræn og opmagasinering på overfladen i fladt terræn, når nedbørsintensiteten overstiger jordens infiltrationskapacitet. Det kan være en del af forklaringen på den høje vandstand målt den 1. november efter periodens højeste nedbørsintensitet. Desuden synes det intuitivt, at større mængder nedbør i en hændelse må give mulighed for større og længere vandstandsstigninger. Den følgende statistiske analyse af de enkelte hændelser kontrollerer derfor også for nedbøren og vandstand ved hændelsens start.

### 4.2 Statistisk analyse

Målet med analysen er at undersøge om der findes en statistisk sammenhæng mellem målt jordfugtighed ved en nedbørhændelses start og vandstandsrensponsen på nedbøren. Udgangspunktet for analysen er en grundlæggende antagelse om at korterevarende stigninger i vandstanden i vandløb kan tilskrives nedbør faldet i oplandet umiddelbart forud for stigningen. Udfra denne antagelse, kan en nedbørstidsserie for et vandløbsopland opdeles i hændelser, som kan kobles til den førstkommende stigning i vandstandstidserien for vandløbet.

De enkelte nedbørshændelser falder ikke med en sådan afstand, at vandstanden når at falde tilbage til udgangspunktet eller med blot for eksempel halvdelen af stigningen mellem hændelserne. For at give det største antal hændelser i analysen med de aktuelle data og samtidig sikre at jordfugtigheden ved de enkelte hændelsers start er informative for hændelsen er det valgt udelukkende at anvende den stigende del af vandstandskurven frem til vandret tangent eller faldende vandstand ved nedbørens ophør. I forhold til at varsle oversvømmelseshændelser er den maksimale vandstand som følge af en nedbørshændelse også helt central.

Figur 4.3 illustrer opdelingen i hændelser for et udsnit af data for Brinkhus N. Der er for alle tre vandløbsstationer observeret nedbør uden stigning i vandstand og sådanne hændelser er sorteret fra efter opdelingen.



**Figur 4.3:** Viser et udsnit af data fra Brinkhus N med opdeling i hændelser. Hændelsen sidst på dagen den 4. sorteres fra efterfølgende.

### 4.2.1 Analyseprincip

De enkelte hændelser beskrives med en række parametre som fremgår af figur 4.4 med henblik på at udføre multiple lineær regression, hvor parametrene knyttet til responsen er den afhængige varible (markeret med fed) og parametrene knyttet til udgangspunktet for hændelsen og nedbøren indgår som potentielle forklarende variable. Derved bliver det muligt at kontrollere for nedbørens og udgangsvandstandens betydning i analysen. Den målte jordfugtighed i de forskellige dybder  $D_20,...D_120$  eller alternativt tørkeindeks TI ved hændelsens start indgår som forklarende variable som et gennemsnit af de seneste 5 timers målinger. De enkelte variable kræver ikke yderligere forklaring med undtagelse af  $t_{MMP}$ , som er nedbørens massemidtpunkts placering i forhold til  $t_{start}$ . Til beregning er anvendes ligning ligning (4.1).

$$t_{MMP} = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^{n} P_i(t_i + 0.5\Delta t)$$
(4.1)

hvor n er antallet af måleintervaller  $\Delta t$  med nedbør,  $t_i$  er tiden fra  $t_{start}$  til start af intervallet i og  $P = \sum_{i=1}^{n} m_i$ .



En multiple lineær model uden interaktion mellem de forklarende variable der estimerer en uafhængig variabel på baggrund af n forklarende variable ses nedenfor i ligning (4.2) (Agresti m.fl., 2013). Der er ikke blevet analyseret for potentiel interaktion mellem de forklarende variable, da formålet ikke er at bygge den bedste operative model, men alene at undersøge hvilke variable, der har en forklaringsgrad.

$$E(Y|X_1, \dots, X_n) = \alpha + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_n X_n \tag{4.2}$$

hvor Y er den afhængige variabel,  $X_n$  er den forklarende variabel  $n, \, \alpha$  er intercept og  $\beta_n$  er den partielle regressionskoefficient knyttet til variabel n.

Forud for den multiple lineære regression fjernes hændelser hvis en variable har ekstreme observationer. En observation  $x_i$  for variablen X defineres som en ekstrem observationer, når:

**Figur 4.4:** Viser, hvilke parametre, der beskriver de enkelte hændelser. De afhængige variable er skrevet med fed, modsat de potentielle forklarende variable. Egen figur.

$$x_i \notin \left[ \tilde{X} \pm (4 \cdot IQR_X) \right] \tag{4.3}$$

hvor  $\tilde{X}$  er medianen af X og  $IQR = Q_3 - Q_1$  er interkvartil-afstanden. Det er altså kun helt ekstreme observationer, da de ellers får uforholdsmæssig stor indflydelse i den lineære regression, som benytter ordinær mindste kvardraters metode til at finde bedste fit. Af samme årsag skaleres de enkelte variable efterfølgende så den mindste værdi er 0 og den største værdi 1 og der dermed ikke er implicit bias i vægtningen variablerne.

Den multiple lineære model for hver uafhængig variable inkluderer som udgangspunkt alle potentielle forklarende variable. Variable, hvis koeffecient i modellen ikke er signifikant forskellig fra 0, det vil sige med en p-værdi større end  $\alpha = 0.05$  i en tosidet t-test, sorteres fra en af gangen (Agresti m.fl., 2013). Er flere variable insignifikante fjernes den med den største p-værdi først. For at vurdere om inddragelse af jordfugtighed eller tørkeindeks giver en bedre model, bygges først en model uden disse og derefter med tørkeindeks henholdsvis jordfugtighed blandt de potentielle forklarende variable. Til at afgøre, hvilken modelkandidat, der er bedst anvendes Akaike Informations-kriteriet AIC kombineret med  $R^2$ . Ligning (4.4) viser hvordan AIC udregnes og det fremgår at AIC et mål for modellens forklaringsgrad udtrykt ved modellens sansynlighedsfunktion  $\hat{L}$  korrigeret for antallet af forklarende variable k i modellen. Ved en sammenligning mellem to modelkandidater er modellen med den laveste AIC den bedste model (Wikipedia contributors, 2022c).

$$AIC = 2 \cdot k - 2 \cdot \ln(\hat{L}) \tag{4.4}$$

hvor k er antal forklarende variable i modellen og  $\hat{L}$  er den maksimale værdi af sansynlighedsfunktionen for modellen.

### 4.2.2 Resultater

Analysen er foretaget for de tre vandstandstationer Brinkhus N og Elling Kirke i Elling Å og Lodsholm Bro i Romdrup Å og der er for oplandet til Eling Å anvendt jordfugtighedsdata målt i Brinkhus, mens der for Romdrup Å er lavet seperate analyser for de tre jordfugtighedssensorer ved Vaarstvej. Appendiks C giver et fuldstændigt udprint af resultaterne der præsenteres i uddrag nedenfor. Tabel 4.1 viser resultater for Brinkhus N hvor der for hver uafhængig variabel er angivet partille regressionskoefficienter for de signifikante forklarende variable for modelopsætninger uden (wo) og med tørkeindeks (TI) henholdsvis jordfugtighed (sm). Det fremgår at jordfugtigheden i de dybere lag er signifikante i forhold til at forklare vandstandens toppunkt i tid. Jordfugtigheden i de øvre lag er derimod signifikant i forhold til stigning og hældning på vandstandskurven, og det samme gælder her for tørkeindekset. Ud over at jordfugtigheden i forskellige dybder er signifikante som forklarende variable er AIC for de modeller, hvor jordfugtigheden eller tørkeindekset indgår lavere end for modellerne uden og da  $R_{adj}^2$  samtidig er højere er det bedre modelkandidater.

Mindst en variable, der beskriver nedbøren indgår i alle modellerne og det viser dels at nedbøren helt som forventet har betydning for vandstanden i vandløbet, men også at det er væsentligt at kontrollere for i undersøgelsen af jordfugtighedens betydning. For den gennemsnitslige stigningsrate for vandstanden  $\hat{\alpha}$  ser vi, at en øget maksimal nedbørsintensitet  $P_{max}$  giver en hurtigere stigning i vandstanden, når de øvrige variable holdes fast.

Variabel	Fugt?	$R^2_{adj}$	AIC	$h_{min}$	$t_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{80}$	$D_{100}$	$D_{120}$
	wo	0.80	-82.16	-0.13		1.00								
$T_{Min-Top}$	ΤI	0.93	-85.08	-0.20		0.99			0.18					
	sm	0.85	-93.93	-0.38		0.93				0.28	-0.43		1.52	-1.24
	wo	0.83	-94.47			0.98								
$T_{Start-Top}$	ΤI	0.95	-100.73	-0.16		0.97			0.18					
	sm	0.85	-98.35	-0.18		0.96							0.74	-0.68
	wo	0.29	-32.01		-1.30	1.62								
$T_{MMP-Top}$	ΤI	0.85	-34.65	-0.29	-1.35	1.67			0.43					
	sm	0.38	-35.93	-0.32	-1.28	1.57							1.31	-1.20
A L	wo	0.84	-59.58	0.13				0.77						
$\Delta h$	sm	0.87	-67.77					0.78		0.48	-0.99	1.04	-0.77	
L	wo	0.87	-108.14	0.68				0.51						
$n_{max}$	sm	0.96	-117.90	0.54		-0.18		0.62		0.33	-0.70	0.74	-0.56	
0	wo	0.80	-57.53	0.15			0.27	0.43						
$\alpha_{max}$	sm	0.84	-67.34				0.42	0.39		0.48	-1.14	1.16	-0.82	
â	wo	0.77	-50.69	0.26		-0.45	0.28	0.67						
α	sm	0.81	-58.05			-0.44	0.39	0.61		0.57	-1.18	1.01	-0.60	

**Tabel 4.1:** Multiple lineær regression for Møllebæk ved station Brinkhus N. n=55 nedbørshændelser.

41

For Romdrup Å ses lignende resultater med data fra de tre jordfugtighedsmålere, omend variationer i forhold til, hvilke dybder, der er signifikante. Tabel 4.2 viser et uddrag med jordfugtighedsdata fra Vaarsvej 1. Som ved Brinkhus er der signifikante jordfugtighedsdata for alle de uafhængige variable, men tørkeindekset er også signikant og modsat for Brinkhus er der ikke et entydigt billede i forhold til om modellerne med jordfugtighed er bedre end med tørkeindeks udfra AIC og  $R^2_{adj}$ . Analyseperioden for Romdrup Å dækker en markant længere periode end for Brinkhus, da jordfugtighedsdata fra Vaarstvej er tilgængelig siden november 2020. Dermed er der meget størrer variation i tørkeindekset i analyseperioden og det er en del af forklaringen på, hvorfor det indgår signifikant i langt højere grad end ved Brinkhus. At den måle jordfugtighed ikke entydigt giver bedre modeller betyder ikke at jordfugtigheden ikke har betydninge, men kan blot skyldes, at målingerne ikke er repræsentative for de dele oplandet, hvor jordfugtighed påvirker den hurtige nedbørsrespons i vandløbet, hvorfor en beregnet værdi for en generisk jord i form af tørkeindekset giver sammenlignelige resultater.

**Tabel 4.2:** Multiple lineær regression for Romdrup Å ved station Lodsholm Bro og med jordfugtighedsdata fra Vaarsvej 1. n = 107 nedbørshændelser.

Variabel	Fugt?	$R^2_{adj}$	AIC	$h_{min}$	$t_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{60}$	$D_{80}$
$T_{Start-Top}$	wo	0.56	-134.23		0.74			0.18					
	ΤI	0.86	-145.38		0.71			0.19	0.10				
	sm	0.86	-140.99		0.73			0.20		0.12			
T <sub>MMP-Top</sub>	wo	0.22	-61.34				-0.40	0.65					
	ΤI	0.84	-75.69		0.39			0.32	0.25				
	sm	0.83	-68.60		0.42			0.32		0.32			
$\Delta h$	wo	0.58	-159.68	0.21				0.67					
	ΤI	0.61	-165.93	0.15				0.70	0.13				
	sm	0.66	-178.82					0.73		0.27			0.12
$h_{max}$	wo	0.90	-274.02	0.82				0.39					
	ΤI	0.91	-280.27	0.79				0.41	0.07				
	sm	0.92	-291.19	0.69				0.43		0.16			0.07

For Elling Å er hverken jordfugtighed målt i Brinkhus eller tørkeindeks siginifikante variable i bedre modelkandidater end modeller uden disse variable. Det kan ikke herudfra konkluderes, at jordens fugtighedsniveau ikke har betydning for afstrømningsresponsen i Elling Å. Sammenlignet med station Brinkhus N er variationerne i vandstanden ved Elling Kirke langsommere som følge af oplandets størrelse og dermed er der færre hændelser for Elling Kirke i analysen, der strækker sig over perioden med tilgængelig jordfugtighedsdata. Perioden strækker sig over vinterhalvåret, hvor tørkeindekset ikke varierer nævneværdigt, og datagrundlaget for at vurdere tørkeindeksets betydning er derfor begrænset. Jordfugtigheden målt i Brinkhus er næppe repræsentativ for hele Elling Å oplandet.

## Prognosemodeller



Oversvømmelsesvarslingens fornemste opgave er at forudsige hvor og hvornår der vil ske oversvømmelser i så god tid forud for hændelserne, at skader på mennesker og ejendom kan begrænses. Varslingerne skal være så præcise i forhold til omfang og timing som mulige, men falske alarmer skal i videst muligt omfang undgås. En grundlæggende forudsætning herfor er pålidelige prognoser for vejret, der driver oversvømmelserne.

Af hensyn til beredskabet er prognoser med horisonter på uger op til måneder være relevante, men det er klart at der her vil være tale om en form for kvantificering af risiko for foreskellig scenarier, og ikke præcise prognoser i tid og sted. Kortere prognosehorisonter på timer til dage kan drage fordel af en større præcision i vejrprognoserne og dermed muliggør varslinger, der også er umiddelbart relevante for potentielt berørte borgere. Det er to forskelligartede udfordringer rent modelmæssigt, men med et fælles fysiske og hydrologisk system i centrum.

I nærværende projekt fokuseres på prognoser med en kort tidshorisont op til halvandet døgn frem. Den korte tidshorisont gør at målte jordfugtighedsmålinger kan antages at have relevans for vandstandsprognose. Inden for en kort tidshorisont bør prognosemodeller tage udgangspunkt i aktuelle målinger i oplandet og det vigtigste er at kunne forudsige den hurtigte og store peak respons på nedbør, mens langsommere ændringer i baseflow i udgangspunktet er mindre vigtigt. I forbindelse med sommerhændelser må det antages at en prognosemodel bør kunne håndtere vandløbets grødetilstand.

I det følgende beskrives forskellige tilgange til at lave prognoser i det beskrevne hydrologiske system og den i projektet valgt model beskrives.

## 5.1 Modellering med henblik for oversvømmelsesvarsling

Som beskrevet ovenfor er de processer, der driver afstrømningen og vandstanden i vandløb stærkt komplekse og ikke-lineære og tilstanden af det fysiske system har betydning for hvordan afstrømning responderer på nedbør. Beskrivelse af sammenhængen mellem nedbør og afstrømning er en central disciplin indenfor hydrologien og der er grundlæggende to veje at gå: modellering af de drivende fysiske processer basseret på matematiske beskrivelser eller data-dreven modellering af sammenhængen mellem nedbør og afstrømning uden inddragelse af underliggende fysiske mekanismer. Begge tilgange har en lang tradition indenfor hydrologien generelt, men også i forbindelse med oversvømmelsesvarsling. (Mosavi m.fl., 2018)

Fokus for nærværende projekt er prognoser med kort tidshorisont, inden for hvilken målte værdier af jordfugtighed har relevans for prognosen. En model skal som minimum kunne forudsige den maksimale vandstand indenfor prognoseperioden, men optimalt kunne forudsige vandstanden med en passende høj tidslig opløsning i prognoseperioden. Konfidensintervaller for prognosen er stærkt ønskelige. For at lave præcise prognoser er inddragelse af tilgængelig målte data, der kan beskriv det modellerede systems status, samt fremtidige prognosedata afgørende. Figur 5.1 illustrerer den opgave, som modellen ideelt skal kunne løse. Traditionelt har dette været løst med en iterativ tilgang med modeller, der forudsiger et skridt frem, eller ensembler af modeller med forskellige prognose-horisonter. Det giver imidlertid udfordringer med akkumulerende usikkerheder eller kompleksitet og nye metoder udvikles stadigt til at løse udfordringen (Bao m.fl., 2014).





I det følgende ser vi nærmere på hvilke muligheder, der foreligger.

### 5.1.1 Fysiske deterministiske modeller

Når et dynamiske system beskrives med fysiske deterministiske modeller, tages der udgangspunkt i grundlæggende fysiske love og udviklingen i systemet beskrives ved hjælp af differentialligninger eller simplificerede empiriske sammenhænge (Li m.fl., 2020). I praksis løses disse kontinuerte ligninger nummerisk ved at opløse både den spatiale og tidlige dimension i diskrete enheder. Dermed søger man principielt at modellere systemets tilstand  $S_t$  til tiden t ud fra tilstanden  $S_{t-1}$  ved det forudgående tidsskridt, input  $I_{t'}$  og output  $O_{t'}$  i den forløbne tid  $\Delta t$  og et parameterset  $\Theta_i$  (Kratzert m.fl., 2019):

$$S_t = f(I_{t'}, O_{t'}, S_{t-1}; \Theta_i)$$
(5.1)

I nærværende sammenhæng vil afstrømningen eller vandstanden i et vandløb og altså outputtet være det primære fokus. Principielt vil outputtet fra systemet  $O_t$  til tiden t være en funktion af systemets tilstand og input til systemet samt et parametersæt  $\Theta_j$  (Kratzert m.fl., 2019):

$$O_{t'} = g(I_{t'}, S_{t-1}; \Theta_j)$$
(5.2)

Tilgangen rummer flere udfordringer. Dels er det vanskeligt at formulere de matetiske sammenhænge, der er nødvendige for at beskrive vandløbet og dets opland, herunder at finde en passende nummerisk opløsning og et parametersæt, der giver gode resultater og muliggør generalisering til andre systemer. Og dels er der for vandløbsoplande som beskrevet tale om ofte stærkt spatielt heterogene systemer, der også kan ændre sig over tid. En stor del af processerne foregår desuden i jorden og selvom vores viden stadigt stiger, vil en del af de fysiske parametre, der beskriver systemet være ubekendte eller i bedste fald usikre. En model er opsat til et specifikt områder og kan ikke uden videre overføres til andre. Den helt store udfordring i forhold til brug af fysiske deterministiske modeller til realtidsprognoser er dog den nødvendige computerkraft og tid forbundet med afvikling. (Kratzert m.fl., 2019; Mosavi m.fl., 2018) Omvendt er forståelsen af det fysiske system, der indgår i formuleringen og tilpasningen af de fysiske modeller en fordel. Hermed følger muligheden for at analysere det modellerede system og betydningen af de enkelte inputs og parametre i modellen. Det er en egenskab, der er værdsat bland hydrologer og som samtidig har været medvirkende til en vis tilbageholdenhed over for traditionelle data-drevnemodeller, der ikke tilbyder denne mulighed (Kratzert m.fl., 2019). På grund af de mange ubekendte i modeldomænet er kalibrering og validering af fysiske modeller nødvendig, men fysiske forudsigelsesmodeller kan opnå en rimelig præcision uden den større mængde historisk data, der ofte er nødvendig for datadrevne modeller. (Mosavi m.fl., 2018)

Deterministiske modeller finder derfor stor anvendelse, hvor betydningen af ændringer i systemet ønskes undersøgt. Her er målet at kunne forudsige det større billede og ikke en præcis forudsigelse på en kort tidshorisont. Det er grundlæggende samme mål for risikovurderinger i forhold til oversvømmelser over længere tidshorisonter, hvorfor fysiske modeller også finder anvendelse her.

En udfordring med fysiske modeller er at de grundlæggende er baseret på massebevarelse og for at lave præcise korttidsprognoser er en justering af modellens tilstand til de faktiske forhold udfra målte data derfor nødvendig. Sådan løbende assimilering af data i fysiske modeller med henblik på realtidsprognoser har imidlertid ikke vundet stor udbredelse (Mosavi m.fl., 2018).

### 5.1.2 Datadrevne modeller

Data-drevne modeller tager som navnet antyder udgangspunkt i målte data og søger at beskrive sammenhænge i data uden matematiske beskrivelser af de underliggende drivende fysiske processer. Datadrevne modeller er en samlebetegnelse og dækker principielt alt fra lineære reggressive modeller (den bedste rette linje gennem en række punkter) til dybe og komplekse kunstige neurale netværk, der kan vinde skakspil. Datadrevne modeller kan inddeles i statistiske modeller og machine-learning (ML) modeller.

Statistiske modeller bygger på indledende analyser af sammenhænge, der bliver styrende for kvilken type model, der vælges til at beskrive sammenhængene. Machine-learning modeller tager udgangspunkt i en fleksibel struktur, som giver en computer mulighed for at lære sammenhænge, også strækt ikke-lineære sammenhænge, i data gennem træning, uden at sammenhængene på forhånd er kendt. Model-arktitekturen er dog afgørende for, hvilke sammenhænge, der kan læres. (Mosavi m.fl., 2018) I et dynamisk system, som et vandløbsopland er, kan data-dreven oversvømmelsesforusigelse udføres med to grundlæggende forskellige tilgange: der kan tages udgangspunkt i en klassificering af enkelte hændelser, beskrevet ved relevante parametre, eller der kan tages udgangspunkt i målte tidsserier, som fremskrives. I begge tilgange kan anvendes såvel statistiske som ML-modeller.

#### Statistiske modeller

Ved en traditionel statistisk tilgang analyseres tilgængelig data for forklaringsevne i forhold til parametre, der beskriver oversvømmelsen eller til en kategorisering af oversvømmelser. Herudfra opbygges en model, mere eller mindre kompleks, som på baggrund af prognosedata kan forudsige oversvømmelser. Denne type modeller giver relativt gode langtidsprognoser og inddragelse af klimafremskrivninger af vejrdata kan inddrages. Modellerne mangler imidlertid ofte præcision på kortere tidsskala og kan ikke umiddelbart give en tidslig opløsning inden for prognoseperioden. (Mosavi m.fl., 2018)

For vandløb, hvor vandføring eller vandstand måles, kan oversvømmelsesvarsling basseres på fremskrivning af tidsserien. Tidligere datapunkter i en tidsserie vil til en vis grad biddrage med relevant information omkring fremtidige værdier. En udbredt gruppe af statistiske modeller til tidsseriefremskrivning, der også er anvedt indenfor hydrologien og oversvømmelsesvarsling, udnytter netop dette princip om autoregressivitet i tidsserier. Disse modeller omtales med den engelske forkortelse AR-MA, der står for AutoRegressive Moving Average. Den autoregressive del inddrages i modellen, hvis værdier med en bestemt afstand i tid fortæller noget om den næste værdi og det glidende gennemsnit, hvis den kommende værdi afhænger af et gennemsnit af de seneste værdier. ARMA-modeller kan udbygges til at inddrage exogene (X) variable (her foreksempel nedbør) i prognosen og ofte også en sæson-komponent (S), der grundlæggende er en ekstra AR-komponent. Modellerne antager som udgangspunkt at input er statistisk stationære, og dette kan sikres gennem differentiering (I). (Wikipedia contributors, 2022d) Modellen bliver da en SARIMA-model og denne ses ofte som baseline-model i litteraturen for tidsserie-prognoser.

Opbygning af en specifik model for et vandløbs vandstand eller vandføring beror på en statistisk analyse af tidsserien og covariate tidsserier, der bliver definerende for hvilke elementer, der indgår og med hvilke parametre. Det betydder at de tidslige afhængigheder er fastlåste i modellen og det er en udfordring i dynamiske naturlig systemer, hvor resonstider varierer med systemets tilstand. Derfor er generalisering af modellerne til andre systemer også vanskelig og præcisionen har vist sig begrænset, især på kortere tidsskala blandt andet på grund af oversvømmelsers stokastiske natur. (Mosavi m.fl., 2018)

#### Machine-Learning modeller

Machine-learning dækker over en bred vifte af metoder til såvel klassificering og tidsserie-fremskrivning og kan ligesom med de statistiske modeller finde anvendelse i forskellige tilgange til oversvømmelsesforudsigelse. Mosavi m.fl. (2018) giver et overblik ove ML-modeller til oversvømmelsesforudsigelse, som det fører for vidt at referere her, men en central pointe er at kunstige neurale netværk (ANN) enten alene eller i kombination med andre modeller vinder stadig større udbredelse. Det skyldes dels overbevisende state-of-the-art resultater og dels at stadigt nye arkitekturer udvikles, der øger anvendeligheden. De vil derfor blive beskrevet mere indgående i det følgende.

Kustige neurale netværk efterligner den biologiske hjernes opbygning med celler og nerveforbindelser, der muliggør læring gennem træning. Figur 5.2 viser grundstrukturen i et simpelt kunstigt neuralt netværk, kaldet et feedforward netværk (FFNN), hvor data udelukkende fødes fremad gennem netværket fra input mod output. Knuderne, repræsenteret ved cirkler, er organiseret i lag, og knuderne i de enkelte lag er forbundet til knuder i de lag. Data fødes ind i inputlaget som (vektorer af) reelle tal i de enkelte knuder og knuderne i det skjulte lag opdateres med værdier fra de forbundne knuder i inputlaget. I hver knude i det skjulte lag og outputlaget ganges alle indkomne værdi med en vægt og der lægges en konstant til summen (bias) inden værdien til sidst transformeres i en normalt ikke-linear aktiveringsfunktion. Der er altså et parametersæt bestående af vægte og bias forbundet til hver overgang til næste lag i netværket, og det er disse parametersæt, der justeres gennem træning, så sammenhænge mellem input og output kan læres.

Når netværket trænes ved såkaldt superviseret læring passerer data fremad gennem netværket og netværkets output sammenholdes med et facit så der kan udregnes en værdi (et tab) for præstationen af en såkaldt tabsfunktion. Det beregnede tab sendes baglæns gennem netværket, og danner grundlag for en opdatering af netværkets trænbare parametre (vægte og biasser), så netværket lærer at minimere tabsfunktionen og dermed optimere netværkets evne til at forudsige det ønskede. Antal knuder i de enkelte lag, antal skjulte lag, antal forbindelser mellem lagene og valg af aktiveringsfunktioner er alle afgørende for, hvilke sammenhænge det neurale netværk kan lære og dermed modellens evne til at give præcise forudsigelser.

Et feed-forward neutralt netværk kan lære komplekse sammenhænge og for eksempel med stor præcision kategorisere inputdata og forskellige arkitekturer bliver da også anvendt enten for sig selv eller i kombination med andre modeller inden for oversvømmelsesforudsigelse. Givet en række relevante input i forhold til det hydrologiske system vil et ANN for eksempel kunne trænes til at give sandsynligheder for forskellige prædefinerede scenarier.



**Figur 5.2:** Et simplet kunstigt feed-forward neuralt netværk med lag af forbundne knuder (cirkler). En knude representerer et reelt tal og en forbindelse (pile) viser, at værdien gives som input til den næste knude. Til hver forbindelse er der knyttet en vægt og til hver knude efter inputlaget et bias, som justeres under træning af netværket. Længst til højre ses en trunkeret og roteret fremstilling. Egen figur.

Et vandløbsopland er som beskrevet et hydrologisk system med en hukommelse og systemets status har betydning for dets respons på nedbør. Et FFNN ser kun på det aktuelle input uden nogen hukommelsesfunktion og kan derfor ikke lære temporale sammenhænge i tidsserier, hvorfor anvendeligheden i forbindelse med korttidsprognoser for vandløbsvandstand er begrænset.<sup>1</sup> Ikke desto mindre er den beskrevne arkitektur grundstenen i arkitekturer med en hukommelsesfunktion bedre egnede til tidsseriefremskrivning, som derfor er relevante for projektet.

En grundlæggende udfordring ved brug af ANN er at store datamængder er en forudsætning for effektiv træning af en model, der kan give gode resultater på uset data. Det har også vist sig at være en udfordring i nærværende projekt.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Temporale afhængigheder kan inkluderes i FFNN ved at generere input som sammenfoldninger, for eksempel glidende gennemsnit eller autoencoding, og tidssforskudt data. Sådanne konvolutionelle netværk har vist gode resultater, men som med de statistiske modeller baserer valg af konvolution-kernerne sig på indledende analyser.

### 5.2 Neurale netværk og tidsserier

En grundlæggende egenskab ved tidsserier er som omtalt at datapunkters indbyrdes placering er vigtig. Det samme gør sig gældende for ords placering i sætninger og bogstavers placering i ord og derfor er der en stor lighed mellem modeller anvendt til for eksempel oversættelse af sprog og tidsseriefremskrivning. Udviklingen indenfor kunstige neurale netværk (ANN) til dette formål har således i stort omfang været drevet af forskning i sprogprocessering med store virksomheder som for eksempel Google som motorer.

For at et ANN skal kunne relatere input til tidligere input i en sekvens og bruge denne information til at generere output kræves arkitekturer, der giver netværket en form for hukommelsesfunktion. I sin simpleste form er der tale om en udvidelse af et feed-forward netværk som vist i figur 5.2, hvor der tilføjes forbindelser internt i det skjulte lag, så alle forbindelser ikke længere kun går fremad i netværket, men der også bliver en feed-back mekanisme. Et sådant netværk kaldes et Rekurrende Neuralt Netværk (RNN), og det der skaber hukommelsen er at data processeres et tidsskridt af gangen og de(t) skjulte lags tilstand fra foregående tidsskridt bliver input til næste tidsskridts skjulte lag sammen med tidskridets input. Grundstrukturen og hvordan netværket udfolder sig i tid er vist i figur 5.3, hvor det også fremgår at strukturen introducerer et ekstra parametersæt knyttet til forbindelserne fra det skjulte lag til sig selv. Det er værd at bemærke at parametersættene alene opdateres under træning og altså ikke når netværket proceserer en tidsserie som input med henblik på at estimere et output.<sup>2</sup>

**Figur 5.3:** Rekurerende neuralt netværk, hvor der er indført en feedback forbindelse markeret med lilla i forhold til figur 5.2. Netværket ses til højre udfoldet over flere tidsskridt og forbindelsen mellem de skjulte lag i et tidsskridt til det næste bemærkes. For at lave en prognose  $\hat{y}_{t+1}$  sendes de forudgående tidsskridt altså gennem netværket et af gangen. Egen figur efter (Wikipedia contributors, 2022e)



<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>En anden traditionel tilgang til at opnå information om temporal afhængighed er at anvende tidslige sammenfoldninger som for eksempel glidende gennemsnit også anvendes i statistiske modeller. Udviklingen ser imidlertid ikke ud til at gå i denne retning (Mosavi m.fl., 2018) og tilgangen beskrives derfor ikke videre her.

Det har vist sig at simple RNN kun er i stand til lære korte tidslige afhængigheder og hukommelsesfunktion i netværkstypen er med andre ord stærkt begrænset. Det har givet anledning til udviklingen af en såkalt Long-Short-Term-Memory (LSTM) blok som skjulte lag i et RNN netværksstrukturen. Figur 5.4 viser opbygningen af et LSTM-lag, der introducerer en ekstra skjult forbindelse, der udgør lagets hukommelse  $m_t$ . Grundlæggende introduceres tre porte (f, i og o), der styrer, hvilken information der huskes og videregives til næste tidskridt. Hver port er et skjult lag med trænbare vægte og bias og en aktiveringsfunktion, der tvinger outputet til mellem 0 og 1. Desuden inkluderes en transformation af input (c) som også er et skjult lag, men med en anden aktiveringsfunktion. 'Glem' (f) og 'Input' (i) portene afgør hvordan hukommelsen opdateres og 'Output'-porten (o) med hvor stor vægt hukommelsen gives som output på det skjulte lags output. LSTM-laget bliver dermed i stand til langt bedre at videregive information fra tidligere tidsskridt og kun lade disse påvirke af senere tidsskridt hvor det findes relevant. En matematisk beskrivelse af LSTM-laget findes i appendiks D.2.



**Figur 5.4:** LSTM-blok, hvor farvede kasser repræsenter lag (porte eller lineære) og grå sekskanter er matematiske operationer. Til hvert lag er der knyttet lærbare parametre samt en aktiveringsfunktion. Aktiveringsfunktionen i portene er en sigmoid-funktion, der tvinger outputtet til at være mellem 0 og 1. Egen figur efter *Long Short-Term Memory (LSTM)* (2022) og Wikipedia contributors (2022e)

LSTM-netværk har vist sig langt bedre end simple RNN og indførelse af flere LSTM-lag kan forbedre læring af afhængigheder på forskellig tidsskala. Det samme gælder i øvrigt for en simplere variant af LSTMblokken uden det ekstra hukommelsesoutput kaldet Gated Recurrent Unit, som er udviklet senere. Koch m.fl. (2022) har vist at LSTMnetværk kan outperforme Danmarksmodellen, som er en deterministisk distribueret nedbørs-afstrømningsmodel for hele Danmark, i modellering af døgnmiddelafstrømning i monitorerede vandløb. LSTM-netværk ses også i en del nyere litteratur omkring oversvømmelsesforudsigelse med state-of-the-art resultater (Li m.fl., 2020; Kratzert m.fl., 2019).

### 5.2.1 Sekvens-til-sekvens-modellering

De hidtil beskrevne RNN-arkitekturer forudsiger som udgangspunkt kun et tidsskridt frem. Ved iterativ modellering eller ensembler af modeller med forskellige forudsigelseshorisonter er det muligt at forudsige længere frem, men ikke uden udfordringer. Også her har tidsserieforudsigelsen nydt godt af udvikling indenfor sprogfeltet, hvor det ofte er ønskeligt at kunne generere en sammenhængende sekvens af ord på baggrund af en anden sekvens af ord begge af variabel længde. Det gælder for eksempel i forbindelse med oversættelse til andre sprog og automatiske chatrobotter. (Sutskever m.fl., 2014)

Typen af modeller kaldes sekvens-til-sekvens-modeller (forkortet seq2seq på engelsk) og i praksis anvendes ofte en Encoder-Decoder arkitektur, som anvender to separate RNN. Inputsekvensen encodes af et RNN til en vektor, kaldet en kontekstvektor, som efterfølgende decodes til en outputsekvens i et andet RNN, omend forsat autoregressivt, altså et skridt af gangen på baggrund af allerede generede output. Encoder og decoder er forskellige netværk i den samlede struktur og har dermed forskellige trænbare parametre. (Sutskever m.fl., 2014)



Brugen af RNN giver imidlertid udfordringer ved længere sekvenser, da relavant informationen udvandes på vejen til de relevante steder i decoderen, selv med brug af LSTM-lag som skjulte lag i netværket. Og selvom RNN rummer hukommelse, sendes al information fra encoderen i en vector fra sidste iteration til første i decoren, og der er dermed ikke mulighed for at relatere de enkelte inputs og deres kontekst i encoderen til specifikke output og deres kontekst i decoderen.

**Figur 5.5:** Grundprincippet i en encoder-decoder struktur anvendt til sekvens-til-sekvensmodellering med tidsserie som input og output. Inputsekvensen  $x_{[t-k,t]}$  encodes i med et RNN til en kontekstvektor, der gives som input til det første skjulte lag i decoderens RNN. Decoderen initieres med et *Start*, hvorefter output fra decoderens anvendes som input i de følgende skridt. Egen figur efter Lim m.fl. (2021) Den seneste udvikling indenfor sekvensmodellering forsøger at gøre op med disse problemstillinger med en tilgang, hvor decoderen har direkte forbindelse til alle skridt i inputsekvensen og ikke blot det sidste. Denne opmærksomhedsmekanisme (attention-mekanisme) blev i første omgang kombineret med RNN, men introduktionen af Transformer-netværk i 2017 udviklet hos Google med henblik på sprogmodellering, viste at denne mekaniske alene er i stand til at lære meget komplekse sammenhænge i sekventielle data. (Vaswani, Shazeer, Parmar, Uszkoreit, Jones, Aidan N Gomez m.fl., 2017a)

#### Attention-mekanisme

Attention-mekanismen gør brug af en særlig notation, som kræver en forklaring. Forestil dig en skoleklasse, der skal finde et godt sted til deres lejrskoletur. Der findes en database over mulige steder og deres pris (Value, V), som alle er beskrevet med en liste over hvilke muligheder de tilbyder. Disse lister fungerer som nøgler (Key K) til at finde stederne i databasen. Alle eleverne får nu en lignende liste og de afkrydser, hvilke muligheder, de synes er vigtige. Læreren samler elevernes lister til en samlet liste ved at tælle krydser, og den samlede liste kalder vi en forespørgsel (Query Q). Forespørgslen skal nemlig bruges til at slå op i databasens liste af nøgler og finde ud af hvor godt de enkelte steder passer til klassens præferencer. Der kan udregnes en score for hvert sted ved at lave et prikprodukt af Key og Query. Den endelige beslutning træffes ved at vægte stedernes pris med de udregnede scorer.



**Figur 5.6:** Til venstre illustreres begreberne Query, Key og Value og det grundlæggende koncept bag Attentionmekanisme. Til højre illusteres princippet bag self-attention, hvor de enkelte elementer relateres til alle andre elementer i inputsekvensen. Bemærk derfor at  $q_2$  fungerer som query ved beregning af outputtet  $y_2$ . Engen figur delvist efter (Bloem, 2019)

Attention-mekanismen i sekvensmodeller gør præcist det samme, idet formålet er at udtrykke hvordan de enkelte elementer – forespørgsler  $q_i$  – i en sekvens Q, afhænger af alle elementerne i en sekvens, hvorfor K = V — det kan være til en anden sekvens eller den samme som  $q_i$  kommer fra.  $q_i$  kan for eksempel være et element i decoderen i et sekvenstil-sekvens-netværk, der relateres til alle input i encoderen for derved at skabe mulighed for bedre langtidsafhængigheder og kontekstafhængighed for de enkelte elementer i encoderen. Når både Q, K og V kommer fra samme sekvens kaldes det Self-attention.

Grundlæggende er attention-mekanisme ren lineær algebra, og selfattention oversætter en serie input-vektorer  $x_1, x_2, ..., x_i$  til en serie kontekst-vektorer  $c_1, c_2, ..., c_3$  ved for hvert  $c_i$  at udregne et vægtet gennemsnit af alle input-vektorer. Ved self-attention er  $q_i = k_i = v_i = x_i$ og

$$c_i = \sum_j A(q_i, k_j) v_i \tag{5.3}$$

hvor j = 1,...,i og A(.) er en normaliseringsfunktion over prikproduktet mellem  $q_i^T$  og  $k_j$ , der sikrer at vægtene summerer til 1. (Bloem, 2019)

Som beskrevet hidtil er der ingen trænbare parametre i attentionmekanismen, men det er nødvendigt for at det neurale netværk kan lære sammenhænge i data i løbet af træningen. Ved hjælp af lineære dimensions-reducerende transformationer af input til attention-mekanismen opnås dels en bedre differentierbar represæntation af inputs og der introduceres trænbare vægte. Ved self-attention indføres tre vægt-matricer  $W_q, W_k, W_v$  som anvendes til at generere de tre inputs udfra samme inputsekvens X, og dermed lade netværket lære interne afhængigheder i X:

$$q_i = W_q x_i \qquad \qquad k_i = W_k x_i \qquad \qquad v_i = W_v x_i$$

Self-attention-mekanisme sammenfatter dermed interne afhængigheder i inputsekvensen til en konteksmatrice, som giver langt mere information end kontekstvektoren i et RNN. Ved at lade flere self-attentionmekanismer med hver deres trænbare vægt-matricer operere parallelt, er det muligt for netværket lære forskellige afhængigheder internt i samme inputsekvens. Dette kaldes Multi-Head (Self)-Attention. Det har måske lidt overraskende vist sig at attention-mekanismen alene kan lære komplekse sammenhænge som grammatik i sætninger. (Bloem, 2019; Vaswani, Shazeer, Parmar, Uszkoreit, Jones, Aidan N Gomez m.fl., 2017a)

### 5.2.2 Temporal Fusion Transformer

Beskrivelsen af ML-modeller til sekvensmodellering ovenfor har implicit opereret med univariate modeller, hvor eneste input til fremskrivningen af en tidsserie er tidsserien selv. Ofte vil der dog være covariate tidsserier og specielt indenfor hydrologien er det åbenlyst at nedbør som minimum bør indgå i en vandføringsprognose. En multivariat regressiv model skal kunne finde tidslige sammenhænge intert i de variable og mellem variable. Det er muligt med de ovenfor beskrevne metoder at bygge multivariate modeller, men vil typisk kræve forudgående antagelser om intervariable sammenhænge. Samtidig vil inddragelse forskellige datatyper og exogene data, hvoraf kun nogle er kendte i prognoseperioden kræve specialdesignede arktitekturer (Lim m.fl., 2021). Den generelle modeludfordring illusteret i figur 5.1 var udgangspunktet for en ny arkitektur for et dybt neuralt netværk præsenteret Lim m.fl. (2021). Arkitekturen kaldes TemporalFusionTransformer (TFT), idet den kombinerer flere af de ovenfor beskrevne netværksstrukturer i en relativt kompleks arkitektur, som dog frem for alt er fleksibel. Der er i skrivende stund ikke fundet dokumenterede anvendelser indenfor hydrologien, men arkitekturen tilbyder muligheder, der er som skrædersyet til prognoser i et vandløbssystem.



**Figur 5.7:** En strækt forsimplet illustration af hvordan TFT-arkitekturen håndterer tidslige afhængigheder. Der er residual-forbindelser forbi LSTM-lagene, så inputdata til attention-mekanismen er en augmenteret version af de originale input til modellen. Se appendiks D for flere detaljer. Efter (Lim m.fl., 2021)

Figur 5.7 giver et forsimplet overblik over hvordan de tidslige afhængigheder håndteres i et TFT-netværk. Overordnet set har et TFT-netværk en Encoder-Decoder struktur opbygget med LSTM-lag, men med en attention-mekanisme som overbygning hvorfra modellens output genereres. Encoderen tager kendt data op til prognosetidspunktet som input, mens inputtet til decoder er data der er kendt i prognoseperioden. Hensigten er at skabe en arkitektur, der er i stand til at håndtere afhængigheder på forskellige tidsskalaer, og samtidig gøre det muligt at ekstrahere, hvilke inputvariable og hvilke dele af decoderen, der har betydning for forudsigelsen af de enkelte tidsskridt. Som en del af arkitekturen anvendes en probabilistisk tabsfunction, der muliggør usikkerhedsestimater integreret direkte i modeloutputtet.

TFT-arkitekturen giver mulighed for direkte at inddrage både kategoriale og kontinuerte variable, såvel statiske som varierende over tid og encoder-decoder strukturen giver fleksibilitet i forhold til længden på input og output. Appendiks D giver en mere indgående beskrivelse af TFT-arkitekturen herunder af den tolkbare attention-mekanisme.

Lim m.fl. (2021) viser at TFT-netværk kan konkurrere med og slå state-of-the-art netværksarkitekturer som DeepAR og derfor er netværkstypen også blevet implementeret i flere open source machine-learning platforme, herunder Pytorch Forecasting i programeringssproget Python (Beitner, 2022). Fleksibilitet i TFT-aktiketurens inputs gør, at det er muligt at inddrage kontinuerte vejrdata og kategoriale eller diskrete data omkring for eksempel grødeskæring, som netværket selv kan lære forskellige tidslige afhængigheder ud fra. Attention-mekanismen gør det i princippet muligt at se hvilke dele af de givne inputs der påvirker de enkelte elementer i prognosen, noget som ellers har manglet i og givet anledning til modstand imod ANN. En udfordring i træningen af ANN er behovet for store mængder data, og muligheden for samtidigt at træne et TFT-netværk på flere vandløbsoplande differentieret fra hinanden ved statiske variable er en spændende perspektiv, som der dog ikke har været tid til at udforske i nærværende projekt.

Perspektiverne i TFT-netværksarkitekturen kombineret med et ønske om at afprøve en neural netværksarkitektur, der har vist state-of-theart resultater i standardiserede sammenligninger, indenfor hydrologisk prognose-modellering, har ført til valget af TFT-netværket i nærværende projekt.

## Del II

## Modellering

Modelforudsætninger

Resultater

## Modelopsætning



Det følgende kapitel gennemgår dels valg og procesering af inputdata til modellen og dels hvordan TFT-netværket er opsat og trænet.

Opsætningen af netværket, der præsenteres, er den anvendte i forhold til de senere præsenterede resultater, men i gennemgangen beskrives baggrunden for valgene ud fra arbejdet i projektperiode. Der henvises i den forbindelse til appendiks A for et lille uddrag af midlertidige resultater.

Indledningsvist er der i projektperioden arbejdet med døgnmiddelvandføring og -vandstand grundet tilgængelighed af data, men for at kunne lave prognoser på en horisont, hvor vejrprognosedata er pålidelig og bliver tilgængelig i løbet af 2022 blev det efter indledende lovende resultater besluttet at arbejde med en tidslig opløsning på 1 time. En højere tidslig opløsning på en time giver samtidig bedre mulighed for at undersøge jordfugtighedsdataens anvendelighed.

En prognosehorisont på 36 timer er valgt og denne genereres på baggrund af målte data for de seneste 7 dage. En længere periode med kendt data har ikke vist sig at give bedre prognoser og samtidig stiger beregningstiden med længden af perioden med kendt data.

## 6.1 Inputdata

Data anvendt i nærværende projekt er i udgangspunktet offentligt tilgængelige. Vejrdata er DMI's kvalitetskontrollerede "Climate data" i 10 km gridformat og vandløbsdata iform af vandstand og vandføring er fra Danmarks Miljøportal (DMI, 2022; *Danmarks Miljøportal* 2022). Data for jordfugtighed måles af WatsonC APS og offentliggøres i Calypso. Der er ligeledes inddraget havvandstandniveau fra DMI's havobservationsstation "20101: Frederikshavn".

Historisk vejrdata er tilgængelig fra DMI, men vejrprognoser har endnu ikke været tilgængelige offentligt i projektperioden. Derfor er historiske data anvendt som input for prognose-perioden.

Der er valgt en tidslig opløsning på en time projektets prognosemeller da det er den højeste opløsning bredt tilgængelig i data. Denne relativt høje opløsning er valgt for bedre at kunne vurdere betydningen af jordfugtighedsdata i modellerne.



Figur 6.1 giver et overblik over hvor data potentielt indgår i modellerne. Om data indgår i decoderen afhænger af om det forventes tilgængeligt i prognoseform.

### 6.1.1 Griddata fra DMI

Indenfor et vandløbsopland vil der være rumlig variation i vejret og især nedbøren. Nedbør, der falder tæt på vandløbet eller vandløbsstationen, der er udgangspunkt for prognosemodellen, vil som udgangspunkt give en hurtigere respons i vandløbet end nedbør, der falder langs kanten af oplandet. Li m.fl. (2020) viser, at inddragelses af mere end en nedbørsstation fordelt i vandløbsoplandet kan forbedre ML-modellers performance. Det betyder imidlertid at de enkelte modeller skrædersyes til det enkelte opland og overførbarhed til andre oplande begrænses.

**Figur 6.1:** Oversigt over inputvariable og hvor de kan indgå i netværket, samt længde på encoder og decoder. Alle data anvendes ikke i alle modelkonfigurationer. Egen figur. I nærvnærende projekt er der taget udgangspunkt i vejr- og nedbørsdata offentliggjort af DMI i et gridformat med en cellestørrelse på 10 km, da der er langt mellem de faktiske målestationer og data fra en enkelt station derfor ikke forventes at kunne være repræsentativ. For at lave en generaliserbar løsning for vandløbsoplande med forskellig størrelse er der for de enkelte oplande udregnet gennemsnit for de celler, der dækker oplandet. Herved mistes den rumlige opløsning idet de enkelte vejrparametre repræsenteres af en variabel, til fordel for en netværksopsætning, der kan overføres direkte til andre vandløb. Det undersøges for Elling Å for nedbørsdata om denne aggrering resulterer i dårligere modelperformance.

I udgangspunktet anvendes data som de offentliggøres, dog er potentioel fordampning og tørkeindeks genbregnet for at få en højere tidslig opløsning på en time.

### 6.1.2 Preprocesering

For at give det et neuralt netværk bedre muligheder for at lære sammenhænge i data, er det vigtig at inputdata er af så høj kvalitet som muligt. TFT-netværket tillader ikke manglede værdier i enkelte inputvariable, men tilbyder mulighed for at udfylde manglende tidsskridt. Derfor bør fejlbehæftede datapunkter bør fjernes og manglede målinger erstattes med realistiske bud på "rigtige" værdier. Enkelte manglende værdier erstattes ved simpler lineær interpolation mellem nabomålinger. Ved flere sammenhængende målinger er dette imidlertid en mindre plausibel mulighed, men ofte den eneste. Da TFT-netværker tillader kategoriale dynamiske input er tidsskridt med imputerede datapunkter flaget, for derved at give netværket mulighed for at lære at lægge mindre vægt på disse målinger, hvis det har betydning.

Høj kvalitet betyder også højt signal/støjforhold og derfor vil filtrering af støjfyldt inputdata ofte kunne forbedre modellens læringspotentiale. Det følgende ser nærmere på den anvendte filtrering af data.

#### Filtrering af data

I flere af de anvendte vandstandstidsserie, også for havvandstand, er der enkeltmålinger, der falder helt uden for de øvrige målinger. Sådanne målinger er fjernet med et simpelt filter, der fjerner værdier, hvis ændringen fra foregående værdi er meget stor. For en variable x hvor  $\Delta x_t = x_{t+1} - x_t$ er førsteordensdifferentiering af x og  $\sigma_{\Delta x}$  er standardafvigelsen af  $\Delta x$ fjernes en måling når:

$$x_t \notin [\Delta x_t \pm A \cdot \sigma_{\Delta x}] \tag{6.1}$$

hvor A er en konstant, der kan tilpasses den enkelte variabel, men A = 2.5 har vist sig generel brugbar til nærværende formål.

Det er heller ikke atypisk at se perioder med middelforskudte værdier, for eksempel forårsaget af midlertidige ændringer i sensorens placering. De enkelte vandstandstidsserier er gennemgået manuelt og sådanne områder korrigeret.

Støj er som udgangspunkt reduceret med et tovejs low-cut Butterworth filter med en parametrisering tilpasset den enkelte variabel. Formålet med at anvende et tovejsfilter er at undgå den faseforskydning, som ellers er et problem ved autoregressive filtre som for eksempel glidende gennemsnit. Sidstnævnte har også en tendens til at reducere toppe, et problem et mindre udtalt ved den anvendte filtertype uden dog at være elimineret. Figur figur 6.2 viser en sammenligning af forskellige filtertyper til venstre og af forskellige parametriseringer af tovejsfilteret til højre.



Figur 6.2:

Data, der foreligger med en højere opløsning end en time resamples til en tidslig opløsning på en time ved summering eller udregning af gennemsnit afhængig af variabel. Denne aggregering finder sted efter filtrering af data.

### Standardisering

ML-modeller og neurale netværk har lettere ved at konvergere mod et optimum, når inputvariable er på samme skala og optimalt er standard normalfordelt (scikit-learn developers, 2022). Sidstenævnte er i praksis vanskeligt at sikre og derfor anvendes ofte en simpel transformation:

$$\tilde{x} = (x - \mu_x) / \sigma_x \tag{6.2}$$

hvor  $\mu_x$  er gennemsnitsværdien af x og  $\sigma_x$  standardafvigelsen.

Standardiseringen læres og foretages på træningsdata og den samme transformation anvendes herefter på validerings og test-data for at undgå at information fra disse dele af tidsserien indirekte påvirker modellens træning og dermed øger modellens mulighed for at forudsige validerings og test-data.

### 6.1.3 Feature-generering

Som beskrevet tidligere påvirker grædevækst og grædeskæring vandstanden kraftigt i Romdrup Å. Det er en grundlæggende antagelse ved data-dreven modellering, at data i sig selv beskriver de implicitte sammenhænge og det er derfor en forudsætning at en model har adgang til data, der faktisk beskriver sammenhængene. Det antages at de givne vejrdata forklarer grødevæksten, men de kan ikke forklare de markante fald i vandstand, der ses ved grødeskæring. Derfor er der for hvert vandløb generet en kategoriel variabel, der markerer peridoer, hvor vandstanden falder pludseligt som følge af grødeskæring.

Der er i projektperioden blevet eksperimenteret forskellige metoder til automatisk detektion af grødeskæring. En tilgang kaldet Spectral Residuals, der analyserer tidsserien i frekvensdomænet og sammenligner et lokalt spektrum med et mere globalt (**Spectral\_Residuals**), gav lovende resultater. Der var dog fortsat behov for justering af parametre til de enkelte vandløb og i praksis er der i projektet anvendt et manuel tilgang. Ved en egentlig implementering i drift vil anomalidetektion generelt, herunder grødeskæring, være essentiel for at sikre valide prognoser og spectrale rediualer ville effektivt kunne bidrage her.

### 6.2 Parametrisering og træning af model

Udover valg af inputvariable, er der en række hyperparametre i opsætningen og træningen af et neuralt netværk, der har betydning for netværkets perfomance. I nærværende projekt er en del ressourcer gået til at undersøge betydningen af de enkelte parametre og sammenspillet imellem dem modellens performance både kvantitativt og kvalitativt. Det fører for vidt at presentere resultater for disse undersøgelser her og særligt interesserede henvises til det digitale appendiks for eksempler på modeloutput fra forskellige undersøgelser. Engelske betegnelser refererer til implementeringen i Pytorch Forecasting (Lightning, 2022). Af hensyn til sammenlignelighed og simplicitet er samme parametrisering anvendt til træning af netværk til forskellige vandløb. Tabel 6.1 giver en oversigt over de valgte parametre, som beskrives i det følgende.

### 6.2.1 Relateret til modelstørrelse

TermporalFusionTransformer-netværket er opbygget af en række forskellige elementer som også omgås af residuale forbindelser. For at data og gradienter kan flyde utransformeret mellem dele af netværket deler alle skjulte lag samme antal celler. Netværkets skjulte størrelse (*Hidden Size*) er afgørende for antallet af trænbare vægte og bias i netværket, idet der til hvert input til en celle er knyttet en vægt og til hver celle desuden et bias, jævnfør afsnit 5.1.2. Et større antal skjulte celler giver dermed mulighed for at lære flere kombinationer, men kræver også et større datagrundlag for optimal træning og giver giver desuden større risiko for at overfitte træningsdata.

Parameter	Standardværdi	Anvendt værdi
Hidden Size	16	64
Hidden continous size	8	48
Attention heads	4	4
LSTM-lag	1	2
Dropout	0.1	0.24
Causal attention	True	False
Learning Rate	$1 \times 10^{-3}$	$5  imes 10^{-3}$ *
Weight decay	-	$1 \times 10^{-3}$
Gradient clip	-	0.15
Batch size	64	32

Tabel 6.1: Modelparametre anvendt, hvor ikke andet er anført.

Overfitting til data kan forekomme i større netværk, når få knuder i netværkets skjulte lag har relativt store vægte tilknyttet og dermed varetager modelpredæktionen. Ved i træningen at udelade en fast andel tilfældigt udvalgte knuder ved hver modelpredæktion tvinges netværket til at anvende optimalt set alle knuder. Denne type regularisering af et neuralt netværk kaldes *Dropout* og det er en beregningsmæssig effektiv måde at begrænse overfitting på. Dropout, altså hvor stor en andel af de skjulte celler, der udelades i hver iteration, sættes generelt for hele TFTnetværket og samme værdi anvendes som udgangspunkt i hele netværket med undtagelse i det sidste outputlag.

Inputs til netværket, både statiske og dynamiske kontinuerte og kategoriale, transformeres til en endimensionel vektorrepresentation, kaldet en embedding. For de kategoriale variable er det en forudsætning for at kunne indgå i et neuralt netværk at kategorierne oversættes til en representatoin i form af reelle tal, og det har vist sig at en embedding med en dimension svarende til halvdelen af kategorier er tilstrækkelig til en effektivt representation. Hvis årets måneder for eksempel indgår om en kategoriel variabel, representeres de 12 måneder ved en vektor med seks reelle tal. I TFT-arkitekturen læres den nødvendige embedding i løbet af træningen og dermed finder netværket selv ud af hvilke kategorier, der ligner hinanden. Kontinuerte varialbe er i princippet allerede reelle tal og kan som udgangspunkt indgå direkte, men ved at foretage en embedding giver det netværket øget mulighed for lære ikke-linearitet i inputvariablene. Længden af vektorrepresentationen (*Hidden continous size*) kan sættes seperat for de enkelte variable, eller globalt for alle.

Centralt i TFT-arkitekturen er håndteringen af de tidslige sammenhænge, som beskrevet i afsnit 5.2.2 varetages af LSTM-lag i encoder og decoder samt den overliggende attentionmekanisme. Antallet af *LSTM-lag* og attention-lag *Attention Head Size* er styrende for hvor mange foreskellige tidlige afhnægigheder, netværket kan lære. Attention-mekanismen er den primære del i denne sammenhæng, men LSTM-lageene påvirker hvordan data indgår i attention-mekanismen. Behovet for flere lag stiger med antallet af inputs, hvori sammenhænge skal læres og længden af inputsekvensen.

I udgangspunktet er attentionmekanismen maskeret, så kun data frem til det aktulle forudsigelsesskridt i prognosen er kendt for modellen. Det er imidlertid muligt at slå denne maskering fra i Pytorch-implementering og det har i projektet vist sig at give bedre resultater for modellen af have adgang til alle prognoseperiodens data i de enkelte punktprognoser. Da alle data er kendte ved prognoseperioden er det uproblematisk, men giver dog en begrænsning i de kausale sammenhænge, når data fremad i tid kan påvirke data bagud i tid. Det gav i særdeleshed mulighed for at bruge den målte vandstand forskudt, så den kunne indgå i både encoder og decoder og forskelle i tolkning af data i encoder og decoder derved mindsket.

### 6.2.2 Relateret til træning

Den helt centrail hyperparameter i træningen er læringsraten *Learning Rate* som afgør med hvor store skridt de enkelte parametre opdateres i hvert træningsskridt. Ved træningen af modellen er det målet at finde det globale minimum for tabsfunktionen. Tages der for stor skridt er det sandsynligt, at dette minimum ikke findes omend netværket bevæger sig i den rigtige retning hurtigt. Er læringsraten omvendt for lav vil træningen tage lang tid og sandsynligheden for at ende i et lokalt minimum tæt på den indledende initialiesring af netværket stiger (Li m.fl., 2020). Derfor implementeres enten automatisk eller manuelt – eller i en kombination – en gradvis reduktion i læringsraten.

Til træningen af neurale netværk generelt anvendes en optimeringsalgoritme, der ved hjælp af gradienter for de enkelte parametre udregnet på baggrund af det udregnede tab, justerer parametrene stokastisk. Ved træningen af TFT-netværket er anvendt en optimeringsalgoritme, kaldet Ranger, som er en adaptiv algoritme, der justerer læringsraten for de enkelte parametre i løbet af træningen. Den definerede læringsrate fungerer som et udgangspunkt og loft for algoritmen og er fortsat afgørende for kvaliteten af træning på trods af optimeringsalgoritmes adaptive natur (Lightning, 2022; Li m.fl., 2020). Ved gradvist at reducere den maksimale læringsrate tvinges algoritmen i retningen af et minimum.

Standardopsætningen i Pytorch implementeringen anvender en tilgang, hvor læringsraten reduceres med en faktor hver gang et platou i for eksempel validerings-tabet udregnet efter hvert træningsepoke. Det viste sig dog i projektet at denne tilgang til nærværende anvendelse gav problemer, da reduktionen ikke sker efter et antal epoker uden forbedring uden at skele til den aktuelle værdi af valideringstabet. Reduktionen i læringsraten gave umiddelbar reduktion i læringstabet som forventet, men ikke nødvendigvis samme og ofte modsatte resultat for valideringstabet, og dermed en indikation på en cementering af en overtræning. For at imødekomme dette er der i stedet anvendt en gradvist faldende maksimal læringsrate efter et fast antal epoker med den indledende læringsrate.

### Begrænsning af overfitting

Dropout har i projektet vist sig effektivt til at reducerer overfitting med en modelkomplesitet er muliggør læring af de givne sammenhænge. For yderligere at bekæmpe overtræning er der endvidere anvendt såkalt *Weight-decay* og *Gradient clipping*, der begge hjælper modellen til kombineret med dropout til at ballancere vægtene i netværket. Ved brug af vægt-henfald reduceres de trænede vægte med en lille andel ved hver opdatering og gradient clipping reducerer store gradienter, der eller ville skab store ændringer i enkelte vægte.

### 6.2.3 Træning af model

Den tilgængelige data opdeles, så en del anvendes til træning og den resterende del anvendes til test af den trænede model. En del af den data, der ikke anvendes til træning anvendes til validering af modellen i løbet af træningen, så performance på for modellen uset data kan monitores. Træningen kan dermed afbrydes så overfitting minimeres når performance på valideringesdatasættet ikke forbedres. Det er ønskeligt at have et forholdsvist stort valideringsdatasæt, der samtidig ikke afviger for meget fra træningsdatasættet for at sikre en tilstrækkelig træning uden overfitting.

I projektet er der anvendt sådan såkaldt "Early Stopping", der ud over at minimere overfitting samtidig begrænser træningstiden. Den modelkonfiguration, der gav den bedste performance på valideringssættet gemmes sammen med den fra sidste træningsskridt.

Når modellen trænes præsenteres den for større eller mindre bidder af den tilgængelige træningsdata inden vægtene opdateres. Antallet af encoder-decoder datavinduer, der gives til modellen af gangen kaldes *Batch size*, har betydning for træningen. Datavinduerne kan udvælges tilfældigt og samles til et batch eller fødes i ordnet rækkefølge. I sidstnævnte tilfælde samles vinduerne ikke i batches (det er muligvis en bug) men sammen effekt kan opnås ved at akkumulere gradienter fra flere enkelte vinduer. Det har vist sig i projektet at for store batches vanskeliggjorde læringen af de enkelte hændelser og modsat at for små effektive batches gav voldsomt fluktuerende vægte under træningen og markant længere tid til konvergens med dårligere resultat.

Da det primære fokus for prognosemodellerne er responsen på nedbør, der potentielt kan forårsage oversvømmelser er præcision i peridoer uden nedbør mindre vigtig. En vægtet udvælgelse af datavinduer til træningen, hvor sandsynligheden for at blive valgt stiger med mængden af nedbør op til og efter prognosetidspunktet gav forbedret modelperformance med reduceret træningstid. Derfor er denne tilgang anvendt i de præsenterede resultater.

## 6.3 Mål for performance

For at kunne sammenligne performance af forskellige modelkandidater er der anvendt to parametre, nemlig Nash-Sutcliffe effektivitet vidt udbredt indenfor afstrømsmodellering og Kling-Gupta effektivitet. Begge parametre udregnes på baggrund af tidsserier med modeldata og målte data og i nærværende projekt er parametrene udregnet ud fra tidsserier for hele testperidoen for forudsigelseshorisonter på 12, 24 og 36 timer. Der er valgt to parametre, da de har forskellige egenskaber og det giver dermed en større robusthed i sammenligningen af modelkandidater. De valgte parametre beskrives i det følgende basseret på Knoben m.fl. (2019).

Derudover udregnes for enkelte modelkandidater indenfor hvilken afstand til de målte vandstande modelprognosen for en 24 timers horisont er 96% af tiden. Dette for at kunne sammenligne med det performancemål, der er opsat i Balbarini m.fl. (2020) for en lignende prognosemodel for Vejle Å, hvor kravet er maksimalt 0.15 m 96% af tiden.

### 6.3.1 Nash-Sutcliffe effektivitet

Nash-Sutcliffe effektivitet NSE beregnes ud fra ligning (6.3):

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^{T} (H_o^t - H_m^t)^2}{\sum_{t=1}^{T} (H_o^t - \overline{H}_o)^2}$$
(6.3)

hvor  $H_o^t$  og  $H_m^t$  vandstand observeret henholdsvis modelleret til tiden t og  $\overline{H}_o$  er den gennemsnitslige observerede vandstand.

Tælleren udregner altså variansen i modellens forudsigelsesfejl, mens nævneren udregner variansen i de målte data. En perfekte model med en fejlvarian på 0 giver derfor NSE = 1 mens en model med en fejlvarians lig variansen i måledata giver NSE = 0. Sidstnævnte svarer til at modellen forudsiger data ligeså godt som middelværdien i data. NSE er følsom overfor bias relativt til variansen i data, altså middelforskydning mellem model og målte data set i forhold til variansen i de målte data. I kraft af kvardreringen i tæller og nævner er NSE stærkt følsom overfor outliere i data.

Da der i projektet primært er fokus på at forudsige større afstrømningshændelser udregnes NSE for en øvre kvartiler, så  $NSE_{50}$  for eksempel udregnes for tidskridt med de 50% største målte vandstande.

### 6.3.2 Kling-Gupta effektivitet

Kling-Gupta effektivitet (KGE)for en model er en sammensat performance parameter, der inddrager korrelationskoefficent, varians og middelværdi. Kling-Gupta Effektivitet ligner NSE, men der er væsentlige forskelle. KGE er defineret i ligning (6.4):
$$KGE = 1 - ED, \text{ hvor}$$
  
$$ED = \sqrt{(a \cdot (r-1))^2 + (b \cdot (\alpha - 1))^2 + (c \cdot (\beta - 1))^2}$$
(6.4)

hvor r er Pearson korrelationskoefficient mellem model og observeret data og  $\alpha = \sigma_m/\sigma_o$  og  $\beta = \mu_m/\mu_o$  er forholdet mellem standardafvigelse henholdsvis middelværdi i model og observeret data. a,b,c er skaleringsfaktorer, så vægtning af elementerne er muligt.

Som for NSE svarer KGE = 1 til et perfekt fit mellem model og målte data. Performance svarende til at anvende middelværdien resulterer i KGE  $\approx -0.41$  og KGE = 0 er altså en bedre performance en at anvende middelværdien. En høj værdi af NSE resulterer ikke nødvendigvis i en høj værdi af KGE og ej heller omvendt. Eksempelvis kan en perfekt, men middelforskudt model for data lille varians i forhold til middelforskydningen derfor give KGE > 0 og NSE < 0.

Det skyldes at der indgår tre elementer i KGE eksplicit og i udgangspunktet ligeligt vægtet modsat i definitionen af NSE. r er følsom overfor covariation i model og observerede data og altså timingen og retningen i variationerne, men ufølsom overfor skala og bias.  $\alpha$  er følsom over for størrelse af variabiliteten i data, men uafhængig af timingen og middelværdiforskydninger. Og til sidst er  $\beta$  følsom overfor middelværdiforskydninger spredning og timing uagtet. Det er muligt at vægte de tre elementer for at flytte fokus for parametren, hvilket dog ikke er gjort i nærværende projekt, hvor a = b = c = 1 er anvendt.

# Resultater



Træning af neurale netværk kræver data og mængden af og variationen i tilgængelig data er afgørende for det trænedes netværks evne til at forudsige usete data. Det giver anledning til udfordringer i forhold til inklusion af jordfugtighedsdata, idet der for Vaarstvej-stationerne er data fra november 2020 og frem og for Brinkhus-stationen først fra medio oktober 2021 og frem. Data for vandstand og vandføring for station Brinkhus N findes fra juni 2019, men data er af svingende kvalitet.

På baggrund af tilgængeligheden af data og analysen af sammenhængen mellem jordfugt, tørkeindeks og vandstand ved de tre vandløbsstationer i afsnit 4.2 vil der i det følgende blive præsenteret resultater ud fra følgende fokusser for de tre primære vandløb:

- Elling Å Modelperformance. Beregnede afledte variable som tørkeindeks kontra målte variable. Rumligt distribueret eller aggregeret nedbør.
- Romdrup Å Modelperformance. Beregnede afledte variable som tørkeindeks kontra målte variable. Jordfugt kontra tørkeindeks i model.
- Brinkhus N Jordfugtighed kontra t
  ørkeindeks med begr
  ænset datam
  ængde.

Der indledes med generelle resultater omkring TFT-arkitekturen og afrundes med resultater for undersøgelsen af overførbarheden af allerede trænede netværk til andre vandløb.

Figur 7.1 viser den anvendte opdeling af data for i trænings-, valideringsog test-sæt for Elling Å og Romdrup Å.

Validering		Træning	Test	<b>⊢</b> da
8.2014 -	4.2015 -		8.2021 -	Å

**Figur 7.1:** Viser opdelingen af data for Romdrup Å og Elling Å.

### 7.1 Tolkbarhed og usikkerhedsestimat

Inden mere konkrete resultater presenteres indledes med observationer knyttet til to af argumenterne for at anvende TemporalFusionTransformerarkitekturen, nemlig muligheden for usikkerhedsestimat på prognosen samt tolkbarheden af attentionsmekanismen i forhold til betydnigen af inputvariable.

Figur 7.2 viser et eksempel på en prognose for Elling Å med startidspunkt for prognosen den 20. februar 2022 klokken 12 suppleret med en opsummering af hvilke variable, der har haft indflydelse på prognosen. Den grå kurve i viser, hvor modellen har lagt sit fokus i forudsigelsen og ligesom hvilke variable, der har indflydelse, ændrer det tidslige fokus sig fra prognose til prognose afhængig af inputdata. Det betyder også at det er muligt at summere betydningen over for eksempel et helt test eller valideringsdataset og dermed finde ud af hvilke variable, der er mest betydende. Det har dog vist sig med arbejdet med modellen, at forskellige realiseringer af en model med lignende performance kan lægge vægt på forskellige inputvariable og til forskellige tidspunkter. Dermed er det ikke muligt ud fra en model at konkludere hvilke variable, der potentielt kan udelades, men når flere modelrealiseringer viser et konsistent mønster giver det en god indikation på robusthed og minimerer behovet for tidskrævende krydsvalidering. Den målte vandstand, eller den tidsligt forskudte variant, og nedbør er generelt blandt de mest betydningsfulde variable i såvel træningsdatasæt som validerings- og test-datasæt.



**Figur 7.2:** Et eksempel på en prognose inklusive information omkring hvilke varialbe, der påvirkede prognosen. Kurven med grå i prognoseplottet viser, ved hvilke tidsskridt, modellen har haft sin opmærksomhed, mens de orange bånd omkring prognosen er usikkerhedsestimat. I figur 7.2 er der plottet et usikkerhedsestimat omkring prognosen. Usikkerhedsestimatet er ikke probabistisk genereret, men de enkelte kvartiler i outputtet læres i træningen idet modellen generer et output for hver kvartil i usikkerhedsestimatet. Der anvendes en tabsfunktion kaldet QuantileLoss, som udregner et samlet tab som en vægtet sum af alle outputkvartilers tab, hvor vægtene udgøres af kvartilernes andel af data. Funktionen er beskrevet i detaljer i appendiks D.

Når en model trænes mere, vil usikkerhedsbåndet altså indsnævres, sålænge modellen kan optimeres med den tilgængelige træningsdata som det fremgår af figur 7.3. Det øverste plot er da også fra træningsskridtet med det laveste valideringstab  $(5.7 \times 10^{-3})$  mens træningstabet var moderat højere  $(6.3 \times 10^{-3})$ . Den videre træning medførte en svag stigning i valideringstabet (til  $6.9 \times 10^{-3}$ ) mens træningstabet faldt (til  $2.9 \times 10^{-3}$ ) til sidste træningsskridt, hvorfra nederste plot er generet. Det er en stærk indikation på overtræning af modellen og perfomanceparametrene for det viste udsnit er da også dårlige i nederte plot. Udfordringen er, at det ikke gør sig gældende når parametrene udregnes for en længere testtidsserie, hvor den sidste model faktisk klarer sig bedre på alle parametre.

Usikkerhedsestimatet er derfor i praksis vanskeligt at anvende og vil ikke blive presenteret yderligere i det følgende. En bedre, men også beregningsmæssigt tungere måde at estimere usikkerheden på ville være at træne et ensemble af modeller og dermed udnytte den stokastiske natur i træningsprocessen til at udregne konfidensintervaller.



**Figur 7.3:** Et eksempel på modelresultater for en prognosehorisont på 36 timer for en modelkandidat for Romdrup Å. De anførte performanceparametre er udregnet udfra modelmiddel.

### 7.2 Modeller for Elling Å og Romdrup Å

I det følgende ses nærmere på et eksempel på en modelkandidat for Elling Å og Romdrup Å og væsentlige tendenser i modelafvigelser diskuteres. Det er værd at bemærke at der er tale om at der af hensyn til formidlingen alene preæsenteres en enkelt kandidat, som er udvalgt som en gennemsnitlig god model, der illustrer pointerne.

### 7.2.1 Elling Å

Figur 7.4 viser et plot af modelresultater for testperioden for en modelkandidat plottet for tre prognosehorisonter nemlig 12, 24 og 36 timer. Der ses en faldende performance med prognosehorisontens længde for alle performance-parametre, men 95% af tiden ligger prognosen et døgn frem indenfor 0.16 m fra den målte værdi. Det er ikke kun ved de store hændelser, der ses afvigelser idet perioden fra december 2021 til og med februar 2022 påvirker modellens performance-score særligt negativt.Figur 7.5 viser perioden med data fra samme model samt supplerende data.



**Figur 7.4:** Målt vandstandsdata for Elling Å vist sammen med modelprognoser for prognosehorisonter på 12, 24 og 36 timer for hele testperioden.

December 2021 startede med et stort snefald efter danske standarder og atypisk i forhold til modellens træningsdata. Snedybden vist sammen med 24 timers prognosehorisonten indgår ikke i modellen, men det er tydeligt at modellen forudsiger en vandstandsstigning som følge af nedbøren 1. december, som udebliver, da nedbøren falder som sne. Omvendt forudsiger modellen ikke vandstandstigningen forårsaget af afsmeltning senere. Udelades denne periode ligger prognosen 24 timer frem mindre end 0.14 m fra de målte værdier 95% af tiden.



**Figur 7.5:** Målt vandstandsdata for Elling Å vist sammen med modelprognoser for prognosehorisonter på 12, 24 og 36 timer suppleret med data for snedybde og havvandstand ved Frederikshavn. Uddrag af testperioden.

Den 27. januar 2022 ses en stigning i vandstanden, modellen ikke forudsiger. Stigningen falder sammen med en højvandshændelse mål i Frederikshavn med en vandstand over kote 0.5 m. Med et vandstand ved Elling Kirke under kote 1 m er det muligt at stigningen skyldes stuvning især ved østlige vindretninger. Men selvom havniveautidsserien er givet til modellen som input, har der tilsyneladnende ikke været tilstrækkeligt med lignende hændelser i træningsdata til at modellen har fundet en sammenhæng.

Eksemplerne understreger at en ML-model har svært ved at foretage forudsigelser, når forholdene ikke ligner noget, modellen har set i træningen, men også at modellens inputs skal være tilstrækkelige til at beskrive de faktiske forhold.





Figur 7.6 viser modelpronoser for vandstand plottet imod målt vandstand. Der er så godt som ingen bias i modellen udfra den bedste rette linje gennem punkterne, omend der ses en tendens til at modellen overvurderer de største vandstande. Set ud fra en oversvømmelsesperspektiv er det bedre end hvis modellen konsekvent undervurderer de største hændelser.

### 7.2.2 Romdrup Å

Romdrup Å er i træningsperioden, modsat Elling Å, stærkt påvirket af grødevækst med stor fald i vandstanden efter grødeskæring, men også med væsentlige variationer fra år til år. Figur 7.7 viser resultater for testperioden, der dog slutter ved udgangen af marts grundet manglende tilgængelighed af data, og det fremgår at der opnås en performance på niveau med den for Elling Å. For prognoser et døgn frem ligger modelforudsigelsen indenfor 0.10 m fra de målte værdier 95% af tiden.

Der ses de samme udfordringer for modellen for Romdrup Å i vinterperioden som for Elling Å i forbindelse med snefaldet i december 2021 og en mindre vandstandsstigning den 27. januar 2022 viser at stuvning også sker i Romdrup Å. Modellerne for Romdrup Å har dog også generelt sværere ved at forudsige nedbørsresponsen i sensommeren og efteråret end i den øvrige del af testperioden.

Figur 7.8 viser data for en del af september og oktober 2021, hvor det fremgår fremgår at modelperformance er lavere end for den fulde testperiode. Modellen forudsiger den største vandstand præcist også i tid, men hændelserne op til underestimeres og timingen er heller ikke præcis. Ved hændelserne i september estimerer modellen vandløbsresponsen til at ske for tidligt.



**Figur 7.7:** Målt vandstandsdata for Romdrup Å vist sammen med modelprognoser for prognosehorisonter på 12, 24 og 36 timer for hele testperidoen.

Det er ikke lykkedes at finde en løsning, der kunne forbedre modelperformance i denne periode yderligere. Der er mindst to mulige forklaringer på den dårligere performance i denne periode, den ene knyttet til grøden i vandløbet og den anden til hydrologien i oplandet. Den meget store variation, der er i grøden i vandløbet fra år til år, påvirker vandløbsresponsen i perioden og giver giver variationer i vandstanden, som modellen har haft svært ved at finde sammenhænge i træningsdata. Romdrup Å ligger i en bred drænet dal omgivet af stejle sider og højereliggende terræn og det er derfor sansynligt at vandløbets respons på nedbør afhænger stærkt af vandindhold i jorden i dalen og grundvandspejlet i oplandet. I den vådere del af året er variationerne heri antageligvis af mindre betydning. Fælles for begge forklaring er at modellen sansynligvis ikke har haft adgang til tilstrækkelig data, der beskriver variationer i data i træningsperioden.

Figur 7.9 viser som ved Elling Å begrænset bias ved prognosehorisont på 12 timer, men den dårlige performance ved længere horisonter beskrevet tidligere fremgår også tydeligt her. Især ved de større hændelser ses afvigelser, men modellen hverken over- eller underestimerer konsekvent.



**Figur 7.8:** Målt vandstandsdata for Romdrup Å vist sammen med modelprognoser for prognosehorisonter på 12, 24 og 36 timer for et uddrag af testperioden.

**Figur 7.9:** Modelleret mod målt vandstandskote for den tidligere præsenterede modelkandidat for Romdrup Å. a er hældningen på den bedste rette linje og  $\sigma$  er standardafvigelse af afvigelsen fra denne linje.



### 7.3 Betydning af modelkonfiguration

Der er taget en række valg i forhold til konfigurationen af modellerne, dels hvad angår netværket og træningen og dels hvad angår inputvariable. I det følgende præsenteres resultater, der illustrerer betydningen af disse valg.

### 7.3.1 Rumligt distribueret eller aggregeret nedbør

Med henblik på enkelt at kunne overføre et prætrænet netværk fra et vandløb til et andet er det nødvendigt at have de sammen inputvariable for begge. Det giver udfordringer i forhold til at anvende spatialt distribueret data ved oplande af forskellige størrelse og derfor er det blevet undersøgt, om rumlig aggregering af data påvirker modelperformance. (Li m.fl., 2020) Det antages at den størreste rumlige variation af betydning indenfor oplandet ses i nedbøren og derfor er en model for Elling Å trænet med aggregeret nedbørsdata, altså som en variabel, og med 10 km griddata for nedbør i 6 variable. De øvrige data holdes uforandret.

**Tabel 7.1:** Performance-parametre for to modelkonfigurationer for Elling Å, en med gennemsnitslig nedbør for hele oplandet og en med rumligt distribueret nedbør.

		NSE			NSE <sub>75</sub>		KGE				
Horisont [h]	12	24	36	12	24	36	12	24	36		
Gennemsnit	0.92	0.88	0.85	0.89	0.83	0.79	0.94	0.92	0.91		
Distribueret	0.89	0.86	0.86	0.83	0.81	0.8	0.92	0.92	0.92		

Tabel 7.1 viser gennemsnitslige performanceparametre udregnet for hele testperioden for tre træninger af hver konfiguration. Der ses en lidt bedre performance med aggregeret data for prognosehorisonterner 12 og 24 timer generelt, men lidt dårligere for 36 timers horisont. Resultatet kan ikke nødvendigvis generaliseres til andre oplande, men det tyder dog på at en nedskalering af den spatiale opløsning ikke er af væsentlig betydning negativt for modelperformance.

### 7.3.2 Beregnede afledte variable eller rå vejrdata

Den generelle antagelse om at de fysiske sammenhænge, der driver data, ligger implicitet i data og derfor kan læres alene ud fra data, fordrer at MLmodeller er bedst tjent med variable, der ikke er udregnet på baggrund af andre variable. Potentiel fordampning er et eksempel på en sådan beregnet variabel, ligesom tørkeindekset er, omend det dog inkluderer en hukommelse. En lang inputsekvens i encoder-delen af netværket er beregningsmæssigt tungere i træning og prognoseberegning, og samtidig vanskeliggøre læringen af relevante sammenhænge i data. Da det er valgt at anvende en encoder-længde på syv dage betyder det at en del historik i systemet ikke er synlig direkte i data, der anvendes til en specifik prognose.

Derfor er det blevet undersøgt, hvordan en modelopsætning med med beregnede variable performer sammenlignet med en opsætning, der istedet inddrager de variable, der ligger til grund for de beregnede varialbe. Vandstand, nedbør og temperatur indgår i alle modeller.

EN LILLE TABEL MED de forskellige variable (tørkeindeks, potentiel fordampning, akkummulerede solskins- og gradtimer) – Beregnede inkluderer tørkeindeks, potentiel fordampning, akkumulerede solskinstimer og gradtimer, men rå vejrdata inkluderer alle variable brugt til at beregne de beregnede variable.

**Tabel 7.2:** Performance-parametre for to modelkonfigurationer for Elling Å og Romdrup Å. Beregnede inkluderer tørkeindeks, potentiel fordampning, akkumulerede solskinstimer og gradtimer, men rå vejrdata inkluderer alle variable brugt til at beregne de beregnede variable.

			NSE			KGE	
	Horisont [h]	12	24	36	12	24	36
Romdrup Å	Beregnede Bå veirdata	0.93	0.91	0.89	0.94	0.92	0.90
	Na vejiuata	0.09	0.05	0.02	KGE           36         12         24           .89         0.94         0.92         0.           .82         0.90         0.83         0.           .85         0.90         0.89         0.           .85         0.94         0.92         0.	0.70	
Elling Å	Beregnede	0.90	0.87	0.85	0.90	0.89	0.89
	Romdrup ÅBeregnede Rå vejrdata $0.93$ $0.91$ $0.89$ $0.94$ $0.92$ Beregnede $0.89$ $0.85$ $0.82$ $0.90$ $0.83$ Elling ÅBeregnede Rå vejrdata $0.90$ $0.87$ $0.85$ $0.90$ $0.89$ 0.90 $0.92$ $0.88$ $0.92$ $0.88$ $0.92$ $0.94$ $0.92$	0.92	0.91				

Tabel 7.2 viser gennemsnitslige performanceparametre for fire modelkandidater for Elling Å og Romdrup Å. Det fremgår at modellerne for Romdrup Å performer bedre med de beregnede variable end med de rå vejrdata, mens det forholder sig omvendt for modellerne for Elling Å. Forskellen er dog størst for Romdrup Å og det kan meget vel hænge sammen med at historikken er vigtig i forhold til grødevæksten. Resultatet kan dog også hænge sammen med at de hydrologiske forhold, hvor den historik, som findes i vandstanden og encoder-data ikke er tilstrækkelig til at beskrive variationerne i de forhold, der påvirker nedbørsresponsen som beskrevet ovenfor.

### 7.4 Jordfugtighed i modellerne

Det har været en centralt fokus i projektet at undersøge hvorvidt jordfugtighedsdata kan forbedre modelperformance. Den indledende analyse i afsnit 4.2 viste at der især for Brinkhus N og i mindre grad Rompdrup Å var en sammenhæng mellem målt jordfugtighed og vandstandsresponsen på nedbør.

Der er foretaget seperate undersøgelser med forskellige tilgang for Romdrup Å og Brinkhus og de beskrives derfor seperat i det følgende.

### 7.4.1 Romdrup Å

For Romdrup Å har det takket være den tilgængelige datamængde været muligt at opbygge en referencemodel, der viser gode resultater. Udgangspunktet har derfor for Romdrup Å været at undersøge om denne model kunne forbedres ved at inddrage jordfugtighedsdata. Disse data er imidertid tilgængelige for en væsentlig kortere periode. Derfor har tilgangen været at pretræne en model på den fulde træningstidserie uden jordfugtighedsdata, men forberedt med variable til jordfugtighedsdata. Denne model er efterfølgende gentrænet med en data fra en del af perioden med tilgængelig jordfugtighedsdata og testet på den resterende del af perioden. Gentræningen er foretaget for samme periode med tørkeindeks for at eliminere betydning af gentræningen på performance i testperioden.

Pretræningen er udført med jordfugtighedsvariable sat som middelværdi af det faktisk målte, men der har også været eksperimenteret med anvendelsen af modelgenerede jordfugtighedsdata. Gentræningen på en begrænset del af den oprindelige træningsdata har imidlertid haft en negativ effekt på modellens performance på testperidoen uanset input grundet optimering til forhold i de nye træningsdata, der ikke ligner testperiodens data. Det har derfor vist sig umuligt at gennemføre meningsfuld træning og foretage en meningsfuld sammenlignning af performanceparametre.

Der er heller ikke observeret kvalitative forbedringer ved gentræning med jordfugtighedsdata på den del af testperioden, som i figur 7.8 blev illustreret som vanskelig for modellen. Det tyder på at udfordringerne her hænger sammen med variationerne i grødetilstanden snarere end niveauet for jordfugtigheden.

### 7.4.2 Brinkhus

For Brinkhus er data tilgængelig for en kortere periode og derfor er der ikke indledningsvist opbygget en referencemodel. Da der desværre er et udfald i jordfugtighedsdata cirka midt i perioden med tilgængelige data, er det besluttet at benytte perioden op til dette hul som træningsdata og perioden efter som valideringsdata. Der er trænet modeller med fire foreskellige inputs relateret til jordfugtighed. Målt jordfugtighedsdata kendes naturligvis kun frem til prognosetidspunktet, hvorimod tørkeindekset let kan beregnes på baggrund af vejrprognosedata for prognosesperioden. For at have det mest rimelige sammenligningsgrundlag indgår tørkeindekset derfor i to variationer af modelopsætningen, og de fire opsætninger er derfor:

- SM:all med jordfugtighedsdata for alle 6 målte niveauer
- SM:top2 med jordfugtghedsdata for de to øverste niveauer
- Tl:enc beregnet tørkeindeks alene i encoder
- TI:dec beregnet tørkeindeks i både encoder og decoder

Figur 7.10 viser boxplot over performanceparametrene NSE,  $NSE_{50}$  og KGE for valideringsperioden for modeller trænet med de beskrevne inputs. Der ses den størte forskel på modelvarianterne mellem medianen for de tre paramatre ved en prognosehorisont på 12 og modelvariant TI:enc med tørkeindeks i de kendte encoder data klarer sig dårligst på tværs af alle tre performance-parametre og prognosehorisonter.



Det er værd at bemærke at ingen af modellerne leverer performance på linje med modellerne for Elling Å og Romdrup Å præsenteret tidligere. Det skyldes en meget kortere periode med træningsdata indenfor hvilken variationerne i data ikke ligner variationerne i valideringsperioden. Der er for eksempel meget lille variation i tørkeindekset og alene i den øverste del af udfaldsrummet i træningsperioden sammenlignet med valideringsperioden med et historisk tørt forår 2022. Det samme gør sig gældende for de målte jordfugtigheden, omend i mindre grad.

**Figur 7.10:** Boxplot over performance-parametre for 30 realiseringer af vandstandsmodeller for Brinkhus N med forskellige inputs ved prognosehorisont på 12, 24 og 36 timer. *SM:all* er med jordfugtigsdata for alle dybder og *SM:top2* ditto for de to øverste data. *TI:enc* og *TI:dec* er med tørkeindeks kun i encoder henholdsvis i både encoder og decoder. At modelvarianten SM:all med jordfugtighedsdata for alle dybder performer dårligere end SM:top2, hvor kun de to øverste niveauer indgår, kan skyldes at de nedre niveauer ikke har betydning, men det kan ikke konkluderes, da en ligeså sandsynlig forklaring kan findes i den korte træningsperiode.

Det er ikke ud fra undersøgelsen muligt at drage stærke konklusioner om hvilken variant, der er bedst, da der ikke er signifikante forskelle. Det kan skyldes at der reelt ikke er forskelle, men en forklaring kan også være det lave antal observationer. Men ikke desto mindre tyder undersøgelse på, at jordfugtighedsdata bidrager med mere information end tørkeindekset til vandløbets nedbørsrespons. En fordel med tørkeindekset er imidlertid at det er let at beregne for prognoseperioden på baggrund af vejrprognosen og modelvarianten TI:dec med tørkeindekset i både encoder og decoder klarer sig gennemgående bedst og med mindst variation mellem træningerne.

Når modelvarianten TI:dec med tørkeindeks i prognoseperioden performer mest konsistent og bedst, fristes man til at konkludere at modellen har svært ved at lære akkummulerede effekter. Det er dog over så kort en periode, at det synes usandsynligt, at det skulle være forklaringen. I arbejdet med model-arkitekturen har det vist sig at modellen kan give uventede resultater, når ikke alle variable, der indgår i encoderen indgår i decoderen. Konklusionen underbygges desuden af den bedre performance for TI:enc ved længere prognosehorisonter. Det er ikke lykkedes at finde en forklaring på denne observation, som dog sandsynligvis er knyttet til opbygningen med separate netværk i encoder og decoder. Det kan meget vel være den væsentlig del af forklaringen på den opserverede bedre performance for TI:dec, især taget den begrænsede træning taget i betragtning.

Datamængden er helt afgørende for modellens anvendelighed på uset data. Hændelsen i april viser med al ønskelig tydelighed, at det er en svaghed ved at bruge machinelearning-modeller med begrænsede data. PLOT ET EKSEMPEL FRA MODEL-DATA

### 7.5 Overførbarhed til andre vandløb

Som det er fremgået af resultaterne præsenteret indtil videre og rapporten i øvrigt, er det en afgørende nødvendighed for ML-modellers performance at der er tilstrækkelig data tilgængelig til træning og at data i et vist omfang ligner data, modellens skal anvendes på.

<b>Figur 7.11:</b> Viser opdeling af
data anvendt ved undersøgelse
af overførbarhed.

Træning	Test
-[48, 18, 9, 3]mnd - 31.12.2020	1.1.2021 + [1,2,4,6,9,12]mnd
1.2017 -	1.1.2021 - 15.3.2021 Validering

For hvert af de fire udvalgte vandløb beskrevet i kapitel 3 er der gennemført træninger med 3, 9, 18, og 48 måneders træningsdata regnet bagud fra 31.12.2020. Træningerne er foretaget for netværk pretrænet på Elling Å og Romdrup Å samt et netværk uden pretræning, alle med samme konfiguration. For alle træninger er der anvendte en valideringsperiode fra 1.1.2021 til 15.3.2021. Alle træninger er gennemført tre gange og der er udregnet performanceparametre for modellerne for 1, 2, 4, 6, 9 og 12 måneder frem fra 1.1.2021. Figur E.2 viser et overblik over resultaterne for NSE<sub>50</sub>. Resultater for NSE og KGE viser samme tendens og kan ses i **??**.

Helt generelt ses som forventet bedre performance med mere træningsdata og de pretrænede modeller leverer bedre resultater en et utrænet netværk med en begrænset datamængde. Der ses dog store forskelle mellem de fire vandløb både i forhold til hvor meget data de tre modeludgangspunkter har brug for at give gode resultater og i forhold til hvilke dele af testperioden der bedst forudsiger.

Ingen af modellerne trænet uden pretræning scorer over 0.5 på NSE<sub>50</sub> på en testperiode op til 4 månedere frem med 3 og 9 måneders træningsdata og selv med 48 månederes træning opnås kun performance på niveua med de pretrænede net for to af fire vandløb. Bredkær Bæk kræver mindst træningsdata for at give gode resultater uden pretræning, mens Holtum Å end ikke med 48 måneders træning scorer over 0.5 på NSE<sub>50</sub>. Med et pretrænet netværk opnås i mindst en af træningerne med 18 månders data NSE<sub>50</sub> > 0.83 for en prognosehorisont på 24 timer over en testperiode på et år for alle fire vandløb og for Ribe Å opnås endog NSE<sub>50</sub> > 0.95 for alle tre træninger med modellen fra Elling Å. Det er med andre ord bedre performance end opnået for Elling Å og Romdrup Å beskrevet ovenfor.



**Figur 7.12:** NSE<sub>50</sub> beregnet for tidsserie af prognoser med en prognosehorisont på 24 timer. Tallene til højre viser antal måneders træningsdata og farver og linjetyper viser hvilken model, der er udgangspunkt for træningen. Bemærk at for læsevenligheden er alle NSE<sub>50</sub> < -0.1 plottet som NSE<sub>50</sub> = -0.1. Vandløbene er ordnet efter oplandsareal.

Det er interessant at bemærke at performance ved en forudsigelseslængde på 1 og til dels 2 måneder er lavere for de pretrænede netværk med 9 måneders træning frem for med 3 måneders træning med undtagelse af for Bredkær Bæk. Det skyldes sandsynligvis at der er variation over året og den ekstra træningsdata med ved 9 måneders træning omfatter ikke januar og februar, som er testperioden ved 2 måneders forudsigelsesperiode. Omvendt stiger performance for den øvrige del af året. Det indikerer at træningen resultaterer i en stærkere tilpasning til en træningsperiode, der ikke ligner forudsigelsesperioden. Ved 18 måneders træning ses da også bedre performance for hele året helt generelt for de pretrænede netværk.

Det er ikke umiddelbart indlysende hvilken af de pretrænede modeller, der er bedst i forhold til de forskellige vandløb, da der ses variationer mellem mængden af træning, men også mellem foreskellige performanceparametre.

## Del III

## Opsamling

Diskussion

Konklusion

# Diskussion



Der blev indledningsvist fundet statistisk signifikante sammenhænge mellem målt jordfugtighed og ændringer i vandløbsvandstand forårsaget af nedbør og Brinkhus og i mindre grad for Romdrup Å, hvor tørkeindeks var ligeså godt. De samme resultater blev delvist genfundet i de opstillede prognosemodeller, omend med mindre udtalt betydning i Brinkhus. Det viste sig dog at den begrænsede tidsperiode med jordfugtighedsdata vanskeliggør træning af neurale netværk i forhold til at konkludere disse data betydning.

Romdrup Å udviser i de tilgængelig data stærk påvirkning af grøde, som ser ud til at påvirke modellens performance som prognosemodel og det har derfor ikke været den optimale case til at undersøge betydningen af jordfugtigheden som input. Samtidig er jordfugtighedsmålerne ikke placeret med vandstandsforudsigelse som formål og det skønnes at en placering tættere på vandløbet i dalen vil være mere fordelagtig med tanke på hydrologien i området. I Brinkhus er geologien og hydrologien markant anderledes, og placeringen af sensoren vurderes her mere egnet, men i begge tilfælde vil det være nødvendigt med flere sensorer placeret i forskelligartede dele af oplandet for at kunne vurdere den reelle kausale betydning af jordfugtigheden.

TemporalFusionTransformer-arktitektur har vist sig velegnet som udgangspunkt for prognosemodeller for vandstand med overbevisende resultater i forhold til overførbarhed til andre vandløb end en model oprindelig er trænet på. En tilgang med rumligt aggregeret data har vist sig effektiv i denne henseende. I projektet er der ikke udført træning på flere vandløb iterativ for at optimere modelperformance, men resultaterne knyttet til overførbarheden sandsynliggør at det er vil gunstigt. Desuden giver arkitekturen mulighed for at træne på flere vandløbs samtidigt og differentiere dem fra hinanden med kontekstuelle variable. Det synes oplagt at arbejde videre i denne retning og lade de konstektuelle variable beskrive geografiske, hydrologiske og geologiske karakteristika for oplande og vandløb.

Det er ønskeligt at kunne knytte usikkerhedsestimater til vandstandsprognoserne. TFT-arkitekturen tilbyder en beregningsmæssigt effektiv måde at give sådanna estimater, men de har vist sig begrænset pålidelige idet de er stærkt afhængige af blandt andet træningen af netværket. En bedre løsning, omend beregningsmæssigt tungere, løsning vil være at drage fordel af den stokastiske natur der er integreret i træningen af neurale netværk og i stedet træne flere modelkandidater og bruge disse som ensemble til at generere prognoser. I projektet er der anvendt målte vejrdata som input til prognoserne. I praksis vil der naturligvis skulle anvendes vejrprognosedata, som er forbundet med usikkerhed, og det vil derfor nødvendigvis påvirke prognosemodellernes performance. Samtidig er der usikkerhed forbundet med vejrprognoserne, som vil propagere over til usikkerhed i vandstandsprognoserne. Betydningen af usikkerhed vejrprognosedata er ikke undersøgt i projektet, men bør blive det inden prognoser kan anvendes i praksis. DMI planlægger at gøre vejrprognoser 60 timer frem tilgængelige i løbet af 2022.

# Konklusion



Projektets problemstilling er søgt besvaret ved med udgangspunkt i vandløbene Elling Å og Romdrup Å at undersøge for sammenhænge mellem målt jordfugtighed og vandløbenes vandstandsrespons på nedbør og dernæst at opsætte prognosemodeller ved hjælp af den neurale netværk. Afslutningsvis er overførbarheden af trænede modeller til vandløbene Bredkær Bæk, Seerdrup Å, Holtum Å og Ribe Å undersøgt.

Der blev fundet en signifikant sammenhæng mellem variationer i vandstandsresponsen på nedbørshændelser og målt jordfugtighed for stationen Brinkhus N i Møllebæk, med et lille delopland til Elling Å, men ikke for station Elling Kirke. For Romdrup Å ved station Lodsholm Bro blev der ligeledes fundet signifikante sammenhænge med jordfutighedsdata målt ved Vaarstvej, men jordfugtigheden bidrog ikke mere til forklaringsgraden end DMI's tørkeindeks.

Den neurale netværksarkitektur TemporalFusionTransformer (TFT) er blevet anvendt til pronosemodeller, der forudsiger vandstanden 36 timer frem med en opløsning på en time på baggrund af målte data, herunder vejrdata, og vejrprognosedata. Da prognosedata endnu ikke er tilgængelige er der i praksis anvendt målte data som prognosedata. TFT-netværk kan give usikkerhedsestimater på prognoserne, men disse har vist sig svært anvendelige i praksis i nærværende kontekst.

For Elling Å og Romdrup Å opnås NSE > 0.89 for en prognosehorisont på 36 timer over en testperiode på syv til ni måneder. For de højeste 50% vandstande opnås NSE<sub>50</sub> = 0.77 for Elling Å og NSE<sub>50</sub> = 0.84 for Romdrup Å. De højeste vandstande forudsiges præcist i tid, men nogle overestimeres og andre underestimeres. For en prognosehorisont på 24 timer ligger prognosen 95% af tiden inden for 0.16 m og 0.10 m af de målte vandstande for Elling Å henholdsvis Romdrup Å.

Ved at træne TFT-netværk med jordfugtighed og med tørkeindeks som input seperat for Brinkhus N og Romdrup Å er det undersøgt, om de fundne statistiske sammenhænge gav anledning til forbedre modelperformance. For Romdrup Å blev der ikke fundet en forbedring af allerede trænede modeller ved inddragelse af jordfugtighed mens der for Brinkhus N blev set bedre prognoser med en horisont på 12 timer med målt jordfugtighed fremfor tørkeindeks. Effekten var mindre ved længere prognosehorisonter. Der blev opnået bedre performance med jordfugtighed for de to øverste måleniveauer i jordprofilet end med alle seks niveauer. Overførsel af netværk mellem vandløb gav overbevisende resultater med en begrænset periode med gentrægningsdata sammenlignet med træning af et netværk fra bunden. Med 18 måneders træningsdata blev der opnået NSE<sub>5</sub>0 > 0.83 for en 24-timers prognosehorisont og et års testdata for mindst en modelrealisering for alle fire vandløb på baggrund af pretrænede modeller. Til sammenligning opnåede et nyt netværk maksimalt NSE<sub>5</sub>0 = 0.79 ved Bredkær Bæk og maksimalt NSE<sub>5</sub>0 < 0.60 for de øvrige vandløb. Med blot 3 månederes træningsdata gav pretrænede netværk brugbare prognoser, omend ikke med så god performance som med mere tilgængelig data.

## Bibliografi

- Agresti, A. og B. Finlay (2013). *Statistical Methods for the Social Sciences*. Pearson custom library. Pearson Prentice Hall. ISBN: 9781292021669.
- AquaCheck Sub-Surface and Classic series probes (apr. 2019). Version 1.9. AquaCheck (Pty) Ltd.
- Bao, Yukun, Tao Xiong og Zhongyi Hu (2014). "Multi-step-ahead time series prediction using multiple-output support vector regression". I: *Neurocomputing* 129, s. 482–493. ISSN: 0925-2312. DOI: 10.1016/ j.neucom.2013.09.010.
- Bedient, Philip B., Wayne C. Huber og Baxter E. Vieux (2008). *Hydrology* and *Floodplain Analysis*. Four. Prentice-Hall. ISBN: 0131745891.
- Berkhahn, Simon, Lothar Fuchs og Insa Neuweiler (2019). "An ensemble neural network model for real-time prediction of urban floods". I: *Journal of Hydrology* 575, s. 743–754. ISSN: 0022-1694. DOI: 10. 1016/j.jhydrol.2019.05.066.
- Bloem, Peter (18. aug. 2019). "Transformers from scratch". I: URL: peterbloem.nl/blog/transformers (bes. 09.05.2022).
- Den Europæiske Revisionsret (2019). Oversvømmelsesdirektivet : fremskridt med vurderingen af risici, men planlægningen og gennemførelsen bør forbedres. Særberetning nr. 25, 2018. Publikationskontoret. ISBN: 978-92-847-0999-1. DOI: 10.2865/345462.
- Gregersen, Peder m.fl. (2003). Etablering af pileanlæg Baggrundsrapport.
- Henonin, Justine m.fl. (feb. 2013). "Real-time urban flood forecasting and modelling – a state of the art". I: Journal of Hydroinformatics 15.3, s. 717–736. ISSN: 1464-7141. DOI: 10.2166/hydro.2013.132. eprint: https://iwaponline.com/jh/article-pdf/15/3/717/ 387049/717.pdf.
- Jellesen, C. S. (2015). *Modeludvikling til sæsonmæssig prædiktion af sommerminimumsafstrømning*. Kandidatspeciale. Aalborg Universitet.
- Jensen, Kaj Sand, red. (2006). "Naturen i Danmark Geologien". Gyldendal. ISBN: 87-02-03027-6.
- Knoben, W. J. M., J. E. Freer og R. A. Woods (2019). "Technical note: Inherent benchmark or not? Comparing Nash–Sutcliffe and Kling– Gupta efficiency scores". I: Hydrology and Earth System Sciences 23.10, s. 4323–4331. DOI: 10.5194/hess-23-4323-2019.
- Koch, Julian og Raphael Schneider (jan. 2022). "Long short-term memory networks enhance rainfall-runoff modelling at the national scale of Denmark". I: GEUS Bulletin 49. DOI: 10.34194/geusb.v49.8292.
- Kratzert, Frederik m.fl. (2019). "NeuralHydrology Interpreting LSTMs in Hydrology". I: Explainable AI: Interpreting, Explaining and Visualizing Deep Learning. Red. af Wojciech Samek m.fl. Cham: Springer International Publishing, s. 347–362. ISBN: 978-3-030-28954-6. DOI: 10.1007/978-3-030-28954-6\_19.

- Larsen, Torben (2. maj 2017). "Manningtallet for vandløb en uudtømmelig kilde til diskussion". I: *Vand & Jord* 24.2, s. 70–73.
- Li, Wei, Amin Kiaghadi og Clint Dawson (jun. 2020). "High temporal resolution rainfall–runoff modeling using long-short-term-memory (LSTM) networks". I: *Neural Computing and Applications* 33.4, s. 1261–1278. DOI: 10.1007/s00521-020-05010-6.
- Lim, Bryan m.fl. (2021). "Temporal Fusion Transformers for interpretable multi-horizon time series forecasting". I: International Journal of Forecasting 37.4, s. 1748–1764. ISSN: 0169-2070. DOI: 10.1016/j. ijforecast.2021.03.012.
- Loll, Per og Per Moldrup (2000). *Soil Characterization and Polluted Soil Assessment*. M.Sc. Course litterature. Aalborg Universitet.
- Mosavi, Amir, Pinar Ozturk og Kwok-wing Chau (2018). "Flood Prediction Using Machine Learning Models: Literature Review". I: *Water* 10.11. ISSN: 2073-4441. DOI: 10.3390/w10111536.
- Neitsch, S. L. m.fl. (2011). Soil and Water Assessment Tool Theoretical Documentation Version 2009. Tekn. rap. Technical Report No. 406. Texas Water Resources Institute.
- Norbiato, Daniele m.fl. (2008). "Flash flood warning based on rainfall thresholds and soil moisture conditions: An assessment for gauged and ungauged basins". I: *Journal of Hydrology* 362.3, s. 274–290. ISSN: 0022-1694. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2008.08.023.
- Rasmussen, Michael Mølskov og Kristoffer Stenkær Schneidelbach (2016). Hydraulisk modellering og modelprædiktiv styring med Neurale Netværk. Kandidatspeciale. Aalborg Universitet.
- Scharling, Mikael og Kenan Vilic (2009). Tørkeindeks version 1.0 metodebeskrivelse. Tekn. rap. 08. Darmarks Meteorologiske Institut. URL: www.dmi.dk/dmi/tr09-08.
- Sutskever, Ilya, Oriol Vinyals og Quoc V. Le (2014). "Sequence to Sequence Learning with Neural Networks". I: Proceedings of the 27th International Conference on Neural Information Processing Systems -Volume 2. NIPS'14. Montreal, Canada: MIT Press, s. 3104–3112.
- Thorndahl, S., A. K. Andersen og A. B. Larsen (2017). "Event-based stochastic point rainfall resampling for statistical replication and climate projection of historical rainfall series". I: *Hydrology and Earth System Sciences* 21.9, s. 4433–4448. DOI: 10.5194/hess-21-4433– 2017.
- Vaswani, Ashish, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N Gomez m.fl. (2017a). "Attention is All you Need". I: Advances in Neural Information Processing Systems. Red. af I. Guyon m.fl. Bd. 30. Curran Associates, Inc. URL: https://proceedings.neurips.cc/paper/2017/file/ 3f5ee243547dee91fbd053c1c4a845aa-Paper.pdf.
- Vaswani, Ashish, Noam Shazeer, Niki Parmar, Jakob Uszkoreit, Llion Jones, Aidan N. Gomez m.fl. (2017b). Attention Is All You Need. DOI: 10.48550/ARXIV.1706.03762.

- Vera, Juan m.fl. (2021). "Towards irrigation automation based on dielectric soil sensors". I: *The Journal of Horticultural Science and Biotechnology* 96.6, s. 696–707. DOI: 10.1080/14620316.2021. 1906761.
- Ward, R.C. og M. Robinson (2000). *Principles of Hydrology*. McGraw-Hill. ISBN: 9780077095024.
- Zeelie, Angelique (jul. 2014). AquaCheck Soil Calibration.

#### Online-kilder

- Balbarini, Nicola og Oluf Zeilund Jessen (2020). Prognoser for vandstandsniveauer i åer og oversvømmelser ved brug af maskinlæring. DHI. URL: https://worldwide.dhigroup.com/presences/emea/denmark/ news/2020/03/prognoser-for-vandstandsniveauer-i-aaerog-oversv%C3%B8mmelser-ved-brug-af-maskinl%C3%A6ring (bes. 25.05.2022).
- Beitner, Jan (2022). PyTorchForecasting. URL: #https://pytorchforecasting.readthedocs.io/en/latest/\_modules/pytorch\_ forecasting/models/temporal\_fusion\_transformer.html# TemporalFusionTransformer# (bes. 16.05.2022).
- Center for Disaster Philanthropy (2022). 2022 Australian Flooding. URL: https://disasterphilanthropy.org/disasters/2022australian-flooding/ (bes. 29.04.2022).
- Copernicus Emergency Management Service (CEMS) (2022). URL: https://www.efas.eu/en/european-flood-awarenesssystem-efas (bes. 29.04.2022).
- Danmarks Miljøportal (2022). URL: https://www.miljoeportal.dk/ (bes. 17.05.2022).
- DMI (2022). Danish Meteorological Institute Open Data. URL: https: //confluence.govcloud.dk/display/FDAPI (bes. 17.05.2022).
- Lightning, Pytorch (2022). Effective Training Techniques. URL: https: //pytorch-lightning.readthedocs.io/en/latest/advanced/ training\_tricks.html (bes. 18.05.2022).
- Long Short-Term Memory (LSTM) (2022). The MathWorks, Inc. URL: https://se.mathworks.com/discovery/lstm.html?s\_tid= srchtitle\_lstm\_1 (bes. 05.05.2022).
- Petruzzello, Melissa (2022). transpiration. Encyclopedia Britannica. URL: https://www.britannica.com/science/transpiration (bes. 10.05.2022).
- Scalgo Live (2022). Scalgo. URL: https://scalgo.com/live/denmark (bes. 25.05.2022).
- scikit-learn developers (2022). 6.3. Preprocessing data. URL: https: //scikit-learn.org/stable/modules/preprocessing.html (bes. 10.04.2022).

- Vincensen, Simon (17. jul. 2021). Nu spørger tyskerne, hvordan det kunne gå så galt: 'Man forventer ikke, at så mange kan dø af oversvømmelser'. DR. URL: https://www.dr.dk/nyheder/udland/nuspoerger-tyskerne-hvordan-det-kunne-gaa-saa-galt-manforventer-ikke-saa-mange-kan (bes. 30.04.2022).
- Wikipedia contributors (2022a). 2021 European floods Wikipedia, The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/ 2021\_European\_floods (bes. 30.04.2022).
- (2022b). 2021 Henan floods Wikipedia, The Free Encyclopedia.
   URL: https://en.wikipedia.org/wiki/2021\_Henan\_floods
   (bes. 30.04.2022).
- (2022c). Akaike information criterion Wikipedia, The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Akaike\_ information\_criterion (bes. 27.03.2022).
- (2022d). Autoregressive integrated moving average Wikipedia, The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/ wiki/Autoregressive\_integrated\_moving\_average (bes. 30.04.2022).
- (2022e). Long short-term memory Wikipedia, The Free Encyclopedia. URL: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title= Long\_short-term\_memory&oldid=1086784315 (bes. 12.05.2022).
- Wong, Wanshun (19. dec. 2021). Towards Data Science. URL: https: //towardsdatascience.com/what-is-residual-connectionefb07cab0d55 (bes. 02.05.2022).

### **Digitale bilag**



Der er vedlagt enkelte eksempler på Python-code, samt data til udførelse af undersøgelsen af overførbarhed. Desuden er vedlagt som eksempel plots genereret i forbindelse med undersøgelse af betydningen af akkumulerede gradienter (svarende til batch size) ved træning med tidsligt ordnede datavinduer.

Herunder beskrivelse af

- **Epot.py** Funktioner til beregning af potentiel fordampning samt tørkeindeks
- importData.py Funktioner til hentning og aggregering af data fra DMI
- **tools.py** Funktioner til beregning af performanceparametre, opdeling i hændelser samt udførelse af multiple lineær regression og reduktion til kun statistisk signifikante variable
- OwnTransformer.py Modifikation af TemporalFusionTransformer, så index for prognosestart vises i loggede plots
- tfttransfer.py Script til undersøgelsen af overførbarheden af modeller
- packagelist.txt Udprint af installerede pakker i den anvendte Python-installation

Desuden er vedlagt modelgenereret jordfugtighedsdata for perioden 2014 genereret iterativt 12 timer frem ad gangen ved hjælp af et TFTnetværk trænet på data fra Vaarstvej.

### Måling af jordfugtighed



Måling af jordfugtighed er foretaget med AquaCheck Subsurface sonder fra AquaCheck, Pty Ltd. De installerede modeller måler i seks niveauer jævnt fordelt fra 0.20 m ut til 1.2 m ut, og giver altså en vertikal opløsning på 0.2 m. (*AquaCheck Sub-Surface and Classic series probes* 2019)



**Figur B.1:** Aquacheck Sub-Surface Probe. Kilde: Aqua-Check Sub-Surface and Classic series probes (2019)

### Installation

Sensoren, som ses i figur B.1, installeres i et hul, som bores eller graves så tæt på diameteren på sensoren som muligt. Det er afgørende at sensoren omsluttes tæt af jorden, hvori den skal måle. Dette kan sikres ved for sandede jorde at lave hullet marginalt mindre end sonden og så presse sonden på plads. Hvor dette ikke er muligt fyldes hullet med en opslemning af jord fra hullet hvori sensoren installeres. Er der stor variation i jorden i sensorens måleområde kan sensoren alternativt installeres først, hvorefter materiele fra nedefra og op fyldes omkring sensoren. Efter endt installation hældes rigelige mængder vand over sensoren for at sikre at materiale pakkes tæt omkring sensoren. (*AquaCheck Sub-Surface and Classic series probes* 2019)

Sensoren kommunikere via SDI-12-protokollen med dataopsamlingsudstyr. Ved installationen i Brinkhus som vist i figur B.2 er der anvendt en ADU-500 data-logger, der opsamler data og sender det til server via GSM-netværket.



**Figur B.2:** Billede af den færdige installation i Brinkhus. Eget foto.

### Måleprincip

Sonderne bygger på princippet, at materialer har forskellig evne til at holde på elektrisk ladning, også kaldet elektisk kapacitans. Non-polare molekyler som luft og til dels jordpartikler har ringe evne til at holde en ladning, modsat polare vandmolekyler, der kan rotere under påvirkning af et magnetfelt. Derfor vil jords kapacitans afhænge af vandindholdet, men også af jordens sammensætning og temperaturen vil også påvirke kapacitansen. I praksis skaber sensoren en oscilerende eletrisk spænding og måler frekvensen F på responsen, som afhænger af det omgivende materiales kapacitans C, jævnfør følgende ligning: (Vera m.fl., 2021)

$$F = 1/\left(2\pi\sqrt{LC}\right)$$

hvor L er en konstant knyttet til sensoren. Sensoren returnerer imidlertid ikke frekvensen med en dimensionsløs skaleret frekvens SF: (Vera m.fl., 2021)

$$SF = (F_{luft} - F_{jord})/(F_{luft} - F_{vand}) * 100$$

Sensoren er kalibreret så den giver SF = 0 i luft og SF = 100 i vand med en måleusikkerhed på 1%. I praksis kan værdier ned til SF = -3derfor forekomme og særlige jordtyper kan under mættede forhold give værdier over SF = 100. (AquaCheck Sub-Surface and Classic series probes 2019)

### Omregning til jordfugtighed

Sensoroutputtet er en dimensiosløs skalleret frekvens, der når nedsat i jord afhænger af jordtypen, vandindholdet og temperaturen. Ses der bort fra temperaturafhængigheden finder Zeelie (2014) en ikke-lineær sammenhængen mellem volumetrisk vandindhold og SF for specifikke jordtyper, som dog beskrives med en lineær relation for simplicitet. Der gives ligeledes et bud på en generisk lineær sammenhæng, selvom det generelt anbefales at etablere lokations- og dybdespecifikke realtioner på baggrund af in-situ målinger.

I forbindelse med projektet er dette ikke udført, da kendskab til de faktiske værdier for jordfugtigheden ikke vurderedes nødvendige, men snarere dymanikken og relative niveauer i dybdeprofilet. De præsenterede er værdier for jordfugtighed er volumetrisk vandindhold  $\theta$  [cm<sup>3</sup> H<sub>2</sub>O/cm<sup>3</sup> jord] beregnet ud fra den skalerede frekvens *SF* ved brug af den generiske lineære sammenhæng i Zeelie (2014):

$$\theta = -7.4347 + SF \cdot 0.5564 \tag{B.1}$$

### Statistisk analyse



### C.1 MLM resultater

### C.1.1 Brinkhus og Elling Å

 
 Tabel C.1: Multiple lineær regression for nedbørshændelser. Brinkhus N med jordfugtighedsdata fra Brinkhus.

Variabel	Fugt?	$R^2_{adj}$	AIC	$h_{min}$	$t_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{60}$	$D_{80}$	$D_{100}$	$D_{120}$
	wo	0.80	-92.44	1		0.88									
$T_{Min-Top}$	ΤI	0.94	-97.28			0.88									
•	sm	0.84	-100.31	-0.12		0.83						-0.46		1.48	-1.13
	wo	0.87	-110.21			0.96									
$T_{Start-Top}$	ΤI	0.95	-112.56			0.95									
	sm	0.88	-112.21			0.91						-0.30		0.79	-0.59
	wo	0.44	-56.81		-1.06	1.41									
$T_{MMP-Top}$	ΤI	0.44	-56.81		-1.06	1.41									
	sm	0.49	-59.13		-0.99	1.27						-0.49		1.36	-1.00
-	wo	0.88	-63.76	0.21		-0.26		1.08							
$\Delta h$	ΤI	0.89	-67.03	0.15	0.64	-1.02		1.20	0.08						
	sm	0.91	-77.57		0.71	-1.08		1.22		0.52	-0.99		0.95	-0.60	
	wo	0.98	-165.94	0.78		-0.15		0.44							
$h_{max}$	ΤI	0.98	-165.94	0.78		-0.15		0.44							
	sm	0.99	-178.17	0.77	0.24	-0.37		0.45		0.21	-0.71	0.55		-0.15	
	wo	0.84	-63.24	0.20		-0.27	0.46	0.55							
$\alpha_{max}$	ΤI	0.85	-66.13	0.15	0.71	-1.18	0.29	0.83	0.10						
	sm	0.87	-72.32		0.59	-1.01	0.36	0.75		0.59	-1.31	0.69			
	wo	0.52	-33.33	0.17		-0.47	0.54	0.52							
$\hat{\alpha}$	ΤI	0.82	-37.90			-0.56	0.53	0.60	0.22						
	sm	0.85	-46.24			-0.48	0.62	0.48		0.63	-0.99		0.42		

### C.1.2 Romdrup Å

Variabel	Fugt?	$R^2_{adj}$	AIC	$h_{min}$	$t_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{60}$	$D_{80}$
Т	wo	0.62	-40.10	-0.21		0.58						
1 Min-Top	ΤI	0.67	-44.72			0.56			-0.27			
$\Delta h$	wo	0.88	-27.82					1.02				
	sm	0.89	-27.20	-0.44				0.99		0.48	-0.92	0.75
L	wo	0.95	-59.35	0.49		-0.22	-0.22	0.84				
$n_{max}$	sm	0.95	-57.40			-0.28		0.78		0.46	-0.87	0.68
0	wo	0.81	-40.66			-0.58	-0.32	1.42				
$\alpha_{max}$	sm	0.91	-40.81			-0.45	-0.27	1.35		0.15		
	wo	0.86	-28.80			-0.34		1.17				
$\hat{lpha}$	ΤI	0.88	-32.38			-0.39		1.06	0.10			
	sm	0.90	-36.27			-0.51	-0.27	1.32		0.21		

**Tabel C.2:** Multiple lineær regression for nedbørshændelser. Elling Å med jordfugtighedsdata fra Brinkhus.

**Tabel C.3:** Multiple lineær regression for nedbørshændelser. Romdrup Å med jord-fugtighedsdata fra Station 1.

Variabel	Fugt?	$R^2$	AIC	$h_{min}$	$T_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{60}$	$D_{80}$	$D_{100}$
	wo	0.56	-144.06			0.85								
$T_{Min-Top}$	ΤI	0.62	-156.81		0.66			0.27	0.18					
	sm	0.86	-154.31		0.64			0.28		0.24	-0.42	0.61		-0.33
	wo	0.56	-134.23		0.74			0.18						
$T_{Start-Top}$	ΤI	0.86	-145.38		0.71			0.19	0.10					
	sm	0.86	-140.99		0.73			0.20		0.12				
	wo	0.22	-61.34				-0.40	0.65						
$T_{MMP-Top}$	ΤI	0.84	-75.69		0.39			0.32	0.25					
	sm	0.83	-68.60		0.42			0.32		0.32				
	wo	0.58	-159.68	0.21				0.67						
$\Delta h$	ΤI	0.61	-165.93	0.15				0.70	0.13					
	sm	0.66	-178.82					0.73		0.27			0.12	
	wo	0.90	-274.02	0.82				0.39						
$h_{max}$	ΤI	0.91	-280.27	0.79				0.41	0.07					
	sm	0.92	-291.19	0.69				0.43		0.16			0.07	
	wo	0.73	-103.06	0.24			0.23	0.50						
$\alpha_{max}$	ΤI	0.47	-104.48	0.20			0.33	0.51	0.14					
	sm	0.52	-115.50				0.38	0.52		0.32				0.14
	wo	0.40	-102.01	0.25	-0.31			0.68						
$\hat{\alpha}$	ΤI	0.76	-101.89	0.22	-0.30			0.72	0.10					
	sm	0.45	-110.12				0.40	0.40		0.32				0.16
Variabel	Fugt?	$R^2_{adj}$	AIC	$h_{min}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{60}$	$D_{80}$		
-----------------	-------	-------------	---------	-----------	-----------	-----------	-------------	------	----------	----------	----------	----------		
	wo	0.51	-97.48	 	0.48		0.28	 	 					
$T_{Min-Top}$	ΤI	0.85	-104.91		0.46		0.28	0.09						
	sm	0.85	-103.82		0.47		0.31			-0.31	0.36			
	wo	0.53	-98.84		0.66									
$T_{Start-Top}$	ΤI	0.89	-111.75		0.67			0.15						
	sm	0.90	-112.89		0.56		0.21			-0.21		0.32		
	WO	0.17	-58.04		0.38									
$T_{MMP-Top}$	ΤI	0.86	-74.68		0.29		0.26	0.26						
	sm	0.86	-71.42		0.30		0.28			-0.26		0.51		
	wo	0.67	-128.81	0.15			0.87							
$\Delta h$	ΤI	0.68	-132.88				0.92	0.16						
	sm	0.70	-134.86				0.90		0.16	-0.23	0.29			
	wo	0.92	-213.07	0.85			0.52							
$h_{max}$	ΤI	0.92	-218.34	0.81			0.54	0.08						
	sm	0.92	-215.77	0.82			0.53			-0.14	0.18			
	wo	0.76	-75.27	0.15		0.21	0.59							
$lpha_{max}$	ΤI	0.76	-75.27	0.15		0.21	0.59							
	sm	0.54	-80.29			0.27	0.59		0.30					
	wo	0.75	-69.81	0.22	-0.23	0.21	0.77							
$\hat{lpha}$	ΤI	0.75	-69.81	0.22	-0.23	0.21	0.77							
	sm	0.76	-74.98		-0.35		1.02		0.25					

**Tabel C.4:** Multiple lineær regression for nedbørshændelser. Romdrup Å med jord-fugtighedsdata fra Station 2.

 $\label{eq:constraint} \textbf{Tabel C.5:} \ \mbox{Multiple linear regression for nedbørshandelser. Romdrup Å med jord-fugtighedsdata fra Station 3. }$ 

Variabel	Fugt?	$R^2 a d j$	AIC	$h_{min}$	$t_{MMP}$	$P_{dur}$	$P_{max}$	$P_{total}$	TI	$D_{20}$	$D_{40}$	$D_{60}$	$D_{100}$	$D_{120}$
	wo	0.52	-150.18			0.81								
$T_{Min-Top}$	ΤI	0.87	-162.16		0.60			0.22	0.11					
•	sm	0.87	-161.43		0.64			0.23		-0.19	0.11	0.19		
	wo	0.54	-137.57	0.11	0.87									
$T_{Start-Top}$	ΤI	0.86	-148.73		0.71			0.18	0.10					
	sm	0.87	-153.95		0.76			0.21		-0.15		0.25		
	wo	0.20	-63.27	0.16	0.57									
$T_{MMP-Top}$	ΤI	0.83	-76.21		0.39			0.31	0.25					
	sm	0.84	-77.00		0.43			0.28			0.26	0.18	-0.86	0.66
	wo	0.63	-176.25	0.20				0.73						
$\Delta h$	ΤI	0.67	-187.20	0.12				0.76	0.14					
	sm	0.64	-179.66	0.15				0.74						0.12
	wo	0.91	-292.76	0.83				0.42						
$h_{max}$	ΤI	0.92	-303.71	0.78				0.44	0.08					
	sm	0.91	-296.17	0.79				0.43						0.07
	wo	0.73	-109.13	0.25				0.70						
$\alpha_{max}$	ΤI	0.50	-113.25	0.19			0.29	0.57	0.14					
	sm	0.49	-111.40				0.28	0.54			0.21			0.16
	wo	0.45	-113.69	0.24	-0.33			0.76						
$\hat{\alpha}$	ΤI	0.78	-115.08	0.20	-0.33			0.80	0.11					
	sm	0.78	-115.81	0.19	-0.29			0.77						0.14

# **TemporalFusionTransformer**



TemporalFusionTransformer (TFT) er en dyb neural netværksarkitektur udviklet til tidsserie-forudsigelse med både statiske inputs og varierende historiske og kendte fremtidig inputs. Det er en kompleks arkitektur, der introducerer flere nye koncepter og modifikationer af allerede kendte elementer med henblik på at gøre prognosemodellen tolkbar, så betydningen af de enkelte inputs i forudsigelsen kan vurderes. Figur D.1 viser arkitekturen som den er illustreret i Lim m.fl. (2021).



**Figur D.1:** TFT-arkitekturen som vist i Lim m.fl. (2021). Bemærk at figuren læses nedefra modsat lignende figurer i hovedrapporten.

Den grundlæggende struktur er encoder-decoder-baseret bestående af et eller flere LSTM-lag, hvor input dog først passerer igennem et såkaldt "Variable Selection Network" (VSN). Hvad der ikke fremgår af figuren er at inputvariable enten kan være kontinuerte eller kategoriale. Kontinuerte variable opskalleres lineært til et valgt antal dimensioner, mens kategoriale variable transformeres til en vektorrepræsentation, og disse transformationer læres under træningen.

Men det er den såkaldte "Temporal Fusion Decoder" (TFD) med self-attention-mekanismen, der giver mulighed for tolkbarhed og bedre læring af langtids- og kontekstafhængigheder i data. TFD tager input fra alle tidsskridt, som augmenteres med input fra statiske variable ved hjælp af såkaldte "Gated Redisual Network" (GRN). Outputtet generes af et fuldt forbundet lineært feed-forward lag.

For at et neuralt netværk kan lære ikke-lineære sammenhænge anvendes typisk ikke-lineære aktiveringsfunktioner i de skjulte lag i netværket. Men når netværket trænes opdateres de trænbare vægte på baggrund af det udregnede tab, som propagerer baglæns gennem netværket. De ikke-lineære aktiveringsfunktioner kan nedsætte netværkets evne til at distribuere tabet gennem et dybt netværk (Wong, 2021) og derfor anvendes residualforbindeler (også kaldet skip-connections), hvor input til en del af netværket også sendes forbi og samles med outputtet fra den forbipasserede del. Residuale forbindelser kombineret med porte findes flere steder i netværket markeret med buede pile i figur D.1 og indgår desuden i GRN, og giver desuden ved hjælp af portene netværket mulighed for at lære, i hvilken grad den forbipasserede del skal påvirke netværket videre.

I det følgende beskrives de enkelte elemeter nærmere basseret på Lim m.fl. (2021).

#### D.1 Interpretable multi-head attention

Attention-mekanismen som beskrevet i hovedrapporten giver mulighed for at udlede betydningen af de enkelte inputvariable for de enkelte tidsskridt i prognosen, da disse informationer netop er hvad mekanismen sammenfatter.

Når der indføres flere lag (heads) i "Multi-head (Self-)Attention" for at muliggøre læring af forskellige temporale afhængigheder, forsvinder denne mulighed med den implementering, der først blev introduceret i Vaswani, Shazeer, Parmar, Uszkoreit, Jones, Aidan N. Gomez m.fl. (2017b). Her er alle lag ens opbyggende med lag-specifikke vægtmatricer  $W_{\cdot}^{h}$  for Query, Key og Value. For at gøre en flerhovedet opmærksomhedsmekanisme tolkbar og dermed øge gennemsigtigheden i multivariate modeller, introducerer TFT en variantion, hvor vægtmatricen  $W_{V}$  for Value deles på tværs af lagene i attention-mekanismen og lagene aggregeres additivt.

Med mH lag bliver:

InterpretableMultiHead $(Q, K, V) = \tilde{H}W_H$ 

$$\begin{split} \dot{H} &= \dot{A}(Q, K) V W_V \\ &= \left\{ 1/H \sum_{h=1}^{mH} A\left(Q W_Q^h, K W_K^h\right) \right\} V W_V \end{split}$$

hvor  $A(Q,K) = \text{Softmax}\left(Q^T K/\sqrt{d_k}\right)$ .  $d_k$  er dimensionen på de vektorer som K består af og Softmax er en aktiveringsfunktion, der normaliserer værdierne, så de summerer til 1 – altså giver en sandsynlighedsfordeling som output.

Mekanismen kan herved lære forskellige sammenhænge mellem Q og K i hvert attention-lag, og summen af disse afhængigheder udgør vægtningen af en fælles lært repræsentation af inputtet.

Attention-mekanismen rummer ikke information omkring rækkefølgen på inputtet og derfor er en form for positions-encoding normalt nødvendig, for at "retvende" outputmatricen. Denne funktion varetages i TFTarkitekturen af LSTM-lagene i encoder og decoder. Når der skal genereres output maskeres attention-outputtet, så det enkelte output kun relaterer bagud i tid.

### D.2 LSTM-lag

LSTM-lag som skjulte lag i et rekurerende neuralt netværk benytter et design med porte, der styrer, hvilken information, der gennems og hvilken der gives videre umiddelbart. Figur D.2 viser opbygningen af et LSTM-lag med portene f, i, o og et transformationenhed C. En port er grundlæggende et skjult lag med trænbare vægte og en aktiveringsfunktion, der tvinger outputet til mellem 0 og 1. Som aktiveringsfunktion i portene anvendes Sigmoid-funktionen  $\sigma_q(x) = 1/(1 - e^{-x})$ .



Til tidsskridtet t gives et input  $x_t$  og lagets skjulte output  $h_t$  og hukommelsestilstand  $c_t$  beregnes af følgende:

$$f_t = \sigma_g(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f)$$
  

$$i_t = \sigma_g(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i)$$
  

$$o_t = \sigma_g(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o)$$
  

$$c_t = \sigma_c(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c)$$
  

$$m_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot c_t$$
  

$$h_t = o_t \odot m_t$$

hvor operatoren .  $\odot$ . betyder det elementvise matrixprodukt og  $\sigma_c$  er aktiveringsfunktionen tanh, der tvinger output til mellem -1 og 1. Ved beregning af første tidsskridt t = 1 sættes  $m_0 = h_0 = 0$ .

**Figur D.2:** LSTM-blok som figur 5.4 efter *Long Short-Term Memory (LSTM)* (2022) og Wikipedia contributors (2022e).

#### D.3 Gated Residual Network

En central byggesten introduceret med TFT-arkitekturen er Gated Residual Network (GRN), som giver netværket mulighed for at lære, i hvilket omfang ikke-lineære transformationer af input er nødvendige. Samtidig anvendes GRN til at tilføje information fra statiske variable til de kontinuerte variable i hvert tidsskridt. I figur D.3 ses opbygningen af et GRN til venstre. "Dense" er et fuldt forbundet skjult lag og ELU er aktiveringsfunktion kaldet Exponentiel Linear Unit:

$$\mathsf{ELU}(x) = \begin{cases} x & x \ge 0\\ \alpha(e^x - 1) & x < 0 \end{cases}$$

hvor normalt  $\alpha = 1$ .



**Figur D.3:** Gated Residual Network til venstre og Variable Selection Network til højre. Kilde: Lim m.fl. (2021).

I det første fuldt forbunde lag kombineres det primære input a (de variable input) med eventuelle statiske input c til et output  $\eta_1$ , så:

$$\eta_1 = \mathsf{ELU}(W_{11}a + W_{12}c + b_1)$$

hvor  $W_i$  og  $b_i$  er trænbare vægte (matricer) og bias. Det næste lag er ligeledes fuldt forbundet, så:

$$\eta_2 = W_2 \eta_1 + b_2$$

Porten er en såkaldte Gated Linear Unit (GLU), der grundlæggende fungerer som portene i LSTM-lag idet for et input  $\gamma$ :

$$\mathsf{GLU}(\gamma) = \sigma_q(W_4\gamma + b_4) \odot (W_5\gamma + b_5)$$

Det endelige output fra GRN er altså:

$$\mathsf{GRN}(a,c) = \mathsf{LayerNorm}(a + \mathsf{GLU}(\eta_2))$$

hvor LayerNorm er en normalisering baseret på middelværdi, spredning og trænbare vægte og bias.

Det er GLU der giver netværket mulighed for at undertrykke den ikke-lineære vej gennem GRN, hvis den ikke er nødvendig.

#### D.4 Variable selection network

Hensigten med denne byggesten i arkitekturen er at give netværket mulighed for at lære frasortere inputvarible, som ikke er relevante, men i ligeså høj grad at undertrykke indflydelsen fra unødigt støjfyldte inputs.

Opbygningen af Variable selection network (VSN) for de dynamiske variable ses i højre del af figur D.3.  $\xi_t^{(j)}$  er det transformerede input for variabel j til tiden t og  $\Xi_t$  er en samling af inputs var alle variable frem til tiden t.  $\Xi_t$  passerer gennem et GRN, hvor indflydelse fra statiske variable c inddrages, og en Softmax aktiveringsfunktion, og omregnes dermed til en sandsynlighedsfordeling  $v_{Xt}$  som udgør vægtningen af de enkelte inputvariable i det pågældende tidsskridt. Der er knyttet separate GRN til hver inputvariabel, men med samme vægte ved alle tidsskridt.

Static variable selection for statiske er blot et GRN idet de ikke varierer over tid og påvirkning fra de statiske variable er irrelevant.

#### D.5 Quantile Forecast

Ved såkaldt superviseret læring udregnes under træningen af et neuralt netværk et "tab" for modelforudsigelsen i forhold til det korrekte resultat. Tabsfunktionen, der anvendes afhænger af hvad hensigten med netværket er. TFT udfører som udgangspunkt propabilistiske prognoser med konfidensintervaller for de enkelte punktprognoser ved en lineær transformation i det sidste fuldt forbunde lag. Den enkelte punktprognose udregnes altså som:

$$\hat{y}(q) = W_q h + b_q$$

hvor h er input til outputlaget og q er den relevante kvartil.

Træningen foregår ved at minimere tabene for alle kvartiler (QuantileLoss) samtidig. Det samlede tab udregnes som summen af et tab for hver kvartil ved hvert forudsigelsespunkt (QL), idet:

$$QL = \max(q \cdot (y - y_{pred}), (1 - q) \cdot (y_{pred} - y)) \tag{D.1}$$

, hvor q er kvartilen, y er den sande værdi,  $y_{pred}$  er modellens forudsigelse. q = 0.5 svarer til medianen og vægtes altså med halvdelen af den absolute forudsigelsesfejl.

Når netværket initialiseres med tilfældige vægte vil forudsigelseskvartilerne ikke nødvendig vis ligge på den rigtige side af medianen, men tabsfunktionen giver da store fejl, og netværket lærer hurtigt af sådanne fejl. 10%-kvartilen, q = 0.1, vægtes således svarende til den andel af usikkerheden, som den repræsenterer.

Det er vigtigt at bemærke, at usikkerhedsestimatet for en forudsigelse er baseret på tabsfunktionen under træningen, og det giver dermed udelukkende et billede af hvor godt modellen performer i forhold til træningsdata. Usikkerhedsbåndene siger dog ikke noget om, hvor godt modellen forventes at forudsige ukendt data, som ikke ligner træningsdata. I denne sammenhæng er konfigurationen af netværket og træning afgørende, da for eksempel overfitting af modellen til træningsdata medfører smalle konfidensintervaller, der ikke generaliserer til ukendt data.

**Model-resultater** 



### E.1 Gentræning af pretrænet netværk



Figur E.1: NSE for en prognosehorisont på 24 timer.



Figur E.2: NSE for en prognosehorisont på 24 timer.

## Afledte af DMI-data

#### F.1 Potentiel fordampning

Scharling m.fl. (2009) er den primære kilde til de beskrevne formler, som er suppleret med enkelte fra Neitsch m.fl. (2011).

$$E_{pot} = \beta_{A0} + \beta_{A1} \frac{s \cdot S_i}{\lambda \cdot (s+\gamma)} + \beta_{A2} \frac{\gamma \cdot f(u_2) \cdot (e_s - e_a)}{s+\gamma}$$
(F.1)

Potentiel fordampning  $[mm d^{-1}]$  $E_{pot}$ Empiriske konstanter [-]  $\beta_{Ax}$ Hældning på damptrykskurven [hPa  $^{\circ}C^{-1}$ ] sGlobalstråling  $[MJ m^{-2} d^{-1}]$  $S_i$ Vands fordampningsvarme  $[MJ kg^{-1}]$ λ Psykrometerkonstant  $[hPa \circ C^{-1}]$ hvor  $\gamma$  $f(u_2)$  $f(u_2) = 0.263 \cdot (0.5 + 0.54 \cdot u_2) \text{ [mm hPa}^{-1} \text{ d}^{-1} \text{]}$ Vindhastighed i  $2 \text{ m højde } [\text{m s}^{-1}]$  $u_2$ Vindhastighed i 10 m højde [m s<sup>-1</sup>]  $u_z$ Mættet damps tryk [hPa]  $e_s$ Aktuelt damptryk [hPa]  $e_a$ 

De empiriske konstanter  $\beta_{Ax}$  udregnes som funktion af solens fasevinkel  $\omega=2\pi\cdot d/365$  og dagens nummer d, hvor d=1 er 1. januar hvert år.

 $\begin{aligned} \beta_{A0} &= 0.114 - 0.0659 \cdot \cos(w) + 0.0451 \cdot \sin(w) - 0.0851 \cdot \cos(2w) - 0.0031 \cdot \sin(2w) \\ \beta_{A1} &= 0.083 - 0.4629 \cdot \cos(w) + 0.0354 \cdot \sin(w) - 0.0914 \cdot \cos(2w) + 0.0286 \cdot \sin(2w) \\ \beta_{A2} &= 0.963 - 0.1707 \cdot \cos(w) + 0.0123 \cdot \sin(w) - 0.0419 \cdot \cos(2w) + 0.0381 \cdot \sin(2w) \\ (F.2) \end{aligned}$ 

Vindhastigheden i 2 m findes af

$$u_2 = \frac{\ln(2/z_0)}{\ln(10/z_0)} u_{10} \tag{F.3}$$

hvor  $z_0$  kaldes ruhedslængden, der bes<br/>rkiver terrænets ruhed. Der er brugt en værdi  $z_0 = 0.01$  m.

Damptrykket ved mætning  $e_s$  [kPa] udregnes ud fra følgende formel:

$$e_s = \exp\left[\frac{16.78 \cdot \bar{T} - 116.9}{\bar{T} + 237.3}\right]$$
 (F.4)

hvor  $\bar{T}$  er den daglige gennemsnitstemperatur [°C].

Damptrykket  $e_a$  [kPa] ved den aktuelle relative luftfugtighed  $R_h$  [%] udregnes som:

$$e_a = R_h \cdot e_s \tag{F.5}$$

Damptrykskurvens hældning  $s [kPa \circ C^{-1}]$  udregnes med følgende formel:

$$s = \frac{4098 \cdot e_s}{\bar{T} + 273.3}$$
(F.6)