Indflydelsen af geometrisk opmålingstæthed på modelleret vandføringsevne

Kandidatspeciale
Vand & Miljø
Aalborg Universitet
10. juni 2021

AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

BUILD
Water & Environmental Engineering
Thomas Manns Vej 23
DK - 9220 Aalborg Øst
Tlf. 99 40 84 84
www.ses.aau.dk

Titel:
Indflydelsen af geometrisk opmålingstæthed på modelleret vandføringsevne

Semester:

9. + 10. (45 ECTS)

Projektperiode:

1. September 2020 - 10. juni 2021

Deltager:

Lasse Mondberg Schwenger

Vejleder:

Torben Larsen

Sidetal: 41
Bilag: 3

Forord

Dette projekt er udarbejdet som mellemlangt speciale (45 ECTS-point) på kandidatuddannelsen *Water & Environmental Engineering* på Aalborg Universitet i perioden september 2020 til juni 2021. Projektet er lavet i samarbejde med SR Batymetri, som har stillet måleudstyr til rådighed og foretaget opmålinger.

Jeg vil gerne takke min vejleder, Torben Larsen, Professor ved Institut for Byggeri og Anlæg, fra hvem jeg har fået meget støtte, vejledning og motivation. Derudover skal der lyde en stor tak til Steen Rasmussen fra SR Batymetri for altid at være behjælpelig med dataindsamling. Projektet kunne ikke have været hjælpen foruden.

Tabeller, figurer og bilag nummereres fortløbende gennem rapporten. Referencer er lavet efter Harvard-standarden med efternavn eller organisation samt årstal, bagerst er alle referencer samlet i en litteraturliste. Der anvendes komma (,) som decimalseparator og ingen tusindtalsseparator. Bemærk, at på grafer vil punktum (.) blive anvendt som kommaseparator. Projektet består af en rapport samt 3 bilag, hvoraf 1 af bilagene er en samling af data-filer, herunder geometriske opmålinger og resultater som kan hentes separat.

Liste over forkortelser

Forkortelse	Beskrivelse	Enhed (eksempel)
	Forkortelser	
MIKE11	1-D vandspejlsberegner fra DHI	-
HEC-RAS	Hydrologic Engineering Center - River Analysis System	-
VASP	Vandspejlsberegner fra WSP	-
SSB	Simpel Strømningsberegner, selvudviklet	-
TIN	Triangulated Irregular Network, Interpolation	-
RBF	Radial Basis Function, Interpolation	-
IDW	Inverse Distance Weighting, Interpolation	-
	Symbol-forklaring	
Q	Vandføring	$m^3 \cdot s^{-1}$
Δx	Længdeskridt	m
Fr	Froude-tal	$[-]$
V	Middelvandhastighed	$m \cdot s^{-1}$
g	tyngdeacceleration	$m \cdot s^{-2}$
D	Middeldybde	m
B	Bundbredde	m
z	Afstand fra datum til vandløbsbund	m
y	Vanddybde	m
α	Hastighedsfordelingskoefficient	$[-]$
ΔH	Friktionstab	m
H	Energiniveau	m
M	Manningtal	$m^{1/3} \cdot s^{-1}$
R	Hydraulisk radius / Modstandsradius	m
R_h	Hydraulisk radius	m
R_*	Modstandsradius	m
A	Tværsnitsareal	m^2
P	Vådperimeter	m
K	Transportevne (Eng. conveyance)	$m^3 \cdot s^{-1}$
H_E	Enkelttab	m
ζ	Koefficient for enkelttab	$[-]$
H_{dvr90}	Elevation i kote dvr90	m

$h_{ellipsoide}$	Ellipsoid-kote	m
N	Forskel mellem DVR90 og ellipsoid-kote	m

Indholdsfortegnelse

Abstract 1

For at least 200 years, Danish streams have been subject to regulations. Historically, regulation has been carried out to ensure adequate flow conditions to minimize risk of flooding. Since the 1982 Danish Watercourse Act, the focus has expanded to include environmental interests as well. Today the regulations are carried out by having an official paper wherein requirements to either geometrical shape or flow capacity are stated. One way to regulate is with the use of a so-called theoretical figure, where the flow-capacity under present conditions is compared to a theoretical, trapezoidal-shaped, geometry. Such requirements allow for the waterbody to freely develop over time as long as its capacity for water-transport is sufficient. In this case, the control is carried out by setting up a 1-D model of both geometries under the same hydraulic conditions. Therefore, a survey of the geometrical shape of the stream is needed. Due to the procedure of geometric measurements being cost-intensive, the effect of distance (Δx) between cross-section measurements on a 1-D model of flow capacity is evaluated in this report.

The research-areas consist of subsections of four medium to large danish streams: Hvidbjerg Å, Suså, Storå and Gudenåen. The bathymetry was measured using a Lowrance DownScan -a single-beam ultrasound device- and a REACH RS2 GPS. From the seabed-scans, a continouous description of the stream bathymetry was computed using Triangulated irregular network (TIN) interpolation, which allowed for a cross-section density of 1 meter along the flow-direction. From this 1m density geometric description, subsets were creating with varying Δx ranging from 1 to 500 meter. The results show that the use of Δx smaller than 50 meters is redundant as the mean error (e_m) in calculated water surface elevation were found to be lower than 0,5 $\pm$ 2 cm. At larger Δx, the e_m was dependant on the individual stream. For Storå, the e_m increased to about 5 $\pm$ 9 cm, whereas Suså it was within 2 $\pm$ 7 cm. The main cause of faulty WSE calculations was found to be the cross sections used. Contractions and expansion were found to be determining in whether the WSE would be accurately calculated, compared to the base-calculation of $\Delta x = 1$ m. Furthermore, the use of large Δx (+100-150 m) can cause an overestimation in contraction/expansion-induced effects on WSE, such as the bottleneck-effect observed in the upstream part of a contraction.

Indledning og formål 2

I Danmark findes omtrent 69 000 km vandløb, hvoraf cirka 75% er mindre vandløb med bundbredder under 2,5 m. Vandløb fungerer blandt andet som naturens drænsystem for overfladevand, som ikke infiltrere jorden og bliver en del af grundvandet, men strømmer via overfladen gennem landskabet og i sidste ende leder ud i en sø, en fjord eller havet. Gennem de sidste 200 år er godt 90% af danske vandløb blevet påvirket af menneskelig aktivitet (Miljøstyrelsen, 2016). En stor del af påvirkningen er gennem regulering ved udretning, udgravning og grødeskæring for at øge afvanding af omkringliggende arealer, særligt med henblik på bedre forhold for opdyrkning. Udover afvandingsforhold er mange vandløb også påvirket af vandindvinding samt spildevandsudledning (Miljøstyrelsen, 2016). De danske vandløb reguleres fortsat i dag med henblik på at sikre tilstrækkelig afvanding af oplandet. Hvert vandløb i Danmark skal derfor i princippet have et tilhørende regulativ, som det skal vedligeholdes i henhold til. Et regulativ skal angive efter hvilke parametre vandløbets tilstand vurderes samt, hvilke indgreb der i givet fald skal gøres, hvis disse ikke overholdes. De danske vandløb administreres i dag af den enkelte kommune, som har til ansvar at føre kontrol med vandløbet for at sikre, at det gældende regulativ overholdes. Det er også kommunen, der har ansvaret for at igangsætte nødvendige indgreb, skulle regulativet ikke være overholdt. Dette vil oftest være oprensning af bunden som følge af aflejringer.

Kravene til vandløb vil variere, og er bestemt af den enkelte myndighed. Der stilles enten krav til vandløbets vandføringsevne eller dets geometri. Vandføringsevnen kan evalueres ved adskillige typer regulativer, som ikke alle vil blive gennemgået her. Der refereres til Jensen et al. (2019), hvori samtlige mulige regulativ-typer beskrives i detaljer. Forud for vandløbsloven i 1982 var der kun skikkelsesregulativer, som geometrisk skikkelse der stiller krav til vandløbets udseende (Jensen et al., 2019). Det er en nem metode, og den regulativmæssige skikkelse skulle sikre tilstrækkelig vandafledning. Efter vandløbsloven i 1982 blev det vedtaget, at opretholdelse af vandafledning skulle ske under hensyn til miljømæssige interesser (Jensen et al., 2019). Nogle udbredte eksempler er Q-h regulativer og teoretisk skikkelse. Ved førstnævnte er udarbejdet et regulativ, hvor sammenhængen mellem vandstand og vandføring er dokumenteret på et antal stationer langs vandløbet. Ved at sammenføre vandstand og vandføring kan optegnes en såkaldt Q-h kurve. Regulativet kontrolleres ved på et senere tidspunkt at udføre samme procedure, og dernæst evaluere, hvorvidt vandføringsevnen er blevet forringet i en grad der kræver oprensning. I praksis evalueres den nyoptegnede Q-h kurve mod en såkaldt krav-kurve. Denne krav-kurve er den oprindelige Q-h kurve, hvori der er indsat en buffer. Dermed er det ikke tilstrækkeligt, at vandstanden er steget 1 cm ved samme vandføring.

Ved teoretisk skikkelse evalueres vandføringen også, dog ud fra en defineret geometri. Denne må ikke forveksles med geometrisk skikkelsesregulativ, idet det ikke er skikkelsens udseende der evalueres, men nærmere blot skikkelsens evne til at transportere vand.

Regulativkontrol ved teoretisk skikkelsesregulativ udføres ved følgende procedure:

1. At opmåle vandløbets faktiske geometri
2. Udføre 2 vandspejlsberegninger:
   a) For den regulativmæssige skikkelse,
   b) For den opmålte geometri.
3. Evaluere, hvorvidt den opmålte geometri i ringere grad kan transportere vand. Vandføringsevnen bedømmes i praksis ud fra, hvor højt vandspejlet kommer til at ligge ved en givet vandføring.

Der findes adskillige programmer, som kan udføre 1-dimensionelle subkritiske strømninger som oftest forekommer i danske vandløb, herunder de mest udbredte: MIKE 11 (Dansk Hydraulisk Institut, DHI), VASP (WSP) og HEC-RAS (U.S. Army Corps of Engineers, USACE). De tre programmer er opbygget efter de samme hydrauliske ligninger, og udfører derfor principelt det samme stykke arbejde. Programmerne har dog, til trods for deres grundlæggende ligheder, unikke funktionaliteter og brugerflader.

Vandspejlsberegninger er en relativ kompleks proces, hvor vandløbets geometri opmåles med henblik på at bestemme karakteristiske parametre som tværsnitsareal (A), vådperimeter (P) og bundforløb. For at udføre hydrauliske beregninger, der giver retvisende resultater, er det nødvendigt at vandløbsprofilet opmåles med passende afstand (længdeskridt, Δx). Et passende Δx vil afhænge af vandløbets størrelse, fald og morfologiske ensartethed. Som udgangspunkt vil den korteste afstand være krævet i små vandløb med højt fald og stor morfologisk variation (Feldman, 1981). Det vil som udgangspunkt også være vigtigt at tage højde for strukturer, som potentielt kan forstyrre vandets strømning, såsom broer, overløb, rørlægninger og lignende.

Feldman (1981) nævner, at det ved en undersøgelse af Missouri-floden i USA var nødvendigt med Δx på 150 m, hvilket er adskillige gange kortere end den øvre bredde af floden. Det har ikke været muligt at finde detaljer om undersøgelsen, og Feldman (1981) beskriver den ikke nærmere. Andersen and Houmøller (1989) udførte en lignende undersøgelse af Δx betydning for nøjagtigheden af vandspejlsberegninger. Undersøgelsen blev baseret på data opsamlet fra Odense Å samt Seedrup Å sydvest for Slagelse. Førstnævnte har et rimeligt oplandsareal på 477-499 km^2 fra øvre til nedre ende og et gennemsnitsfald på 0,5‰. Sidstnævnte er væsentligt mindre med en længde på 4,3 km og et oplandsareal på omkring 65 km^2 og et gennemsnitsfald på 1,6 ‰. Forfatteren angiver, at Seerdrup Å på daværende tidspunkt havde naturligt forløb og ikke var blevet vedligeholdt de sidste 20 år forud for arbejdet. De konkluderede på baggrund af vandspejlsberegninger med Δx varierende mellem 5 og 200 m, at for mindre vandløb med såkaldt stærkt varierende tværprofil bør Δx ikke være større end 50 m og for større vandløb bør det ikke overstige 100-150 m. Andersen and Houmøller (1989) indikerer, at størrelsen af vandløbet giver mulighed for større opmålingsafstand i længderetningen. Dette kan dog ikke altid være tilfældet, hvis der tages højde for udsagn fra Feldman (1981) vedrørende Missouri-floden, da denne er adskillige gange større end både Seerdrup Å og Odense Å.

De to nævnte undersøgelser af Δx betydning for de hydrauliske beregninger er de eneste, der har været mulige at finde om emnet. Grundlaget for den standard, der idag opmåles efter, i forhold til opmålingsafstand synes i bedste fald at være sparsom. Derfor vil dette projekt forsøge at udbygge forståelsen for, hvordan den geometriske opmålingstæthed påvirker vandføringsevnen set fra et modelperspektiv. Der er en overordnet forventning om, at geometrien skal opmåles så den morfologiske variation medtages. I forlængelse heraf, vil det blive undersøgt, om der er parametre, som er udslagsgivende for de afvigelser der forventeligt må komme ved forøgelse af opmålingsafstanden.

Opbygning af 1-D vandspejlsmodel 3

I dette beskrives opbygningen af SSB-værktøjet (Simpel strømningsberegner, SSB) som er udarbejdet i forbindelse med herværende projekt. Værktøjet er udarbejdet til at regne på subkritiske strømninger.

En strømning kan forekomme i tre tilstande: subkritisk, kritisk eller superkritisk. Strømningstypen kan forudsiges ved hjælp af Froude-tallet (Fr), som beregnes ved:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g \cdot D}} \tag{3.1}$$

Hvor V er middelhastighed i tværsnittet [m/s], g er tyngdeacceleration [m/s^2] og D er middeldybden [m] (= Areal/Vandoverflade-bredden). Froude-tallet fortæller følgende om strømningstypen:

- Fr $<$ 1: Subkritisk strømning
- Fr $=$ 1: Kritisk strømning
- Fr $>$ 1: Superkritisk strømning

I Brorsen and Larsen (2009) vises det, at $\pm\sqrt{g \cdot D}$ er lig *bølgeforplantningshastigheden*, c, og dermed hastigheden hvormed vanddybden kan ændre sig. Med dette in mente bliver det klart, at når V er lig eller større end c (ie. Fr $\geq$ 1) kan nedstrøms forstyrrelser ikke påvirke vandspejlet opstrøms, fordi vandet strømmer hurtigere end bølgeforplantningen.

Hvorvidt forstyrrelser forplanter sig opstrøms eller nedstrøms er vigtig i en modelmæssig sammenhæng, idet det er styrende for retningen der beregnes i. Ved subkritiske strømninger er det de nedstrøms betingelser, som er styrende for opstrøms forhold. Her kan nævnes flaskehals-princippet, hvor en indsnævring i vandløbet kan forårsage forringet vandføringsevne opstrøms i vandløbet. Den subkritiske strømning er langt den mest udbredte i danske vandløb og forekommer ved relativt lave vandhastigheder. En subkritisk strømning kan forholdsvist let identificeres ved, at forstyrelser i strømningen kan forplante sig opstrøms. Dette kan eksempelvis være ringe i vandet ved forstyrrelser af vandoverfladen. Kritiske og superkritiske strømninger ses typisk ved overløb eller korte strækninger med højt fald. En overgang fra superkritisk til subkritisk er kendetegnet ved et såkaldt hydraulisk spring, hvor en masse energi bliver absorberet via turbulens.

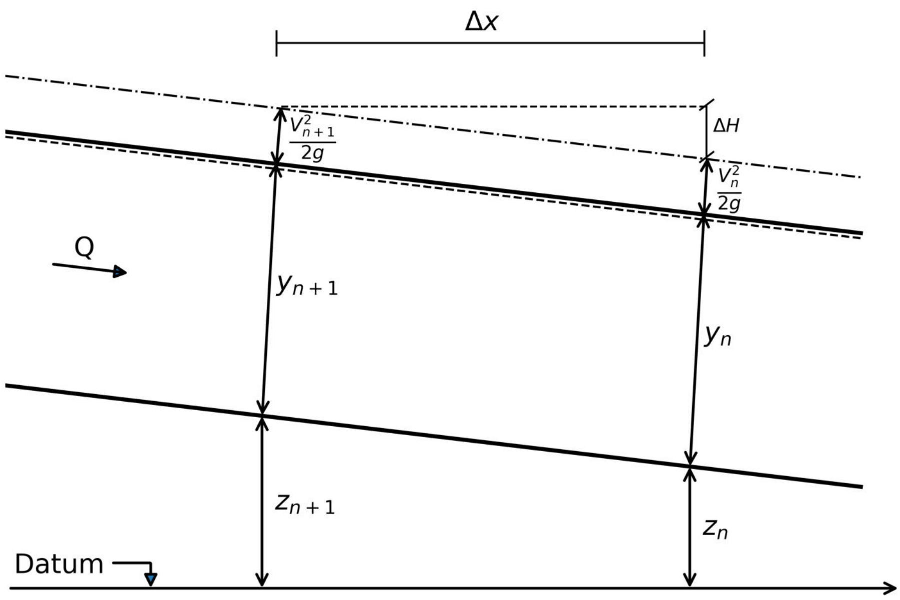
Som nævnt kan det, i dette projekt, udarbejdede SSB-værktøj kun regne på subkritiske strømninger, og tager derfor udgangspunkt i et begyndende tværsnit nedstrøms. Derfor kontrolleres også løbende, at Froude-tallet i ethvert tværsnit er under 1.

3.1 Teoretisk grundlag

Vandspejlsberegningerne beror på princippet om energibevarelse langs en strømlinje, som beskrevet af energiligningen. Den form der anvendes i de følgende beregninger ses i ligning 3.2 (se også figur 3.1)

$$z_{n+1} + y_{n+1} + \frac{\alpha \cdot V_{n+1}^2}{2 \cdot g} = z_n + y_n + \frac{\alpha \cdot V_n^2}{2 \cdot g} + \Delta H \tag{3.2}$$

Hvor, y er vanddybden $[m]$, α er hastighedsfordelingskoefficient [-], V er middelhastigheden [m], ΔH er energitabet mellem tværsnittene [m], z er vandløbsbundens kote [m], Δx er afstanden mellem tværsnittene $[m]$ og g er tyngdeaccelerationen $[m \cdot s^{-2}]$. Ovenstående ligning indeholder koterne for vandløbsbunden i begge snit (hhv. z_n og z_{n+1}) i forhold til fastsat datum, som for eksempel Dansk Vertikal Reference 90 (DVR90). Koteændringen mellem de to snit kan også udtrykkes som hældningen (I_o) på bunden ganget med afstanden mellem snittene: $z_{n+1} - z_n = I_0 \cdot \Delta x$.



Figur 3.1: Udsnit af vandløbsprofil. Her fremgår de led, som indgår i det samlede energiniveau: En afstand fra datum til vandløbsbund (z), en vandybde (y) og en hastighedshøjde ($\alpha V/2g$). Fra tværsnit n+1 opstrøms til n nedstrøms er der et energitab (ΔH). Egen illustration.

Tages udgangspunkt i ligning 3.2 venstre side indgår to led: trykniveau (z+y) og hastighedshøjde ($\alpha V^2/2g$). De to led afspejler henholdsvis den potentielle og kinetiske energi, og samlet betegner de energiniveauet (H) (Engelund and Pedersen, 1974).

$$H_n = z_n + y_n + \frac{V^2}{2g} \tag{3.3}$$

Benyttes ovenstående udtryk kan energiligningen skrives:

$$H_{n+1} = H_n + \Delta H \tag{3.4}$$

Ved at udtrykke energiligningen som i 3.4 ses tydeligt, at forskellen i energiniveau svarer til energitabet, ΔH, mellem snittene.

3.1.1 Energitab

Friktionstab

Energitabet mellem to snit beregnes ved anvendelse af Manning-formlen:

$$V = M \cdot R^{2/3} \cdot \sqrt{\frac{\Delta H}{\Delta x}} \tag{3.5}$$

Hvor, M er Manning-tallet $[m^{1/3} \cdot s^{-1}]$, R er enten hydraulisk radius´(R_h) eller modstandsradius R_*). Det er ofte set i amerikansk litteratur, herunder Chow (1959) og USACE (2020), at manning-formlen for vandføring opstilles ved at definere en parameter, K, med det engelske navn *conveyance*, som formentlig bedst kan oversættes til transportevne. Parameteren er praktisk idet den forsimpler Manning-formlen:

$$Q = A \cdot M \cdot R^{2/3} \cdot \sqrt{\frac{\Delta H}{\Delta x}} = K \cdot \sqrt{\frac{\Delta H}{\Delta x}} \tag{3.6}$$

For at bestemme det gennemsnitlige energitab mellem tværsnit n og n+1, beregnes ΔH ved anvendelse af en gennemsnitlig hydraulisk radius (R_m) (se ligning 3.7)

$$\Delta H = \left(\frac{Q}{M_m \cdot A_m \cdot R_m^{2/3}}\right)^2 \cdot \Delta x = \left(\frac{Q}{K_m}\right)^2 \cdot \Delta x \tag{3.7}$$

Enkelttab

I tilfælde, hvor vandløbets karakter pludseligt ændres fra position x til $x + \Delta x$, vil ΔH bestå af et ekstra tab. Dette kan eksempelvis være tilfældet på rørlagte strækninger af vandløb eller ved broindløb og broudløb, hvor der forekommer henholdsvis indsnævring og udvidelse af strømningen. Disse overgange forårsager et ekstra energitab grundet den turbulens der opstår i overgangene til og fra strukturen. Dette energitab betegnes også enkelttab (H_E og kan beregnes ved *Carnot's formel* (Ligning 3.8)

$$H_E = \zeta \frac{(V_{n+1} - V_n)^2}{2g} \tag{3.8}$$

Hvor ζ er modstandstal [-]. ζ vil variere efter karakteren af den geometriske ændring. Der anvendes 0,1 og 0,3 for henholdsvis indsnævring og udvidelse, som også er standard i MIKE11 (DHI, 2017). Det samlede energitab vil således blive summen af friktionstab (ligning 3.7) og enkelttab (ligning 3.8). Dermed kan ligning 3.4 skrives:

$$H_{n+1} = H_n + \Delta H + H_E \tag{3.9}$$

Hvor H er energiniveau [m], ΔH er friktionstab og H_E er enkelttabet [m].

Hertil skal bemærkes, at ved beregning af energitab i ind- og udløb af en rørlagt strækning beregnes Manning-tallet som gennemsnit (M_m) ved:

$$M_m = \frac{1}{2} \cdot (M_n + M_{n+1}) \tag{3.10}$$

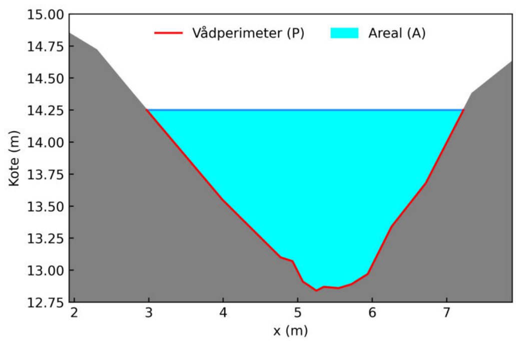
Manning-tallet for betonrør ligger i omegnen 75-120 $m^{1/3} \cdot s^{-1}$, hvorimod grødefri og grødefyldt vandløb ligger omkring henholdsvis 55-33 og 20-8 $m^{1/3} \cdot s^{-1}$ (Brorsen and Larsen, 2009). Anvendelsen af 3.10 kan derfor få signifikant betydning for resultaterne af en vandspejlsberegning, eftersom der kan blive anvendt M_m, som er op mod 8 gange større i mest ekstreme tilfælde.

3.1.2 Hydraulisk radius / Modstandsradius

En af de centrale parametre indenfor hydrauliske beregninger er hydraulisk radius (R_h). Den har betydning for adskillige andre centrale parametre såsom Reynolds tal, Chezys tal og anvendes i Manning-formlen (Chow, 1959). Den beregnes ved arealet af vandmassen i tværsnittet (A) og længden af den befugtede overflade i tværsnittet (P) (se ligning 3.11).

$$R_h = \frac{A}{P} \tag{3.11}$$

R_h beregnes ud fra en antagelse om ligelig fordeling af forskydningsspændingen på hele den befugtede overflade. Ligning 3.11 indikerer, at ved meget lav vandstand med stor udbredelse, vil R_h blive lille, og medfører en lavere beregnet vandføring. For kanaler, hvor bredden er meget større end dybden, bliver den hydrauliske radius lig vanddybden (Chow, 1959). Se eksempelvis R_h for en rektangulær kanal (se figur B.1 b)), som beregnes ved Bredden (B) og dybden (y): $R_h = \frac{B \cdot y}{B + 2 \cdot y}$.
Hvis B $\gg$ y $\Rightarrow B + 2y \approx B \Rightarrow R_h \approx y$.



Figur 3.2: *Eksempel på vandløbstværsnit og dets areal (A) og vådperimeter (P).*

Historisk set har R_h været den gængse måde at udtrykke radius-parameteren på. I Danmark bliver der som alternativ benyttet såkaldt modstandsradius (R_*), som blandt andet er beskrevet af Engelund and Pedersen (1974). R_* beregnes ud fra et sæt af vanddybder målt henover tværsnittet i x-retningen (se 3.12)

$$R_* = \left(\frac{1}{A} \int_0^B y^{3/2} \, dx \right)^2 \tag{3.12}$$

Hvor A er det våde areal, B er tværsnitsbredden og dx er afstanden mellem målte vanddybder. Til vilkårlige tværsnit angiver Engelund and Pedersen (1974) følgende formel, som mere anvendelig:

$$\int_0^B y^{3/2} \, dx = B \cdot D^{3/2} \cdot [1 + \frac{3}{4} \cdot (\frac{e}{D} - \frac{1}{2})] \tag{3.13}$$

Hvor B er vandspejlets bredde [m], e er afstanden fra vandspejl til tværsnittets tyngdepunkt [m] og D er middelbybden [m]. Ved kombination af Ligning 3.12 og 3.13 fås følgende udtryk:

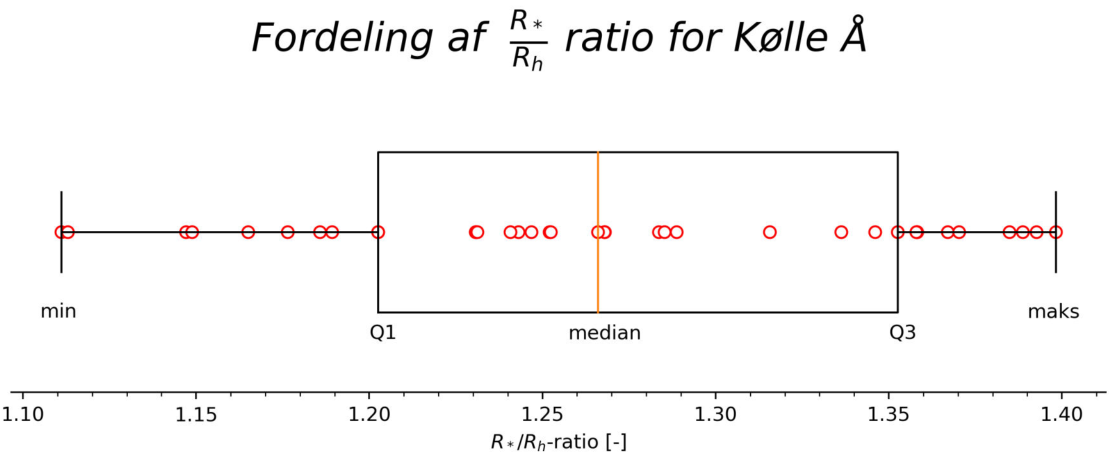
$$R_* = \left(\frac{1}{A} \cdot B \cdot D^{3/2} \cdot [1 + \frac{3}{4} \cdot (\frac{e}{D} - \frac{1}{2})] \right)^2 \tag{3.14}$$

Her ses, at hvis tyngdepunktet ligger midt i vandsøjlen, bliver e/D = 1/2. Brorsen and Larsen (2009) viser også, hvordan Manning-formlen kan anvendes til at få udtryk lignende 3.12:

$$R'_* = \left(\frac{1}{A} \int_0^B y^{5/3}\, dx \right)^{3/2} \tag{3.15}$$

Trods de synlige forskelle i udseende mellem ligning 3.12 og 3.15, noterer Brorsen and Larsen (2009), at de i praksis ikke afviger nævneværdigt. På den baggrund vil der, medmindre andet nævnes, ikke blive skelnet mellem de to beregningsveje til bestemmelse af modstandsradius.

R_h og R_* giver anledning til forskellige resultater, og kræver derfor re-kalibrering af manningtal ved anvendelse af manningformlen. Forskellen på de to værdier vil variere efter, hvordan tværsnittet er udformet, men R_*/R_h-ratioen kan forventes at ligge mellem 1,2 og 1,35 (se detaljeret gennemgang af R_* og R_h i Bilag B). I herværende projekt blev beregnet R_*/R_h-ratio for 32 tværsnit med tilhørende vandstandsmåling. Ratioen varierede fra 1,14 til godt 1,4 med en en gennemsnitlig ratio på 1,27 (se 3.3. Gennemsnitsværdien på 1,27 svarer til ratioen for et trekantsformet tværsnit (Engelund and Pedersen, 1974) (også gennemgået i bilag B). Opmålingerne er foretaget af AgroHydrologerne i forbindelse med regulativkontrol af Kølle Å.



Figur 3.3: Fordeling af R_*/R_h-ratio for de 32 tværsnit, som blev opmålt af AgroHydrologerne i forbindelse med regulativkontrol af Kølle Å.

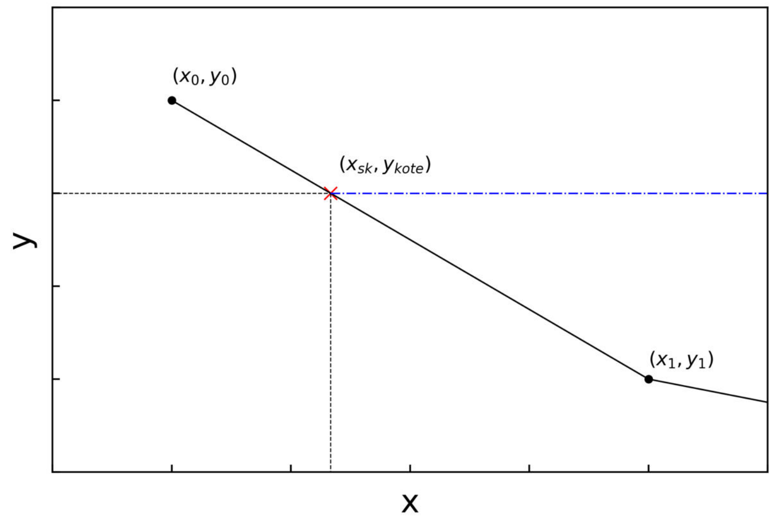
3.2 Opbygning af beregningsværktøjet SSB

Programmet er lavet i open-source kodesproget Python ved brug af programmet Spyder, som er gratis brugerflade til kode-skrivning. Selve programmet består af koblede stykker kode, der samlet er i stand til at udføre og lagre beregninger af vandspejl for subkritiske strømninger.

Programmet er opbygget efter programmeringsparadigmet 'Objekt-orienteret programmering'. Objekt-orienteret programmering går overordnet ud på at definere objekter ud fra en skabelon, der kaldes klasser (eng. Class). Overføres dette til et vandløb, defineres en klasse kaldet *Tværsnit*, hvorfra der kan dannes objekter med x,y-punkter. Tværsnittet har en masse parametre tilknyttet, såsom manningtal, vandføring og bundkote. Derudover har det adskillige funktioner tilknyttet (i Python nomenklatur kaldet metoder), som ud fra objektet selv (det gældende tværsnit) og et antal input-parametre, kan generere et output. For eksempel vådt tværsnits-areal, der blot kræver dybden som input og geometrien, som er defineret ved objektet selv. Ønskes en mere kompliceret parameter som R_h, kan denne også opnås udelukkende ved dybden, idet denne funktion kan kalde de mere simple funktioner *areal* og *vådperimeter*, som kun kræver dybden som input. Dette muliggør en struktur, hvor selv komplicerede parametre kan opnås med få input-parametre, fordi der i klassen er et netværk af referencer, hvor metoderne indbyrdes gør brug af hveranden. Dette gør den objekt-orienterede struktur velegnet til at udføre denne type opgaver, især i et bruger-relateret øjemed. Denne tankegang videreføres for vandløbet som helhed, hvor klassen nu er *Vandløb*. Vandløbet er defineret ved samtlige tværsnit, og har en tilknyttet funktion kaldet vsp-beregner, som benytter samtlige tværsnit og deres tilhørende funktioner til bestemmelse af vandspejl ved iteration.

3.2.1 Identifikation af det våde areal

En helt central forudsætning for at beregneren kan fungere fuldkommen dynamisk og dermed virke for flere vandløb og under flere scenarier er, at den kan udtrække en polygon med koordinater for det våde areal ved en vilkårlig dybde. Et tværsnitsobjekt defineres ved et sæt x,y-punkter forbundet med rette linjer. Herefter lagres samtlige x,y-punkter, hvor y-punktet er mindre end y_{kote}. Hvis y_{kote} skærer tværsnittet i et punkt der indgår i tværsnittets data, lagres denne også. Hvis ikke, beregnes det x-punkt, hvor linjen mellem $(x_i, y_i) < y_{kote}$ og $(x_{i+1}, y_{i+1}) > y_{kote}$ for venstre side og omvendt for højre side. Se figur 3.4, hvor i = 0 herunder. Dette gøres ved simpel beregning af skæringspunkt mellem 2 rette linjer.



Figur 3.4: Skæringspunkt (x_{sk}, y_{sk}) mellem vandspejl og tværsnit i venstre side.

Det generelle udtryk er velkendt:

$$y = ax + b \tag{3.16}$$

For vandspejl vælges index v og for geometrien vælges index g. For linjen der udgør vandspejlet gælder, at $a_v = 0$, og dermed $y_v = b_v$. For linjen der udgør bunden mellem de to punkter, hvor vandspejlet rammer tværsnittet, gælder:

$$a_g = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} \tag{3.17}$$

For skæringen mellem de to linjer gælder, at $a_g \cdot x + b_g = a_v \cdot x + b_v$. Af dette kan x-koordinaten findes til:

$$x = \frac{b_g - b_v}{a_v - a_g} = \frac{b_g - y_{kote}}{0 - a_g} \tag{3.18}$$

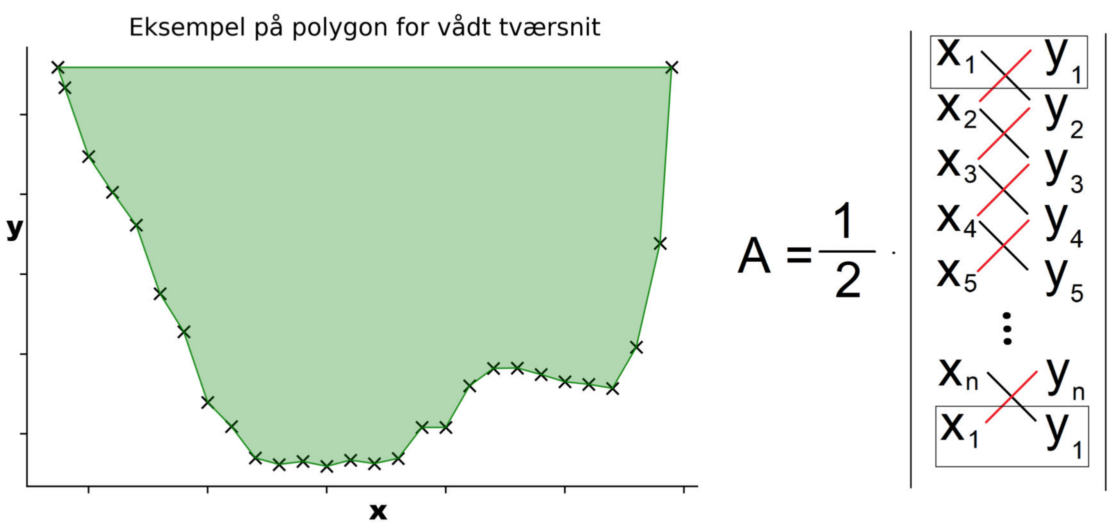
Det våde tværsnit lagres med ovennævnte skæringer i venstre og højre side som start- og slutpunkter. Ud fra dette er det dermed også let at finde bredden af vandspejlet ved at beregne differencen mellem de to skæringers x-koordinat.

3.2.2 Areal af vilkårlig polygon

Værktøjet er opstillet så det kan beregne det våde areal i et tværsnit med vilkårligt udseende. Dette er nødvendigt, fordi vandstanden og dermed tværsnittets udseende ikke kendes på forhånd. Derfor er det nødvendigt at have et dynamisk værktøj, der kan beregne arealet på baggrund af x,y-punkter, og ikke en bestemt geometrisk form.

Her udnyttes den såkaldte *snørrebånds-formel* (Eng. Shoelace-formula), også kendt som Gauss' areal-formel. Ved angivelse af samtlige punkter, i kartesiske koordinater, som udgør en polygon, kan et generelt udtryk anvendes til at bestemme dens areal, forudsat der ikke forekommer overlap mellem nogen linjer der forbinder punkterne. En visuel repræsentation af ligning 3.19 er vist i figur 3.5 herunder, hvor ophavet til ligningens navn også kan udledes. I illustrationen er alle de positive led produktet af alle de sorte streger, mens de negative led er alle de røde streger.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left| \left(\sum_{i=1}^{n-1} x_i y_{i+1} \right) + x_n y_1 - \left(\sum_{i=1}^{n-1} x_{i+1} y_i \right) - x_1 y_n \right| \tag{3.19}$$



Figur 3.5: Eksempel på et vådt tværsnitsareal repræsenteret ved kartesiske x,y-koordinater (til venstre). Til højre ses ligning 3.19 opstillet på matrix-form, udseendet fra hvilket navnet på ligningen også kommer.

3.2.3 Beregning af vådperimeter

Vådperimeter (P) beregnes simpelt ved hjælp af Pythagoras:

$$P = \sum_{i=1}^{n-1} (\sqrt{\Delta x^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \tag{3.20}$$

Hvor, Δx [m] er horisontale afstand mellem to målepunkter langs tværsnittet, og y_i [m] er afstanden fra vandspejl til målt bund.

3.2.4 Iteration med interval-halveringsmetoden

Som et separat led defineres selve beregneren, som fodres med input i form af de to tværsnit inklusiv deres tilhørende parametre samt et ønsket Δx. Δx må ikke være større end afstanden mellem de to tværsnit. Forud for beregningerne skal følgende parametre defineres for begge tværsnit: Manningtal, Station og vandføring. Derudover er det nødvendigt at kende det nedstrøms vandspejl (se bilag A.1 for hele processen).

Indledningsvist vil værktøjet beregne samtlige parametre for det nedstrøms tværsnit. Værdien for det opstrøms vandspejl bestemmes ved en iterativ proces, hvor der indledningsvist gættes en værdi, som generer en output-værdi der indikerer, hvorvidt det den gættede værdi er for høj eller for lav til at energiligningen opfyldes.

SSB-værktøjet gør brug af *interval-halveringsmetoden*, som beskrives i Brorsen and Larsen (2009). Metoden går ud på at indlede med to værdier, y_{max} og y_{min}, som med sikkerhed er henholdsvis større og mindre end den vanddybde, der skal bestemmes. Som øvre grænse anvendes her $y_{max} = 15\ m$ og som nedre grænse anvendes kritisk dybde (y_c), idet det er den nedre grænse for hvad der beregningsmæssigt er gyldigt. Middelværdien (y_{mid}) af disse antages nu at være dybden opstrøms. Ud fra den antagelse kan energiniveauet, H_{n+1}, beregnes opstrøms, og følgende F-værdi kan evalueres:

$$F = H_{n+1} - (H_n + \Delta H + H_E) \tag{3.21}$$

Ligningen er en omskrivning af 3.4. H_n kendes allerede, da vi tager udgangspunkt i et tværsnit med kendt randbetingelser, og vil derfor ikke variere i iterationen. ΔH er beregnet ved brug af en gennemsnitsværdi for K (se ligning 3.7). Medmindre beregningen udføres for et broindløb eller broudløb er enkelttabet, $H_E = 0$.

Ved brug af metoden udføres følgende algoritme:

Hvis,

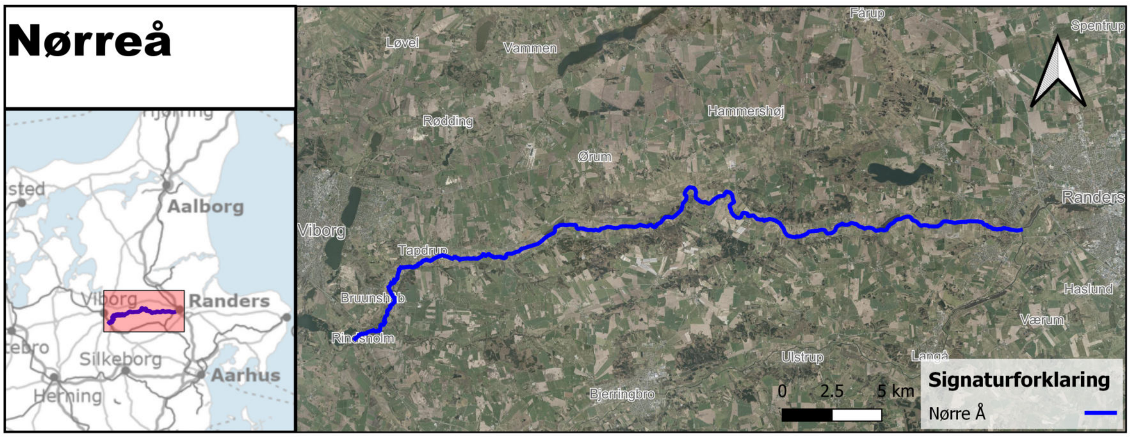
- F > 0: $y_{max} = y_{mid}$
- F < 0: $y_{min} = y_{mid}$
- |F| $< 1 \cdot 10^{-3}$: $y_{n+1} = y_{mid}$

Hvis F $>$ 0 indikerer det, at den gættede vanddybde er for høj, og vice versa hvis F $<$ 0. Hvis F $>$ 0 sættes $y_{max} = y_{mid}$. Er F $<$ 0 sættes $y_{min} = y_{mid}$. Ved gentagelse af denne proces konvergerer y_{min} og y_{max} mod hinanden. Dette fortsættes indtil forskellen mellem de to værdier er under 1 mm. Målet er at opnå en F-værdi, der er så tæt på nul som mulig. Er F-værdien nul, går energiligningen op, idet der nu for det opstrøms tværsnit er et energiniveau, der svarer til energiniveauet nedstrøms plus energitabet mellem tværsnittene.

Materialer og metode 4

4.1 Case-område til validering af beregningsværktøjet SSB: Nørreå

Det udarbejde beregningsværktøj SSB valideres ved at blive sammenlignet med en tilsvarende model opsat i HEC-RAS. Til at validere beregningsprogrammet er anvendt en kontrolopmåling af Nørreå, som har udspring ved Viborg og strækker sig godt 44 km østpå og munder ud i Gudenåen tæt på Randers (se Figur 4.1.



Figur 4.1: Nørreå fra udspring nær Viborg til udmunding i Gudenåen nær Randers, en strækning på cirka 44 km.

Regulativopmålingen er foretaget af WSP i 2015-2016 og udgør hele åens forløb, med 534 opmålte tværsnit. For at gøre modellerne sammenlignelige er det sikret, at alle relevante parametre er ens. Først og fremmest er manningtal og vandføring defineret ud fra det gældende regulativ. I regulativet angives vinter-manningtal til 35 $m^{1/3} \cdot s^{-1}$ og en afstrømning på 15,6 $L/(s \cdot km^2)$ svarende til vintermiddel. I begge modeller tages højde for variation i vandføring, Her tages udgangspunkt i regulativets bestemmelser for oplandsstørrelse samt større bidrag fra vandløb. I alt medtages 8 bidrag fra tilledende vandløb. Disse er oplistet i tabel 4.1, hvor deres afstrømningsopland samt den resulterende vintermiddel vandføring er givet.

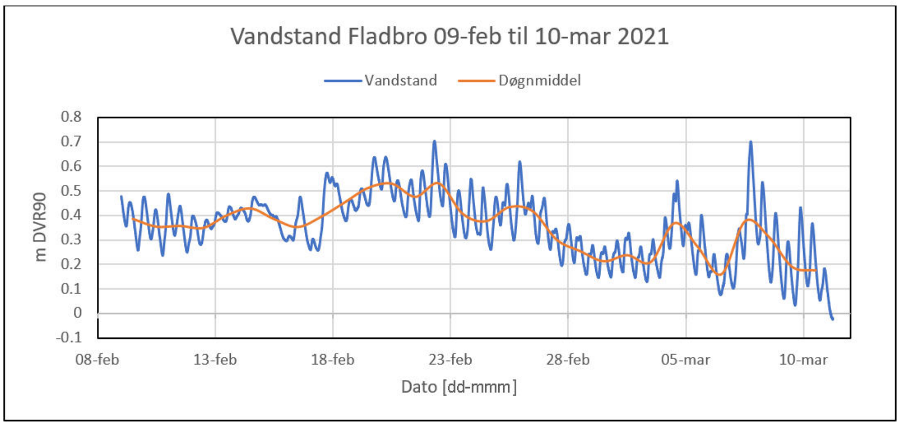
Tabel 4.1: Oplandsstørrelse og lokation for vandløb der leder til Nørre Å. Med en vintermiddel-afstrømning på 15,6 $L/(s \cdot km^2)$ er beregnet en vandføring fra de gældende vandløb.

Vandløb	Station [m] fra udspring	Oplandsareal [km^2]	Vintermiddel Q [m^3s^{-1}]
Rind Bæk	3 334	37,6	0,59
Mølle Å	4 244	47,9	0,75
Vibæk	5 760	7,7	0,12
Korreborg bæk	11 686	14	0,22
Velds møllebæk	15 200	12,0	0,19
Søbæk	22 760	13,1	0,20
Vejle bæk	25 844	17,0	0,27
Hjorthede bæk	28 833	20,4	0,32

I regulativet angives Nørre Å at have et samlet oplandsareal på 372 km^2 svarende til en samlet vandføring nedstrøms på 5,8 m^3/s for vintermiddel afstrømning. Derfor benytte en nedre randbetingelse for Q på 5,8 m^3/s, som vil blive reduceret i takt med de tilledende vandløb passeres i beregningerne.

I modellerne er der inkluderet otte anlagte broer, og dermed otte lokationer hvor der i beregningerne inddrages enkelttab som følge af indsnævring såvel som udvidelse af tværsnittet. Der har ikke været forudsætninger for at specificere karakteren af de indsnævringer der er på brostrækningerne, hvorfor standard-værdier er anvendt for modstandstallene, ζ_{ind} og ζ_{udv} på henholdsvis 0,1 og 0,3. Disse værdier er også anvendt i HEC-RAS modellen.

Den nedre randbetingelse angives som en vandstandskote. I praksis vil den variere naturligt, og flere vandstande kan derfor være lige gyldige. Her er analyseret vandstandsdata for Nørre Å nær udløbet til gudenåen i en periode på 35 dage fra den 8. februar 2021 til den 13. marts 2021.



Figur 4.2: Registreret vandstand ved Fladbro i perioden 09. februar 2021 til 10 marts 2021. Dataene er aflæst på Vandportalen.dk

Grundet den store variation er der beregnet døgnmiddel-vandstand for perioden (rød- i Figur 4.2. Minimum, middel og maksimum døgnmiddel vandstandskote blev fundet til henholdsvis 0,16 m, 0,35 *m* og 0,53 *m*. Disse koter er anvendt som nedre randbetingelse i HEC-RAS og SSB modellerne for 1) at se på randbetingelsens betydning for vandspejlet, og 2) for at se om modellerne stadig stemmer overens.

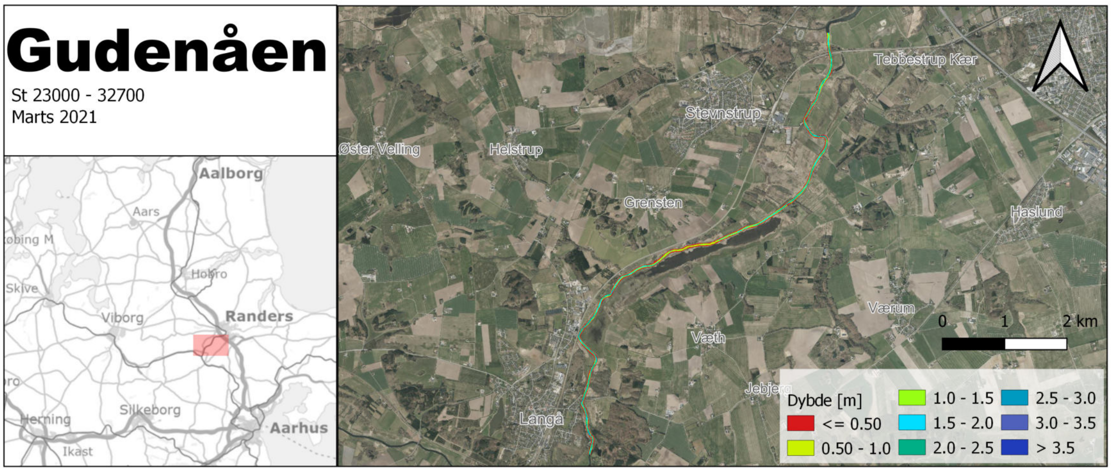
4.2 Case-områder til bestemmelse af længdeskridtets indflydelse på vandspejlsberegningerne

I projektet er der opsamlet bunddata fra fire store og mellemstore vandløb i samarbejde med SR batymetri. Dataene opsamlet ved sejlads i jolle med sonar- og GPS-udstyr fastmonteret på siden af båden. De inddragede vandløb er følgende:

- Gudenåen (Langå til Fladbro, *Randers kommune*)
- Hvidbjerg Å (Ove Sø til Ørum Sø, *Thisted kommune*)
- Storå (ns. Holstebro Renseanlæg - Udløb i Nissum fjord, *Holstebro kommune*)
- Suså (Næsbybro til Tystrup Sø, *Næstved kommune*)

4.2.1 Gudenåen

Gudenåen er beliggende i Østjlylland med udspring nær Tørring, hvorfra det strækker sig cirka 149 *km* nordøstpå og munder ud i Randers fjord. Åen har et samlet opland på over 2600 km^2 (Ovesen et al., 2000). Stationeringen for den relevante delstrækning starter ved Tangeværket i Bjerringbro (St. 0) og slutter i station 34900 *m*. Der er opmålt en delstrækning på Gudenåen fra Langå Bådelaug til Nørreåens udløb i Gudenåen, en strækning på omtrent 10 *km* fra station 22900 til 32690 *m*. Sejladsen blev foretaget i November/December 2020. Figur 4.3.



Figur 4.3: Opmålt strækning på Gudenåen fra Langå bådelaug til Nørreåens udløb i gudenåen. Opmåling foretaget i samarbejde med SR Batymetri.

Regulativet som omfatter den opmålte strækning er gældende fra Silkeborg til Randers fjord, og stiller krav til vandstandskoten ved medianmaksimum-vandføring i bestemte stationer langs vandløbet. Den opmålte strækning er dog kun delvist omfattet, da der ikke stilles krav til vandstandskoten fra station 30 975 m til udmunden grundet, at strækningen er påvirket af opstuvningssituationer i Randers Fjord. Der er ingen krav til vandløbets skikkelse. Vandspejlsberegninger i forbindelse med kontrol af regulativet gøres på baggrund af Manningtal på 24 $m^{1/3} \cdot s^{-1}$.

Som det fremgår på Figur 4.3 er der midtvejs på strækningens sydside åben forbindelse til åbne enge, hvor der er fri passage for vandtransport. Det antages, at vandtransporten mellem engene og Gudenåen er i ligevægt, og netto-transporten derfor er 0. Af denne årsag ses der ikke noget problem i at udelade den fra efterfølgende vandspejlsberegninger af strækningen.

Foruden ovenstående betingelser er der som nedre randbetingelse anvendt en vandspejlskote på 0,38 mDVR90, som blev registreret på opmålingstidspunktet.

4.2.2 Hvidbjerg Å

Hvidbjerg Å er et mellemstort vandløb i Nordvestjylland syd for Thisted. Åen blev opmålt på hele dens strækning fra Ove Sø (indløb) til Ørum Sø (udløb) den 22. marts 2021. Længden af vandløbet er opgivet til godt 7,7 km. Opmålingen blev foretaget ved enkelt sejlads i modstrøms og medstrøms retning.

Figur 4.4: Hvidbjerg Å, hvorigennem vand fra Ove Sø transporteres til Ørum Sø over en 7,7 km strækning.

Vandløbet reguleres ved teoretisk skikkelse, hvor der er angivet afstrømningsscenarier, manningtal for vandløbet samt afstrømningsoplande flere steder på strækningen. Variationen i oplandsstørrelse og vandføring er opgivet i tabel 4.2.

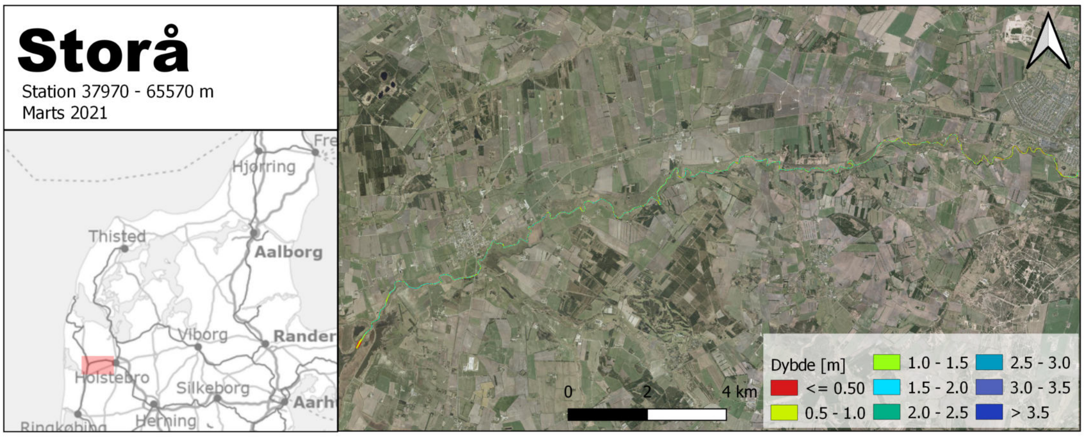
Tabel 4.2: Variation i afstrømningsopland og tilsvarende vintermiddel vandføring (Q) for Hvidbjerg Å. Oplandsareal og vintermiddel Q = 15,7 $L \cdot s^{-1}$ opnået fra det gældende regulativ for Hvidbjerg Å-systemet fra November 2003. Bemærk omregning til $m^3 \cdot s^{-1}$.

Station [m]	Oplandsareal [km^2]	Vintermiddel Q [$m^3 s^{-1}$]
60	222,7	3,49
3 497	231,4	3,63
6 411	234,7	3,68
7 390	269,7	4,23
7 771	269,8	4,24

På opmålingsdagen blev registreret vandspejlskote på 0,16 m. Denne vil blive anvendt som nedre randbetingelse.

4.2.3 Storå

Storåen er Danmarks næstlængste vandløb med en længde på godt 104 km og et afstrømningsopland på godt 1100 km^2 (Ovesen et al., 2000). Her er målt nedstrøms Holstebro renseanlæg til udmundingen i Nissum Fjord, en strækning på godt 27 km.



Figur 4.5: Den sidste strækning af Storå før den munder ud i Nissum fjord.

Den strækning, som er blevet opmålt i forbindelse med projektet er jævnfør det gældende regulativ ikke vedligeholdt i henhold til nogen krav om geometri eller vandføring. Det gældende regulativ har ladet det henligge naturligt. I det opstrøms begyndelsespunkt, som ligger få hundrede meter fra Holstebro Renseanlæg er anvendt 825 km^2, som angivet i Orbicon (2012). Ved udløbet til Nissum Fjord er afstrømningsoplandet fastsat til 1100 km^2 som angivet i Ovesen et al. (2000).

Manningtallet er sat til 20 $m^{1/3}s^{-1}$. Scenariet der beregnes på er vinter/tidligt forår, grundet opmålingstidspunktet. Manningtallet har ikke nogen afgørende betydning for de undersøgelser der her foretages.

Der er anvendt en årsmiddel-afstrømning på 16,6 $L \cdot s^{-1} \cdot km^{-2}$ (Ovesen et al., 2000).

4.2.4 Suså

Susåen er et godt 87 km langt vandløb på det sydlige Sjælland. Vandløbet munder ud i Karrebæk Fjord ved Næstved, og afvander et areal på godt 820 km^2 (Ovesen et al., 2000). I herværende projekt er opmålt de sidste 6 km af Øvre Suså, som løber ud i Tystrup Sø. Derfor er afstrømningsoplandet reduceret fra 820 til at varierere fra 118 til 181 km^2.

Figur 4.6: Oversigt over den opmålte strækning af øvre Suså.

Øvre Suså er reguleret ved geometrisk skikkelse og der angives derfor ikke nogen strømningsparametre, som kan tages udgangspunkt i. I stedet er fundet middelvandføring for Suså i Ovesen et al. (2000) på 6,1 $m^3 s^{-1}$. Manningtallet er sat til 20 $m^{1/3} \cdot s^{-1}$ for beregningerne. Den nedre randbetingelse er i form af en målt vandspejlskote på 6,6 m DVR90.

Det bemærkes fra luftfotoet på Figur 4.6, at der i den sidste del af strækningen er en overgang mellem Tystrup sø og Suså.

4.3 Måleudstyr til dataopsamling

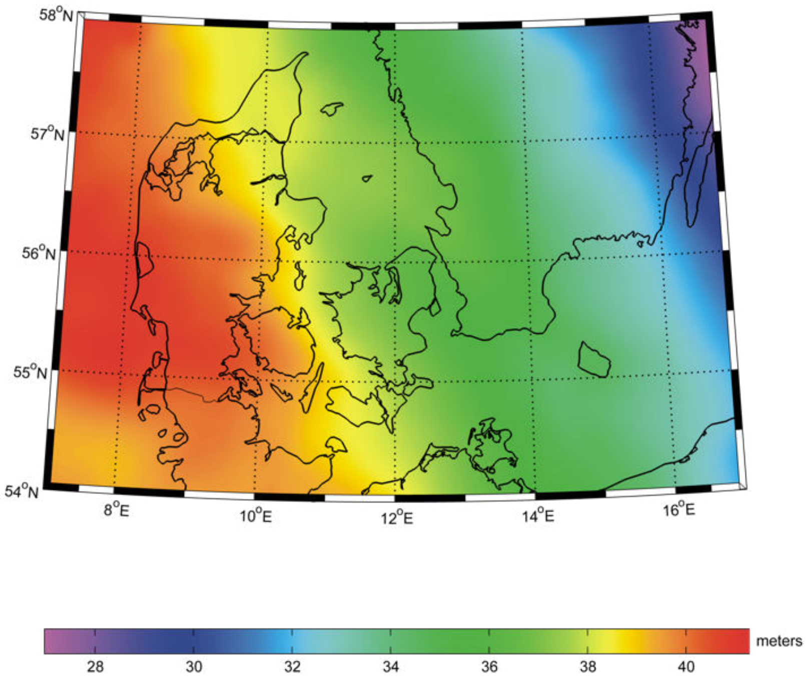
Måleudstyret består af en Lowrance DownScan enkteltstrålet ultralydssensor samt en REACH RS2 GPS-enhed. Ultralydssensoren måler omtrent 5 gange i sekundet, og returnerer en afstand fra enheden til vandløbets hårde bund. GPS-enheden anvendes til at sikre nøjagtig lokationsangivelse samt den vertikale position, så bundens kote kan bestemmes. Begge instrumenterne er fastmonteret på en metalcylinder med kendte dimensioner.

4.4 Databehandling

4.4.1 Konvertering til Dansk Vertikal Reference, 1990 (DVR90)

REACH RS2 angiver alle målinger i WGS84 (World Geodetic System, 1984). Derfor er det nødvendigt at koble disse til Danmarks geoidemodel (se Figur 4.7). En geoidemodel kompenserer for det, at jorden ikke er en perfekt flad sfæoride, men har lokale udsving.

WGS84 definerer elevation, som afstand fra denne prædefinerede sfæoride. Ved at kende de lokale variationer i afstand fra denne op til den reelle overflade, kan målinger omregnes til DVR90 (Dansk Vertical Reference, 1990).



Figur 4.7: Geoidemodel for Danmark. Lavet af Forsberg (2012).

Konverting til DVR90 sker af forholdsvist komplicerede beregningsveje. Først omregnes WGS84-koordinaterne til UTM32, hvorefter de kan benyttes til at plukke en konverteringsværdi, N for hvert GPS-punkt. N-værdien vil være et udpluk af en m x n matrix, som er en repræsentation af den variation der er illustreret i Figur 4.7. Herefter er den simple omregning:

$$H_{dvr90} = h_{ellipsoide} - N \tag{4.1}$$

m x n matricen har en bestemt opløsning, og interpolation kan være nødvendig for bedre estimat.

4.4.2 Bearbejdning af bundmålinger

Den overvejende del af databearbejdningen udføres i open-source programmet QGIS. Først og fremmest importeres bearbejdede sonar- og GPS-data. Dernæst importeres polylinjer af vandløbsmidte og vandløbskant som er offentlig tilgængeligt fra FOTdanmark (nu GeoDanmark). Disse rettes til efter behov. Vandløbsmidten benyttes til at definere stationeringer langs den opmålte strækning samt optegne tværsnit, hvorfra der udtages datapunkter. Vandløbskanten defineres som vandløbets brink og har dermed dybden y = 0.

Interpolation af vandløbsdybden

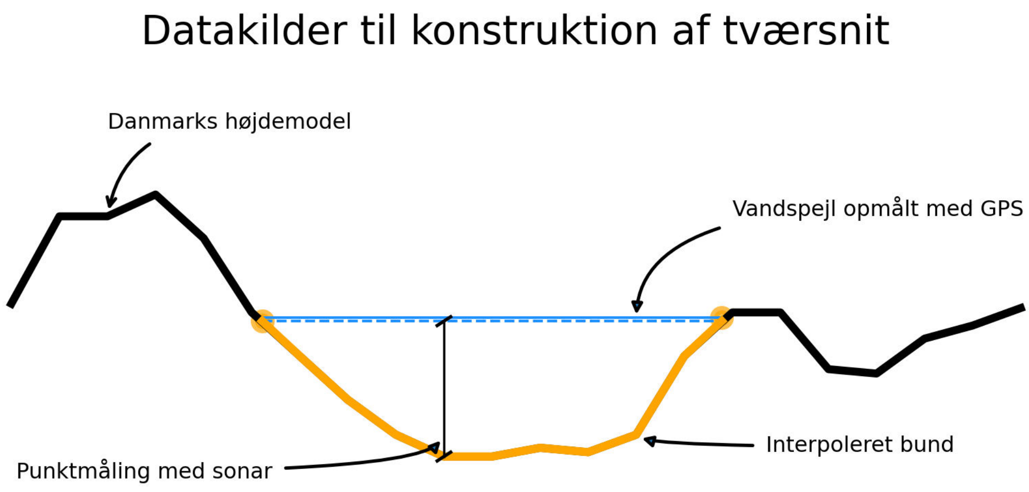
Eftersom der måles i punkter langs de spor der sejles i, opnås der ikke et fuldt beskrevet bundforløb. Grundet ultralydssensorens høje målefrekvens haves høj opløsning i langsgående retning i de spor der sejles i. I tværgående retning vil detaljeringsniveauet være lavere end traditionel målemetode. Ikke destro mindre er det nødvendigt at få en kontinuert beskrivelse af vandløbsbunden for at kunne udtrække data i tværsnit med høj tæthed. Dette gøres ved at interpolere mellem målepunkter og vandløbskanten. Ved den tilrettede vandløbskant fastsættes dybden til 0 m. Den anvendte interpolationsmetode er *Triangulated Irregular Network* (TIN). Ved metoden udnyttes de kendte dybder til at estimerer forløbet af hele vandløbsbunden ud fra et netværk af trekanter. Denne metode er udbredt indenfor terrænbeskrivelser, herunder højdemodeller. Metoden kan imidlertid give trapez-lignende tværsnit, hvis afstand fra vandløbskant og yderste målepunkt bliver stor.

Udover TIN er der adskillige andre interpoleringsmetoder, såsom invers afstandsvægtning (Eng.: Inverse Distance Weighting, IDW), Kriging, Spline og Topo to Raster. Førstnævnte går overordnet ud på, at en ukendt værdi bestemmes som en middel af omkringliggende punkter ud fra en afstandsbestemt vægtning. *Kriging* kan ses som en udvidet IDW-interpolation, som foruden afstand forsøger at tage højde for fordelingen af de kendte punkter samt om der er et retningsbestemt bias (ESRI, 2016*b*). *Spline* er en interpoleringsmetode, som forsøger at konstruere en flade med mindst mulig krumning, som akkurat skærer de inputværdier, der er anvendt (ESRI, 2016*a*). Mens samtlige af de nævnte er generelle interpoleringsmetoder, som alle har brede anvendelsesområder, er *Topo to Raster* specifikt udviklet til at generere overflader der på mere nøjagtig vis afspejler naturlige drænsystemer (ESRI, 2016*a*). Det er også denne interpoleringsmetode, der af Arseni et al. (2019) blev fundet til at give højest overensstemmelse med virkelige forhold. I undersøgelsen blev foretaget en 35 km opmåling af Siret-floden - en cirka 650 km lang flod med udspring i Ukraine og munding i Donau. Opmålingen blev, som i dette projekt, foretaget med *single beam* ekkolod. På baggrund af ekkolods-målingerne blev generet fire batymetriske modeller ved brug af IDW, Radial basis function (RBF), Kriging og Topo to Raster. Metodernes nøjagtighed blev evalueret ved sammenligning med 5 opmålte tværsnit over en 1500 m strækning. Arseni et al. (2019) konkluderede også, at de deterministiske teknikker (IDW & RBF) gav betydelige fejl nær brinkerne. Selvom TIN ikke indgår i de nævnte undersøgelser, er der ingen tvivl om, at de samme problemer vil opstå.

Topo to Raster-værktøjet er licenskrævende, og kan opnås gennem en ArcGIS-licens eller direkte gennem Australian Nation University, hvor værktøjet er udviklet. Der er i øjeblikket ikke et tilsvarende værktøj tilgængeligt til QGIS, og det har derfor ikke været muligt at afprøve metoden.

Eksport af tværsnit

Som sidste led i QGIS bearbejdningen eksporteres tværsnitsarealer ved at opsamle værdier fra Danmarks højdemodel og det interpolerede dybdekort. I Figur 4.8 ses en skitsering af et eksporteret tværsnit samt hvilke data der er knyttet til det. Vandspejlets kote er bestemt ved hjælp af GPS-enheden. Sonaren anvendes til at bestemme afstanden til bunden. Disse to kan i kombination anvendes til at koteangive bunden. I områderne over brinkerne er der ikke udført målinger, og terrænkoter indhentes her fra Danmarks højdemodel.



Figur 4.8: Illustration af de forskellige data der indgår i et tværsnit eksporteret fra QGIS. Danmarks højdemodel er i 0,4 x 0,4 m opløsning. Højdemodellen er offentligt tilgængelig og indhentet fra Kortforsyningen.

4.4.3 Middelfejl og standardafvigelse

Længdeskridtets betydning evalueres på baggrund af middelfejl og standardafvigelse mellem en model med Δx = 1m (basisberegning) og en model med anden Δx. Sammenligningen vil kun ske i de overlappende punkter. Som eksempel vil der ved evaluering af Δx = 50 m, blive sammenlignet med resultater fra basisberegningen i punkterne 0, 50, 100, 150, 200 m og så videre.

$$e_m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} (Y_i - y_{i,basis}) \tag{4.2}$$

Hvor Y_i er vandspejlskoten for det datasæt der testes, og y_i er fra basisberegningen. Den associerede standardafvigelse på fejlen beregnes ved:

$$sd = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (e_i - e_m)^2}{n-1}} \tag{4.3}$$

Hvor n er antal værdier, e_i er middelfejl i punkt i, og e_m er den numeriske middelfejl.

4.4.4 Middelareal-difference

Middelareal-differencen (ΔA_m) anvendes som en sumparameter til at fortælle om de varierede længdeskridt giver et gennemsnitsareal, som afviger fra basisberegningen. ΔA_m beregnes ved:

$$\Delta A_m = A_{m,basis} - A_m \tag{4.4}$$

Hvor $A_{m,basis}$ og A_m er henholdsvis middelareal for basisberegningen og middelareal for tværsnitsarealerne, der er brugt i ved det gældende længdeskridt. Anvendes eksempelvis længdeskridt 50 m, er der anvendt hver 50. tværsnitsareal fra basisberegningen. Således bliver middelarealet bestemt på de samme dybder i de overlappende tværsnit. Middelarealet bestemmes ved:

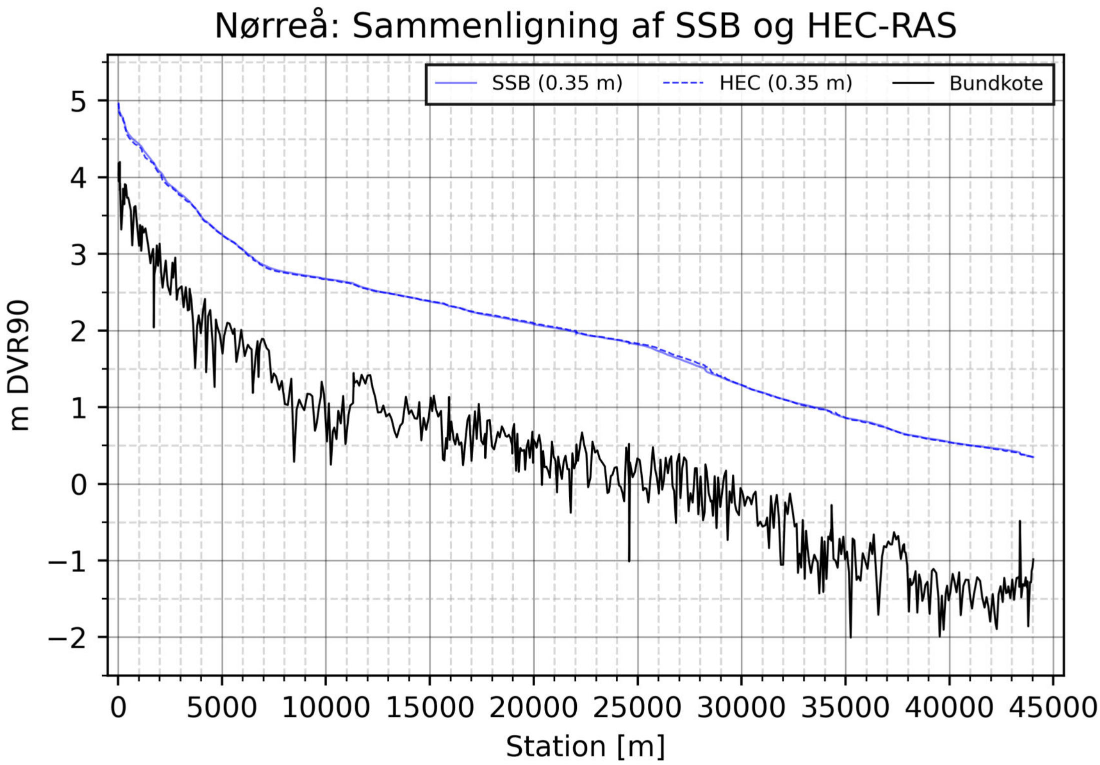
$$A_m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} A_i \tag{4.5}$$

Hvor n er antal tværsnit og A_i er tværsnitsarealet i tværsnit i $[m^2]$.

Resultater 5

5.1 Validering af beregningsværktøjet SSB

Overordnet set er der rigtig god overensstemmelse mellem resultaterne opnået ved egen model og HEC-RAS, med minimal afvigelse. På hele strækningen er der stort set komplet overlap mellem de beregnede vandspejl.

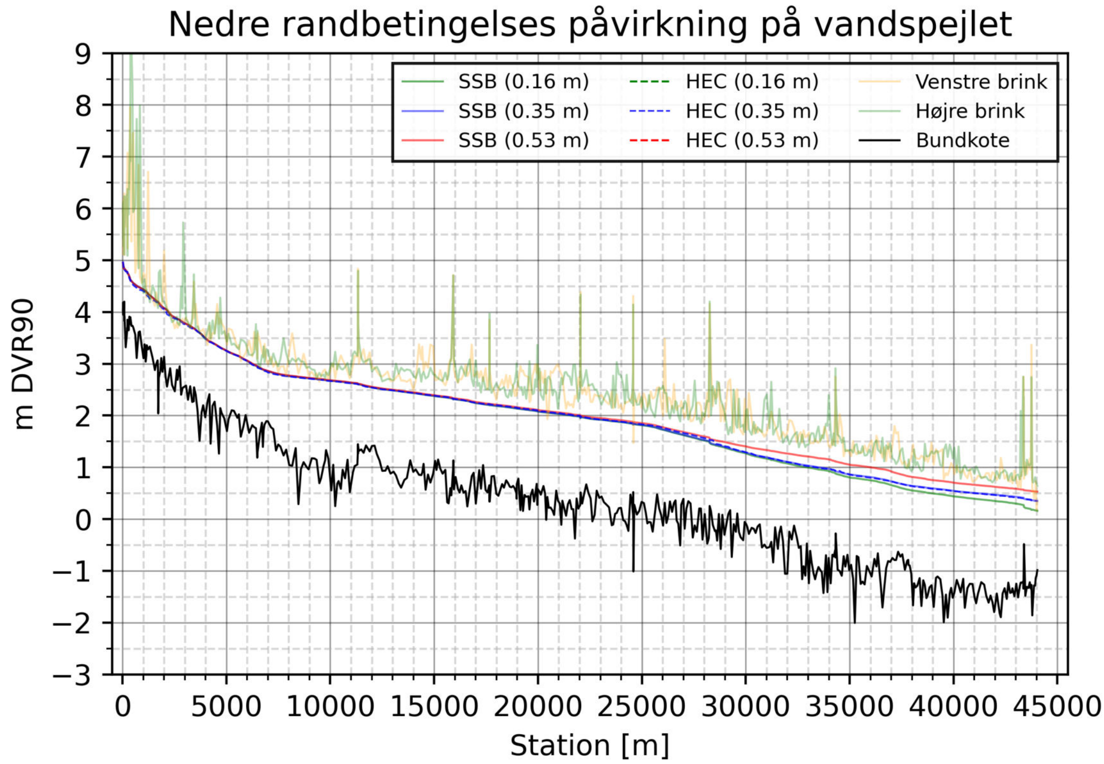


Figur 5.1: Sammenligning af vandspejl beregnet via HEC-RAS model og ved anvendelse af egen strømningsberegner (SSB).

Som det ses afviger de to beregninger minimalt fra hinanden.

5.1.1 Evaluering af den nedre randbetingelse

Jævnfør figur 5.2 påvirker den nedre randbetingelse vandspejlskoten omtrent 15 km opstrøms, svarende til cirka 1/3 af hele vandløbets strækning. Nørre Å har et relativt lavt fald, hvilket formentlig er årsag til at randbetingelsens betydning strækker sig så langt op i vandløbet. Betydningen af denne påvirkning er formentlig begrænset i regulativmæssige sammenhænge, eftersom teoretisk skikkelse evalueres på samme grundlag i henhold til randbetingelser. Det er dog noget der bør være opmærksomhed omkring, i tilfælde af der er væsentligt forskel på vandløbets aktuelle bundforløb sammenlignet med dets teoretiske skikkelsesforløb. Det er ikke givet, at randbetingelsens betydning strækker sig lige langt for de to geometrier. Dermed vil en såkaldt "dårlig"randbetingelse ikke nødvendigvis få samme konsekvens for de to beregninger. I forhold til modellerne imellem, ses at der stadig er god overensstemmelse mellem resultaterne opnået fra HEC-RAS og egen SSB. Ændring af randbetingelsen har ingen betydning for den førvnævnte afvigelse mellem beregningerne.



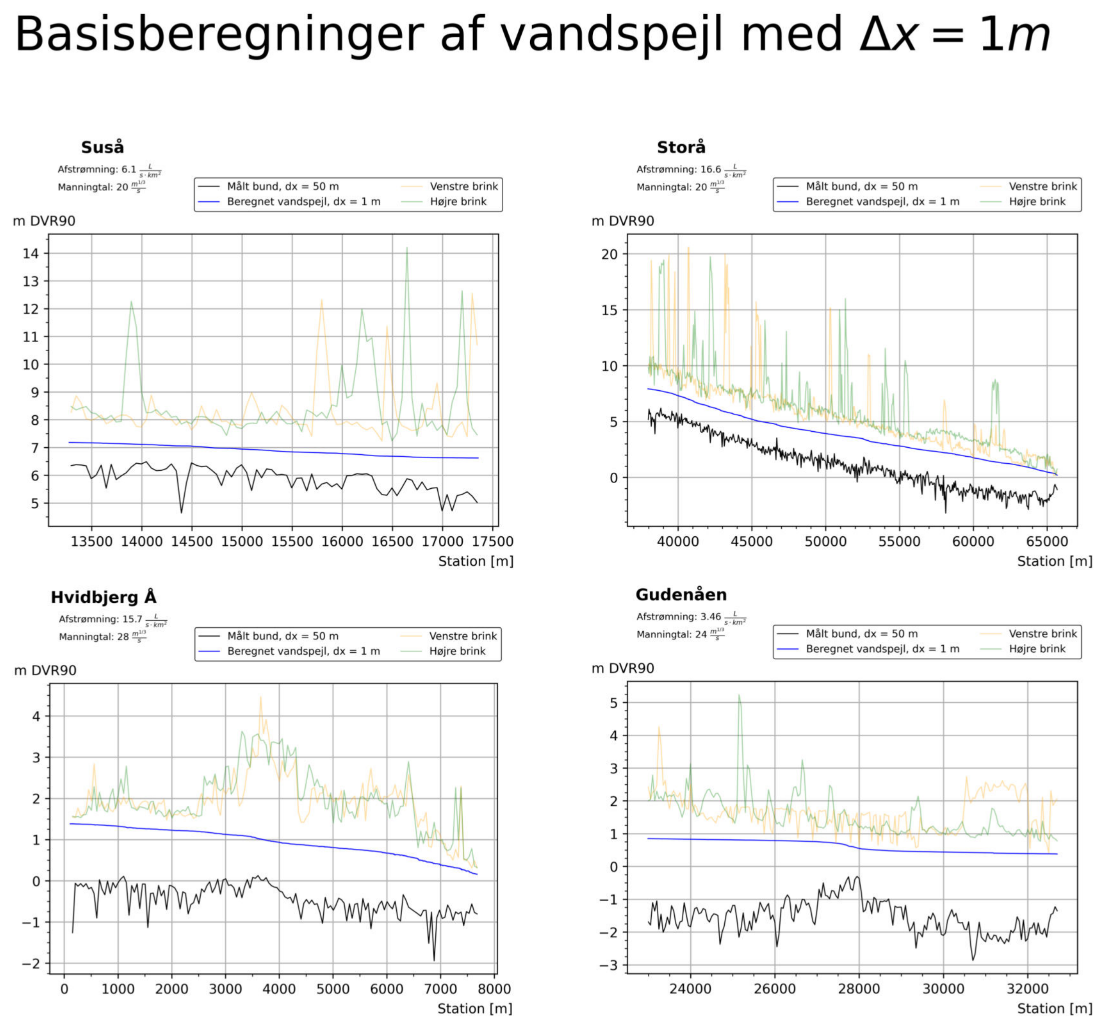
Figur 5.2: Nørreå: Vandspejlsberegninger ved tre forskellige vandspejlskoter som nedre randbetingelse, udført ved brug af SSB (-) og HEC-RAS (- -). Bunden er opmålt af WSP i perioden 2015-2016.

På baggrund af de ovenstående resultater anses beregningsværktøjet, SSB at være egnet til vandspejlsberegninger for de inkluderede case-områder.

5.2 Basisberegninger af vandspejl

Der foretages vandspejlsberegninger ved brug af SSB-værktøjet for de fire vandløb ved anvendelse af $\Delta x = 1\ m$. Disse vil være referenceberegninger for det enkelte vandløb, idet det er beregninger foretaget med højest længdemæssig detaljeringsniveau.

I figur 5.3 ses resultaterne af de fire basisberegninger. Venstre (gul) og højre (grøn) brink er defineret som højest punkt i hver side af det enkelte tværsnit. Disse punkter er udtaget fra Danmarks seneste terrænmodel med 0,4x0,4 m grid. Både bund og brinker er vist med $\Delta x = 50\ m$ for at give højest illustrativ værdi. Brinkerne er defineret som højest punkt i hver side af tværsnittet, og kan således godt afvige fra, hvad der egentlig ville blive anset som vandløbets brinker. I selve beregningerne er benyttet tværsnit for hver meter.



Figur 5.3: Basisberegninger af vandspejl på baggrund af den interpolerede geometri, der baseres på enkeltstrålet ultralydsmålinger. Brinkerne er defineret som højest punkt på hver side af vandløbet. Topografien i det omkringliggende terræn er hentet fra Danmarks terrænmodel med 40x40 cm gridstørrelse. Det beregnede vandspejl er baseret på tværsnitsopløsning på 1 m. De viste bundforløb (sort-) er vist for $\Delta x = 50$ m for at give bedre billede af forløbet.

For Suså ses et jævnt fald på vandspejlet fra kote 7,1 m til cirka 6,6 m over en strækning på godt 4 km.

Storåen er den længste opmålte strækning på over 25 km. Her ses enkelte delstrækninger, hvor det geometriske forløb forårsager moderate opstuvningseffekter. Det ses først ved station 52500 m og senere ved 47000 m.

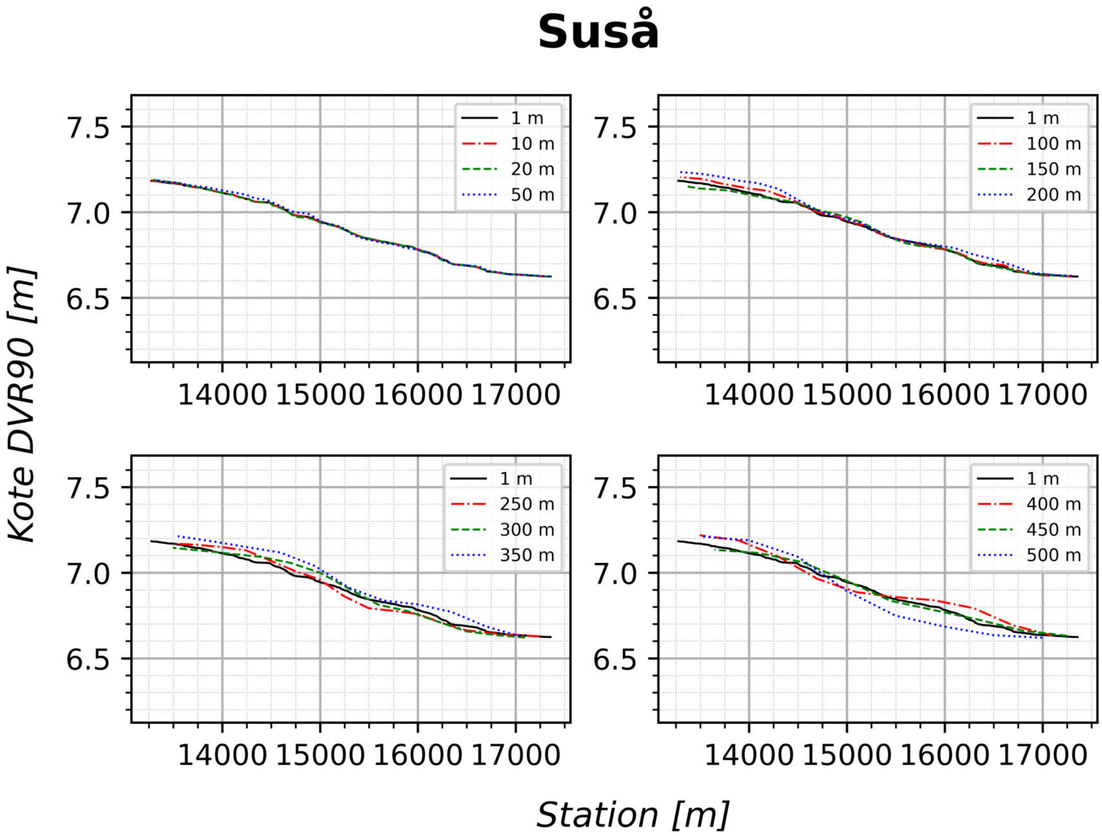
Ligesom Storåen lader der til at være enkelte opstuvningspunkter på Hvidbjerg Å. Her bemærkes små opstuvningseffekter omkring station 6500 m og 3500 m. Opstuvningen midtvejs på strækningen lader til at være forårsaget af en bundhævning på cirka 40-50 cm mellem station 3800 og 4200 m.

Gudenåen har et enkelt, mere markant opstuvningspunkt lige opstrøms for station 28000 m. Denne opstuvning er sammenfaldende med en bundhævning på næsten 1 m over relativt korte afstande. På denne del af strækning er der åben udveksling med nogle vådlagte enge, hvor en betydelig sandtransport blev observeret.

5.3 Betydning af langsgående detaljeringsniveau

I det følgende gennemgås vandspejlsberegninger ved varieret Δx for de fire vandløb. Resultaterne bliver præsenteret i fire plots, således det er muligt at skelne mellem kurverne. Samtlige plots vil bestå af basis-vandspejlet samt tre beregninger med andre Δx.

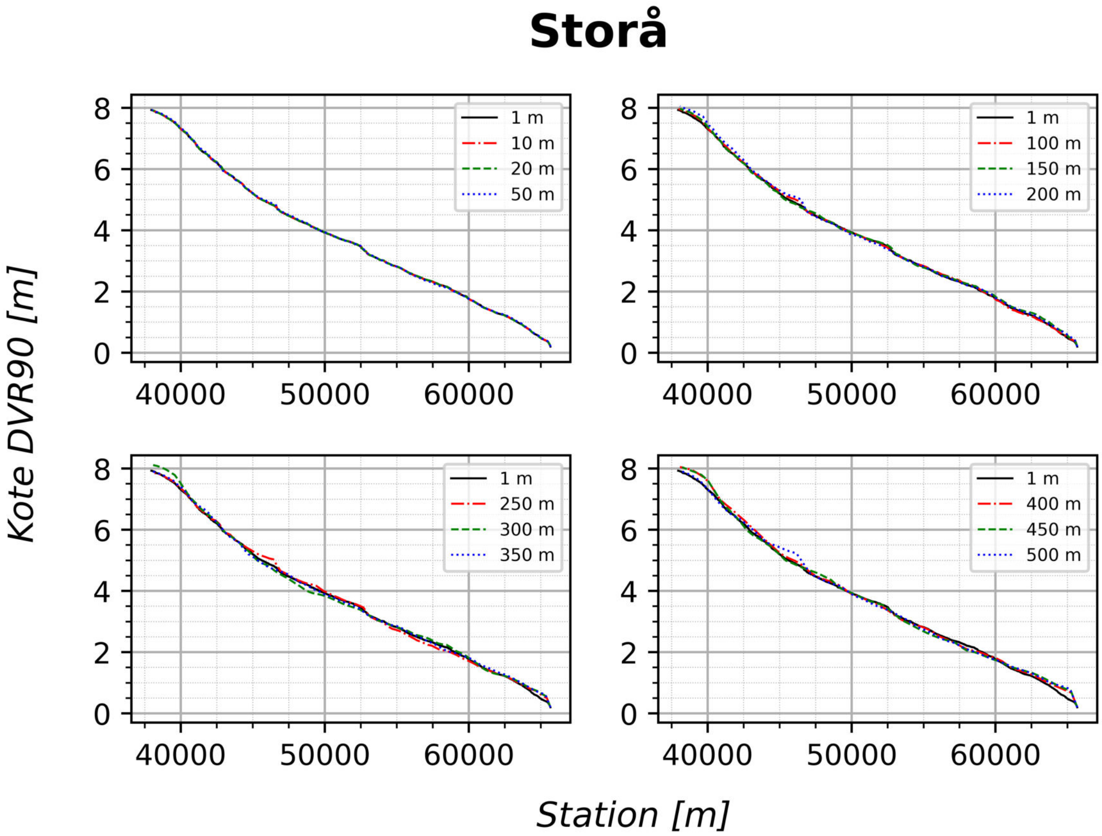
Først ses resultater for Suså-strækningen på figur 5.4.



Figur 5.4: Suså. Sammenligning af vandspejlsberegninger ved varieret langsgående detaljeringsniveau. Signaturen på den enkelte kurve angiver afstanden mellem de tværsnit, som er anvendt i beregning af vandspejlet. Basisberegningen (Δx = 1 m) indgår i alle subplots, da de andre beregninger sammenlignes med denne.

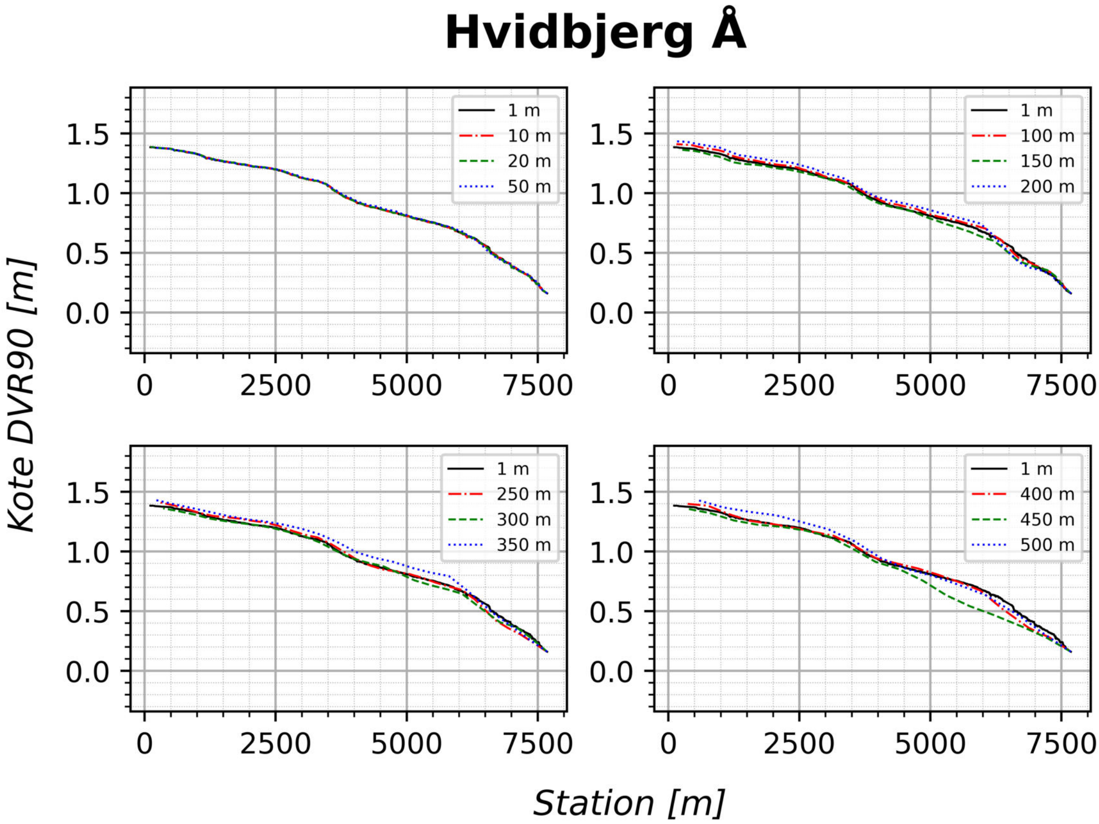
Ved forøgelse af Δx til henholdsvis 10, 20 og 50 m ses der ingen nævneværdig afvigelse i vandspejlsberegningen. Ved Δx herover begynder der at være tydelige afvigelser fra basisberegningen. Allerede ved $\Delta x = 100$ m er der begyndende afvigelser i de øvre 1000 m. Afvigelsen bliver mere og mere markant i takt med forøgelse af Δx, med undtagelse af

$\Delta x = 450\ m$ (grøn –, nederst th.), hvor vandspejlsforløbet er i god overensstemmelse med basisberegningen.



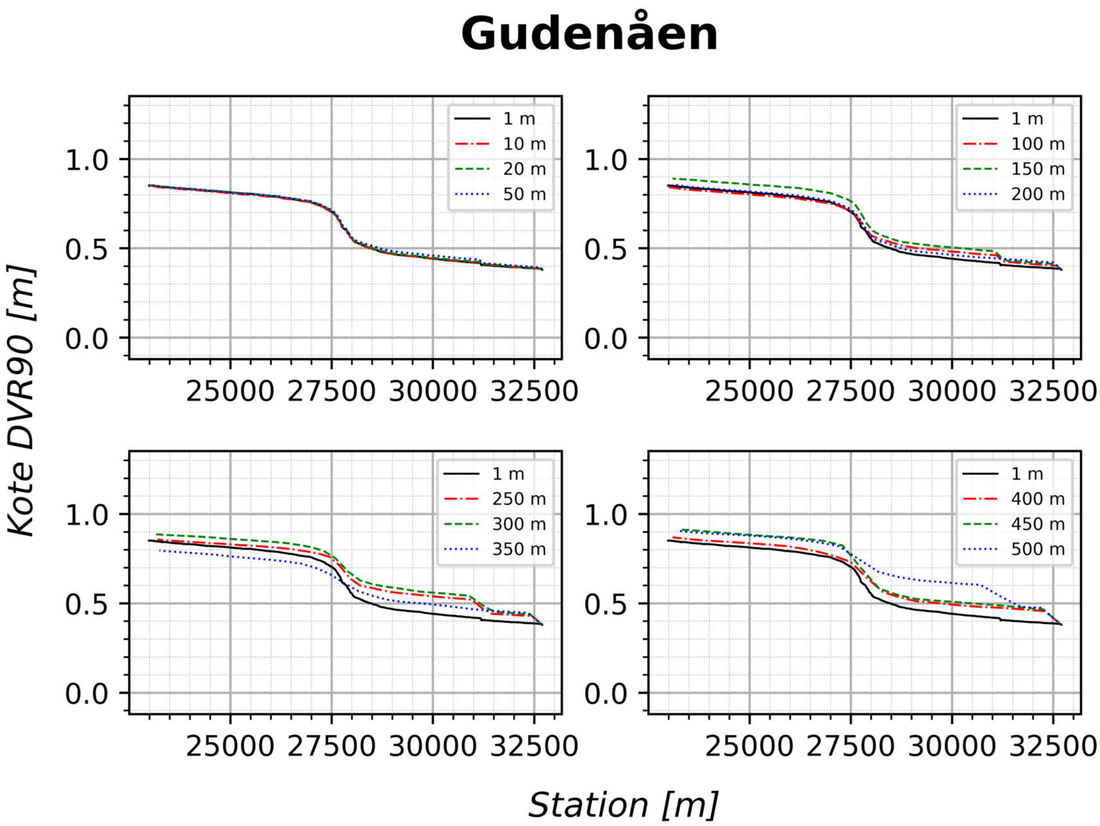
Figur 5.5: Storå. Sammenligning af vandspejlsberegninger ved varieret langsgående detaljeringsniveau. Signaturen på den enkelte kurve angiver afstanden mellem de tværsnit, som er anvendt i beregning af vandspejlet.

Storå-strækningen er den længste strækning af de fire case-områder som strækker sig over 25 km. Koteforskellen mellem start og slut bliver derved også signifikant. Hvad der kan ses er lidt samme tendens som tidligere: Δx på 10, 20 og 50 m giver ikke anledning til nævneværdige afvigelser fra basisberegningen. Ved større Δx end disse ses der lokale afvigelser og opstuvningseffekter som ikke fremgår af basisberegningen. Nogle af de tydeligste er opstuvningseffekter ved station 46500 m for $\Delta x = 250\ m$ og station 40000 for $\Delta x = 300\ m$. Lignende, mere ekstreme, tilfælde ses også ved $\Delta x = 400$, 450 og 500 m.



Figur 5.6: Hvidbjerg Å. Sammenligning af vandspejlsberegninger ved varieret langsgående detaljeringsniveau. Signaturen på den enkelte kurve angiver afstanden mellem de tværsnit, som er anvendt i beregning af vandspejlet.

For Hvidbjerg Å ses samme tendens: Ingen påvirkning af Δx = 10, 20 eller 50 m og begrænset betydning ved Δx = 100 og 150 m (Figur 5.6). Ved Δx = 400 m ses der et resultat som afviger markant fra de andre vandspejlsforløb, ligesom blev set ved Δx = 500 m for Suså.



Figur 5.7: Gudenåen. Sammenligning af vandspejlsberegninger ved varieret langsgående detaljeringsniveau. Signaturen på den enkelte kurve angiver afstanden mellem de tværsnit, som er anvendt i beregning af vandspejlet.

For gudenåen (figur 5.7) ses et samlet kotefald fra 0,95 m til 0,36 m DVR90 over en 9700 m strækning. Der ses en bundhævning omkring station 28000, hvilket også resulterer i, at der beregnes en vandspejlsstigning opstrøms for dette punkt. Største effekt ses på $\Delta x = 500m$, hvor afvigelsen er næsten 20 cm i enkelte punkter.

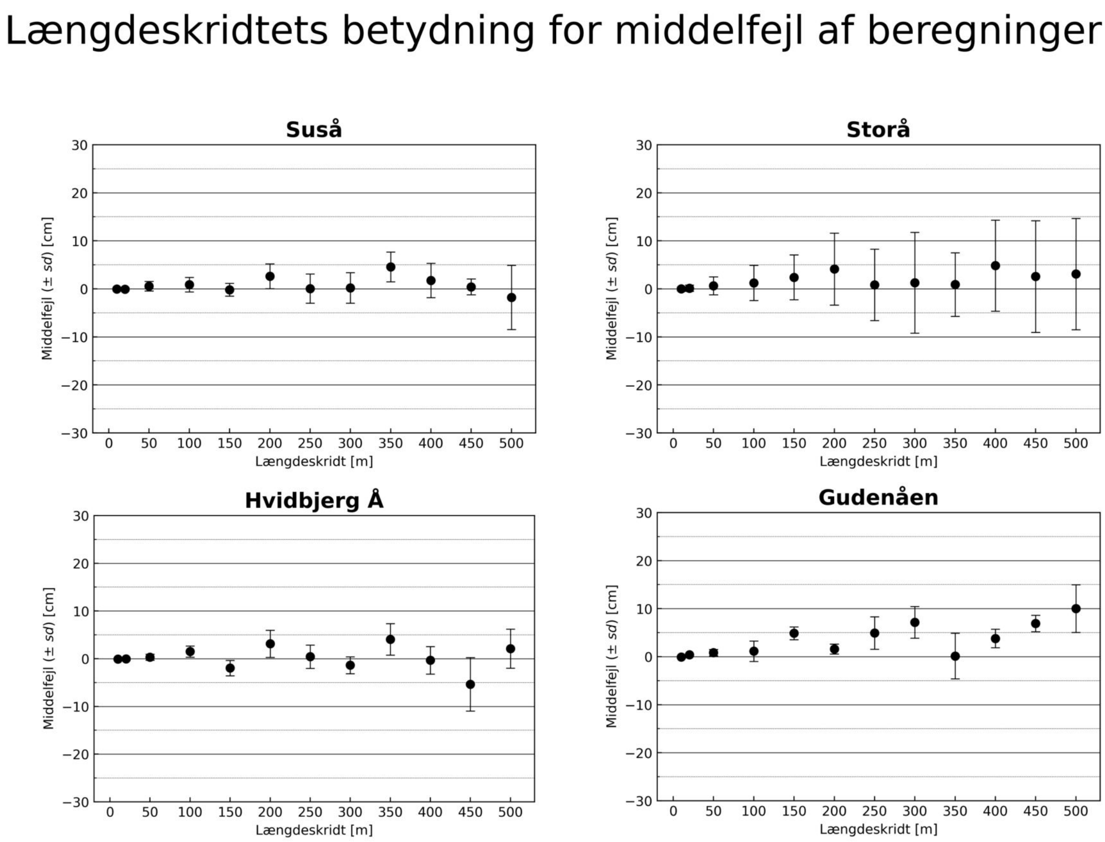
Vandspejlsberegningerne viser også her, at det langsgående detaljeringsniveau først får synlig betydning ved Δx over 100 m. Den synlige afvigelse er grundet en opstuvningseffekt omkring station 31000 m for $\Delta x = 100$ m og 150 m. Opstuvningen ses ikke for $\Delta x = 200$ m, hvorfor afvigelsen på denne beregning er mindre end de to foregående. For Δx større end 200 m ses i alle tilfælde en opstuvningseffekt omkring station 31000 m med varierende størrelse.

5.3.1 Middelfejl, standardafvigelse og tilknytning til tværsnitsarealet

I alt er undersøgt $\Delta x = 10$ og 20 m samt 50 til 500 med 50 m interval, i alt 12 scenarier sammenlignes enkeltvis med basisberegningen for hver case.

Tabel 5.1: Middelfejl (e_m) og standardafvigelse (sd) ved parvis sammenligning mellem basisberegning og de varierende Δx

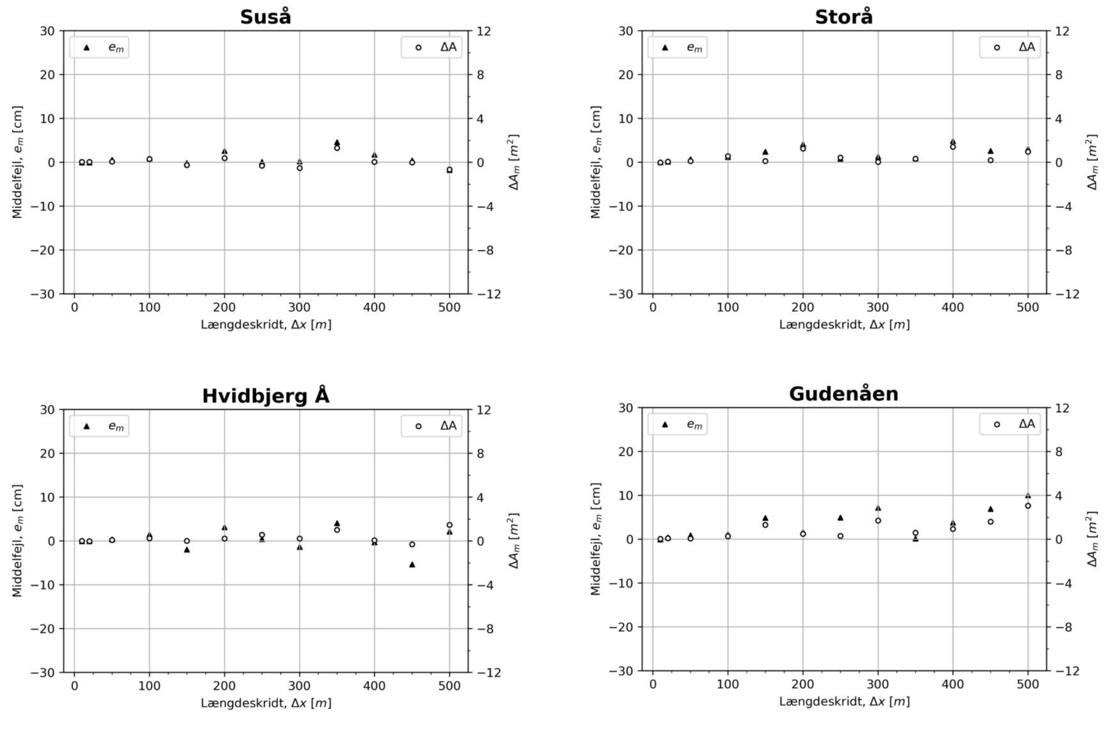
	Suså		Storå		Hvidbjerg Å		Gudenåen	
Δx [m]	e_m [cm]	sd [cm]	e_m [cm]	sd [cm]	e_m [cm]	sd [cm]	e_m [cm]	sd [cm]
10	0,0	0,08	-0,02	0,39	-0,08	0,25	-0,07	0,26
20	-0,04	0,23	0,13	0,64	-0,04	0,26	0,41	0,18
50	0,31	0,72	0,64	1,87	0,32	0,63	0,84	0,68
100	0,58	1,08	1,22	3,65	1,5	1,18	1,13	2,14
150	-0,09	1,13	2,4	4,68	-1,97	1,6	4,87	1,34
200	1,82	2,29	4,11	7,5	3,12	2,84	1,57	1,03
250	-0,07	2,28	0,83	7,44	0,42	2,45	4,91	3,38
300	0,01	2,48	1,26	10,48	-1,37	1,79	7,15	3,3
350	2,93	3,15	0,89	6,61	4,05	3,28	0,13	4,76
400	1,54	3,0	4,84	9,47	-0,34	2,88	3,78	1,92
450	0,16	1,41	2,56	11,61	-5,38	5,6	6,91	1,71
500	-1,24	4,96	3,08	11,57	2,1	4,08	10,01	4,95



Figur 5.8: Middelfejl og standardafvigelse på fejlen for de undersøgte Δx sammenlignet med basisberegningen på 1 m.

På figur 5.8 er angivet middelfejl (± sd) for de undersøgte Δx. For de første 3 beregningsscenarier ($\Delta x = 10$, 20 og 50) er fejlen stort set uden betydning for alle fire vandløb. Efter disse beregningsscenarier begynder tingene dog at blive mere forskellige. Fejlen associeret med større Δx end 50 m virker til at afhænge af det enkelte vandløb. Ses for eksempel på Suså kan middelfejl $\pm sd$ begrænses til 5 cm ved Δx på op til 300 m. Som modsætning haves Storåen, hvor samme situation ses allerede ved $\Delta x = 100$ m. Størrelsen og spredningen på middelfejlen stiger heller ikke entydigt med øget Δx. Den tydeligste effekt af at mindske det langsgående detaljeringsniveau ses for Storå-strækningen. Her ses overordnet en større spredning på den beregningsafvigelse der kommer som følge af færre tilgængelige tværsnit. For de resterende vandløb er tendensen ikke entydig, og middelfejl samt spredning på fejlen kan falde selv ved forøgelse af Δx. Dette ses eksempelvis ved Suså, $\Delta x = 400$ m sammenlignet med flere af de kortere Δx, såsom 200 m. Herudover ses tilfælde, hvor beregnings-fejlen er rimelig konsekvent, som for eksempel Gudenåen, $\Delta x = 150$ m, hvor spredningen er $<$ 1 cm, men den gennemsnitlige fejl er omtrent 5 cm.

Der er foretaget en gennemgang af variationen i gennemsnitsareal for de tværsnitsarealer, der bliver anvendt ved de forskellige Δx. Her er taget udgangspunkt i basisberegningen, og fra denne beregnet gennemsnitligt tværsnitsareal for de tværsnit der benyttes i de respektive beregningsscenarier. Eksempelvis beregnes et gennemsnitligt tværsnitsareal (A_m) tværsnit anvendt ved $\Delta x = 50$ m. Det våde tværsnitsareal bestemmes ud fra det vandspejl der er bestemt ved basis-beregningen. Middelareal-differencen (ΔA_m) bliver så forskellen mellem A_m for basisberegningen ($A_{m,basis}$) og det enkelte længdeskridtsscenarie.



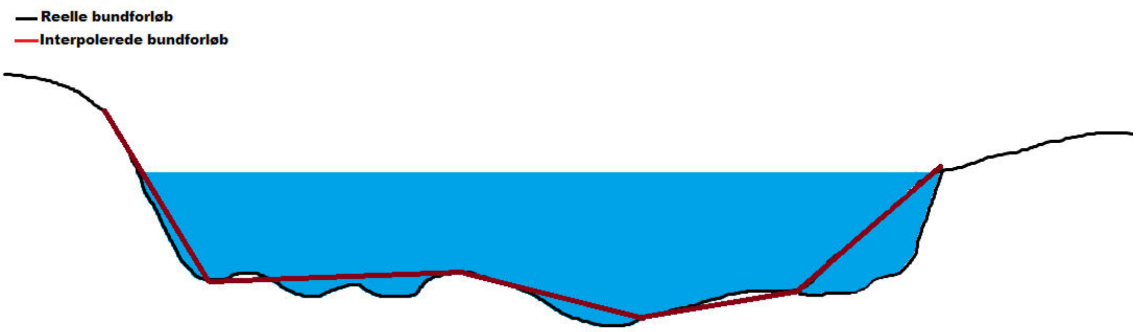
Figur 5.9: Middelfejl og areal-difference (ΔA) ved varieret Δx for de fire vandløb. Middelarealet for de forskellige Δx er beregnet ved, at tage det gennemsnitlige våde tværsnitsareal for de anvendte tværsnit fra basisberegningen. For Suså-strækningen er udeladt den nederste strækning der decideret upåvirket.

Jævnfør figur 5.9 er der en sammenhæng mellem ΔA_m og e_m på det beregnede vandspejl, med enkelte undtagelser. Det tydeligste eksempel er Suså-strækningen, hvor der stort set er overlap mellem værdierne for samtlige Δx. Sammenhængen er, at når ΔA_m bliver større bliver e_m også større. Når $e_m > 0$, er vandspejlet underestimeret relativt til basisberegningen. Omvendt, hvis $\Delta A_m > 0$ betyder det, at det gennemsnitlige tværsnitsareal for det gældende Δx er mindre end basisberegningen.

Diskussion 6

6.1 Konsekvenserne af interpolation

Fordi opmålingsmetoden består af sejlads i jolle med påhængsmotor, er der åbenlyse begrænsninger i forhold til dataopsamlingen. Båden stikker omtrent 40-50 cm ned i vandsøjlen, hvorfor lavere dybder ikke er tilgængelige at måle på. Målemetoden udmærker sig ved at være tidseffektiv og med høj langsgående opløsning. Dette kommer på delvis bekostning af den tværgående opløsning, som er styret af antallet af sejlspor der opmåles i. Fordi der interpoleres mellem målepunkter og vandløbskant er det forventeligt, at på strækninger med lav langsgående variation og kun enkelt sejlads nær hver brink, vil de genererede tværsnit få en trapezformet karakter. Det er ikke utænkeligt, at mangel på tværgående opmåling har betydning for de hydrauliske beregninger, idet der ved den lineære interpolation formentlig vil blive 'skåret' nogle hjørner af, sammenlignet med det virkelige tværsnit. Dette kan potentielt medføre en underestimering af tværsnitsarealet (skitseret på Figur 6.1).



Figur 6.1: Eksempel på, hvordan interpolation med få punkter i tværsnittet kan give afvigelser fra det virkelige tværsnit. Egen illustration.

Hvis der beskæres en betydelig del af tværsnittet fra, vil det påvirke vandspejlsberegninger idet tværsnitsarealet anvendes til bestemmelse af energitabet mellem to beregningspunkter ved brug af manningformlen. Ved konsekvent underestimering af A, vil vandføringsevnen ligeledes blive underestimeret. Eftersom vandføringen ofte er en fastsat parameter, vil vandspejlskoten nødvendigvis blive højere.

Omvendt kan lokale bundhævninger også blive overset, hvorved A bliver overestimeret. Foruden påvirkning på A, vil det også påvirke længden af den våde perimeter (P). I modsætning til A, vil P med overvejende sandsynlighed blive underestimeret, når tværsnittet beskrives ved færre målepunkter, eftersom den korteste afstand mellem to punkter er en ret linje. Med dette følger, at hvis bundforløbet er beskrevet ved hjælp af lineær interpolation frem for reelle målepunkter, vil P blive underestimeret. Dermed er det ikke utænkeligt, at den hydrauliske radius oftere vil være overestimeret end underestimeret. Arealet forventes dog at være den parameter der ændre sig mest. I og med arealet forventes at blive underestimeret ved interpolering, forventes de primære beregningsfejl at være overestimering af faldet på energilinjen, og dermed energitabet.

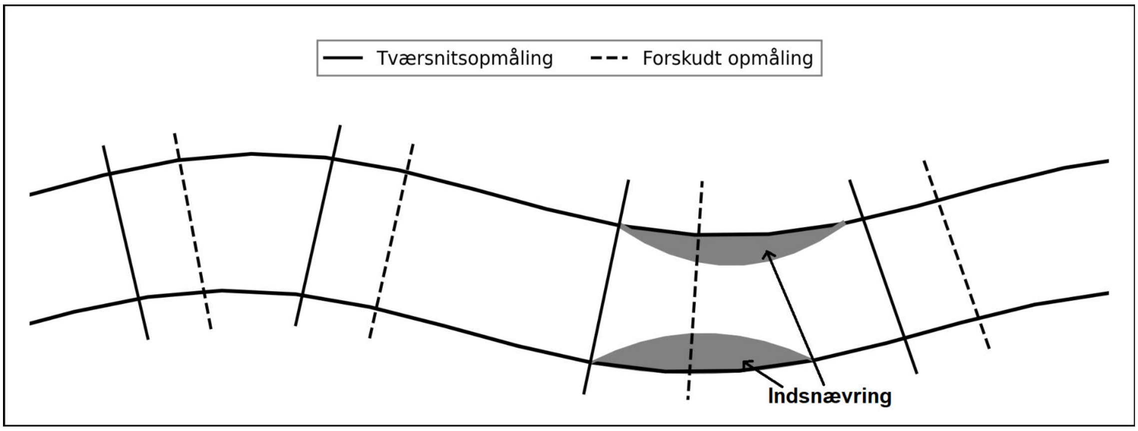
Fordi en relativt stort andel af bunden kan risikere at bestå af interpolerede værdier snarere end reelle målinger, afhænger batymetrien her i høj grad af, hvilken type interpolation der anvendes. TIN interpolationsmetoden er god fordi den er let at forstå, og det er let at bevare overblik over, hvad der sker i beregningerne. Omvendt giver trekantsnetværket, som batymetrien beregnes ud fra, også problemer, såsom pludselige ændringer i bundhældning i grænsefladerne mellem to trekanter, som ikke nødvendigvis er til stede i virkeligheden. Arseni et al. (2019) fandt ved afprøvning af fire interpoleringsmetoder, at interpolationsværktøjet *Topo to Raster* (TTR) egnede sig bedst til beskrivelse af batymetri for en 1500 m vandløbsstrækning, der var blevet opmålt med enkeltstrålet ultradlydsapparat. I en anden undersøgelse fandt Panhalkar and Jarag (2019) ved sammenligning af TTR, IDW og Kriging, at IDW gav den mest nøjagtige beskrivelse af batymetrien. En tredje undersøgelse foretaget af Wu et al. (2019) af den nederste strækning af Mississippi-floden viste, at anvendelse af Radial-basis funktioner (RBFs) til interpolation gav de mest nøjagtige beskrivelser af Mississippi-flodens batymetri.

Undersøgelser som disse giver et indtryk af, at der ikke er én metode, som i alle tilfælde er bedst egnet, men snarere at det afhænger af det enkelte vandløb. Det gør bestemt ikke processen nemmere, men fortæller samtidig, at kvaliteten af batymetrien potentielt kan forbedres ved at vælge den rette interpolationsmetode. Den åbenlyse måde kunne være ved trial and error, hvor der opmåles med ultralydsmetoden og i forlængelse opmåles 1-3 detaljerede tværsnit langs strækningen. De opmålte tværsnit kan så anvendes som kvalitetsparameter til bestemmelse af den bedst egnede interpolationsmetode for det specifikke vandløb.

6.2 Længdeskridtets betydning

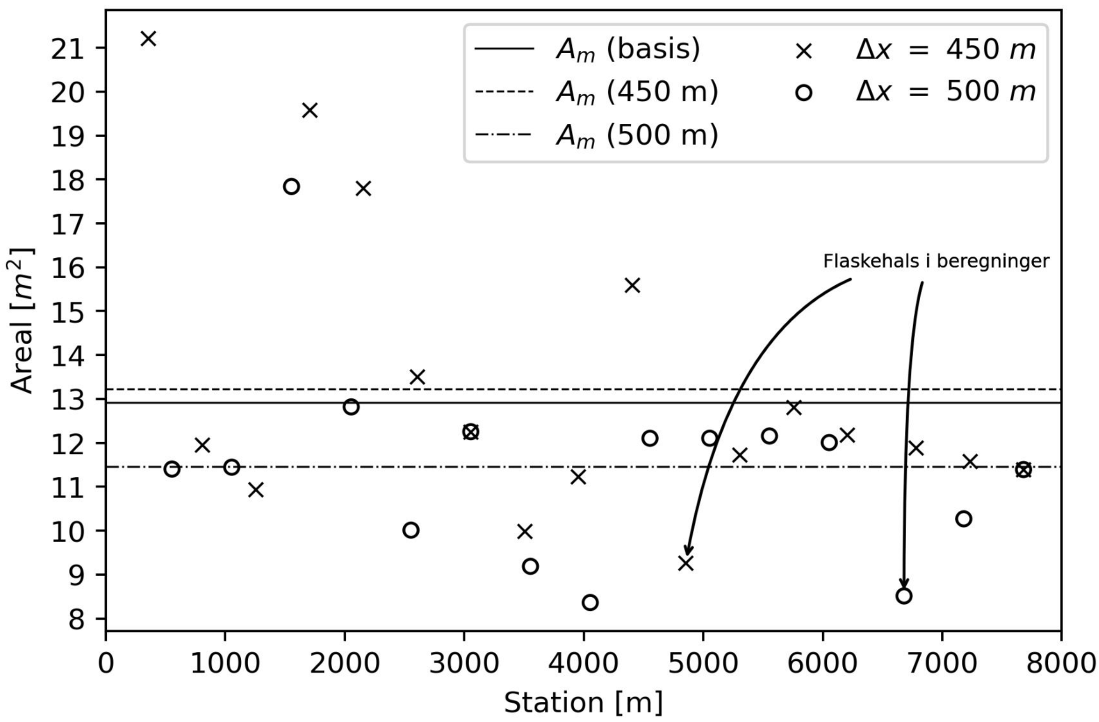
Resultaterne som helhed viser, at hvis tværsnit udvælges tilfældigt, kan det give anledning til fejl i beregninger på op mod 5 cm allerede ved Δx på 100 m. Ved anvendelse af Δx på 10, 20 og 50 m ses ikke nogen betydelig forskel i beregnet vandspejl. Ved større Δx end dette ($\geq$ 100 m) begynder afvigelserne at blive tydeligere. Hvad der er bemærkelsesværdigt er, at afvigelserne er unikke for hvert vandløb. For Susåen ligger $e_m\pm$ 1sd inden for $\pm$ 7 cm, mens den for Storåen kommer helt op på $\pm$ 15 cm. Der kan ses ligheder mellem Suså, Hvidbjerg Å og Gudenå-strækningerne, da der i disse tilfælde ikke er entydig sammenhæng mellem Δx og e_m. Det var oprindeligt forventet, at fejlen på beregningerne ville stige med øget Δx, da den langsgående variation gradvist går tabt ved forøgelse af Δx. På baggrund af resultaterne ses derimod, at dette ikke nødvendigvis er tilfældet. Det ser i højere grad ud til, at med større Δx, bliver det mere tilfældigt om netop de udvalgte tværsnit er repræsentative for vandløbets morfologiske variation på strækningen. Som det også fremgår af figur 5.9, er der bestemte Δx, som giver en samlet overensstemmelse i forhold til A_m, hvilket anses som den primære årsag til, at en beregning afviger fra basisberegningen.

I figur 6.2 er skitseret, hvordan en mindre forskydning potentielt kan give helt andre resultater. Hvis tværsnittene ved $\Delta x = 450\ m$ var forskudt 50 m i opstrøms retning ville det begrænsende tværsnit i st. 6700 m være medtaget, og vandspejlsforløbet havde været væsentligt anderledes.



Figur 6.2: Eksempel på morfologisk variation, som kan risikere at blive udeladt ved for stor afstand mellem tværsnit

Som det fremgår af figur 5.9, eksempelvis for Hvidbjerg ($\Delta x = 450\ m$), giver afvigelserne i beregnet vandspejl ikke altid udslag i ΔA_m. Ved at udtrykke areal-forløbet ved en middelværdi går informationer om dataene tabt. I figur 6.3 ses, at der i beregninger ved $\Delta x = 500\ m$ er inkluderet et tværsnit i st. 6700 m, som forårsager en opstuvningseffekt opstrøms. Denne indsnævring er ikke medtaget i $\Delta x = 450$ m, hvorfor en opstuvningseffekt ikke ses i beregningerne. Desuden ses, at der for $\Delta x = 450\ m$ medtages 3-4 store arealer, som øger middelværdien af A_m, men som sådan ikke har nogen effekt på beregningerne, eftersom det begrænsende tværsnit er lokaliseret nedstrøms disse.



Figur 6.3: Tværsnitsarealer i beregningspunkterne for $\Delta x = 450\ m$ og $500\ m$. Det fremgår, at A_m ($450\ m$) næsten er lig $A_{m,basis}$. Det ses, at der ved $\Delta x = 500\ m$ inddrages et tværsnit som forårsager en opstuvningseffekt omkring st. 6700 m, som ikke medtages i $\Delta x = 450\ m$.

Dette eksempel viser, hvordan arealet er af afgørende betydning for beregningen af vandspejlet, og understøtter hvor vigtigt det er, at det geometriske forløb er beskrevet. Situationer som dette vil ikke fremgå af middelarealet, og er den primære årsag til, at der forekommer afvigelser i vandspejlskote når $\Delta A_m \approx 0$.

Det er tilfældigheder som denne der pointerer vigtigheden i enten at opmåle med høj tæthed ($\leq 50\ m$) eller nøje udvælge lokationer, hvor geometrien ændrer sig.

Der synes ikke at være grundlag for at fortælle noget om vandløbets størrelse og det tilladelige Δx. Dette ses især ved, at der ikke ses nogen stor forskel på, hvordan Δx påvirker Gudenåen, Suså og Hvidbjerg Å. Ydermere, påvirkningen på Storå, som formentlig er den bedst sammenlignelige med Gudenåen i forhold til opland og længde, er forskellig fra de resterende tre. Derved følger enten 1) at grundlaget her er utilstrækkeligt til at finde sammenhænge mellem oplandsstørrelse og det tilladelige Δx eller 2) at der ikke er en entydig sammenhæng, eller 3) at tilgangen her ikke er i stand til at belyse nævnte sammenhæng.

Uanset årsagen, er det ikke muligt at komme dette nærmere ud fra de opnåede resultater.

Tværsnitsarealets betydning for ΔH

For at se nærmere på tværsnitsarealets betydning for friktionstabet, betragtes manning-formlen (ligning 3.5), som anvendes til at bestemme hældningen på energilinien, S_f Den gennemsnitlige hældning på energilinien mellem to snit med konstant Q kan beregnes ved:

$$S_f = \frac{1}{2}\left(\left[\frac{Q}{K_1}\right]^2 + \left[\frac{Q}{K_2}\right]^2\right)$$

Hvis det antages, at R forbliver uændret ved indsnævringer, vil det dermed gælde, at $K \propto A$. Hvis en indsnævring så beskrives ved en ratio-værdi (k) mellem areal i tværsnit 1 og 2 som:

$$k = \frac{A_2}{A_1}$$

Her fremgår det, at en indsnævring på 75% vil give k = 0,75. Under antagelse af uændret R og M vil $K_2 = c \cdot K_1$.

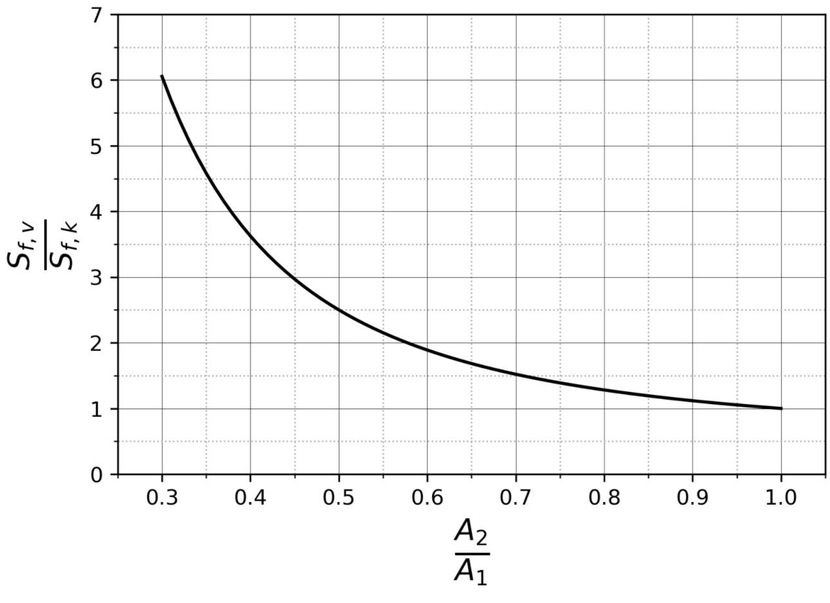
Dermed kan S_f beskrives ved:

$$S_f = \frac{1}{2}\left(\left[\frac{Q}{K_1}\right]^2 + \left[\frac{Q}{k \cdot K_1}\right]^2\right)$$

$S_{f,k}$ defineres som energiliniens hældning ved $A_1 = A_2$ og dermed k = 1. $S_{f,v}$ defineres som energiliniens hældning som funktion af k. Den relative ændring i hældning ($S_{f,v}/S_{f,k}$) kan derved plottes ud fra følgende udtryk:

$$\frac{S_{f,v}}{S_f, k} = \frac{z + z \cdot k^{-2}}{2z}$$

Hvor $z = \frac{1}{2} \cdot Q^2 \cdot K_1^{-2}$.



Figur 6.4: Betydningen af det opstrøms tværsnitsareal på den gennemsnitlige energilinie-gradient. $S_{f,v}$ er energiliniegradienten som varierer med det opstrøms areal, A_2. $S_{f,k}$ er energiliniegradienten i tilfældet, hvor $A_2 = A_1$. Den plottede relation forudsætter M, Q og R er ens for tværsnit 1 og 2.

Under de nævnte forudsætninger ses det, hvordan en indsnævring (ie. fald i A_2) påvirker faldet på energilinien (se Figur 6.4). Figuren viser, at allerede ved 30% areal-reduktion fra tværsnit 1 til 2, kan den gennemsnitlige hældning på energilinien blive forøget med 50%. Dette vil sige, at jo højere Δx der anvendes, desto større betydning kan sådan en indsnævring have for beregning af vandspejlet. Dette er en af problemerne ved stort Δx. Nemlig, at selvom sættet af tværsnit virker repræsentative, vil de ekstreme variationer få stor betydning. Anvendes eksempelvis $\Delta x = 300$ m, og der medtages en indsnævring, der reelt kun udbreder sig 15 m, så vil flaskehals-effekten få for stor betydning. Specielt fordi, at selvom S_f ofte er meget lav (mm/m), kan en overestimering på 50% få væsentlig betydning, hvis det strækker sig over 300-500 m og forekommer gentagende gange i modellen. Dette er især vigtigt, hvis der er tale om regulativkontrol af teoretisk skikkelse, hvor denne fejl slet ikke vil være aktuel på langt størstedelen af strækningen, idet der arbejdes med et ensartet trapezformet forløb.

På grund af arealets store betydning for energiliniegradienten anbefales det, at der på strækninger med markante ændringer i tværsnitsarealet opmåles umiddelbart før og efter for at give bedst muligt beskrivelse af energiliniegradientens forløb.

Dette er ikke mindst vigtigt i modelmæssig sammenhæng som her gennemgået, men Anders et al. (2013) anbefaler det også grundet hyppigere problemer med aflejringer. I samme rapport anbefales også overordnet, at der opmåles tværprofiler for hver cirka 100 m, eller cirka 75 m ved kontrol af teoretisk skikkelsesregulativ. Resultaterne opnået i dette projekt er som sådan i overensstemmelse med anbefalingerne i Anders et al. (2013).

7 Sammenfatning og konklusion

Nøjagtigheden af hydrauliske beregninger er ofte et spørgsmål om, hvor stort et datagrundlag, der er tilgængeligt, og derfor om antallet af ressourcer der afsættes til opmåling og overvågning af det enkelte vandløb. Dette bringer spørgsmålet om, hvor detaljeret den geometriske opmåling er nødt til at være for at sikre en retvisende vandspejlsmodel.

I dette projekt er det undersøgt, hvilken betydning geometriens detaljeringsgrad har for beregninger af vandføringen samt, hvilke parametre, som er knyttet til geometrien, der har signifikant betydning.

Baseret på ultralydsmålinger er opnået et datagrundlag bestående af tværprofiler med 1 meters afstand. Ud fra dette er lavet nye datasæt med lavere tæthed mellem tværprofilerne. Undersøgelsen er gjort for delstrækninger på fire mellemstore og store, relativt flade, vandløb: Hvidbjerg Å, øvre Suså, Storå og Gudenåen.

Resultaterne viser, at større Δx giver mere tilfældige resultater, som i høj grad beror på om netop den valgte samling af tværsnit afspejler det overordnede forløb af vandløbet. Med øget afstand mellem profiler bliver denne forudsætning naturligvis sværere at opfylde. Der er ikke fundet tegn på, at forskelle i afstrømningsoplandet har betydning for, hvor stor en afstand der må måles op med.

På baggrund af vandføringsberegninger er konkluderet følgende:

- Afstand mellem tværprofiler $\leq$ 50 m har ingen nævneværdig betydning for beregningerne. Middelfejlen (e_m) i beregnet vandspejl var i alle tilfældet begrænset til 0,5 $\pm$ 2 cm.
- Opmålingsafstand større end 50 m bør udføres under hensyn til det enkelte vandløbs udseende. På strækninger uden signifikant variation i tværprofil kan der anvendes større længdeskridt ($>$ 100 m). For Storå blev observeret fejl på op til 5 $\pm$ 9 cm, hvorimod Suså var begrænset til 2 $\pm$ 7 cm.
- Manglende inddragelse af ændringer i tværprofilet er den primære årsag til afvigelse i modellen. Her nævnes især pludselige indsnævringer.
- Ved for stor afstand før og efter indsnævringer i tværprfoilet er der risiko for overestimering af energitabet, og dermed vandspejlets beliggenhed opstrøms.

Litteratur

Anders, M. M., Blegmand, E. H., Cole, J., Hansen, O., Høhne, J. S., Jensen, I. K., Kahr, J., Kragh, C., Kaalund, L., Myssen, P. P., Palle, L., Pedersen, N. E. and Roed, S. (2013), *Guidelines til opmåling af vandløb - På vej til en ny standard.*

Andersen, A. V. and Houmøller, O. (1989), Profilopmålingens betydning for vandspejlsberegninger med den hydrauliske vandløbsmodel vasp, Technical report.

Arseni, M., Voiculescu, M., Georgescu, L. P., Iticescu, C. and Rosu, A. (2019), 'Testing different interpolation methods based on single beam echosounder river surveying. case study: Siret river.', *Internation Journal of Geo-Information* .

Brorsen, M. and Larsen, T. (2009), *Lærebog i Hydraulik*, 2nd edn, Aalborg Universitetsforlag.

Chow, V. T. (1959), *Open-Channel Hydraulics*, McGraw-Hill civil engineering series, McGraw-Hill Book Company.

DHI (2017), *MIKE 11 - A Modelling System for Rivers and Channels (Reference Manual).*

Engelund, F. A. and Pedersen, F. B. (1974), *Hydraulik*, Advances in Hydroscience, Den Private Ingeniørfond, Danmarks Tekniske Højskole.

ESRI (2016*a*), 'Comparing interpolation methods'. Tilgået: 2021-05-13.
URL: *https://desktop.arcgis.com/en/arcmap/10.3/tools/3d-analyst-toolbox/comparing-interpolation-methods.htm*

ESRI (2016*b*), 'How kriging works'. Tilgået: 2021-05-13.
URL: *https://desktop.arcgis.com/en/arcmap/10.3/tools/3d-analyst-toolbox/how-kriging-works.htm*

Feldman, A. D. (1981), *HEC Models for Water Resources System Simulation: Theory and Experience*, Vol. 12 of *Advances in Hydroscience*, Elsevier.

Forsberg, R. (2012), '(endnu en) ny dansk geoide dkgeoid12a - fra tyngdedata, goce og gps'.

Jensen, I. K., Jensen, K. M., Urhøj, G., Marcus, E., Jensen, G. P., Madsen, J. and Smith, O. (2019), Regulativtyper, Technical report.

Miljøstyrelsen (2016), 'Vandløb'. Tilgået: 2021-05-24.
URL: *https://mst.dk/natur-vand/natur/national-naturbeskyttelse/3-beskyttede-naturtyper/beskyttelse-af-3-naturtyper/vandloeb/*

Orbicon (2012), 'Storå - vandstande, klimatilpasning og vandtilbageholdelse ovenfor Holstebro'.

ORBICON A/S (2017), 'Forudsætninger og data ved vandspejlsberegninger i vandløb'.

Ovesen, N. B., Iversen, H. L., S. E. Larsen, D.-I. M.-W., Svendsen, L. M., Blicher, A. S. and Jensen, P. M. (2000), Afstrømningsforhold i danske vandløb, Technical report, National Environmental Institute of Denmark.

Panhalkar, S. and Jarag, A. (2019), 'Assessment of spatial interpolation techniques for river bathymetry generation of panchganga river basin using geoinformatic techniques', *International Journal of Geo-Information* .

USACE (2020), *HEC-RAS River Analysis System - Hydraulic Reference Manual*, USACE.

Wu, C.-Y., Mossa, J., Mao, L. and Almulla, M. (2019), 'Comparison of different spatial interpolation methods for historical hydrographic data of the lowermost mississippi river', *Annals of GIS* .

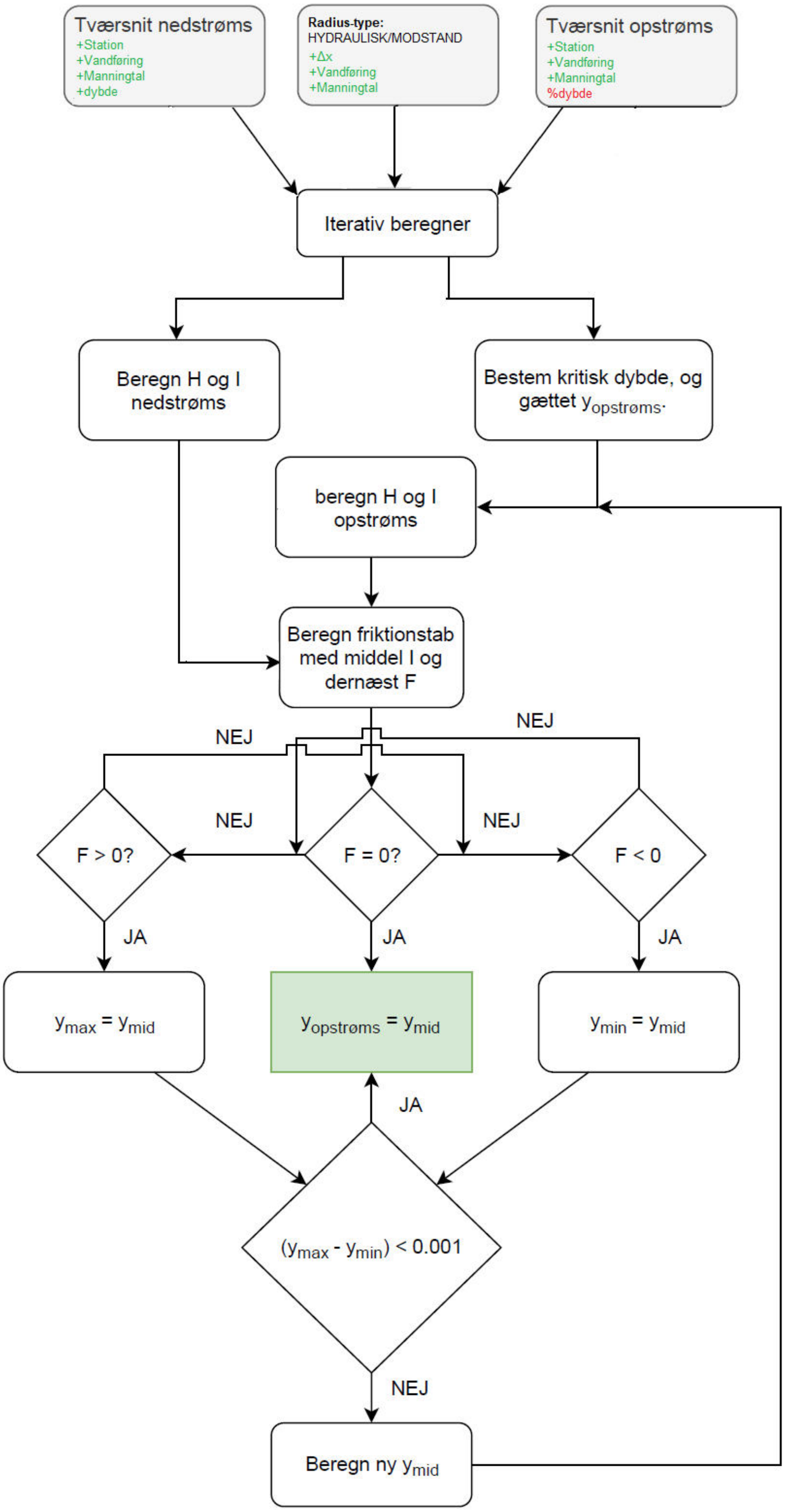
SSB: Beregningsflow A

I figuren herunder ses, hvorledes beregningsværktøjet er struktureret. Helt grundlæggende udføre SSB-værktøjet en simpel opgave - blot mange gange. Den simple opgave tager udgangspunkt i tværsnit 1 og 2. I tværsnit 1 (nedstrøms) kendes alle forhold: Geometri og vandstand. Mellem tværsnit 1 og 2 kendes vandføring, manningtal og hældningen på bunden. I tværsnit 2 kendes geometrien, men ikke vandspejlet. Ud fra energiligningen vides, at forskellen i vandspejlskoten er en bundkote-forskel, en hastighedshøjde-forskel plus et energitab (ΔH). Bundkote-forskel beregnes simpelt som differencen mellem dybeste punkt i tværsnit 1 og tværsnit 2. ΔH beregnes ud fra manningformlen.

Måden hvorpå dybden i det opstrøms tværsnit bestemmes er ved iteration, da vanddybden påvirker stort set alle parametre, som indgår (Areal, vådperimeter, hydraulisk radius, energiliniegradient). Derfor gættes der. Her anvendes tilgangen *Interval-halveringsmetoden*, som er en systematisk måde, hvorved det er muligt at spore sig ind på værdien. Dette gøres ved at omskrive energiligningen, så samtlige parametre er på samme side, og sætte dette lig F. Formålet med metoden er at, F skal være lig nul. Er F $>$ 0 vides, at den gættede y er for lille, er F $<$ 0 er den gættede dybde for stor - i forhold til den 'sande værdi'.

Når F $=$ 0 er værdien fundet, og beregningen kan nu foretages for det næste tværsnit. Nu vil det foregående tværsnit 2 (ukendt dybde) være tværsnit 1 (kendt dybde), og hele proceduren gentages. Dette fortsættes indtil vandspejlet er beregnet på hele strækningen.

NB: Det ses i øverste boks i midten, at radius-type skal angives. Dette er fordi, at i Danmark er der to tilgange til R i manningformlen, Hydraulisk og modstandsradius.



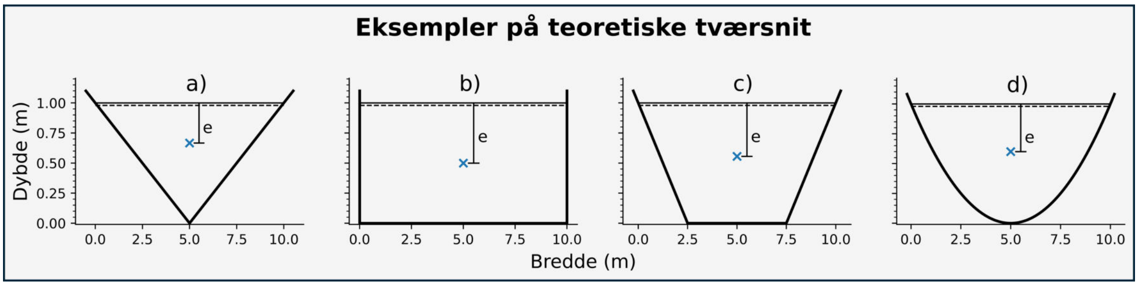
Figur A.1: Opbygning af algoritme til bestemmelse af vandspejl i et opstrøms tværsnit for en subkritisk strømning.

Om hydraulisk radius og modstandsradius

B

B.0.1 Teoretiske tværsnit

På figur B.1 er vist fire typer tværsnit: a) trekantet, b) rektangulært, c) trapezformet og d) parabelformet.



Figur B.1: *Eksempler på teoretiske tværsnitsprofiler: a) Trekantsformet, b) Rektangulært, c) trapezformet og d) parabelformet. For hver tværsnit er angivet afstanden, e, fra vandspejl til profilets tyngdepunkt for den gældende dybde.*

Eksempel 1 - Det trekantede tværsnit

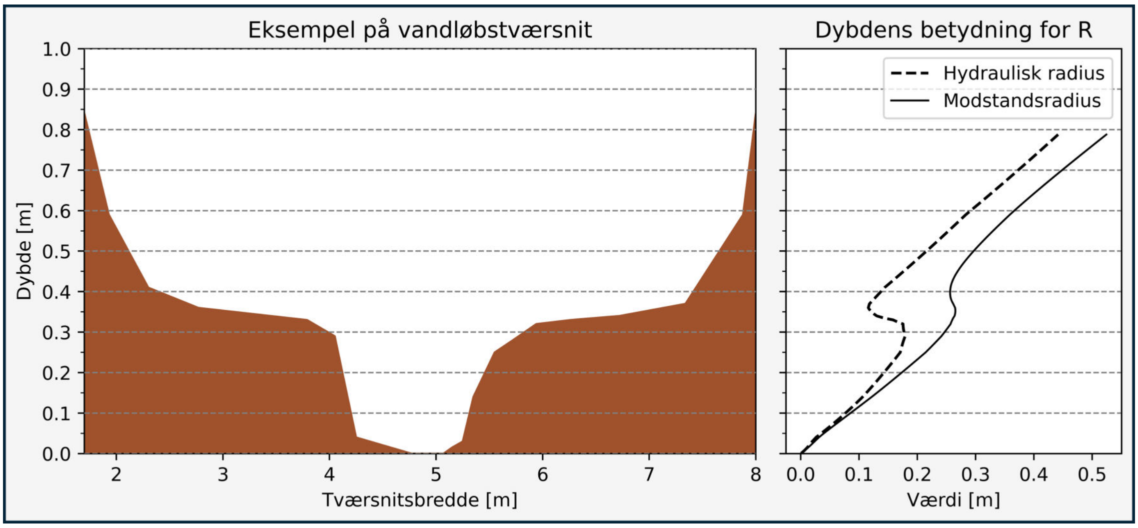
For det trekantsformede tværsnit ses, at $e = 1/3y$. Antages en dybde, y, på 1 meter bliver e = 1/3 m, B = 10 m og middeldybden, D = 0,5 m. Indsat i 3.14 fås $R_* = 0,627$. Udregnes hydraulisk radius fås først areal på $1/2 \cdot B \cdot y = 5\ m^2$. Den våde perimeter fås til $P = 2\sqrt{y^2 + (B/2)^2} = 10,2\ m$. Dette giver $R_h = 0,49\ m$ og derved, at $R_*/R_h = 1,28$. Her ses, at for trekantet tværsnit bliverR_* 28% større end hydraulisk radius.

Eksempel 2 - Det trapezformede tværsnit

Et vigtigt eksempel er det trapezformede tværsnit, der ofte anvendes som regulativmæssig skikkelse. Ved meget lave vanddybder vil $R_h \approx y$. Derudover vil $e = 0,5D = 0,5y$, og dermed vil ligning 3.14 blive reduceret til $B^2 \cdot D^3 \cdot A^{-2} = D$. Dermed som den rektangulære kanal, vil $R_* \approx R_h = y$ når B $\gg$ d. Efterhånden som y bliver større vil siderne få større betydning for R_h og e < D. For tværsnit c) i figur B.1 er y = 1 m, B = 10 m, e = 0,45y og D = 0,75y. Dermed bliver $R_* = 0,86\ m$ og $R_h = 0,72\ m$. I dette tilfælde bliver R_* dermed godt 20% større end R_h. Dette er særligt vigtigt at notere for det trapezformede tværsnit, idet dette ofte anvendes som skikkelse i regulativer, der stiller krav til vandløbsgeometrien.

B.0.2 Tværsnit med brat udvidelse

Foruden de fire teoretiske tværsnit er det også muligt at forestille sig et mere varieret, omend stadig teoretisk, tværsnit som det vist i figur B.2 (t.v.) med brat udvidelse. Et sådan tværsnit er interessant idet det belyser en konsekvens ved måden R_h beregnes på. Til højre på figur B.2 ses henholdsvis hydraulisk- og modstandsradius' afhængighed af dybden i tværsnittet til venstre. ORBICON A/S (2017) gør også opmærksom på forskellen mellem R_h og R_m^* og pointerer, at modstandsradius er mere robust overfor pludselig udvidelse af vandløbsbredden. Her ses også den omtalte robusthed, hvor der ved den bratte udvidelse ses, at modstandsradius påvirkes mindst af de to. Til højre ses også, at den føromtalte forskel mellem R_* og R_h optræder.



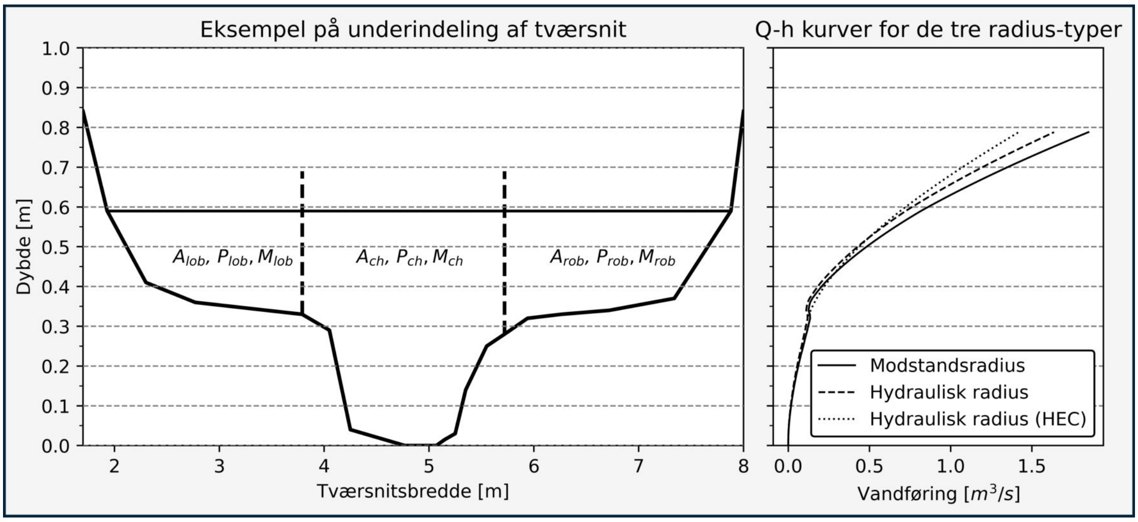
Figur B.2: *Eksempel på vandløbstværsnit med brat udvidelse (egen illustration).*

Der er ingen tvivl om, at dybdeafhængigheden af R_h og R_m afhænger af geometrien, og som figur B.2 (t.h.) viser, at modstandsradius er mere robust overfor bratte udvidelser af tværsnittet ved øget vandstand. Alt andet lige medfører dette, at den beregnede flowhastighed (eller vandføring) også bliver mere robust. 'Problemet' med hydraulisk radius kan dog sagtens omgås ved simpel udvidelse af beregningen. I stedet for at beskrive hele tværsnittet ud fra én værdi for henholdsvis A og P, kan det med fordel underinddeles (se figur B.3 t.v.). Ved denne tilgang beregnes vandføringen som sum af samtlige del-arealer (se ligning B.1 og B.2).

$$Q_i = M_i \cdot A_i \cdot \left(\frac{A_i}{P_i}\right)^{2/3} \cdot \sqrt{I} \tag{B.1}$$

$$Q_{tot} = \sum_{i=1}^{n} Q_i \tag{B.2}$$

Denne metode anvendes i beregningssoftwaren HEC-RAS (Hydrologic Engineering Center - River Analysis System). Softwaren er udviklet af den amerikanske hærs ingeniørregiment, og var en af de første værktøjer indenfor området. Fremadrettet vil den nævnte metode blive benævnt som HEC-metoden. Ved at underinddele flow-arealet, bliver den beregnede vandføring ikke påvirket, som den ville ved en gennemsnitlig R_h for hele tværsnittet (jf. figur B.3 t.h.).

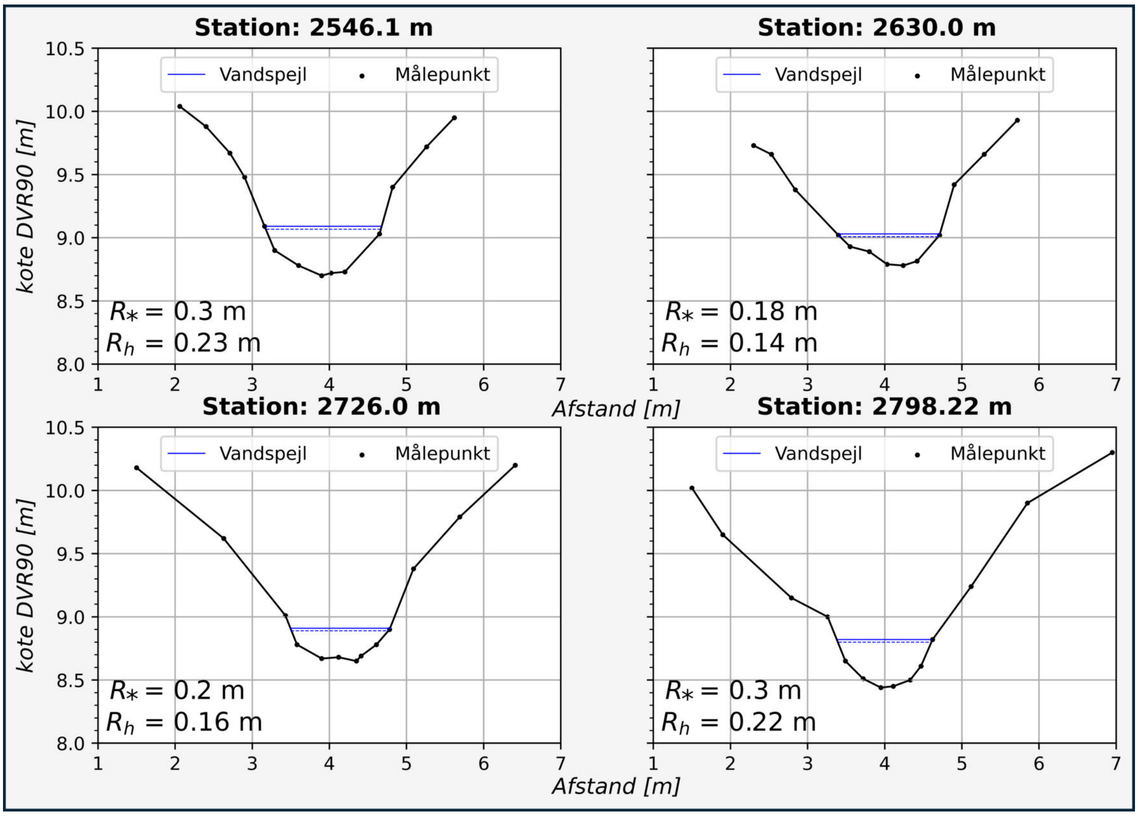


Figur B.3: *Eksempel på underinddeling af tværsnit, som anvendes i HEC-RAS (t.v.). Til højre ses betydningen af radius-typen og vanddybden for vandføringen beregnet med Manning-formlen. Her anvendes* $M = 30\ m^{1/3} \cdot s^{-1}$ *og* $I = 1 \cdot 10^{-3} m/m$. *For modstandsradius anvendes* $M_m = 0,8 \cdot M$ *for at kompensere for forskellen mellem hydraulisk- og modstandsradius som ses i figur B.2 (t.h.). For at illustrere betydningen af underinddeling af flowarealet er der beregnet med* $M_{lob} = M_{rob} = M_{ch}$. *Principskitsen t.v. er lavet efter HEC-RAS manual.*

Selvom det kan betvivles, hvorvidt vandløb som disse optræder i naturen, er disse beregnings-scenarier relevante. Som eksempel i tilfælde, hvor et vandløb går over sine breder, er det beregningsmæssigt samme situation der opstår, og derfor samme problematik. Principielt virker HEC-metoden -fra et modelleringsperspektiv- mest oplagt, idet den giver mulighed for at tage højde for variation i Manning-tal mellem kanal og oversvømmet areal (her kaldet hhv. lob og rob: left og right overbank). Metoden kan også anvendes, hvis der i siderne forekommer grøde, og derfor opstår højere modstand.

B.0.3 Virkelige tværsnit

De forudgående teoretiske eksempler giver en god fornemmelse af, hvordan tværsnittets udseende påvirker henholdsvis R_h og R_*. Det giver dog imidlertid ikke et egentligt indblik i virkeligheden, hvor geometrien næppe er så skarpt optegnet som vist i tidligere eksempler. I dette afsnit inddrages derfor fire opmålte tværsnit med tilhørende måling af vandspejlskote. Opmålingerne er af Kølle Å foretaget af AgroHydrologerne i forbindelse med regulativkontrol for Holbæk kommune. Vandløbet er forholdsvist lille med en længde på godt 2800 m og regulativmæssig bundbredde på 0,6 til 0,8 m. I figur B.4 ses fire af de opmålte tværsnit og tilhørende vandspejlskote. I hvert plot er angivet R_* og R_h for det enkelte tværsnit og vanddybde.



Figur B.4: Uddrag af tværsnitsopmålinger som er foretaget af AgroHydrologerne i forbindelse med regulativkontrol af Kølle Å. For hvert tværsnit er angivet modstandsradius (R_*) og hydraulisk radius (R_h).

I ovenstående fire tværsnit varierer R_*/R_h-ratio mellem 1,25 og 1,36, med en gennemsnitlig ratio på 1,30. Foruden disse fire tværsnit, er der i forbindelse med kontrollen foretaget yderligere 33 opmålingerne. Beregnes nævnte *ratio for samtlige tværsnit*, fås en gennemsnitlig værdi på 1,27. For dette mindre vandløb findes altså, at modstandsradius i gennemsnit er 27% større end hydraulisk radius, hvilket svarer stort set til den ratio der er for et trekantet profil.

Ud fra evaluering af såvel teoretiske som virkelige tværsnit er der ingen tvivl om, at variation mellem R_* og R_h vil optræde i virkelige tværsnit. Eneste tilfælde, hvor metoderne vil give samme værdi, er ved meget bredde rektangulære tværsnit. I langt de fleste tilfælde vil R_* være omtrent 20-30% større end R_h. Derfor vil det som udgangspunkt altid være vigtigt at tage højde for denne forskel når Manning-tal skal angives. Dette særligt i regulativer, hvor Manning-tallet er angivet og ikke skal bestemmes. Ovenstående R_*/R_h-ratio er dog delvist baseret på gennemsnit, og vil derfor ikke gøre sig gældende i alle tilfælde. Det er ofte ikke det store problem i regulativkontrol, hvilken numerisk værdi de inkluderede parametre har, eftersom resultaterne blot skal beregnes på samme grundlag. Dette er imidlertid ikke helt tilfældet med R_* vs. R_h, idet forskellen mellem disse afhænger af tværsnittets udseende. Der er tidligere fundet en gennemsnitlig forskel på godt 27% for et virkeligt tilfælde, hvor tværsnit og vandspejl er opmålt. Til sammenligning er der for trapezformet tværsnit fundet en forskel på godt 20%. Dette vil medfører, at Manningtallet skal være henholdsvis 17% og 13% mindre ved anvendelse af R_*. Denne korrektion viser sig dog utilstrækkelig, når R_*/R_h-forholdet ændrer sig fra tværsnit til tværsnit. Skulle dette omgås, er det nødvendigt at korrigerer Manning-tallet for hvert tværsnit, hvorved brugen af modstandsradius bliver komplet overflødig. Derfor kan det overordnet anbefales at anvende R_h til regulativkontrol, eftersom det er denne parameter, som Manning-tallet er baseret på. Derved vil resultaterne være opnået på et grundlag, der med sikkerhed stemmer overens med det regulativ, som de skal anvendes til at evaluere.

C Elektroniske bilag

De elektroniske bilag består af: Geometri-filer:

- Opmåling af de fire case-områder: Suså, Storå, Hvidbjerg Å og Gudenå-strækningen
- Opmåling af Kølle Å - foretaget af AgroHydrologerne
- 2015-2016 opmåling af hele Nørre å - foretaget af WSP (daværende ORBICON)

Resultatfiler:

- De fire caseområder
- Nørreå-resultater
- Beregning af Hydraulisk radius og modstandsradius for Kølle Å

Vandspejlsberegningerne er struktureret som samlede filer. Samtlige beregninger for eksempelvis Hvidbjerg Å, er altså samlet i én fil, og på samme vis for de andre strækninger.