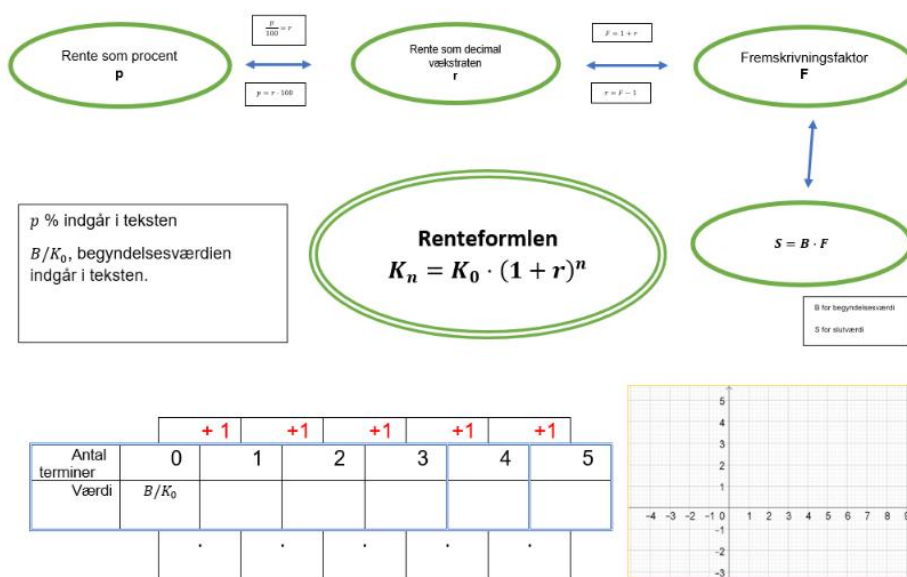




RENTEFORMLEN

NÅR MATEMATIKKEN DRILLER

Per Kirkegaard



Die Grenzen meiner Sprache bedeuten die Grenzen meiner Welt. Wittgenstein



AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Institut for matematisk fag

Skjernvej 4a
9220 Aalborg Øst
www.math.aau.dk

Titel:
Renteformlen, når matematikken driller

Projektperiode:
Efterårssemestret 2021

Deltager:
Per Kirkegaard
19831810

Vejleder:
Ole Ravn

Antal sider:
56 uden bilag

Antal tegn
304999

Afsluttet
18 december 2021

Dette speciale er tilgængelig for alle, men publikation (med reference) kan kun ske med accept fra forfatteren.

ABSTRACT

This thesis is about, how to approach teaching in mathematics, when your students have little or no prior understanding of mathematical symbolism and formal thinking within mathematics. Throughout my career as a teacher, I have met a lot of students who has had a lot of difficulties understanding mathematics, as it is presented in Danish high school. When I started teaching at VUC, where the students were even more challenged by mathematics it became apparent to me, that a standard approach to teaching was not very productive. The students that attend VUC are a diverse group, but they all have a history of having a lot of problems with learning math. What was needed was a new approach to teaching and learning.

This thesis is about, constructing a successful series of lessons and teaching material with the purpose of introducing the concept of interests and the interest formula in a way that takes into account that the students have serious problems with learning mathematics.

The thesis is in three parts.

First it introduces a framework for learning in general and especially learning in a community of practice, presents a central issue with learning mathematics, which, when ignored causes learning problems and points out, that an active use of producing language can be a way to improve learning.

Second part is the application of the above-mentioned theories on a relevant part of the curriculum of HF Mathematics C. When a student is set to learn a new topic, one of the first issues that appear is the question of meaning. If the subject is without meaning, learning becomes insurmountable. To make sure that the student experiences success the teaching material is highly scaffolded, and the progression is slow and filled with repetitions. By actively using spoken language as part of solving exercises, the mathematical vocabulary becomes an asset and supports the development of mathematical understanding. By working in pairs, in small groups and with visual support, the intention is that the students understand that learning together improves the learning outcome.

The third part is having a teacher from VUC test the teaching material on a class that is taking a course in HF mathematics C-level. Thru this period the class is observed twice and by the end of the period, where the subject is covered a group of students and the teacher is interviewed. It is shown that the students that is interviewed has to a high degree benefitted from the teaching material.

The result of this thesis shows that by having a focus on letting the student produce mathematical language, making sure that everybody experiences that they are invited to participate into the learning community, it is possible to learn and understand mathematics, for students with little or no prerequisites.

ANERKENDELSE

Dette speciale har været lang tid undervejs og der har været mange forhindringer hen ad vejen. Der er mange, som har haft væsentlige bidrag i forhold til at få dette speciale til at lykkes, Jeg vil dog især fremhæve: Min kone Jane, som igennem hele projektet har været støttende og forstående overfor min manglende tilstedeværelse i familielivet. Min nærmeste leder på Hasseris Gymnasium Karin Skals, som med sin støtte og hjælp har fået mig til at forstå både PIE og OSCAR og PIE-P principper. De to undervisere på HF&VUC NORD Camilla og Hans, som har været villige til at prøve mit materiale af. Ole Ravn, min vejleder, som har forstået at udfordre mig, støtte mig og ikke mindst at inspirere.

INDHOLDSFORTEGNELSE

1. INDLEDNING	1
1.01 Min tidligere undervisning	1
1.02 VUC og HF - hvad er det for en størrelse?	1
1.03 Sproget som del af læringen	2
1.04 Hvad er ikke med i dette speciale	3
1.05 Problemformulering	3
1.06 Videnskabsteoretisk vinkel	4
2. HVILKE LÆRINGSHENSYN ER VIGTIGE	7
2.01 Læring set med Illeris's øjne	7
(a) Drivkraften	9
(b) Samspilsdimensionen	9
2.02 Læring i praksisfællesskaber	10
(a) Gensidigt engagement	11
(b) Fælles Virksomhed	11
(c) Fælles repertoire	12
(d) Mening	12
(e) Legitim perifer deltager	13
Sammenfatning af læring i fællesskaber	14
2.03 Læring af matematik	14
(a) Opbyggelsen af begreber gennem vekselvirkning mellem proces og objekt	15
(b) Sammenfatning	19
2.04 Læring af matematik som sproglig udordning	19
(a) Sammenfatning	21
2.05 Delkonklusion	22
3. UDVIKLINGEN AF UNDERVISNINGSMATERIALET	23
3.01 Min egen forforståelse	23
3.02 Pensum	27
3.03 Undervisningen sat i ramme af teori	28

(a)	Rammesætning af sproget i materialet.....	28
(b)	Rammesætning af matematikken som proces-objekt i materialet.....	32
(c)	Rammesætning af praksisfællesskaber i undervisningsmaterialet	34
3.04	Delkonklusion	37
4.	MØDET MED VIRKELIGHEDEN OG HVAD SÅ?	38
4.01	Kvalitativ metode	38
(a)	Casestudiet.....	39
4.02	Analyse	43
(a)	Klassen og klasserummet	43
(b)	Overkomme matematikvanskeligheder.	46
(c)	Aktivering af sproget.....	47
(d)	Praksisfællesskabet	48
(e)	Perspektivering af materialet ud over teorien	53
4.03	Delkonklusion	54
5.	KONKLUSION.	56
6.	LITTERATURLISTE	57

BILAG

UNDERSVISINGSMATERIALE

1. INDLEDNING

1.01 MIN TIDLIGERE UNDERVISNING

Da jeg første gang skulle undervise i matematik, var min erfaring, den undervisning som jeg selv havde modtaget. Når jeg tænker tilbage på min egen gymnasietid så var vi vist nok 3, som syntes at matematikundervisningen var fantastisk. Opskriften var den samme, stort set hver gang. Sætning - bevis - opgaveregning, med små justeringer. Den bog, jeg underviste efter, forsøgte med at motivere ved hjælp af et eksempel. Der var rigtig mange, som ikke forstod det næsten magiske univers, som matematik består af. Mine forklaringer, fra da jeg begyndte at undervise, når elever spurgte om et eller andet, har nok været i retning af "Jamen det da nemt nok, du skal bare..." Der var mange, som ikke forstod, hvad jeg talte om og som ikke havde værktøjerne til at låse døren ind til matematik op. Det undrede mig meget. I 2012 var jeg på kursus med Lena Lindenskov, hvor hun fortalte om matematikhuller. Løsningen var ikke at forsøge at komme hen over hullet, men at gå udenom. Billedet var for mig med til at åbne øjnene for, hvad det vil sige at have det svært med matematik. Min strategi med at sige tingene lidt langsommere, men i bund og grund det samme, for den der spurgte, blev i den grad udfordret. De byggesten der skal til, for at åbne matematik op, er ikke kun dem der står i de lærebøger der findes i dag. Lærebøgerne forudsætter at eleverne er i besiddelse af nogle grundlæggende forståelser og det er ikke altid tilfældet og slet ikke på VUC. Da jeg i 2017 blev ansat på VUC til at undervise HF C-niveau var behovet for at forholde sig til de manglende matematikkundskaber hos kursister endnu større. Jeg blev tvunget til at tænke udenfor matematikrammen, for at få min undervisning til at hænge sammen.

1.02 VUC OG HF - HVAD ER DET FOR EN STØRRELSE?

Den første gang jeg underviste i matematik C på Hf-enkeltfag, slog det mig hvor forskellige de kursister der sad i lokalet var. Forrest sad der en kvinde som var ca. 50 år, Anne-Mette, som gerne ville være pædagog eller lærer og ved siden af Janie, som havde gået i klasse med Anne-Mettes datter i folkeskolen. Det viser noget om spændet af mennesker der starter på HF på VUC.

I (Pless, 2010) beskrives nogle af de forskelle, der er blandt kursisterne. De yngste, som ofte kommer fra andre afbrudte ungdomsuddannelser slås med manglende motivation, hvor de ældste typisk har en stærk motivation, idet VUC, for dem, er et springbræt væk fra det liv, som de lever nu.

Der er række udfordringer ved at være kursist på VUC. Det opleves af en del, som et problem at det kan være svært at vide, hvordan man får en god karakter, og fraværet af karakterer i løbet af året opleves af mange som et problem i forhold til at vurdere egen faglige niveau, men at det samtidig giver en frihed til at prioritere andre ting end skolen, idet man ikke skal præstere, hver gang der undervises. Fraværet af karakterer har også en negativ indflydelse på motivationen til at lave lektier.

Et andet stort problem er fraværet, som på VUC er noget højere end ved andre ungdomsuddannelser. Dette ses bl.a. af den opgørelse, som undervisningsministeriet offentliggjorde for skoleåret 2017/2018. Her viste tallene at VUC generelt har et markant højere fravær end andre ungdomsuddannelser. Således har 23 ud af 24 VUC 'er et gennemsnitligt fravær på mere end 15% (Undervisningsministeriet, De første fraværstal på gymnasierne er nu offentliggjort, 2019).

Desuden er frafaldet et stort problem for VUC. Jeg oplevede det første år at der var 35 tilmeldte i august og der var kun 19, som valgte at gå til eksamen.

Der er altså på ingen måde en homogen gruppe. Den er ikke den samme hen over året, og deres forudsætninger for at modtage undervisning er meget forskellig. Det må derfor være en forudsætning for undervisningen at man starter med noget som ikke er for svært af hensyn til frafald. Det må ikke være for nemt, af hensyn til de yngste, som måske er startet flere gange på en ungdomsuddannelse.

Men der er også kompetencer, hos en VUC-kursist, som ikke nødvendigvis findes i den traditionelle elev på en ungdomsuddannelse. Det er et typisk billede hos den voksne kursist, at der er et indre drive og en motivation, som er meget høj. Det skriver (Wahlgren, 2010)) om. Her beskriver han også at mange valg om uddannelse sker ud fra, at den voksne har været i forløb, hvor der har været selvrefleksion, som mange gange har ført til en ændring, af den opfattelse den voksne har af sig selv og der er opstået et behov for at ændre sine livsvilkår. Der er altså i høj grad tale om mennesker, som har et højt motivationsniveau, men som også har andre udfordringer, end den traditionelle elev på en ungdomsuddannelse. Samtidig er den voksne i høj grad vant til selv at styre det meste af sin hverdag og dermed tage ansvar for sig selv og sin eventuelle familie. Dette er også et aktiv, når man taler om læring. Det er den voksne selv, som føler behovet for at lære og dermed bliver der et indre drive, som kan udnyttes i undervisningen. Den undervisning der tilbydes, skal altså, hvis den skal udnytte dette, være meget elevstyret. Man kan altså med fordel ændre lærerrollen fra den mere traditionelle, til at være mere igangsættende og understøttende. Desuden motiveres den voksne i høj grad af at kunne se relevansen af det der undervises i. Det kan være meget svært at forstå vigtigheden i at kende diverse potensregneregler, frem for at vide, hvad der sker, når man går i banken og vil låne penge til ny bil. For en voksenunderviser er det vigtigt at man hele tiden har blik for, hvor det der undervises i kan anvendes. For at bevare motivationen er det vigtigt at skabe et læringsmiljø, som er inkluderende, lægge vægt på at det der undervises i, skal give mening og at når der undervises skal der skabes en kompetence. Desuden peger (Wahlgren, 2010, s. 92) på at selvvalgte, eller selvformulerede læringsmål sammenholdt med ambitiøse, men ikke urealistiske mål og god feedback er vigtige for at bevare en høj motivation.

1.03 SPROGET SOM DEL AF LÆRINGEN

I perioden 2009-2014 udførte en række uddannelsesinstitutioner i Nordjylland projekt uddannelsesløft (Projekt uddannelsesløft, 2021). Projektet satte fokus på især tosprogede og den udfordring, som de står overfor, når de skal lære ikke bare dansk, men også fagsprog. Denne sproglige udfordring, søger projektet at løse gennem en række publikationer under fællestitlen "Løft læringen - løft sproget". Dette særlige fokus på sprog og indlæring af fagsprog sætter fokus på de udfordringer, som der eksisterer ved at lære, ikke bare et nyt sprog, men et nyt fagsprog. Nogle af ideerne til dette projekt stammer fra den forskning som Cummins præsenterer i bogen Language, Power and Pedagogy (Cummins, 2000). Bogen sætter fokus på det at tale på et sprog, som ikke er ens modersmål og påpeger at der findes et særligt fokus, som er nødvendig, for at få succes for dem der skal lære fagsprog på et sprog, som ikke er deres modersmål.

Når man taler et dagligdags sprog, så kan man sagtens være veltalende og virke sikker, men når samtalen beskæftiger sig med fagsprog, så eksisterer der en barriere, som ikke altid er synlig. Gennem eksempler viser Cummins at det er muligt at understøtte udviklingen af fagsprog, ved at have fokus på netop dette felt. Cummins introducerer en model, som viser udfordringerne, men også viser en vej. Dagligdagssprog kalder han for "Basic instructional communication skills" BICS og målet for den sproglige udvikling kaldes for "Cognitive advanced language proficiency" CALP. For at understøtte udviklingen skal fokus være på,

hvordan man eksempelvis kan understøtte en tekst, inde i teksten og med de illustrationer, som følger teksten. Desuden skal man se udviklingen fra BICS til CALP, som et kontinuum, hvor der skal skabes nogle trædesten, således at eleven kan forbinde sin viden fra BICS til CALP. Når der er tale om et kontinuum betyder det at man skal acceptere at dele af sproget er fagligt korrekt, mens andre dele ikke er det. Man skal se udviklingen og acceptere at der undervejs opstår "sprog", som delvist opfylder kravene for CALP. Et fint eksempel på, hvordan en trædesten kan se ud, kan opleves i julekalenderen "The Julekalender" fra 1991, hvor nisserne; Hansi, Fritz og Günther, bliver sat til at finde nøglen til The playdåse. Og Fritz i forskellige sammenhænge siger "That's a good vending, can you gentake that". Hvis dette var sproget, som blev anvendt i en engelsktime, ville læreren måske begynde at rette fejlene, med det samme. Men man kan også se sådan en sætning, som en trædesten, på vej mod at tale et mere formfuldendt engelsk og derfor bare anerkende at der mange gode takter i sætningen. At sproget også er en vigtig brik i forståelsen af matematik, ses bl.a. i artiklen (Jourdain, 2016) Her understreges det bl.a. at skrive og læsefærdigheder er med til at facilitere læringen af matematik, og at lade sit sprog bevæge sig fra dagligdags sprog til den mere fagligt orienteret sprogbrug.

1.04 HVAD ER IKKE MED I DETTE SPECIALE

Af bekendtgørelsen for HF C- niveau (Undervisningsministeriet, EMU-Danmarks læringsportal, 2021) fremgår det at; " Matematiske værktøjsprogrammer skal ikke blot inddrages som middel til at løse matematiske problemer som fx eksamensopgaver. Programmerne skal i høj grad også udnyttes til begrebsindlæring inden for alle emner." Det er altså helt centralt at anvende CAS-værktøjer i undervisningen på HF. CAS står for Computer Algebra Systems og dækker over brugen af avancerede værktøjer til løsning af matematiske problemer. Det kunne være TI-Nspire eller Maple. Det er dog på ingen måde trivielt at indføre CAS. (Artigue, 2002) skriver at de mål, som vi har med matematikundervisningen, er vokset ud af traditioner uden CAS-værktøjer. Når man arbejder med et matematisk problem, så hviler dette arbejde på et matematisk fundament, som ikke altid er synligt, hverken i sin betydning eller sit omfang. Når CAS anvendes, udføres til tider meget komplekse udregninger, uden at det matematiske fundament aktiveres. Dermed aktiveres den underliggende viden ikke og læringen, eller vedligeholdelsen af det lærte kommer ikke i spil. Det er meget komplekst at vurdere, hvorledes CAS-værktøjer influerer på læringen af matematiske begreber. (Jankvist U. M., 2016) gør i deres artikel opmærksom på nogle af de problemer der er ved at anvende CAS, herunder elevernes forståelse af, hvilken didaktisk kontrakt der er indgået, når der anvendes CAS. Da CAS-værktøjet i sig selv udgør en væsentlig udfordring, vil CAS-værktøjer og deres anvendelse ikke være en del af dette speciale.

1.05 PROBLEMMFORMULERING

Der er altså åbenlyse udfordringer med en næsten ikke eksisterende traditionel matematikviden til gengæld er der en lyst til og erfaring med at lære. Min nysgerrighed går på at finde de rigtige materialer til at opbygge en matematikforståelse, der kræves for at bestå et matematik C, på HF.

Det er altafgørende at den start man får på sådan et forløb, er så optimal som mulig.

Problemformulering.

Hvordan kan koblingen mellem matematiklæring, sprogindlæring og praksisfællesskaber være med til at løfte indlæringen på HF-matematik C i VUC-regi?

Underspørgsmål

- Hvilke læringshensyn skal man tage, man udvikler undervisningsmateriale til matematiksvage?
- Hvordan udvikles et undervisningsmateriale, som tager udgangspunkt i at kursisten har matematikvanskeligheder?
- Hvad kan vi lære af et undervisningsforsøg, baseret på at kursisten har matematikvanskeligheder?

Specialet kan ses som et bidrag til den forskning der i er Danmark omkring netop matematikvanskeligheder. På RUC har man tidligere uddannet matematikvejleder og har i den forbindelse udgivet flere bøger om, hvordan man afhjælper matematikvanskeligheder, se bl.a. (Jankvist & Niss, Fra snublesten til byggesten, 2016) og (Jankvist, Misfeldt, & Aguilar, 2019) påviser i deres artikel de vanskeligheder der opstår, når objektivisering sker uhensigtsmæssigt.

Specialet er delt om i tre underdele, som hver især belyser et underspørgsmål, og de overvejelser og svar, der kommer i første underspørgsmål, er forsøgt ført videre til andet og tredje underspørgsmål, således at der opstår en progression. Dermed angiver underspørgsmålene også den struktur, som specialet har.

Den første del beskæftiger sig med teorien om læring. Udgangspunktet er (Illeris, 2015) og der udbygges med teorien om praksisfællesskaber, som den er præsenteret af (Wenger, 2004). Disse bøger angiver den overordnede læringsforståelse og (Sfard, 1991) supplerer ved at vise, hvilke specifikke udfordringer, som matematik har i forhold til læring, især det forhold at begreber i matematik ofte har mere end en betydning. Hvis man vil vise at man har forstået noget viden, så er en mulighed at tale om sin viden, derfor har tilegnelsen af fagsprog også et fokus i dette speciale, udgangspunktet er (Cummins, 2000) og hans teorier om, hvordan man udvikler fagsprog, når udgangspunktet er dagligdagstale.

Anden del handler om udviklingen af undervisningsmateriale på baggrund af ovenstående teorier. Materialet, som skal præsenteres fra undervisningens start i august, skal holdes indenfor rammen af den undervisningsbeskrivelse, som Undervisningsministeriet har udsendt og når dette er valgt, udvikles materialet, således at det følger de anvisninger, som teorierne i første del lægger op til.

Den tredje del af specialet handler om at indsamle empiri og analysere denne. I denne del behandles også de etiske overvejelser i forbindelse med indsamling og behandling af denne, her tænkes især på indhentning af samtykke erklæringer og den delvise anonymisering af de interviewede. Til denne del har det især været (Brinkmann & Tanggaard, Kvalitative metoder, 2015) og (Kvale & Brinkmann, 2015), som har været retningsgivende for specialet.

Den sidste del er en opsamlende konklusion og et overblik og dette speciales bidrag til forståelsen for, hvordan man kan tilrettelægge sin undervisning, således at man tilgodeser til kursister, som har svært ved matematik og dermed et forsøg på en besvarelse af problemformuleringen.

1.06 VIDENSKABSTEORETISK VINKEL

Den videnskabelige ramme, som dette speciale skal ses i, kan ikke være den samme, som matematik befinder sig i; Den aksiomatisk-deduktive. Den litteratur, som beskæftiger sig med læring, udspringer af en anden tradition og det derfor nødvendigt at overveje, hvilke rammer, som er nødvendige, for at specialet kan foregå i en videnskabelig ramme.

Når man det meste af sit voksne liv har beskæftiget sig med matematik og dermed har en forståelse af at viden opbygges aksiomatisk-deduktivt, så er det svært at forestille sig at der kan være andre måder at tilegne sig ny viden på, når man lige ser bort fra de eksperimenter, som udføres indenfor naturvidenskab. Man kan enten argumentere ved hjælp af logik eller lave et eksperiment. Man må kunne afgøre om noget er sandt eller falsk.

I dette speciale, er opgaven ikke at finde sandheden, som en objektiv sandhed. Forsøget med at sætte en underviser til at gennemføre en række lektioner, med sin klasse, vil i en naturvidenskabelig sammenhæng falde sammen på næsten alle parametre. Helt grundlæggende kan man ikke genskabe forsøget. Man kan ikke undervise, under de samme forhold.

Opgaven er derimod at få en forståelse for, hvordan undervisningsmaterialet opleves hos den kursist der bliver undervist og hos den der underviser. Materialet er skrevet på baggrund af de tekster, som siger noget om læring og sider af matematik, som man ved på forhånd giver vanskeligheder. Men ud over dette har jeg også brugt mine år som underviser, især i VUC-regi, til at vurdere, hvordan undervisning fungerer og hvordan læring af matematik sker. Der ligger altså en hel del viden, som man kan kalde tavs viden, fordi den ikke er ekspliciteret, som er gemt i materialet. Der ligger altså, inden forsøget går i gang en forforståelse for, hvordan undervisningen skal sammensættes. De undersøgelser, som jeg vil udføre, går ud på at finde ud af, hvordan opleves materialet. Både for underviser og for kursist. Og det bliver mine fortolkninger af disse oplevelser, som bliver en del af en ny forståelse.

"Sådanne fortolkninger, der bygger på, at vi forstår andre mennesker, forekommer af naturlige grunde hyppigst inden for de humanistiske videnskaber - historie, litteraturvidenskab, kunsthistorie - men også inden for mere samfundsrettede fag som sociologi, antropologi og jura. En videnskab, som arbejder med fortolkninger af denne "forstående" art, kaldes hermeneutisk (hermeneutik = fortolkningslære)" (Thurén, 1992, s. 44)

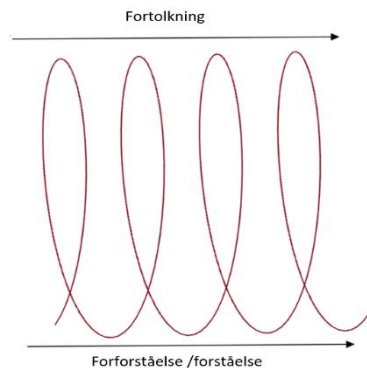
Når der observeres noget i verden, kan det ikke gøres neutralt man vil altid tillægge det observerede noget, på grund af noget der vides i forvejen. Hvis jeg kigger på et skilt, hvor der står "udgang", så tillægger jeg skiltet en funktion; den skal vise mig vej ud af en bygning. Jeg kan ikke se på skiltet med uhildet sind.

"Forudforståelse er et centralt begreb indenfor hermeneutikken. Dermed menes, at vi ikke alene opfatter omverdenen gennem vores sanser. De tilsyneladende rene sanseindtryk rummer i virkeligheden en god portion tolkning" (Thurén, 1992, s. 50)

Når man arbejder indenfor hermeneutikken, knyttes begrebet den hermeneutiske cirkel.

"Den hermeneutiske cirkel betegner den vekselvirkning, der foregår mellem del og helhed. Delene kan kun forstås, hvis helheden inddrages, og omvendt kan helheden kun forstås i kraft af delene. Det er således sammenhængen mellem delene og helheden, der er meningsskabende" (Højbjerg, 2005, s. 312)

For hermeneutikken er denne vekselvirkning afgørende, og man bliver ved med at fortolke, indtil der opnås en dækkende og modsigelsfri udlægning af det der skal betragtes.



Når man skal forstå et fænomen, er forudforståelsen en grundpræmis idet den er med til at danne den ramme, som fænomenet kan erkendes i. Dette kaldes for forståelseshorisonten. Forståelseshorisonten er med til at bestemme, hvordan vi orienterer os og handler, og består af dele, som er privat, men også dele som er kollektivt, da vi er en del af et fællesskab, historisk og kulturelt. Det er indenfor forståelseshorisonten, at vi finder det der er meningsgivende (Højbjerg, 2005, s. 324). I hermeneutikken søger man efter det der kaldes for horisontsammensmeltning, som dækker over "*den hændelse, der i det forstående møde med genstanden*" (Højbjerg, 2005, s. 324), det er her meningsdannelsen foregår: Sammensmeltningen mellem genstand og forståelse. Det er således ikke genstanden eller fortolkeren, der giver mening, men i den cirkulære vekselvirkning, der sker mellem helhed og del. Hvis der er tale om to personer, så vil man ikke opnå konsensus, ved horisontsammensmeltning, men blot opnå at forstå det den anden kommunikerer om. Hvis den der skal fortolke, forholder sig åbent og evner at udforske og sætte sine fordomme i spil, så vil forståelseshorisonten hele tiden ændre sig. Det er at gøre sig en hermeneutisk erfaring (Højbjerg, 2005, s. 325).

I dette speciale, vil min egen forforståelse, selvsagt spille en stor rolle, både den eksplicitte i det omfang at jeg er opmærksom på det og den tavse. Jeg præsenterer i første del den forforståelse, som udviklingen af undervisningsmaterialet eksplicit tager udgangspunkt i, men jeg præsenterer desuden den forforståelse, som jeg selv har, der er funderet i "Best-practice" for mig, inden afviklingen af dette speciale. I den tredje del, hvor jeg indsamler empiri, er min egen forforståelse og forståelseshorisont afgørende for, hvor hvordan empirien folder sig ud. Der er således på rigtig mange måder tale om en hermeneutisk tilgang til dette speciale.

2. HVILKE LÆRINGSSENSYN ER VIGTIGE

I dette kapitel sætter jeg særligt fokus på det teoretiske fundament, som skal danne basis for udviklingen af undervisningsmaterialet. Der er først en overordnet indføring i centrale begreber om læring, som den bliver præsenteret af (Illeris, 2015). Dette fører over i en særlig behandling af det (Illeris, 2015) kalder for samspilsdimensionen. Her sættes der et særligt fokus på den sociale situation, som den lærende sættes i. Det er (Wenger, 2004)'s påstand at de rammer, som læringen udfoldes i, er afgørende for kvaliteten af den læring der kan foregå. De rammer som er relevante for dette speciale udfoldes i dette kapitel. At forstå matematik, eller "se" den er en udfordring for mange og især for de kursister, som ønsker en HF eksamen i VUC regi. I dette speciale sættes der fokus på især det faktum at det matematisk begreb kan have forskellige betydninger afhængig af den kontekst, som begrebet befinder sig i. Dette har (Sfard, 1991) behandlet grundigt i sin artikel og hendes præsentation af proces-objekt forståelsen bliver præsenteret. Som en del af læringsprocessen har jeg valgt at sætte fokus på det at tale om matematik. Udviklingen af et fagsprog er ifølge (Cummins, 2000) en særlig udfordring, hvis man udelukkende behersker dagligdagssprog, og denne udvikling sættes der et særligt fokus på i dette kapitel.

Når jeg har valgt bestemte artikler og tilgange til læring, har jeg især haft fokus på om jeg kunne gøre teorierne operationelle. Det er derfor ikke udtryk for at disse teorier nødvendigvis er bedst til at beskrive den problematik, der ligger i at tilegne sig matematik, men det er i høj grad udtryk for mine evner til at omsætte deres tanker.

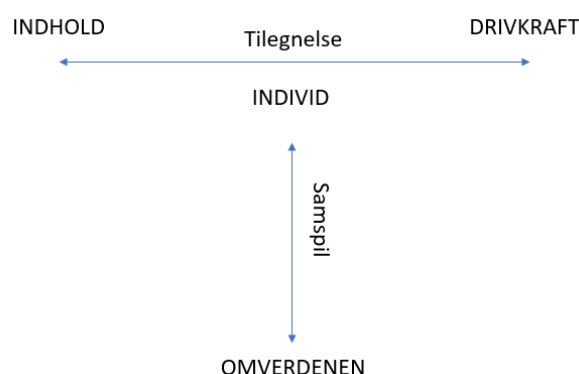
Jeg har foretaget nogle valg i forbindelse med fremlæggelsen af teorierne. Noget har jeg udeladt af plads hensyn, mens andet er udeladt, fordi jeg ikke har formået at omsætte forfatterens tanker til konkret indhold i mit materiale. I behandlingen af (Wenger, 2004) har jeg desuden haft et fokus på at beskrive de områder, som har haft relevans for de interviews, som jeg har lavet.

2.01 LÆRING SET MED ILLERIS'S ØJNE

"Den mest grundlæggende forståelse af, hvordan læring finder sted, er - som jeg ser det - at al læring omfatter to meget forskellige processer, som begge skal være aktive for at vi kan lære noget"

således skriver (Illeris, 2015, s. 41). Den ene proces kaldes for samspilsprocessen og foregår mellem individet og dets omgivelser. Den anden proces handler om tilegnelse og er en individuel psykologisk bearbejdelse. Tilegnelsesprocessen er i høj grad styret af biologi og den evolution der har været millioner af år undervejs. Tilegnelsen opdeles igen i to. På den ene side er der indhold og på den anden side er der en drivkraft. Samspilsprocessen handler om noget mellemmenneskelig og har samfundsmæssig karakter. Dermed bliver læring noget der foregår i et tredimensionelt rum. (Illeris, 2015) viser at de forskellige processer der er i spil alle vekselvirker og dermed påvirker hinanden.

Når man skal forstå en læringssituation eller analysere et læringsforløb, skal alle 3 dimensioner tages med, hvis det skal gøres fyldestgørende, (Illeris, 2015, s. 44). Al læring er ifølge (Illeris, 2015) situeret. Med dette menes der at *"læringssituationen ikke alene påvirker læringen, men også er en del af den"* (Illeris, 2015, s. 119). Når en person skal tilegne sig ny viden, så beskriver (Illeris, 2015, s. 60) forskellige typer af indre psykologiske mekanismer. Den kumulative læring, som eksempelvis er at huske sin pinkode. Her er der ikke nogen form for støtte at hente i forhold til at lære koden, undtagen at lære dem udenad. Bestemmer man sig for at der kan knyttes noget allerede kendt, til de 4 cifre, så er der tale om assimilation. Kumulativ oplæring bliver meget knyttet til en bestemt situation og det er ikke nemt at bruge denne viden i andre sammenhænge. Når man arbejder med assimilativ læring, så knyttes den nye viden sammen med en eksisterende. Man udbygger den viden man har i forvejen. Den viden man tilføjer, ligner meget den viden man har i



*Figur 1 Læringens fundamentale processer
(Illeris, 2015)*

forvejen.

"Assimilativ læring er i sin "rene" form præget af en rolig og stabilt fremadskridende udvikling, hvor læringsprodukter opbygges, integreres og stabiliseres", (Illeris, 2015, s. 61).

Ens viden eksisterer som kognitive skemaer og disse udbygges og det nye indarbejdes i disse. Begrænsningen ved assimilativ læring er at det lærte ofte kun kan anvendes i de situationer, hvor de er præsenteret. Hvis man har arbejdet med eksempelvis lineær vækst, hører man tit at fysiklæreren ikke kan aktivere matematikken, da denne er lært i en anden time, og at matematikken hører hjemme i matematiktimen. Den akkomodative læring drejer sig om hel eller delvis omstrukturering af allerede etableret viden. Det er situationer, hvor vi ikke umiddelbart opfatter at vi har arbejdet med dette før, der er dele af det vi mødes med, som ikke stemmer overens med vores eksisterende viden. For at skabe orden i vores viden, er vi derfor nødt til at omorganisere.

"Når de nødvendige forudsætninger er til stede, kan akkomodative processer være korte og pludselige: Den lærende forstår med ét, hvordan noget hænger sammen" (Illeris, 2015, s. 62).

Akkommodation er en krævende proces, sammenlignet med assimilation, der skal skabes nye skemaer og forbindelser og måske skal allerede eksisterende skemaer brydes ned, hvilket er vanskeligere end blot at "lægge til". Akkommodation sætter den lærende i stand til at reflektere og bevidstgøre og sætte sin viden i spil i nye situationer. Den sidste type er transformativ læring, her beskæftiger man sig med den lærendes identitet og selvforståelse. Her kræves det

at man står i en situation, hvor det er uomgængeligt at centrale opfattelser skal ændres. *"al læring, der indebærer ændringer i den lærendes identitet"* (Illeris, 2015, s. 69).

Der findes altså forskellige former for læring og den rækkefølge der er lagt frem her, er læringsformen der først er præsenteret den, som kræver mindst af den lærende og de sidste læringsformer er de mest krævende.

Det er når man skal lære noget, som ikke har forbindelse med anden kendt viden, at man bliver udfordret. Omvendt kan man så argumentere for at en undervisers fornemste opgave er at sørge for at det der undervises i, hænger sammen for den enkelte, fordi det er sammenhængen, der er årsag til at matematik bliver nemt at tilgå.

Hvis en elev oplever at matematik blot er en serie af regler, som skal læres udenad, så bliver stoffet meget omfattende og meget svært at håndtere. Denne opfattelse af matematik fører ifølge (Jankvist & Niss, 2018, s. 2) til at eleverne opfinder deres egen forståelse og dermed løsningsstrategier i henhold til egne regler. En sådan forståelse behøver på ingen måde stemme overens med, hvordan matematik i øvrigt fungerer.

(A) DRIVKRAFTEN

Når en person skal lære, skal der være en drivkraft. For (Illeris, 2015) handler det bl.a. om motivation og vilje, men følelser er også en vigtig komponent. Hvor det kan være ligetil at måle, hvad man ved og ikke ved, så er det sværere at forstå en størrelse som drivkraft, endsize måle den. Ikke desto mindre er drivkraft central for at der kan foregå læring.

"En høj intelligens er lang fra nogen garanti for, at man klarer sig godt i tilværelsen" (Illeris, 2015, s. 108).

For den meget diverse gruppe på VUC er motivationen for at være med i undervisningen på ingen måde nem at beskrive. Hvis man ser på kursisternes baggrund, så ser man en gruppering omkring de unge, som typisk har en eller flere afbrudte uddannelsesforløb bag sig og for den ældre del af kursisterne, har kommer de fra arbejdsmarkedet, hvor nogle har uddannelse med sig andre har ikke (Pless, 2010, s. 9). Motivationen er dermed meget inhomogen størrelse. Hvis motivationen skal ske gennem faget, så kan et valg være at det man vælger, hænger sammen med noget allerede kendt, hvilket vil gøre tilegnelsen nemmere og kan være med til at øge motivationen.

(B) SAMSPILSDIMENSIONEN

Den tredje dimension er samspilsdimensionen. Her handler det om samspillet den lærende og omverdenen. *"Al læring er "situeret", dvs. at læringssituationen ikke alene påvirker læringen, men også er en del af den"* (Illeris, 2015, s. 119). Denne dimension har (Illeris, 2015) valgt at dele op i yderlige 2 kategorier, dels den sociale situation, som læringen foregår i og den samfunds-mæssige situation. Især den sociale dimension har (Wenger, 2004) beskæftiget sig med, og da dette er centralt for specialet, så vil dette blive uddybet senere.

"I praksis kan læringens samspilsdimension for den lærende antage mange forskellige former, fx typisk perception, formidling, oplevelse, imitation, virksomhed eller deltagelse, hvor det væsentlige er, at jo mere aktivitet og engagement den lærende involverer i samspillet, jo større bliver læringsmulighederne, ikke mindst med hensyn til de akkomodative og evt. transformative processer. Det er derfor vigtigt for læringen, at der både med hensyn til de direkte samspilsformer og de mere generelle rammer i form af

praksisfællesskaber og læringsmiljøer er mulighed for aktiv medvirken.” (Illeris, 2015, s. 148).

Det er for (Illeris, 2015) klart at optimale læringsforhold indebærer, at samspilsdimensionen skal indtænkes, som en vigtig brik. Mange mennesker kan i mange tilfælde godt lære noget alene og ved egen refleksion, men for nogle mennesker - og måske især for kursister på VUC - vil samspilsdimensionen spille en væsentlig rolle. Både i forhold til læreren, men også i forhold til sine medkursister. Hvordan samspilsdimensionen kommer til udtryk, under optimale forhold har (Wenger, 2004) behandlet. Han kalder disse optimale forhold for praksisfællesskaber.

2.02 LÆRING I PRAKSISFÆLLESSKABER

I dette afsnit sættes der særligt fokus på den del af læringslandkortet, som arbejder med den sociale kontekst. Afsnittet behandler nogle af de begreber, som er knyttet til teorier om læring i sociale fællesskaber. De begreber der sættes fokus på, er valgt ud fra relevans i forhold til specialet, især den del som handler om, de informationer jeg har fået fra observationer og interview. Udgangspunktet for behandlingen af sociale læringsfællesskaber er de teorier som er præsenteret af (Lave & Wenger, 2003) og (Wenger, 2004). Præsentationen af ideerne er lagt sådan an, at (a)-(c) handler om det fælles og (d)-(e) handler om de individuelle forhold som er definerende for et praksisfællesskab.

I (Wenger, 2004) behandles begrebet praksisfællesskaber. Udgangspunktet og dermed den læringsforståelse der ligger til grund for bogen er betragtningen om, at læring ikke er begrænset til et klasselokale i en bestemt time, hvor et bestemt emne bliver behandlet. Læring foregår altid, alle steder.

”Hvad nu, hvis vi anlagde et andet perspektiv, der satte læringen i sammenhæng med vores levede erfaring med deltagelse i verden... Og hvad nu hvis vi antog, at læring dybest set er et fundamentalt socialt fænomen” (Wenger, 2004, s. 13).

Bogen skaber med sin tilgang til læring en begrebsramme, således at man sættes i stand til at analysere om der er optimale forhold for at lære. For (Wenger, 2004) er et praksisfællesskab ikke en sammenhæng mellem de to ord praksis og fællesskab. Der ligger noget mere i det. Det er afgørende for at forstå ideen bag ved praksisfællesskaber, at dette er en dynamisk størrelse. Et praksisfællesskab består af tre dele, gensidigt engagement, fælles virksomhed og fælles repertoire. For at blive en del af et sådant praksisfællesskab er det Wengers påstand at det kræver at den enkelte er i stand til at tildele det man foretager sig mening og forudsætningen for dette er en meningsforhandling.

Wenger påpeger desuden at den måde, man er en del af fællesskabet på, er afgørende for om det lykkes at skabe et praksisfællesskab. Man skal være det Wenger kalder for Legitim perifer deltager. Det er ikke nok at man blot siger at man deltager i fællesskabet. Der skal mere til. Når vi i det efterfølgende taler om et praksisfællesskab, som noget der eksisterer, så er det vigtigt at understrege at på et matematikhold, som starter undervisning i august, så er det svært at tale om et praksisfællesskab, fordi alle der træder ind i lokalet vil være nyankomne. Når begrebet er anvendeligt i dette speciale, så skyldes det at spørgsmålet om, hvorvidt det er muligt at skabe et praksisfællesskab, er interessant. Det er fra den første dag lærerens opgave at skabe rammer, hvor praksisfællesskab har mulighed for at emergere. De centrale temaer i praksisfællesskaber er derfor begreber, som anvendes til at undersøge, hvorvidt der skabes rammer for optimal læring.

Nedenfor gennemgås centrale temaer indenfor disse begreber.

(A) GENSIDIGT ENGAGEMENT

Noget af det der kendetegner et praksisfællesskab, er det gensidige engagement, og det kan ikke defineres forud for at mennesker mødes. Medlemskab af et praksisfællesskab kommer ikke af at man melder sig ind, møder op eller siger at man tilhører fællesskabet.

"Praksis findes i et fællesskab af mennesker og de relationer af gensidigt engagement, på grund af hvilket de kan gøre det, de en gang gør" (Wenger, 2004, s. 91).

Dermed bliver praksisfællesskab ikke noget, som man kan definere a priori. Det findes først i det øjeblik at handlingerne kræver andres tilstedeværelse. Man kan ikke på forhånd definere, hvordan et praksisfællesskab skal fungere, det afhænger af de mennesker, som er i fællesskabet til et givent tidspunkt på en given lokalitet. For at opretholde et praksisfællesskab kræves gensidigt engagement. Samtidigt er det vigtigt, at hver enkelt person forstår sin plads i fællesskabet og skaber sig en identitet i fællesskabet. En identitet, som styrkes gennem engagement. Det gensidige engagement skaber relationer mellem mennesker og når man til stadighed dyrker disse

"forbinder det deltagerne på måder, der kan gå dybere end mere abstrakte ligheder med hensyn til personlige træk eller sociale kategorier" (Wenger, 2004, s. 94).

Dermed ikke sagt at det er nødvendigt at være ens, eller at gruppen nødvendigvis er homogen. (Wenger, 2004) bruger et eksempel med et kirurgisk team som består af mange forskellige og komplementære bidrag, til at illustrere, hvordan meget forskellige roller kan udgøre et praksisfællesskab. Praksisfællesskaber kan også bestå af grupper, hvor store dele af gruppen har samme funktion og kompetencerne bliver dermed meget overlappende. I sådan et praksisfællesskab bliver det at hente og dele viden med andre en vigtig brik.

"Udviklingen af en fælles praksis beror i begge typer af fællesskaber på gensidigt engagement" (Wenger, 2004, s. 93).

De forbindelser der skabes i et praksisfællesskab kan ikke beskrives ved nogle principper, men består af et mylder af forbindelser, som holdes i live og udvikles gennem gensidigt engagement. Et praksisfællesskab kan altså kun eksistere, hvis medlemmerne er gensidigt engagerede, således, at der kan opstå relationer mellem medlemmerne og det enkelte medlem har en opfattelse af identitet i praksisfællesskabet.

(B) FÆLLES VIRKSOMHED

Den fælles virksomhed, som den udfoldes i et praksisfællesskab er

"resultatet af en kollektiv forhandlingsproces, der afspejler det gensidige engagements fulde kompleksitet" (Wenger, 2004, s. 95).

Det arbejde, som man bliver sat til at udføre, bliver altså defineret, dels via nogle overordnede retninger, som kunne være en lærer, men også via forhandling med de øvrige aktører i fællesskabet. Når den fælles virksomhed er blevet forhandlet, gennem det gensidige engagement, så er det på en måde gjort til personernes ejendom og dermed skabes der en gensidig ansvarlighed, som integreres i praksis. (Wenger, 2004) gør opmærksom på at fælles virksomhed ikke er det samme som at alle gør det samme og alle er enige. Når der tales om fælles virksomhed, så handler det i høj grad om en fælles forståelse for, hvad der skal udføres og at virksomheden er forhandlet i fællesskab. Det er den forhandlede virksomhed, som giver relationer af gensidig ansvarlighed.

"Disse ansvarlighedsrelationer omfatter, hvad der har betydning, og hvad der ikke har, hvad der er vigtigt, hvad man skal gøre og ikke skal gøre, hvad man skal være opmærksom på og hvad man skal lade ligge" (Wenger, 2004, s. 99).

Meget af det der udføres, vil være defineret af regler, metoder etc. Men den fælles virksomhed indebærer også at man udvikler en specialiseret følsomhed, til at vurdere kvaliteten af en virksomhed og det er det forhold, "at disse bliver fælles i et praksisfællesskab, der tillader deltagerne at forhandle det hensigtsmæssige i det, de gør" (Wenger, 2004, s. 99). Et praksisfællesskab tolker så at sige de regler om normer, således at de bliver levendegjort. "Evnen til at skelne mellem tingsliggjorte normer og kompetent engagement i praksis er et vigtigt aspekt ved at blive et erfarent medlem" (Wenger, 2004, s. 100), af et praksisfællesskab.

En fælles virksomhed er opstået på baggrund af en forhandling med de øvrige medlemmer af fællesskabet, og det afspejler både normer, som er styret udefra og de normer der eksisterer i fællesskabet.

(C) FÆLLES REPERTOIRE

"Et praksisfællesskabs repertoire omfatter rutiner, ord, værktøjer, måder at gøre ting på, historier gestus, symboler, genrer, handlinger eller begreber, som fællesskabet har produceret eller indoptaget i løbet af sin eksistens, og som er blevet en del af dets praksis" (Wenger, 2004, s. 101).

Udviklingen af et fælles repertoire, viser at der kan ligge historik bag en del af det, som udspringer af det fælles engagement, men også at ord eller handlinger som udspringer af fællesskabet kan benyttes og få ny mening, når de bliver præsenteret i en kontekst. Udviklingen et fælles repertoire kommer således til at udspringe fra det gensidige engagement, men er også med til at føde det gensidige engagement.

Et praksisfællesskab er således en dynamisk størrelse, som eksisterer på grund af de medlemmer der er i fællesskabet og deres gensidige engagement. Et fællesskab er altid til forhandling hos medlemmerne og dets berettigelse består i at det giver mening for den enkelte at være en del af fællesskabet. Når praksisfællesskabet ikke bare er en sammensætning af to ord, så skyldes det at det kræver noget mere og at det er med til at skabe identitet, eller tilhørsforhold. Man kan ikke melde sig ind i et praksisfællesskab, men for at blive medlem er det nødvendigt at forholde sig til alle tre forhold, der konstituerer et praksisfællesskab.

(D) MENING

For Wenger er det afgørende for menneskelig aktivitet at vi finder det vi laver, er meningsfuldt. Når Wenger taler om mening, så dækker hans begreb mere end blot det der ligger i beskrivelsen i en ordbog. Det er heller ikke det store spørgsmål, med meningen med livet. Det ligger et sted i mellem. Udgangspunktet er den daglige rutine og de overvejelser vi gør os som mennesker omkring de daglige aktiviteter. Når vi engagerer os i en aktivitet, uanset hvor trivial den må være, så vil vi automatisk stille os spørgsmålet om dette giver mening. Der igangsættes det Wenger kalder for en meningsforhandling. Meningsforhandlingen foregår, som et samspil mellem deltagelse og tingsliggørelse.

"Deltagelse og tingsliggørelse udgør en dualitet, som spiller en fundamental rolle for menneskets oplevelse af mening og dermed for karakteren af praksis".
(Wenger, 2004, s. 66)

For Wenger er det fundamentale spørgsmål for at skabe mening at man deltager i aktiviteten på sine egne vilkår, men samtidig er man opmærksom på at deltagelse også er betinget af de sociale fællesskaber. Man deltager altså ikke bare ved at udføre en handling, men selve handlingen bliver sat i en større ramme af "*krop, bevidsthed, følelser og sociale relationer*" (Wenger, 2004, s. 66). Deltagelsen sættes overfor de aktiviteter, som udføres. Evnen til at danne overordnede begreber på aktiviteter der udføres, det Wenger kalder for tingsliggørelse er det andet ben, som meningsforhandlingen står på. Tingsliggørelsen skal være med til at skabe fokuspunkter i aktiviteten, som meningsforhandlingen kan centrerer omkring. For VUC kursister vil denne meningsforhandling altid eksistere i klasselokalet. Helt afgørende er det at de kan deltage i de aktiviteter der igangsættes af læreren. Men for at det de foretager sig giver mening, skal de altså kunne se at aktiviteten har en værdi for dem selv. Det er ikke nok at læreren med sine didaktiske overvejelser tillægger aktiviteten værdi, den enkelte kursist skal også gennem meningsforhandling se at det man foretager har et indhold, som giver mulighed for tingsliggørelse. Tingsliggørelsen er eksempelvis den proces, som gør at vi kan tale om nogle overordnede begreber uden at skulle forklare alle detaljer. I dette speciale vil tingsliggørelse eksempel ligge i at underviseren kan tale om en parøvelse, og så skal kursisterne vide, hvordan man tilgår denne type af aktivitet, uden at læreren skal give mange udtømmende instruktioner om, hvordan en parøvelse løber af stablen. Selv om læreren vil være den, som udstikker rammerne for disse, så er det den individuelle proces mellem deltagelse og tingsliggørelse, som danner fundamentet for meningsforhandlingen. Meningsforhandlingen er med til at skabe praksisfællesskabet, idet den enkelte både påvirker og bliver påvirket af praksisfællesskabet og da meningsforhandlingen er en evigt pågående proces bliver praksisfællesskabet en dynamisk størrelse, som i høj grad bliver betinget af de mennesker, som er med i fællesskabet.

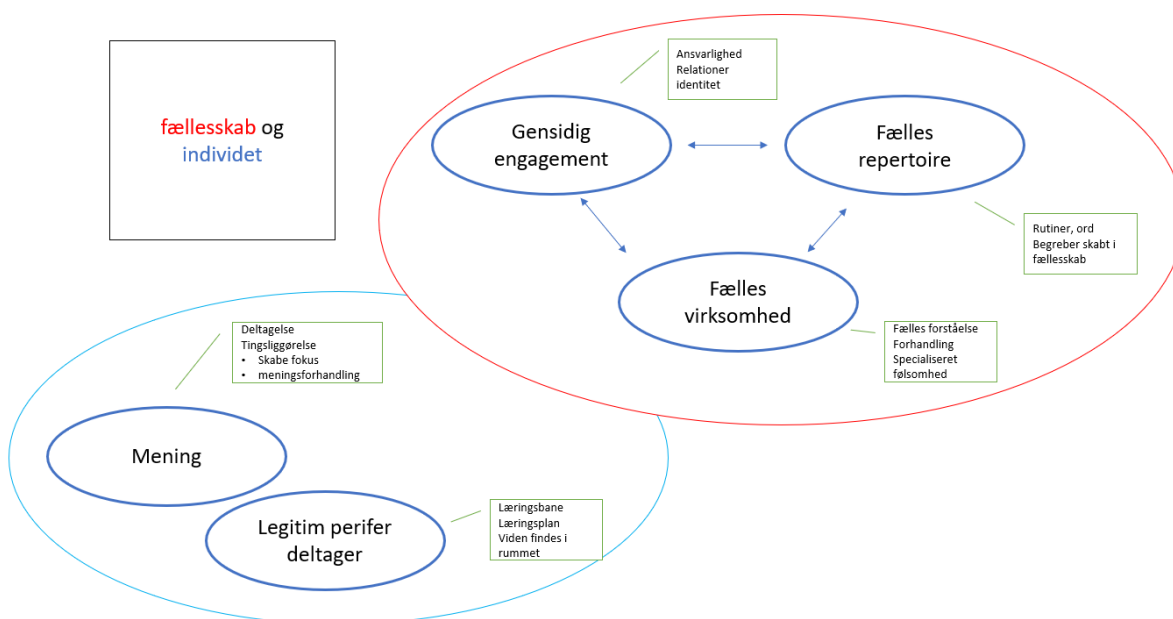
(E) LEGITIM PERIFER DELTAGER

Man bliver ikke pr automatik medlem af et praksisfællesskab. Det er ikke ligesom en forening, hvor det at man har betalt sit kontingent, betyder at man er medlem. I (Lave & Wenger, 2003) redegøres der for at deltagere i et praksisfællesskab starter deres medlemskab i en perifer position, hvorfra man bevæger sig mod fuld deltagelse. (Lave & Wenger, 2003) beskriver hvordan man kommer ind i et fællesskab, for et matematikhold vil alle kursister være nyankomne, og praksisfællesskabet har som sådan ikke emergeret, undtagen de rammer som klasserummet dikterer og det er i høj grad lærerens opgave at være den der giver udtryk for, hvad praksisfællesskabet a priori indeholder.

Når en kursist ankommer til et matematikhold, skal kursisten opleve at der skabes en læringsbane, som starter med at man sættes i gang med at løse små opgaver, som giver anledning til fuld deltagelse. Kursisten deltager med alt det, som hun har til rådighed i de fælles handlinger der igangsættes. Deltagelsen i de fælles handlinger skal være med til at tydeliggøre for kursisten, hvilken læreplan hun skal udfylde. Her skelner (Lave & Wenger, 2003, s. 82) mellem undervisningsplan, som det læreren udfærdiger og læreplan, som noget man selv står for. Denne læreplan skal gerne afstedkomme at der opstår uformel læring imellem kursisterne og at viden findes i "rummet" og er ikke centreret om eksempelvis læreren. Gennem sin deltagelse i de fælles handlinger skal kursisten opnå at blive absorberet i praksiskulturen og dermed lærer, hvad der konstituerer praksisfællesskabet. Det at være legitim perifer deltager bliver således til et udtryk om at man bevæger sig fra at vide lidt om praksisfællesskabet til at være med til at udtrykke det og ændre det, gennem sin deltagelse.

SAMMENFATNING AF LÆRING I FÆLLESSKABER

Læring ses som et produkt af på den ene side en tilegnelsesproces og på den anden side en samspilsproces. Hvis det der skal læres, er forholdsvis nemt, kræves der ikke meget af den lærende, men i takt med sværhedsgraden øges, stilles der større og større krav til de rammer, hvor der læres. Der er noget der tyder på at arbejde sammen om at lære noget kan være en fordel, når det der skal læres, er svært. Det er ikke nok at arbejde sammen, for at få optimal læring. Det kræver at den der lærer engagerer sig i undervisningen og at det der skal læres, giver mening for den enkelte. Praksisfællesskaber, som begreb opererer på 2 niveauer et fællesskabsniveau og et individniveau. Dette kunne illustreres ved nedenstående figur.



Undervisningsmaterialet skal altså aktivere kursisten på en måde, så det giver plads til selvstændigt at tillægge aktiviteter mening og dermed udvikle engagement og en indre drivkraft. Her er praksisfællesskaber et godt analyseværktøj i forhold til at forstå, hvornår optimale forhold er til stede. Undervisningen har fordel af at tage udgangspunkt i noget kendt, som man så kan udbygge, men det er vigtigt at denne udbygning sker på en måde, så kursisterne hele tiden føler at det matematiske stof hænger sammen og den viden og de strategier man skal vælge for at løse opgaver, er tæt forbundne. Man skal i sin tilrettelæggelse af undervisningen sørge for at der kan udvikles fælles virksomhed, fælles repertoire og gensidigt engagement, men også give plads til at disse kan forhandles både i gruppen, men også på det individuelle plan.

2.03 LÆRING AF MATEMATIK

Når der tales om matematikvanskeligheder, så er dette en meget bred definition. Her er det vigtigt at understrege, at der ikke tales om decideret talblindhed, som er udfordringer af en helt anden karakter. Hvis man taler om talblindhed, så handler det om at vanskelighederne ikke forsvinder, bare fordi man træner det. Et eksempel på udfordringer med talblindhed er subitizing, som er evnen til at angive antallet af objekter, uden at tælle (Butterworth, 2000, s. 125). Denne evne er til stede hos de fleste, men hvis den mangler, så er matematik meget vanskelig, idet man ikke forbinder tal til en mængde af objekter. Dette kan føre til eksempelvis det som (Lindenskov & Weng, 2006) kalder for regnehuller. I dette afsnit behandles en af de

vinkler der er på at have matematikvanskeligheder, begrebsopbyggelsen. I opbyggelsen af begreber ligger der en meget stor udfordring, idet begreber ofte har mere end en betydning, afhængig af den kontekst, som de befinder sig i. (Sfard, 1991) har et særligt syn på dette og denne problematik behandles nedenfor.

(A) OPBYGGELSEN AF BEGREBER GENNEM VEKSELVIRKNING MELLEM PROCES OG OBJEKT

Matematikvanskeligheder handler om dem, som har svært ved matematik, men som ikke er talblinde. I Danmark har bl.a. Mogens Niss og Uffe Thomas Jankvist arbejdet med denne problematik og har været redaktør på eksempelvis (Jankvist & Niss, Fra snublesten til byggesten, 2016), som beskriver disse elever.

"En stor del af disse elever klarer sig tilfredsstillende i andre fag, bortset fra i dem, der trækker meget på matematik, og har dermed ikke generelle læringsvanskeligheder" (Jankvist & Niss, Fra snublesten til byggesten, 2016, s. 5)

Man kan derfor anlægge det synspunkt at matematikvanskeligheder opstår, fordi undervisere i matematik ikke forstår at udfolde matematikken, således at den bliver mulig at forstå, måske fordi vi ikke forstår de vanskeligheder, der hænger sammen med læring af matematik.

Hvis vi skal blive bedre til at undervise, bliver vi nødt til at blive bedre til at forstå, hvori vanskelighederne består.

Problematikken omkring matematikvanskeligheder er i ovenstående bog (Jankvist & Niss, 2016) beskrevet ved at gennemgå forskellige cases og deres udfordringer. En af de udfordringer, som elever kan have er at deres begrebsopbygning ikke er fuldendt, hvilket medfører at de operationer som man efterfølgende skal udføre på disse matematiske objekter ikke forstås til fulde. Denne problematik beskæftiger Anna Sfard sig med i sin artikel (Sfard, 1991).

I sin artikel fra 1991 beskæftiger Sfard sig med algoritmer og deres betydning for læringen af matematik. (Sfard, 1991) viser at opfattelsen af et begreb kan være både strukturelt og det kan være operationelt.

"An analysis of different mathematical definitions and representations brings us to the conclusion that abstract notions, such as number or function be conceived in two fundamentally different ways: structurally -as objects, and operationally - as processes" (Sfard, 1991, s. 1).

Disse to tilsyneladende forskellige opfattelser af et begreb kan være med til at kaste lys over, hvordan tilgangen til læring af kan sammensættes. (Sfard, 1991) viser at der kan skabes en model for læring, hvor netop disse to begreber bliver centrale og danner grundlag for, hvor de største vanskeligheder med læring af matematik ligger.

Til forskel fra andre videnskaber, så er matematik ikke fysisk. Man kan ikke sanse matematik. Der skal noget andet, end vores sanseapparat til for at forstå matematik. Samtidig har vi mange forskellige repræsentationer af det samme begreb. En funktion kan opfattes som en mængde af talpar, vi kan også se på funktionens graf eller vi kan se funktionen som tager et element fra en mængde og transformerer det til et element i en anden mængde. For at forstå matematik er det derfor nødvendigt at kunne håndtere mange forskellige sider af det samme begreb og dette ser ud til at være nogle af de udfordringer, som man skal håndtere når man skal lære matematik.

" Being capable of somehow" seeing" these invisible objects appear to be an essential component of mathematical ability; Lack of this capacity may be one of the major reasons because of which mathematics appears practically impermeable to so many" well-formed minds" (Sfard, 1991, s. 3).

Når vi ikke kan sanse matematik og vi kan heller ikke føle matematik, så vi er nødt til at tilgå forståelsen af matematik med nogle værktøjer, som sættes os i stand til at "se" matematik. En måde er ifølge (Sfard, 1991) at lave en skelnen mellem et begreb som proces og et begreb som objekt.

Hvis man opfatter et begreb som strukturelt, så vil man kunne udføre operationer på objektet, man kan manipulere det. En funktion kan differentieres, og dermed bliver udført en operation på objektet funktion. Man kunne også se en funktion, som noget der tager et tal og udfører en række udregninger og så får man et nyt tal. Dette vil være at opfatte begrebet funktion som en proces. Der findes ikke en skarp skelnen mellem disse to begreber, men der er stor ontologisk forskel i den måde de to opfattelser ser et matematisk begreb.

Dette er den dualitet, som (Sfard, 1991) anfører, som er central for forståelsen af matematik.

Den strukturelle og den operationelle opfattelse af matematik kan opnås på forskellig vis. Den strukturelle måde at opfatte et objekt på giver os muligheden for at forstå det umiddelbart og vi kan manipulere objektet. For at understøtte forståelsen af strukturelle forståelse anvendes der ofte billeder. Hvis man beskriver den proces, som skal gennemløbes, med eksempelvis ord, så understøttes den operationelle forståelse af et objekt.

De to opfattelser er i deres natur meget forskellige og man kunne fristes til at se dem som modsatte og ikke forenelige. Dette er en fejl.

" Although ostensibly incompatible (how can anything be a process and an object at the same time?), they are in fact complementary" (Sfard, 1991, s. 4).

Man skal i stedet se dem som understøttende for helhedsforståelsen af et begreb. Faktisk så er den processuelle forståelse for et begreb en forudsætning for at man kan forstå et begreb og efterfølgende kunne udføre nye operationer på begrebet. Opfattelsen af proces objekt dualiteten er for (Sfard, 1991) central for at forstå de udfordringer, som man står overfor når man skal forstå matematik.

" I shall argue that in a similar way, the ability of seeing a function or a number both as a process and as an object is indispensable for a deep understanding of mathematics, whatever the definition of "understanding" is" (Sfard, 1991, s. 5).

Hvis man historisk betragter udviklingen af matematiske begreber, så er der tydelige spor på den dualisme også når begreberne skal dannes.

Med udgangspunkt i forståelsen af tallene, så er barnets forståelse af tallene en proces. Når barnet bliver præsenteret for spørgsmålet om, hvor mange æbler der er, vil den urutinerede begynde at tælle, én, to, tre. Altså at antallet bliver resultatet af en proces. Barnet ser ikke objektet tre. Når børn 13-årsalderen bliver spurgt til brøker, så ses det at mange betragter brøken som et resultat af et divisionsproblem og ikke som et tal i sig selv.

I den græske matematik, ses tallene i første omgang som udtryk for en måleproces. Tal kunne beskrives som heltal eller som brøker. Men Pythagoras viste at det ikke altid var muligt at udtrykke længde ved hjælp af heltal eller brøker. Der gik lang tid, inden man var i stand til at adskille tallene fra måleprocesser og derfra udviklede man de øvrige tal. I renæssancen udviklede man tal, som var løsninger på tredje og fjerdegrads polynomier og man betragtede løsninger, som var kvadratroden af negative tal, uden at benævne dem konkret. De blev først

til fuldt udviklede matematiske objekter efter en lang proces, hvor matematikere blev tilvænnet disse.

" The most important thing to be learned from this short historical account is that the development of the notion of a number was a cyclic process, in which approximately the same sequence of events could be observed time and again, whenever a new kind of number was being born". (Sfard, 1991, s. 13).

De processer som udviklingen af tallene gennemløber, består af

- (1.) Et prækonceptuelt niveau, hvor matematikerne langsomt bliver tilvænnet bestemte operationer på allerede kendte tal.
- (2.) En lang periode, hvor det dominerende fokus er på processen, men langsomt udkrystalliseres forståelsen for den nye mængde af tal. Begrebet for disse tal er typisk koblet til processen der udføres på tallene.
- (3.) En strukturel fase, hvor de nye tal bliver fuldt ud accepteret som matematiske objekter. Og disse nye tal kan man så udføre nye operationer på. (Sfard, 1991, s. 13)

Der er altså tale om at udviklingen er en lang kæde af skift mellem operationelle og strukturelle opfattelser. Når de processer udføres igen og igen på allerede kendte objekter, så bliver disse konverterede til et kompakt hele, eller reificerede. Man tingsliggør processerne. Denne model for dannelsen af viden om matematik understøttes af læringsteorier. (Sfard, 1991, s. 17) viser, at forskningen på dette område understøtter *"operational before structural"*. Den strukturelle tilgang anses for at være mere abstrakt end den operationelle og dermed sværere at anvende som tilgang til læringen. (Sfard, 1991) anvender sin analyse af, hvordan matematik udvikles, sammen med læringsteori til at danne en model for hvordan matematik kan læres.

Der findes tre trin, i tilegnelsen af et matematisk begreb, internalisering, kondensering og reificering.

Internaliseringen er den periode, hvor man gør sig bekendt med den proces der skal føre frem til det nye begreb. I tilfældet med tallene, hvor man brugte tælle, som metode til at lede frem mod et tal. Man kan sige at man udfører processer på objekter, som har et lavere niveau.

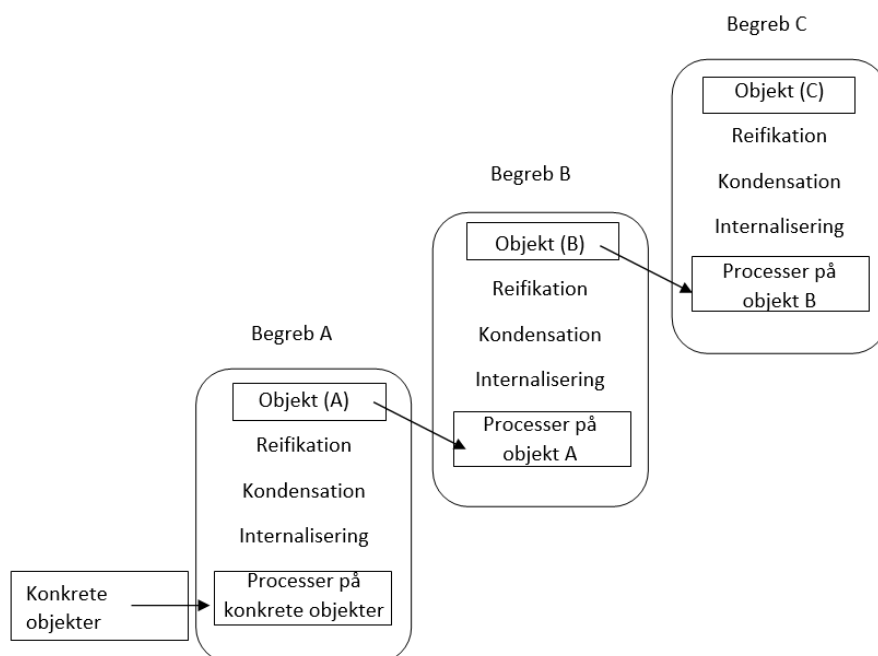
" Like counting which leads to natural numbers, subtracting which yields negatives, or algebraic manipulation which turn into functions" (Sfard, 1991, s. 18).

Kondenseringen, er når flere af de processer der indgår, bliver automatiserede. Når man i behandlingen af negative tal begynder at kunne trække tal fra hinanden eller gange med negative tal. Det er i denne fase at fornemmelsen for objektet opstår. Her bliver flere processer automatiserede, som når et computerprogram begynder at benytte sig af subrutiner. Man begynder at se processen, som et hele, uden at have et behov for at gå i alle detaljer. Et tegn på at der finder kondensering sted er når man er i stand til at lave generaliseringer og sammenligninger af forskellige processer.

Kondenseringen finder sted, så længe at der er behov for at knytte processer til begrebet og begrebet er først fuldt reificeret, når man kan behandle objektet som en ting i sig selv. I denne fase sker der et ontologisk skift. Fra at se noget indefra kan man nu begynde at betragte det udefra. (Sfard, 1991) kalder dette for et kvantespring. Forskellige repræsentationer af det samme begreb bliver til et hele og man kan frigøre sig for de underliggende processer og man kan nu begynde at undersøge objektet i sig selv.

" An ability to see something familiar in a totally new light" (Sfard, 1991, s. 19).

Princippet om udviklingen af matematik i denne rammesætning illustreres nedenfor



Figur 2 Frit efter (Sfard, 1991, s.22)

Eftersom det rent læringsmæssigt er lettere at arbejde med det processuelle, så viser (Sfard, 1991, s. 24) i et eksempel, hvordan den processuelle tilgang ganske vist fører til et resultat, men ved at betragte eksemplets definitioner som objekter fører det til en lettere og hurtigere løsning. (Sfard, 1991) definerer en mængde og en række funktioner, som virker på denne mængde. Derefter stilles 3 simple spørgsmål med udgangspunkt i definitionerne. Funktionerne har i dette univers til formål at vise proces og dermed det operationelle. Dernæst vises der et billede af selvsamme situation, med en tilhørende tekst. Ved at introducere et billede bliver definitionerne fra tidligere til objekter og (Sfard, 1991) viser dermed at der i arbejdet med matematik og løsning af matematiske problemer er brug for begge tilgange, både den processuelle og den objektorienterede. Selv om den strukturelle tilgang er lettere set fra et læringssynspunkt, så viser (Sfard, 1991) med sit eksempel at nogle problemer kan give store udfordringer for vores hjerne, når den bliver bedt om at holde mange informationer på en gang. Derfor så er det i nogle situationer nødvendigt at have en objektorienteret tilgang. Det skifte der sker når man skal gå fra at se et begreb som proces til at se det som objekt kræver ret meget af vores forståelse for begrebet og for at forstå begrebet som objekt er vi nødt til at udføre processer på objektet. Dette virker som en ond cirkel.

"The thesis of the "vicious circle" implies that one ability cannot be fully developed without the other: on one hand, a person must be quite skillful at performing algorithms in order to attain a good idea of the "objects" involved in these algorithms; on the other hand, to gain full technical mastery, one must already have these objects, since without them the processes would seem meaningless and thus difficult to perform" (Sfard, 1991, s. 32).

Nogle vil udføre rutineprægede matematiske udregninger, uden at reflektere over, hvorfor man gør det. Nogle vil ikke være i stand til at forstå betydningen af den frustration der ligger i at

man endnu ikke mestrer begrebet som objekt. Disse forhold vil være forhindringer i forhold til at mestre et begreb og dermed forstå matematik, som en helhed. Det betyder også at det er netop denne del af læringen, som undervisere skal have særlig fokus på. Det er her vanskelighederne ved læring af matematik viser sig. Det er reifikationsprocessen, som er den vanskelige del af indlæringsvanskelighederne og fokus bør ifølge (Sfard, 1991) være på denne del.

(Sfard, 1991) viser med sin artikel at matematiks iboende vanskelighed stammer fra at matematiske begreber kan betragtes både som processer og som objekter. Begge opfattelser er vigtige, for få en grundlæggende forståelse for matematik. Man kan ikke arbejde alene med den ene betragtning, men er nødt til at vekselvirke mellem de to for at få forståelsen. For at kende et begreb, må man forstå processen der ligger bag, og for at forstå begrebet som objekt må man udføre operationer på begrebet. Deri ligger vanskelighederne for den der skal lære matematik. For at understøtte den procesorienterede læring anvendes ord, og for at understøtte den objektorienterede, anvendes billeder.

(B) SAMMENFATNING

Matematikvanskeligheder kan opstå, når elever har en opfattelse af at matematik er mængde af tilsyneladende meningsløse ikke sammenhængende regler, som man så skal lære udenad. Når man tænker over, hvor meget matematik der serveres fra man begynder i skolen, til man har taget en matematik eksamen på HF-C niveau, så er det rigtig meget, der skal læres udenad. For at gøre matematikken nemmere at forstå, så kan man fokusere sin undervisning på at matematikken hænger sammen og at det samme begreb kan optræde i forskellige former, både som proces, men også som objekt. Man skal starte med at arbejde med proces delen af et begreb, helst ved hjælp af billeder. Når man fokuserer på processen, vil den efterhånden blive nemmere for en kursist at forstå. Den vil blive kondenseret. Når begrebets proces er stærk, kan man begynde at anvende begrebet som et objekt i sin undervisning. Denne vekselvirkning mellem proces og objekt danner et stærkt fundament for forståelsen af begrebet. Når et begreb er blevet reificeret, så betyder det at man frit kan lade det indgå i andre sammenhænge og man behøver ikke huske alt udenad, men kan lære at forstå sammenhænge i stedet. Når begreberne optræder som processer, så er billeder et væsentligt element i at støtte læringen.

2.04 LÆRING AF MATEMATIK SOM SPROGLIG UDORDRING

I dette afsnit sættes der et særligt fokus på de udfordringer, der ligger i at arbejde med det talte sprog. Den forskning, som (Cummins, 2000) har udført foreslår at der skabes en progression fra det udgangspunkt, som kursisten befinder sig i inden udviklingen påbegyndes. Herfra arbejdes der først med stærk kontekst støtte og lave kognitive udfordringer og der skal skabes en progression, hen imod det kognitivt krævende og kontekstfrie sprog.

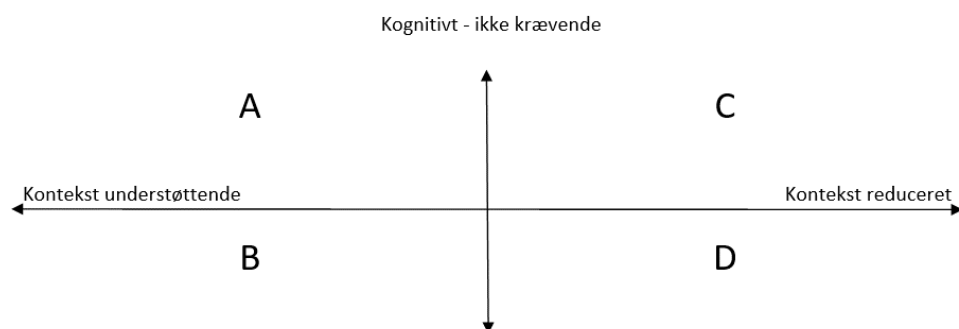
Når man forstår sammenhænge, så kan man begynde at tænke over om man kan forklare det til andre. For at kunne forklare, må man kunne anvende sproget, som anvendes i matematik. Det sprog, som vi anvender i vores dagligdag, er meget forskellig fra det sprog, som anvendes i matematik. Det klassiske eksempel er brugen af ordet uendelig. I det daglige sprog anvendes det til at beskrive ting, som virker uoverskuelige: "Det tager uendelig lang tid at komme til København, fra Nørresundby". Hvis det var svaret på en opgave i matematik, ville læreren nok argumentere for at det ikke er rigtigt. I matematik har uendelig en klar entydig definition, og den kan man ikke fravige. Ifølge (Jourdain, 2016), er sproget en af de bærende faktorer i at

lære matematik. For at forstå, hvordan matematik og sprog hænger sammen, kan man se på, hvordan (Cummins, 2000) angriber dette. Baggrunden for (Cummins, 2000) er at han betragter de udfordringer som man har når man skal udvikle et sprog, som ikke er ens modersmål.

(Cummins, 2000) tager udgangspunkt i en række artikler, som beskæftiger sig med den problematik, der ligger i at skulle beskæftige sig med akademisk sprog, når dette ikke er ens modersmål og viser samtidig en ramme for, hvordan man kan understøtte udviklingen hen imod det akademiske sprog. En af de væsentlige pointer i (Cummins, 2000) er denne skelnen mellem de krav der stilles til en samtale i sociale sammenhænge og den samtale der føres i akademiske kredse. Ikke alene er der et fagligt skel, men der er også væsentlig forskel i den støtte, som konteksten til samtalen giver, dermed bliver samtalen i de akademiske kredse meget krævende.

" I suggest that we need to make a fundamental distinction between conversational aspects of proficiency in a language and academic aspects"
(Cummins, 2000, s. 54).

Hvis man ser på hvordan man udvikler sit sprog, når der er tale om en fremmed sprog, så ses det at dagligdagssproget, det der tales i sociale sammenhænge, er noget af det første der udvikles og det udvikles nemt, hvis man bliver sat i sociale rammer og i skolesammenhæng. (Cummins, 2000, s. 34). Årsagen til dette skal søges i at når man er i sociale sammenhænge, så er der ikke store krav til en dybere forståelse af fremmedsproget, derforuden er der støtte fra den kontekst, som samtalen foregår i, det være sig mimik, gestik, intonation etc. I den akademiske samtale, så er disse støtter fraværende og desuden er det ofte krævet at man har et indgående kendskab til sproglige konstruktioner. For (Cummins, 2000) er det vigtigt at understrege, at denne skelnen i opfattelse af sprog ikke skal ses som et analyseværktøj, men skal benyttes til at sætte fokus på netop denne del af udviklingen af sproget er væsentlig, hvis man skal understøtte udviklingen af det akademiske sprog, for dem, som ikke har dette sprog som modersmål. For (Cummins, 2000) er det sprog, der tales i en almindelig samtale og som udvikles forholdsvis hurtigt, for Basic Interpersonal Communicative Skills (BICS) og det sprog der kræves for at tale i akademiske kredse, kalder han for Cognitive Academic Language Proficiency (CALP). Det er ikke nødvendigt at lære BICS før man behersker CALP, og der ligger ikke i denne skelnen en vurdering af, at de sproglige færdigheder læres forskelligt og der ligger heller ikke en kvalitetsvurdering i denne skelnen (Cummins, 2000, s. 74). Det er væsentlig er derimod, hvordan man kan udnytte at man i høj grad behersker BICS, kan udvikle CALP, ved at have dette fokus og for (Cummins, 2000) er det desuden nødvendigt at have et fokus på specielt to faktorer, for at det skal lykkes. Der er tale om to kontinua, det ene handler om, hvor meget støtte der i den kontekst, som findes i det der skal tales om, det andet



Figur 3 fra (Cummins, 2000, s. 68)

er de kognitive krav, der stilles. Ved at have fokus på disse to faktorer opstiller (Cummins, 2000) et todimensionelt skema, som illustrerer situationen. Se ovenfor.

Ekstremerne af dette kontinuum kan identificeres ved: I den kontekst understøttende tekst kan de deltagende aktivt diskutere meningsfuldt, og sproget er stærkt understøttet af interpersonel støtte, gestik etc. Når der er tale om kontekstfri kommunikation er ligger forståelsen udelukkende i de ord, der fremsiges. Den del af kommunikationen, som benyttes i den kontekst understøttende, vil være den vi møder i hverdags aktiviteter, og den kommunikation, som findes i den kontekst reduceret del, er den vi møder i et klasselokale. Den øvre del af kontinuummet er karakteriseret ved at der er en høj grad af kommunikation, som er automatiseret, hvorimod den nedre del udfordrer vores kognitive evner (Cummins, 2000, s. 68) Hvis målet er at opnå stærke evner i CALP, og man befinder sig i BICS, vil være, først at lave aktiviteter, som er stærkt kontekst indlejret og med småudfordringer, i det kognitive. Dette er svarer til anden kvadrant, A. Herefter kan man øge kravene til de kognitive egenskaber, således at man bevæger sig til kvadrant B. Når der opnås stærke færdigheder her, kan man bevæge sig til feltet, med kontekst reduceret og kognitivt mindre krævende, Kvadrant C. Herfra er det således muligt at bevæge sig til Kvadrant D, hvor man arbejder kognitivt krævende og kontekst reduceret.

" In short, the essential aspect of academic language proficiency is the ability to make complex meanings explicit in either oral or written modalities by means of language itself rather than by means of contextual or paralinguistic cues (e.g., gestures, intonation etc.) (Cummins, 2000, s. 68).

Det er altafgørende at man til stadighed beskæftiger sig med at producere sprog uden at der støttes fra andre personer, eksempelvis gennem fremlæggelser. For (Cummins, 2000) er det vigtigt at understrege at producere sprog ikke begrænser sig til tale, men at det skrevne også er en del af dette.

(A) SAMMENFATNING

Der er flere didaktiske implikationer af denne model. Først og fremmest at der er et stort behov for at producere sprog, hos den der lærer. Derfor er metoder som Cooperative Learning og i det hele taget at arbejde i små grupper, som følges op af en lærerguidet afrapporterings session særligt anvendelige, men også mikro-interaktioner er med til at støtte læringen. I den lærerguidede del har læreren mulighed for at understøtte og supplere den viden, som eleven er nået frem til og at introducere fagudtryk, som støtter op om det der tales om.

" Through this interaction, students and teacher co-construct deeper understandings of the phenomena and students acquire the linguistic tools to express their observations in the ore formal language of scientific discourse" (Cummins, 2000, s. 71).

Underviseren bør i sin undervisning tage udgangspunkt i at kursisterne, når de skal producere sprog, i starten benytter sig af det sprog, de kender, det vil sige uden faglige krav til faglighed. Konteksten skal være understøttende og derfra kan man udvikle sprog gennem en progression, hvor man vekselvirker mellem at udfordre det kognitive og konteksten, således at man hele tiden forbinder sit nye sprog til det eksisterende.

2.05 DELKONKLUSION

Hos nogle er læring af matematik været en meget stor udfordring og når man skal have en HF eksamen, så er matematik C en nødvendighed. Hvis man har matematikvanskeligheder, så er læringsrammen meget afgørende for om man lykkes. I læringen ligger der en tilegnelsesproces, som er det personlige arbejde med stoffet, men denne indlæring kan for nogen gøres nemmere, ved at lade indlæringen foregå i et praksisfællesskab. Her får den enkelte mulighed for at skabe mening med matematikken og udvikle sin egen læreplan, som supplement til lærerens undervisningsplan. Gennem fælles virksomhed, fælles repertoire og gensidigt engagement kan der opstå læringseffekter i klasserummet, som ligger ud over det som læreren har planlagt, hvilket understøtter udviklingen for den matematiksvage.

For at understøtte de iboende vanskeligheder, som matematik har, bør man tilrettelægge sin undervisning, således at processer visualiseres og at der arbejdes på at holde fast i disse processer også efter at man er begyndt at arbejde med processerne som objekter. Først når processerne er reificerede, kan man slippe dem. Den dualitet der ligger i proces-objekt er ikke en "enten eller", men en "både og". Man skal som underviser være opmærksom på at processen understøtter objektet og evnen til at "se" matematik måske skal findes i netop forståelsen af at begreber indeholder mere end bare deres definition. For at understøtte læringen er udviklingen af et talesprog også af afgørende betydning. De fleste kursister har ikke et ordforråd, som en underviser i matematik, men har derimod et dagligdagssprog. Det er derfor vigtigt at arbejde med det sproglige udgangspunkt, som kursisten har, for at understøtte læringen af matematik. I begyndelsen skal det talte sprog have masser af støtte af konteksten, men i takt med at der opnås større fortrolighed med faget, kan det kontekstunderstøttende minimeres. Ved denne proces kan der udvikles et matematikfagligt sprog.

Der er altså noget der taler for at udviklingen af undervisning bør hvile på overvejelser indenfor sproglig udvikling, indenfor skabelse af praksisfællesskaber og ikke mindst forståelsen for at matematik har indbygget i sin struktur, begreber, der kræver særlig fokus for at skabe en sammenhæng og dermed øge læringen.

3. UDVIKLINGEN AF UNDERVISNINGSMATERIALET

Når det foregående kapitel om læring skal udmøntes i noget konkret materiale, så kan dette ske på mange forskellige måder og man kan ikke sætte alle overvejelser i spil hele tiden. De valg, som man som underviser tager baserer sig på de tidligere erfaringer, som man har og dernæst på, hvordan disse erfaringer spiller sammen med den nye teori. Derfor er udviklingen af materialet, som det foreligger her ikke bare et produkt af en række teorier, men er også tilsat min "sunde fornuft". Jeg har med min erfaring forsøgt at omsætte de teorier, som jeg har gennemgået til nogle konkrete handlinger i form af undervisningsmaterialet. Jeg har taget de dele af teorien, som jeg havde evner til at omsætte til noget konkret materiale og så har jeg set bort fra andre dele. Der er i høj grad tale om en hermeneutisk proces, hvor enkelt dele behandles og indarbejdes i en større sammenhæng og der bliver i denne proces hele tiden skabt nye forståelser, som igen danner grobund for behandling af nye enkeltdele. For at få et billede af, den proces, som jeg har været igennem, da materialet blev udviklet, har jeg valgt at dele dette kapitel op i tre afsnit. Den første del handler om min egen forforståelse, inden specialet blev igangsat. Her gør jeg rede for det ståsted min egen undervisning var præget af. Den anden del handler, det pensum, som der skal undervises efter og de overvejelser der ligger i valget af område, som jeg har taget. I den tredje del viser jeg, hvordan de teoretiske overvejelser om sprog, læring i praksisfællesskaber og matematikkens iboende vanskeligheder fra kapitel 2 har fået indflydelse på materialets udformning.

3.01 MIN EGEN FORFORSTÅELSE

I dette afsnit vil jeg give et indtryk af de påvirkninger, som har haft siden jeg begyndte at undervise i matematik. Fra mine første erfaringer, med nye vinkler på undervisning og forståelse af læringens kompleksitet til det ståsted jeg havde da specialet for alvor tog fart. Det er især to påvirkninger, som har sat sig dybe spor. Det ene er sprogets betydning for læringen og den støtte forskellige måder at visualisere sin viden på. Den anden er betydningen af at jeg som lærer skal sige mindre og flere elever godt kan tale samtidigt i et klasserum, uden at det bare bliver støj.

Undervisningen af kursister og materialets tilblivelse skal ses i en lidt større sammenhæng, idet materialet er udviklet over mere end bare den tid, som specialet er skrevet i. Inspirationen til materialet er kommet i flere forskellige faser. For efterhånden en del år siden var jeg til et seminar om talblindhed på Hjørring gymnasium i 2011. Hjørring Gymnasium har på mange måder været et førende gymnasium indenfor udviklingen af test for talblindhed (Dyskalkuli). I 2011 deltog jeg i en konference, som blev afholdt i Hjørring om elever med matematikvanskeligheder og dette var første gang det gik op for mig, at man kunne være udfordret på matematik af andre grunde end bare dovenskab. Der var en elev, som holdt oplæg om sine udfordringer. Hun fortalte at man i Hjørring havde et 10. klassescenter, som hed "Hjørring Ny 10" og hun troede der stod "Ny 01". Man kan sige at min forståelse af årsager til matematikvanskeligheder blev ændret radikalt, forstået på den måde at jeg blev åben for at vanskeligheder kan udspringe af mange forskellige årsager. Samme år afholdt Hasseris Gymnasium pædagogisk dag om faglig læsning. Her blev der bl.a. sat fokus på, hvordan hvert fag har sin egen måde at skrive på. Vi fik udleveret en række tekster taget fra forskellige fag og blev bedt om at bestemme, hvilket fag teksten stammede fra. Det var for de flestes vedkommende ikke noget problem, men for en person uden kendskab til fagenes indhold, er det praktisk taget umuligt at vide på forhånd, hvilken læsestrategi der skal vælges,

når en elev/kursist får en tekst udleveret. Faglig læsning sætter fokus på de udfordringer, som eleven har med at få mening ud af en tekst. Dem kan der være mange af, og de er meget forskellige. En af dem, som har beskæftiget sig med dette, er Elisabeth Arnbak, som i (Arnbak, 2005) gør rede for det mangesidede problem. (Arnbak, 2005, s. 83) angiver at en af de metoder, som kan anvendes til at åbne en tekst op, er sætte fokus på før-under og efter læsning. Hvad er det for en viden om emnet, som jeg har, inden jeg går i gang med at læse teksten. Hvad er det jeg skal have fokus på, mens jeg læser teksten og hvad har jeg så lært, når jeg er færdig med at læse teksten. (Arnbak, 2005) har i sin bog kaldt dette for VØL-modellen.

Hvad ved jeg allerede? V	Hvad ønsker jeg at vide Ø	Hvad har jeg lært L

VØL-modellen fra (Arnbak, 2005, s154)

Ved at arbejde på den måde, så skabes der en sammenhæng i den viden der opbygges. For mig var det endnu en øjenåbner. Det er på ingen måde givet at den viden, som jeg præsenterer for mine elever, er sammenhængende for dem og når man har lært om eksponentiel vækst, så er det ikke givet at man oplever det simple i at begynde at arbejde med rentesregning og at der findes en sammenhæng mellem $K_n = K_0 \cdot (1+r)^n$ og $y = b \cdot a^x$. Et andet resultat af at arbejde med faglig læsning var forståelsen af at eleven selv skal arbejde med at tilegne sig begreber, eksempelvis gennem aktiviteter som:

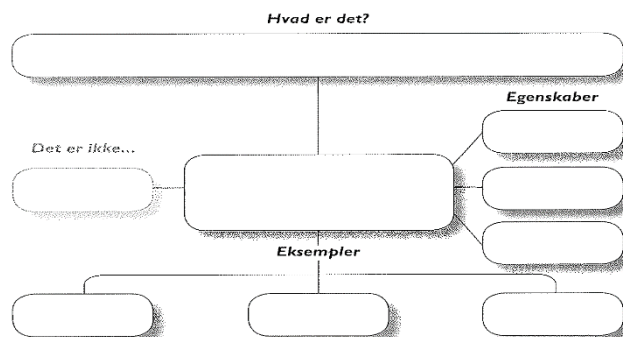
Ordkendskabsøvelse 2 : At arbejde med fagord?

Ordet	Forklar ordet	Synonymer til ordet	Antonymer til ordet	Brug ordet i en sætning

Som er en øvelse fra samme seminar. Her er det meningen at eleven selv skulle formulere tanker og sætninger, som knyttes til et bestemt ord.

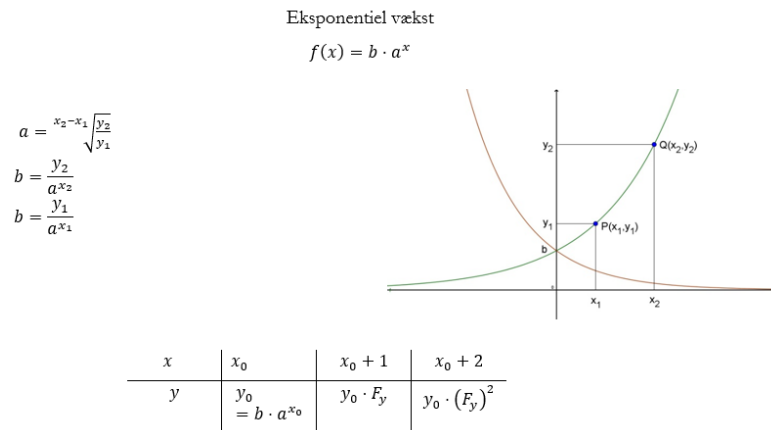
Fra seminaret blev jeg også gjort opmærksom på begrebet ordkendskabskort, som har til formål at visualisere den viden man har. (Arnbak, 2005, s. 141) viser et eksempel på et ordkendskabskort.

Ordkendskabskort



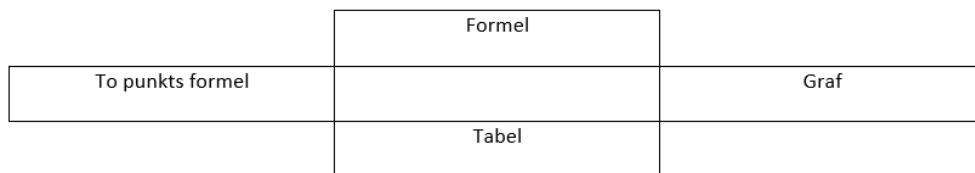
Ordkendskabskortet ovenfor er mit første møde med en visualisering af den viden, som vi egentlig forventer at eleven selv skaber.

Ordkendskabskortet, blev i min undervisning til flere forskellige modeller, hvor der blev arbejdet med netop det at skabe en sammenhæng. Den seneste model til sammenhæng, for eksponentiel vækst ser ud, som nedenstående. Dette er min version.



Figur 4 Egenproduktion

Når eleverne får opgaven, så er det en tavleopgave. Det vil sige at alle elever bliver bedt om



Figur 5 Egen produktion af opgave

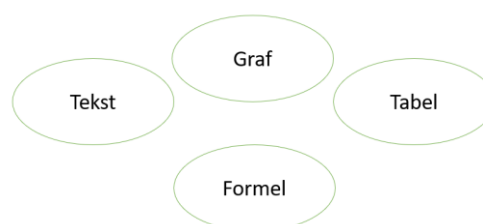
at gå sammen i par, og så udfylde skemaet nedenfor med mest mulig information. Opgaven bliver udført ved mobile tavler.

En anden opgave, som også er afledt af ordkendskabskortet, samt (Arnbak, 2005) om at skabe forståelse for sammenhængen er nedenstående, som også udføres ved mobile tavler.

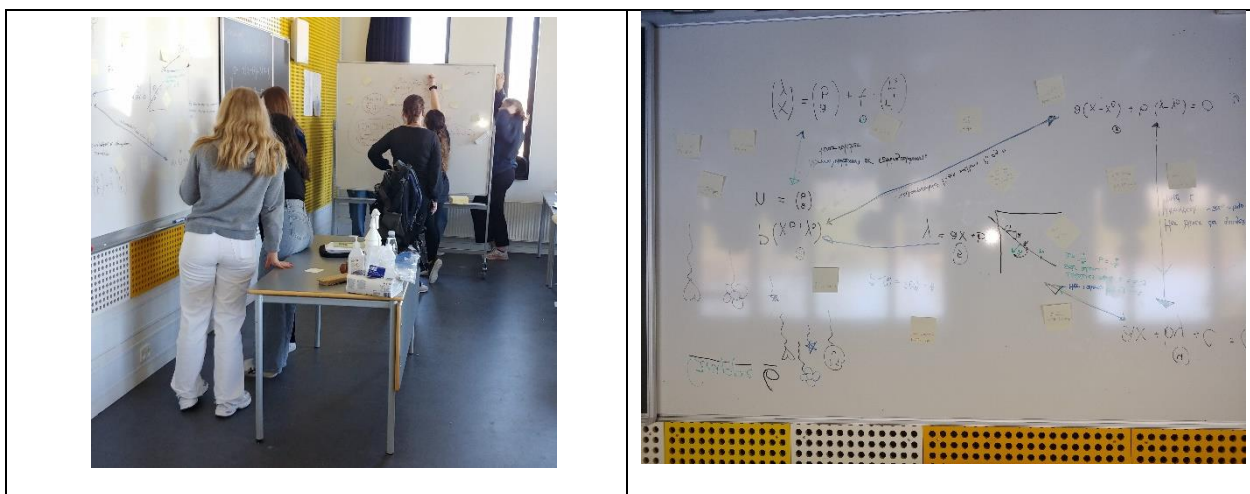
Her er ideen, at eleven selv skal formulere, hvordan man kommer fra de forskellige repræsentationer.

Brugen af mobile tavler er blevet en central del af min undervisning. Jeg ved egentlig ikke, hvordan ideen opstod, men matematikfaggruppen på Hasseris Gymnasium var det første sted jeg blev introduceret til metoden. Den har mange anvendelser og mulighederne for at variere og tilpasse er mange. At det er en effektiv måde at sørge for at alle elever arbejder med opgaven og det er meget svært at gemme sig taler til dens fordel.

Hvordan kommer man fra de forskellige repræsentationer



Figur 6 Egenproduktion



Figur 7 Tavleøvelse fra 2C Ma 2021.

Her er det en 2.g. klasse, som er i gang med en øvelse. Ved hver tavle er der to eller tre, som arbejder med at få et overblik over sammenhængen mellem forskellige former man kan repræsentere den rette linje på. Hver gruppe, har lavet en tavle og nu er grupperne på vej rundt og se de andres arbejde og komme med gode input til klassekammeraterne. De gode ideer er de gule post-it sedler. De mobile tavler er også et godt værktøj, når man skal lære at udtrykke sig om et matematisk emne og ikke vil have at hele klassen skal høre på.

Da jeg begyndte at arbejde med, at eleverne selv skal formulere sig omkring matematik ved tavler, var der ikke langt til at begynde at arbejde med at flytte fokus på andre faser af undervisningen. Hvis man kan tale ved tavler, kan man jo også tale ved et bord. Her har ideerne fra Cooperative Learning (CL) været en inspiration, som beskrevet i (Spencer & Stenlev, 2006). Der er rigtig mange gode ideer til undervisningsaktiviteter og jeg har især hæftet mig ved princippet om Samtidig interaktion (Spencer & Stenlev, 2006, s. 19), som er et princip om at alle deltager aktivt, det vil sige at når der arbejdes i par, så vil 50% af eleverne arbejde og dermed får rigtig mange elever rigtig meget taletid, i kontrast til den undervisning, hvor læreren taler og spørger en enkelt elev om denne vil svare på et spørgsmål. Denne type undervisning giver en masse ventetid, for den enkelte elev. Når der undervises efter CL-principper, så arbejder man med at sikre at flest mulige får en mulighed for at udtrykke sig i længst mulig tid og at flest mulige reflekterer over de spørgsmål, der stilles.

En øvelse kaldet tænk-par-del (Spencer & Stenlev, 2006, s. 54) består af 3 trin og kan varieres på utallige måder. Første del handler om at læreren stiller en opgave, og den enkelte elev har nu et begrænset tidsrum til at formulere sine egne tanker om opgaven. Næste trin handler om at eleverne sammenligner deres egne refleksioner med makkeren ved siden af. Man forsøger at forstå hinandens måde at tænke på og nå til en fælles forståelse. I sidste trin udveksler hvert par ideer og tanker med et andet par. Der er mange grunde til at dette er en god opgave, en af dem er at den enkelte kursist kan løse opgaven på det niveau, som kursisten har. Uanset om det er højt eller lavt. Alle kan gå i gang, med de værktøjer de har.

Min forforståelse for, hvordan matematik læres, inden jeg startede på VUC, var at talens brug var en central spiller og man er nødt til at tænke i at alle skal aktiveres, mest mulig igennem en lektion.

At undervise på VUC sammenlignet med STX er to meget forskellige størrelser. Det første der er synligt, er aldersforskellen. Hvor en elev typisk er 16-17 år i en 1.g. klasse i STX, så er der ikke nogen typisk alder for en VUC-kursist. De faglige forskelle er det næste der bliver

tydeligt. En STX-elev kommer med en 9. eller 10. klasses eksamen og har en tilknytning til matematik, som ligger ca. 3 måneder væk. For en VUC-kursist ligger matematikviden måske 20 år væk. Man kan ikke forudsætte at en VUC-kursist kan sætte et punkt ind i et koordinatsystem, når de starter på et matematik-C kursus. Det er derfor helt afgørende at det man præsenterer, bliver doseret rigtigt. Jeg har et udtryk, som jeg bruger; "Man skal sørge for at tage farten ud af matematikken". Det er ikke særlig svært at gøre rede for indholdet i renteformlen og sætte i gang med at regne nogle opgaver. Hvis man ikke får taget farten af matematikken, så risikerer man som underviser at skulle bruge al sin tid på at undgå katastrofer i klasseværelset, når man sætter dem i gang med at regne opgaver. Når man starter op med et nyt C-niveau hold, så skal man sørge for at flest mulige har mulighed for at tage stoffet til sig.

Det første år, jeg underviste på VUC havde jeg en censor med mange års erfaring, som havde to pointer, som jeg i den grad tog til mig. Han underviser på KVUC og sagde bl.a. "Jeg forventer ikke at have deres opmærksomhed i mere end ca. 15 minutter ad gangen". Det vil sige at når jeg står ved tavlen, så kan jeg ikke forvente at holde lange komplicerede indlæg, som de skal sidde stille til og bare lytte og holde fokus. Især i begyndelsen af året, skal der være mange små indlæg, som giver anledning til at kursisterne bliver sat i arbejde og helst med et produktkrav. Det andet han sagde var; "Matematik C er folkematematik". Med dette mener han at det man underviser i på C-niveau, skal man kunne se at det kan anvendes i hverdagen på en eller anden måde.

Min forforståelse indenfor undervisning, inden jeg gik i gang med dette speciale, bygger således på mange forskellige inputs, som til sammen udgør en base, som nok ikke altid er baseret på forskningsresultater, men som tager de forskellige inputs og tilpasser det til mig og min opfattelse af god undervisning, så jeg som underviser kan stå inde for det jeg præsenterer. Brugen af tavler, hvor mange har muligheden for at tale og skrive matematik og skabelsen af sammenhæng i det matematiske stof var for mig centrale redskaber. Det var også min erfaring at, hvis man starter med at opbygge et stærkt fundament, hos kursisterne, så kunne man senere på året bedre sætte dem under pres og øge deres faglighed.

3.02 PENSUM

Hvis man kigger på pensum for matematik C (Undervisningsministeriet, EMU-Danmarks læringsportal, 2021), så fremgår det at der er en række områder, som skal dækkes: Tal og formler, procent- og rentesregning absolut og relativ vækst, statistik, funktioner, monotoniforhold, geometri, matematiske modeller og modellering. Man kan vælge fra mange delemler indenfor disse områder.

Jeg har valgt at beskæftige mig med rentesregningen. Det er der flere årsager til. Først og fremmest opfylder det kravet om at mange af kursisterne allerede har stiftet bekendtskab med dette begreb, eksempelvis gennem deres arbejde, hvor de har skullet forholde sig til moms, eller via lån i banken. Det er altså et område, som indeholder mange kendte begreber, som man kan bygge videre på, hvilket ifølge (Illeris, 2015) påpeger er nemmere, end hvis man skal skabe ny viden, som ikke direkte er koblet til noget man ved i forvejen. Det indeholder også en række processer, som bliver objektiviseret og derefter bygget videre på, altså understøtter de ideer der ligger til grund for den måde som (Sfard, 1991) anser som en optimal måde at lære på. Desuden påpeger (Wahlgren, 2010, s. 90) at man skal undervise i noget, som har personlig relevans, hvilket rentesregningen må sige at opfylde, for de fleste, idet de møder rentebegrebet både i forbindelse med lån og i den måde deres løn bliver beregnet. Det kræver ikke ret mange forudsætninger, for at gå i gang med rentesregning, hvilket også er med til at gøre det et relevant bud på det første emne der undervises i på HF matematik C hold.

3.03 UNDERVISNINGEN SAT I RAMME AF TEORI

I dette afsnit sættes der fokus på, hvordan kapitel 2 påvirker udformningen af undervisningsmaterialet, når der tages hensyn til den forforståelse, som jeg har til og til valget af rentesregning, som det område, jeg har valgt at der skal undervises i. Jeg har valgt at behandle hver af de tre områder fra kapitel 2 for sig, selv om det betyder at nogle dele af materialet bliver behandlet flere gange, blot med forskellig fokus. Dette for at være tydelig omkring udviklingen af sværhedsgraden i materialet i forhold til den enkelte teoriområder.

Fra (Illeris, 2015) fremkommer en model om at al læring skal ses i en social sammenhæng, der findes en intern bearbejdning og en ekstern. Og det er i sammenspillet mellem de to at man skal se læring. Den sociale ramme, som kan sættes op omkring læring kaldes af (Wenger, 2004) for praksisfællesskaber. I praksisfællesskaber arbejdes der med at få et fælles ståsted for læringen. Man skal have fælles forståelse for opgaven og forstå at ens egen indsats har indflydelse, ikke bare på egen læring, men også andres forståelse for, hvad der læres og hvordan viden findes frem. Fra (Cummins, 2000) får vi at brugen af talen er en vigtig komponent i skabelse af et fagsprog, og at man understøtter sprogudviklingen gennem at finde støtte i den kontekst som man arbejder i. Ved at betragte disse forskellige tilgange til læring opstår en klar idé til, hvordan et læringsforløb kan startes op.

Når en VUC-kursist starter på et matematik-C forløb, så skal der fra start arbejdes aktivt med at få et fælles ordforråd. Det vil sige undervisningen må nødvendigvis skabe rammer, som aktiver kursisterne og især deres tale. Fra (Cummins, 2000) ses det at udgangspunktet for samtaler skal være forudsætningsfrie. Det leder frem til at den måde, som underviseren aktiverer sine kursister må være gennem sætningen "Forklar med dine egne ord..." og at øvelser af denne type kan være en parøvelse.

(Sfard, 1991) viser at når man skal indlære matematik, så går proces forud for objekt. Det vil sige at der, hvor undervisningen skal starte, må fokus være på proces. Når man således skal overveje, hvad der skal startes med i undervisningen, så skal det være forholdsvist simpelt. For mange, så har det været tradition at starte med regnearternes hierarki, som det første ligesom mange lærebøger starter her, se eksempelvis (Carstensen, 2021). For en som beskæftiger sig med matematik er dette et fornuftigt valg, da alt andet bygger på dette fundament og at det indeholder de krav, som (Sfard, 1991) sætter op. Argumentet for ikke at begynde netop dér, skal findes hos (Wahlgren, 2010), som taler om at man skal tage udgangspunkt i den viden og erfaring, som kursisterne bærer med ind i lokalet. Dette skaber motivation og det som (Illeris, 2015) omtaler som drivkraft. Det er derfor vigtigt at kunne tage udgangspunkt i noget allerede kendt.

(A) RAMESÆTNING AF SPROGET I MATERIALET

Når en kursist møder op til undervisning første gang på et HF matematik C hold, så kan man ikke forudsætte at de har et matematikfagsprog. Dette skal udvikles gennem en række øvelser, som langsomt giver større og større evne til at anvende fagsproget samtidig med at den understøttende kontekst langsomt fjernes. I det følgende vil jeg vise, hvordan dette kan lade sig gøre, når der undervises i renteformlen.

Når (Cummins, 2000) beskriver, hvordan man bedst understøtter sin undervisning hen imod CALP, så skal man starte med noget som ikke er kognitivt krævende og det man laver, skal være kontekstunderstøttende. Kontekst for (Cummins, 2000) er alt, hvad der kan understøtte

det der skal tales om. Udgangspunktet er noget med renter og det understøttende går derfor på at vælge et emne, som ligger indenfor den forståelsesramme, som kursisterne allerede har. Formodningen er at alle i et eller andet omfang har mødt begrebet renter. Billedet fra Nordea får derfor en kontekst understøttende effekt. Meningen er at det skal hjælpe kursisten til at forstå at det vi lærer nu, er ikke bare relevant fordi det står i pensum listen, men det kan også hjælpe mig med at forstå det jeg bliver fortalt i banken, når jeg skal lave et lån.

Nordea

Privatlån

Rente for Privatlån

Specifikation	Variabel rente
Udlånsrente	9,95 %

Priser for Privatlån

Specifikation	Pris
Bevillingsprovision	2,00 %
Dokumentgebyr uden sikkerhed	800,00 kr.

Privatlån ÅOP beregning for 9,95%:
 Ved et lån med variabel debitorrente og annuitetsafvikling, hvor samlet kreditbeløb der udbetales er kr. 40.000 vil hovedstolen være kr. 41.633. Stiftelsesomkostningerne udgør kr. 1.633. Med den nuværende variable debitorrente på 10,33 % og en løbetid på 5 år er ÅOP 12,2 % forudsat at der betales en ydelse på kr. 882 i rente og afdrag pr. måned. Det samlede beløb, som skal betales vil være kr. 52.909, hvoraf de samlede omkostninger udgør kr. 12.909. Bemærk, at du har 14 dages fortrydelsesret på kredittaftalen.

I (Kirkegaard, 2021, p. 4) eksempel 1 skal der udregnes 4 % af 231.

1. EKSEMPEL TAGE PROCENT AF

Jeg vil gerne finde 4 % af 231.

Først dividerer jeg 4 med hundrede, dernæst ganger jeg dette tal med 231.



For at understøtte udregningerne vises omskrivningen af 4 % til 0,04 gennem tre grønne cirkler og med to pile, som viser, den retning, som udregningerne skal udføres i. Desuden vise to mørkeblå cirkler, som viser, hvordan 231 anvendes i udregningen. Dermed bliver cirkler og pile med til at understøtte konteksten og giver samtidig mulighed for at vise en del af den proces, som (Sfard, 1991) arbejder med i sin artikel, som skal lede frem til objektet fremskrivningsfaktor.

I øvelse 2, som er en parøvelse, skal kursisten selv udføre udregningerne, men for at styrke det talte ord, og dermed aktivere sproget omkring procentregning, skal de arbejde sammen i par.

2. ØVELSE.

I par, forklar, hvordan man finder 4 % af 321 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man tager 7 % af 645, ved at bruge diagrammet.



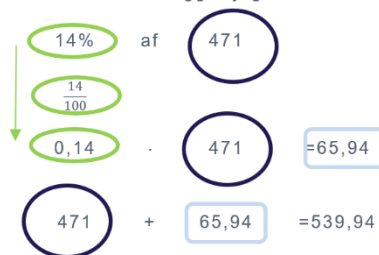
Den første del af opgaven går på at forklare, hvad læreren lige har gennemgået og sætte sine egne ord på forklaringerne. Der er ingen krav til anvendelse af fagtermer. Alle forklaringer er gode, når man skal forsøge at sætte ord på. Når der samles op på opgaven, benyttes de beskrivelser, som kursisterne selv har benyttet sig af. Beskrivelserne understøttes af læreren med fagtermer. I Cummins' terminologi, kan man være alle steder på det sproglige kontinuum, men for den kursist, som er fuldstændig uden forudsætninger, giver det mulighed for at være i 1. kvadrant (BICS/indholdsstøttet og ikke kognitivt krævende). Det er dermed forventningen at kursisten er i stand til at tilegne sig den viden, der skal til for at regne opgaven. Når der samles op, giver det underviseren mulighed for at høre forskellige udlægninger af opgaven og dermed være opmærksom på, hvor kursisterne befinder sig rent sprogligt.

I 4. Øvelse handler det om samme emne, her skal kursisterne skiftevis forklare, hvad processen går ud på. Dette betyder at man får aktiveret sit talte sprog og man får lyttet til sprog, som man skal forholde sig til. Hvis der er noget, man ikke forstår, så har ens makker mulighed for at hjælpe. Når der er opsamling efter øvelse 4, har alle kursister hørt og forklaret, hvordan man tager procent, på af et tal K op til 10 gange, forklaret på mange forskellige måder og her dermed mulighed for at danne sig sin egen forståelse af, hvordan tallene hænger sammen.

I 6. Eksempel (Kirkegaard, 2021, p. 6) lægges der yderligere kognitive krav til det kursisten skal udføre, idet procentudregningerne fra de tidligere øvelser nu skal lægges til det oprindelige tal.

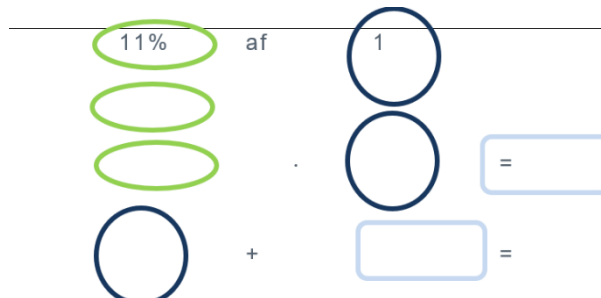
6. EKSEMPEL LÆGGE PROCENT TIL

Når man kan tage procent, så kan man også lægge procent til. Læg 14 % til 471. Først udregner jeg 14 % af 471. Dette tal lægger jeg til 471.



Arbejdsrutinen er støttet af cirkler i forskellige farver og nu også en rektangulær kasse. I eksemplet er det ene sæt pile fjernet, og i 9. Øvelse s.9 er pilene helt fjernet. For at bevare overblik er der dog indført kasser, som indrammer hver enkelt opgave og de tal, som man skal bruge, er anført i cirklerne. Ideen fra den første øvelse 1-5 er båret videre til de næste øvelser. Så der er stadig meget støtte at hente i konteksten for den svage kursist. Princippet er at der præsenteres noget teori, som der arbejdes med både med tale, udregninger og med at forklare, således for at sikre at der bliver rigelig tid til at forstå begreberne og få rettet eventuelle fejl i den opfattelse kursisten måtte have.

Fra 9. øvelse s. 7 ses metoden til at bestemme fremskrivningsfaktoren.



Den første tavleøvelse er 13. Tavleøvelse. Her skal kursisterne få et overblik over, hvad der lært indtil nu.

- ▲ 13. TAVLEØVELSE PROCENT TIL FREMSKRIVNINGSAKTOR
- Ved mobil tavler.
Forklar med egne ord
1. Hvad er procent
 2. Hvordan tager man p% af et tal K
 3. Hvordan lægger man p% til et tal K
 4. Udfyld nedenstående, ved at lave forklaringer til dobbelpilene



Samtidig med at mange delprocesser er udført mange gange, så skal man her gøre rede for inverse operationer. Når man skal fra vækstraten til fremskrivningsfaktor, så skal man lægge værdien 1 til, og man skal så trække fra når man skal den anden vej. Den anden operation; rente som procent til vækstraten har også en invers operation. Da dette kan være kognitivt krævende, så er det vigtigt at det man laver, er kontekst understøttet. Derfor er cirklerne og pilene fra tidligere taget i brug. I forhold til (Cummins, 2000, s. 68) så er vi her i B. Det er kognitivt krævende for nogle og samtidig er der kontekst, som er understøttende. Samtidig kan man argumentere for at de 3 første spørgsmål godt kan være i C. Det er muligt for kursisterne at svare på opgaven generelt, men det er også muligt at svare med eksempler. Dette gør opgaven særdeles egnet idet, man kan svare på opgaven ud fra ens eget niveau og dermed kan alle blive udfordret. Parøvelser og tavleøvelser danner sammen muligheden for at udvikle sit sprog på egne præmisser og det at man bliver tvunget til at sige ordene, så tvinger man også kursisterne til at forholde sig til ordene og dermed øges læringen.

Den sidste øvelse, (Kirkegaard, 2021, p. 20), Post-it-øvelsen har til formål at vise sammenhængen mellem de forskellige begreber og på dette tidspunkt er det tanken af kursisten kan arbejde med alle fagbegreber, som er relevante for at forstå renteformlen. Der er stadig kontekst, som understøtter forståelsen af renteformlen, men det er kursisten selv, som beskriver forbindelserne i modellen, og den praktiske anvendelse er helt fjernet, idet der udelukkende arbejdes med formler og deres repræsentationer. Målet for denne øvelse er at se i hvor vid udstrækning kursisterne har opnået et sprogligt niveau, så det bliver mere kontekstfri og at man derfor kan begynde at arbejde med det mere kognitivt krævende.

20. TAVLEØVELSE POST-IT ØVELSEN

Udfyld så meget som muligt af nedenstående ark.

The activity sheet includes several components for mathematical exploration:

- Three empty ovals at the top connected by double-headed arrows, with a fourth oval below the rightmost one also connected by a double-headed arrow.
- A rectangular box labeled "Tekst" (Text) on the left.
- A large empty oval in the center.
- An oval containing the formula $S = B \cdot F$ on the right, with a small box below it indicating "S for begrebsværdi" (S for concept value) and "F for størrelse" (F for magnitude).
- A table for interest calculations with columns for "Antal terminer" (Number of terms) and "Værdi" (Value), and rows for "B/K₀" and interest rates of 0, 1, 2, 3, 4, and 5. Red "+1" markers are placed above the interest rate columns.
- A coordinate grid with x and y axes ranging from -4 to 9.

Hvis man skal lave noget, som er kontekst understøttende og ikke kognitivt krævende, så er øvelser, hvor man skal forklare, hvad læreren lige har vist et bud på dette. Rent sprogligt er der ikke nogen udfordringer og man kan selv vælge, hvordan man bringer fagsproget i spil. Ved at ændre på det kontekstunderstøttende eller øge de kognitive krav til opgaverne, så kan man bevæge sig mod et sprog, som er gangbart i en eksamen. Det vigtigste i denne udvikling er at sproget hele tiden har mulighed for at udvikle sig. Når man hele tiden bliver udfordret af nye begreber, som man selv skal give mening og indhold, så har man mulighed for at tage det til sig. Med parøvelser har man mulighed for at prøve sit sprog af med en makker og udvikle sig mere. Med tavleøvelserne får man flere perspektiver på ordene og sproget kan udvikle sig yderligere. Og når sproget udvikler sig, så udvikler forståelsen af matematik samtidigt, når begge dele bringes i spil samtidigt.

(B) RAMMESÆTNING AF MATEMATIKKEN SOM PROCES-OBJEKT I MATERIALET

De vanskeligheder, som mange oplever med at tilegne sig matematik, hænger måske sammen med at der har været for lidt fokus på, at nogle matematiske begreber er duale i sin natur. De er proces og objekter. Sådanne begreber skal først behandles grundigt som processer, inden man kan arbejde med dem som objekter. I det følgende vises, hvordan dette kan realiseres, når der skal undervises i rentesregning på matematik C i HF regi.

Proces kommer før objekt siger (Sfard, 1991) og proces understøttes af billeder. Derfor skal den første del af materialet have dette som et fokus når processen er internaliseret, så kan man arbejde på at objektivisere begrebet ved at benytte andre processer og det kan være nødvendigt at vende tilbage til processen flere gange, for at opnå reificering. Når der tales om begreber som proces hos (Sfard, 1991), så handler det om at se en handling og en tidslinje. Først gør man noget, som så efterfølges af... Det første, som kursisterne skal arbejde med af at tage 4% af 321. Opgaven går ud på at udføre en omskrivning af 4% til et decimaltal, 0,04 dette tal skal så ganges med 321.

1. EKSEMPEL TAGE PROCENT AF

Jeg vil gerne finde 4 % af 231.

Først dividerer jeg 4 med hundrede, dernæst ganger jeg dette tal med 231.



Denne øvelse har en klar visuel struktur, som dels isolerer omregningerne fra procent til decimaltal, dels viser den ved pile i hvilken rækkefølge tallene skal bearbejdes. Den opfyldes således kravene fra (Sfard, 1991). Denne delproces skal lede frem til fremskrivningsfaktoren, som er det centrale omdrejningspunkt i forståelsen af renteformlen. Det er fremskrivningsfaktoren som proces og objekt, som kursisterne skal tilegne sig i materialet.

Øvelserne (Kirkegaard, 2021, pp. 5-9) har alle til formål at internalisere og kondensere begrebet fremskrivningsfaktoren.

Med 17. øvelse s. 9, så er denne skabt, for at styrke kondenseringen, ved at give mulighed for

17. ØVELSE

I par, Udfyld nedenstående tabel

Rente i procent, p%	Fremskrivningsfaktor
20 %	
-15%	
13%	
-50 %	
	1,2
	0,95
	0,75
	2

at opleve at man eksempelvis kan lægge 20% til, ved at gange med 1,2. Man kunne håbe på en aha oplevelse hos nogen, når de skal gå fra 1,2 i fremskrivningsfaktor til renten i procent.

For at objektivisere et begreb skal man udføre operationer på begrebet og derfor er 20. Øvelse (Kirkegaard, 2021, p. 10) nødvendig.

20. ØVELSE

I par Udfyld nedenstående tabel, med de manglende værdier.

Begyndelsesværdi	Fremskrivningsfaktor	Slutværdi
251	1,16	
567		457
	0,95	210
431	0,42	
371		672
845		201
	1,25	375

Her indgår fremskrivningsfaktoren, som et selvstændigt begreb i formlen $S = B \cdot F$.

Arbejdet med at objektivisere fremskrivningsfaktoren forstærkes yderligere (Kirkegaard, 2021, pp. 12-13), idet der arbejdes frem til renteformlen.

		+5				
		+ 1	+ 1	+ 1	+ 1	+ 1
Antal terminer	0	1	2	3	4	5
Værdi	100000					140225
		· F	· F	· F	· F	· F
	$100000 \cdot F^5 = 1.40255$					

I det foreliggende undervisningsmateriale er der gjort meget ud af de enkelte trin, som leder

op til fremskrivningsfaktoren og fremskrivningsfaktoren er anvendt i mange forskellige sammenhænge. eksempelvis i tabeller og når grafen for sammenhængen skal illustreres. I

Hos (Wenger, 2004) er der ingen tvivl om at der sker læring på et højt niveau, når det foregår

i et praksisfællesskab. Der indgår mange facetter i dette begreb og det er ikke trivielt at

forsøge at ramme alle parametre i modellen. Jeg forsøger i dette afsnit at vise, hvordan nogle af parametrene kan påvirkes gennem bevidste strategier i undervisningsmaterialet.

an parameters kann natürlich gegenläufige Strategien (z.B. Differenzierungsmarketing)

det store fravær. En klasse kan have et gennemsnitlig fravær på 20%. Derfor er det væsentligt hele tiden at sørge for at kursisten hele tiden opfatter sig selv, som en del af praksisfællesskabet. En måde at gøre det på er ved hjælp af et begreb udviklet i Århus i forbindelse med at man vil inkludere autister i den almindelige undervisning (Clasen, 2019). Her arbejdes der med inkluderende miljøer og med begrebet deltagelsesveje. Deltagelsesveje er opgaver, som alle kan løse uafhængigt af at man har været væk fra en lektion og uanset, hvilket fagligt niveau man har. Alle lektioner starter med sådan en opgave. Opgaven er formuleret således at den enkelte altid har noget at byde ind med. Opgaverne kan laves i par eller enkeltvis. Opgaven kan lyde: "Beskriv med så mange ord de sammenhænge, som procent indgår i".

For at danne et praksisfællesskab, så kræver det fælles repertoire, fælles virksomhed og gensidigt engagement.

Det gensidige engagement, skal gerne vokse ud af at man løser opgaver i par. Når man har en fælles opgave og man på den måde er afhængig af en anden person, så kan der opstå en forståelse for at den andens succes afhænger af ens egen indsats. Man bringer sig selv i spil og gennem par øvelserne får man en fornemmelse af sin egen og sin makkers formåen, herunder styrker og svagheder. Med øvelser som Post-it-øvelsen (Kirkegaard, 2021, s. 20) er det hensigten at man lærer de andre kursisterne at kende, og at man dermed yderligere er i stand til at danne relationer.

Det fælles repertoire skal oparbejdes gennem en række øvelser, som indledningsvist løses i par, senere skal man lade sig inspirere af andre, for derigennem at opnå fælles repertoire. 2 øvelse og 4. øvelse (Kirkegaard, 2021, p. 5) er første gang kursisterne skal forsøge at danne et fælles repertoire og her er det i par.

2. ØVELSE.

I par, forklar, hvordan man finder 4 % af 321 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man tager 7 % af 645, ved at bruge diagrammet.

4. ØVELSE

I par, skiftevis, forklar, hvordan man udregner følgende. Lav udregningerne:

1. 9% af 745
2. 6% af 1031
3. 15% af 5032

Her skal de skiftevis lytte og selv forklare begreber. På den måde sættes hvert par i stand til at forstå hinanden og der dannes en fælles forståelse, for hvordan opgaven skal løses på og et fælles repertoire. Alle øvelser der er beskrevet i materialet, tager udgangspunkt i at man løser opgaven sammen med nogen. Der er ikke på forhånd defineret, hvordan de enkelte par skal løse opgaven, men for hver gang der er en øvelse, så har kursisterne mulighed for selv at forhandle, hvordan opgaven løses. Nogle opgaver vil den ene have nemmere ved, så her vil man måske vælge at lade den dygtige starte med at forklare eller, hvis der skal regnes, så har man valgt, hvem der skal have lommeregner med, eller hvem der starter computeren op, for at få Wordmat til at lave udregningerne. Parøvelserne skal være med til at skabe et fælles repertoire. De ord, som følger med, når en øvelse handler om at "forklare med dine egne ord" vil i begyndelsen tage udgangspunkt i det ordforråd, som den enkelte kursist har med sig, men over tid, vil der udvikle sig et sprog og en forståelse for, hvordan man løser opgaverne og dermed er med til at udvikle fælles repertoire.

I de første øvelser, så er der specificeret, hvordan opgaverne skal løses. I 9. øvelse er det specificeret at man skal skiftes til at løse opgaven, i 11. øvelse er det kun specificeret at man skal arbejde i par.

9. ØVELSE

Find sammen i (evt. nye) par. Forklar hver især, hvordan man ligger $p\%$ til et tal K . En har lommeregneren en anden fortæller, hvad der skal testes. Efter hver opgave, skifter man, så man prøver både at taste og fortælle.

11. ØVELSE

I par, Udregn ved hjælp af fremskrivningsfaktoren. En har lommeregneren den anden fortæller, hvad der skal testes.

Herfra bliver der plads til at kursisterne kan forhandle den optimale strategi, for at løsning af opgaverne. Når der arbejdes med tavleøvelser, så er der yderligere plads til forhandling af fælles virksomhed. Med Post-it-øvelsen (Kirkegaard, 2021, s. 20) så introduceres det repertoire som de øvrige kursister har opbygget og det giver således mulighed for yderligere at udbygge et fælles repertoire.

20. TAVLEØVELSE POST-IT ØVELSEN

Udfyld så meget som muligt af nedenstående ark.

The diagram illustrates the Post-it exercise setup. It features three ovals at the top connected by double-headed arrows. Below them is a large central oval. To the left of the central oval is a box labeled 'Tekst'. To the right is a box containing the formula $S = B \cdot F$. Below the central oval is a table with columns for 'Antal terminer' and 'Værdi'. The table has rows for '0', '1', '2', '3', '4', and '5'. Above the table, there are red '+1' markers above the columns for '1', '2', '3', '4', and '5'. To the right of the table is a coordinate grid with x and y axes ranging from -4 to 9.

Antal terminer	0	1	2	3	4	5
Værdi	B/K_0					
	*	*	*	*	*	*

Den fælles virksomhed er i høj grad defineret af undervisningsmaterialet og af underviseren. Den forhandling, som ligger forud er i høj grad defineret af underviseren og den erfaring, som underviseren bærer ind i lokalet, men den gode underviser vil altid være åben for forhandling af den fælles virksomhed, hvis kursisterne oplever at noget fungerer bedre end andet.

Praksisfællesskabet kan ikke opstå, bare fordi man siger at man vil have et og for, hver ny klasse skal der laves nye justeringer og forhandlinger. Undervisningsmaterialet er således et første bud på, hvordan man kan facilitere udviklingen af et praksisfællesskab. De første øvelser, som er meget simple i sin matematik, kan være med til at skabe et rum, hvor kursister med matematikvanskeligheder kan se sig selv som en legitim perifer deltager og dermed selv aktivt gå ind i processen med at lære og derigennem være med til at præge praksisfællesskabet. Men det er vigtigt at forstå at materialet alene gør det ikke, da meningsforhandlingen mellem kursister og underviser gør at det er nødvendigt at justere hele tiden. De øvelser, hvor man er flere om en tavle og hvor man efterfølgende går rundt og får inspiration fra de øvrige tavler er også tænkt som værende faciliterende for det gensidige engagement, skabelsen af et fælles repertoire og fælles virksomhed.

3.04 DELKONKLUSION

De tre hovedkriterier for undervisningsmaterialet er: Materialet skal styrke sproget, ved at tage udgangspunkt i hverdagssproget og langsomt bygge et fagsprog op, gennem opmærksomhed på, hvor meget støtte der er i konteksten og hvor kognitivt krævende opgaverne er, materialet skal tage hensyn til den udfordring, der ligger i matematikkens duale natur, og derfor skal der være fokus på både at arbejde med begreberne, som proces og objekt ved at fokusere først på processen og dernæst at sikre at overgangen til objektivisering finder sted sidst men ikke mindst skal materialet facilitere at der kan skabes et praksisfællesskab. Særligt for VUC kursister skal man tage udgangspunkt i noget allerede kendt, for at styrke motivationen.

Løsningen er at starte med procesopgaver, som er kontekst understøttede, ikke kognitivt krævende og som aktiverer dagligdagssprog.

Ved at tage udgangspunkt i renteformlen har kursisterne mulighed for at tage udgangspunkt i noget allerede kendt, hvilket bør styrke deres drivkraft. De øvelser, som materialet starter med er kendetegnet ved at de ikke er kognitivt krævende, da man blot bliver bedt om at kopiere, hvad læreren lige har præsenteret og kursisterne kan desuden hente støtte i figurerne til at forstå processen. Samtidigt bliver dagligdagssproget aktiveret ved at kursisterne skal forklare med deres egne ord og i så mange detaljer, som muligt. Disse øvelser er parbaseret og fører naturligt til en samtale med en ligesindet. Samtalerne giver mulighed for at udvikle forskellige elementer fra praksisfællesskabet.

I takt med at der sker en øgning i matematikverdenen, som kursisterne bliver præsenteret for fastholdes sammenhængen mellem alle begreber og dermed det sprog, som binder forståelsen sammen. Ved at fastholde parøvelser og tavleøvelser åbnes der for udbygning af den enkelte kursists mulighed for at lære sig selv og resten af klassen i matematik sammenhæng og dermed udbygning af praksisfællesskabet. Selv om der i materialet arbejdes meget fremskrivningsfaktoren, som objekt, så slippes processen aldrig. Dette giver flere mulighed for at forstå den duale natur, som bor i matematikken.

Undervisningsmaterialet, i den form det ses i bilaget er mit bedste bud på, hvordan man underviser i matematik på HF C-niveau, når man tager hensyn til at dem der skal undervises har vanskeligt ved matematik

4. MØDET MED VIRKELIGHEDEN OG HVAD SÅ?

En ting er teori, noget andet er virkelighed. For at belyse det tredje underspørgsmål *Hvad kan vi lære af et undervisningsforsøg, baseret på det særligt udviklede undervisningsmateriale?* skal materialet prøves af på et VUC matematik C hold i begyndelsen af deres skoleår. I forbindelse med et sådant forsøg har jeg gjort mig nogle etiske overvejelser i forhold til de kursister og de undervisere, som er aktive i dette forsøg. Jeg har indhentet tilladelse hos de to underviseres nærmeste leder, til at afvikle forsøget. Jeg har indhentet tilladelse hos holdet, til at de kan være med i forsøget og jeg har gennem min behandling af data sørget for at alle kursister er anonymiserede, og deres navne er valgt udelukkende på baggrund af deres køn, så vidt jeg umiddelbart har kunne konstatere det, og jeg har indhentet tilladelse til at navngive de to undervisere, idet jeg mener at disse bør fremhæves for deres aktive medvirken i dette forsøg. Grupperne, som kursisterne er inddelt i er navngivet i forhold til den måde kursister og underviser har navngivet dem.

Igennem mit virke ved HF&VUC Nord har jeg mødt to undervisere, som jeg har fået til at afprøve materialet på to hold i efteråret 2021. Desværre så er fagfordelingen for de to lærere faldet sådan ud at den ene lærer ikke skal have klasseundervisning i matematik C i dette efterår, så materialet bliver kun afprøvet på en klasse. Klassen har til huse i Hjørring og er en såkaldt HF enkeltfagsklasse, hvilket vil sige at de kursister, som kommer til matematik, ikke nødvendigvis har andre fag sammen. Hver enkelt elev har sit eget skema ud fra egne ønsker. Den klassedynamik man kender fra eksempelvis grundskolen er derfor ikke a priori til stede. Nogle kursister vil møde op, for kun at have matematik C, andre vil have fuldt skema på skolen. Midt imellem vil der være kursister, som tager nogle fag i et klasserum og andre fag som fjernundervisning. For at få informationer, som jeg skal bruge for at belyse tredje underspørgsmål, så er det nødvendigt at tage stilling til den videnskabsteori der skal anvendes. Den videnskabsteoretiske ramme er Hermeneutikken og indenfor denne ramme er det kvalitativ metode. Indenfor kvalitativ metode er casestudiet, den tilgang som anvendes. Jeg vil anvende observation og interview som kilde til informationer.

4.01 KVALITATIV METODE

Den ramme, som min analysedel centrerer sig om, er den kvalitative metode og i denne ramme er det casestudiet der er fokus. Dette afsnit gennemgår først de elementer, som ligger i denne ramme og som er relevante for specialet, dernæst igangsættes der en egentlig analyse af casen. I analysen er der først en gennemgang af det klasserum, som undervisningen forgår i og de kursister, som er i klassen. Dette for at give for forståelse for de observationer og ræsonnementer, som jeg udfører på baggrund af interviews. Analysen af observationer og interviews er inddelt i tre hovedområder, som følger de temaer, som blev grundlagt i teoridelen og viderebragt i udviklingen af undervisningsmaterialet. Det drejer sig om udvikling af sprogfærdigheder, udviklingen i forståelsen af fremskrivningsfaktoren, som proces og objekt og i hvilket omfang er der udviklet et praksisfællesskab i klassen. Da jeg havde gennemført interview, meningskondensering og analysen var det tydeligt at der var meget indhold, som vedrørte praksisfællesskaber og ikke særlig meget der vedrørte sprog og matematikvanskeligheder. Derfor er afsnittet med praksisfællesskaber meget langt og af læsehensyn så er det placeret sidst.

For at ændre min forståelseshorisont i forhold til hvordan undervisning tilrettelægges, udføres en række interviews og observationer af en klasse, som undervises efter materialet. Disse udføres i rammen omkring kvalitative metoder.

Ifølge (Brinkmann & Tanggaard, 2015) kan man ikke finde en autoritativ definition på kvalitativ metode. Det man kan sige, det er at den kvalitative metode står i kontrast til den kvantitative metode og dermed det kvantificerbare. Den kvalitative metode dækker over flere forskellige metoder, såsom semistrukturerede interviews, deltager observationer og fokusgruppe interviews.

"Man er fx optaget af at beskrive, forstå fortolke eller dekonstruere den menneskelige erfarings kvaliteter" (Brinkmann & Tanggaard, 2015, s. 13)

Kvalitative metoder arbejder med data, som ikke er strukturerede, der kan optræde i mange forskellige former: tekster, som er kendt på forhånd, fotos, film, interviews. Den kvalitative metode har ikke til formål at skabe noget målbart ud af disse data, men at fortolke og udtrykke i et naturligt sprog (Hammersley, 2015b, s. 552)

Det, der er interessant, i den kvalitative metode er, hvordan mennesker tænker, føler, handler og bliver til i forskellige kontekster. Der er ifølge (Brinkmann & Tanggaard, 2015) to hovedsynspunkter på kvalitativ metode. Den der står i kontrast til den kvalitative, som søger fælles strategier og standardiseringer, for at underbygge validiteten af den forskning der foregår. Dette står over en friere tilgang, som hele tiden sigter mod at udvikle nye tilgange og metoder. I dette speciale, vil de metoder, som anvendes være grundet i kendte teknikker og tankegange og basere sig på de metoder der angives i (Brinkmann & Tanggaard, 2015).

(A) CASESTUDIET

Dette speciale handler om at udvikle et undervisningsmateriale, som kan være med til at hjælpe kursister med matematikvanskeligheder. Den måde, som jeg ønsker at belyse dette på er gennem casestudie. Det er ikke uproblematisk at anvende denne metode, da den indeholder en række muligheder for fejlslutninger (Karpachof, 2015). Den måde, som Casen er udvalgt på, er ikke systematisk, og man kunne frygte at denne klasse havde nogle særlige egenskaber, som andre klasser ikke besidder. De observationer, som jeg laver, er baseret på at jeg leder efter en effekt. Jeg er derfor ikke objektiv i sin rene form. Man kan argumentere for at det ikke er muligt at generalisere ud fra et enkelt tilfælde. Når metoden er valgt, skyldes det især at det genstandsfelt, som jeg arbejder med, er kursister med matematikvanskeligheder som bliver undervist i matematik C. Casen kommer ikke til at stå alene, da den indgår i proces. Casen bliver en del af besvarelsen, og ligger tæt op ad den hermeneutiske tradition, hvor man laver delundersøgelser, som sammen med sin forforståelse danner grund for en større forståelse. Indenfor arbejdet med casen vil jeg arbejde med dels observation dels interview af både kursister og underviser, fokus vil derfor bl.a. ligge på at den viden, som kommer igennem disse metoder holdes op imod hinanden.

Oprindeligt var der to undervisere, men den ene fik kun matematik på fjernundervisning. Fjernundervisning udgør i forhold til dette materiale for mange benspænd, det er ikke nemt at lave parøvelser eller øvelser ved tavler. Der bliver derfor kun et hold, som jeg kommer til at følge. Holdet er valgt, fordi det var muligt. Den underviser, som skal afprøve materialet, kender jeg fra mit virke på HF&VUC nord, hvor jeg var ansat fra 2017-2020. Vi var ikke ansat samme sted, jeg var i Frederikshavn og underviseren er tilknyttet Hjørring. Vi havde dog flere lejligheder til at udveksle erfaringer og det var mit indtryk at de intentioner, som jeg har med materialet kan uden problemer implementeres i hendes undervisning.

Forud for igangsætning af undervisningen har jeg haft møde med de to undervisere (De kender først deres skema i august) i juni måned. Her blev mine ideer præsenteret. Her har der været mulighed for at komme med kommentarer og deres input omkring bl.a. design er blevet indarbejdet. Referat af mødet findes i (Bilag 5 s. 37). Undervisningsmaterialet er således udtryk for flere gennemarbejdninger. Dermed spiller tilblivelsen ind i den hermeneutiske tankegang om at viden udvikler sig gennem gentagne processeer af forforståelse, som sammen med fortolkninger af dele af materialet bliver til nye forståelser af helheden

Observation

Observationen skal sammen med interviews være med til at give styrke til min analyse og senere eventuelle konklusioner, idet observationer, som understøttes interview, giver større validitet. Når man anvender forskellige tilgange, kan det også være med til at komplementere den viden man får (Frederiksen, 2015, s. 200).

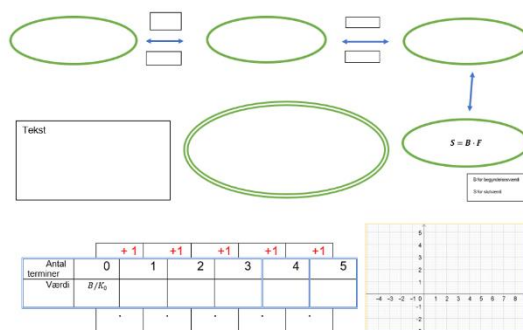
Jeg har valgt at have to observationer af klassen. Den første observation, er samme dag, som klassen skal introduceres for undervisningsforløbet, den anden observation er undervisningsforløbets sidste dag. Disse er valgt ud fra en idé om at den første observation kan give nogle overordnede ideer om, hvordan klassen er som helhed, hvordan fungerer læreren og hvordan fungerer kursisterne i samspil. Desuden kan jeg se, hvis der er noget fundamentalt galt med mit materiale, som kræver min opmærksomhed, desuden giver det mig mulighed for at se om der er noget jeg skal have særligt øje for ved den anden observation. Det andet valg er for at observere det endelige resultat af undervisningsmaterialet.

I forbindelse med observation er det hensigtsmæssigt at føre en observationslog, som beskrevet i (Bjørndal, 2013, s. 72).

Den første observation blev der anvendt ustruktureret log (Bjørndal, 2013, s. 73), hvilket vil sige at alt, hvad der umiddelbart blev observeret, blev nedfældet, hvem der var aktører i observationen og der blev registreret tidspunkt for observationen. Fordelen ved denne type af indtryk.

Ved anden observation anvendes en mere struktureret logning, kaldet tematisk log (Bjørndal, 2013, s. 74) Her noteres, som ovenfor, men derforuden noteres der hvis det der observeres, har særlig relevans for specialet.

Den anden observation er der, hvor holdet arbejder med Post-it opgaven.



Her skal kursisterne, i par, vise at de har dannet sig et overblik over alt det der er gennemgået frem til denne opgave. Øvelsen løses ved at kursisterne udfylder ovenstående

skema med så meget tekst som muligt. Dernæst skal eleverne rundt til de øvrige tavler, for at få et indtryk af, hvordan andre løser samme opgave.

Ved denne observation er der en række spørgsmål, som jeg sætter fokus på. Sproget, som er et hovedtema ved dette speciale. I hvilket omfang har kursisterne taget fagsprog til sig og i hvilket omfang er de i stand til at beskrive sammenhænge fagligt korrekt. Praksisfællesskabet, som er et andet hovedtema. I hvilket omfang benytter kursisterne sig af at de indgår i et fællesskab, som det er muligt at hente viden fra. Eller sagt på en anden måde, det er ikke kun læreren, som er ressourceperson. Sidst men ikke mindst, i hvilket omfang har de tilegnet sig det faglige omkring renteformlen og de forskellige repræsentationer.

Interview

Benyttelsen af interview som kvalitativ metode udføres for at få indsigt i menneskers oplevelser. Det er vigtigt at fremhæve at

Det, som fortælles, vil altid være konstrueret i den samtaleinteraktion, som interviewet udgør. Målet med et interviewstudie er således mere præcist at komme så tæt som muligt på interviewpersonens oplevelser og i sidste ende at formulere et kohærent og teoretisk velinformeret tredjepersonsperspektiv på oplevelsen i en eventuel skriftlig rapport (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 31)

Der er således farer ved at udføre et interview, bl.a. fordi den situation, hvor der hentes informationer fra, ikke er fuldstændig uhildet. For at sikre at de resultater, som fremkommer ikke bare skyldes at den der interviewes, gerne vil være flinke, så er der behov for at få viden om materialet fra flere personer og fra såvel undervisere og kursister. Ifølge (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 34) kan interviews befinde sig på et kontinuum fra det relativt ustrukturerede interview, med få planlagte spørgsmål - til det helt stramt strukturerede, som det eksempelvis kendes fra Gallup. Det ustrukturerede interview, kræver at den der interviewer har stor indsigt i metoden og kan guide samtalen. Den stramt styrede egner sig bedst, hvis man har mange, som skal interviewes.

Til den mere uerfarne interviewer, som ikke har så meget tid, findes der Det semistrukturerede interview. Denne interviewform anvendes i dette speciale.

Det semistrukturerede interview

Først og fremmest er det vigtigt at vide, hvad man ønsker at vide noget om og dernæst overveje hvordan denne viden så opnås. Det anbefales at man i denne form for interview tematiserer sine spørgsmål. Da et interview aldrig kan betragtes, som værende fuldstændigt neutralt, er det vigtigt for intervieweren at tilgå interviewet med et åbent sind, således at informanten kan udtrykke sig med egne ord (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 34). Et semistruktureret interview udføres på baggrund af en interviewguide, som kan være mere eller mindre detaljeret. Hvis man laver en interviewguide, skabes der et overblik over, hvilke dele af ens projekt man vil sætte fokus på og hvilke spørgsmål, dette afføder. Ifølge (Brinkmann & Tanggaard, 2015a) er det vigtigt at adskille, hvad de kalder for Forskningsspørgsmål og egentlige interviewspørgsmål, idet forskningsspørgsmål ikke altid giver mening for den der skal interviewes. Jeg har ikke valgt at inddele i forskningsspørgsmål, men inddelt i emner, som knytter sig til de forskningsspørgsmål, jeg stiller.

Interviewspørgsmål bør formuleres mundrette. (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 41) kategoriserer interviewspørgsmål, således at den der interviewes guides igennem interviewet. De indledende spørgsmål kan være af typen " Kan du sige noget om... " eller "Hvordan oplevede du..." Dette giver den interviewede mulighed for at fortælle om konkrete episoder i sit liv, og det at fortælle i narrativer er generelt let.

Dernæst kan der være opfølgende spørgsmål, som har til formål at uddybe forskellige aspekter af det den interviewede fortæller, som har relevans for projektet. Når man gerne vil videre, fra det indledende spørgsmål anvendes strukturerende spørgsmål, som kunne formuleres som "Nu vil jeg gerne tage et andet emne op..." Nogle spørgsmål kan have til formål at få præciseret eller bekræftet at man har forstået noget, disse kalder (Brinkmann & Tanggaard, 2015a) fortolkende spørgsmål.

I dette speciale vil der være to former for interview. Den første type af interview, det med Camilla vil (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 201) kalde et for Eliteinterview. Camilla er en erfaren underviser, med stor indsigt i, hvad der virker og hvad der ikke virker i en matematik C klasse. Hun har i mange år undervist mange forskellige hold og har arbejdet med at udvikle undervisning i mange år.

Den anden type af interview kaldes af (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 204) for fokusgruppeinterview. I ovennævnte type af interview skriver (Kvale & Brinkmann, 2015) at det typisk vil bestå af 6-10 personer. Det finder jeg i denne sammenhæng ikke hensigtsmæssigt. Det antal er for stort, i min optik, til at der bliver tilstrækkelig plads til den enkeltes refleksioner og det er for svært at få en dynamik mellem kursisterne til at fungere, hvis der er for mange i gruppen. I fokusgruppeinterview skal interviewerens facilitere en diskussion, hvor alle får mulighed for at bidrage med sit synspunkt og det er vigtigt at understrege at det ikke er et mål at der opnås enighed, blandt de interviewede. Udfordringen ved denne type af interview kan være at styre de diskussioner, som opstår. (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 206)

Bilag 1 og 2 er de intervieweguides, som jeg har anvendt til de interviews der er udført i forbindelse med dette speciale, til såvel eliteinterview og fokusgruppeinterview.

Transskription af interview

Alle interviews er optaget, og foreligger således digitalt. Når der er udført interviews, er disse blevet transskriberet, med henblik på analyse. I denne oversættelse fra samtale til tekst, vil der naturligt være et tab, idet eksempelvis kropssprog og ændringer i tonen ikke umiddelbart kan oversættes til tekst (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 43). For at dette tab ikke skal være for stort, har jeg gennem alle interview brugt at skrive det nonverbale ned, i det omfang det var muligt og tiden tillod det. Det er mig selv, som har udført transskriptionen, og i det omfang at jeg har husket de input, som jeg har ikke har fået noteret, så er de kommet med i transskriptionen. Transskriberingen er udført efter følgende guide.

- Molly, Susanne, Jane og Hanne for kursister, som bliver interviewet
- Camilla for lærer
- PK for mig.
- Der anvendes linjeskift, når der skiftes mellem personer.
- Hvis der ændringer i stemmeleje, eller der bliver grinet, eller lignende vil dette blive anført i parentes

Analysestrategi

Når der er lavet en transskription af de interview, som jeg har foretaget, skal materialet analyseres. Analysen har til formål at bryde interviewet ned i mindre dele, for derefter at lave sammenfatninger i forhold til underspørgsmål der er til problemformuleringen. Det er sjældent at det er muligt at være fuldstændig åben omkring de konklusioner, som dannes i denne del af projektet, som det tidligere har været nævnt, så vil såvel interview, som analyse bære præg af en forforståelse for emnet og derfor vil de tolkninger, som kommer i analysedelen være under indflydelse af de konklusioner, som jeg har dannet tidligere i projektet.

"Ideelt set forberedes analysen allerede i designfasen af interviewprojektet, hvor det er vigtigt at udforme projektet således, at man får et materiale, der er relevant i forhold til de analysestrategier, man ønsker at anvende" (Brinkmann & Tanggaard, 2015a, s. 45)

Det er naturligvis farligt at lægge sig fast på en konklusion, før interviewet er udført, men det er i den hermeneutiske tradition en grundsten at man arbejder med en forforståelse, som muliggør en tolkning. I analysen er det vigtigt at fremhæve udtalelser som understøtter teorien, men det er også vigtigt at finde de steder, hvor teorien udfordres, ligesom de dele af interviewene, som giver anledning til modstridende informationer.

Analysen af interviewene har fulgt et mønster, hvor jeg først lyttede båndet igennem, hvor jeg noterede, de tanker, som umiddelbart trådte frem i forhold til det jeg undersøger. Dernæst har jeg transskriberet. Efter endt transskribering har jeg inddelt i temaer, som jeg i teoriafsnittet har sat fokus på. Resultatet af denne proces kan findes i (Bilag 4) som indeholder meningskondenseringen af såvel interview med kursister, som interview med Camilla.

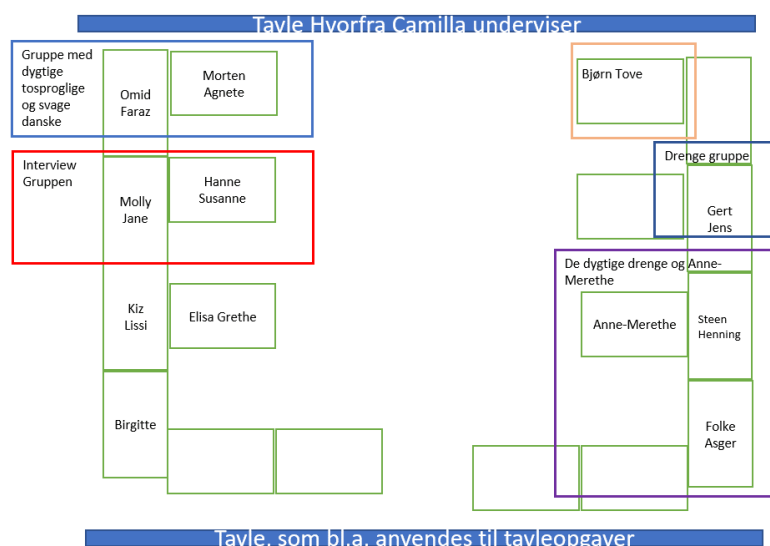
4.02 ANALYSE

På baggrund af den indsamlede empiri af undervisningen og den efterfølgende meningskondensering (Bilag 2,3 og 4) er nedenstående en samling af forskellige tematikker, som derigennem er kommet til udtryk, ved at holde empirien op imod de teoretiske overvejelser, som jeg har gjort inden igangsætning af undervisningen. Det er vigtigt at understrege at de forskellige tematikker ikke skal ses isoleret, men skal forstås sammenhængende. Inden selve analysen, har jeg valgt at lave en introduktion til klassen og klasserummet, for bedre at kunne give en forståelse for, de tematikker, som jeg trækker frem. Herefter har jeg samlet de informationer, som jeg har samlet i tre temaer, som følger temaerne fra kapitel 2 og 3, med udvikling af sprog, overkomme matematikvanskeligheder og dannelsen af praksisfællesskaber. Sidst i afsnittet har jeg samlet de bud, som jeg har fået på, hvordan materialet skal videreudvikles.

(A) KLASSEN OG KLASSERUMMET

Inden selve analysen, vil jeg gerne forsøge at beskrive det miljø, som undervisningen foregår i og den ramme, som kursisterne har skabt, vel vidende at den ikke kan være fyldestgørende.

Klassen, som jeg observerer, bliver undervist i et lokale, som er sat op i en hestesko, med borde i midte. Åbningen i hesteskoen vender op mod den tavle, hvor Camilla gennemgår det stof, som de skal arbejde med. I den første lektion, som jeg observerer, er der en del par øvelser, som kursisterne skal lave sammen med den de sidder ved siden af. I den sidste lektion, som jeg observerer, er der opstået nogle mønstre, enten i forhold til at de arbejder



sammen i nogle små grupper, eller at de ikke arbejder sammen. Det mønster har jeg forsøgt at illustrere ved ovenstående tegning. Kursisterne flytter lidt pladser, fra første observation til anden observation. Hvor dette er sket, har jeg vist, hvor kursisten sad til anden observation. De grønne kasser repræsenterer borde, hvor der kan sidde to kursister. Til anden observation er der tydeligvis opstået nogle samarbejdscentre. Disse er fremhævet med kasser, som jeg også har givet navne og farver. Disse navne udspringer af de samtaler, som jeg har haft med underviseren og interviewgruppen og er derfor ikke på nogen måde udtryk for andet, end den beskrivelse, som kursisterne eller underviseren har givet. Der er således ikke tale om nogen tillægelse af værdi eller egenskab i navnene.

Gruppen med dygtige tosproglige og svage danskere.

Denne gruppe er kendetegnet ved at de to tosproglige har en meget stor faglighed. De havde faktisk fuldstændig styr på renteformlen til den første lektion, jeg observerede. Morten til gengæld betegnes af Camilla, som svag og Agnete er startet ret sent på holdet, så hun mangler også en del. Sammen står de stærkt, idet Camilla kan se at de stærke herrer, får masser af sproginput fra de svagere danskere.

De dygtige drenge og Anne-Merethe.

Der er tre drenge og Anne-Merethe. Drengene har fuldstændig styr på matematikken og har derforuden masser af overskud til at hjælpe Anne-Merethe, som virkelig kæmper med matematikken. Drengene hjælper på skift Anne-Merethe med stort set alt matematik. Anne-Merethe er flyttet lidt rundt i klassen, for at finde nogen hun kan arbejde sammen med og ikke mindst kan hjælpe hende.

Drenge gruppen.

Her sidder der en flok drenge, som løst indgår i samarbejde med gruppen ovenfor. Gruppen er ikke behandlet særskilt i materialet.

Enkelt personer

Desuden sidder der en del kursister, som virker isolerede. Camilla omtaler flere af dem som havende et stort fravær. I denne gruppe er også Bjørn, som kæmper meget med det sociale og som bestemt ikke bryder sig om samarbejdsøvelser. Camilla har haft flere samtaler med Bjørn om, hvordan han kan indgå i samarbejde med de øvrige i klassen. Når der skal arbejdes ved tavler, så samler Camilla kursister fra denne gruppe, til at gå sammen om en tavle.

Interviewgruppen.

De fire piger, har fundet ud af at de svinger rigtig godt sammen og når de udfolder sig ved tavlerne, udgør de nærmest en helhed, hvor de supplerer hinanden rigtig godt. Udover fællesskabet i matematikken har de også ca. samme alder og de har derfor også en del socialt tilfælles. To af pigerne har desuden fundet sammen i et andet fag, som de har sammen. Jeg opfatter dem som havende samme alder, omkring 25 år og flere af dem har små børn. De har meget forskellige forudsætninger for at være i klassen. Molly har en håndværkeruddannelse og vil være arkitekt. Hun har det OK med matematik som hun udtrykker det (Bilag 2 s.2). Jane har gået på STX i et år, så hun har været igennem C-niveau en gang før, og hun bruger en del tid på at reflektere over den undervisning hun har fået på VUC og den der var på STX. Hanne er meget svag matematisk og meget bevidst om det. Hun tror hun er dumpet i matematik i folkeskolen og har derfor valgt at følge et brush-up kursus på VUC inden HF. Susanne har haft 14 matematiklærere i folkeskolen og har som Hanne derfor fuldt et forberedende kursus inden hun har meldt sig til HF matematik. På dette kursus var der mange ting, som faldt på plads for Susanne.

Underviseren.

Når man observerer Camilla, som underviser, så kan man se at hun arbejder med klassen på mange planer. Ikke bare med at få sin egen undervisning til at fungere. For Camilla handler det om den enkelte. Til den første lektion, som jeg observerer, hvilket er klassen anden lektion, så har Camilla næsten styr på alle navne og hun bruger navnene aktivt, for at skabe en nærhed for kursisterne (Bilag 4.1 s.22). Når hun går rundt i lokalet, så er hun smånynnende og det er tydeligt at hun skaber en hyggelig stemning, ved sin adfærd. Når der opstår små samtaler om andet end matematik, så inddrager hun hurtigt sig selv som billede på at noget kan være svært. På et tidspunkt taler holdet om rygeforbud, og selv om Camilla ikke er ryger, så fortæller hun om dengang hun forsøgte at stoppe med at drikke Cola. Hun er fuldstændig bevidst om sine virkemidler, når hun skal gennemgå noget ved tavlen. Hun ved, hvordan hendes tavle udvikler sig igennem en lektion, således at alle pointer står på tavlen efter en lektion. Hun er dygtig til at få ro og fokus i klassen og hendes måde at samtale på er meget anerkendende. Hun forsøger at give kursisterne overblik over lektionen, med tydelige mål, og hun arbejder bevidst med at invitere kursister med fravær ind i klasserummet, når de kommer tilbage, gennem inkluderende aktiviteter. Når man ser Camillas forberedelse, så er der ingen tvivl hos mig om at her er der tale om en fremragende underviser.

For mig tegner der sig et billede af et meget sammensat hold, på den måde afspejler den fint, hvordan et VUC hold ser ud. Der er kursister, som har meget fravær og som derfor ikke formår at indgå i samarbejde med de mere stabile. Der kursister, for hvem selve matematikken er en kæmpe udfordring og der er kursister, som har fuldstændig styr på renteformlen. Kursisterne kommer til VUC af vidt forskellige årsager og med meget forskellige forudsætninger. I dette rum formår Camilla for de fleste at skabe en tryk base, som sikrer at de hver især kan udvikle sig fagligt.

Analysen af interviews og observationer er grupperet i 3 dele. De to første dele, om matematikvanskeligheder og sproget er relativt korte. Det hænger sammen med at det blev tydeligt for mig at mange af de mål, der er sat med undervisningen, er blevet opfyldt. I hvert fald, hvad jeg kunne observere og det der kom frem i begge interviews. Samtidig blev det klart for mig at der i det foreliggende materiale lå mange observationer, som relaterede sig til praksisfællesskabet. Jeg har derfor valgt at fokusere en stor del af analysen på praksisfællesskabet med de mange vinkler det indebærer. Efter behandling af de tre hovedområder har jeg desuden nogle overvejelser over, hvordan materialet kan optimeres ud fra de interviews, som jeg har haft.

(B) OVERKOMME MATEMATIKVANSKELIGHEDER.

Ifølge Sfard, så er en af de store hurdler i tilegnelsen af matematik at matematiske begreber indeholder både en proceskomponent og et objektkomponent. Og det er i arbejdet med forståelsen af dette, at man kan lave undervisning, som understøtter begge begreber og dermed øger læringen hos dem der har det vanskeligt med matematik.

Det centrale i dette forløb har været behandlingen af fremskrivningsfaktoren og hvordan den indgår i renteformlen, men også at den optræder i mange andre sammenhænge, som objekt. Sfard påpeger at man skal starte med at forstå processen og at dette understøttes bedst ved billeder. I interviewgruppen var det derfor det indledende spørgsmål, som skulle besvares. Hvordan virker de 3 cirkler? I Interviewgruppen er der ingen tvivl om at billedet har været med til at skabe en stærk forståelse af, hvordan man går fra renten i procent til fremskrivningsfaktor. Hanne udtaler:

Altså det her med at vi har de her cirkler der og der er de her farver, så man forstår at de her tre ting hører sammen. Det gjorde virkelig meget. Lige pludselig, så kunne jeg bare forstå det. Det er helt underligt. ... Altså jeg var helt lost til at begynde med, men nu forstår jeg det hele (Hanne, Bilag 3.1 s. 13).

At benytte det visuelle til at understøtte læringen bekræftes af Camilla, som reflekterer over undervisningen, gennem bl.a. at de første tanker hun havde, var at det var lang tid at bruge på de enkeltdele, som undervisningsmaterialet er delt op af. Men at hun også er opmærksom på at det visuelle har virkelig styrket elevernes forståelse for de udregninger, der skal udføres.

Fordi den her måde at lave et grafisk billede på, når man går fra renten i procent til fremskrivningsfaktoren, faktisk virker virkelig godt. At have brugt noget krudt er godt givet ud. Den måde at sætte det op på. Det var der rigtig mange der fik succes med. (Camilla, Bilag 3.2 18)

Ikke alene støtter det indlæringen, ifølge Camilla. Det er også med til at hun efterfølgende, når hun ser kursister lave fejl, er i stand til at referere til figuren og derigennem skabe forståelse hos kursisten om fejlen.

For at forstå begrebet fremskrivningsfaktor, som objekt, så er det nødvendigt at anvende det, som objekt. Ifølge Sfard er det ikke sådan at objektivering af et begreb nødvendigvis kommer af at man begynder at bruge det som objekt, men man er indimellem nødt til at vende tilbage til processen, før objektivering finder sted, derfor er et af de centrale spørgsmål i specialet også om denne objektivering har fundet sted. I forbindelse med interviewet med kursisterne, så er de gået i gang med den eksponentielle funktion og de egenskaber den har, de er derfor i stand til at reflektere over objektiveringen. Julie beskriver overgangen som:

Man føler næsten ikke at man har skiftet emne (Bilag 3.1 s. 13)

Og hun fortsætter, med at reflektere over den undervisning, som de er i gang med nu.

Ja og man starter sådan ikke bare på bar bund, og nu har jeg haft matematik før og der havde vi overhovedet ikke koblingen fra eksponentialvækst til rentesregningen. Så jeg har slet ikke tænkt den sammenhæng. Men nu giver det enormt god mening (Jane, Bilag 3.1 s. 14)

Der er altså noget der tyder på at den stærke stilladsering af processen har sat de interviewede kursister til at forstå objektet fremskrivningsfaktoren. Placeringen af interview med Camilla gør det ikke muligt at få lærerrefleksioner på denne del.

(C) AKTIVERING AF SPROGET

For Cummins er det en forudsætning hos den lærende at det sprogbrug man har i dagligdagen, får en forbindelse med det sprog, som skal tales, når man skal arbejde akademisk, og som her arbejde med fagbegreber. I observationen af den første lektion var det tydeligt at mange kursister havde en vis forståelse for mange af de begreber, som indgår i behandlingen af renteformlen. Dette ses bl.a. af de gange, hvor Camilla samler op på opgaver, hvor hun beder kursister forklare, hvordan de har bestemt løsninger. Her bruger de flittigt de fagudtryk, som hører til opgaverne (Bilag 4.1 s. 24 kl. 14:10).

For Cummins er det vigtigt at have stor støtte i den kontekst, som man arbejder med, når man skal starte på rejsen med at flytte sit sprog. Her bliver både det at man taler og de figurer, som er blevet introduceret til opfattet som kontekst støttende. De opgaver, som kursisterne får i den første lektion, er ikke særlig kognitivt krævende og de er kontekstunderstøttende.

Camilla bemærker også at hendes første tanke omkring materialet var at der blev brugt rigelig med tid på de indledende opgaver, men samtidig også at disse første opgaver afgjort var med til at sikre at forløbet blev en succes (bilag 3.2 s. 18). Man kunne derfor let få den tanke, at det her mestrer kursisterne til fulde og man derfor vil vælge at sætte tempoet i vejret. Men som Camilla gør opmærksom på, så bliver mange kursister usikre og kan ikke løse opgaver, når der ikke er fuldstændig overensstemmelse mellem det eksempel der bliver gennemgået og den efterfølgende opgave.

Og så var der et sted, hvor det jeg havde lagt op til at gennemgå det ikke lignede det de efterfølgende skulle regne på bagefter. Det kan godt være at nogen kan det, men dem her, de kan ikke finde ud af det. (Camilla, Bilag 3.2 s. 19)

Så, hvad der umiddelbart, ser ud til at de har fuldstændig styr på, det holder altså kun til at man kradser lidt i lakken, så vælter problemer frem.

I interviewet med de fire kursister, så er det også tydeligt at stilladseringen har haft en god effekt i forhold til at forstå det lærte.

Man siger ikke længere ” Og så var der også det der tal deroppe, hvad var det nu det hed?” Man siger, hvad det hedder. ”Det er fremskrivningsfaktoren, den der.”. Og man ved, hvad for nogle tal, man skal sætte og alt muligt. Det vidste man slet ikke før. Man var nødt til at slå det op, for man anede slet ikke, hvad det var. (Molly, Bilag 3.1 s. 17)

Og

Ja altså man siger, hvad det hedder. For det er ikke kun ens egen forståelse der er vigtig. Og det kan godt være at jeg ved at det er fremskrivningsfaktoren, og det er ligegyldigt, men det er det jo ikke nu, for nu er man i en gruppe og så er det vigtigt at man får det rigtigt (Molly, Bilag 3.1 s. 17)

De oplever altså en klar forandring fra den første lektion til nu i forhold til at kunne benytte sig af fagsprog. Men det virker til at det rækker videre end bare kendskab til ordene og deres betydning.

Det bliver sådan en meget naturlig dialog. De der spørgsmål, det bliver ikke spørgsmål, men en del af en naturlig dialog (Jane, Bilag 3.1 s. 15).

Og for Julie er det her endda gået videre.

Det har været fint nok. Jeg har slet ikke lagt mærke til det, det har bare været sådan noget sniksnak. Altså en slags matematisk sniksnak. (Jane, Bilag 3.1 s. 13)

For interviewgruppen, så er det tydeligt at det faglige udbytte har været stort og de har flyttet deres fagsprog betydeligt. De øvrige har også flyttet sig, hvilket bl.a. ses af observation af den sidste lektion. Her benytter Camilla sig af mange fagudtryk og mange af kursisterne svarer tilbage med brug af fagudtryk. Det ses også delvist af de tavler de får præsteret, hvor de får skrevet en hel del tekst, som understøtter at de forstår begreberne og deres forskellige repræsentationer og mange får sat navne på de forskellige variable, som indgår i formler og figurer (Bilag 4.2 s. 34-36).

Observationerne om udvikling af sproget.

Den første observation af klassen, viser at der er mange, som allerede nu besidder dele af det sprogbrug, som skal til for at tale fagsprog i matematik. Det ses bl.a. af den gennemgang, som Camilla har af øvelse 4. Her skal tre af kursisterne forklare, hvordan man tager procent af et tal K. Alle tre formår at bruge korrekt sprogbrug (Bilag 4.1 s. 25). Men der er også emner der udgør udfordringer. Nogle i klassen taler om "Grimme tal". Definition på Grimme tal er klar, men 5, 10 og 20 er pæne tal, eller når en kursist udtrykker "så plusser vi dem sammen" (Bilag 4.1 s. 26). Der ses således indledningsvist en stor spredning i det ordforråd der anvendes omkring matematik. Ved observation af den sidste lektion, hvor kursisterne i grupper skal udforme en hel tavle og efterfølgende kommentere på de andre gruppers tavler, så er det tydeligt at fagsproget er det fremherskende, både når der skal produceres tavler (Bilag 4.2 s. 34-35) og når der skal kommenteres. Ved alle de producerede tavler bliver der skrevet fagudtryk og de bliver sat i sammenhæng. Og da de bliver sat til at kommentere på andre gruppers tavler, så er brugen af fagudtryk også høj (Bilag 4.2 s. 36).

(D) PRAKSISFÆLLESSKABET

Der er ingen tvivl om at de 4 personer, som interviewes, har oplevet at få et tæt samarbejde op at stå, i forhold til med hinanden i læringsprocessen, dette ses bl.a. af følgende citat:

Man drøftede ligesom tingene med hinanden, så det var en god måde at samle hinanden op på og sørge for at alle var med hele tiden. Og så var det fedt der var tid til at drøfte det med en sidemakker. Det er jo tit læreren har en forståelse af tingene, så når man får lov til at snakke med en på sit eget niveau, som ikke har den her forståelse, som læreren har, så kan det jo være med til at udvikle (Susanne, Bilag 3.1 s. 13)

Her udtrykkes det at Susanne har udviklet en god forståelse for, hvordan hendes lille gruppe hænger sammen. Hun er opmærksom på at der er forskel på, hvad man har forstået i gruppen og at undervisningen, som helhed støtter op om at alle kan være med og hun har forstået, hvordan hun selv skal understøtte sin egen læring gennem taleøvelserne. Camilla udtaler også at der andre steder i klassen er udviklet små udgaver af praksisfællesskaber. I en af grupperne sidder der en elev Anne-Merethe, som har meget svært ved det. Hun er placeret

sammen med nogle meget dygtige drenge. Anne-Merethe har været igennem flere forskellige grupper.

Hun har været forbi pigegruppen også, og også Majken, nede i hjørnet, men hun har fundet ud af at hun svinger rigtig godt i den her gruppe. Og hun er også lidt speciel. Og hos nogen vil hun nok trigge noget tålmodighed. Men det sker ikke her. (Camilla, Bilag 3.2 s. 20)

Desuden er der en gruppe, som består af stærke tosproglige og knap så stærke med dansk som modersmål.

Så er der den lidt spøjse gruppe, som består af de to tosproglige herrer og så Morten, som er lidt svag matematisk, hvor de to tosproglige er ret dygtige til matematik, men har svært ved at snakke, og så hende damen, som først er kommet ind på holdet sidste gang, så hun har store faglige huller. Men de supplerer hinanden fint, fordi de to etnisk danske kan sproget og de to andre kan matematikken. (Camilla, Bilag 3.2 s. 19)

Der er altså noget der tyder på at der udvikles små praksisfællesskaber. Det er dog ikke helt klart, hvor godt fungerende de er, dette til trods for at Camilla har gjort et stort stykke arbejde med at få de små grupper til at fungere. Særlig udfordring udgør de kursister, som udgør gruppe 5. Her er der meget fravær og de har dels svært ved matematikken, men også at forstå den fælles virksomhed i flere af opgavetyperne.

Der er også noget der tyder på at udviklingen af praksisfællesskabet sker på andre planer. Dette ses bl.a. af Hannes citat

Altså, hvis jeg har et problem, så går jeg først til min makker og det er primært Julie. Men ellers går jeg til Camilla (Læreren). (Hanne, Bilag 3.1 s. 16)

Det tyder på en anerkendelse af at viden eksisterer i gruppen og at det er muligt at hente den viden hos andre. Hvis man overvejer om man kan hente viden andre steder i klasserummet, udover hos de 4 eller Camilla, så bliver det mindre tydeligt, hvad der er muligt. I interviewet bliver der fremhævet nogle barrierer i forhold til at opfatte klassen som helhed, som et praksisfællesskab. Julie siger:

Jeg tror det er vigtigt i sådan et forløb, at man har en makker, som man ligesom er stærk sammen med. Hvis nu man havde siddet i en gruppe, hvor den ene bare var fuldstændig på bar bund og kun mødte op hver anden gang og den anden. Altså hvis man skal snakke, så er det vigtigt at man kan få noget ud af det begge to i sådan en sammenhæng. (Jane, Bilag 3.1 s. 15)

Men interviewgruppen er dog godt bekendt med Faraz, fra nabogruppen, som omtales som "ret klog" (Bilag 3.1 s.15). I gruppen med Anne-Merethe, så er det tydeligt at de internt i gruppen har fundet styrker og svagheder, men for eksempelvis gruppen med Bjarne, så fremhæver Camilla at kursisterne her har svært ved at hente støtte fra andre end Camilla.

Det er dem som ikke har været med, og de har ikke fået den kultur, hvor vi snakker med hinanden. Det er også dem der rækker hånden op. Der er sådan en tendens til, at dem der skal have hjælp, det er dem der ikke har været der. De andre har fundet ud af at man kan faktisk få meget ud af at snakke om opgaverne, at det ikke er pinligt at snakke om opgaverne (Jane, Bilag 3.2 s.19).

Interviewgruppen har helt sikkert fundet en bestemt måde at løse sine opgave på og at der i gruppen er opstået en gensidig ansvarlighed, ses bl.a. af Julies kommentar:

Og så når man laver noget ved tavlen, så skal de andre være gode til at byde ind, altså der har man ligesom et ansvar for at have alle med... (Jane, Bilag 3.1 s. 15)

Denne ansvarlighed eksisterer tydeligvis også hos gruppen med Anne-Merethe. Hvor de stærke drenge igen og igen er med at løfte Anne-Merethe.

Blandt de øvrige grupper er der noget der tyder på at nogle grupper har fundet forhandling af virksomhed sted i enten det meste af, hvad de laver eller på enkelte områder. I gruppen med Anne-Merethe, har de udviklet en arbejdsmetode, hvor de stærke drenge er hurtige til at løse regneopgaverne og derefter begynder de at udforske forskellige hjørner af det emne, som de er i gang med overordnet. Men de har samtidig udviklet en ansvarlighed overfor Anne-Merethe, således at hun hele tiden er med. Det ses bl.a. af observationerne jeg gjorde i den sidste lektion. Da Camilla er i gang med at gennemgå metoden til at bestemme K_0 , har Anne-Merethe brug for at finde sænket skrift i Word (Bilag 4.2 s. 27 kl. 10:54). Her er det drengene, som udviser gensidig ansvarlighed overfor Anne-Merethe. Det samme sker da hun ikke helt har forstået renteformlen og har brug for yderligere forklaringer. Her træder drengene til igen (Bilag 4.2 s. 28 kl. 11:10 og kl. 11:18).

At der forhandlet virksomhed i andre grupper ses eksempelvis i gruppe 5, når de skal til tavlen. Her findes der en forståelse for de vanskeligheder, som Bjarne har med at arbejde i grupper.

Bjarne får lov til at stå for sig selv i rigtig lang tid, mens de øvrige udfylder forskellige dele af den tavle de skal producere. Når så det bliver lidt vanskeligt at udregne de værdier, som skal indsættes i tabellen, så træder Bjarne til. Ikke sådan at han indgår i en dialog med gruppen, men på en måde, som Bjarne kan håndtere (Bilag 4.2 s. 31). At gruppen ikke har en forhandlet virksomhed i andre dele af deres fælles virksomhed, ses bl.a. af at da Bjarne og Tove skal arbejde sammen om en parøvelse, så fungerer det på ingen måde (Bilag 4.2 s. 29. kl. 12:20).

Der er altså mange forskellige niveauer af fællesskab. Et sted er det helt tydeligt at hele klassen har forhandlet virksomhed på plads. Det er ved tavleopgaven. Her får alle grupper produceret meget fine løsninger (Bilag 4.2 s. 34-36), som indeholder gode løsninger. Det er også tydeligt at delen, hvor der skal kommenteres med gule post-its, giver gode diskussioner i gruppen og de er fuldstændig klar over, hvordan de skal tilgå opgaven. Men samtidig er der meget stor forskel på, hvordan de enkelte grupper håndterer netop denne opgave. Der er tilsyneladende brugt tid på at forhandle virksomhed i de enkelte grupper i disse opgaver. At der er forhandlet virksomhed, ses bl.a. af at grupperne udfører opgaverne meget forskelligt. Man kan have en pennefører, som også taler det meste af tiden, og i en gruppe bliver der arbejdet flere steder på en gang, nogle skiftes til at skrive.

Som en del af at få et praksisfællesskab til at emergere, så er det vigtigt for den enkelte finder en unik plads i fællesskabet. I materialet er der rigtig mange opgaver, som er par øvelser. De har det umiddelbare formål at teste om man kan forklare, hvad der foregår, men de kan også være med til at understøtte udviklingen af praksisfællesskab og det gensidige engagement. Øvelserne giver også mulighed for på parniveau at bestemme det faglige niveau man er på og dermed hjælper øvelserne med til at man kan danne relationer og oparbejde et gensidigt engagement.

En af de kursister, som har arbejdet for at finde sin plads, er Anne-Merethe. Hun har været omkring flere forskellige grupper, herunder interviewgruppen og Majken, men har fundet sin endelig plads hos de dygtige drenge (Bilag 2.2 s.20). De har masser af overskud til at hjælpe og rumme hende. Camilla bemærker "*Og hos nogen vil hun nok også trigge noget tålmodighed*"

(Bilag 2.2 s. 20). Men omvendt har hun også selv erkendt sine begrænsninger og har derfor udviklet klare strategier om, hvordan hun skal hente viden hos de andre i fællesskabet. I interviewgruppen er det tydeligt at eksempelvis Hanne har forstået, hvordan hun skal hente viden i fællesskabet

"Altså, hvis jeg har et problem, så går jeg først til min makker og det er primært Julie, men ellers går jeg videre til Camilla. Det er ikke sådan det er mig der styrer det hele. Jeg tror at jeg i begyndelsen, så holder jeg mig lidt i baggrunden, fordi jeg vil være sikker på at jeg har forstået det rigtigt. Og så begynder jeg stille og roligt at komme med inputs" (Hanne, Bilag 3.1 s. 16).

Hanne giver her udtryk for at hun har fundet sin unikke plads og kender sine egne kompetencer og andres kompetencer i fællesskabet.

Men der er flere i klassen, for hvem det er svært at finde sin identitet i fællesskabet. Camilla nævner Bjarne, som har mange udfordringer.

Han er ikke et sted, hvor han kan aflæse de andre. Og hvis man kigger på ham, så har han næsten altid det samme ansigtsudtryk - svagt negativt, man han mener ikke noget med det... han er max presset, når vi laver de her øvelser (Camilla, Bilag 3.2. s. 21)

Camilla nævner at han har mange autistiske træk, som gør ham ekstra udfordret i forhold til de mange åbne opgaver og samarbejdsopgaverne.

Når man skal tale om fælles repertoire, så er dele indholdet af undervisningen bygget op om at skabe et fælles repertoire. Tavleøvelserne er et godt eksempel. En tavle bliver i Wengers terminologi et artefakt og det er tydeligt at hele klassen har en god forståelse af, hvordan artefaktet skal indgå i deres fælles virksomhed. I (Bilag 4.2 s.31-36) ses mange forskellige måder at tilgå opgaven og udnytte tavlen på, men fælles for alle er at der ikke er nogen, som er i tvivl om hvordan deres gruppe griber arbejdet an.

At man også udvikler fælles historier i klassen se bl.a. af samtalen Camilla har med klassen om "grimme tal". *"5-10-20 er pæne tal"* (Bilag 4.1. s.26). Men også brugen af Wordmat bliver en del af deres fælles historie og deres fælles værktøjer. *"Tænd jeres computer. Husk at have Ja-hatten på. Wordmat er jeres bedste ven"* (Bilag 4.2.s. 27 kl. 10:49).

Når vi skal indgå i et praksisfællesskab, er det for Wenger en forudsætning at man oplever at det man gør, er meningsfuldt. Det er mange indikationer på at interviewgruppen opfatter det de gør, som meningsfuldt. Julie, som har taget 1.g. på STX, har været igennem det her stof før, men for hende har matematikundervisningen tidligere ikke været meningsfuld. Hun udtrykker sin opfattelse af matematik forud for dette forløb gennem:

Jo, altså. Når man fik en masse teori oppe til undervisningen og så skulle hjem og lave en aflevering, så var det helt vildt svært at vende sit hoved om, fra at man havde nogle teoretisk med formler og beviser og så skulle jeg hjem og lave en eller anden opgave med; "Anne og Peter havde 7 æbler og hvor mange appelsiner bliver det så om tre år?" (Jane, Bilag 3.1 s. 17)

Om det nuværende materiale og, hvordan det kunne være anderledes svarer hun:

Jeg synes det giver god mening. Altså i andre undervisningssammenhænge i matematik, så ville man starte med at få vist renteformlen, og så regne ud fra den. Men på den her måde, hvor man ligesom starter helt fra bunden af, det giver virkelig god mening. (Jane, Bilag 3.1 s.14)

Og at undervisningen understøtter eksamenssituationen, er også med til at give mening Julie fremhæver dette som, udover at det giver mening, så er det med til at give tryghed at det man laver, er koblet til eksamen. Det er med til at give opgaverne ved tavlerne et perspektiv ud over den enkelte opgave. Om Post-it-øvelsen, så indser Julie at tavlen er en slags oversigt over de noter, som hun ikke har. Men at tavlen har en helt anden kvalitet. Hvor hun før havde 10 sider noter, som hun ikke kunne omsætte til "praksis" (Hendes udtryk for at bruge en formel i en opgave).

Det er jo lidt de noter, man ikke har agtigt. Man får skrevet ned der. Så giver jo virkelig god mening. Jeg har aldrig nogensinde oplevet at jeg har forstået så meget matematik før. Jeg har ikke tænkt over at jeg skulle huske det. Jeg har bare tænkt, at hvis jeg har skrevet det ned og haft nogen gode noter, så var det det. Men det der med at man kan pludselig kan huske matematik, det er meget uvant for mig (Jane, Bilag 3.1 s. 14)

Det er dog ikke alt, som giver mening for holdet lige med det samme. Da Camilla skal introducere fremskrivningsfaktoren, så opstår der en modstand hos flere kursister. De har behov for at se nytten af at indføre fremskrivningsfaktoren. Dels hænger det sammen med at man her skal hæve abstraktionsniveauet, hvilke for nogle giver udfordringer, men også at man ikke kan se meningen med at indføre fremskrivningsfaktoren. Det er først da Camilla viser dem, hvor smart det er at disse kursister bliver overbeviste (Bilag 3.2 s. 21). Og for Bjarne er det bestemt ikke alt der giver mening. I den sidste lektion, som jeg observerer, bliver han sat sammen med Tove og det er tydeligt at par-øvelsen ikke giver mening for dem. (Bilag 4.2 s.29 kl. 12:00). Generelt kan Bjarne slet ikke se meningen med de forskellige opgaver, som kræver andet end et facit. Der har tydeligvis været en meningsforhandling mellem Camilla og Bjarne om det der foregår i klassen. De har i fællesskab skabt nogle rammer for ham, så han kan være med, hvilket ses af post-it øvelsen, hvor han i begyndelsen bare er observatør og først senere tager aktivt del i øvelsen (Camilla, Bilag 4.2 s. 32 og Bilag 1.2 s. 12).

For at kursisterne skal opfattes sig som legitim perifer deltager, så vil det i begyndelsen af året meget være op til læreren at skabe de adgangsveje, som er nødvendige for kursisterne. Camilla er meget bevidst om dette i sin undervisning. Derfor er en af hendes første refleksioner over taleøvelserne

Først var jeg lidt - Gad vide om jeg kan få dem til at snakke, og hvor lang tid vil der gå med det" (Camilla, Bilag 3.2 s. 18)

Desuden er der de kursister, som ikke er til stede den første lektion. Her vælger Camilla at lave nogle små videoer, som viser, hvad klassen har været igennem. Det er dog ikke et værktøj hun kan tage i brug efter hver lektion. Det har hun ikke ressourcer til. Og at det er et problem, viser sig i den sidste lektion. Her er sidder der en gruppe, som har udfordringer i forhold til det der foregår i klassen. Deres udfordringer er ikke bare af faglig karakter, men de har også problemer med at forstå, hvad de fælles handlinger består i, i dele af lektionen.

Og du kan jo se i dag, der er et par stykker, som sidder for sig selv og det er dem, som har været fraværende halvdelen af tiden. Ja. Det er dem som ikke har været med, og de har ikke fået den kultur, hvor vi snakker med hinanden. Det er også dem der rækker hånden op. Der er sådan en tendens til, at dem der skal have hjælp, det er dem der ikke har været der. De andre har fundet ud af at man kan faktisk få meget ud af at snakke om opgaverne" (Camilla, Bilag 3.2 s. 19)

Men at det i høj grad lykkes for Camilla at skabe en åbning for kursisterne den første lektion, som jeg observerer. Kan man se af det Camilla udtrykker ved

Det vi så den første gang du var her, var at jeg nærmest ikke havde noget at lave. Og det er jo helt vildt fedt, når man er der, hvor man næsten kan undværes. De har en god selvtillid, når de kan selv, eller når de kan finde det selv, ved bare at spørge sidekammeraten, Det giver noget andet end at man skal spørge mig. (Camilla, Bilag 3.2 s. 20)

Dette understreges desuden af det, som jeg observerer i lektionen. Når Camilla igangsætter aktiviteter, så er hendes opgave mest at sørge for at de har det godt og hun har masser af tid til at snakke. I den sidste lektion, som jeg observerer, er billedet mere blandet. Interviewgruppen, som har højt fremmøde har afgjort fundet relationer i gruppen, som gør at de er i stand til at lave deres egne læreplaner. Det er også tydeligt i gruppen med Anne-Merethe, hvor drengene formår at inddrage renteformlen til at løse et privat problem, som en af kursisterne har. (Bilag 4.2. s. 29). Det er ikke tydeligt, i hvor vid udstrækning de øvrige kursister har opnået samme forståelse for deres deltagelse i praksisfællesskabet.

Der er altså noget der tyder på at dele af holdet har forstået at viden findes i "rummet" og ikke kun hos Camilla. Interviewgruppen udtrykker det bl.a. ved

Jeg tænker at man spørger ens makker, for egentlig tror jeg at man ved det godt, så ens makker ved det, og så kan man lige få det frem og så behøver man ikke gå op og spørge læreren hele tiden, for de har altid svaret på det. (Susanne, Bilag 3.1 s.15)

Og

Altså, hvis jeg har et problem, så går jeg først til min makker og det er primært Jane, men ellers så går jeg til Camilla. (Hanne Bilag 3.1 s. 16)

Hvor der i første lektion, som jeg observerer, så ud til at være store åbninger for kursisterne i forhold til at være legitim perifer deltager, så er billedet således noget mere broget i den anden lektion. Der er tydelige tegn på at det virker hos nogle, bl.a. i interviewgruppen. Men hvis man kigger på Tove, så er hun udtryk for at nogle kursister ikke formår at være en del af et praksisfællesskab ud over den del, hvor de skal lave deres tavle. Camilla bemærker at det store fravær hos nogle af kursisterne besværliggør deres læring. Når Tove og Bjarne, skal lave en taleøvelse sammen, så er de udfordrede på mere end bare det faglige. Bjarne, som har svært ved at samarbejde og Tove, som er udfordret sprogligt og med stort fravær. Det er på ingen måde let at se en løsning på deres udfordringer i forhold til at være en legitim perifer deltager.

(E) PERSPEKTIVERING AF MATERIALET UD OVER TEORIEN

Interviewgruppen er generelt tilfreds med det forløb, de har været igennem. Direkte adspurgt om der er noget de vil lave om, så svarer de at undervisningen giver god mening. De har godt nok haft perioder, hvor de synes der var lidt rigeligt med repetition og der var babysteps, men deres refleksion overordnet er at de er tilfredse.

Fra Camillas perspektiv ligger der en række observationer, som rækker ud over de intenderede effekter. En af de valg, som Camilla gør, er at indføre Wordmat, som værktøj, for at kunne løse en række opgaver. Camilla argumenterer med at CAS-værktøjer er en forudsætning for at man kan opfylde bekendtgørelsen, og at det her var naturligt for Camilla at anvende det. Tydeligheden i at et bogstav, eksempelvis K_0 er en pladsholder for et tal, kan illustreres gennem konkrete handlinger, som vises på tavlen, samtidig med at kursisterne selv udfører samme handlinger. Dette er med til at skabe endnu større forståelse for renteformlen

og dens anvendelse. Samtidig kan hun vise, at man blot skal indsætte de kendte værdier i ligningen og derefter få Wordmat til at udføre, det der er nødvendigt, for at bestemme den ukendte værdi. CAS-problematikken har jeg valgt at forbigå i tavshed, da den i sig selv udgør en udfordring, se bl.a. (Jankvist U. M., 2016).

Noget af det som Camilla fremhæver, som en styrke i materialet er at arbejdet ved tavlerne giver hende en mulighed for at arbejde med deres skriftlighed. Når man skal lave opgaver til skriftlig eksamen, så kræver det en del tekst, ud over beregninger og det er Camillas indtryk at dette bliver understøttet i materialet.

Materialet er ikke altid sat op på en måde, så kursisterne nemt kan tilgå det. Det drejer sig bl.a. om at Når man i en øvelse, som nedenfor

12. ØVELSE

I par, udfyld nedenstående tabel, ved hjælp af renteformlen

Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %
1 200	1514,97	4	
25 000	27071,4	8	
230	118,855	7	

Skal udregne renten i procent tre gange, så kan det være en udfordring at erkende at man faktisk skal lave tre udregninger og det kan være svært at se hver linje for sig og ikke blande linjerne sammen (Bilag 3.2 s.19).

Der er ingen tvivl om at materialet er opsat, så der arbejdes med mange detaljer og i et meget lavt tempo. Camilla nævner det, som hendes første erkendelse og interviewgruppen taler om babysteps. Det giver udfordringer for de kursister, som fagligt set er godt kørende og det er derfor nødvendigt at man som underviser tager denne opgave på sig. Camilla har bl.a. valgt at give de stærke drenge ekstra opgaver, ret tidligt i forløbet, for simpelthen at holde dem beskæftiget.

4.03 DELKONKLUSION

Den klasse, som bliver undervist i mit materiale, har mange lighedspunkter med det man generelt møder på HF enkeltfag på VUC. Det er en meget inhomogen gruppe på rigtig mange måder. Sammensætningen af klassen kan illustreres ved den gruppe, som interviewes. Her Molly, som har haft 14 matematiklærere på 10 år, Julie, som har haft pensum en gang før og så Hanne, som udtrykker "*matematik er sgu ikke min stærke side*" (Hanne, Bilag 2.1 s. 2). Til trods for dette, virker det som om de har fundet et fællesskab i matematiktimerne. De udtrykker at det fællesskab, som de oplever på en del områder, opfylder de krav, som (Wenger, 2004) opstiller for at der kan være tale om et praksisfællesskab. I interviewet udtrykkes det at det de undervises i, giver mening for dem og de har også til en vis grad fået en forståelse for deres egne evner og begrænsninger og der er en opmærksomhed på resten af klassen og den faglighed som klassen besidder. De føler en ansvarlighed overfor hinanden. Denne ansvarlighed oplever man også i gruppen omkring Anne-Merethe, hvor de stærke drenge har udviklet en arbejdsform, som netop tager hensyn til at Anne-Merethes udfordringer med matematik. At det lykkes for Anne-Merethe, skyldes ikke mindst at Camilla har taget et ansvar for at få fundet en plads, som Anne-Merethe har være i og hendes omgivelser kan være i.

Den sproglige udvikling for klassen er også tydelig, forstået på den måde, at mange af begreberne har kursisterne haft i forvejen, så udviklingen har mere vist sig i form af at mængden af ikke matematiske udtryk er blevet formindsket og de samtaler der var ved den sidste øvelse i materialet, var klart faglige. At sproget har ændret sig, viser sig også ved at eksempelvis Jane oplever samtaler ved tavlerne som "matematisk sniksnak".

Når det kommer til forståelsen af fremskrivningsfaktoren både som objekt og som proces, så viser interviewgruppen at de er kommet der til, at de er helt trygge ved at bruge den, så meget at de ikke oplever overgangen mellem renteformlen og eksponentiel vækst, som et emneskift, men bare noget man bygger videre på. Andre har stadig brug for kontekststøtte i de tre cirkler, når man skal fra rente i procent til fremskrivningsfaktoren, men der er sat en læringsproces i gang. For Anne-Merethe som er blandt de absolut svageste, så virker det afgjort til at hun har fået noget ud af undervisningen. Den første gang udtrykte hun at nu havde hun forstået noget matematik for første gang i sit liv til at være en aktiv medspiller i den sidste øvelse. Det virker som om at interviewgruppen nu opfatter den sidste tavle, som den overordnede forståelse af renteformlen og måske er det det Sfard mener, når hun taler om at "se" matematik. Det materiale, som jeg har udviklet, har vist sig at opfylde de fleste krav for at lære kursister med matematikvanskeligheder, men der er også et behov for at udvikle det mere, hvis man skal have flere kursister til at forstå matematik. Der er nogle udfordringer omkring brugen af CAS værktøjer og der er udfordringer med at få flere til at være en del af fællesskabet. Noget af materialet skal rettes til, så man imødegår de udfordringer kursister har med at læse og forstå en opgave.

5. KONKLUSION.

Hvis man skal lave et undervisningsmateriale matematik HF C-niveau målrettet til VUC, så skal man tilgå dette anderledes end vi ser i eksisterende bøger, der er til rådighed. Fremstillingen i eksisterende bøger ligger i høj grad op ad en tradition, som først blev beskrevet af Erik Kristensen og Ole Rindung tilbage i 1962. Indenfor denne tradition er matematik først og forståelse bagefter. Opbygningen er matematisk stringent og der er lagt vægt på at alle argumenter er klare og præcise. I de lærebøger, som findes i dag, er der nok fjernet store dele af præcisionen og stringensen er også mindre tydelig mange steder. Til gengæld er der ikke gjort meget for at skabe forståelse for matematik, således at den fremstår sammenhængende. Man kan argumentere for at de eksisterende lærebøger forudsætter at man er fortrolig med matematik, inden man går i gang. Det er på ingen måde tilfældet for dem der starter på VUC.

Der findes ikke en kur, som er i stand til at løse problemet med at lære matematik, for dem der har svært ved det, men der er en vej til læring af matematik for alle, som indebærer, ved at kombinere den viden der eksisterer indenfor matematikvanskeligheder, sprogindlæring og praksisfællesskaber.

Man skal invitere sine kursister ind i fællesskabet i hver lektion, eksempelvis med det som (Clasen, 2019) kalder for deltagelsesveje. Der er mange måder at gøre det på. I dette speciale har tavleøvelser, hvor man repeterer den teori, man har gennemgået frem til nu en måde været en af måderne, som har vist sig anvendelig. Man vil også i denne fase have mulighed for at lave et særligt fokus, således at man får præciseret, hvilken forforståelse der skal være til stede for at det nye stof kan indtages af kursisterne.

Man skal være klar til at tage babysteps i begyndelsen af året, for at skabe en fortrolighed med det matematiske sprog og den matematiske tankegang. De kognitive udfordringer i begyndelsen skal være af sådan en karakter, at de kan overkommes af alle, men samtidig skal man sørge for at det ordforråd, som kursisterne skal bruge i matematik, bliver et aktivt ordforråd, eksempelvis gennem taleøvelser, hvor man i par forklarer matematikken, først med sine egne ord. Man skal sørge for at ordforrådet vokser hos kursisterne i deres eget tempo og lad kursisterne opleve succes med matematikken. Dette kan være med til at matematikken kan opleves meningsfyldt.

Man skal ikke være bange for at starte sin undervisning, hvor indholdet af matematik ikke er ret stort. Hvis man begynder at forstå noget grundlæggende matematik, uden at det er pakket ind i matematik ord, men lade fokus være på at kursisterne handler og er aktive, så kan man, når kursisterne bliver mere sikre i udregningerne koble matematik fagsprog på. At lave mange små udregninger, som senere bliver sat sammen til mere komplekse udregninger, for til sidst at få koblet matematikord på kan være en strategi, som kan virke opbyggende. Forståelse først matematik senere og forståelsen skal komme gennem arbejde med emner, som er relevante for kursisterne, så de kan relatere sig direkte til det de arbejder med.

6. LITTERATURLISTE

- Arnbak, E. (2005). *Faglig læsning -fra læseproces til læreproces*. København: Gyldendal.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), s. 245-274. doi:<https://doi.org/10.1023/a:1022103903080>
- Bjørndal, C. R. (2013). *Det vurderende øje*. Århus: Forlaget Klim.
- Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2015). Kvalitative metoder. I S. Brinkmann, L. Tanggaard, S. Brinkmann, & L. Tanggaard (Red.), *Kvalitative metoder en grundbog* (2. udgave udg., s. 13-24). Hans Reitzels forlag.
- Brinkmann, S., & Tanggaard, L. (2015a). Interviewet: Samtalen som forskningsmetoder. I S. Brinkmann, & L. Tanggaard, *Kvalitative metoder* (s. 29-54). Hans Reitzels forlag.
- Butterworth, B. (2000). *The mathematical brain*. Macmillan.
- Carstensen, J. F. (2021). *Systime Mat C hf*. Hentet fra Systime Mat C hf: <https://mathfc.systime.dk/>
- Clasen, S. (2019). *Nest metoder inspiration til inkluderende fællesskaber*. Frederikshavn: Dafolo.
- Cummins, J. (2000). *Language, Power and Pedagogy: Bilingual Children in the Crossfire. Bilingual Education and Bilingualism* 23. Hentet 17. 6 2021 fra <https://eric.ed.gov/?id=ed446442>
- Dyskalkuli. (27. 08 2021). Hentet fra Dyskalkuli: <http://www.dyskalkuli.org/>
- Frederiksen, M. (2015). Mixed Methodsforskning. I L. Tanggaard, & S. Brinkmann, *Kvalitative metoder* (2 udg., s. 197-214). Hans Reitzels forlag.
- Hammersley, M. (2015b). Hvad er kvalitativ forskning, og hvordan den bør være. I S. Brinkmann, & L. Tanggaard, *Kvalitative metoder* (2 udg., s. 551-560). Hans Reitzels forlag.
- Højbjerg, H. (2005). Hermeneutik. I L. Fuglsang, & P. Olsen, *Videnskabsteori i Samfundsvidenskaberne* (s. 309-348). Foskilde universitetsforlag.
- Illeris, K. (2015). *Læring* (3 udg.). Samfundslitteratur.
- Jankvist, U. M. (2016). The didactical contract surrounding CAS when changing teachers in the classroom. *Journal of Research in Mathematics Education*, 5(3), s. 263. doi:<https://doi.org/10.17583/redimat.2016.2013>
- Jankvist, U. T., & Niss, M. (2016). *Fra snublesten til byggesten*. Frydenlund.
- Jankvist, U. T., Misfeldt, M., & Aguilar, M. S. (2019). What happens when CAS-procedures are objectified? the case of "solve" and "desolve". *Educational studies in Mathematics*, 101(1), s. 67-81. doi:<https://doi.org/10.1007/s10649-019-09888-5>
- Jankvist, U., & Niss, M. (19. April 2018). Counteracting Destructive Student Misconceptions. *Education Sciences*, s. 1-17.
- Jourdain, L. &. (2016). Language challenges in mathematics education: A literature review. *Waikato Journal of Education*, 21(2), s. 43-56.
- Karpachof, B. (2015). Den kvalitative undersøgelsesforms særlige kvaliteter. I L. Tanggaard, & S. Brinkmann, *Kvalitative metoder en grundbog* (s. 443-462). Hans Reitzels forlag.
- Kirkegaard, P. (2021). *Vækst - med læringen i fokus*.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Interview - Det kvalitative forskningsinterview som håndværk* (3 udg.). København: Hans Reitzels forlag.
- Lave, J., & Wenger, E. (2003). *Situeret læring og andre tekster*. København: Hans Reitzels forlag.
- Lindenskov, L., & Weng, P. (2006). Matematikvanskeligheder ? *MONA*, 2, s. 90-92.

- Pless, M. &.-H. (2010). *HF på VUC - et andet valg*. Center for ungdomsforskning. *Projekt uddannelsesløft*. (17. Juni 2021). Hentet fra Projekt uddannelsesløft: <https://uddannelsesloeft.dk/>
- Raudaskoski, P. (2015). Observationsmetoder (herunder videoobservation). I L. Tanggaard, & S. Brinkmann, *Kvalitative metoder* (2 udg., s. 97-112). Hans Reitzels forlag.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), s. 1-36. doi:<https://doi.org/10.1007/bf00302715>
- Spencer, K., & Stenlev, J. (2006). *Cooperative learning*. Malling Beck.
- Thurén, T. (1992). *Videnskabsteori for begyndere*. København: Munksgaard.
- Undervisningsministeriet. (19. marts 2019). *De første fraværstal på gymnasierne er nu offentliggjort*. Hentet 16. 07 2021 fra Børne og undervisningsministeriet: <https://www.uvm.dk/aktuelt/nyheder/uvm/2019/mar/190319-de-foerste-fravaerstal-paa-gymnasierne-er-nu-offentliggjort>
- Undervisningsministeriet. (17. Juni 2021). *EMU-Danmarks læringsportal*. Hentet fra Læreplaner og vejledninger: <https://emu.dk/hf/matematik/laereplaner-og-vejledninger?b=t430-t448>
- Wahlgren, B. (2010). *Voksnes læreprocesser*. København: Akademisk forlag.
- Wenger, E. (2004). *Praksisfællesskaber*. København: Hans Reitzels Forlag.

Bilag

Indhold

1.	Interviewguide	1
1.1.	Interviewguide til kursister	1
1.2.	Interviewguide til Camilla	1
2.	Transskribering.....	2
2.1.	Transskribering af interview kursister	2
2.2.	Transskribering af interview Camilla	6
3.	Meningskondensering	13
3.1.	Meningskondensering kursister	13
3.2.	Meningskondensering Camilla.....	18
4.	Observationer	22
4.1.	Observation af første lektion	22
4.2.	Observation af sidste lektion	26
5.	Referater	36
5.1.	Referat af møde med Camilla og Hans 24.07.2021	36
5.2.	Referat af møde med Camilla 19.8.2021	37
6.	Lektionsplaner for Camilla.	39
7.	Pixiudgave af læringsprincipperne.....	42

1. INTERVIEWGUIDE

1.1. Interviewguide til kursister

Intro - Jeg hedder Per Kirkegaard, og er ved at skrive speciale i matematik om hvordan man laver undervisning i matematik, når man tager hensyn til at dem der skal lære, har svært ved matematik Formålet med dette interview - At få et indblik i, hvordan undervisningen opleves og hvad der kan forbedres. - Jeg er interesseret i jeres erfaringer. Rammerne for interviewet - Det kommer til at tage ca. 30 minutter og der bliver lavet en lydoptagelse og dele af det vil blive nedskrevet, som dokumentation. - Jeres navne kommer ikke til at fremgå. I vil blive anonymiseret. - Jeg vil stille nogle spørgsmål og samtidig skrive nogle pointer ned, som skal støtte mig, når jeg senere lytter samtalen igennem. - Der findes ikke rigtige eller forkerte svar og hvis der spørgsmål, som du ikke bryder dig om, så springer vi dem bare over. - Hvis der er noget, der er uforståeligt, så spørg endelig. - Tingene skal foregå i jeres eget tempo.	
Problemformulering <i>Hvordan kan man lave et design for læring af matematik på HF C-niveau, når man tager hensyn til at dem der skal undervises, har matematikvanskeligheder?</i>	
Forskningskategorier/-emner	Interviewspørgsmål
Noget om personen	- Navn alder - Tidligere uddannelse også afbrudte - Hvorfor VUC HF - Hvordan har det tidligere været at lære matematik
Udviklingen af sprog, udvikling af samarbejde Brugen af figurer, til at understøtte læring.	De første øvelser, med at forklare om rente og hvordan det bliver til en fremskrivningsfaktor, hvordan dan var det. I forhold til at lære matematik. - Hvordan med figurene - Hvad lærte man ved at sige tingene - Hvad lærte man ved at høre sin makker sige tingene Kan man bruge det i andre fag, hvor man skal forstå noget? Kan man gøre det bedre?
Udviklingen af samarbejde i gruppen og med andre grupper	Den sidste øvelse, som I Laver, det er ved tavler, hvor I skal danne jeg et overblik. Hvordan hjælper det jer til at forstå renteformlen. - Den her fremskrivningsfaktor, er den blevet nemmere at forstå - Hvordan arbejder I sammen i matematik Har det betydning at I arbejder sammen om opgaverne.
Fordele og ulemper ved undervisningen Noget om meningsforhandling?	Hvilke af delene i undervisningen fungerer bedst? Hvordan kunne undervisningen forbedres?
Det der rækker ud over selve undervisningen Om praksisfællesskaber.	- Har dit forhold til matematik ændret sig i løbet af denne periode, og hvis ja, hvordan? - Er der noget i det du har lært om "at lære", som du kan bruge andre steder, end i matematik?

1.2. Interviewguide til Camilla

Intro

Camilla kender mig og har kendt mig i mere end 2 år., da vi er tidligere kolleger. Formålet med interviewet er at få input til mit speciale i matematik. Formålet med interviewet • At få et indblik i, hvordan det opleves at have et anderledes fokus på sin undervisning. • Hvilke refleksioner har undervisningen givet anledning til. • Jeg er interesseret i din erfaringer og oplevelser, og der findes ikke forkerte svar. Rammerne for interview • Interviewet kommer til at tage ca. 1 time og det vil blive optaget og centrale pointer vil blive transskriberet. • Vores roller i dette interview er at jeg stiller nogle indledende spørgsmål og så har vi en samtale på baggrund af disse, jeg vil tage noter til fokuspunkter, så jeg nemmere kan lytte mig igennem vores samtale senere. • Der findes ikke noget rigtige eller forkerte svar, og hvis der er spørgsmål I, ikke har lyst til at svare på, så springer vi dem over. • Vi tager tingene i et tempo, så alt der umiddelbart virker relevant bliver diskutere	
Problemformulering <i>Hvordan kan man lave et design for læring af matematik på HF C-niveau, når man tager hensyn til at dem der skal undervises, har matematikvanskeligheder?</i>	
Generelt om Camilla, som underviser og de tanker hun gør sig om undervisning.	Hvad var dine første tanker, da du så materialet? Hvad har du fået ud af at benytte dette materiale?
Er eleverne blevet bedre til at tale matematik og hvordan er udviklingen af det sprog de benytter?	Hvilken effekt har de små samtaler haft? Har der været udfordringer, med materialet undervejs, som du skulle forholde til? Hvordan er deres faglige niveau hævet i denne periode?
Praksisfællesskaber	Har de ændret den måde de henter viden på? Sammenlignet med andre hold?
Udvikling af materiale - perspektivering	Hvordan skal materialet ændres, for at blive bedre? Hvordan hænger materialet sammen med den øvrige undervisning på Matematik C.

2. TRANSSKRIBERING

2.1. Transskribering af interview kursister

PK	
Molly	Molly Bygningsmaler, fordi jeg gerne vil ind på arkitektskolen i Aalborg Matematik har jeg det sådan OK med. Det var svært indtil 6. klasse, hvor jeg fik en god lærer. Så derfra har jeg oplevet matematik rimelig godt.
Susanne	Susanne, jeg er 26 og har haft 14 matematiklærere i folkeskolen. På min skole der skiftede vi rigtig mange gange lærer. Så der forstod jeg ikke rigtig matematik og haft nogle dårlige eksaminer, jeg bestod ikke matematik i 9. klasse og 10. klasse har jeg ikke gennemført, så det har jeg taget om her på VUC (AVU -afdelingen, hvor man kan tage D, E og F niveau), for tre år siden, og her fik jeg en lærer, som fik mig til at forstå matematik, og så har jeg rigtig godt kunne lide det siden. Jeg er startet på HF, fordi jeg gerne vil læse psykologi, så jeg skal have det på B-niveau.
Jane	Jeg hedder Jane og har gået på samme skole som Molly, men jeg har haft rigtig gode lærere. Så gik jeg et år på STX, men fik så et barn, så derfor går jeg på VUC nu. Dengang jeg gik på STX, så fik vi en undervisning, som var meget forskellig fra den undervisning, som jeg var vant til. Det var meget med en masse teori på tavlen og skrive en masse noter og så hjem og lave nogen praktiske opgaver. (Hun mener opgaver, som bruger teorien). Jeg har egentlig aldrig haft svært ved matematik, men der (STX) år, blev det sværere for mig, fordi jeg kunne ikke omsætte noget teori til noget praktisk, fordi jeg ikke havde noget at støtte mig op ad og havde nogle dårlige oplevelser - også med eksamen, henne på STX.
Hanne	Jeg hedder Hanne, jeg er 24 og matematik er sgu ikke min stærke side. Det var ærligt. Jeg synes det er skide svært. Tilbage i folkeskolen tror jeg at jeg har dumpet min matematik. Det var først da jeg kom herop (på VUC), at jeg begyndte at forstå det, da jeg tog min 9. klasse. Og jeg er her for at læse videre.
PK	Til at begynde med i dette her forløb, da havde vi de her tre cirkler, som forbinder renten som procent med fremskrivningsfaktoren. Det med at forstå matematik på den måde, hvordan var det?
Hanne	Virkelig godt. Altså det her med at vi har de her cirkler der og der er de her farver, så man forstår at de her tre ting de hører sammen. Det gjorde virkelig meget. Lige pludselig, så kunne jeg bare forstå det. Det er helt underligt

Jane	Det gav også rigtig god mening, fordi vi kunne tage det med hen til nye emner, eksempelvis eksponentialfunktionen, som vi er gået i gang med nu. Men for mig, fordi jeg ligesom har prøvet en anden undervisningsform, henne på STX, så var det sådan lidt skræmmende at jeg ikke havde 10 siders noter i en notesbog Men en hel konkret tilgang. Men nu forstår jeg det på en hel anden måde, fordi nu forstår jeg det rent praktisk. Hvor før, så havde jeg ikke forståelse for emnet, men jeg havde bare 10 sider, hvor der stod, hvordan jeg skulle gøre. Så det har givet en praktisk forståelse, helt sikkert. Man kan anvende det på en anden måde.
Hanne	Det er en anden måde at forstå det på, også sådan rent opstillingsmæssigt
Molly	Det er meget enkelt at gå til
Hanne	Altså jeg var helt lost til at starte med, men nu forstår jeg det hele.
Susanne	Selvom jeg godt forstår matematik, så har det hjulpet mig til at forstå det meget hurtigere, så jeg syntes det har været positivt
Hanne	Også mig.
PK	Så det her med at man bruger det ovre i eksponentialfunktionen, det er faktisk en styrke?
Jane	Ja absolut
Jane	Man føler næsten ikke at vi har skiftet emne, vi bygger bare på noget viden vi allerede har fået.
PK	Hvordan så det her med at sige ting, altså at man skal forklare, hvordan man gør tingene?
Susanne	Jeg tror det er kommet sådan lidt af sig selv, uden at man har været klar over det.
Jane	Det har været fint nok, jeg har slet ikke lagt mærke til det, det har bare været sådan noget Snik snak. Altså en slags matematisk sniksnak
Susanne	Man drøftede ligesom tingene med hinanden, så det var en god måde at samle hinanden op på og sørge for at alle var med hele tiden. Og så var det fedt at der var tid til at drøfte med en sidemakker. Det er jo tit at læreren har en forståelse af tingene, så når man får lov til at snakke med på sit eget niveau, som ikke har den her forståelse, som læreren har, så kan det jo være med til at udvikle.
Hanne	Ja, det her med at vi har haft tid til det og vi har ikke været presset. Vi har bare ikke haft travlt. Ja nogen dage, så har man da tænkt nåeh, nu har jeg forstået det. Men altså så tænkte man jo også at fair nok, der måske nogen, som ikke har forstået det. Så tager vi det lige en gang mere, og så er jeg også blevet helt sikker på det. Det er virkelig rart.
Jane	Jeg tror vi var mange, der syntes at der var rigtig meget gentagelse, men altså det giver god mening nu, fordi vi kan se at det er noget vi kan bruge
Susanne	Ja og som vi trækker videre til næste emne.
Molly	Og man er jo nødt til at være et sted. Der vil jo være nogen, der syntes det har været godt, og så vil der være nogen der ikke var helt med, og så nogen der siger Aaargh OK. Det er ligesom at vi får alle sammen med. Altså der er dem der bare er skide gode, som er nødt til at gennemgå det nogle gange, selv om de godt ved det, men jeg syntes det rammer godt.
PK	Så den her fremskrivningsfaktor, som meget centrer omkring den har man en god fornemmelse for?
Susanne	Ja
PK	Og den er nem at bruge, når I skal i gang med eksponentialvækst.
Molly	Ja
Hanne	Ja, meget
Jane	Ja og man starter sådan ikke bare på bar bund, og nu har jeg haft matematik før og der havde vi overhovedet ikke koblingen fra eksponentialvækst til rentesregningen. Det var to vidt forskellige ting. Så jeg har slet ikke tænkt den sammenhæng. Men nu giver det enormt god mening
PK	Var der så nogen ting i begyndelsen af undervisningen, som I tænker det kunne man have gjort anderledes eller bedre?
Hanne	Det syntes jeg ikke.
Jane	Det syntes jeg heller ikke. Jeg syntes det giver god mening. Altså i andre undervisningssammenhænge i matematik, så ville man starte med at få vist renteformlen, og så regne ud fra den. Men den her måde, hvor man ligesom starter helt fra bunden af, det giver virkelig god mening
Molly	Du får ikke bare en hel masse smidt i hovedet, så det er virkelig enkelt, jeg har ikke oplevet at matematik er enklere end det er nu.
Hanne	Ja, og så lige så stille, så bliver der bare lagt lidt mere på. Vi tager lige alt det vi ved, og så ligger vi lige lidt mere på, så næste gang
Susanne	Det er sådan lidt babysteps.
Molly	Man føler sådan lidt, nåeh ja det var egentlig ikke sværere.
Susanne	Ja, var det bare det?
PK	Lad os så kigge lidt på den sidste øvelse jeg overværede. Den der tavleøvelse, hvor I skulle have det hele med. Hvordan hjælper den jer til at lære?

Jane	Det er jo lidt de noter, man ikke har agtigt. Man får skrevet ned der. Så der giver det jo virkelig god mening. Altså man kan huske det hele. Jeg har aldrig nogensinde oplevet at jeg kan huske så meget matematik før. Jeg har ikke tænkt over at jeg skulle huske det, jeg har bare tænkt, at hvis jeg har skrevet det ned og haft nogen gode noter, så var det det. Men det der med at man pludselig kan huske matematik, det er meget uvant for mig. (De tre øvrige bifalder med ja, rundt omkring denne del)
Susanne	Jeg tror også at det er fordi vi har snakket så meget om det. Og vi har fået lov til at skrive det ned.
Hanne	Ja, det sidder på en anden måde. Når man lige kommer i gang, så sidder det og så flyver det jo nærmest ud af hånden på en.
PK	Der er rigtig mange øvelser, hvor man skal snakke sammen. Er det en god ting, det her med at snakke sammen. Man skal forklare og man skal høre den andens forklaring. Får man noget ud af det?
Molly	Det kommer virkelig an på, hvem man er, tror jeg. Altså jeg kan jo godt lide det. Det er fordi jeg kan godt lide at snakke. Altså jeg syntes det er godt det der med at man får sagt det. Ligesom Jane sagde. Det lagrer bare i hovedet. Og så lige pludselig så flyver det bare ud af mig og jeg tænker, nå OK. Altså det står ingen steder, det står bare inde i ens hoved. Altså det er utroligt at man kan sige sådan noget. Men det kan man og det er fordi man snakker om det.
PK	Hvad så det med at lytte?
Molly	Det er jo også dejligt.
Jane	Jeg tror det er vigtigt i sådan et forløb, at man har en makker, som man ligesom er stærk sammen med. Hvis nu man havde siddet i en gruppe, hvor den ene bare var fuldstændig på bar bund og kun mødte op hver anden gang og den anden. Altså hvis man skal snakke, så er det vigtigt at man kan få noget ud af det begge to i sådan en sammenhæng. Men sådan er det jo med alt par arbejde.
PK	Så det er faktisk noget Camilla (Læreren) skal være opmærksom på, når hun laver par.
Molly	Ja,
Susanne	Ja.
PK	Nu har I jo arbejdet sammen i hele perioden og I sidder ved siden af hinanden. Men hvis nu jeg sidder og tænker, her er noget jeg ikke kan finde ud af, hvad gør man så?
Susanne	Jeg tænker at man spørger ens makker, for egentlig så tror at man ved det godt, så ens makker ved, så kan man lige få det frem og så behøver man ikke gå op og spørge læreren hele tiden, for de har altid svaret på det. Men så får vi jo også snakket noget mere sammen, hvis vi spørger hinanden i stedet for at gå til læreren.
PK	Er det blevet nemmere at spørge om ting man er tvivl om?
Molly,	Ja
Susanne	Ja og Camilla har også været god til at fremme den her dialog, for hvis man nu spurgte om noget, så hun været god til at skubbe til en selv, så man kunne lede efter svar, i stedet for bare at give svaret.
PK	Så I oplever et stærkt samarbejde jer fire?
Alle	Ja.
PK	Hvad så med de andre i klassen?
Susanne	Det ved jeg ikke. Altså det er jo det der er lidt svært. Altså, hvis nu der er nogen, som ikke har det samme engagement, det kan man hurtigt mærke.
PK	Hvad med de to herrer der sidder ved siden af jer (De sidder i samme side af klasseværelset, men tættere på tavlen). De er jo ret skarpe?
Molly	Ja, ham der, hvad er det nu han hedder, "Jakob"?
Molly	Ja, ham der Faraz, han er vist ret klog
	De øvrige istemmer og er enige.
Susanne	Men jeg tror også det handler om, hvordan man stiller tingene op. Der rammer vi nok mere hinanden.
Jane	Og så når man laver noget ved tavlen, så skal de andre være gode til at byde ind, altså der har man ligesom et ansvar for at have alle med og så tror jeg at der hurtigt er nogen der kommer til at stå i baggrunden for det er nemmere at lade de andre tage over.
Molly	Og så kommer der også automatisk det med at så skal du snakke.
Jane	Det bliver sådan en meget naturlig dialog. De der spørgsmål, det bliver ligesom ikke spørgsmål, men bare en del af en naturlig dialog. Og så kommer man til at snakke om tingene og spørge om tingene.
Hanne	Ja, det kommer helt naturligt når man sidder og snakker.
Susanne	Jeg syntes det er godt det der med at der er en blanding af det hele. Altså Camilla laver noget på tavlen, vi får lavet noget på papir, eller på computeren og vi står op og vi snakker i par og vi er alene. Det er sådan en blanding af det hele. Så får man det ligesom ind synes jeg. Det kommer sådan på forskellige måder, så det ikke bare bliver ren tavle.
Molly	For så bliver det kedeligt.
Jane	Og så bliver det tungt, altså bare at sidde.
Molly	Men de der tavleopgaver det hjælper altså også en hel del.
	De øvrige istemmer, ja.
Molly	På at det ikke bliver så tungt
PK	Så det at man bliver aktiveret

Molly	Ja og man bliver tvunget til at snakke, det gør altså rigtig meget.
Jane	Man bliver ligesom tvunget til at arbejde med det, til at forstå det, som man ikke gør i den der klassiske undervisning.
PK	(Direkte henvendt til Hanne) Synes du at du er blevet god til matematik
Hanne	Ja.
PK	Og når så Camilla i dag siger at det I har præsteret ved tavlerne det er man rigeligt bestået ved at vise til eksamen, giver det en tryghed?
Hanne	Ja, lidt. Ja. Jeg frygter ikke så meget eksamen, når hun siger sådan som hun gør. Og når vi har lavet de her tavleopgaver, og så kommer hun ned og kigger og vi snakker om det vi har lavet og hun siger at det ser godt ud det vi har lavet. Det giver mig en tryghed, for jeg ved at jeg faktisk godt kan det her.
PK	Når man så har arbejdet her ved tavlerne og hvis man ved at det er svært, tør man så godt tage initiativ og sige "Nu går jeg til tavlen" og så begynder at styre samtalen?
Hanne	Altså, hvis jeg har et problem, så går jeg først til min makker og det er primært Jane, men ellers så går jeg videre til Camilla. Det er ikke sådan mig der styrer det hele. Jeg tror at jeg i begyndelsen, så holder jeg mig lidt i baggrunden, fordi jeg vil være sikker på at jeg har forstået det rigtigt. Og så begynder jeg stille og roligt at komme med inputs, på, hvordan og hvorledes, ved tavleopgaver eksempelvis.
PK	Så ved den sidste tavle opgave, var det så du tænkte, "Så nu har jeg dæleme styr på det"?
Hanne	Altså der forstod jeg det virkelig.
PK	Hvis vi så kigger på alt det i så været igennem med dette materiale, hvad tænker i så man kunne lave om, så det kom til at fungere bedre?
Hanne	Ja, det er jo så det. Det ved jeg faktisk ikke.
Jane	Vi var mange der syntes at der var en masse løse papirer (Camilla havde lavet separate udskrifter af opgaverne, hvor der på en side kun var en enkelt type opgave) Det er jo noget af det. Altså normalt, så foregår det meste jo på computeren og nu skal det ud igennem hånden. Så det er jo egentlig kun fordi vi synes det er træls at holde styr på alle de papirer. Og det har bare givet god mening, at man hele tiden arbejder, som om det var en eksamenssituation. Altså vi arbejder hen imod at kunne lave en god tavle, som er det man skal til en eksamen og det giver også en tryghed at man forstår, hvad der skal ske til en eksamen og at man arbejder på det allerede fra starten af året.
Molly	Da vi lavede den sidste tavle der, vi var jo næste ikke i tvivl om, hvad vi skulle skrive. Det var bare, hvordan vi skulle sætte det op for at det så pæneste ud.
PK	Så det giver mening for jer det i laver ved tavlen?
Jane	Ja lige præcis.
PK	Hvad er det, ud over at det skal man kunne til eksamen.
Molly	Jeg tror det er fordi jeg forstår det.
Jane	Det er en eller anden begejstring for at man faktisk forstår det. Det lyder helt lavpraktisk, eller åndsvagt, men jeg ved faktisk hvad jeg skal give mig til. Det giver mening for mig. Det giver sådan en AHA oplevelse. Det er virkelig motiverende at man forstår noget.
Susanne	Og det ikke bare er sort snak
PK	Den her måde at arbejde på, som Camilla har præsenteret, kunne man bruge den andre steder?
Susanne	Tænker du i andre fag?
PK	Ja.
Jane	Måske det der med generelt bare at snakke om tingene. Altså jeg ved godt at man siger at læring det er ens eget ansvar og det er det jo også. Men derfor kan man jo godt være bedre til at drøfte det med andre.
PK	Men på den måde, som I arbejder i matematik, bliver det så ikke et fælles ansvar.
Jane	Jo, jo, det er jo et fælles ansvar at alle ligesom kommer med. Og ved, hvad der foregår. Altså hvis alle er motiverede for at lære.
PK	Har i andre fag sammen? Nu har I jo set at det her virker rigtig godt i matematik. Bruger I så det her andre steder?
Jane	Altså mig og Hanne, vi bruger meget arbejde, fordi vi har fundet ud af at vi arbejder godt sammen
Molly	Det gør jeg også, med hende, som jeg sidder ved siden af.
Hanne	Men det kommer meget an på, hvem man bliver sat sammen med. Nogle gange kan man godt blive sat sammen med nogen, hvor man ikke taler samme sprog.
PK	Og det behøver ikke være tysk og engelsk, men det er måden man kommunikerer på?
Hanne	Ja, så er det fordi man ikke forstår hinanden på en eller anden måde.
Molly	Ja. Gruppe dynamik er mega vigtige i forhold til sådan en undervisningsmetode, som den her, sådan at man kan løfte hinanden i flok.
PK	Så vil jeg gerne takke for jeres input.
	Så sidder vi efterfølgende og snakker lidt løst og fast og så siger Jane noget interessant, hvorefter jeg tænder for optagelsen igen.

Jane	Jo altså, når man fik en masse teori oppe til undervisningen og så skulle hjem og lave en aflevering, så var det helt vildt svært at vende sig hoved om, fra at man havde noget teoretisk med formler og beviser for formler og så skulle hjem og lave en eller anden opgave med Anne og Peter havde 7 æbler og hvor mange appelsiner bliver det så om tre år. Det er bare så svært at vende sit hoved til at sætte det i praktiske kontekster det kunne jeg simpelthen ikke og jeg har altså ikke haft svært ved matematik før. Men det blev så snævert at der kun var teori på skolen. Og vi havde ingen opgaver på skolen, kun teori. Og så skulle man hjem og sidde. Jeg har godt nok siddet mange gange ved spisebordet, mens min far har han hjalp mig med at lave matematikafleveringer. Jeg fik så svært ved det.
PK	I skal jo også have teori på et tidspunkt, fordoblingskonstanten. Det skubber man væk, beviser kommer meget senere.
Jane	Når man tænker tilbage, hvad nu, hvis man ikke havde sine forældre, eller sin far. Og hvad nu, hvis man ikke havde sin far. Altså, hvis min far ikke var hjemme, så sagde min mor bare det ved jeg ikke. Og nu, hvor vi skal lave den der aflevering til her om et par dage, jamen jeg er jo næsten bare færdig, det jo slet ikke svært, fordi vi er kommet så godt ind i det. Altså mig og min kæreste vi var ude at spise en dag og så sad jeg bare og forklarede ham det. Jeg var bare så glad fordi jeg kunne finde ud af det. Og han syntes jo også at det var smart, og gid vi havde haft det den gang vi var yngre. Man føler sig slet ikke alene når man kommer hjem, fordi man bare kan det. Altså jeg har da nogen, jeg lige skal have spurgt til. Jeg føler mig meget støttet undervejs.
Molly	Ja, men føler sig slet ikke alene, når man sidder derhjemme, for man ligesom jer der ligesom står over en. Hvor førhen når man kom hjem der sad man bare sådan, nåeh ja jeg har vist også lige noget andet jeg skal, fordi man bare sådan var - Nej det kan jeg ikke det her.
PK	Så man får sådan en slags fællesskab?
Molly	Ja og de øvrige istemmer også med ja.
Jane	Og så er det også OK at der kommer noget teori senere, hvis bare man. Altså noget så simpelt som at have nogen at snakke sammen med om det. Det giver bare en helt anden forståelse.
Molly	Man siger ikke længere "Og så var der også det der tal deroppe, hvad var det nu det hed" Man siger hvad det hedder. "Det er fremskrivningsfaktoren, den der" og så ved man, hvad det er. Og man ved, hvad for nogle tal man skal sætte ind og alt muligt. Det vidste man jo slet ikke før. Man var nødt til at slå op, for man anede slet ikke, hvad det var.
Jane	Ja altså man siger, hvad det hedder, for det er ikke kun ens egen forståelse der er vigtig. Og det kan godt være at jeg ved at det er fremskrivningsfaktoren, og det er ligegyldigt, men det er det jo ikke nu, for nu er man i en gruppe og så er det vigtigt at man får det rigtigt
Molly	Ja og så at man bliver ved med at snakke om det, så ved vi lige, hvad vi skal sige til eksamen. Det bliver godt.
Jane	Ja og Camilla er god, hun tager virkelig en med. Hun er dygtig og optimistisk

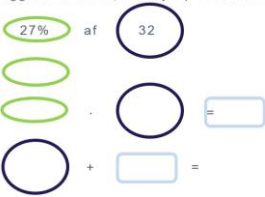
2.2. Transskribering af interview Camilla

PK	Undervisningsmaterialet, hvad tænker du da du ser det første gang?
Camilla	Det første jeg tænkte var at det var lang tid at bruge på det, altså det var egentlig min første tanke. Der var nogen delelementer jeg ville have brugt mindre tid på. Altså at gå fra renten i procent til vækstraten, det tror jeg at jeg ville have taget noget hurtigere. I første omgang at gå fra renten i procent til vækstrate. Det tror jeg at jeg ville have taget noget hurtigere, men så tror jeg måske også at jeg har tabt nogen. Fordi den har måde at lavet et grafisk billede på, når man går fra renten i procent til fremskrivningsfaktoren Faktisk virker virkelig godt. At have brugt noget krudt er godt givet ud. Også den første del med at tage procent af noget. Den måde at sætte det op på. Det var der rigtig mange der fik succes med det.
PK	Det visuelle, hvordan har det virket?
Camilla	Der er rigtig mange som vender tilbage til at det visuelle det støtter de sig op ad. Det at der en grafisk ting, man skal huske og man skal proppe noget ind i, det giver et indre billede af, hvad man skal, så man har ikke bare en proces, man har også noget visuelt man kan forholde sig til. Det er der mange der bliver støttet af. Det er nemmere for dem at huske, hvis der et element de har glemt. Okay der var den her ekstra ring, som jeg lige skal huske at have med. Det er også nemmere for mig at sige, "Der var den der ring der, har du husket at putte noget ind i den". Måske er det der det går galt og så kan de støtte sig til billedet og så får de den der "aha" oplevelse
PK	Hvordan så det her med at der er så mange taleøvelser?
Camilla	Først var jeg lidt - Gad vide om jeg kan få dem til at snakke, og hvor lang tid vil der gå med det" og der er også nogen af kursisterne som melder tilbage. "Hvorfor skal vi snakke om det, det er jo nemt". Men for mange viser det sig at det at få sagt noget er utrolig gavnligt. Særlig de tosprogede har stor gavn

	af at sige det de gør. De får ord til at spørge mig, som de måske ikke havde før. Og så syntes jeg jo egentlig at det er dem der snakker og ikke mig. Jeg kan godt se at der mere der sidder fast, når de selv har sagt. Det er ikke noget nyt for mig, men det er virkelig blevet tydeligt med de her øvelser. At jo mere jeg kan få dem til at sige, og jo mindre jeg siger, des bedre er det.
PK	Post-it Øvelsen, hvad fik du ud af den.
Camilla	Der er mange elementer. Kan man se det med at et symbol repræsenterer en værdi. F er fremskrivningsfaktoren. Jeg kan se, hvor deres eventuelle svagheder er henne og gøre opmærksom på det meget nemmere. Og jeg kan italesætte det. Eksempelvis at det er nemt at gå fra renten i procent til fremskrivningsfaktoren. Det er sværere at gå den anden vej. Så er det nemmere at sige det, at det er der det går galt. At få udfyldt en tabel på en fornuftigvis, hvor de er henne rent kognitivt. Og overføre fra en tabel til graf. Et symbol har et navn og der findes en regneproces bag sige. Det er vigtigt at vide, hvad symbolerne repræsenterer og at det er en pladsholder for et tal. Der er også nogen som har svært ved det her. Det er ret åbne spørgsmål og jeg svarer jo heller ikke direkte, men mere siger "Det kan du godt gøre". Og det er der nogen der har svært ved. Eksempelvis vores autister. Derfor er det vigtigt at jeg få lavet en deltagelsesvej for dem. Det kan være svært for dem med sådan en øvelse, fordi den ikke er sådan helt firkantet. Der er et par af øvelserne, hvor man ved helt præcist, hvad man skal. Jeg har fire mennesker til at stå ved tavlerne, men der er også noget logistik. Det optimale vil være 3, den sidste ender tit med at være lidt på hjul. Jeg kender dem efterhånden, så nu ved jeg hvordan jeg skal sætte dem sammen, for at få arbejdet til at fungere optimalt. Jeg har prøvet at blande dem på tværs og det går ikke altid godt. Det er faktisk vigtigt at de har samme sprog og samme tilgang til arbejdet. Der er nogen med udfordringer, som kan blive provokeret, hvis dem de er i gruppe med, vil udfylde opgaven på en anden måde. Det er noget andet når de går rundt og kigger, der kan de godt se logikken. I processen når de skal huske at der kan være problemer. Grupper i dag var meget bevidste valg. Det er efter niveau, men der kan godt være en som er meget dygtig, som kan rumme de svage. Eksempelvis den pige gruppe, der står nede i hjørnet. (PK-kommentar :gruppe 2 - Fire piger på ca. samme alder og med mange fælles interesser). Der var jeg en gang kommet til at pille en af dem ud, og det går ikke for så mangler de noget i den konstellation. Så er der den lidt spøjse gruppe (Gruppe 1), som består af to tosproglige herrer og så Morten som er lidt svag matematisk, hvor de to tosproglige er ret dygtige til matematik, men har svært ved at snakke og så hende damen, som først er kommet ind på holdet sidste gang, så hun har utrolig store faglige huller. Men de supplerer hinanden meget fint, fordi de to etniske danskere faktisk kan sproget, hvor de to andre kan matematikken. Og så får de lavet en rigtig fin tavle. Havde jeg sat en dygtig etnisk dansker, så var vedkommende blevet frustreret over de mange hurdle. Så er der gruppen med Jacob, som er meget dygtig og han tager så de to andre svage med sig, (gruppe 5), I matematik, kan man godt misse en enkelt gang, men hvis man mangler flere, så kan det godt blive svært, hvis ikke man har nogle gode klassekammerater til at hjælpe sig, så er man lidt lost. Der var en der spurgte mig i dag, "Plejer du at gøre tingene sådan her?", så siger man "Ja, plejer og plejer". Jeg har jo altid lavet tavleøvelser i et eller andet omfang, i hvert fald de sidste 4-5 år. Men den her måde at gøre det på, hvor man laver et slags indre oversigtskort over hvad det vigtige er i det her emne, det har jeg aldrig gjort før, men jeg kan se, hvor godt det er for dem at gøre det på den her måde. Og så siger han. "Jeg synes det er godt" Og det er også godt. 80 % af dem profiterer af det, selv om der også er dem der siger, "Nu har vi skrevet det her før, nu er der bare kommet den her ekstra ting på, skal vi virkelig det?" og så tager jeg snakken med dem. Men de kan godt se bagefter at det skaber det her overblik, men nogen af dem skal lige have den her forklaring. For det er en anden måde at gøre tingene på. Og langt de fleste har været vandt til "røv til sæde" undervisning, så starter man med at få en lang svada og så en masse opgaver og så kan man så gå hjem. Og fordi det så er noget andet, så kan man se at de er i en indre dialog om det her så dur, Samtidig med at de godt kan mærke at de får noget ud af det. Man tror nogle gange at man skal gå i skole, så skal man høre, hvad læreren siger. Man selvfølgelig høre, hvad jeg siger i de relativt korte sekvenser, men det er jo dem selv der skal drive det. Og det er når de selv siger det, at de lærer det. Og det er en proces at forstå at det giver mening.
PK	Du har valgt at bruge Wordmat, som en del af undervisningen (Wordmat er en add-on til Word, som sætter kursisterne i stand til bl.a. at løse ligninger, uden at man behøver at vide, hvordan ligningen bliver løst.)
Camilla	Ja, jeg kunne mærke at det her hold, det er så svagt, så de har behov for at de jeg siger, det kan de overføre 1-til-1. Det bliver et stillads, og det skal ligne det de laver bagefter, for så er der succes. Og lige nu er vi der, hvor de har brug for succes, og de kursister her, de har haft mange nederlag. Jeg tror når vi kommer til januar, så kan vi lave noget, hvor der ikke er 100% succes, men lige nu så skal vi have 100% succes. Og de sad med flere forskellige værktøjer, og kunne ikke finde ud af at taste ind på. Så kan de lige så godt få det værktøj, som de skal bruge til eksamen. Og det er som regel årsag til en masse frustrationer, når jeg skal introducere Wordmat, men så løser det problemet med de mange forskellige værktøjer. Så lavede vi den øvelse, hvor de skal finde K_n og så bliver det så "Monkey-see-monkey-do", jeg har en skabelon, hvor de skal gøre fuldstændig det samme som mig. Og så er vi ude over det

	her med at man ikke ved, hvad lommeregneren gør, når man skal isolere et eller andet tal. På nuværende tidspunkt, så er de slet ikke der, hvor de kan isolere en variabel, så
PK	CAS værktøjets funktion bliver så at sikre en succes.
Camilla	På nuværende tidspunkt så er der så mange, som ikke har basale matematikfærdigheder, som regnearternes hierarki, eller hvordan man skal løse en ligning, så derfor er det en alt for stor mundfuld, hvis de skal have det oveni.
Camilla	Så man kan også sige: "Ville jeg være startet med det her emne?" - Nej det ville jeg ikke. Jeg synes faktisk at det er en lille smule vovet. Fordi der er så mange ting, hvor man skal isolere så mange ting, så derfor har de fået en halv sandhed. Men den dybere forståelse, den må vi vente med. Så CAS-værktøjet kan hjælpe dem med at løse de her problemer, og dermed så bliver det en succes.
PK	Så CAS-værktøjet er så en nødvendighed, for at sikre succes?
Camilla	Ja.
PK	Og det er simple instruktioner der skal til. CTRL+C, CTRL+V, ALT+L, som skal til for at løse ligningen
Camilla	Og vi får visualiseret det her med at symbolerne er pladsholdere for nogle tal. Så man ved at det er hele det tal, der skal stå der. Og det er nemt at se, når man gør sådan. Så Wordmat er med til at få forståelse af, hvad ligningen den består af. (bemærk: man markerer i Camillas skabelon det tal, som man har brug for, så kopierer man det med CTRL+C, flytter sin cursor ned i formelen, hvor man markerer det symbol, som man skal erstatte og trykke CTRL-V, for at indsætte tallet)
PK	Så kunne jeg godt tænke mig lidt at snakke noget om, at der nogen ting, som har fungeret og så er der nogen ting, som du har måttet lave om på. Så hvad er det så udover Wordmat, som har været knap så funktionelt? Hvad
Camilla	Der var på et tidspunkt, hvor der to eksempler lige efter hinanden, hvor jeg gennemgik det ene eksempel i slutningen af den ene time og det andet i begyndelsen af den næste time. (det er lige i begyndelsen af kapitlet om renteformlen, hvor der er to eksempler med biler, som taber værdi). Så fangede de ikke de ekstra ting, og det blev derfor forstyrrende for dem. Og der var faktisk en der sagde - "Det har du sgu da gennemgået" og jeg selv blev i tvivl om jeg havde gennemgået det og det havde jeg ikke.
PK	Så det er faktisk væsentligt at undgå den slags.
Camilla	Ja.
Camilla	Og så var der også et sted, hvor det jeg havde lagt op til at gennemgå, det ikke lignede det de efterfølgende skulle regne på bagefter (Bemærk. Det er opgaven, hvor de første gang skal udfylde en tabel), det kan godt være at nogen kan det, men dem her de kan ikke finde ud af det. I dag har jeg rettet det til, så det jeg præsenterer i dag, så har det udseendemæssigt fuldstændig samme udtryk, som det de skal lave bagefter. Sværere er det ikke at løse det.
PK	Der er krav til længden af dine indlæg, som skal tilpasses?
Camilla	Ja. Der er nogle derinde, som ikke kan koncentrere sig i mere end fem minutter, så blive de støjende. De var her ikke i dag, men 10 minutter er maks., særligt når jeg har dem om eftermiddagen, så er de trætte.
PK	Materialet her understøtter det så de udfordringer
Camilla	Det synes jeg det gør, jeg har taget nogle valg undervejs, hvor jeg har klippet ud, og lavet en skabelon, og så skriver de i det bagefter, for at korte af den tid, hvor jeg laver oplæg. I dag skriver jeg så det hele op på tavlen, men det er nogle valg, som jeg er nødt til at tage, for at sikre at jeg har dem alle med. Det er lidt efter, hvor lang tid det vil tage. Jeg tager også aktive valg om, hvornår jeg vil have deres dialog ind i præsentationen. Somme tider beder jeg dem også om at holde deres spørgsmål tilbage og først komme med dem til sidst, fordi der er nogen som har brug for at se det hele i en sammenhæng, før de forstår, hvad der foregår. Det kan eksempelvis være der, hvor jeg synes det er vigtigt at de får styr på kronologien. Indre historiefortælling, må ikke forstyrres, så derfor beder jeg simpelthen nogen om at vente med at stille spørgsmål til sidst. Nogen har brug for at få hele historien, for at få overblikket. Andre gange, så kan man godt inddrage, hvis det man skal gennemgå, har mange elementer at noget man godt ved i forvejen. Så det er altid en afvejning.
PK	Hvis man skal proppe noget nyt, på noget eksisterende, så kan man godt
Camilla	Man kan hjælpe hinanden til at forstå en tekst, så inddrager jeg dem Man skal afkode, hvad det er der står.
PK	Som da du sætter ring omkring falder (som de skal oversætte til at renten skal være negativ)
Camilla	Ja, for når man skal læse en tekst, så er der noget man skal studse over. Og falder er et af de ord. For de læser ikke på samme måde, som jeg gør. Jeg har en anden fagforståelse, så jeg ved godt at man studser over det ord, men det gør kursisterne ikke.
PK	Hvor kan materialet så forbedres?
Camilla	Overgangen mellem det jeg viser og de opgaver, som de skal løse, det kunne godt være bedre. Så er der de her tabeller, dem kunne jeg simpelt tænke mig at det var stilladseret ud, for eksempel med en tekst. Et eksempel, hvor man går fra tekst til tabel. Og for nogen af dem, så er det faktisk svært for

	dem at der er 3 opgaver i en (Her taler vi om eksempelvis sådan en opgave, som den nedenfor. Det kræver i hvert fald at man har en indledende snak med dem, om hvordan de skal læse tabellen. Det kan man også sagtens, men det kræver det for at de alle kan være med. 12. ØVELSE I par, udfyld nedenstående tabel, ved hjælp af renteformlen <table><tr><th>Startkapital</th><th>Slutkapital</th><th>Terminer</th><th>Rente i %</th></tr><tr><td>1 200</td><td>1514,97</td><td>4</td><td></td></tr><tr><td>25 000</td><td>27071,4</td><td>8</td><td></td></tr><tr><td>230</td><td>118,855</td><td>7</td><td></td></tr></table>	Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %	1 200	1514,97	4		25 000	27071,4	8		230	118,855	7	
Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %														
1 200	1514,97	4															
25 000	27071,4	8															
230	118,855	7															
PK	Som eksempelvis den opgave de skulle lave i dag, hvor de skulle finde startkapitalen																
Camilla	Nu så de en lignende i går, så det var ikke så stort et problem																
PK	Så det her med at læse i en tabel, det er ikke indlysende for kursisterne																
Camilla	Og så rent layout mæssigt, så det at der ikke er luft imellem tallene (fra den ene linje til den næste), Det bliver sådan en lille tabel, altså noget kompakt, så kommer de til at blande opgaverne sammen, altså tager værdier fra en anden linje. Det havde jeg heller Der var flere af dem som ikke har så meget fastholdelse, eller syn, så de faktisk kan finde ud af hvilke tal der hører til hvad. Så hopper det for dem																
PK	Er det specielt for det her hold																
Camilla	Jeg har ikke oplevet det før. Nu er jeg også særlig opmærksom nu, men det var især dem der lidt for hurtige, hvor det smutter. Og nu tænker faktisk at mange af dem er dårlige til at læse.																
PK	Så det der kunne være en løsning det, er Nu laver jeg en ny tekst, og en ny tekst.																
Camilla	Det kunne også være en løsning. Men jeg ville være nødt til at prøve det af, for at kunne vurdere det. Måske handler det om dette specifikke hold, jeg ved det ikke.																
Camilla	Og det her var et punkt, som jeg ikke var opmærksom på at det var et problem, så måske næste år, så vil jeg være mere opmærksom på at det her kunne være et problem. Men der tænker jeg også at det altid er godt at have en indgangssnak til en opgave - en kort en - Vær lige opmærksom på. et eller andet, her er faktisk fire opgaver i den her.																
PK	Hvis du kigger på klassen - hvilken udvikling har der været med dem sammenlignet med tidligere. Har du set en anden klassedynamik?																
Camilla	Jeg synes at med dette her hold, så har de været meget hurtigere til at lave en stemning, hvor de snakker med hinanden og at de spørger hinanden. Og du kan jo se i dag, der er et par stykker, som sidder for sig selv, og det er dem, som har været fraværende halvdelen af tiden.																
PK	Det er dem der sidder derinde i midten?																
Camilla	Ja. Det er dem som ikke har været med, og de har ikke fået den kultur, hvor vi snakker med hinanden. Det er også dem der rækker hånden op. Der er sådan en tendens til, at dem der skal have hjælp, det er dem der ikke har været der. De andre har fundet ud af at man kan faktisk få meget ud af at snakke om opgaverne, at det ikke er pinligt at snakke om opgaverne.																
PK	Er det en ny tendens																
Camilla	Den er kommet hurtigere, vil jeg sige, på det her hold, end jeg har prøvet før. Og det tænker jeg er fordi der er lagt op til det her at man snakker sammen. Hvor jeg nok tidligere har tænkt at folk skal lige have lov til at lande og vænne sig de andre på holdet, men her er de blevet kastet ud i det fra start af. Vi er sociale og det er en kollektiv ting at lære noget herinde. Og det er kommet hurtigere, tror jeg fordi vi gør sådan her. Det vi så den første gang du var her, var at jeg nærmest ikke havde noget at lave. Og det er jo helt vildt fedt, når man er der, hvor man næsten kan undværes. De har en god selvtillid, når de kan selv, eller når de kan finde det selv, ved bare at spørge sidekammeraten, Det giver noget andet end at man skal spørge mig.																
PK	Så den her dynamik, der er i klassen den er anderledes.																
Camilla	Ja og de er altså gode til at snakke med hinanden i dag. På nær de der, som ikke har været der så meget.																
PK	Nu sad jeg i nærheden af Anne-Merethe og den gruppe. Og Anne-Merethe, hun er jo en af dem der har svært ved det. Og hun formår at spørge de der drenge, der sidder ved siden af hende.																
Camilla	Ja, og de er enormt søde til at hjælpe hende og det er selv om der er milevid forskel på, hvad de kan. Jeg tror holdets dygtigste elev sidder i den gruppe, blandt de tre drenge. Og han keder sig. Ham har jeg lavet nogle ekstra opgaver til. Han har fået nogle eksamensopgaver, som han kan lave, når han bliver færdig.																
PK	Og det der med ekstra opgaver, det tænkte jeg faktisk også var en ret god pointe. For nogen så tager det her 20 minutter at løse de her opgaver og for andre på holdet tager det 3. Hvornår blev du opmærksom på det.																

Camilla	Det var faktisk den aller første gang jeg havde dem, så sad de her drenge. kom nu, kom nu, videre. De er hurtige til at fange det. De er også mere skeptiske overfor stilladseringen. Det er som om at de bare kan det, uden at tænke over det. Der har vi haft nogle snakke med dem om at det er vigtigt at de følger stilladset, for på et tidspunkt, så bliver det også svært for dem. Og at de ikke lige pludselig har et hul et eller andet sted. Og det har de været gode til at tage til sig. Og så har jeg fundet noget ekstra til dem. Jeg stiller lidt flere krav til, hvordan de løser opgaverne og når de er ved tavlen, så er jeg mere efter dem. Og det er nogle gode opgaver, for en svagere gruppe skal jo ikke på samme måde i dybden og de skal mere støttes i, hvordan er det at vi kommer herfra og derover.
PK	Så det her med at opgaven, den kan løses på mange niveauer, det er en god ting?
Camilla	Ja - det er en kæmpe fordel. Nu i dag, så ender de faktisk alle sammen med næsten identiske løsninger ved tavlen.
PK	Ja, det var ret imponerende syntes jeg
Camilla	Der er faktisk kun en af tavlerne, som skiller sig ud, og det er den gruppe, som ikke er så flinke til at møde op. Den var ikke så detaljeret. Men det at vi lavet tavle øvelser før, det gør også at de har lært af hinanden, for der var meget større forskel de første gange vi lavede tavleøvelser. Der kunne man tydeligt se, hvor de svage var. Men da lavede vi også sådan en runde, hvor man kommer rundt og ser de andres tavler. Og det betyder at de godt ved, hvordan det skal se ud. Når de var ude og se, hvad de andre havde lavet, så kan man godt tage det med sig. Og huske Nåeh ja, det var da en god idé og få den på sin egen tavle. Og så bliver det en mere fyldestgørende tavle vi ender med.
PK	Nu er det ret tydeligt at du har nogle grupper i klassen, oplever du at de søger informationer udenfor den gruppe, som de tilhører. At de arbejder imellem
Camilla	Jeg lavede sådan nogle helt almindelige tællegrupper (Hvis man vil have 4 grupper, så får hver kursist et tal, og så tæller man 1,2,3,4 1,2,3,4 etc.), det kan de også godt. Men jeg vil sige at der hvor dem der er mest udfordrede der, det er dem med diagnoser. For de har fundet en kommunikation i den gruppe som de er i, og hvis vi laver om på det, så er de faktisk dobbelt under pres. Både i forhold til det kognitive, men også i forhold til det sociale. De kan godt, men det bliver mere svært. Det faglige bliver svært, når det man også skal tage stilling til er, hvordan man skal indgå i sammenhængen.
PK	Det var tydeligt at eksempelvis den gruppe med Anne-Merethe, der var en ret fasttømret dynamik. Ville Anne-Merethe kigge andre steder hen eller kigger hun udelukkende ind i gruppen?
Camilla	Hun har været forbi pigegruppen også, og også Måjen, nede i hjørnet, men hun har fundet ud af at hun svinger rigtig godt i den her gruppe. Og hun er jo også speciel. Og hos nogen vil hun nok også trigge noget tålmodighed. Men det sker ikke der. For jeg tror godt hun kan fornemme når noget ikke svinger, og hun har prøvet de andre af, og har fundet ud af det er her hun føler sig tilpas. For hun syntes at det svært. Men har det OK med at vise at det er svært i den gruppe.
PK	Men der er faktisk mange ting, som hun godt ved. Det er tydeligt når hun er ude ved tavler, så har meget at byde ind med. Men at hun er enormt usikker på sig selv.
Camilla	Altså hun har ekstreme huller i den basale matematik, med stillads, så skal hun nok komme igennem. Men hun har brug for et stillads. Og hun var rigtig glad for de første opgaver. Altså det var hun helt vild med. Der, hvor vi lægger procent til og trækker fra og så videre. 7. ØVELSE I par. Forklar, hvordan man lægger 14 % til 471 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man kan lægge 27% til 32, ved hjælp af samme metode.  Jamen hun var jublende lykkelig. Og så over til $S = BF$ formlen, så var hun defensiv. "Jamen det andet det funker for mig, nu skal du ikke fuck med det". Da var hun faktisk lidt skeptisk. Og så sagde jeg til hende at det kan godt være at du var virkelig glad for det der (stilladset) men tro mig du bliver også virkelig glad for det her ($S = BF$ formlen). Det er sådan en snak vi er nødt til at have med hende.
PK	Der sker sådan et abstraktionsskifte her i den overgang.
Camilla	Jo, og hun, når noget lykkes for hende, så klamrer hun sig til det og så skal hun være sikker på at jeg griber hende i den næste fase.
PK	Kunne man have den her overgang anderledes, altså fra det ekstremt stilladserende til formelen på en anden måde? Eller er man nødt til at lave det skifte?
Camilla	Ja. Det tror jeg man er. Og de havde allesammen lige en periode der. Men de kunne godt se at det var sindssygt smart, når vi skulle til at regne flere ud. (at man skal fremskrive mere end bare en gang). Men man skal lige. Når man nu lige er blevet glad for noget, man ved det virker og man har ikke haft succes i mange år, og nu lykkes det endelig, så skal man lige støttes i den overgang. Og nogen skal støttes mere end andre.

PK	Den der fremskrivningsfaktor. Hvordan har de taget den til sig?
Camilla	Igen så er det her med at se, hvor skide smart det er. Og at man kan se at det er det samme, som man gør igen, som det man lige har gjort. Og den genkendelighed den har været vigtig for at købe fremskrivningsfaktoren. Og når man så kan se, hvordan man hurtigt bare kan gange med den og så få udfyldt tabellen. Der faldt der nogle 25 ører rundt omkring og så bliver man glad. Så det er nødvendigheden, der gør at man accepterer overgangen til fremskrivningsfaktoren. Og så var de jo alle sammen i gang med det her med momsen. Hvorfor kan vi ikke bare blive ved med at gøre det som vi plejer, og så siger jeg, hvad så vis de laver det om. Altså der skal noget argumentation til, for at de køber ideen, så er den her formel faktisk ret smart og så behøver vi ikke at tænke så meget mere.
PK	Så når de ser nødvendigheden af denne her omskrivning, så kan de godt være med, og så bliver det også der man skal tage kampen med dem om at flytte sig?
Camilla	Ja, man er nødt til at italesætte det og det synes jeg også du gør i dit materiale og man er nødt til at argumentere. Og det tror jeg faktisk at vi nogle gange glemmer. Altså at vi ikke får sagt nok. Hvorfor er det at det her er smart? Argumentationen med at "Det gør det bare" den dur ikke. Der skal noget andet til. Og det syntes jeg faktisk er lykkedes ret godt.
PK	Så, hvis du så skal hæve dig selv op i helikopteren. Og så nævne 3 ting det var virkelig godt og så 3 ting her skal vi tilpasse og lave tingene anderledes?
Camilla	Altså det indledende var mega godt. Der var succes for alle pengene. Og alle der havde frygtet matematik var glade. Virkelig kæmpe plus. Dialogen imellem kursisterne virkelig godt. Tavleopgaverne er virkelig gode. Her bliver der faktisk også til faglig skrivning. Det syntes jeg er virkelig positivt. Det er jo en måde at lave et note ark på. Altså få noteret alt det der var vigtigt. Og ikke bare en afskrift af, hvad jeg siger. Og ud fra det, så er jeg slet ikke i tvivl om at de husker det her meget bedre, end hvis vi havde gjort det på en anden måde. Der er de her steder, hvor man skal lave overgang fra oplæg til opgave, den skal være mere stilladseret nogen steder. Det skal hænge bedre sammen. Nu spekulerer jeg lige. Jamen jeg har jo egentlig været glad, Per Og så det her med CAS værktøjet. Man kan vælge at, det her tager jeg senere, eller også så kan man vælge at bruge CAS værktøjet. Så får mulighed for at gøre nogle lidt sværere ting, som er relevante i den her sammenhæng og jeg får brug for CAS værktøjet senere. Især i de her sidste øvelser (med renteformlen) det har jeg lavet om på og brugt CAS værktøjet. Og det syntes jeg har fungeret godt. Og så vil du også godt have en sidste ting?
PK	Altså, hvis der kun er to, så går det nok også.
Camilla	Jo så var der også det med at opgaverne ikke må ligne hinanden for meget, hvis opgaverne kommer lige efter hinanden. Men så tror jeg ikke jeg har så meget andet. Jeg har kørt det ret meget som du har tænkt det. Og jeg syntes opsamlingerne har været gode også. Og der har du også skrevet, hvad det er jeg lige skal være opmærksom på at samle op på. Det er jo også en kæmpe hjælp at man bliver mindet om det.
PK	Har det ændret din måde at undervise på
Camilla	Jeg vil sige at det her med dialogbaseret undervisning. Kan man vel godt kalde det? Det syntes jeg har nogle styrker som jeg har fået øjnene op for særligt også det skriftlige
PK	Når du siger dialog - så er det når de arbejder sammen i par.
Camilla	Ja. Ja - ikke i dialog med mig, men kursist- kursist dialogen. For jeg har jo ikke tid til at tale med dem alle sammen, men jeg hører jo hvad de taler om. Ja, jeg ville aldrig være startet med så meget snak. Og nu tror jeg at jeg altid vil starte med det. Man kan godt stille de der krav til dem.
PK	Og det her med at nu ser du et eksempel og nu skal du forklare det samme.
Camilla	Ja. Så vi er ude noget her, som er totalt trygt. Det jeg var bekymret for, det var særligt dem med diagnoser, hvordan de ville tage imod denne her del, særligt dem med autisme. Der er et par stykker derinde, hvor det har været en svær proces. Men det er jo den vej de skal. Og jo mere vi kan prikke til dem i stille og rolige rammer, jo bedre er det. Og jo før vi gør det, des bedre er det. Det har givet mig en mulighed for at lære dem bedre at kende. Jeg ville aldrig være startet med renteformlen
PK	Nu har jeg valgt at det skal være renteformlen. Den klassiske måde at starte på ville jo være lineære sammenhænge. Ville man kunne gøre det her med lineær vækst, med samme succes?
Camilla	Ja noget af det kunne man god overføre. Men det jeg synes der er godt ved det her, er at det her er noget folk tidligere har haft bøvnl med. Den indgangsvinkel at nu kan man faktisk finde ud af noget. Og man kunne godt have startet med lineær vækst, for det kender de fleste, så den er ikke så farlig. Men det at man kan lykkes med noget, som er lidt farligt og man faktisk får det til at være noget man har det OK med, det tror jeg har betydning for resten af matematikåret. I stedet for at man starter med det der gør mindst av.
PK	Så det her med at man starter med noget, der indeholder nogle hurdler, som man så får brudt ned. Jeg havde faktisk samme tanker, da jeg overvejede det. Der skal være en lille smule kød på, noget der gør det lidt svært. Og så skal det brydes ned, så det er til at have med at gøre.
Camilla	Ja.

PK	Det jeg så har tænkt, det er så - Det her det ligner eksponentiel vækst og så gå derover, så gå over i lineær vækst, og til sidst potensvækst, som jeg ikke vil bruge ret lang tid på. Og så have de her fire repræsentationer, som omdrejningspunkt
Camilla	Nu havde jeg jo ikke hørt, hvad du havde af tanker bagefter, men det er præcis det jeg havde tænkt.
PK	Fortæller noget om, hvad
Camilla	De skal se at der ikke er så stor forskel mellem de forskellige væksttyper og så på den måde binde det sammen.
PK	Hvis man nu ikke introducerer CAS der hvor du gjorde det, hvad kunne man så have gjort.
Camilla	Det er virkelig svært, for selv om de får formlerne og bare kan sætte ind, så er der alt for mange steder, hvor det kan gå galt. De sidder med hver sin udgave af en lommeregner og de har problemer med kvadratrodstegn og log - hvad det for noget.
PK	Men skal det så være med der?
Camilla	Jeg har nogen på holdet, som hvis jeg ikke havde gjort det, ville begynde at stille spørgsmål. Så skulle jeg alligevel have det med. Så skulle jeg have sagt at det kan man godt. Så jeg tænker også at det er godt at det er med, for så kan jeg sige. Det her vender vi tilbage til senere og så er det ligesom i hukommelsen og sammenhængen mellem tingene bliver måske også lettere. Og når jeg så skal til at lære dem det her med at omskrive formler og løse ligninger, så ved det også at der er en grund til at vi gør. Og så er det ikke bare fordi jeg synes det ser sjovt ud. Der er faktisk en grund til det.
Bemærk.	Derefter går vi i gang med at finde de steder i materialet, som vi har talt om, som godt kunne trænge til at blive lavet om. Resultatet af den snak er indsat i løbet af referatet. Og vi kigger materialet igennem og snakker frem og tilbage løst.
PK	Du har de her kursister, som ikke er her så tit. Hvordan kan materialet støtte dem der ikke er her så tit, eller kan materialet det? Eller er der nogen andre ting, der skal til.
Camilla	Altså jeg vil sige. Hvis de kigger i OneNote og det der ligger der, hvor jeg gennemgår eksemplerne og øvelserne. Så er de godt med. Det gør de bare ikke. Hvis de kiggede der, så ville de måske opnå 50% forståelse. Det er et fåtal af vores kursister, som kigger derinde.
PK	Kunne man gøre noget for de kursister? Du talte om, den første gang vi mødtes, da manglede du ret mange kursister. Hvad gjorde du for at få dem med.
Camilla	Altså da havde jeg lavet videoer af de forskellige oplæg. Og dem der var på tur, de har også set videoerne. Og de var fint med da vi kom næste gang. Men det er meget tidskrævende og det har jeg ikke tid til. Men hvis jeg nu i dag, hvad lavet de her isoleringer (af K_0, r, n), så havde jeg formentlig lavet en video, for nogen af dem skal have mulighed for at pause videoen, fordi tempoet er for højt.
PK	Er det så den mulighed du har for at "invitere dem ind" så at sige.
Camilla	Ellers så gør jeg det at jeg sikrer mig at de kommer sammen med nogen som var der sidste gang og så må de lytte. Vi er startet ud med tavleopgaver mange gange, som har været en ganganger af det der blev lavet gangen før og der har de været med på en lytter. Den har været god, for så har de kunne været nogenlunde med de andre.
PK	Jeg kalder det deltagelsesveje efter NEST princippet.
Camilla	Ja, lige præcis. Og der kunne man også være mega led, og sætte alle dem der ikke var der sidste gang i den samme gruppe. Men så var de ikke kommet nogen vegne. Og for dem der har brug for at selvtillidsboost, så kan de blive sat til at forklare og det godt. Men for at samle op for dem der ikke var der sidste gang, så er det godt.
PK	Jeg lagde mærke til at midtergruppen (gruppe 3, som mest består af kursister, som ikke har så stabilt et fremmøde), de var faktisk rigtig godt med,
Camilla	Ja, men der var faktisk to af dem, der var der sidste gang og det var så tilsyneladende nok til at de var med i dag. Og samtidig så var der Bjørn i denne gruppe. Og han er der hver gang. Han hader de der tavleopgaver. Jeg tror også at han gerne vil gøre tingene perfekt. Og han har virkelig svært ved det.
PK	Ja, de stod ved tavlen lige foran mig, og det var tydeligt at da han skal byde ind med noget, så står han og skriver i tabellen, mens en anden taster tal ind på lommeregneren. Men han indgår ikke i dialog med resten af gruppen
Camilla	Han er ikke et sted, hvor han kan aflæse de andre. Og hvis man kigger på ham, så har han næsten altid det samme ansigtsudtryk - svagt negativ, men han mener ikke noget med det. Og jeg tror måske at han har en autisme diagnose, han kan ikke de der øvelser. Så det at han i dag skriver. Det er kæmpestort. Og han er max presset, når vi laver de her øvelser.
PK	Men han er aktiv lyttende.
Camilla	Ja. Og jeg har også en klar aftale med ham at han gerne må starte med at lytte. Og han skal altid lige starte med at sige til mig at han ikke kan lide det og så lytter jeg og anerkender og så kan jeg ikke forlange af ham at han indgår i de her øvelser på samme facon som de andre. Så ville det gå i hårdknude for ham.

3. MENINGSKONDENSERING

3.1. Meningskondensering kursister

Spørgsmål: Hvordan med de 3 cirkler	Hanne: Virkelig godt. Altså det her med at vi har de her cirkler der og der er de her farver, så man forstår at de her tre ting de hører sammen. Det gjorde virkelig meget. Lige pludselig, så kunne jeg bare forstå det. Det er helt underligt Jane: Det gav også rigtig god mening, fordi vi kunne tage det med hen til nye emner, eksempelvis eksponentialfunktionen, som vi er gået i gang med nu. Men for mig, fordi jeg ligesom har prøvet en anden undervisningsform, henne på STX, så var det sådan lidt skræmmende at jeg ikke havde 10 siders noter i en notesbog Men en hel konkret tilgang. Men nu forstår jeg det på en hel anden måde, fordi nu forstår jeg det rent praktisk. Hvor før, så havde jeg ikke forståelse for emnet, men jeg havde bare 10 sider, hvor der stod, hvordan jeg skulle gøre. Så det har givet en praktisk forståelse, helt sikkert. Man kan anvende det på en anden måde. Hanne: Det er en anden måde at forstå det på, også sådan rent opstillingsmæssigt Molly: Det er meget enkelt at gå til Hanne: Altså jeg var helt lost til at starte med, men nu forstår jeg det hele. SUSANNE: Selvom jeg godt forstår matematik, så har det hjulpet mig til at forstå det meget hurtigere, så jeg syntes det har været positivt	Anna Sfard om at billeder understøtter læringen.
Hvordan med at det kan bruges i eksponentialfunktionen	Jane: Man føler næsten ikke at vi har skiftet emne, vi bygger bare på noget viden vi allerede har fået.	Anna Sfard om objektivisering af fremskrivningsfaktoren.
Hvordan så det her med at sige ting, altså at man skal forklare, hvordan man gør tingene?	Susanne: Jeg tror det er kommet sådan lidt af sig selv, uden at man har været klar over det. Jane: Det har været fint nok, jeg har slet ikke lagt mærke til det, det har bare været sådan noget Snik snak. Altså en slags matematisk snik snak Susanne: Man drøftede ligesom tingene med hinanden, så det var en god måde at samle hinanden op på og sørge for at alle var med hele tiden. Og så var det fedt at der var tid til at drøfte med en sidemakker. Det er jo tit at læreren har en forståelse af tingene, så når man får lov til at snakke med på sit eget niveau, som ikke har den her forståelse, som læreren har, så kan det jo være med til at udvikle.	Brugen af sproget.
	Susanne: Man drøftede ligesom tingene med hinanden, så det var en god måde at samle hinanden op på og sørge for at alle var med hele tiden. Og så var det fedt at der var tid til at drøfte med en sidemakker. Det er jo tit at læreren har en forståelse af tingene, så når man får lov til at snakke med på sit eget niveau, som ikke har den her forståelse, som læreren har, så kan det jo være med til at udvikle.	Skabelse af praksisfællesskab.
	Jane:	Læringen Forståelse af emnet.

	Jeg tror vi var mange, der syntes at der var rigtig meget gentagelse, men altså det giver god mening nu, fordi vi kan se at det er noget vi kan bruge Susanne: Ja og som vi trækker videre til næste emne.	
	Molly: Og man er jo nødt til at være et sted. Der vil jo være nogen, der syntes det har været godt, og så vil der være nogen der ikke var helt med, og så nogen der siger Aaargh OK. Det er ligesom at vi får alle sammen med. Altså der er dem der bare er skide gode, som er nødt til at gennemgå det nogle gange, selv om de godt ved det, men jeg syntes det rammer godt.	Om hvordan holdet er sammensat, forståelse af praksisfællesskab
Om fremskrivningsfaktoren	Jane: Ja og man starter sådan ikke bare på bar bund, og nu har jeg haft matematik før og der havde vi overhovedet ikke koblingen fra eksponentialvækst til rentesregningen. Det var to vidt forskellige ting. Så jeg har slet ikke tænkt den sammenhæng. Men nu giver det enormt god mening	Anna Sfard om objektivisering. Om at danne forbindelser i matematik.
Hvad kunne man gøre anderledes	Jane: Det syntes jeg heller ikke. Jeg syntes det giver god mening. Altså i andre undervisningssammenhænge i matematik, så ville man starte med at få vist renteformlen, og så regne ud fra den. Men den her måde, hvor man ligesom starter helt fra bunden af, det giver virkelig god mening Molly: Du får ikke bare en hel masse smidt i hovedet, så det er virkelig enkelt, jeg har ikke oplevet at matematik er enklere end det er nu. Hanne: Ja, og så lige så stille, så bliver der bare lagt lidt mere på. Vi tager lige alt det vi ved, og så ligger vi lige lidt mere på, så næste gang Molly: Man føler sådan lidt, nåeh ja, det var egentlig ikke sværere.	Om meningsforhandling
Post-it øvelsen	Jane: Det er jo lidt de noter, man ikke har agtigt. Man får skrevet ned der. Så der giver det jo virkelig god mening. Altså man kan huske det hele. Jeg har aldrig nogensinde oplevet at jeg kan huske så meget matematik før. Jeg har ikke tænkt over at jeg skulle huske det, jeg har bare tænkt, at hvis jeg har skrevet det ned og haft nogen gode noter, så var det det. Men det der med at man pludselig kan huske matematik, det er meget uvant for mig. (De tre øvrige bifalder med ja, rundt omkring denne del)	Om meningsforhandling. Om forståelse af sammenhænge. Om læring
Post-it øvelsen	Susanne: Jeg tror også at det er fordi vi har snakket så meget om det. Og vi har fået lov til at skrive det ned. Hanne: Ja, det sidder på en anden måde. Når man lige kommer i gang, så sidder det og så flyver det jo nærmest ud af hånden på en.	Om læring
Spørgsmål om at tale sammen	Molly: Det kommer virkelig an på, hvem man er, tror jeg. Altså jeg kan jo godt lide det. Det er fordi jeg kan godt lide at snakke. Altså jeg syntes det er godt det der med at man får sagt det. Ligesom Jane sagde. Det lagrer bare i hovedet. Og så lige pludselig så flyver det bare ud af mig og jeg tænker, nå OK. Altså det står ingen steder, det står bare inde i ens hoved. Altså det er utroligt at man kan sige sådan noget. Men det kan man og det er fordi man snakker om det.	Om læring.

	Jane: Jeg tror det er vigtigt i sådan et forløb, at man har en makker, som man ligesom er stærk sammen med. Hvis nu man havde siddet i en gruppe, hvor den ene bare var fuldstændig på bar bund og kun mødte op hver anden gang og den anden. Altså hvis man skal snakke, så er det vigtigt at man kan få noget ud af det begge to i sådan en sammenhæng. Men sådan er det jo med alt par arbejde.	Om læring i praksisfællesskaber
Hvad gør man når man har et spørgsmål	Susanne: Jeg tænker at man spørger ens makker, for egentlig så tror at man ved det godt, så ens makker ved, så kan man lige få det frem og så behøver man ikke gå op og spørge læreren hele tiden, for de har altid svaret på det. Men så får vi jo også snakket noget mere sammen, hvis vi spørger hinanden i stedet for at gå til læreren.	Om hvordan man henter viden i praksisfællesskaber
	Susanne: Ja og Camilla har også været god til at fremme den her dialog, for hvis man nu spurgte om noget, så hun været god til at skubbe til en selv, så man kunne lede efter svar, i stedet for bare at give svaret.	Om at tale og læring.
Hvordan opfatter gruppen resten af klassen	Susanne: Det ved jeg ikke. Altså det er jo det der er lidt svært. Altså, hvis nu der er nogen, som ikke har det samme engagement, det kan man hurtigt mærke. Molly: Ja, ham der Faraz, han er vist ret klog Susanne: Men jeg tror også det handler om, hvordan man stiller tingene op. Der rammer vi nok mere hinanden.	Om dannelsen af praksisfællesskab
	Jane: Og så når man laver noget ved tavlen, så skal de andre være gode til at byde ind, altså der har man ligesom et ansvar for at have alle med og så tror jeg at der hurtigt er nogen der kommer til at stå i baggrunden for det er nemmere at lade de andre tage over.	Om dannelsen af Praksisfællesskaber
	Jane: Det bliver sådan en meget naturlig dialog. De der spørgsmål, det bliver ligesom ikke spørgsmål, men bare en del af en naturlig dialog. Og så kommer man til at snakke om tingene og spørge om tingene. Hanne: Ja, det kommer helt naturligt når man sidder og snakker.	Om anvendelse af sproget.
	Susanne: Jeg syntes det er godt det der med at der er en blanding af det hele. Altså Camilla laver noget på tavlen, vi får lavet noget på papir, eller på computeren og vi står op og vi snakker i par og vi er alene. Det er sådan en blanding af det hele. Så får man det ligesom ind synes jeg. Det kommer sådan på forskellige måder, så det ikke bare bliver ren tavle. Molly: For så bliver det kedeligt. Jane: Og så bliver det tungt, altså bare at sidde. Molly: Men de der tavleopgaver det hjælper altså også en hel del. På at det ikke bliver så tungt	Om læringen, og at afvekslingen er stor.
	Molly: Ja og man bliver tvunget til at snakke, det gør altså rigtig meget.	Om at tale er vigtigt for læringen.

	Jane: Man bliver ligesom tvunget til at arbejde med det, til at forstå det, som man ikke gør i den der klassiske undervisning.	Om taleøvelserne og tavle øvelsernes læringspotentiale.
Når Camilla siger at det i har lavet, det er rigeligt til at bestå.	Hanne: Ja, lidt. Ja. Jeg frygter ikke så meget eksamen, når hun siger sådan som hun gør. Og når vi har lavet de her tavleopgaver, og så kommer hun ned og kigger og vi snakker om det vi har lavet og hun siger at det ser godt ud det vi har lavet. Det giver mig en tryghed, for jeg ved at jeg faktisk godt kan det her. Hanne: Altså, hvis jeg har et problem, så går jeg først til min makker og det er primært Jane, men ellers så går jeg videre til Camilla. Det er ikke sådan mig der styrer det hele. Jeg tror at jeg i begyndelsen, så holder jeg mig lidt i baggrunden, fordi jeg vil være sikker på at jeg har forstået det rigtigt. Og så begynder jeg stille og roligt at komme med inputs, på, hvordan og hvorledes, ved tavleopgaver eksempelvis.	Om at skabe et praksisfællesskab, som man føler sig tryk i.
Spørgsmål om den sidste øvelse, betyder at man har lært stoffet	Hanne: Altså der forstod jeg det virkelig. Molly: Da vi lavede den sidste tavle der, vi var jo næste ikke i tvivl om, hvad vi skulle skrive. Det var bare, hvordan vi skulle sætte det op for at det så pænest ud.	Om læring.
	Jane: Vi var mange der syntes at der var en masse løse papirer (Camilla havde lavet separate udskrifter af opgaverne, hvor der på en side kun var en enkelt type opgave) Det er jo noget af det. Altså normalt, så foregår det meste jo på computeren og nu skal det ud igennem hånden. Så det er jo egentlig kun fordi vi synes det er træls at holde styr på alle de papirer. Og det har bare givet god mening, at man hele tiden arbejder, som om det var en eksamenssituation. Altså vi arbejder hen imod at kunne lave en god tavle, som er det man skal til en eksamen og det giver også en tryghed at man forstår, hvad der skal ske til en eksamen og at man arbejder på det allerede fra starten af året.	Om meningsforhandling.
	Jane: Det er en eller anden begejstring for at man faktisk forstår det. Det lyder helt lavpraktisk, eller åndsvagt, men jeg ved faktisk hvad jeg skal give mig til. Det giver mening for mig. Det giver sådan en AHA oplevelse. Det er virkelig motiverende at man forstår noget.	Om meningsforhandling.
Kan metoden anvendes andre steder	Jane: Måske det der med generelt bare at snakke om tingene. Altså jeg ved godt at man siger at læring det er ens eget ansvar og det er det jo også. Men derfor kan man jo godt være bedre til at drøfte det med andre. Jane: Jo, jo, det er jo et fælles ansvar at alle ligesom kommer med. Og ved, hvad der foregår. Altså hvis alle er motiverede for at lære. Jane: Altså mig og Hanne, vi bruger meget parbejde, fordi vi har fundet ud af at vi arbejder godt sammen Molly: Det gør jeg også, med hende, som jeg sidder ved siden af.	Rækker praksisfællesskabet ud over matematikrummet.
	Hanne:	Forhindringer i forhold til dannelsen af praksisfællesskaber.

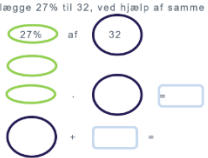
	Men det kommer meget an på, hvem man bliver sat sammen med. Nogle gange kan man godt blive sat sammen med nogen, hvor man ikke taler samme sprog. Hanne: Ja, så er det fordi man ikke forstår hinanden på en eller anden måde. Molly: Ja. Gruppe dynamik er mega vigtige i forhold til sådan en undervisningsmetode, som den her, sådan at man kan løfte hinanden i flok.	
	Jane: Jo altså, når man fik en masse teori oppe til undervisningen og så skulle hjem og lave en aflevering, så var det helt vildt svært at vende sig hoved om, fra at man havde noget teoretisk med formler og beviser for formler og så skulle hjem og lave en eller anden opgave med Anne og Peter havde 7 æbler og hvor mange appelsiner bliver det så om tre år. Det er bare så svært at vende sit hoved til at sætte det i praktiske kontekster det kunne jeg simpelthen ikke og jeg har altså ikke haft svært ved matematik før. Men det blev så snævert at der kun var teori på skolen. Og vi havde ingen opgaver på skolen, kun teori. Og så skulle man hjem og sidde. Jeg har godt nok siddet mange gange ved spisebordet, mens min far han hjalp mig med at lave matematikafleveringer. Jeg fik så svært ved det. Når man tænker tilbage, hvad nu, hvis man ikke havde sine forældre, eller sin far. Og hvad nu, hvis man ikke havde sin far. Altså, hvis min far ikke var hjemme, så sagde min mor bare det ved jeg ikke. Og nu, hvor vi skal lave den der aflevering til her om et par dage, jamen jeg er jo næsten bare færdig, det jo slet ikke svært, fordi vi er kommet så godt ind i det. Altså mig og min kæreste vi var ude at spise en dag og så sad jeg bare og forklarede ham det. Jeg var bare så glad fordi jeg kunne finde ud af det. Og han syntes jo også at det var smart, og gid vi havde haft det den gang vi var yngre. Man føler sig slet ikke alene når man kommer hjem, fordi man bare kan det. Altså jeg har da noget, jeg lige skal have spurgt til. Jeg føler mig meget støttet undervejs.	Om læringspotentialer i materialet.
	Molly: Ja, men føler sig slet ikke alene, når man sidder derhjemme, for man ligesom jer der ligesom står over en. Hvor førhen når man kom hjem der sad man bare sådan, nåeh ja jeg har vist også lige noget andet jeg skal, fordi man bare sådan var - Nej det kan jeg ikke det her.	Om dannelsen af praksisfællesskab.
	Jane: Og så er det også OK at der kommer noget teori senere, hvis bare man. Altså noget så simpelt som at have nogen at snakke sammen med om det. Det giver bare en helt anden forståelse.	Om læring i praksisfællesskab.
	Molly: Man siger ikke længere "Og så var der også det der tal deroppe, hvad var det nu det hed" Man siger hvad det hedder. "Det er fremskrivningsfaktoren, den der" og så ved man, hvad det er. Og man ved, hvad for nogle tal man skal sætte ind og alt muligt. Det vidste man jo slet ikke før. Man var nødt til at slå op, for man anede slet ikke, hvad det var. Jane: Ja altså man siger, hvad det hedder, for det er ikke kun ens egen forståelse der er vigtig. Og det kan godt være at jeg ved at det er fremskrivningsfaktoren, og det er ligegyldigt, men det er det jo ikke nu, for nu er man i en gruppe og så er det vigtigt at man får det rigtigt	Om sproget og udviklingen mod fagsprog

	Molly: Ja og så at man bliver ved med at snakke om det, så ved vi lige, hvad vi skal sige til eksamen. Det bliver godt.	Om meningsforhandling
	Jane: Ja og Camilla er god, hun tager virkelig én med. Hun er dygtig og optimistisk	

3.2. Meningskondensering Camilla

Hvad var dine umiddelbare tanker om materialet	Det første jeg tænkte var at det var lang tid at bruge på det, altså det var egentlig min første tanke. Der var nogen delelementer jeg ville have brugt mindre tid på. Altså at gå fra renten i procent til vækstraten, det tror jeg at jeg ville have taget noget hurtigere. I første omgang at gå fra renten i procent til vækstrate. Det tror jeg at jeg ville have taget noget hurtigere, men så tror jeg måske også at jeg har tabt nogen. Fordi den har måde at lavet et grafisk billede på, når man går fra renten i procent til fremskrivningsfaktoren Faktisk virker virkelig godt. At have brugt noget krudt er godt givet ud. Også den første del med at tage procent af noget. Den måde at sætte det op på. Det var der rigtig mange der fik succes med det. Der er rigtig mange som vender tilbage til at det visuelle det støtter de sig op ad. Det at der en grafisk ting, man skal huske og man skal proppe noget ind i, det giver et indre billede af, hvad man skal, så man har ikke bare en proces, man har også noget visuelt man kan forholde sig til. Det er der mange der bliver støttet af. Det er nemmere for dem at huske, hvis der et element de har glemt. Okay der var den her ekstra ring, som jeg lige skal huske at have med. Det er også nemmere for mig at sige, "Der var den der ring der, har du husket at putte noget ind i den". Måske er det der det går galt og så kan de støtte sig til billedet og så får de den der "aha" oplevelse.	Om Anna Sfard's objekt proces og læringen af fremskrivningsfaktoren. Brugen af billede til at understøtte proces
Hvordan fungerede taleøvelser	Først var jeg lidt - Gad vide om jeg kan få dem til at snakke, og hvor lang tid vil der gå med det" og der er også nogen af kursisterne som melder tilbage. "Hvorfor skal vi snakke om det, det er jo nemt". Men for mange viser det sig at det at få sagt noget er utrolig gavnligt. Særlig de tosprogede har stor gavn af at sige det de gør. De får ord til at spørge mig, som de måske ikke havde før. Og så syntes jeg jo egentlig at det er dem der snakker og ikke mig. Jeg kan godt se at der mere der sidder fast, når de selv har sagt. Det er ikke noget nyt for mig, men det er virkelig blevet tydeligt med de her øvelser. At jo mere jeg kan få dem til at sige, og jo mindre jeg siger, des bedre er det.	Om læring gennem at tale og flytte fokus fra lærer til kursist.
Om Post-it-øvelsen	Der er mange elementer. Kan man se det med at et symbol repræsenterer en værdi. F er fremskrivningsfaktoren. Jeg kan se, hvor deres eventuelle svagheder er henne og gøre opmærksom på det meget nemmere. Og jeg kan italesætte det. Eksempelvis at det er nemt at gå fra renten i procent til fremskrivningsfaktoren. Det er sværere at gå den anden vej. Så er det nemmere at sige det, at det er der det går galt. At få udfyldt en tabel på en fornuftigvis, hvor de er henne rent kognitivt. Og overføre fra en tabel til graf. Et symbol har et navn og der findes en regneproses bag sige. Det er vigtigt at vide, hvad symbolerne repræsenterer og at det er en pladsholder for et tal. Der er også nogen som har svært ved det her.	Om materialets evne til at spotte svagheder hos kursisten.
	Det er ret åbne spørgsmål og jeg svarer jo heller ikke direkte, men mere siger "Det kan du godt gøre". Og det er der nogen der har svært ved. Eksempelvis vores autister. Derfor er det vigtigt at jeg få lavet en deltagelsesvej for dem. Det kan være svært for dem med sådan en øvelse, fordi den ikke er sådan helt firkantet.	Om udfordringer til enkelte kursister
	Der er et par af øvelserne, hvor man ved helt præcist, hvad man skal. Jeg har fire mennesker til at stå ved tavlerne, men der er også noget logistik. Det optimale vil være 3, den sidste ender tit med at være lidt på hjul. Jeg kender dem efterhånden, så nu ved jeg hvordan jeg skal sætte dem sammen, for at få arbejdet til at fungere optimalt. Jeg har prøvet at blande dem på tværs og det går ikke altid godt. Det er faktisk vigtigt at de har samme sprog og samme tilgang til arbejdet. Der er	Om sammensætning af grupperne og de udfordringer det giver

	nogen med udfordringer, som kan blive provokeret, hvis dem de er i gruppe med, vil udfylde opgaven på en anden måde. Det er noget andet når de går rundt og kigger, der kan de godt se logikken. I processen når de skal huske at der kan være problemer. Grupper i dag var meget bevidste valg. Det er efter niveau, men der kan godt være en som er meget dygtig, som kan rumme de svage. Eksempelvis den pige gruppe, der står nede i hjørnet. (PK-kommentar :gruppe 2 - Fire piger på ca. samme alder og med mange fælles interesser). Der var jeg en gang kommet til at pille en af dem ud, og det går ikke for så mangler de noget i den konstellation. Så er der den lidt spøjse gruppe (Gruppe 1), som består af to tosproglige herrer og så Morten som er lidt svag matematisk, hvor de to tosproglige er ret dygtige til matematik, men har svært ved at snakke og så hende damen, som først er kommet ind på holdet sidste gang, så hun har utrolig store faglige huller. Men de supplerer hinanden meget fint, fordi de to etniske danskere faktisk kan sproget, hvor de to andre kan matematikken. Og så får de lavet en rigtig fin tavle. Havde jeg sat en dygtig etnisk dansker, så var vedkommende blevet frustreret over de mange hurdler. Så er der gruppen med Jacob, som er meget dygtig og han tager så de to andre svage med sig, (gruppe 5),																	
Om valget af WordMat som understøttelse af læringen	Og de sad med flere forskellige værktøjer, og kunne ikke finde ud af at taste ind på. Så kan de lige så godt få det værktøj, som de skal bruge til eksamen. Og det er som regel årsag til en masse frustrationer, når jeg skal introducere WordMat, men så løser det problemet med de mange forskellige værktøjer. Og så er vi ude over det her med at man ikke ved, hvad lommeregneren gør, når man skal isolere et eller andet tal. På nuværende tidspunkt, så er de slet ikke der, hvor de kan isolere en variabel. På nuværende tidspunkt så er der så mange, som ikke har basale matematikfærdigheder, som regnearternes hierarki, eller hvordan man skal løse en ligning, så derfor er det en alt for stor mundfuld, hvis de skal have det oveni.	Udfordringer i materialet																
Om andre udfordringer i materialet	Og så var der også et sted, hvor det jeg havde lagt op til at gennemgå, det ikke lignede det de efterfølgende skulle regne på bagefter (Bemærk. Det er opgaven, hvor de første gang skal udfylde en tabel), det kan godt være at nogen kan det, men dem her de kan ikke finde ud af det. I dag har jeg rettet det til, så det jeg præsenterer i dag, så har det udseendemæssigt fuldstændig samme udtryk, som det de skal lave bagefter. Sværere er det ikke at løse det. 12. ØVELSE I par, udfyld nedenstående tabel, ved hjælp af renteformlen <table><tr><td>Startkapital</td><td>Slutkapital</td><td>Terminer</td><td>Rente i %</td></tr><tr><td>1 200</td><td>1514,97</td><td>4</td><td></td></tr><tr><td>25 000</td><td>27071,4</td><td>8</td><td></td></tr><tr><td>230</td><td>118,855</td><td>7</td><td></td></tr></table> Nogle af kursisterne kan ikke opfatte at her er der fire steder der skal udføres udregninger. Og nogle kan ikke læse linjer, som er så tætte, så de tager tal fra en anden linje. "Og så rent layout mæssigt, så det at der ikke er luft imellem tallene (fra den ene linje til den næste), Det bliver sådan en lille tabel, altså noget kompakt, så kommer de til at blande opgaverne sammen, altså tager værdier fra en anden linje."	Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %	1 200	1514,97	4		25 000	27071,4	8		230	118,855	7		Ændringer til materialet.
Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %															
1 200	1514,97	4																
25 000	27071,4	8																
230	118,855	7																
Hvordan er klassesdynamikken	Jeg synes at med dette her hold, så har de været meget hurtigere til at lave en stemning, hvor de snakker med hinanden og at de spørger hinanden. Og du kan jo se i dag, der er et par stykker, som sidder for sig selv, og det er dem, som har været fraværende halvdelen af tiden. Ja. Det er dem som ikke har været med, og de har ikke fået den kultur, hvor vi snakker med hinanden. Det er også dem der rækker hånden op. Der er sådan en tendens til, at dem der skal have hjælp, det er dem der ikke har været der. De andre har fundet ud af at man kan faktisk få meget ud af at snakke om opgaverne, at det ikke er pinligt at snakke om opgaverne.	Om dannelsen af praksisfællesskaber og de udfordringer der er.																

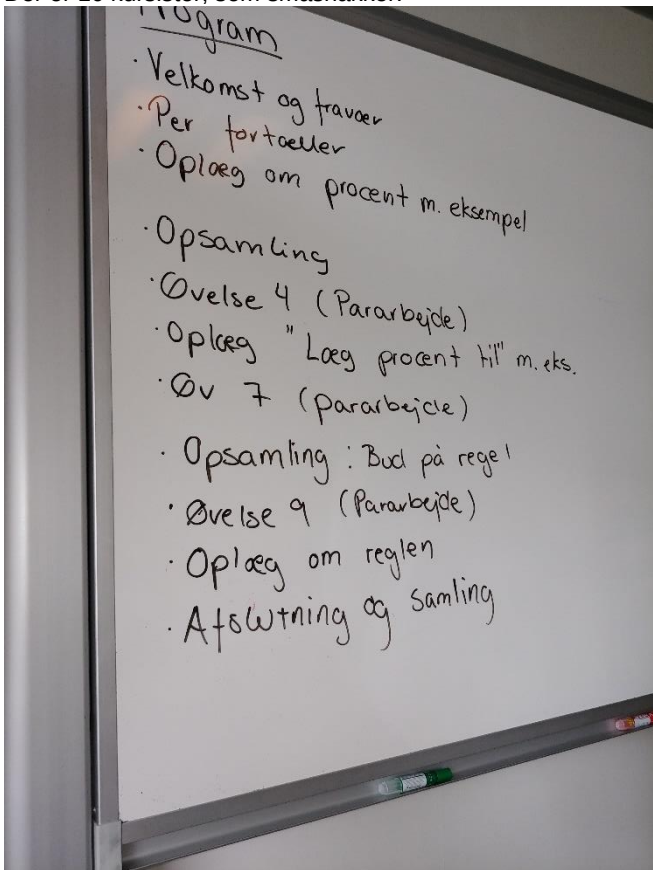
	Og det tænker jeg er fordi der er lagt op til det her at man snakker sammen. Det vi så den første gang du var her, var at jeg nærmest ikke havde noget at lave. Og det er jo helt vildt fedt, når man er der, hvor man næsten kan undværes. De har en god selvtillid, når de kan selv, eller når de kan finde det selv, ved bare at spørge sidekammeraten, Det giver noget andet end at man skal spørge mig.	
Case Anne-Merethe som har svært ved det, som har lært at henvende sig til de andre i gruppen.	Ja, og de er enormt søde til at hjælpe hende og det er selv om der er milevid forskel på, hvad de kan.	Hvordan man hjælper hinanden og at dem der er svage kan søge mod andre kursister for at få hjælp.
	Jeg tror holdets dygtigste elev sidder i den gruppe, blandt de tre drenge. Og han keder sig. Ham har jeg lavet nogle ekstra opgaver til. Han har fået nogle eksamensopgaver, som han kan lave, når han bliver færdig. Det var faktisk den aller første gang jeg havde dem, så sad de her drenge "kom nu, kom nu, videre". De er hurtige til at fange det. De er også mere skeptiske overfor stilladseringen. Det er som om at de bare kan det, uden at tænke over det. Der har vi haft nogle snakke med dem om at det er vigtigt at de følger stilladset, for på et tidspunkt, så bliver det også svært for dem. Og at de ikke lige pludselig har et hul et eller andet sted. Og det har de været gode til at tage til sig	Udfordringer i materialet.
Om at opgaver kan løses på mange måder	Ja - det er en kæmpe fordel. Nu i dag, så ender de faktisk alle sammen med næsten identiske løsninger ved tavlen. Der er faktisk kun en af tavlerne, som skiller sig ud, og det er den gruppe, som ikke er så flinke til at møde op. Den var ikke så detaljeret. Men det at vi lavet tavle øvelser før, det gør også at de har lært af hinanden, for der var meget større forskel de første gange vi lavede tavleøvelser. Der kunne man tydeligt se, hvor de svage var. Men da lavede vi også sådan en runde, hvor man kommer rundt og ser de andres tavler. Og det betyder at de godt ved, hvordan det skal se ud.	Om læringen ved tavler
Om dannelse af grupper.	(Man kan lave andre grupper, men der er mange udfordringer. En af dem er Anne-Merethe.) Hun har været forbi pigegruppen også, og også Majken, nede i hjørnet, men hun har fundet ud af at hun svinger rigtig godt i den her gruppe. Og hun er jo også speciel. Og hos nogen vil hun nok også trigge noget tålmodighed. Men det sker ikke der. For jeg tror godt hun kan fornemme når noget ikke svinger, og hun har prøvet de andre af, og har fundet ud af det er her hun føler sig tilpas. For hun syntes at det svært. Men har det OK med at vise at det er svært i den gruppe.	Udfordringer ved samarbejdsformen
Den her svage elev.	Altså hun (Anne-Merethe) har ekstreme huller i den basale matematik, med stillads, så skal hun nok komme igennem. Men hun har brug for et stillads. Og hun var rigtig glad for de første opgaver. Altså det var hun helt vild med. Der, hvor vi lægger procent til og trækker fra og så videre. 7. ØVELSE I par. Forklar, hvordan man lægger 14 % til 471 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man kan lægge 27% til 32, ved hjælp af samme metode.  Og så over til $S = BF$ formelen, så var hun defensiv. "Jamen det andet det fungerer for mig, nu skal du ikke fuck med det". Da var hun faktisk lidt skeptisk. Og så sagde jeg til hende at det kan godt være at du var virkelig glad for det der (stilladset) men tro mig du bliver også virkelig	Hvilken effekt har den massive stilladsering i begyndelsen og når så abstraktionsniveauet skal hæves.

	glad for det her ($S = BF$ formlen). Det er sådan en snak vi er nødt til at have med hende. Jo og, når noget lykkes for hende, så klamrer hun sig til det og så skal hun være sikker på at jeg griber hende i den næste fase.	
Når abstraktionsniveauet skal hæves og man skal til at arbejde med fremskrivningsfaktoren	(Er man nødt til at hæve abstraktionsniveauet her?) Ja. Det tror jeg man er. Og de havde allesammen lige en periode der. Men de kunne godt se at det var sindssygt smart, når vi skulle til at regne flere ud. (at man skal fremskrive mere end bare en gang). Men man skal lige. Når man nu lige er blevet glad for noget, man ved det virker og man har ikke haft succes i mange år, og nu lykkes det endelig, så skal man lige støttes i den overgang. Og nogen skal støttes mere end andre. Igen så er det her med at se, hvor skide smart det er (om fremskrivningsfaktoren). Og at man kan se at det er det samme, som man gør igen, som det man lige har gjort. Og den genkendelighed den har været vigtig for at købe fremskrivningsfaktoren. Og når man så kan se, hvordan man hurtigt bare kan gange med den og så få udfyldt tabellen. Der faldt der nogle 25 ører rundt omkring og så bliver man glad. Så det er nødvendigheden, der gør at man accepterer overgangen til fremskrivningsfaktoren. Og så var de jo alle sammen i gang med det her med momsen. Hvorfor kan vi ikke bare blive ved med at gøre det som vi plejer, og så siger jeg, hvad så vis de laver det om. Altså der skal noget argumentation til, for at de køber ideen, så er den her formel faktisk ret smart og så behøver vi ikke at tænke så meget mere.	Kursisternes meningsforhandling.
Det store perspektiv på hele undervisningsmateriale	Altså det indledende var mega godt. Der var succes for alle pengene. Og alle der havde frygtet matematik var glade. Virkelig kæmpe plus. Dialogen imellem kursisterne virkelig godt. Tavleopgaverne er virkelig gode. Her bliver der faktisk også til faglig skrivning. Det syntes jeg er virkelig positivt. Det er jo en måde at lave et note ark på. Altså få noteret alt det der var vigtigt. Og ikke bare en afskrift af, hvad jeg siger. Og ud fra det, så er jeg slet ikke i tvivl om at de husker det her meget bedre, end hvis vi havde gjort det på en anden måde. Der er de her steder, hvor man skal lave overgang fra oplæg til opgave, den skal være mere stilladseret nogen steder. Det skal hænge bedre sammen. Nu spekulerer jeg lige. Jamen jeg har jo egentlig været glad, Per. Og så det her med CAS værktøjet. Man kan vælge at, det her tager jeg senere, eller også så kan man vælge at bruge CAS værktøjet. Så får mulighed for at gøre nogle lidt sværere ting, som er relevante i den her sammenhæng og jeg får brug for CAS værktøjet senere. Især i de her sidste øvelser (med renteformlen) det har jeg lavet om på og brugt CAS værktøjet. Og det syntes jeg har fungeret godt.	Sammenhæng i hele materialet og hvor styrker og svagheder træder frem.
Hvordan med de elever, som ikke kommer så tit	(Camilla gør opmærksom på at hun har mulighed for at lave små videoer, som samler op på undervisningen, men af tidshensyn, så kan det ikke se så tit.) Ellers så gør jeg det at jeg sikrer mig at de kommer sammen med nogen som var der sidste gang og så må de lytte. Vi er startet ud med tavleopgaver mange gange, som har været en ganganger af det der blev lavet gangen før og der har de været med på en lytter. Den har været god, for så har de kunne været nogenlunde med de andre. Og for dem der har brug for at selvtilidsboost, så kan de blive sat til at forklare og det godt. Men for at samle op for dem der ikke var der sidste gang, så er det godt.	Om at være legitim perifer deltager
Der er enkelte kursister, som har udfordringer ved tavleopgaverne	Han (Bjørn) er ikke et sted, hvor han kan aflæse de andre. Og hvis man kigger på ham, så har han næsten altid det samme ansigtsudtryk - svagt negativ, men han mener ikke noget med det. Og jeg tror måske at han har en autisme diagnose, han kan ikke de der øvelser. Så det at han i dag skriver. Det er kæmpestort. Og han er max presset, når vi laver de her øvelser.	Om at være legitim perifer deltager

4. OBSERVATIONER

4.1. Observation af første lektion

Observation 19.8 Hjørring afdelingen af HF&VUC NORD. Matematik C klasse, anden lektion.

	Observation af den lektion, som giver en introduktion til undervisningsmaterialet. Dette er Camillas anden lektion med holdet. Det er en speciel lektion, idet en stor del af holdet ikke er med til undervisningen, da de er på ekskursion med et andet fag. Det blev Camilla først gjort opmærksom på, dagen før afholdelsen af lektionen. Vi valgte at gennemføre lektionen, som planlagt, da dette var eneste praktiske mulighed for at få lavet observationen. Camilla anfører at mange af de elever, som er til stede, er meget svage, der er derfor ikke tale om en repræsentativ udgave af klassen. Derfor er Camilla også nødt til i løbet af lektionen at overveje, hvordan de øvrige kursister kan bibringes denne lektions viden.
Tid	Handling
13:35	Camilla skriver op på tavlen i venstre side, hvad dagens program indeholder. Der er 10 kursister, som småsnakker.  Camilla småsnakker med kursisterne og fortæller anekdoter om sig selv og hvordan man kan være udfordret ved at være enlig kvinde på et mandestudie. (Camilla læste oprindelig sidefag i fysik, men skiftede til kemi) På højre side af tavlen er der afsat plads til en begrebsliste.
13:40	Navneopråb. Det er anden lektion, men Camilla kan allerede navnene på de fleste, både dem der i timen, og dem der er på tur og som derfor ikke kan være her.
13:47	Første punkt på programmet. Camilla: « Luk computeren alle sammen. Viser Eksemplet fra Nordea med en masse tal og der er også % nævnt flere steder.

Forklarer ordet procent og skriver % og procent til højre på tavlen ved begrebslisten.

Nordea

Privatlån

Rente for Privatlån

Specifikation	Variabel rente
Udlånsrente	9,95 %

Priser for Privatlån

Specifikation	Pris
Bevillingsprovision	2,00 %
Dokumentgebyr uden sikkerhed	800,00 kr.

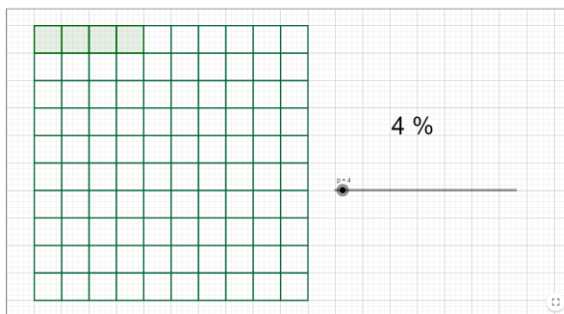
Privatlån ÅOP beregning for 9,95%:

Ved et lån med variabel debitorrente og annuitetsafvikling, hvor samlet kreditbeløb der udbetales er kr. 40.000 vil hovedstolen være kr. 41.633. Stiftelsesomkostningerne udgør kr. 1.633. Med den nuværende variable debitorrente på 10,33 %, og en løbetid på 5 år er ÅOP 12,2 % forudsat at der betales en ydelse på kr. 882 i rente og afdrag pr. måned. Det samlede beløb, som skal betales vil være kr. 52.909, hvoraf de samlede omkostninger udgør kr. 12.909. Bemærk, at du har 14 dages fortrydelsesret på kreditaftalen.

(bemærk at i den endelige udgave af materialet er billedet et andet. Nordea har valgt at opdatere deres hjemmeside i perioden mellem de første linjer af materialet blev skrevet til jeg fik indhentet tilladelse fra Nordea til at bruge materialet.)

13:52

Bruger visualiseringen af procent via GeoGebra app. Forklarer at 1 % er et tern ud af hundrede. 4 tern svarer til 4% og hvis man skulle tage 4 % af 200, så ville det være 8 tern.



13:53

Kursist kommer for sent (Morten).

Camilla går i gang med at forklare den første udregning. Inden hun går i gang, fortæller hun at man skal lede efter et resultat, som er lidt større end 8, som vi så ovenfor.

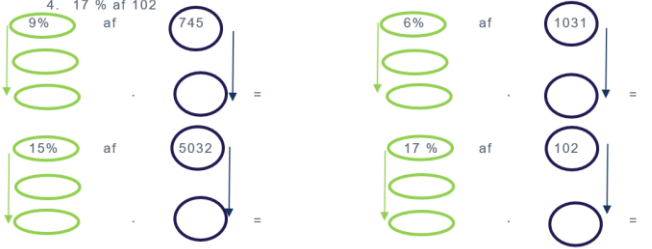
1. EKSEMPEL TAGE PROCENT AF

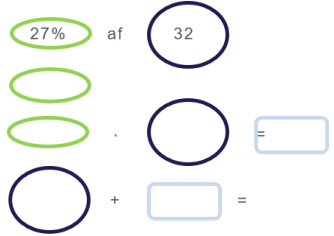
Jeg vil gerne finde 4 % af 231.

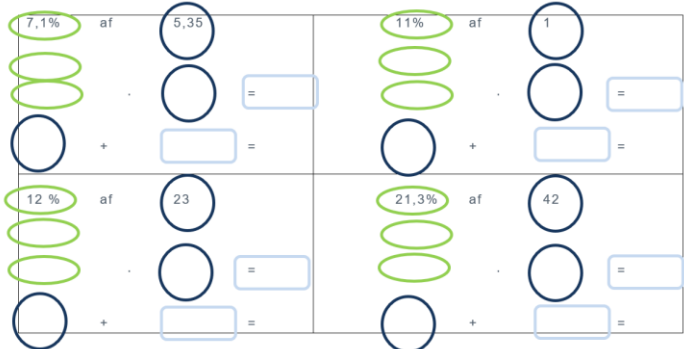
Først dividerer jeg 4 med hundrede, dernæst ganger jeg dette tal med 231.



Forklaringen med 4% omskrives til $\frac{4}{100}$ og derfra til 0,04 forklares samtidig med at der skrives på tavlen. C. forklarer at dette svarer til at flytte kommaet 2 pladser.

	Dernæst skriver hun 231 og fører tallet ned. Og til sidst ganges de to tal sammen. Resultatet 9,24 sammenlignes med det første overslag.
13:55	Der uddeles kopier af de første øvelser. 2. ØVELSE. I par, forklar, hvordan man finder 4 % af 321 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man tager 7 % af 645, ved at bruge diagrammet. 
13:56	Der småsludres og Camilla forklarer opgaven at man skal skiftes til at forklare. Liz: "Det er for småt" (Det henviser til at de felter, der skal udfyldes, er for små. Camilla: "Jeg skal nok sørge for at det bliver større næste gang" Gert: "Skal man forklare sammen eller hver for sig" Camilla: "Hver for sig" (Bemærk. Det samtalen giver udtryk for er at først beskriver den ene kursist, hvad der foregår, mens den anden lytter, dernæst bytter de roller) Camilla cirkulerer og taler med alle parrene og sikrer sig at opgaven er forstået og at de er trygge ved opgaven. Henning: "Vi fik gentaget tingene, men måske ikke sådan helt præcist" - som svar på C. "Hvordan går det" Camilla ved gruppe 4 og forklarer, hvorfor talen er så vigtig.
14:01	De fleste grupper er færdige, og der småsnakkes i de grupper der er færdige, mens de sidste grupper arbejder for at blive færdige.
14:02	Camilla bliver gjort opmærksom på at hun har lavet en fejl i sit program på tavlen. C. Retter
14:03	Camilla samler op på opgaven og Liz forklarer, hvad de har lavet og samtidig skriver Camilla resultatet op på tavlen i den figur, som hører til opgaven. Camilla: "Var der nogen, som sad og tænkte at; Det var der det gik op for mig hvad det her går ud på" Lissi: "Min makker sagde at nu har jeg forstået noget matematik for første gang"
14:04	Camilla: "gennemgår øvelse 4" 4. ØVELSE I par, skiftevis, forklar, hvordan man udregner følgende. Lav udregningerne: 1. 9% af 745 2. 6% af 1031 3. 15% af 5032 4. 17% af 102  Som er 4 stykker, hvor der skal laves samme procedure, som i den foregående opgave. Camilla: "Husk at I skal skiftes til at forklare, hvad der skal stå." Gert: "Det ville jeg ønske at jeg havde haft i folkeskolen" (om skemaet til at beregne, hvordan man finder p % af K)
14:09	Camilla konstaterer overfor mig, at hun næsten er arbejdsløs, og diskuterer lidt med mig om, hvordan de 15 kursister, som ikke er her i dag skal bringes i samme situation. Vi bliver enige om at en tavle-øvelse (DVS at hvert par står og arbejder ved en tavle), hvor en vidende kursist indfører en ny kursist i det arbejde der er lavet, i begyndelsen af næste lektion kunne være en løsning.
14:10	Camilla samler op på øvelse 4 Henning, forklarer proceduren for at tage 9% af 945. Camilla roser og pointerer at det flot med så mange fagord. Kiz forklarer proceduren for at tage 15% af 5032 Camilla Roser forklaringen. Faraz forklarer proceduren for at tage 6% af 1032 Camilla roser og fortæller at det skal vi lære mere om næste gang.

	(Jeg mangler notater til den sidste gennemgang af øvelse)
14:15	Camilla: Nu har vi lært at tage p % af K, nu skal vi til at lægge p% til K Camilla: gennemgår processen, samtidig med at hun skriver tallene og laver udregningerne 6. EKSEMPEL LÆGGE PROCENT TIL Når man kan tage procent, så kan man også lægge procent til. Læg 14 % til 471. Først udregner jeg 14 % af 471. Dette tal lægger jeg til 471.  Camilla: Bemærk at der er noget fra sidste øvelse, som er med her i denne øvelse" og peger på de 5 cirkler, som udgør første proces. "Det eneste nye vi skal at tage tallet i den blå kasse og lægge til vores hele tal" (471). Camilla sætter øvelse 7 i gang 7. ØVELSE I par. Forklar, hvordan man lægger 14 % til 471 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man kan lægge 27% til 32, ved hjælp af samme metode. 
14:19	Anne-Merethe: "Det er smart med de der cirkler og kasser"
14:20	Morten rejser sig og går ned i receptionen. Han skal melde at han stadig er her og det skal gøres inden kl. 14:30, inden receptionen lukker. Gruppe 1+2 arbejder sammen, og mange er hurtigt færdige med opgaven.
14:22	Der hyggesnakkes mens 5+6, der er lidt langsommere arbejder på at blive færdige, så de får besøg af C.
14:24	7 minutters pause. Der småsnakkes om rygeforbud (Man må ikke ryge i undervisningstiden) og Camilla fortæller om sit cola misbrug, som hun kvittede på et tidspunkt og Camilla kan godt forstå at det at holde med at ryge kan være et problem.
14:33	Morten snakker om vaccine med Camilla.
14:34	Camilla samler op på øvelsen og spørger "Kan man gøre noget smart når man lægger procent til" "diskuter lige i 2 minutter med hinanden". "I skal lave en forklaring; Sådan gør man, hvis man ikke har tal"
14:38	Faraz: "Man kan få resultatet direkte" På tavlen skrives lægge 14% til 471 $1,14 \cdot 471 = 536,94$ Anne-Merethe: "I don't get it" Lissi: "Må man godt bruge det vi har lært i dag" Elisa: "procent til decimal - gange og så lægge til" Camilla Roser hver enkelt for deres forklaring.
14:40	(Her tager C. et valg, som hun diskutererede med mig inden timen. Når man er meget sårbar, så kan det være udfordrende at skifte makker, men C. vurderer at det godt kan gå.) Camilla: "Nu skal i være i nye par" Camilla flytter rundt på kursisterne, så de alle får en ny makker. Omid siger ikke ret meget og har ikke gjort det hele timen. Præsenterer øvelse 9 9. ØVELSE Find sammen i (evt. nye) par. Forklar hver især, hvordan man lægger p% til et tal K. En har lommeregneren en anden fortæller, hvad der skal testes. Efter hver opgave, skifter man, så man prøver både at taste og fortælle. Udregn 1. læg 7,1 % til 5,35 2. læg 11 % til 1 3. læg 12 % til 23. 4. læg 21,3 % til 42

	 Camilla går rundt og støtter og hyggesnakker. Ved en gruppe diskuterer man, hvor mange decimaler man skriver facit med. Morten og Faraz er i en ny konstellation. De arbejder meget individuelt med opgaverne, men da de er ved at være færdige med øvelserne, så snakker de sig til rette og får sikret at deres facit er rigtige.
14:44	Jens: "Vi skal vel det hele plusset" - (som en forklaring på processen i øvelsen) Obs. Klassen har fået indført et begreb "Grimme tal", som nok ikke er veldefineret, men når tallene ikke bliver heltal, så er de grimme. Morten mener at ". 5-10-20, det er pæne tal" Camilla: "Ja der er mange grimme tal, men det kan de jo ikke gøre for."
14:48	Der småsnakkes, mens de sidste grupper bliver færdige. C. er rundt og sikrer at alle bliver færdige og føler sig set og hørt.
14:51	Camilla Samler op. "Jeg vil gerne udfordre jer, ved at man går op til tavlen og forklarer" Elisa Går til tavlen og viser, hvordan den første øvelse løses. Camilla: "Det her er godt nok grimme tal" C. roser. Jens går til tavlen og forklarer meget grundigt og med mange detaljer. (Det er samme person, som ville ønske at hun havde haft det her skema i folkeskolen.)
14:54	Diskuterer afrunding af tal
14:55	Faraz forklarer en øvelse, med mange fagudtryk, men også "Så plusser vi dem sammen"
	Kiz forklarer fint proceduren med mange fagudtryk, men også "så rykker jeg lige den her over" om brugen af et mellem resultat.
14:57	Camilla forklarer om, hvorfor man skal til tavlen.
14:59	10 minutters pause.
15:10	Camilla roser og italesætter hvad der skal ske som det sidste. C. vil gerne vise noget interessant, og hvis man ikke lige forstår, så gør det ikke så meget. Vi skal arbejde mere med det næste gang. Camilla ønsker at lave udregningen bagfra og så introducere fremskrivningsfaktoren. Fra tavlen har Camilla $471 + 65,94 = 539,94$ Forklarer, hvordan 65,94 fremkommer $471 + 0,14 \cdot 471 = 539,94$ Forklarer, at man kan gange med 1. $1 \cdot 471 + 0,14 \cdot 471 = 539,94$ Er tydelig om at nu kommer der en regneregul, som er lidt svær. Der skal sættes udenfor parentes. $471 \cdot (1 + 0,14) = 539,94$ $471 \cdot (1,14) = 539,94$ Fjerner parentesen og lader kursisterne udregne på lommeregner. Resultatet er 536,94, så C. retter hurtigt tallene. Lissi: "Det var det han sagde" - om den tidligere forklaring på udregning fra Faraz Camilla "De 1,14 kaldes for fremskrivningsfaktoren og den skal vi arbejde mere med næste gang"
15:20	Camilla afslutter timen med at fortælle om lektie og hvad der skal ske næste gang. Der er Screening. Der ryddes op og hyggesnakkes.

4.2. Observation af sidste lektion

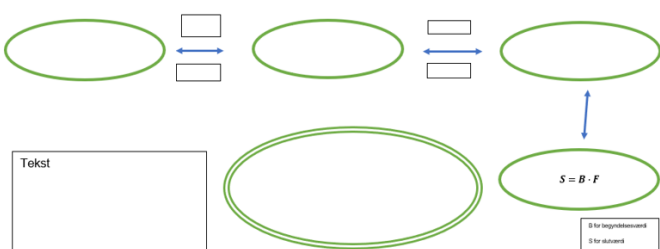
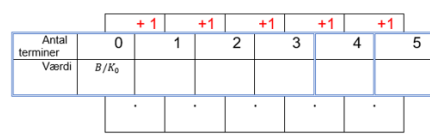
Referat fra sidste undervisning i materialet hos HF VUC nord i Hjørring.

Underviser Camilla.

Tid													
10:44	Program skrives op på tavlens venstre side og eleverne småsludrer. Mange sidder med Pc'en åben og kigger på hjemmesider. Enkelte skriver beskeder på deres telefoner. Camilla går i gang med at registrere fravær. Holdet er på 24 kursister, og i dag er der 17 til stede. Camilla - "I morgen er der brandøvelse, så lad være med at gå i panik. I skal bare følge instruktionerne" En kursist har udfordringer med et computerprogram de bruger og Camilla og kursisten taler om løsningen. Holdet er screenet for matematikblindhed med LINU-testen tidligere og Camilla forklarer at "hvis du har fået en SMS fra Hans (ansvarlig for testen) så vil du blive indkaldt til en samtale". En kursist vil vide om det er for sent at tage testen. Det er det ikke.												
10:49	(klassen blev i den foregående lektion introduceret for CAS programmet Wordmat, et avanceret tillægsprogram til Word, hvor man kan løse eksempelvis ligninger, uden at kende til regneregler for løsning af ligninger. Det var ikke gået helt efter planen og mange var frustrerede over brugen af pc) Camilla: "Tænd jeres computer. Husk at have Ja-hatten på. Wordmat er jeres bedste ven (Camilla taler med energi, for at få dem flyttet fra frustration over til at arbejde konstruktivt) Camilla viser en skabelon i OneNote, som de skal benytte til dagens opgaver.												
10:51	Anne-Merethe - "Hvad nu, hvis den ikke gider åbne" (kan ikke få hentet filen i OneNote, så C Camilla hjælper												
10:52	Camilla "Husk at aktivere redigering" (En Windows sikkerhedsindstilling, når der hentes filer fra nettet, blokerer for dette og man skal trykke på en knap i Word for at få lov til at skrive i dokumentet" Camilla skriver renteformlen på tavlen, som de skal bruge til opgaven. Gennemgår konstanternes betydning i dialog med kursisterne. Taler om, hvordan man kommer fra rente som procent til at kunne sætte tallet ind i formlen. Bruger de 3 grønne cirkler som billede og flere nikker anerkendende, de kan godt huske processen. Fra eksempel 1 i undervisningsmaterialet Camilla begynder at gennemgå eksempel 14 s.16 4 % ↓ 4 100 ↓ 0,04 13. EKSEMPEL ISOLER K_0 Efter 8 terminer har jeg 354,51 kroner på min konto, og jeg får 5,5% i rente. Hvilket beløb startede jeg med. <table><tr><td>K_0</td><td></td><td>$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$</td></tr><tr><td>$r$</td><td>0,055</td><td></td></tr><tr><td>n</td><td>8</td><td>$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$</td></tr><tr><td>$K_n$</td><td>354,51</td><td></td></tr></table>$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$$354,51 = K_0 \cdot 1,53469$$\frac{354,51}{1,53469} = K_0$$231 = K_0$	K_0		$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$	r	0,055		n	8	$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$	K_n	354,51	
K_0		$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$											
r	0,055												
n	8	$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$											
K_n	354,51												
10:54	Gennem dialog finder holdet sammen ud af, hvilke input der skal indsættes på de forskellige steder i formlen. Camilla bruger sin skabelon til at vise dem at ved hjælp af CTRL+C og CTRL-V så kan man flytte tallene og samtidig se fornuften i at hvert bogstav repræsenterer en pladsholder, for et tal, og den enkelte kursist kan styre processen og følge med i hvad der foregår. Hun viser processen på sin PC, som er sat til en projektor Camilla: "Husk at skrive ALT+m for at indsætte formel" Anne-Merethe (en meget svag elev) til Camilla "Hvordan laver man det der sænket skrift?" BT hjælper (BT er en dygtig elev) Der tales om, at de 5,5% skal laves om til 0.055. (Det er ikke alle der fanger det her, men får det repeteret senere) Camilla forklarer hvordan man kommer fra den første grønne cirkel til den sidste. Camilla venter tålmodigt på at alle når frem til $354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$ Camilla: "Så skal i bruge ALT+L til at løse ligningen". (Her isolerer Wordmat selv K_0 og udregner værdien af $K_0 = 290,998$) Camilla Hvis det er en opgave, hvad skal man så huske nu? (De har talt om, hvordan man arbejder med skriftlighed i matematik og hvordan man skal aflevere til skriftlig eksamen) Molly- "Man skal konkludere at startkapitalen er 290,998"												

	Camilla: "Nu er der tale om penge, så hvor mange decimaler skal man bruge?" Molly- "to. Så startkapitalen er 291 kroner" Anne-Merethe - "Nu blev jeg forvirret" (Har ikke forstået at tallet 291 hører til svaret på opgaven) Camilla forklarer hvordan matematikken bruges til at løse ligningen og gennemgår udregningen, ved først at udregne $(1 + 0,055)^8 \approx 1,534687$. Derfor bliver ligningen $354,51 = K_0 \cdot 1.534687$ Camilla "Hvad er det så man skal når man vil isolere K_0?" "Isolere betyder i matematiktimen ikke det samme som at man vil isolere et hus, men at man vil have K_0 til at stå alene." Faraz- "Du dividerer" Camilla "Ja" udfører divisionen. Camilla "Det er det her Wordmat gør for os". Camilla forklarer billedet med en vægtskål, når der løses ligninger.																
11:05	På tavlen står der $290,998 = K_0$ Camilla " K_0 står på den forkerte side, men det betyder ikke noget. Det er bare ikke så pænt." (De må have talt om, hvordan man løser simple ligninger og der haft en samtale om at det man vil isolere, helst skal stå til venstre for lighedstegnet.)																
11:07	Camilla deler kopier ud til øvelse 14. ØVELSE I par udfyld tabellen. <table><tr><th>Startkapital</th><th>Slutkapital</th><th>Terminer</th><th>Rente i %</th></tr><tr><td></td><td>126</td><td>7</td><td>7,2</td></tr><tr><td></td><td>3 598</td><td>4</td><td>9</td></tr><tr><td></td><td>125</td><td>3</td><td>-21</td></tr></table> (Der sidder en del alene, og Camilla forklarer senere i interviewet, at dette er elever, som har et højt fravær og derfor ikke har fundet ud af at den arbejdsform, som benyttes meget, er øvelser i par. Jeg diskuterer med Camilla i interviewet deres position i forhold til at blev en del af praksisfællesskabet. Det er svært at inkludere disse elever, med begrænset tid til rådighed)	Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %		126	7	7,2		3 598	4	9		125	3	-21
Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %														
	126	7	7,2														
	3 598	4	9														
	125	3	-21														
11:10	Folke- "Må man godt afrunde til to decimaler?" - Det må han gerne. Det er tydeligt at der en del af klassen, for hvem denne arbejdsform er kendt og de går straks i gang med at arbejde sammen om at løse opgaven. Omkring Folke, opstår der tydeligt et videnscenter, hvor man udveksler viden og erfaring med resultater og metoder. De tre drenge Folke, Henning og Asger, er der en stor faglighed og Anne-Merethe bruger deres viden rigtig meget. Det er tydeligt at de har masser af tålmodighed og overskud til at støtte Anne-Merethe i alle hendes udfordringer. Uanset om det er med computeren eller der med at forstå opgaven og hvordan den bliver løst. Anne-Merethe er tydeligt frustreret over sin computer, men bliver hjulpet fint igennem af Folke, Henning og Asger. Henning er færdig med opgaverne og bruger tid på tålmodigt at fortælle Anne-Merethe, hvordan hun skal løse opgaven. Folke spørger Asger om den sidste del med negativ rente og BS forklarer. Lissi og Jane arbejder fint sammen og Det samme gør Blondhår og RØ. De fire udgør også et videnscenter Agnethe og Faraz og Omid og Jakob udgør et team, og her er Jakob det svage led, men de 3 andre er gode til at guide og sørge for at han kommer med. Jakob og Faraz diskuterer resultater og øvelsen med de 21%. Spørger C om det bliver -0,21, hvilket bliver bekræftet.																
11:18	Henning er nu i gang med at forklare renteformlen til Anne-Merethe og hun får udvidet sin forståelse for formlen. Henning bruger ret lang tid på Anne-Merethe og har tålmodighed til at forklare fortegne på -21 % og at Wordmat ikke kan lide + - 0,21, men at hun skal fjerne plusset.																
11:20	Camilla " Når man har lavet øvelserne, så sammenligner man resultater med naboen" Anne-Merethe viser nu Henning sit resultat og Henning anerkender.																
11:22	Jens snakker med Camilla. Der må være nogle genveje i Wordmat, og de finder en manual, som kan hentes direkte fra Word. Camilla ved tavlen. "Er alle ved at være færdige?" det er Bjørn ikke. (Camilla forklarer i interviewet at han skal have tingene på sin egen måde og har fået nogle friheder i forhold til tavleopgaverne. Han arbejder langsomt, fordi han hele tiden vil sikre at det han laver, er perfekt)																
11:25	Der er pause til 11:55																
11:55	Camilla " Så er vi tilbage". Camila skal til at viske tavlen ren, og kan ikke finde tavlekluden. Hun taler om at der burde være en snor i tavlekluden, ligesom man kender det fra et nøglebundt. Camilla samler op på opgaven og starter med at få placeret K_n, K_0 og n over de forskellige kolonner i tabellen.																

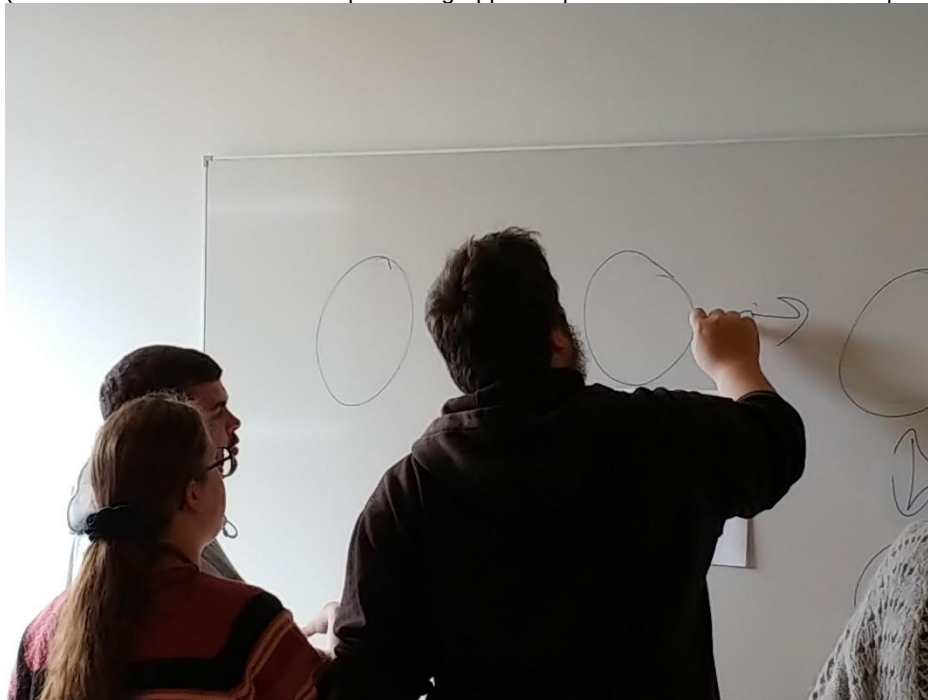
	I gennemgangen af resultater taler de igen om, hvordan man afrunder til to decimaler. Til den sidste opgave, hvor Camilla "Hvordan kan man se på tallene at renten må være negativ" Grethe - svarer at det kan man på tallenes størrelse, så når startkapitalen er større end slutkapitalen.																					
12:01	Camilla går i gang med at forklare, hvordan man finder antallet af terminer. (Dette involverer logaritmer, så det vil på dette tidspunkt være nærmest uoverskueligt at skulle forklare) Camilla vælger at lave en kort version, hvor hun bare fortæller at der findes en formel, men at den involverer noget logaritme. " Det kommer vi til senere" (Camilla fortæller senere at der sidder elever, for hvem det er vigtigt at vide helt præcist, hvad der foregår, så ved at forklare kort, så bliver deres frustrationer dæmpet.)																					
12:05	Camilla starter på at gennemgå eksempel 18 om grafisk repræsentation. Med eksemplet fra tavleøvelsen 2 var der en bil til 129000, som faldt 18 % i værdi hvert år. Det vil give en tabel, som viser sammenhængen mellem alder og værdi, som ser ud som nedenfor. <table><tr><td>Alder på bil</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Værdi i kr.</td><td>129 000</td><td>105 780</td><td>86 740</td><td>71 127</td><td>58 324</td><td>47 825</td></tr></table> Eksemplet handler om værdien på en bil, som mister værdi over tid. Camilla tager sig god tid til at forklare i detaljer overgangen fra teksten til at forstå, hvad det repræsenterer i renteformlen. Igen tager hun fat i de grønne cirkler, som illustration på at et fald på 18 % bliver til -0.18 og dernæst at fremskrivningsfaktoren bliver 0.82. Anne-Merethe vil gerne have fremskrivningsfaktoren til at være - 1.18, men bliver fint guidet tilbage til at forstå at fremskrivningsfaktoren ikke kan være negativ. Camilla udfylder tabellen. Camilla går i gang med at forklare, hvad et koordinatsystem er for noget. Tegner og forklarer 1. akse og 2. akse. X-aksen er altid de tal som står i øverste linje og y-aksen er de tal, som står i nederste linje. Camilla forklarer, hvordan inddelingen på akserne skal udføres, så de kan vise de tal, som vi er interesseret i at få afbilledet. Tallene hænger sammen i par, (0,129 000) bliver til et punkt i koordinatsystemet. Det bliver vist, hvordan det afbildes. Camilla gennemgår de øvrige punkter og får dem afsat. Camilla" Nu skal punkterne forbindes og her er forbudt at bruge lineal. Der skal tegnes en blød kurve". Her knytter Camilla nogle ord til grafen, eksponentiel vækst og forklarer at det skal de se senere.	Alder på bil	0	1	2	3	4	5	Værdi i kr.	129 000	105 780	86 740	71 127	58 324	47 825							
Alder på bil	0	1	2	3	4	5																
Værdi i kr.	129 000	105 780	86 740	71 127	58 324	47 825																
12:20	Camilla introducerer nu en parøvelse 19. ØVELSE I par, løs: En biolog kigger på en petriskål og tæller antallet af bakterier i skålen. Da forsøget starter, kan man se at der er 341 bakterier. Af forsøget ses det at antallet af bakterier vokser med 12% i minuttet Udfyld  Bestem begyndelsesværdien. Udfyld tabellen <table><tr><td></td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>Antal minutter efter start</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Antal bakterier</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> Her skal der findes en begyndelsesværdi og en fremskrivningsfaktor, hvorefter tabellen kan udfyldes og man kan gå i gang med at lave grafen. Rigtig mange går straks i gang med at løse opgaven. Tove og Bjørn (som begge sidder alene) blive bedt om at lave øvelsen sammen. Tove flytter sig stol, så de nu sidder overfor hinanden og de kan ikke se hinandens skærme eller hvad der arbejdes med. De taler ikke sammen. Det er tydeligt at de ikke er vandt til at arbejde sammen (C forklarer senere at Tove har meget fravær og Bjørn ikke har meget lyst til at arbejde sammen med andre) Anne-Merethe taler med Folke for at få styr på opgaven. Asger, Henning og Folke er hurtigt færdige og C har udstyret dem med nogle opgaver, som de kan arbejde med, for at blive bedre til at forstå tekstopgaver. (C forklarer senere at det er et trick hun bruger, fordi der er så stor forskel på deres evner.) Molly - " Skal man tage alle decimaler med?" - C forklarer at det er med bakterier, som med mennesker, de skal tælles i hele tal. Anne-Merethe henvender sig til Folke, "Hvordan er nu man indsætter en formel i Wordmat" og Folke forklarer igen ALT+M.		0	1	2	3	4	5	Antal minutter efter start							Antal bakterier						
	0	1	2	3	4	5																
Antal minutter efter start																						
Antal bakterier																						
12:25	Molly og Kiz - til Camilla " Vi har brug for hjælp." Camilla kommer forbi og de får en snak om, hvordan en detalje løses. Tove og Bjørn taler stadig ikke sammen.																					
12:30	Henning, Asger og Folke og Anne-Merethe snakker fagligt. Henning har et eksempel fra sin hverdag (som jeg ikke helt får fat i hvad handler om) og fortæller, hvordan renteformlen har hjulpet til at forstå problemet.																					

	Henning og Asger sammenligner resultater på ekstra opgaver. Kiz og Lissi søger hjælp hos Jane og Molly og sammen finder de ud af at få løst en del af opgaven som de er i gang med. Anne-Merethe er gået i stå. Hun kan ikke komme videre og har brug for C for at sikre at hun har forstået tingene helt.
12:32	Molly, Jan, Hanne, Susanne, Kiz og Lissi er nu færdige med at lave opgaverne og går i gang med at snakke socialt om børn og børnehaver. Jane surfer lidt på nettet. Omid og Faraz taler med Morten og resultaterne
12:34	Kiz begynder at tale om at hun skal have matematik på A, og at det huer hende ikke.
12:36	Grethe har hele tiden siddet alene og arbejdet med opgaverne. Mange af kursisterne er nu ved at være færdige med opgaverne, og Camilla går rundt og sikrer sig at alle er helt med på, hvordan opgaven skal løses og de ikke sidder fast et sted.
12:39	Camilla "Nu har jeg været rundt og kigget på jeres resultater" og så får hun samlet op på opgaven.
12:40	Nu skal tavleøvelsen igangsættes. 20. TAVLEØVELSE POST-IT ØVELSEN Udfyld så meget som muligt af nedenstående ark.    Her deler Camilla holdet op i grupper af 3-4 personer. (Hun forklarer senere at det skyldes en hel masse hensyn, som hun er nødt til at tage, bl.a. at de ikke har mange tavler til rådighed og at der er nogle grupper som bedst fungerer, når der er lidt flere. Det er så på bekostning af at enkelte kursister bliver passive, C vælger at de fire elever, som har meget fravær kommer i samme gruppe, hvilket skal være med til at sikre gruppedynamikken i de andre grupper) Der laves 5 grupper. Camilla henter en mobil tavle ind i lokalet, får udleveret tusch til alle grupper. Opgaven går så ud på at skrive så meget på tavlen omkring figuren som muligt. Gruppe 1 - Omid, Faraz, Morten og Agnethe (Gruppen med de stærke tosproglige og de svage danske) Gruppe 2 Susanne, Hanne, Molly og Jane (Interviewgruppen) Gruppe 3 Majbritt, Tove, Bjørn og Grethe (Enkelt personer og Bjørn gruppen) Gruppe 4 Gert, Jens, Henning (Drengegruppen) Gruppe 5 Asger, Folke, Anne-Merethe (Anne-Merethe og de stærke drenge)
12:45	Alle igangsætter. De har 15 minutter til opgaven. Gruppe 2- Diskuterer, hvordan de skal løse opgaven. Hvor skal de starte og hvem gør hvad. Det er tydeligt at de har godt fat i arbejdet ved tavlerne. Alle deltager aktivt. Man er lyttende og det er tydeligt at de føler sig hjemme i miljøet omkring tavlen. Alle byder ind med forskellige bud på de spørgsmål, som kommer op.



Figur 1 Interviewgruppen

Gruppe 5. Her har Folke taget pennen og selv om han er den fagligt stærkeste, så er det tydeligt at han arbejder hårdt for at give Anne-Merethe plads og sørge for at hun kan bidrage (Hun er klart den svageste). (Camilla forklarer senere at netop denne gruppe er specialkonstrueret for at få netop denne effekt)



Figur 2 Anne-Merethe og de stærke drenge

I gruppen med de kursister, som ikke har så fast fremmøde bliver der også arbejdet hårdt på at få løst opgaven. Det er tydeligt at de ikke er så gode til at udveksle viden, så man er mest tryk ved at det er en, der løser opgaven mens de andre kigger på. Sidste medlem af gruppen Bjørn er slet ikke med på billedet, men han står ude til venstre og følger med. Man kunne få den idé at han slet ikke deltager, men på et tidspunkt, hvor de skal udfylde tabellen, er han aktiv. Her finder Grethe en lommeregner og Bjørn får skrevet resultater ind i tabellen. Straks herefter trækker han sig. Selv om denne gruppe har arbejdet alene indtil nu, så er det

tydeligt at de har forstået meget. Når den der står ved tavlen, går i stå, så er gode til at give input og brugen af fagudtryk er meget højt.



Figur 3 gruppe 3 med Bjørn - Bjørn er udenfor billedet.

Der er mange måder at løse opgaven på og man er aktiv på mange forskellige måder. Nedenstående illustrerer dette, hvor Camilla er i dialog med en kursist, mens andre i gruppen stadig arbejder på at få flere detaljer på tavlen.



Figur 4 Den stærke drengegruppe med Anne Merethe til venstre og Interviewgruppen til højre.

Det er tydeligt at stort set alle er aktive og arbejder med forskellige sider af de opgaver, der skal løses og at de fagudtryk der er brug for, bliver brugt flittigt og korrekt. Der er også plads til at udvide sin forståelse i denne opgave Faraz og Omid diskuterer med Camilla om nu formelen $S = BF$ og renteformlen ikke er det samme, og de får koblet bogstaver fra de to formler sammen.

13:00

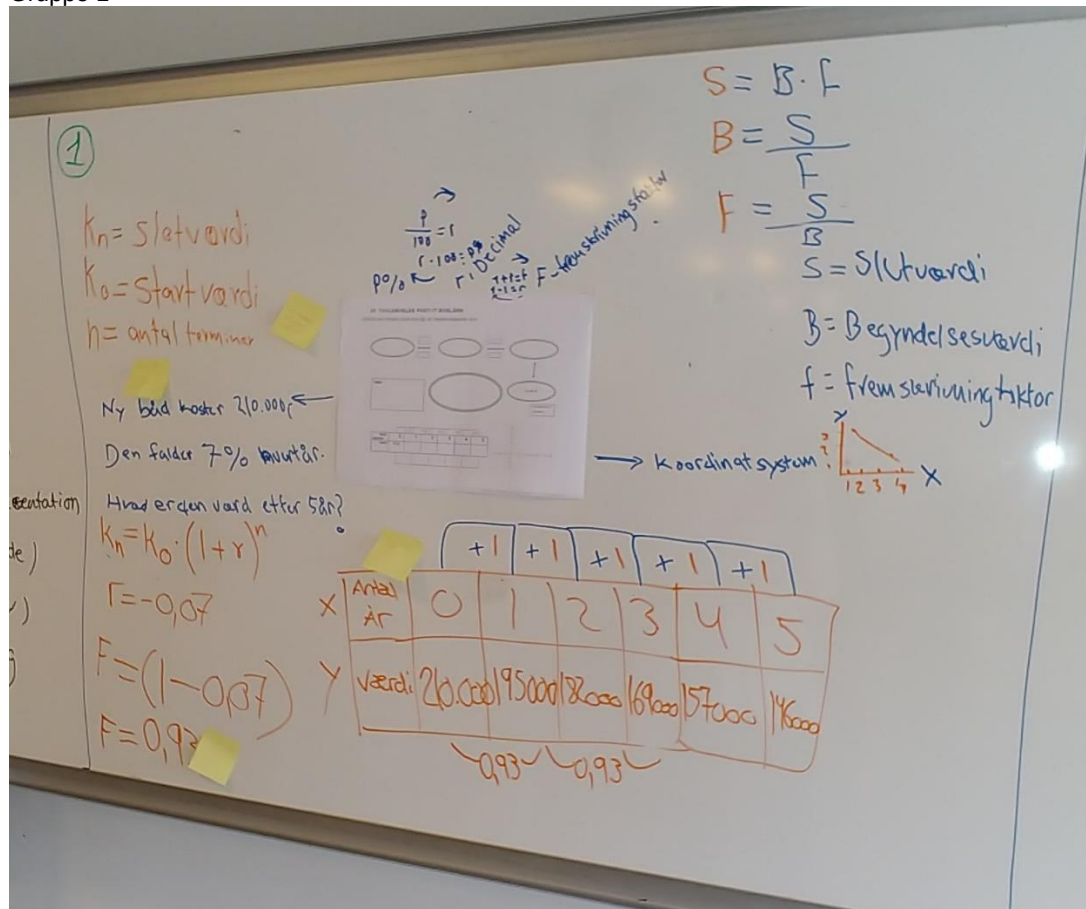
Post-it runden.

Her skal kursisterne hente inspiration fra de øvrige gruppers arbejde og kommentere på det og sluttelig skal de tilbage til deres egen tavle og reflektere.

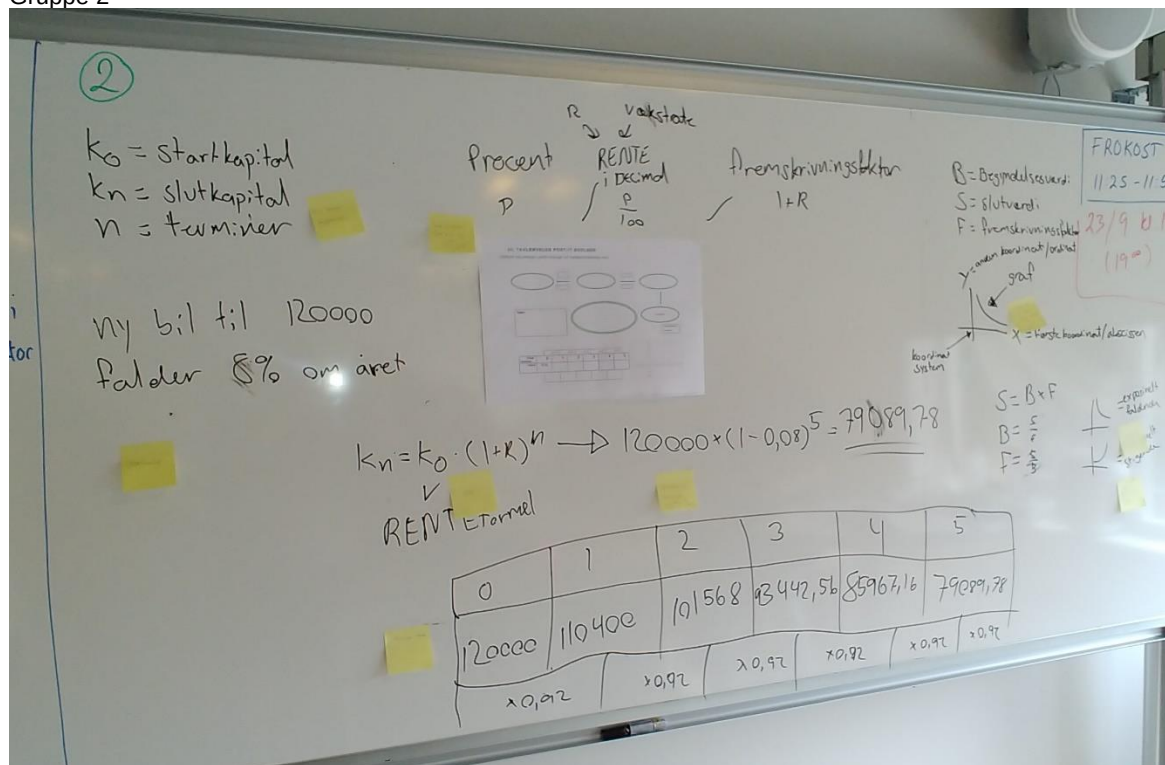
Camilla forklarer at nu skal man rundt og lade sig inspirere og give feedback til de øvrige grupper.

	Grupperne er 2 minutter ved hver tavle.
	Første runde. Det går lidt trægt med at komme i gang med at diskutere. Kursisterne skal lige have orienteret sig. Efter lidt tøven går snakken livligt og det er tydeligt at rigtig mange har meget at byde ind med og at brugen af fagudtryk er høj.

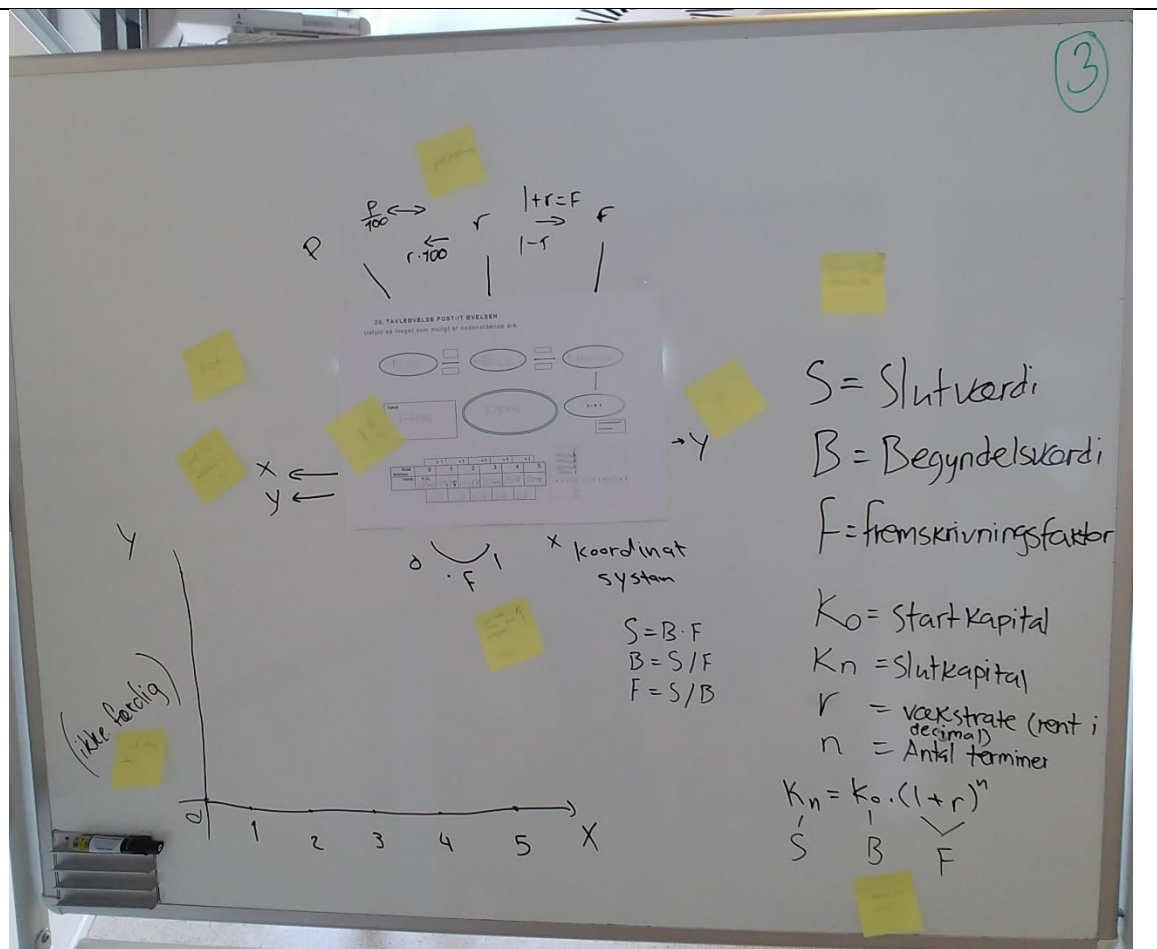
Nedenstående er resultatet af Post-it opgaven fra de forskellige grupper.
Gruppe 1



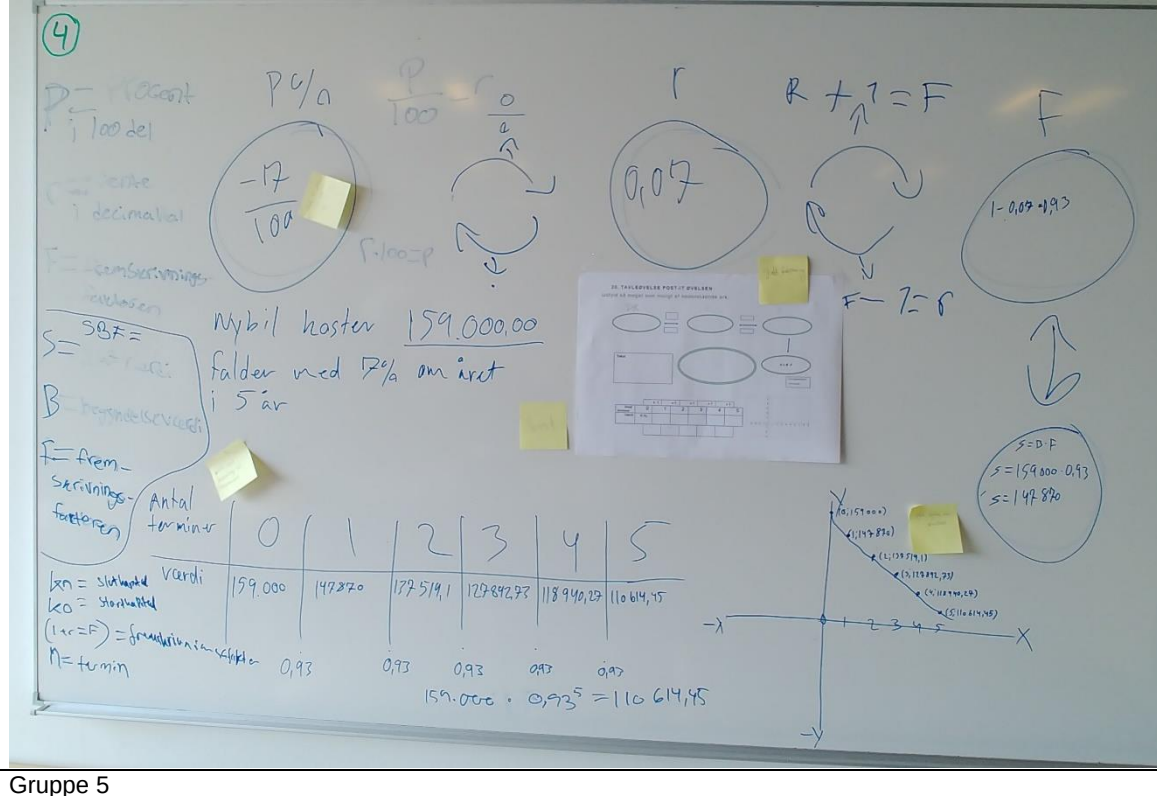
Gruppe 2



Gruppe 3



Gruppe 4



Gruppe 5

	En bil koster 200.000 kr. Hvert år falder værdien af bilen med 20%. Hvad koster bilen efter 5 år? $K_n = 200.000 \cdot (1 - 0,20)^5$ $K_n = 200.000 \cdot 0,32768$ (Brug wordmat) <table> <tr> <th>Antal terminer</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> </tr> <tr> <td>Værdi</td> <td>200.000</td> <td>160.000</td> <td>128.000</td> <td>102.400</td> <td>81.920</td> <td>65.536</td> </tr> </table> Arbejdsformler: $S = B \cdot F$ $B = \frac{S}{F}$ $F = \frac{S}{B}$ $K_n = K_0 \cdot (1+r)^n$ Begræbsliste: - S = Slutværdi - B = Begyndelsesværdi - F = Fremstillingsfaktor - K_n = Slutkapital - K₀ = Startkapital - n = Antal terminer - P = Procent	Antal terminer	0	1	2	3	4	5	Værdi	200.000	160.000	128.000	102.400	81.920	65.536
Antal terminer	0	1	2	3	4	5									
Værdi	200.000	160.000	128.000	102.400	81.920	65.536									
	I den sidste runde, hvor de står ved deres egen tavle, er det tydeligt at der er skabt en endnu større bevidsthed om sammenhænge og de forskellige gruppers faglighed er høj. Bjørn, som ellers ikke har sagt meget får sagt: "Nu har jeg set at $S = FB$ er det samme som renteformlen"														
13:15	Camilla samler op på øvelsen og gennemgår i hovedtræk tavlerne. Roser meget. "Se hvor meget i kan i hovedet. Det her viser, hvad I har lært på tre-en halv uge!"														

5. REFERATER

5.1. Referat af møde med Camilla og Hans 24.07.2021

Referat fra første møde med underviserne.

24. juni 2021 kl. 11:30-12:30

Camilla Bøge Slej Øhlenschläger CAS@hfvucnord.dk

Hans Kristian Helgesen Marckmann HHM@hfvucnord.dk

Materialet var udsendt i forvejen, så de havde mulighed for at orientere sig i materialet.

Præsentation af ideerne til bogen.

Hvad vil det sige at der er et praksisfællesskab, hvad vil det sige at være fokuseret på sammenhængen mellem proces-objekt forståelsen af matematik, hvad vil det sige at bruge sproget, som en understøttende faktor i forhold til læring.

Det aftales at der laves en Pixi udgave af disse betragtninger om læring.

Vi gennemgik materialet, og jeg forklarede, hvilke ideer der ligger til grund for de forskellige typer af øvelser. Vi brugte en del tid på at tale "post-it" øvelsen igennem.

Vi talte om, hvilke kompetencer, der kunne komme i spil med det her undervisningsmateriale. Umiddelbart kan det virke, som om vi ikke kommer ret langt, men det skulle gerne opvejes af at der er mange kompetencer der kommer i spil i materialet, ud over at der bliver arbejdet med rentebegrebet, herunder:

De fire repræsentationskompetencer (Det er Pers påstand at når man har det på plads, så kommer de tre vækstformer, eksponentiel, lineær og potens ret nemt, i forhold til, hvis man ikke brugte den her metode)

Man kan introducere CAS, som regnemaskine.

Camilla og Hans Kristian, havde nogle pointer omkring den måde, som nogle eksempler blev skrevet op på. Eksempel 1 og Eksempel 6, her kan man understrege processen ved at lave samme model, som bliver præsenteret i tavleøvelse 21 i kapitel 1.

Camilla havde et design spørgsmål, til den store tegning på sidste side. Designet kunne godt være mere i balance. (eftertanker - man kan godt bytte tekst og Tabel placering i modellen, og så give tabellen mere plads, den kan godt bruge større skrifttype.)

Vi talte om, hvorvidt der skulle anvendes punktum eller komma, som decimaltegn. Vi blev enige om at komma er det rigtige. Camilla og Hans Kristian gjorde opmærksom på at punktum, som tusindtals separator ikke er en god idé, det forvirrer dem der læser. Til gengæld kan man lave et lille ophold mellem tallene, hvis de er store. Det blev rettet til.

Hans Kristian skal til Grønland og undervise i brugen af LINU-test, og i den forbindelse spurgte han om han måtte bruge materialet. Det må han selvfølgelig.

Vi aftalte desuden at materialet skulle indeholde den del, som omhandler kursisternes egen arbejde. Jeg har tidligere kaldt det for arbejdsark, men Camilla og Hans Kristian mente at vi sagtens kunne udlevere det hele til kursisterne. Det var lige før at Hans Kristian var klar til at undervise lige om lidt. 😊

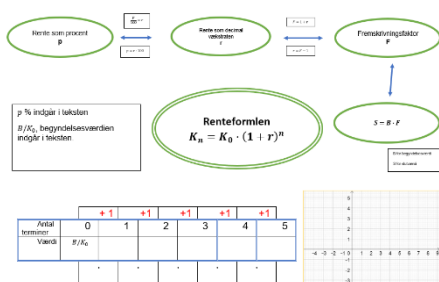
Vi har aftalt at der også skal laves en slags epilog på hæftet, hvor der knyttes kommentarer til rentebegrebet og ÅOP.

Vi aftalte at mødes inden vi går i gang med skolearbejdet i august.

5.2. Referat af møde med Camilla 19.8.2021

Formøde med Camilla, inden undervisning d. 19.08.2021.

Vi gennemgår materialet og Camilla synes at den nye figur, som er den afsluttende figur, er meget bedre og giver mere ro. Som det fremgår af nedenstående, så er der nu et rektangel, som kan omkranse figuren.

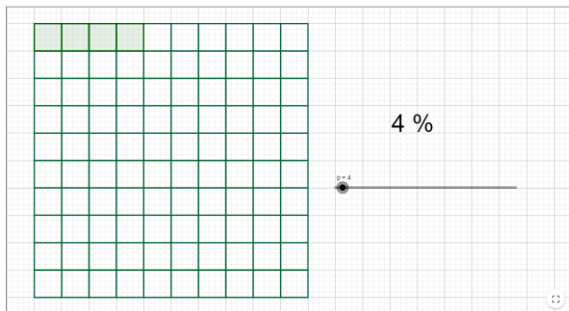


Vi taler om brugen af Word til at lave de figurer, som er i øvelse 2, ikke er symmetriske og jeg undskylder at jeg ikke er mere ferm til Word. Jeg har arbejdet med layout, men har ikke formået at få den symmetri frem, som der ligger i figuren, helt pæn. Word vil gerne låse til et net, og det er ikke nemt at få lov til at sætte cirkler og linjen udenfor skæringspunkterne i nettet.



Klassen har en enkelt autist, som Camilla er sikker på, vil bemærke det. (Camilla får ret.)

Camilla gennemgår sit program for lektionen og vi taler om, hvor der kan være udfordringer og hvad hun har tænkt på i de forskellige øvelser. Jeg synes at Camilla har en stærk forståelse af indholdet og hvordan hun vil gribe materialet an. I forhold til materialet, har Camilla fundet en lille GeoGebra fil, til at understøtte begrebet procent.



Ud fra Camillas program, så virker det ambitiøst, og Camilla er i tvivl om hun kan nå det hele på den tid der er til rådighed.

6. LEKTIONSPLANER FOR CAMILLA.

Programmer til forløbet rente og vækst

(19/8) Intro til nyt forløb

6. august 2021 14:55

Program

- Velkomst og fravær (5 min)
- Per fortæller kort om forløbet og tankerne bag (10 min)
- Oplæg om procent med eksempel 1 (10 min) [Litteratur \(19/8\)](#) se også [Videoer \(19/8\)](#)
- Øvelse 2 (Pararbejde 20 min) [Øvelser \(19/8\)](#)

- Opsamling: Hvad blev sagt som var godt? (5-10 min)
- Øvelse 4 (Pararbejde 20 min) [Øvelser \(19/8\)](#)
- Oplæg om "at lægge procent til" med eksempel (10 min) [Litteratur \(19/8\)](#)
- Øvelse 7 (Pararbejde 15 min) [Øvelser \(19/8\)](#)

- Opsamling: Hvis jeg vil lave en regel....(10 min)
- Øvelse 9 (Pararbejde 15 min) (nye par) [Øvelser \(19/8\)](#)
- Oplæg intro til ~~Fremskrivningsfaktoren~~ (10 min) [Litteratur \(19/8\)](#)
- Opsamling og afslutning: Næste gang: husk matematik screening (5 min)

(24/8) LINU-screening og videre med forløbet

16. august 2021 12:12

Program

- Velkomst og fravær
- Screening (ca. 1 time)

- Frokostpause (muligvis forskudt)

- Tavleopgave: [Tavleopgave \(24/8\)](#)
- Oplæg om fremskrivningsfaktor [Litteratur \(24/8\)](#)
- Øvelse 11 [Øvelser \(24/8\)](#)
- Opsamling og afslutning

(26/8) Formlen $S=B \cdot F$

25. august 2021

12:29

Program

- Velkomst og fravær
- Tavleopgave 1
- Opsamling (Kommentarer til de blå pile)
- Oplæg om at trække procent fra
- Øvelse 16 og 17 (Pararbejde)
- Opsamling
- Oplæg $S = B \cdot F$
- Øvelse 20 (Pararbejde)
- Tavleopgave 2
- Opsamling (nåede hertil)
- Næste gang (Renteformlen)

(31/8) Renteformlen

25. august 2021

15:21

Program

- Velkomst og fravær
- Tavleøvelse fra sidste gang igen [Tavleopgave 2 \(26/8\)](#)
- Oplæg: Eksempel på flere terminer
- Øvelse (Parøvelse) (2. Tavleøvelse) [Øvelser \(31/8\)](#)
- Opsamling
- Oplæg: Eksempel videre og renteformlen
- Øvelse 6 (parøvelse) [Øvelser \(31/8\)](#)
- Opsamling
- Tavleøvelse 2 [Tavleøvelse 2 \(31/8\)](#)
- Postit-runde
- Opsamling

(2/9) Isolering i Renteformlen

25. august 2021

15:22

Program

- Velkomst og fravær
- Tavleøvelse fra sidste gang igen [Tavleøvelse 2 \(31/8\)](#)
- Opsamling
- Oplæg: Eksempel bestem K_n [Oplæg: Eksempel bestem \$K_n\$](#)
- Øvelse 1 (Pararbejde) [Øvelser \(2/9\)](#)
- Oplæg: Eksempel bestem r [Oplæg: Eksempel bestem \$r\$](#)
- Øvelse 12 (Pararbejde) [Øvelser \(2/9\)](#)
- Oplæg: en anden måde at se det samme på
- [Oplæg: Eksempel bestemmelse af \$K_0\$](#) [Oplæg: Eksempel bestemmelse af \$K_0\$](#)
- [Øvelse 14 \(pararbejde\) Øvelser \(2/9\)](#)
- [Opsamling](#) nåede vi ikke, flyttes til næste gang
- Afslutning

(7/9) Grafisk repræsentation

25. august 2021

15:23

Program

- Velkomst og fravær 10:40-10:45
- Oplæg: Eksempel bestemmelse af K_0 [Oplæg: Eksempel bestemmelse af \$K_0\$](#) 10:45-11:00
- Øvelse 14 (pararbejde) [Øvelser \(7/9\)](#) 11:00-11:25

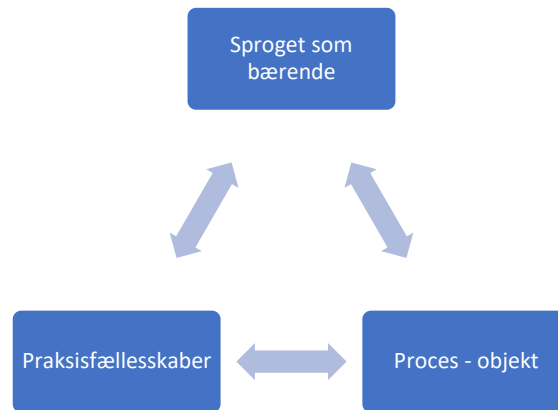
Frokostpause fra 11:25-11:55

- Opsamling 11:55-12:05
- Oplæg: Kort om bestemmelse af n og præsentation af formler 12:05-12:15
- Oplæg: Grafisk repræsentation 12:15-12:30
- Øvelse 19 (pararbejde) 12:30-12:45
- Tavleøvelse 20 (Gruppearbejde) 12:45-13:15
- Afslutning og opsamling 13:15-13:25

7. PIXIUDGAVE AF LÆRINGSPRINCIPPERNE

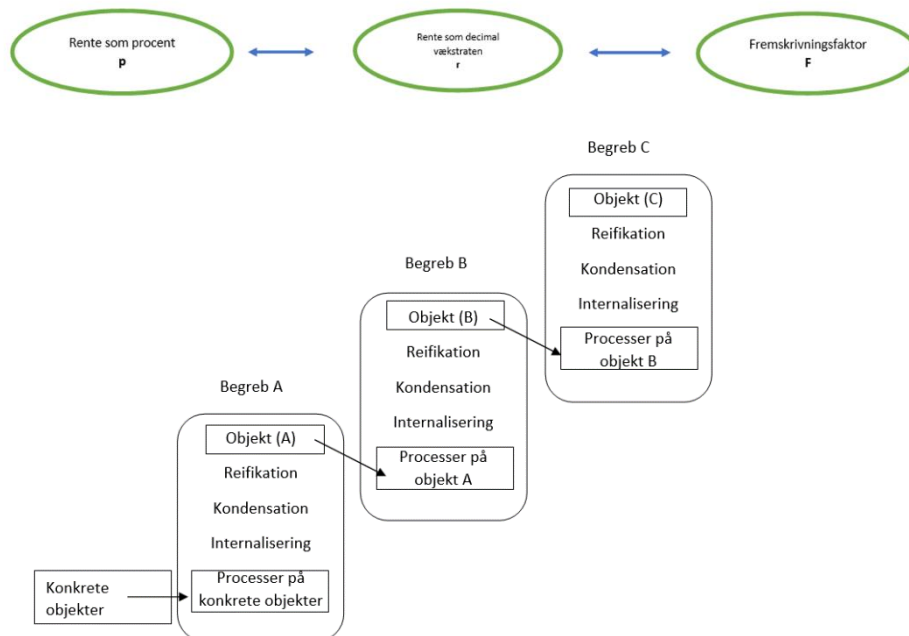
Dette er udleveret til Camilla og Hans i forbindelse med at de skal forberede deres undervisning.

Der er i udgangspunkt 3 områder, som har fokus.



Matematikken -Proces objekt

Matematiske begreber kan opfattes som proces, og det kan opfattes som objekt. Som eksempel på dette bruges Fremskrivningsfaktoren. Hvis man har 14 %, som man skal lægge til, så kan man via omregning finde frem til fremskrivningsfaktoren, 1,14. På den måde er der en proces, som leder frem til fremskrivningsfaktoren.

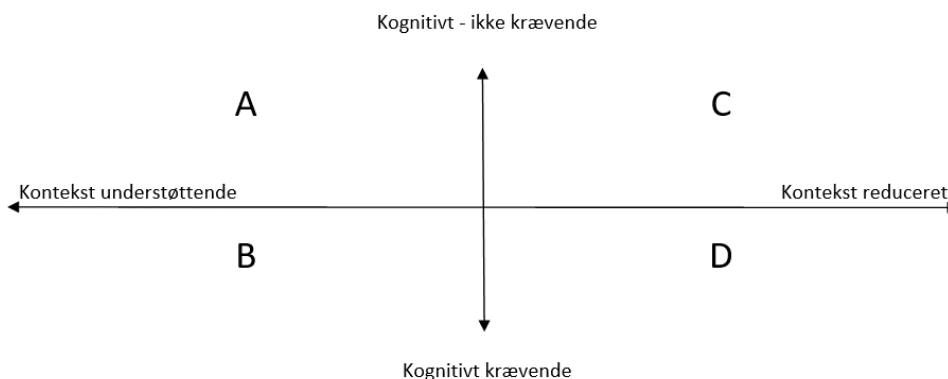


Men fremskrivningsfaktoren indgår også i andre sammenhænge, eksempelvis i renteformlen. Den grundlæggende idé er at for at styrke forståelse af fremskrivningsfaktoren, så skal man arbejde med såvel forståelsen som proces og forståelsen som objekt.

Sproget Fra det hjemlige til det akademiske

Jim Cummins beskæftiger sig med et sprogligt kontinuum, som i den ene ende af skalaen befinder sig dagligdags tale, og i den anden ende findes det abstrakte som anvendes i de akademiske kredse. Man kan ikke fra dag et, tale som en matematiker. Man har brug for at støtte sig op af noget for at kunne bevæge sig mod det akademiske. Støtten kommer fra 2 faktorer, det ene er sværhedsgraden af det kognitive i det man arbejder med, det andet er den støtte der kommer fra den kontekst, som matematikken befinder sig i.

Man starter i A, hvor der er stor støtte til sproget og det er ikke kognitivt udfordrende. Aktiviteter, som "Beskriv med dine egne ord" er styrende. Langsomt fjerner man den kontekst understøttende og øger kravene til det kognitive, således at

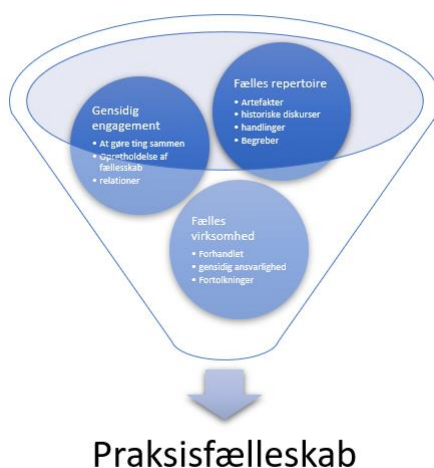


man hele tiden binder det nye sprog sammen med noget man forstår i forvejen. Så man bevæger sig A -> B (-> C) -> D.

Fællesskabet fra individ til gruppe

Wenger taler om et praksisfællesskab. Her skaber man et rum, hvor den arbejdsform man har er bæret af Fælles repertoire, som eksempelvis er sproget, men også den måde man bruger sproget på, i denne sammenhæng, Fælles engagement, man er optaget af at få helheden til at fungere og man kender sine egne styrker og svagheder, man ved, hvor man skal finde viden hos andre. Fælles handlinger - man løser den samme type af opgaver.

Når læring er sværest, så er den aktive deltagelse en nødvendighed for at lære. Ifølge Wenger så er den aktive

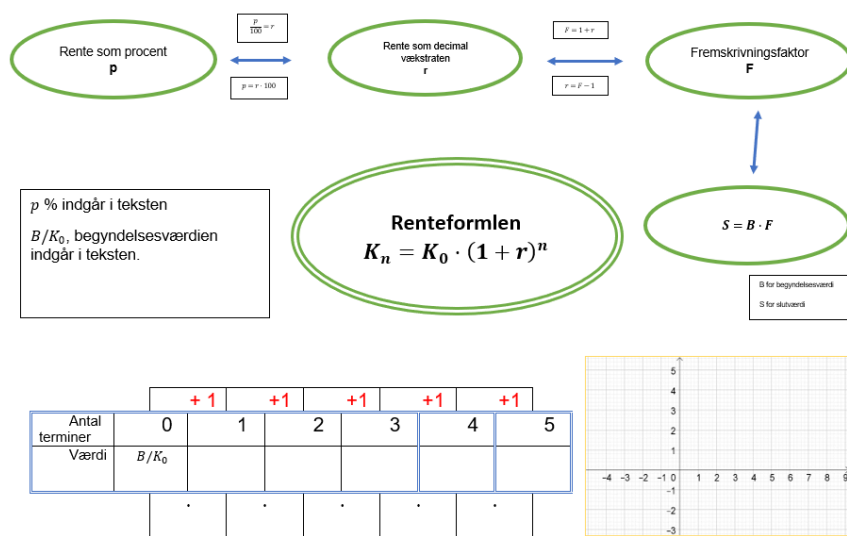


deltagelse i en social ramme den bedste forudsætning for læring. Det samspil, som man igangsætter gennem at arbejde med andre, skaber grobund for bedre at være i stand til at finde sine egne styrker og svagheder og finde ud af, hvordan man skal tilegne sig det man ikke ved og hvem man kan henvende sig til, ud over læreren når noget er svært. På den måde bliver praksisfællesskaber en bærende kraft i læringen, idet der foregår læring ud over det som læreren har planlagt.

VÆKST

MED LÆRINGEN I FOKUS

Per Kirkegaard



INDHOLDSFORTEGNELSE

Rente	4
1. Eksempel tage procent af	4
2. Øvelse	4
3. Opsamling	5
4. Øvelse	5
5. Opsamling	5
6. Eksempel lægge procent til	6
7. Øvelse	6
8. Opsamling	6
9. Øvelse	6
10. Eksempel Fremskrivningsfaktoren	7
11. Øvelse	7
12. Opsamling	8
13. Tavleøvelse procent til fremskrivningsfaktor	8
14. Opsamling	8
15. Eksempel trække procent fra	8
16. Øvelse	9
17. Øvelse	9
18. Opsamling	10
19. Eksempel $S = B \cdot F$	10
20. Øvelse	10
21. Tavleøvelse rente som procent til $S=BF$	11
22. Opsamling	11
 1. RENTEFORMLEN	 12
1. Eksempel Flere terminer	12
2. Tavleøvelse	12
3. Opsamling	13
4. Eksempel $S = B \cdot Fn$	13
5. Renteformlen	13
6. Øvelse	14
7. Opsamling	14
8. Tavleøvelse (formel tekst og tabel)	14
9. Opsamling	14
10. Eksempel brug af renteformlen - isoler Kn	14
11. Eksempel isoler r	14
12. Øvelse	16
13. Eksempel isoler $K0$	16
14. Øvelse	16
15. Opsamling	16
16. Eksempel isolering af n	16
17. Omskrivning af renteformlen	17

18.	Eksempel grafisk repræsentation	17
19.	Øvelse	19
20.	Tavleøvelse Post-it øvelsen.....	20
Lån i banken		20

RENTE

Når man besøger en banks hjemmeside, vil man måske støde på nedenstående oplysninger.

Nordea
Privatlån
Rente for Privatlån

Specifikation	Variabel rente
Udlånsrente	9,95 %

Priser for Privatlån

Specifikation	Pris
Bevillingsprovision	2,00 %
Dokumentgebyr uden sikkerhed	800,00 kr.

Privatlån ÅOP beregning for 9,95%:

Ved et lån med variabel debitorrente og annuitetsafvikling, hvor samlet kreditbeløb der udbetales er kr. 40.000 vil hovedstolen være kr. 41.633. Stiftelsesomkostningerne udgør kr. 1.633. Med den nuværende variable debitorrente på 10,33 %, og en løbetid på 5 år er ÅOP 12,2 % forudsat at der betales en ydelse på kr. 882 i rente og afdrag pr. måned. Det samlede beløb, som skal betales vil være kr. 52.909, hvoraf de samlede omkostninger udgør kr. 12.909. Bemærk, at du har 14 dages fortrydelsesret på kreditaftalen.

Dette kapitel handler om, hvad er rente og hvordan regner man med renter.

Ordet procent, som vises med tegnet % kommer fra latin, per centum og betyder per hundrede.

Så det procent gør at inddele i hundrededele.

1 % af 100 er 1

4 % af 100 er 4

Det er altså ikke svært at dele 100 med hundrede. Hvad så hvis man har andre værdier, men hvad med andre beløb.

1. EKSEMPEL TAGE PROCENT AF

Jeg vil gerne finde 4 % af 231.

Først dividerer jeg 4 med hundrede, dernæst ganger jeg dette tal med 231.



2. ØVELSE.

I par, forklar, hvordan man finder 4 % af 321 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man tager 7 % af 645, ved at bruge diagrammet.



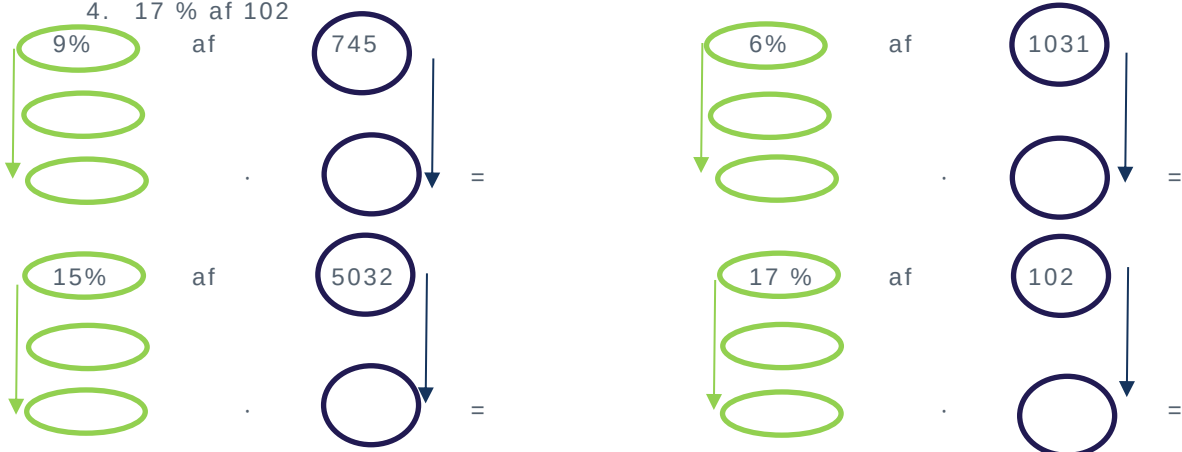
3. OPSAMLING

Præsenter resultatet af øvelsen, hvor processen bliver gentaget.

4. ØVELSE

I par, skiftevis, forklar, hvordan man udregner følgende. Lav udregningerne:

1. 9% af 745
2. 6% af 1031
3. 15% af 5032
4. 17 % af 102

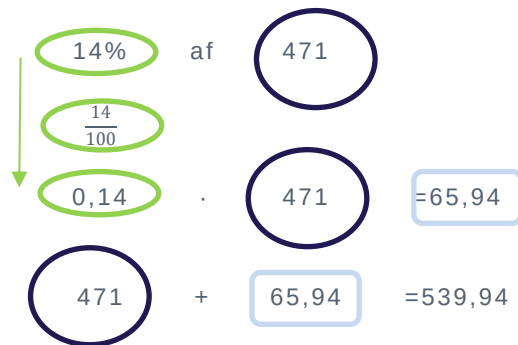


5. OPSAMLING

Kan alle "tage procent" af et andet tal

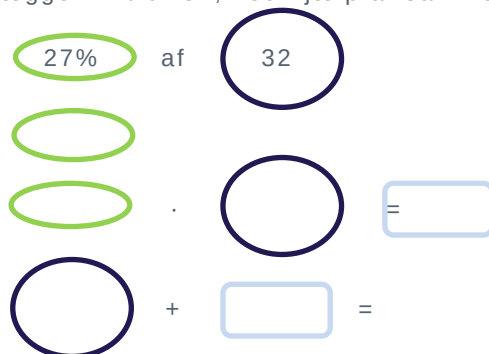
6. EKSEMPEL LÆGGE PROCENT TIL

Når man kan tage procent, så kan man også lægge procent til. Læg 14 % til 471. Først udregner jeg 14 % af 471. Dette tal lægger jeg til 471.



7. ØVELSE

I par. Forklar, hvordan man lægger 14 % til 471 ved hjælp af diagrammet ovenfor. Forklar dernæst, hvordan man kan lægge 27% til 32, ved hjælp af samme metode.



8. OPSAMLING

Hvis jeg vil lave en generel regel for, hvordan jeg lægger procent til et vilkårligt tal.

9. ØVELSE

Find sammen i (evt. nye) par. Forklar hver især, hvordan man lægger $p\%$ til et tal K . En har lommeregneren en anden fortæller, hvad der skal testes. Efter hver opgave, skifter man, så man prøver både at taste og fortælle.

Udregn

1. læg 7,1 % til 5,35
2. læg 11 % til 1
3. læg 12 % til 23.
4. læg 21,3 % til 42

Opgaven fortsætter på næste side.

7,1% af 5,35 · = + =	11% af 1 · = + =
12 % af 23 · = + =	21,3% af 42 · = + =

10. EKSEMPEL FREMSKRIVNINGSAKTØREN

Der findes en hurtigere vej til at lægge 14% til 471, nemlig ved at finde fremskrivningsfaktoren.

14 % → 0,14.

$$471 + 471 \cdot 0,14 = 471 \cdot 1 + 471 \cdot 0,14 = 471 \cdot (1 + 0.14) = 471 \cdot 1,14 = 536,94$$

I vores første kolonne i udregnede vi 14 % om til 0.14. Vi siger at vi omregner fra procent til decimaltal. Hvis vi lægger 1 til vores decimaltal får vi 1.14, som kaldes for fremskrivningsfaktoren.

Rente som %	Rente som decimal -Vækstrate	Fremskrivningsfaktor	Lægge % til
14 %	$\frac{14}{100} = 0,14$	$1 + 0.14 = 1,14$	$471 \cdot 1,14 \approx 536,94$

11. ØVELSE

I par, Udregn ved hjælp af fremskrivningsfaktoren. En har lommeregneren den anden fortæller, hvad der skal tastes.

1. læg 17% til 391
2. Læg 2.5 % til 92,35
3. læg 4% til 200
4. læg 7 % til 239,4

12. OPSAMLING

Hvordan udregner man fremskrivningsfaktoren, når man har renten i procent?

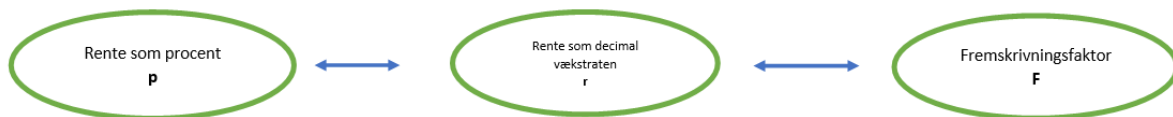
Hvordan udregner man renten i procent, når man har fremskrivningsfaktoren?

13. TAVLEØVELSE PROCENT TIL FREMSKRIVNINGSAKTOR

Ved mobil tavler.

Forklar med egne ord

1. Hvad er procent
2. Hvordan tager man p% af et tal K
3. Hvordan lægger man p% til et tal K
4. Udfyld nedenstående, ved at lave forklaringer til dobbelpilene



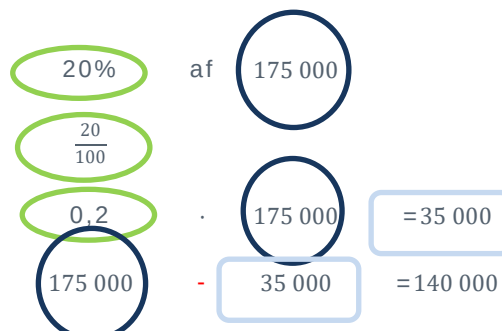
14. OPSAMLING

Få nogle til at komme med kommentarer til de blå pile, og få gode formuleringer frem og rettet evt. fejl.

15. EKSEMPEL TRÆKKE PROCENT FRA

På DR's hjemmeside kunne man d. 9. september 2015 læse at en ny bil **taber** ca. 20% i værdi, det første år, efter den bliver købt. En ny bil koster eksempelvis 175.000, -. Efter et år koster bilen:

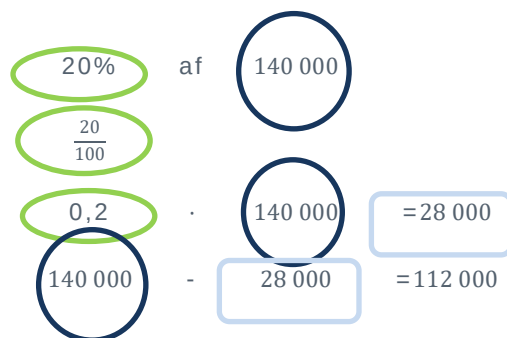
Alder på bil:



Bemærk at dette beløb skal **trækkes** fra.

$$175\,000 - 175\,000 \cdot 0.2 = 175\,000 \cdot 0.8 = 140\,000$$

Værdien efter to år.



Alternativ udregning

$$175\,000 - 175\,000 \cdot 0,2 = 175\,000 \cdot 0,8 = 140\,000$$

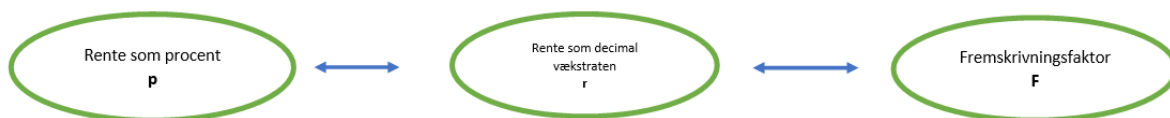
$$140\,000 - 0,2 \cdot 140\,000 = 0,8 \cdot 140\,000 \cdot 0,8 = 112\,000$$

Alder	0	1	2
værdi	175 000	140 000	112 000

16. ØVELSE

I par. Hvis en bil koster 231 000,- og den falder med 19% hvert år i de følgende 3 år.

- Bestem fremskrivningsfaktoren
- Udfyld tabellen nedenfor



Alder	0	1	2	3
værdi	231 000			

17. ØVELSE

I par, Udfyld nedenstående tabel

Rente i procent, p%	Fremskrivningsfaktor
20 %	
-15%	
13%	
-50 %	
	1,2
	0,95
	0,75
	2

Rente i procent, p%	Fremskrivningsfaktor, hvis jeg skal lægge procent til	Fremskrivningsfaktor, hvis jeg skal trække procent fra
2 %		
5%		
10%		
50 %		

1. Diskuter, hvordan man kan se på fremskrivningsfaktoren, hvis der er tale om at noget falder procentuelt.
2. Diskuter, hvordan man kan se på fremskrivningsfaktoren, hvis der er tale om at noget vokser procentuelt.

18. OPSAMLING

Hvis $0 < F < 1$ så er der tale om procentvis fald

Hvis $F > 1$ så er der tale om procentvis vækst.

19. EKSEMPEL $S = B \cdot F$

I Danmark har vi moms på 25%, som lægges på varer, som sælges til den almindelige forbruger. Så hvis en vare før moms koster 250 kroner, vil den efter moms koste $250 \cdot 1,25 = 312,5$ Omvendt hvis en vare koster 250 kroner med moms, Hvis B står for begyndelsesværdi og S står for slutværdi, så kan vi lave en formel for sammenhængen mellem B og S

$$S = B \cdot F$$

$$S = 250 \cdot 1,25 = 312,5$$

Vi kan bruge formlen til at bestemme, en af de tre værdier, hvis vi kender de to andre.

Hvis jeg vil bestemme B

$$B = \frac{S}{F} \Rightarrow B = \frac{312,5}{1,25}$$

$$F = \frac{S}{B} \Rightarrow F = \frac{312,5}{250}$$

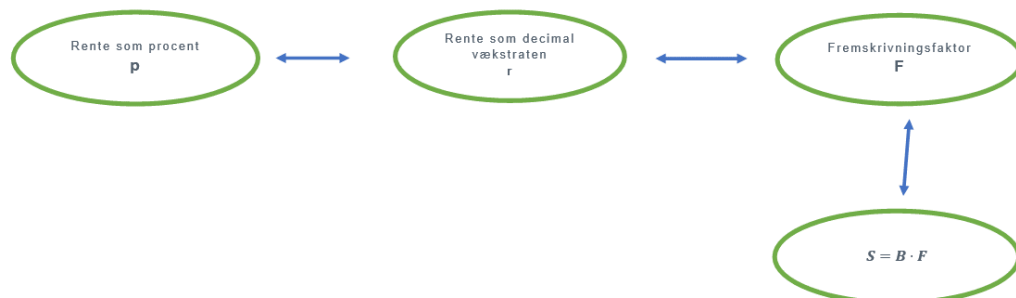
20. ØVELSE

I par Udfyld nedenstående tabel, med de manglende værdier.

Begyndelsesværdi	Fremskrivningsfaktor	Slutværdi
251	1,16	
567		457
	0,95	210
431	0,42	
371		672
845		201
	1,25	375

21. TAVLEØVELSE RENTE SOM PROCENT TIL $S=BF$

I par, udfyld nedenstående figur, med flest mulige kommentarer



22. OPSAMLING

Få sat kommentarer på, hvordan man bevæger sig fra de forskellige begreber og formler, og få vist mulighederne i formelen $S = B \cdot F$, ved at isolere forskellige variable.

1. RENTEFORMLEN

1. EKSEMPEL FLERE TERMINER

I forrige kapitel, blev formelen $B \cdot F = S$ præsenteret, i eksempel 15 blev der desuden præsenteret, hvordan man kunne forestille sig at tingene udviklede sig, hvis man kiggede på flere efterfølgende perioder. Det skal vi arbejde yderligere med her. En ny bil koster 215000 og dens værdi falder med 19 % hvert år der går. I en tabel beskrives udviklingen af bilens værdi, år for år.

Hvis faldet er 19% bliver vækstraten -0,19 og fremskrivningsfaktoren bliver 0,81



Efter 1. år $S_1 = 215\,000 \cdot 0,81 = 174\,150$

Efter 2. år $S_2 = 174\,150 \cdot 0,81 = 141\,062$

Efter 3. år $S_3 = 141\,062 \cdot 0,81 = 114\,260$

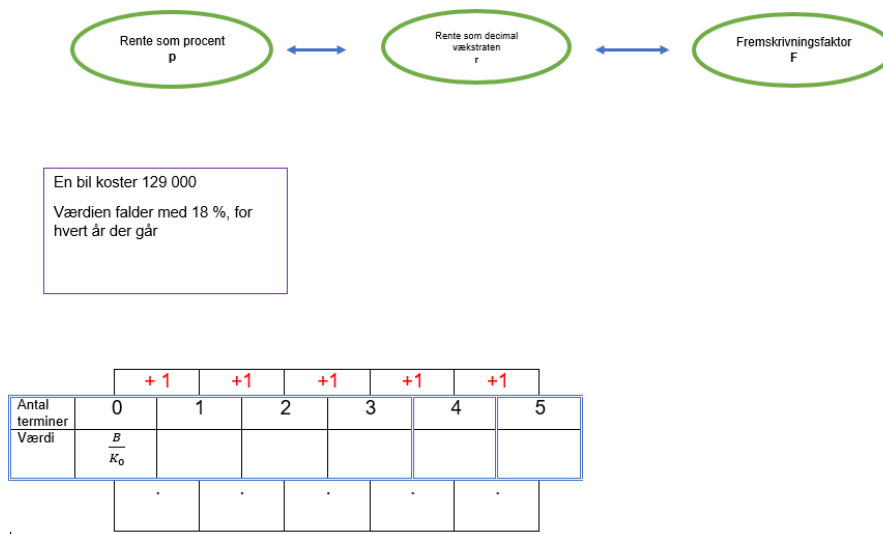
	+ 1		+1		+1	
Alder i år	0	1	2	3		
Værdi i kr.	215 000	174 150	141 062	114 260		
		- 19%	- 19%	- 19%		
		· 0,81	· 0,81	· 0,81		

I det netop gennemgået eksempel er der en række sammenhænge, som er vigtige.

- Hvis en værdi falder, - 19% så bliver vækstraten til et negativt tal, og fremskrivningsfaktoren bliver et tal mellem 0 og 1. $r = -0,19 \Leftrightarrow F = 1 + (-0,19) = 0,81$. $0 < F < 1$
- Fra tabellen kan vi se at hver gang alderen vokser med et år, så ganges værdien med fremskrivningsfaktoren 0,81

2. TAVLEØVELSE

En bil koster 129 000 fra ny af og falder med 18% i værdi for hvert år der går. Udfyld nedenstående figur og marker forbindelserne i figuren.



3. OPSAMLING

Få kursisterne til at sætte ord på forbindelserne og skriv de gode formuleringer på skemaet.

4. EKSEMPEL $S = B \cdot F^n$

Hvis man vil udregne bilens værdi efter 3 eller flere år, så bliver det mange udregninger, så derfor laver man sig en formel. Hver gang der lægges et år til, så ganges der med **0,81**, så der bliver altså ganget med **0,81** 3 gange, hvis vi skal beregne værdien efter 3 år, udregningen ville være

$$\text{Værdi efter 3 år} \quad S_3 = 215\,000 \cdot 0,81 \cdot 0,81 \cdot 0,81 = 114\,260$$

Eller skrevet på en anden måde

$$S_3 = 215\,000 \cdot 0,81^3 = 114\,260$$

Det fører os frem til en formel

$$S_n = B \cdot F^n$$

B er begyndelsesværdien F er fremskrivningsfaktoren, S_n er slutværdien. n kaldes for antallet af terminer, i vores eksempel er terminer antallet af år.

Formlen ovenfor benyttes generelt, men hvis man taler om penge, er det almindeligt at tale om renteformlen.

5. RENTEFORMLEN

Hvis K_0 er startkapital, r er vækstraten, n er antallet af terminer og K_n er kapitalen efter n terminer så gælder formelen

$$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$$

6. ØVELSE

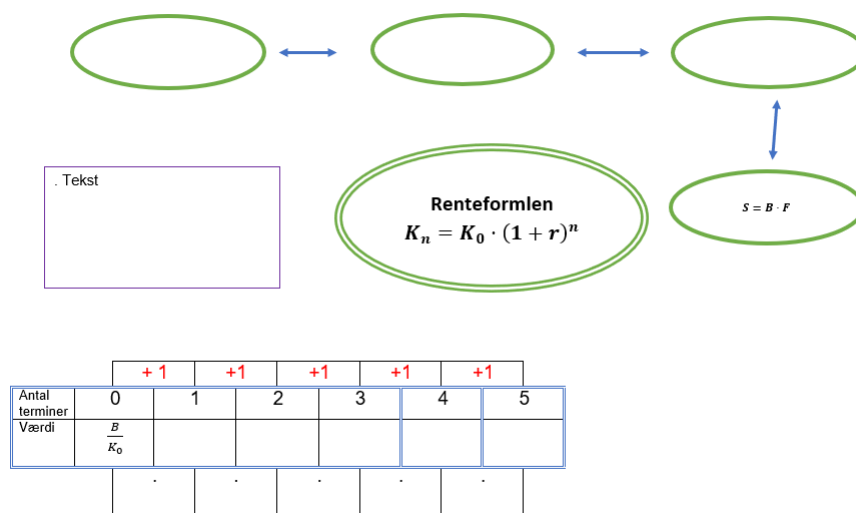
I par, Sammenlign formelen fra eksempel 4 og Renteformlen 5. med tallene fra eksempel 4

7. OPSAMLING

$$B = K_0, F = 1 + r, n = n \text{ og } S = K_n$$

8. TAVLEØVELSE (FORMEL TEKST OG TABEL)

Udfyld tegningen med flest mulige detaljer



9. OPSAMLING

Få samlet op på, hvor langt de er med forståelsen af sammenhængen mellem de forskellige begreber og rettet eventuelle misforståelser.

10. EKSEMPEL BRUG AF RENTEFORMLEN - ISOLER K_n

Et pensionsselskab lover man en fast rente på 10% over det næste 5 år. Så hvis jeg sætter 100 000 kroner ind, så vil dette beløb blive.

K_0	100 000	$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$
r	0,1	
n	5	$K_n = 100\,000 \cdot (1 + 0.10)^5 = 161\,051$
K_n		

Altså vil der stå 161 051 kroner på min konto efter 5 år.

11. EKSEMPEL ISOLER r

Rentesregning og vækst

Hvis jeg nu var i den situation, at jeg vidste at jeg for 5 år siden indsatte 100000 hos mit pensionsselskab og at jeg i dag har 140225 på kontoen, og jeg gerne vil kende den rente som selskabet har givet mig i gennemsnit.

K_0	100 000	$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$
r		
n	5	$140\,255 = 100\,000 \cdot (1 + r)^5$
K_n	140 225	

	+5					
	+ 1	+1	+1	+1	+1	
Antal terminer	0	1	2	3	4	5
Værdi	100000					140225
	$\cdot F$	$\cdot F$	$\cdot F$	$\cdot F$	$\cdot F$	
	$100000 \cdot F^5 = 1.40255$					

Jeg har brug for at bestemme renten. Men den er gemt i min formel inde bag ved fremskrivningsfaktoren, som jeg må bestemme først.

$$140\,255 = 100\,000 \cdot F^5$$

$$\frac{140\,255}{100\,000} = F^5$$

$$1,40555 = F^5$$

$$\sqrt[5]{1,40255} = \sqrt[5]{F^5}$$

$$1,07 = F$$

+5						
	+ 1	+1	+1	+1	+1	
Antal terminer	0	1	2	3	4	5
Værdi	100000					140225
	· 1.07	· 1.07	· 1.07	· 1.07	· 1.07	
	· 1.07 ⁵ = 1.40255					

12. ØVELSE

I par, udfyld nedenstående tabel, ved hjælp af renteformlen

Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %
1 200	1514,97	4	
25 000	27071,4	8	
230	118,855	7	

13. EKSEMPEL ISOLER K_0

Efter 8 terminer har jeg 354,51 kroner på min konto, og jeg får 5,5% i rente. Hvilket beløb startede jeg med.

K_0		$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$
r	0,055	
n	8	$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$
K_n	354,51	

$$354,51 = K_0 \cdot (1 + 0,055)^8$$

$$354,51 = K_0 \cdot 1,53469$$

$$\frac{354,51}{1,53469} = K_0$$

$$231 = K_0$$

Altså startede jeg med at der stod 231 kroner på min konto.

14. ØVELSE

I par udfyld tabellen.

Startkapital	Slutkapital	Terminer	Rente i %
	126	7	7,2
	3 598	4	9
	125	3	-21

15. OPSAMLING

Gennemgå facit, og vær opmærksom på at alle har haft opmærksomhed på den sidste opgave.

16. EKSEMPEL ISOLERING AF n

Den sidste variabel, som vi skal isolere er n , antallet af terminer. Det kræver en del teknik og derfor får i præsenteret en formel, som man skal sætte ind i. Senere vil formelen blive udledt.

Hvis jeg startede med at have 2310 på min konto, en gang for længe siden, og jeg nu har 2100 kroner og jeg ved at min bank tager 0,5 % i rente, for at have pengene stående på min konto, så

K_0	2 310	$K_n = K_0 \cdot (1 + r)^n$
r	-0,005	
n		$2\,100 = 2\,310 \cdot (1 - 0,005)^n$
K_n	2 100	

$$n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log(1 + r)} = \frac{\log\left(\frac{2\,100}{2\,310}\right)}{\log(1 - 0,005)} \approx 19,01434$$

Det er altså ca. 19 terminer siden at jeg satte pengene ind på kontoen.

17. OMSKRIVNING AF RENTEFORMLEN

Som i Eksempel 19 så kan vi omskrive renteformlen ovenfor, så det bliver muligt at bestemme de andre variable i formlen.

Man kan isolere K_0

$$K_0 = \frac{K_n}{(1 + r)^n}$$

Man kan isolere r

$$r = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}} - 1$$

Man kan isolere n

$$n = \frac{\log\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\log(1 + r)}$$

18. EKSEMPEL GRAFISK REPRÆSENTATION

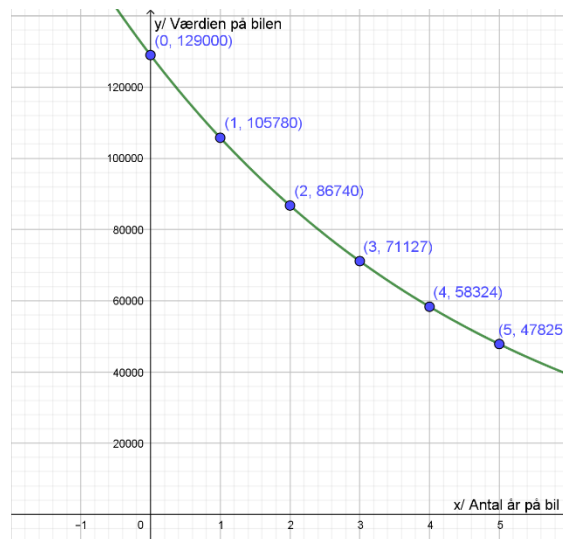
Indtil nu har den måde sammenhængen mellem tal, har været vist er gennem, en tekst, en formel og en tabel. Det er også muligt at repræsentere sammenhængen grafisk

Med eksemplet fra tavleøvelsen 2 var der en bil til 129000, som faldt 18 % i værdi hvert år. Det vil give en tabel, som viser sammenhængen mellem alder og værdi, som ser ud som nedenfor.

Alder på bil	0	1	2	3	4	5
Værdi i kr.	129 000	105 780	86 740	71 127	58 324	47 825

Når man skal afsætte i et koordinatsystem, så vil den øverste linje altid være tilknyttet x-aksen og den nederste linje vil være tilknyttet y-aksen.

Det betyder at de punkter, som vi skal afsætte bliver (0,129 000), (1,105 780), (2,86 740), (3,71 127), (4,58 324) og (5,47 825). Nedenfor ses alle talparrene indsat i koordinatsystemet.

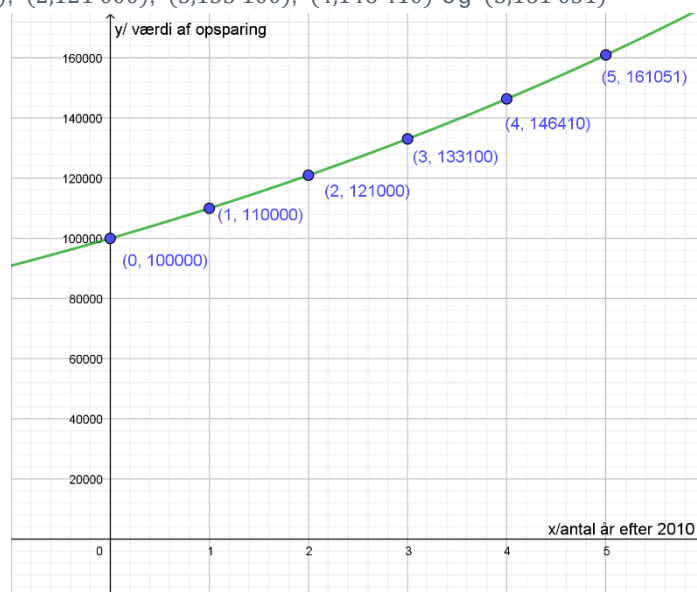


Bemærk at man kan blive fristet af at forsøge at tegne en ret linje gennem punkterne - det er en virkelig dårlig idé. Hvis man forbinder punkterne, med en blød kurve, så fås det der kaldes for grafen for en eksponentiel aftagende funktion. Hvis renten er negativ, eller $0 < F < 1$ så får man en aftagende funktion. Tallet 129 000 kaldes for begyndelsesværdien.

I eksemplet med pensionsopsparingen, eksempel 10 så vi at der blev indsat 100 000 kroner på en pensionsopsparing til en rente på 10% antag at pengene blev sat ind i 2010.

Antal år efter 2010	0	1	2	3	4	5
Værdi i kr.	100 000	110 000	121 000	133 100	146 410	161 051

Det betyder at man kan indsætte følgende punkter i koordinatsystemet (0,100 000), (1,110 000), (2,121 000), (3,133 100), (4,146 410) og (5,161 051)



Hvis man forbinder punkterne med en blød kurve, får man det der kaldes grafen for en eksponentielt voksende funktion. Hvis rente er positiv, eller $r > 0$ så får man en voksende funktion

19. ØVELSE

I par, løs: En biolog kigger på en petriskål og tæller antallet af bakterier i skålen. Da forsøget starter, kan man se at der er 341 bakterier. Af forsøget ses det at antallet af bakterier vokser med 12% i minuttet

Udfyld

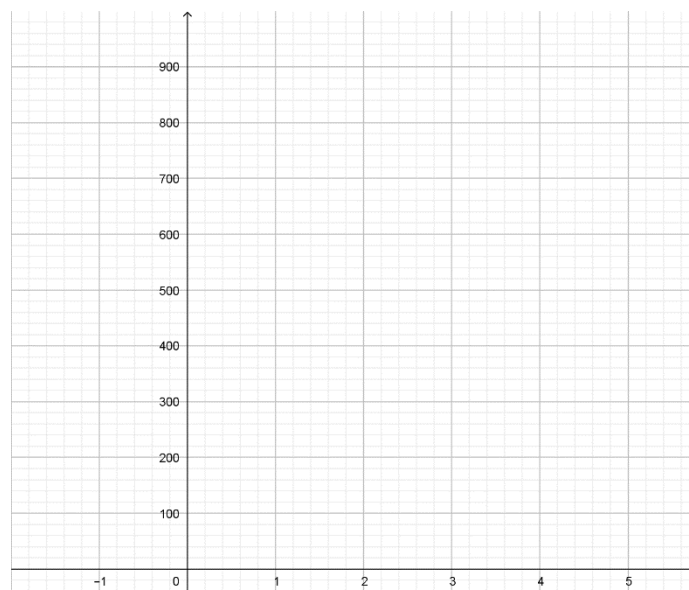


Bestem begyndelsesværdien.

Udfyld tabellen

		+ 1	+1	+1	+1	+1
Antal minutter efter start	0	1	2	3	4	5
Antal bakterier						
		.	.	.	.	.

Afsæt punkterne på grafen, husk at der skal enheder på akserne. Tegn en blød kurve gennem punkterne og bestem, hvorvidt der er tale om en eksponentielt voksende eller en eksponentielt aftagende udvikling.



20. TAVLEØVELSE POST-IT ØVELSEN

Udfyld så meget som muligt af nedenstående ark.

Antal terminer	0	1	2	3	4	5
Værdi	B/K_0					

Først arbejdes der med at udfylde så meget som muligt med mest mulig tekst og forklaringer. Alle tavler får fortløbende numre.

Så skal der arbejdes med at hjælpe andre og få gode ideer. Der udleveres Post-it til alle og man skal bruge sin blyant.

1. Find den tavle, med nummeret over jeres tavlenummer. Hvis i har det højeste nummer, så skal i finde tavle med nummer 1.
2. I to minutter skal gruppen sætte gode kommentarer på tavlen med Post-it. I må også sætte en Post-it, hvis der er noget i ikke forstår.
3. Når de 2 minutter er gået, skifter man til næste tavle.
4. Når i kommer frem til jeres egen tavle, vil der være en masse ideer til, hvordan i kan forbedre jeres egen tegning. Der afsættes tid til at lave rettelser.

Bemærk. Denne øvelse tager lang tid og kræver at der en med et ur, som hele tiden styrer, hvor man er.

LÅN I BANKEN

I indledningen var der et eksempel på, hvordan Nordea viser oplysningerne, som du skal bruge, når du optager et privatlån. De skriver øverst at udlånsrenten er 9.95%. Men dette tal viser ikke hele sandheden om, hvor meget du kommer til at betale tilbage. I Danmark skal alle der yder kredit oplyse årlige omkostninger i procent, ÅOP. Dette tal indeholder alle de udgifter, som du skal betale i forbindelse med lånet. For Nordeas eksempel er det 12.2%. Så hvis du troede at et lån på 1 000,- efter et år var blevet til 1 099,5, så tager du fejl. Det rigtige tal er 1 120,- Det kan virke af lidt i dette eksempel, men for nogle typer af lån så kan der være meget stor forskel på den rente der er oplyst med store tal og ÅOP. For et lån på 40 000,- hos Nordea, som skal betales tilbage over 5 år, bliver det beløb du skal betale tilbage 52 909.

