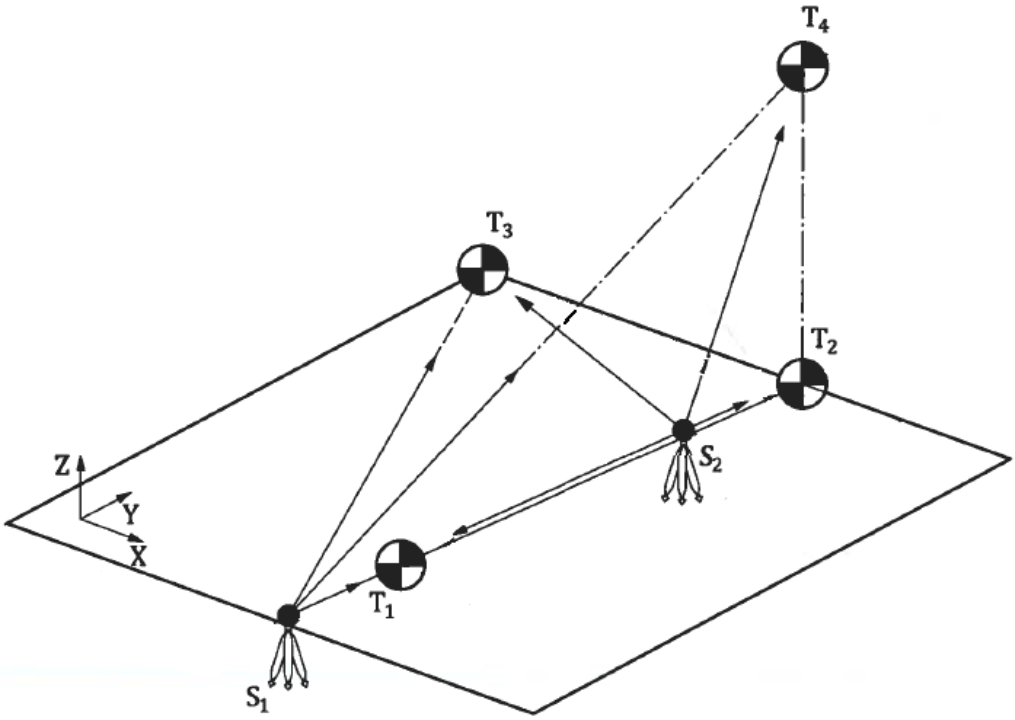
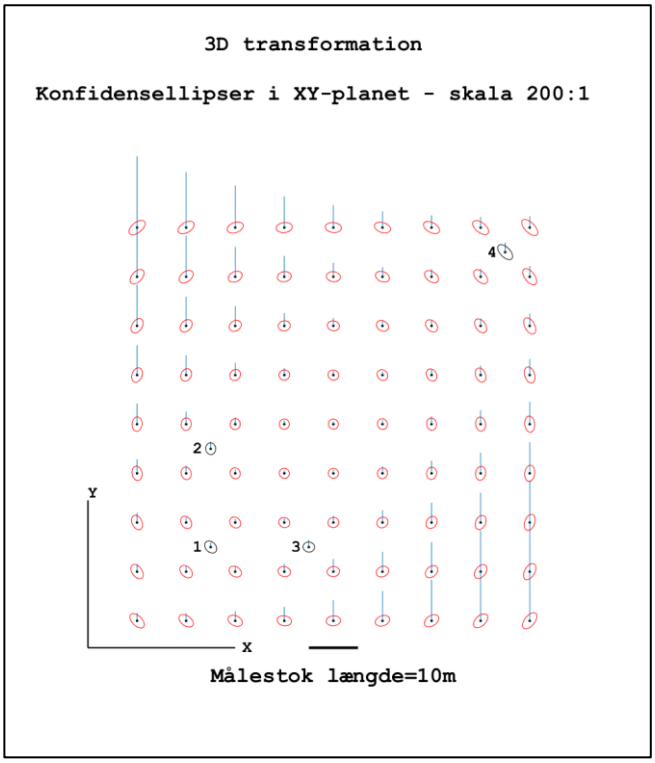
Sammenligning af transformationsmetoder

til registrering af punktskyer





Kandidatspeciale

Andreas Fink Mejlgaard
&
Rasmus Ørbæk Lukassen

Afleveret: 12-06-2020

Aalborg Universitet

Surveying, Planning and Land Management (Cand.geom)

4. semester

AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Aalborg Universitet
Tekniske fakultet for IT og design
Surveying, Planning and Land Management
Rendsburggade 14
9000 Aalborg
http://www.tech.aau.dk

Titel:

Sammenligning af transformationsmetoder til registrering af punktskyer

Projekt

10. semester projekt

Projektperiode:

Februar - Juni 2020

Projektgruppe:

Andreas Fink Mejlgaard
Rasmus Ørbæk Lukassen

Vejleder:

Peter Cederholm

Antal sider i rapporten: 78
Antal sider i bilag: 6
Afleveret 12-06-2020

Synopsis:

Dette afgangsprojekt undersøger fordele og ulemper ved transformation i henholdvis 2D+1D og i 3D. Undersøgelsen baseres på en teoretisk tilgang og benytter testnet som analysemetode. Der opstilles en række transformationsscenarier, og der beregnes præcision, redundans og intern pålidelighed for punkter der indgår i transformationen. På baggrund af disse vurderes fordele og ulemper for de respektive metoder.
Til at starte med undersøges de matematiske forskelle mellem de to metoder, og hvordan disse forskelle har indflydelse på anvendelsen af metoderne. Herefter gennemgås anvendelsen af testnet samt en præsentation af begreberne præcision, redundans og intern pålidelighed. Til sidst præsenteres resultaterne fra registreringsscenarierne.
Den overordnede konklusion i forhold til de fordele og ulemper der måles på i dette projekt er at, hvis det er muligt at stille instrumentet i lod, er 2D+1D altid at foretrække frem for en 3D transformation.

Rapportens indhold er frit tilgængeligt, men offentliggørelse (med kildeangivelse) må kun ske efter aftale med forfatterne.

Disclaimer fra Studieleder og Studienævnsformænd

Corona og dets konsekvens med nedlukning af universitetet siden 13 marts 2020 har selvsagt haft indflydelse på hvilke aktiviteter det har været mulige at igangsætte og udføre som en del af projektarbejdet. Konkret har det ikke været muligt at udføre aktiviteter der ikke har kunnet foregå online, dvs. følgende aktiviteter har ikke været mulige: værkstedsaktiviteter, opmålingsaktiviteter, on-site etnografiske studier eller inddragelsesaktiviteter on-site.
Ved bedømmelse af projekter i forårssemestret 2020 bedes dette tages i betragtning.

Herefter tilføjes de studerendes egne refleksioner på hvilke udfordringer Corona har haft for deres projekt, samt hvordan de har imødekommet dem.

De præventive tiltag for at reducere spredningen af Corona har på flere måder været afgørende for udarbejdelsen af dette projekt.
Projektets oprindelig afsæt var terrestrisk laserscanning, og planen var at undersøge den algoritmebaserede "Cloud2Cloud" registreringsmetode mod den mere traditionelle targetbaserede metode. Den bærende del af analysen skulle have været en praktisk undersøgelse med indsamling af egne måledata.

Nedlukningen af AAU umuliggjorde indsamling af egne data, da også udlån af instrumenter blev forbudt. Efterhånden som det blev åbenbart, at nedlukningen ville trække ud blev det omkring 1. april besluttet at foretage en radikal retningsændring til det teoretiske fokus på selve transformationsberegningerne, som projektet er endt med at have.

Selv efter retningsændringen har nedlukningen haft betydning, idet det ikke har været muligt at foretage nogen form for praktiske undersøgelser. Projektets analyser har derfor primært baseret sig på teoretiske testberegninger.
Der skal ikke herske nogen tvivl om, at et praktisk element ville have bidraget positivt til projektets helhed hvis det havde været muligt under de givne omstændigheder.

Summary

This master's thesis uses terrestrial lasear scanning as a starting point for investigation of different transformations methods, which can be used for registration of point clouds. Specifically transformation using 2D+1D and 3D. The problem statement of the project is:

"How does 2D+1D transformation differ from transformation in 3D when merging point clouds, and under what circumstances is one method preferable over the other?"

Initially, the mathematic foundation of the two methods is examined to create a theorethical understanding of the differences between the methods. When using transformation in 2D+1D, two individual steps are used where on step is transforming the local coordinate systems using a standard 2D transformation for X and Y and another step is a translation in Z to fit the heights of the systems. Transformation in 3D is done all in one step, and uses two rotations more than 2D+1D.

The project uses a theoretical approach due to external circumstances caused by the outbreak of Corona virus in the spring of 2020. Due to these, all physical presence at the premises of AAU is prohibited, including access to instruments. Therefore the transformations are simulated using "testnet"calculations which does not rely on any actual observations to be made, but determines the expected outcome of a transformation based on the location of common points. In order to determine the pros and cons of the two transformation methods, precision is used as a measure along with redundancy and internal reliability of common points, which is used to describe the robustness of the common point net.

After implementing the testnet calculations, a series of transformation scenarios are set up. A total of 34 scenarios are calculated, of which 11 are desribed in the project report. The output files of all calculations are included in an appendix folder. The focus of the scenarios is to simulate different situations, with both good and bad geometry between common points. Throughout the scenarios a grid of detailpoints is used to investigate the error propagation based on the geometry of the common points.

Based on the situations examined, the conclusion of the project is, that the 2D+1D transformation generally is more precise and robust than a 3D transformation based on the same common points. The general picture is, that situations with more common points and a good geometry reduces the difference between the results from the two methods. Even so, it did not prove possible to create a situation where the 3D transformation gave better results than 2D+1D.

Using detail points outside the span of common point, the propagation of errors becomes more evident for both transformations, but especially the 3D transformation is sensible in this relation, and in situations with compromised geometry, very large uncertainties was identified using this method.

Therefore the pros of the 2D+1D transformation is a better precision of detail points and a more reliable transformation whereas the pros of the 3D transformation is a more flexible transformation, since the scanner can be setup in any orientation making it more versatile than the 2D+1D.

Forord

Dette projekt er et afgangsprojekt udarbejdet på landinspektøruddannelsens 10. semester i foråret 2020. Projektet er udarbejdet af en gruppe på to personer. Ved projektperiodens start i februar 2020, har afsættet været terrestrisk laserscanning, og især undersøgelse af den proces, registrering, der ligger til grund for sammenknytning af datasæt fra flere opstillinger med en terrestrisk laserscanner. Fra start var det derfor planen, at projektet skulle dreje sig om sammenligning af den targetbaserede registreringsmetode med en targetfri registreringsmetode, hvor punktskyer alene sammenknyttes ved at skabe den bedste pasning mellem punkter placeret i overlappet mellem punktskyer, den såkaldte "Cloud to Cloud"metode. Imidlertid udviklede foråret 2020 sig anderledes end forventet på grund af Coronaviruspandemien. En nedlukning for al fysisk fremmøde på universitetet, herunder udlån af måleinstrumenter, med meget kort varsel, umuliggjorde indsamling af de data, der skulle have været basis for analysen. Det betyder, at det omkring 1. april var nødvendigt at beslutte en radikal retningsændring i projektet, da det var nødvendigt at kunne gennemføre arbejdet uden behov for indsamling af egentlige måledata. Dermed opstod projektet i sin nuværende form. Den sene retningsændring og manglende adgang til indsamling af data har naturligvis haft afgørende betydning for projektets omfang og indhold, og selvom en praktisk test af de fundne resultater ville have bidraget positivt til et helstøbt projekt, er det vores opfattelse, at vi under hensyn til de foreliggende omstændigheder har fået et acceptabelt resultat. Især med hensyn til det faglige udbytte må det bemærkes, at der forud for retningsændringen er foretaget en indsamling af baggrundsviden der knytter sig til de mere praktiske elementer af terrestrisk laserscanning og den targetfri registreringsmetode som der desværre ikke er blevet brug for i projektet. Ikke desto mindre har det givet et fagligt udbytte.

Læsevejledning

Projekrapporten er opbygget kronologisk. For yderligere overblik henvises til strukturdiagram i metodeafsnittet (fig. 3.2).

Referencer i rapporten er udført ved fortløbende nummerering. Det vil sige at individuelle referencer er nummereret fortløbende efter hvornår de er anvendt første gang. Referencens nummer er opgivet i firkantede paranteser, f.eks [8]. Samlet litteraturliste findes bagerst i rapporten.
Hvor der i rapporten præsenteres ligninger, kan notationen være forskellig fra notationen anvendt i kilden. Dette er gjort for at holde notation konsekvent igennem rapporten, uagtet at der er anvendt forskellige kilder.

Relevante filer, herunder scripts samt in- og outputfiler fra testberegninger er afleveret sammen med rapporten som en zip-komprimeret mappe. Denne mappe refereres i teksen som "bilagsmappen". Oversigt over bilagsmappen ses i bilag B

Andreas Fink Mejlgaard Rasmus Ørbæk Lukassen

Indholdsfortegnelse

Kapitel 1 Indledning **1**
1.1 Afgrænsning . . . 3

Kapitel 2 Problemformulering **5**

Kapitel 3 Metode **7**
3.1 Projektstruktur . . . 9
3.2 Transformationsteori . . . 11
3.3 Testnet . . . 11
3.4 Testdesign . . . 11
3.5 Registreringsscenarier . . . 12

Kapitel 4 Transformationssteori **13**
4.1 2D+1D . . . 15
4.2 3D . . . 17
4.3 Anblok . . . 18
4.4 Observationernes betydning for transformationen . . . 21
4.4.1 Antal af fællespunkter . . . 21
4.4.2 Fejl i transformationsparametrene . . . 21
4.5 Opsamling . . . 23

Kapitel 5 Testnet **25**
5.1 Teori . . . 25
5.1.1 Præcision . . . 26
5.1.2 Redundans og intern pålidelighed . . . 26
5.2 Præsentation af resultater . . . 28
5.2.1 Præcision . . . 28
5.2.2 Redundans og intern pålidelighed . . . 31
5.3 Implementering . . . 31

Kapitel 6 Testdesign **33**
6.1 Geometri og antal fællespunkter . . . 34
6.2 Placering af detailpunkter . . . 35

Kapitel 7 Registreringsscenarier **37**
7.1 Tre fællespunkter . . . 38
7.2 Fire fællespunkter . . . 54
7.3 Opsamling del 1 . . . 66

7.4 Ideel 3D transformation 67
7.5 Opsamling 73

Kapitel 8 Konklusion **75**

Kapitel 9 Diskussion **77**

Litteratur **79**

Bilag A Implemetering af testberegninger i MATLAB **81**

Bilag B Oversigt over bilagsmappen **85**

1 Indledning

Laserscanning er ikke nogen ny opmålingsteknologi, men det er en teknologi i stadig udvikling. Udviklingen af elektrooptisk distancemåling ved hjælp af lys har udviklet sig enormt fra de første systemer, der ved montering på en teodolit kunne supplere vinkelmål med afstandsmålinger, og som dermed skabte det, vi i dag tager for givet som en totalstation. Hvor nutidens totalstationer kan give meget præcise afstandsmålinger over store distancer, kan laserscannere indsamle et meget stort antal punkter, og dermed indmåle alle genstande indenfor scannerens synsfelt og rækkevidde på forholdsvist kort tid og med en rimelig præcision.

Stationær terrestrisk laserscanning kan i nogle situationer fungere som et alternativ til traditionel landmåling. Især i komplekse 3D-miljøer, kan der drages fordel af den store datamængde og muligheden for at modellere omgivelserne. Blandt mulige anvendelser kan nævnes: BIM, indendørs visualisering og projektering samt opmåling af eksempelvis indendørs arealer. [1]

Udfordringen ved stationær, terrestrisk laserscanning er, at scanneren kun kan scanne fra det sted hvor den er placeret. Det vil med andre ord ikke være muligt at nå hele vejen rundt om et objekt fra en enkelt opstilling.[2] Dette er imidlertid ikke noget problem, for med et tidsforbrug for et fuldt scan på bare nogle få minutter for en moderne scanner[1], er der ikke noget til hinder for at gentage scanningen af det delvist dækkede objekt fra en anden vinkel. Udfordringen heri er at de fleste scannere ikke er udstyret med sensorer til at bestemme scannerens position eller orientering. Hvis en scanner ikke er udstyret med dette betyder det at en scanning bestående af flere opstillinger resulterer i samme antal uafhængige dataset med koordinater i hvert sit lokale koordinatsystem.[3]

Det fulde udbytte af den store punkttæthed opnås derfor kun, når disse individuelle punktskyer sammenknyttes til et samlet dataset. Dette sker i processen "registrering"og gennemføres typisk mere eller mindre automatisk ved hjælp af software.

Efter registreringen af punktskyerne, hvor de er blevet samlet til ét lokalt system, er det muligt at transformere dem til et globalt system ved brug af georeferering.[1]

Fælles for både registrering og georeferering er, at processerne kan udføres både med og uden *targets*, dvs. genkendelige objekter som placeres i scannerens dækningsområde så de kan genfindes i punktskyerne. Disse targets fungerer dermed som sammenknytningspunkter for den transformation der ligger til grund for den targetbaserede registrering. [1]

Processerne kan også foretages uden brug af targets. For registreringens vedkommende er der i så fald tale om en *Cloud to Cloud* registrering. Denne baserer sig ikke på veldefinerede sammenknytningspunkter, men udnytter alle punkter i overlappet mellem to punktskyer til, på bedst mulig måde, at knytte punktskyerne sammen. Metoden har både fordele og ulemper sammelignet med den targetbaserede registrering. Den åbenlyse fordel er, at der med denne metode ikke er behov for opstilling af targets, og der kan derfor være tale om en mulig tidsbesparelse ved at benytte cloud to cloud. Omvendt kræver metoden større overlap mellem scanninger, hvilket kan betyde at der er behov for at udføre flere scans. Dette tager længere tid og genererer desuden en større datamængde der efterfølgende skal behandles. Sammenknytningen af punktskyer med cloud to cloud, sker sædvanligvis ved hjælp af en *ICP*[1]*-algoritme* som bestemmer den bedst mulige sammenknytning mellem punktskyerne. Der findes en lang række forskellige varianter af disse algoritmer, og indledende undersøgelser har vist, at producenterne bag laserscanningssoftware der tilbyder denne type af sammenknytning i flere tilfælde holder kortene tæt til kroppen i forhold til netop hvilken variant der benyttes. Dette kan ikke betragtes som overraskende da en velfungerende registreringsalgoritme kan være et væsentligt konkurrenceparameter på et marked hvor det i lige så høj grad er softwaren som hardwaren der bidrager til kvaliteten af det endelige resultet. [1] Der er med andre ord tale om et "black-box element"i den targetløse registrering der vanskeliggør yderligere undersøgelser.

Anderledes er tilfældet i den targetbaserede registrering. Her er der tale om "traditionel"transformation af lokale koordinatsystemer. En sådan transformation mellem to lokale, tredimensionelle koordinatsystemer kan gøres på flere forskellige måder. I den traditionelle landmåling er det almindeligt, at der arbejdes i lod, det vil sige, at de lokale systemers Z-akser er paralelle med hinanden og med lodlinjen på det sted hvor opmålingen foretages. Dette muliggør at foretage transformationer i 2D+1D. Det vil sige transformation i planen og en translation i højden. Transformationen i 2D består af en translation i X-aksens retning, en translation i Y-aksens retning og en rotation omkring Z-aksen. Den efterfølgende 1D transformation består af en translation i Z-aksens retning. Alternativet til at transformere i 2D+1D er at transformere i 3D. Dermed transformeres i alle tre dimensioner under samme beregning, og bygger på nogle andre forudsætninger, herunder for eksempel at de lokale systemer ikke nødvendigvis skal have parallelle Z-akser. Anvendelse af transformation i 2D+1D er beregningsmæssigt en simplere metode end transformation i 3D. [4] Med indsamlingen af store datamængder fra laserscannere, som under alle omstændigheder bearbejdes elektronisk er fordelen ved den mere simple transformation ikke længere helt åbenbar. Computere kan beregne data med en hastighed der betyder, at forskellen i tidsforbruget mellem de to metoder er forsvindende lille. Kompleksiteten stiger dog, når der er tale om sammenknytning af flere end to punktskyer. Foretages registreringen "sky for sky"er metoden den samme som ved almindelig transformation, da en ny lokal punktsky for hver gang transformeres på plads i en "master"punktsky, der efterhånden vil indeholde flere og flere punkter. Faren herved er, at eventuelle fejl fra tidligere transformationer

[1] Iterative Closest Point

af lokale skyer sammen med "masterskyen"vil forplante sig udi de efterfølgende transformationer. En løsning herpå er Anblok - en metode til at transformere flere punktskyer sammen på samme tid. Metoden gennemfører alle transformationer som én beregning og udjævner dermed på alle sammenknytningspunkter på tværs af alle systemerne. Anblok kan benyttes i både 2D+1D og 3D. [5]

Med muligheden for at benytte forskellige transformationsmetoder til at løse den samme opgave, er det interessant at afprøve hvordan disse to forskellige transformationsmetoder håndterer en række af forskellige registreringsscenarier. Dette for at afdække, om der reelt er noget vundet ved at transformere i 3D frem for 2D+1D eller omvendt.

1.1 Afgrænsning

Projektet fokuserer på transformation af laserscanningsdata på baggrund af 2D+1D og 3D transformationer. En gennemgående og grundig undersøgelse af teoretiske og praktiske forhold med hensyn til anvendelse af de forskellige transformationsmetoder vil kunne give en god forståelse for metodernes praktiske og teoretiske fordele og ulemper. Det er dog nødvendigt at afgrænse undersøgelsen af flere årsager. Først og fremmest hersker der i foråret 2020, hvor dette projekt er udarbejdet, særlige tilstande i Danmark i forbindelse med spredningen af coronavirus Covid-19. Med henvisningen til de af regeringen fremlagte tiltag for at reducere smittespredningen, har Aalborg Universitet lukket for fremmøde, og dermed også adgang til brug af universitetets instrumentpulje. Af hensyn til færdiggørelsen af projektet og den, i skrivende stund, usikre tidshorisont for eventuel adgang til måleinstrumenter besluttes det at fokusere på det teoretiske aspekt, og som analyseinstrument hertil simuleringer ved hjælp af testnet. Der vil med andre ord ikke indgå måledata i projektets analyser. Som en konsekvens heraf vil der ikke blive brugt originale scanningspunkter, men blot fiktive koordinater der bliver betragtet som centrum af targets. Af denne grund vil cloud to cloud metoden ikke blive gennemgået yderligere i dette projekt.

Problemformulering 2

Stationær terrestrisk laserscanning beror i høj grad på sammenknytning af punktskyer, men hvad er fordele og ulemper ved forskellige transformationsmetoder til registrering af punktskyer, og hvornår er en af metoderne at foretrække?

Den følgende problemformulering danner udgangspunkt for undersøgelse heraf:

Hvordan adskiller transformation i 2D+1D og 3D sig fra hinanden ved sammenknytning af punktskyer og under hvilke omstændigheder kan en af de ovenstående metoder foretrækkes?

- Hvordan adskiller de to metoder sig fra hinanden?
- Baseret på testnet, hvad er fordele og ulemper ved de to transformationsmetoder?

Metode 3

Dette kapitel vil præsentere de forskellige metoder der vil blive brugt for at svare på de førangivne underspørgsmål og i sidste ende dermed svare på problemformuleringen. Formålet med projektet er at undersøge transformationsmetoderne 2D+1D og 3D der kan bruges til sammensætning af punktskyer og undersøge deres fordele og ulemper. Rapporten bygges op således at den følger rækkefølgen af underspørgsmål så de kommer i en kronologisk rækkefølge, hvilket også kan ses af fig. 3.1 og 3.2.

Først vil de forskellige transformationsmetoder blive undersøgt nærmere og den teoretiske baggrund herfor, herunder matematikken bag. Efter den teoretiske undersøgelse af transformationsmetoderne, vil teorien og metoden bag testnet blive beskrevet og hvordan denne metode kan benyttes til at finde fordele og ulemper ved de to metoder. Efter testnet og de størrelser der beregnes er præsenteret vil testdesignet blive gennemgået. Testdesignet planlægges således at flere forskellige registreringsscenarier bliver analyseret for at kunne belyse fordele og ulemper ved 2D+1D og 3D. Efter præsentationen af testdesignet vil den faktiske testnet analyse blive udført og resultaterne heraf vil blive præsenteret.

Kapitel 4 vil omhandle det første underspørgsmål som har til formål at undersøge teorien bag de forskellige transformationsmetoder og hvordan de adskiller sig fra hinanden. Dette vil blive gjort gennem litteraturstudier hvor det matematiske grundlag vil blive gennemgået. Disse transformationsmetoder vil blive præsenteret først og skal give en forståelse for selve transformationen, som derefter danner grundlag for undersøgelserne tilknyttet det andet underspørgsmål.

De efterfølgende kapitler vil omhandle det andet underspørgsmål. Kapitel 5 vil først omhandle teorien og matematikken bag testnet, samtidig med teori for de størrelser der bruges til at vurdere fordele og ulemper for de to metoder. I det efterfølgende kapitel 6 vil der på baggrund af den fundne teori blive redegjort for overordnede overvejelser, der knytter sig til opstillingen af de scenarier, der i kapitel 7 beregnes for at vurdere fordele og ulemper.

Fordele og ulemper

I forhold til at vælge hvordan fordele og ulemper skal vurderes, er det valgt i dette projekt at gøre det ud fra nogle teoretiske begreber hvor der kan opstilles værdier netop på baggrund af simuleringer. Projektet introducerer præcision, redundans og intern pålidelighed som er de begreber der vurderes fordele og ulemper ud fra.

Præcisionen beskriver usikkerheden på en given observation, og er lig med observationens spredning. [4]

Redundanstallet er en enhedsløs teoretisk størrelse, der beskriver i hvor høj grad en observation bidrager til bestemmelse af en udjævnings resultater. [6]

Den interne pålidelighed bestemmes på baggrund af redundansen, og er et udtryk for størrelsen på den mindste grove fejl der kan opdages på en given observation. [6]

Begreberne præcision, redundans og intern pålidelighed er nærmere beskrevet i kapitel 5.

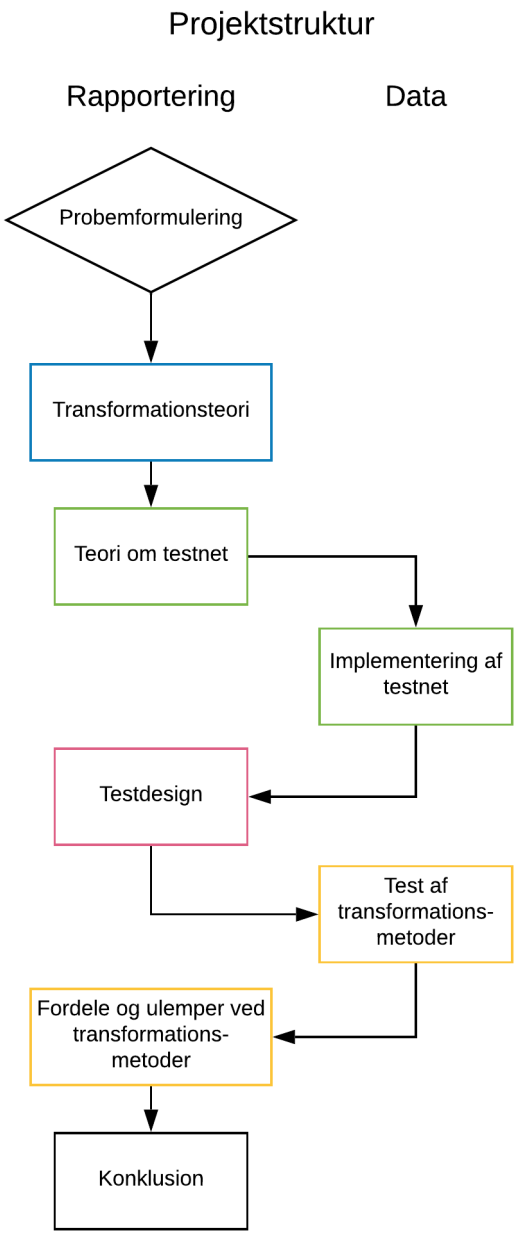
Det har også været overvejet at bruge faktorer som tid og økonomi til at vurdere fordele og ulemper, men da projektet udelukkende er blevet teoretisk grundet Covid-19, og der dermed ikke opnås en praktisk forståelse for registreringsprocessen er det valgt ikke at benytte disse faktorer. Disse forhold kan desuden være vanskelige at gøre målbare, da tidsforbrug og dermed også indirekte økonomi afhænger af mange parametre hvoraf der kan nævnes flere menneskelige.

Generalisering af resultater

Idet der i projektet ikke kan indsamles egentlige måledata er det besluttet at gennemføre undersøgelserne alene baseret på simulerede data. Af denne årsag vurderes det ikke at være relevant at vægte observationer. Det betyder helt konkret at alle observationer antages at have samme præcision, og at vægtningen dermed kan udgå af testberegningerne. Dette resulterer i, at det kun er fejlforplantningen der påvirker resultaterne af beregningerne. Dermed bliver beregningerne mere generelle. Det fravælges desuden at skalere resultaterne med en variansfaktor, da dette bidrager til at gøre resultaterne endnu mere generelle. A priori præcisionen på fællespunkter er dermed 1, og resultaterne er principielt enhedsløse, men kan skaleres til at afspejle en foretrukken enhed. Trods dette, er der i kapitel 7 taget det udgangspunkt, at enheden på koordinater og resultater er i centimeter, da dette vurderes at bidrage positivt til forståelse og vurdering af resultater.

3.1 Projektstruktur

Som nævnt er rapporten bygget kronologisk op efter underspørgsmålene, mens arbejdet med projektet skal ses som arbejdsprocesser. Den overordnede projektstruktur og rapportstruktur kan ses kan ses af figur 3.1 og 3.2.

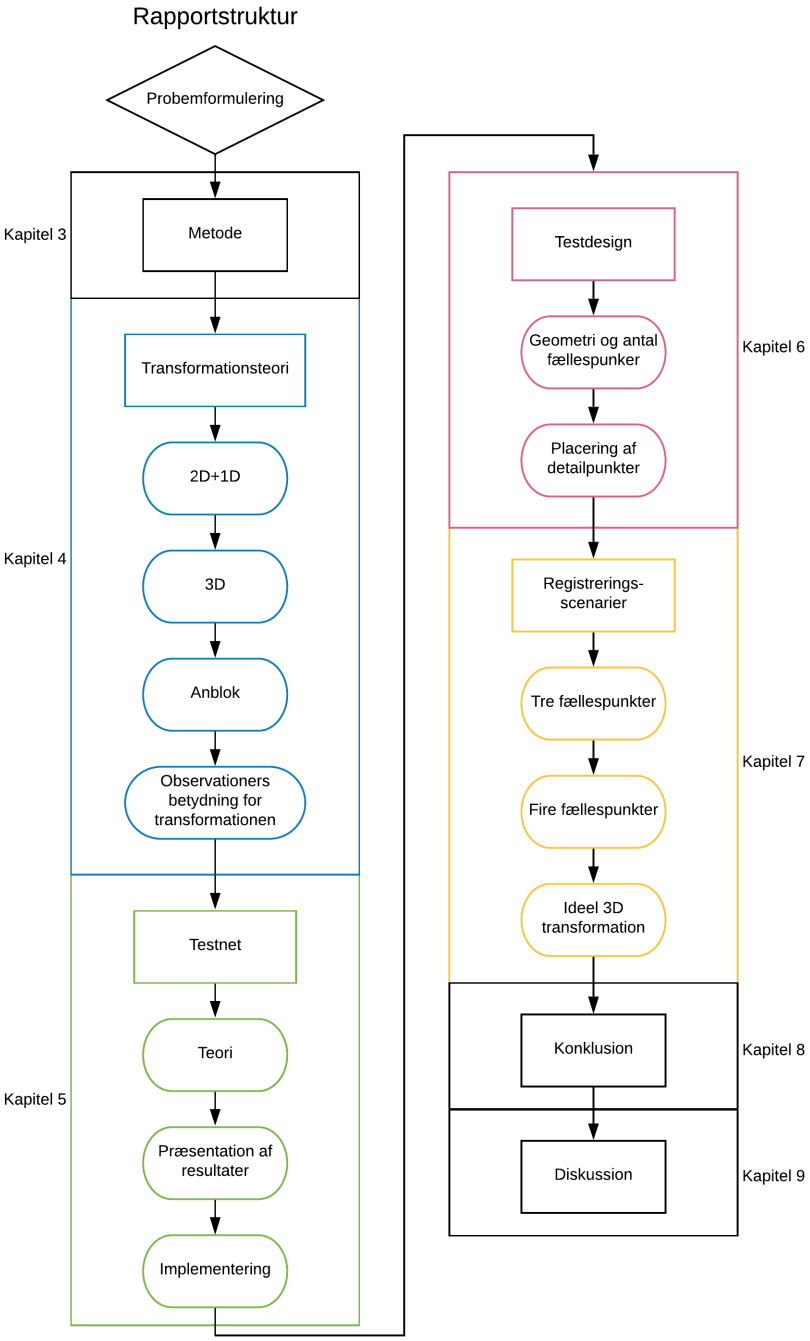


Figur 3.1. Projektstruktur

Figur 3.1 viser forløbet for projektstrukturen. Den er opdelt i to spalter hvoraf den ene omhandler rapportering og den anden omhandler beregning, simulering og håndtering af data. I forhold til projektarbejdet er der ikke nødvendigvis sammenhæng mellem navnene i kasserne og så kapitler og afsnit i rapporten. De skal herimod ses som arbejdsprocesser.

Farverne i projekstrukturen skal kobles til farverne i rapportstrukturen hvorved det kan ses hvilke arbejdsprocessor der bidrager til hvilke dele af rapporten.

Som nævnt er rapporten bygget kronologisk op til at følge problemformuleringen og underspørgsmålene, hvor strukturen kan ses af fig. 3.2. Her kan ses hvordan de forskellige kapitler er bygget op og skal følges i pilenes retning. En rektanglet kasse illustrer starten og titlen på kapitlet hvor de afrundede rektangler illustrer afsnit i selve kapitlet. For at illustrere kapitlernes dækning er der lavet kasser som omkranser indholdet.



Figur 3.2. Rapportstruktur

3.2 Transformationsteori

For at følge underspørgsmålene til problemformuleringen vil projektet starte ud med en teoretisk forståelse for behovet for registrering og metoden bag transformation samtidig med en matematisk gennemgang af metoderne og de tilhørende transformationsliginger. Det teoretiske grundlag for projektet bygger på transformation mellem to lokale koordinatsystemer. Projektets problemstilling retter sig mod sammenligning af de to transformationsmetoder, og afprøvning af dem i en række registreringsscenarier. Grundlaget herfor er forståelsen for transformationsberegning og det er dette, denne del af projektarbejdet skal tilvejebringe. Undersøgelsen af transformationsmetoder bygger på litteraturstudier, hvor relevant, matematisk litteratur gennemgås og relevant viden om transformation udledes. I rapporten præsenteres essensen heraf. På baggrund af dels matematikken og dels litteratur vedrørende praktisk brug af de relevante metoder, præsenteres desuden de væsentligste forskelle mellem transformation i 2D+1D og 3D. Efter afslutning af denne fase i projektarbejdet er det målet at have opnået et solidt teoretisk grundlag for det videre arbejde med problemstillingen.

3.3 Testnet

Anden del af projektarbejdet har til formål at præsentere teorien bag testnet som er den metode der anvendes til at teste fordele og ulemper mellem de to transformationsmetoder. Valget af testberegning som metode bygger blandt andet på de særlige omstændigheder vedrørende Covid-19, der hersker i projektperioden. Af denne årsag har det ikke været muligt at foretage egen indsamling af måledata, hvorfor testnet vurderes at være det optimale alternativ. Metoden har den fordel, at et større antal scenarier kan testes mere effektivt end ved arbejde med faktisk måledata.

Forud for implementeringen af testberegninger ligger en udvidelse af det teoretiske grundlag. På baggrund af litteraturstudier udvides den teoretiske forståelse for, hvordan fejlforplaning har indflydelse på transformation ved brug af de to metoder. Dermed kan der beregnes forventede størrelser for fejl i konkrete situationer. Desuden undersøges og forklares de teoretiske begreber for redundans og intern pålidelighed sammen med den matematiske beregning. Herefter implementeres testberegningen for de forskellige transformationsmetoder ved hjælp af scripts i MATLAB.

3.4 Testdesign

Dette kapitel vil beskrive de overordnede overvejelser der knytter sig til opstilling af registreringsscenarierne i det efterfølgende kapitel. På baggrund af teorien opstilles parametre, der forventes at have indflydelse på transformationerne, og det overvejes hvordan betydningen af disse kan implementeres i konkrete testberegninger.

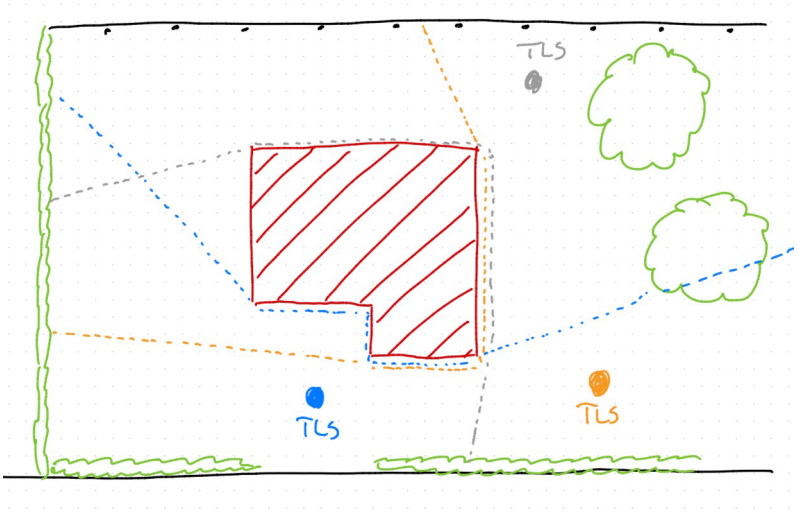
3.5 Registreringsscenarier

Kapitel 7 udgør analyseelementet i projektet, hvori transformations-, testnet-, præcision- og pålidelighedsteorien bliver anvendt i form af de scripts der udarbejdes i testnetdelen. I dette kapitel foretages konkrete simuleringer af registreringsscenarier på baggrund af de overvejelser, der er beskrevet i kapitel 6. Resultaterne vil herefter blive analyseret i forhold til de forskellige parametre der er blevet undersøgt hvor der ses på værdier for præcision og konfidensellipser samt redundans og intern pålidelighed. På baggrund af disse analyser vil det være muligt at vurdere fordele og ulemper ved de to transformationsmetoder.

Transformationssteori 4

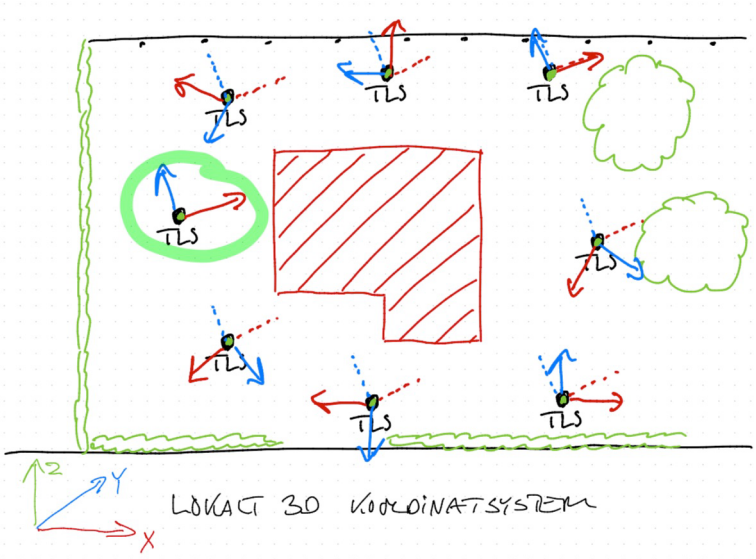
Dette kapitel har til formål at præsentere teorien bag registrering og transformation hvor forskellige transformationsmetoder vil blive gennemgået. Forskellige transformationsmetoder vil blive præsenteret sammen med det matematiske grundlag herfor. Afhængig af situationen, findes der mange forskellige transformationsmetoder. Da der i denne sammenhæng ses på transformation af 3D punktskyer vil det være disse metoder der vil blive gennemgået i projektet. Nærmere bestemt vil det være 2D+1D og 3D transformationer der vil blive brugt. Som en udvidelse til disse vil Anblok blive introduceret.

Når man skal scanne store områder eller objekter, kræver det som regel flere forskellige opstillinger, hvilket kan ses af fig. 4.1.



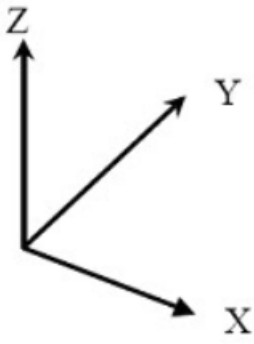
Figur 4.1. Illustration af behov for flere opstillinger [2]

Opstillinger resulterer i individuelle punktskyer som ligger i hvert deres lokale koordinatsystem. For at sætte disse forskellige punktskyer sammen, skal man have dem transformeret til det samme system. Denne proces er også kendt som registrering. Når man skal registrere punktskyerne skal transformationsparametrene findes og derefter skal punktskyen transformeres på plads [2][1]. Situationen med de lokale systemer der skal transformeres til ét system er illustreret i figur 4.2.



Figur 4.2. Illustration der viser de lokale systemer fra scanninger [3]

Som det kan ses af fig. 4.2, kan det være nødvendigt at transformere mange lokale systemer sammen til et system. I denne illustration er det valgt at systemet markeret med en grøn cirkel skal være det system som de andre lokale systemer skal transformeres over i. Dette er illustreret ved hver opstilling i form af stiplede linjer som skal indikere det system de skal transformeres til.
Lokale koordinatsystemer kan defineres på en lang række forskellige måder. Det være sig som kartesiske eller polære koordinatsystemer. I dette projekt tages der udgangspunkt i et kartesisk højrehåndskoordinatsystem hvor førsteaksen benævnes X, andenaksen benævnes Y og tredjeaksen benævnes Z. Situationen er illustreret i figur 4.3. [7]



Figur 4.3. Kartesisk højrehåndskoordinatsystem

Som konsekvens af aksernes navngivning benævnes et givet punkts førstekoordinat X, andenkoordinatet Y og tredjekoordinatet Z.

Som tidligere nævnt findes der forskellige metoder til transformation af 3D punktskyer. Når man foretager en 3D transformation kan dette gøres ved en konform transformation

hvor man laver en translation i de tre akseretninger X, Y og Z, en rotation om hver akse og en skalering, altså syv parametre. Transformationen ser således ud:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S * R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

- S er skalering
- R er rotationsmatricen
- t er translation

2D+1D kan ligeledes bruges på 3D punktskyer, her er der dog den forudsætning at scanneren har været sat i lod i de forskellige opstillinger, således at rotation om X- og Y-aksen elimineres. 2D+1D transformationen er lidt anderledes end 3D transformationen. Den kan stadig arbejde med skalering, rotation og translation, men hvor 3D gør det hele for alle tre akser består 2D+1D af en konform 2D transformation og en translation i 1D. Det kan skrives som:

$$2D : \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = S * R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \end{bmatrix} \qquad 1D : [Z] = [z] + [t_Z] \tag{4.2}$$

3D og 2D+1D kan benyttes ved registrering af to eller flere punktskyer, men måden det gøres på er ved at registrere dem en ad gangen. En udvidelse til disse metoder er Anblok. Ved Anblok transformeres flere punktskyer sammen på en gang, i stedet for at gøre det en ad gangen. På denne måde udregnes der transformationsparametre for alle punktskyerne på en gang. [4]

4.1 2D+1D

Dette afsnit vil introducere det matematiske grundlag for 2D+1D transformation. Teorien knytter sig til [4] og [8], hvis ikke andet er angivet. Som nævnt minder 2D+1D om 3D, men er sammensat af to uafhængige transformationer. Først vil den konforme 2D transformation blive gennemgået efterfulgt af 1D translationen.

Ved registrering af to punktskyer hvor den ene skal transformeres over i den anden kan 2D-transformationen beskrives således:

$$\begin{bmatrix} X_{Ti} \\ Y_{Ti} \end{bmatrix} = S * R \begin{bmatrix} X_{Fi} \\ Y_{Fi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Her beskriver "$_T$"det system der skal transformeres til, og "$_F$"det system der transformeres fra.

Rotationsmatricen ser ud på følgende måde:

$$R = \begin{bmatrix} cos\phi & -sin\phi \\ sin\phi & cos\phi \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

ϕ er drejningen om Z-aksen.

Dette resulterer i følgende transformationsligninger på matrixform:

$$\begin{bmatrix} X_{Ti} \\ Y_{Ti} \end{bmatrix} = S * \begin{bmatrix} cos\phi & -sin\phi \\ sin\phi & cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{Fi} \\ Y_{Fi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

Af dette kan det udledes at der er fire ubekendte der skal løses for at finde transformationen mellem de to systemer. Her er der tale om S, ϕ, t_X og t_Y.

Translationen i 1D giver én ubekendt, t_Z, hvorfor transformationsligningen for 1D er givet ved:

$$Z = z + t_Z \tag{4.6}$$

Som vist i formel 4.2 kan dette gøres af to omgange, rækkefølgen underordnet. Endvidere kan det også foretages på en gang i form af matrixnotation:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S * \begin{bmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

Dette resulterer dog også i en skalering af z. I alt giver det 5 ubekendte. De data der antages at skulle bruges i denne sammenhæng, vil stamme fra samme scanner, over små afstande i lokale systemer hvorfor der ikke ville skulle skaleres i transformationen. Denne udgår derfor af transformationsligningerne hvorfor de fire parametre der skal bestemmes til transformationen er: ϕ, t_X, t_Y og t_Z. Den endelige transformationsligning er derfor:

$$2D: \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \end{bmatrix} \qquad 1D: [Z] = [z] + [t_Z] \tag{4.8}$$

$$2D+1D: \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\phi & -sin\phi & 0 \\ sin\phi & cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

Opsummering

Til 2D+1D transformationen er der enkle forudsætninger for at denne metode kan anvendes. Scanneren skal sættes i lod, hvorved rotation om x- og y-aksen elimineres. På baggrund af dette og da skaleringen udgår af transformationen, behøves der observation af to punkter for at opnå en entydig løsning.

4.2 3D

Dette afsnit vil omhandle 3D transformation og baserer sig på [4]. Den konforme 3D transformation minder om måden den konforme 2D transformation blev udført på blot med tredjeaksen som en integreret del af transformationen. 3D transformationen beregnes på følgende måde:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = S * R \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix}$$

Som det kan ses minder 3D og 2D om hinanden men rotationsmatricen er anderledes. Rotationen drejer om både første, anden og tredje aksen og da det ikke er ligegyldigt hvilken rækkefølge der bruges, vil der i dette projekt blive gjort brug af drejning om meddrejede akser. De tre drejninger ser således ud:

$$R(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\omega & -sin\omega \\ 0 & sin\omega & cos\omega \end{bmatrix}$$

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} cos\phi & 0 & sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -sin\phi & 0 & cos\phi \end{bmatrix}$$

$$R(\kappa) = \begin{bmatrix} cos\kappa & -sin\kappa & 0 \\ sin\kappa & cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ω er drejning om førsteaksen (X)
ϕ er drejning om andenaksen(Y)
κ er drejning om tredjeaksen (Z).

For at opnå meddrejede akser benyttes følgende sekvens[7]:

$$R = R(\kappa)R(\phi)R(\omega) \tag{4.10}$$

Dette giver følgende samlede rotationsmatrix:

$$R = \begin{bmatrix} cos\phi cos\kappa & cos\kappa sin\omega sin\phi - cos\omega sin\kappa & cos\kappa cos\omega sin\phi + sin\kappa sin\omega \\ cos\phi sin\kappa & sin\kappa sin\omega sin\phi + cos\kappa cos\omega & cos\omega sin\kappa sin\phi - cos\kappa sin\omega \\ -sin\phi & cos\phi sin\omega & cos\omega cos\phi \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

For overblikkets skyld vil indholdet i ligning 4.11 blive noteret som nedenstående i ligning 4.12:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}$$

Herefter kan transformationsligningerne stilles op på matrixform som:

$$\begin{bmatrix} X_{Ti} \\ Y_{Ti} \\ Z_{Ti} \end{bmatrix} = S * \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{Fi} \\ Y_{Fi} \\ Z_{Fi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Heraf kan det udledes at der er syv ubekendte parametre der skal findes til transformationen. De ubekendte er; S, ω, ϕ, κ, t_X, t_Y og t_Z. Men ligesom det var gældende ved 2D+1D, skal der heller ikke her skaleres, hvorfor denne udgår og der dermed er seks parametre hvilket kræver tre punkter for en entydig løsning og transformationsligningen bliver:

$$3D: \begin{bmatrix} X_{Ti} \\ Y_{Ti} \\ Z_{Ti} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{Fi} \\ Y_{Fi} \\ Z_{Fi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_X \\ t_Y \\ t_Z \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

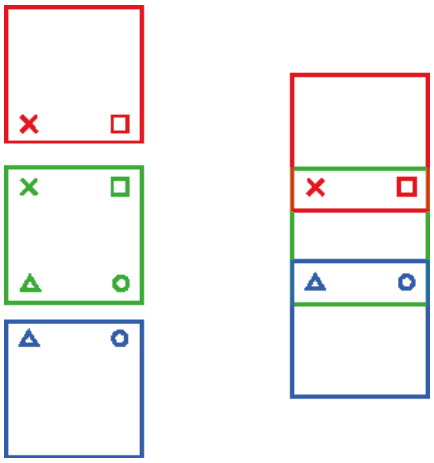
Opsummering

Idet 3D transformationen indeholder translation og rotation i alle tre dimensioner, kan hele transformationen gennemføres i ét trin, og der er ikke behov for at stille instrumentet i lod inden opmåling. Denne frihed betyder til gengæld, at en entydig løsning på en 3D transformation kræver tre fællespunkter.

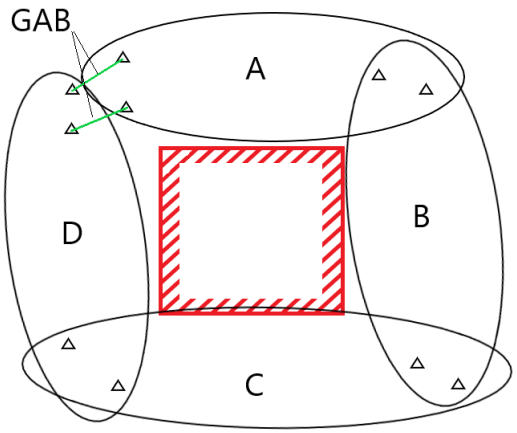
4.3 Anblok

Når der foretages trinvis transformation[1] er 2D+1D og 3D udemærkede løsninger. Figur 4.4 viser en trinvis transformation hvor f.eks. rød og grøn transformeres først, hvorefter den blå transformeres på plads i forhold til den grønne. Er der tale om en bloktransformation[2] vil der på grund af tilfældige fejl opstå tvetydige koordinater til identiske fællespunkter.[3] De tvetydige koordinater skaber et gab mellem fællespunktets koordinater i forskellige koordinatsystemer [9]. Gabet er et resultat af fejlforplantning og opstår når tilfældige fejl på fællespunkters koordinater akkummuleres igennem flere transformationer, som vist i fig. 4.5 hvor fire individuelle modeller gennemgår en trinvis transformation. I det konkrete tilfælde er modellen "A"definerende for de øvrige modeller, det vil sige at de øvrige modeller ved hjælp af fællespunkterne transformeres til A's koordinatsystem. Først transformeres B på plads i det definerende system. Herefter C og D, hvor sidstnævnte indeholder to fællespunkter der også er indmålt i model A. På grund af akkumulerede tilfældige fejl vil koordinaterne ikke være identiske og der opstår et gab. Trinvis transformation og situationen med gab er illustreret i fig. 4.4 og fig. 4.5.

[1] Transformation hvor modeller sættes sammen efter én efter én uden at overlappe på tværs.
[2] Transformation hvor modeller overlapper på tværs af hinanden
[3] Punkter der findes i flere modeller som anvendes til at finde transformationsparametre

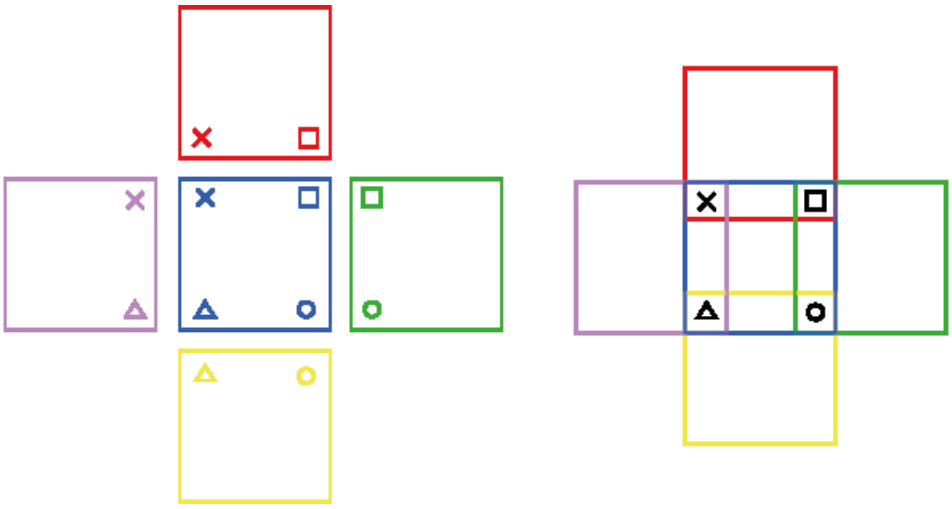


Figur 4.4. Illustration af trinvis transformation

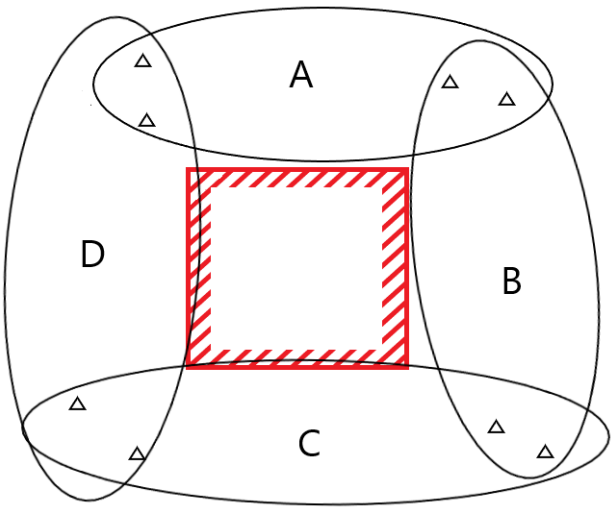


Figur 4.5. Illustration af gab

Det er i sådanne situationer at Anblok har sin anvendelse. Anblok er en udjævningsmetode som foretager en samlet udjævning på baggrund af alle observationerne og udregner transformationsparametre til de forskellige systemer på en gang. På denne måde opnår man entydige koordinater til fællespunkterne og undgår gab[9]. Dette er illustreret i fig. 4.6 og 4.7.



Figur 4.6. Illustration af bloktransformation



Figur 4.7. Illustration af Anblok uden gab

Figur 4.6 og 4.7 viser eksempler på en bloktransformation, hvor modeller transformeres sammen på tværs af hinanden. Figur 4.7 illustrerer situationen fra fig. 4.5, men i dette tilfælde har Anblok lavet en samlet udjævning for alle modellerne, hvorfor der ikke opstår et gab mellem model A og D. Den samlede udjævning ved Anblok betyder at der ved bloktransformation bliver udregnet entydige koordinater til fællespunkterne.

Opsummering

En samlet udjævning med Anblok kan altså med fordel anvendes for at undgå gab mellem modeller idet der bestemmes entydige koordinater til fællespunkterne. Selve transformationsligningerne i Anblok er de samme som for 2D+1D og 3D, men skal ses som en teknisk udvidelse af disse i forhold til implementeringen. For Anblok gælder der de samme forudsætninger som for 2D+1D og 3D. Er der blot tale om en trinvis transformation uden overlap mellem mere end 2 systemer, som i fig. 4.4, vil Anblok give de samme resultater som en almindelig 2D+1D eller 3D transformation. Som vist vil Anblok være at foretrække i bloktransformationer, og har ikke nogen ulemper ved en trinvis transformation. Der vil med andre ord aldrig være grund til ikke at anvende Anblok, i situationer hvor mere end to systemer transformeres sammen, da resultatet ved en Anblok-udjævning altid vil blive mindst lige så godt, og i praksis som regel bedre, end hvor der foretages almindelig, trinvis transformation. Bortset fra den åbentlyse fordel at udjævne tilfældige fejl over alle modeller besidder Anblok-udjævningen de samme karakteristika som den transformationsmetode den baserer sig på, henholdsvis 2D+1D og 3D. Af den årsag vurderes det, at de tidsmæssige ressourcer anvendes mest effektivt til undersøgelse af transformation uden Anblok i første omgang. En udvidelse af undersøgelsen med Anblok vil være interessant, men forventes at afspejle samme forhold som undersøgelsen af simpel transformation mellem to systemer.

4.4 Observationernes betydning for transformationen

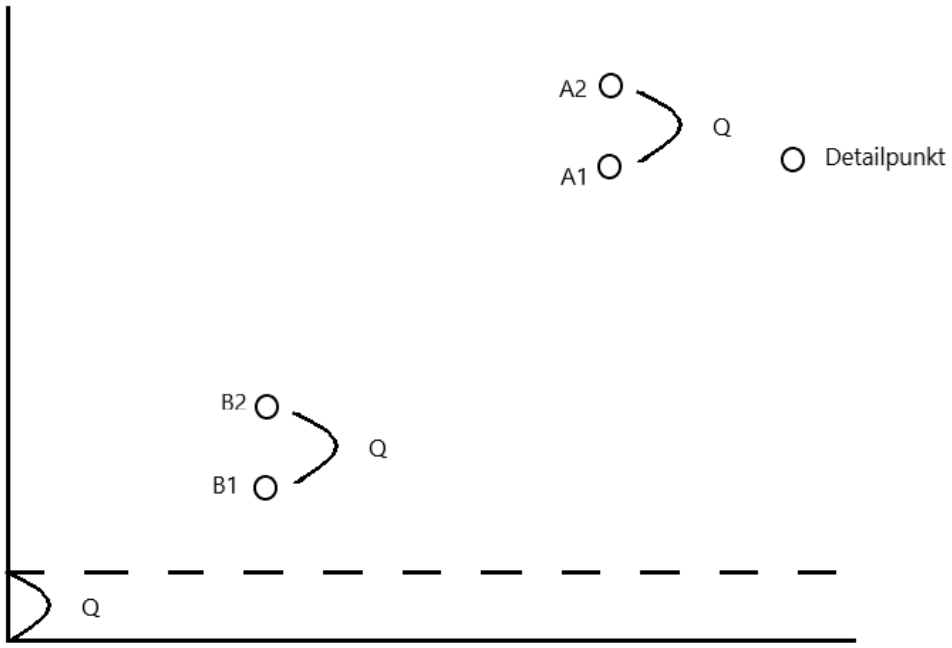
Transformation i både 1D, 2D og 3D baserer sig på et antal observationer. I dette afsnit redegøres for den teoretiske betydning af antallet af observationer og hvordan eventuelle fejl i bestemmelsen af transformationsparametrene har betydning for de transformerede punkter. Dette vil senere danne grundlag for design af konkrete testscenarier.

4.4.1 Antal af fællespunkter

Det fremgår af transformationsligninerne, at antallet af transformationsparametre for henholdsvis 1D, 2D og 3D er forskellige. Hvor der er én transformationsparameter i 1D transformationen, er der tre i 2D transformationen og hele seks transformationsparametre i 3D transformationen. Det følger heraf, at der er behov for et forskelligt antal observationer for at bestemme transformationen. For et givent punkt i en transformation betragtes X- Y- og Z-koordinaterne som særskilte observationer, og der findes dermed tre observationer pr. punkt. Det følger af transformationsligningerne, at det er bestemte observationer der skal benyttes til at bestemme de forskellige transformationsparametre. Eksempelvis benytter 1D transformationen kun observationen af punkters Z-koordinat, og ved et enkelt punkt er transformationen kun akkurat bestemt, da der kun anvendes den ene observation selvom der er observeret yderligere to. Det er også årsagen til, at 3D transformationen selv med kun seks parametre er afhængig af minimum tre punkter for at kunne bestemmes. Det gælder altså, at 1D transformationen kræver ét punkt, 2D kræver to punkter og 3D kræver tre punkter for at kunne bestemmes. I tilfældet med 2D+1D kan begge dele af transformationen bestemmes på baggrund af bare to punkter, da det er forskellige observationer der benyttes. Alle relevante observationer derudover indgår som overbestemmelser og bidrager til øget sikkerhed i transformationen. De to transformationsmetoder har derfor, ved samme antal fællespunkter, forskellig grad af overbestemmelse således at 2D+1D altid vil have flere overbestemmelser end en 3D transformation udført på baggrund af de samme punkter. Det betyder i teorien, at det altid vil være mere robust at transformere i 2D+1D end 3D, da overbestemmelser vil bidrage til større sikkerhed mod grove fejl.

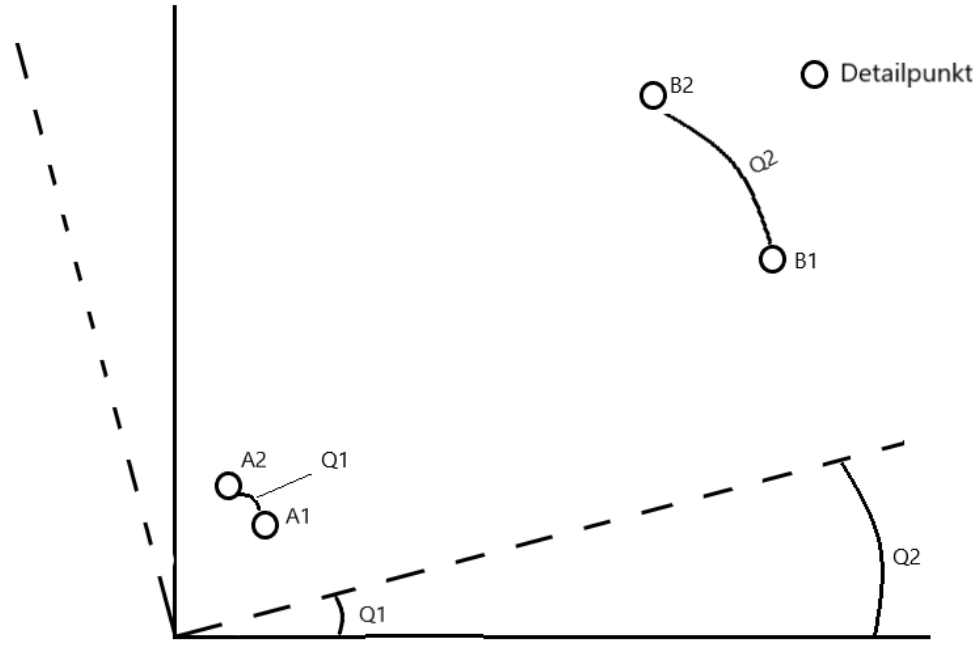
4.4.2 Fejl i transformationsparametrene

De transformationstyper der arbejdes med i dette projekt benytter translationer og rotationer som transformationsparametre. Usikkerheden på disse påvirker usikkerheden på de transformerede punkter, men betydningen heraf er forskellig. I eksemplet vist på fig. 4.8 er translationen i Y-aksens retning i en 2D transformation behæftet med en fejl af størrelsen Q. Det betyder, at de to detailpunkter A og B forskydes tilsvarende fra deres sande position (A1 henholdsvis B1) til den fejlbehæftede position (A2 og B2). Det fremgår desuden, at beliggenheden af detailpunkterne ikke har nogen betydning for størrelsen af den fejl detailpunktets position behæftes med. Dette fremgår i transformationsligningerne, i den måde hvorpå translationerne indgår heri.



Figur 4.8. Eksempel: Fejl på translation i Y

Anderledes ser det ud med rotationen. I eksemplet på fig. 4.9 er rotationen om z-aksen i en 2D transformation behæftet med en grov fejl af størrelsen Q. Det betyder, at detailpunkterne A og B roteres fra de sande positioner (henholdsvis A1 og B1) til de fejlbehæftede positioner A2 og B2. Det fremgår, at B er behæftet med en større fejl end A da der er tale om en rotation. Dette fremgår i transformationsligningerne, i den måde hvorpå rotationerne indgår heri.



Figur 4.9. Eksempel: Fejl på rotationen om Z-aksen

Det betyder, at det for transformationer hvori der indgår en eller flere rotationer især er vigtigt at sikre sig mod grove fejl der kan påvirke rotationen. Dette kan klares ved at være omhyggelig med geometrien således eventuelle fejl der påvirker rotationen kan opdages. Erfaring siger, at forsigtighed i denne forbindelse bør udvises omkring enkelte, fjerntliggende fællespunkter. Et givent fællespunkts betydning for geometrien kan udtrykkes af redundanstallet på de observationer der er foretaget af punktet [6]. Redundanstal er nærmere beskrevet i kapitel 5.

4.5 Opsamling

I dette projekt vil der blive anvendt to forskellige transformationsmetoder, 2D+1D og 3D. 2D+1D transformationen kan ses af formel 4.2 og 4.7. Her gøres der brug af en konform 2D transformation og en translation i 1D. Forudsætningen for denne transformation er at scanneren er sat i lod når data indsamles. Dette betyder endvidere at registreringen kan nøjes med to sammenknytningspunkter for at finde transformationsparametrene, i modsætning til 3D transformationen hvor der skal bruges tre punkter for at finde en entydig løsning. 3D transformationen gør nemlig brug af en konform 3D transformation med rotering om, og translation i, alle tre akser. Denne transformation kan ses af formel 4.1. Fælles for begge transformationer er dog at skaleringen udgår da scanningerne foregår i lokale systemer over korte afstande, hvorfor denne parameter forsvinder af

transformationerne. Dette resulterer i at der for 2D+1D er tre ubekendte, ϕ, t_X og t_Y og for 3D seks ubekendte, ω, ϕ, κ, t_X, t_Y og t_Z.

Udjævning med Anblok kan anvendes som en udvidelse af disse transformationsmetoder. Den har især sin anvendelse hvis der er tale om bloktransformationer på tværs af systemer. Her kan Anblok bestemme transformationsparametre til de forskellige systemer samtidig med at den bestemmer entydige koordinater til fællespunkterne. Det forventes, at en Anblok udjævning altid vil give et resultat mindst lige så godt som ved trinvis transformation, men i øvrigt have samme karakteristika som den metode Anblok-udjævningen bygger på. Det er besluttet ikke at fokusere yderligere på Anblok i projektet, da de tidsmæssige ressourcer vurderes at være bedre brugt på undersøgelse af de transformationsmetoder der ligger til grund for denne, da det forventes at de resultater der opnås i større eller mindre grad vil kunne overføres til også at gælde ved Anblok.

Med hensyn til fællespunkternes betydning for transformationen er det konstateret, at især observationer, der kan betyde fejl i rotationer kan have stor betydning for sikkerheden i transformationen, da en fejl i rotationen vil påvirke fjernliggende punkter meget mere end fejl i translationer. I sagens natur kan de to parametre ikke adskilles fuldstændig, og en grov fejl på et fællespunkt vil føre til fejl på alle transformationsparametre der benytter den pågældende observation. Den enkelte observations betydning for transformationen kan beskrives med observationens redundanstal. Redundans og intern pålidelighed beskrives nærmere i kapitel 5.

Testnet 5

Dette kapitel vil indeholde teorien der beskriver hvordan testnet bliver anvendt til at finde fordele og ulemper. Endvidere vil kapitlet beskrive og forklare teorien bag begreberne præcision, redundans og intern pålidelighed, som netop er de parametre der vil blive anvendt til at bestemme fordele og ulemper. Dette kapitel bygger på [6] med mindre andet fremgår.

Testnet bruges som metode til at opstille forskellige registreringsscenarier, hvilket kan gøres uden brug af observationer og vægte. Til dette behøves kun selve transformationsligningerne. Testnet foretager derfor ikke selve udjævningen af observationer for at finde transformationsparametre men beskæftiger sig med selve fejlteorien i forhold til udjævningen og gør det muligt at vurdere selve udjævningen uden målinger.

Vurderingen foretages som nævnt i forhold til præcision, redundans og intern pålidelighed. Præcision betegner spredningen på fælles- og detailpunkternes koordinater.

Redundans og intern pålidelighed bruges som parametre for at undersøge og vurdere hvor robust en transformation er overfor grove fejl. Redundans er et mål for hvor meget en observation bidrager til overbestemmelsen og hvor vigtig den er i forhold til udjævningen.

På baggrund af redundansen kan den interne pålidelighed udregnes. Den interne pålidelighed er et begreb for hvor lille en grov fejl der kan afsløres ved brug af test.

I forbindelse med brugen af testnet og manglen på observationer er der flere elementer i selve udjævningen som dette projekt ikke beskæftiger sig med så som data snooping og variansestimation.

5.1 Teori

Begrebet *testnet* dækker over en forhåndsanalyse af ubekendtes præcision og redundans. Formålet er typisk på forhånd at planlægge en måleopgave på en måde, så det sikres, at vigtige punkter kan bestemmes med tilfredsstillende præcision. Dette selvfølgelig under forudsætning af, at ingen målinger er behæftet med grove fejl. Ved hjælp af et testnet kan forskellige indbyrdes placeringer af detail- og fællespunkter afprøves med henblik på bestemmelse af præcision, redundans og intern pålidelighed i udjævningen.

I dette projekt anvendes testnet til at vurdere fordele og ulemper ved forskellige transformationsmetoder, ved sammenligning af præcision, redundans og intern pålidelighed i hver af de anvendte metoder, anvendt på forskellige registreringsscenarier.

5.1.1 Præcision

Nøglen til testberegningen er kovariansmatricen, der sædvanligvis beregnes som:

$$\Sigma_x = \hat{\sigma}_0^2 (A^T C A)^{-1} \tag{5.1}$$

hvor Σ_x er kovariansmatricen for de ubekendte, $\hat{\sigma}_0^2$ er a posteriori variansfaktor, A er designmatricen og C er vægtmatricen. a posteriori variansfaktoren kendes almindeligvis ikke, før der er foretaget en opmåling, idet denne beskriver sammenhængen mellem den forventede og den opnåede varians i udjævningen. Da der er tale om testberegning alene på baggrund af den forventede varians, kan a posteriori variansfaktoren sættes lig med 1. Hvad angår testberegningen kan kovariansmatricen for de ubekendte derfor beregnes som:

$$\Sigma_x = (A^T C A)^{-1} \tag{5.2}$$

Som det fremgår, indgår der ingen observationsvektor, hvilket muliggør bestemmelse af kovariansmatricen inden der er foretaget målinger, hvilket danner grundlaget for simulering ved hjælp af testnet.

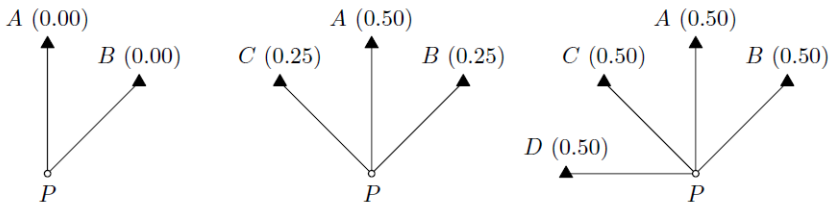
Som tidligere beskrevet har det ikke været muligt under projektarbejdet at indsamle måledata. Den deraf følgende teoretiske tilgang fokuserer derfor på transformationsmetoder og af den årsag vurderes det at være mindre væsentligt at arbejde med forskellige vægte på de implicerede targets. Alle punkter der indgår i transformationerne vurderes derfor at være lige godt bestemt, og idet der ikke er indsamlet egentlige data, er det heller ikke relevant at vægte observationer forskelligt. Det betyder, at C-matricen kan udelades i ligning 5.2, og kovariansmatricen for de ubekendte kan derfor stilles op som:

$$\Sigma_x = (A^T A)^{-1} \tag{5.3}$$

Af kovariansmatricen opnås spredningen og kovarianserne på koordinaterne.

5.1.2 Redundans og intern pålidelighed

Beregning af kovariansmatricen for en udjævning kan give en forventning om de ubekendtes præcision på baggrund af fællespunkternes geometri. Et andet mål for kvaliteten af transformationen er redundansen og den interne pålidelighed. Redundanstallet er et udtryk for, i hvor høj grad nettet er overbestemt, og i hvor høj grad den enkelte observation bidrager hertil. Et eksempel på redundans kan være i forbindelse med bueskæring hvor flere afstande fra hjælpepunkter benyttes til at bestemme ét punkt.



Figur 5.1. Illustration af bueskæring med redundanstal [6]

Figur 5.1 viser tre situationer hvor punktet P skal bestemmes. I første situation er der kun to observationer hvorfor der ingen overbestemmelser er. Her får A og B redundanstallene 0, da de hver især er nødvendige for at bestemme P. I den næste situation tilføjes yderligere et punkt, C. Nu er der overbestemmelser til P hvorfor redundanstallet ikke længere er 0. Her spiller geometrien ind for redundanstallet. Da geometrien mellem B og C er bedre til at bestemme P end geometrien mellem A og B eller A og C opnår A et større redundanstal da det er mindre vigtigt for bestemmelsen af P. I den sidste situation er der tilføjet endnu en observation, hvilket giver en større overbestemmelse af P. Hjælpepunkterne er nu placeret således at de parvis danner god geometri for bestemmelsen af P. Da punktet P er tilstrækkeligt overbestemt til at kunne lokalisere en eventuelt grov fejl og geometrien mellem punkterne er lige gode, opnår de samme redundanstal. Af dette eksempel kan det ses at det ikke kun er antallet af observationer men også geometrien mellem observationer der har indflydelse på redundansen og dermed pålideligheden.

Forudsætningen for bestemmelse af redundansmatricen er kendskab til kofaktormatricen, Q_r og vægtmatricen, C. Kofaktormatricen beregnes ved:

$$Q_r = C^{-1} - AN^{-1}A^T \tag{5.4}$$

hvor

$$N^{-1} = (A^T CA)^-1$$

Vægtmatricen, C, er en diagonal matrix hvor hvert af diagonalelementerne indeholder vægten for den tilhørende observation. For så vidt angår dette projekt, hvor egentlige observationer ikke er indsamlet, og det derfor ikke er meningsfyldt at vægte observationerne er C en enhedsmatrice med dimensionerne nxn i en udjævning der består af n observationer. Med kendskab til Q_r og C bestemmes redundansmatricen som:

$$R = Q_r C \tag{5.5}$$

Redundanstallet er en værdi mellem 0 og 1, der udtrykker i hvor høj grad observationen bidrager til overbestemmelse af nettet. Et redundanstal på 0 betyder, at observationen ikke bidrager til overbestemmelsen men er nødvendig for at udjævningen kan gennemføres. Et redundanstal på 1 betyder at observationen er fuldstændig overbestemt. Ideelt set vil redundanstallet for alle observationer være imellem 0.2 og 0.8 afhængig af hvilke observationer der er tale om. [6]

På baggrund af det bestemte redundanstal for den enkelte observation kan den interne pålidelighed bestemmes. Som nævnt er den interne pålidelighed et begreb for hvor lille en grov fejl der kan afsløres ved brug af test og bestemmes ved:

$$p_i = \frac{\delta\sigma_i}{\sqrt{\rho_i}} \tag{5.6}$$

Hvor p_i er den interne pålidelighed på observationen, og dermed den mindste grove fejl, der kan opdages. δ er den faktor hvormed spredningen, σ_i, skaleres for at definere fejlgrænsen. I landmåling anvendes typisk $\delta = 3$. ρ_i er redundanstallet for den givne observation.

[6]

5.2 Præsentation af resultater

Testberegningerne bestemmer præcision for både fælles- og detailpunkter, og desuden redundans og intern pålidelighed for fællespunkter. Det vil sige, at for et fællespunkt vil der være følgende værdier, der efter beregningen kan benyttes til at vurdere punktets betydning for transformationen:

- Præcision i X
- Præcision i Y
- Præcision i Z
- Kovarians XY
- Kovarians XZ*
- Kovarians YZ*
- Redundans i X
- Redundans i Y
- Redundans i Z
- Intern pålidelighed i X
- Intern pålidelighed i Y
- Intern pålidelighed i Z

De med '*' markerede punkter er kun relevante for 3D transformation.

For detailpunkter er kun præcision og kovarianser relevante.

Der er altså tale om en lang række værdier, der skal benyttes til at vurdere hvert enkelt punkt i transformationen. Dette afsnit beskriver hvordan output fra testberegningerne designes, så afrapporteringen bliver så overskuelig som muligt.

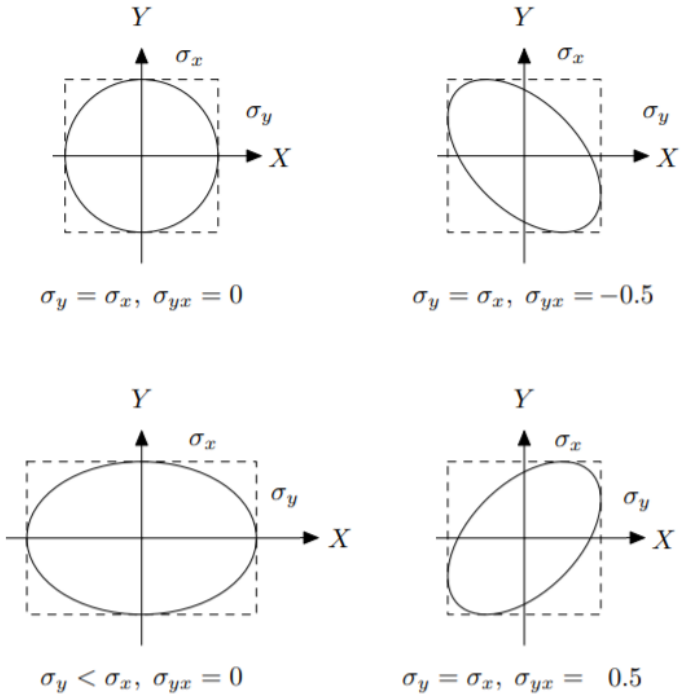
5.2.1 Præcision

Ofte præsenteres den bestemte præcision på udjævnede punkter, hvad enten der er tale om a priori eller a posteriori varianser, ved hjælp af konfidensellipser. Konfidensellipser er en grafisk repræsentation af sikkerheden på punktets udjævnede koordinater. Sådanne

konfidensellipser kan udtegnes på baggrund af kovariansmatricens indhold. For et givent punkt i det todimensionelle rum indholder kovariansmatricen følgende:

$$\Sigma_x = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{yx} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{y^2} \end{bmatrix} \tag{5.7}$$

hvor σ_x^2 er variansen i x-aksens retning og σ_y^2 er variansen i Y-aksens retning. De øvrige værdier er kovarianserne, som beskriver sammenhængen mellem de to varianser. Kovarianserne σ_{xy} og σ_{yx} er lig med hinanden, da en kovariansmatrix er symmetrisk om diagonalen. Det er ud fra disse værdier, konfidensellipsens orientering bestemmes. I situationer, hvor kovariansen er 0, er konfidensellipsens stor- og lilleakse sammenfaldende med koordinatsystemets akser. I situationer, hvor kovarianserne er forskellige fra nul er konfidensellipsen roteret. Se eksempler i fig. 5.2

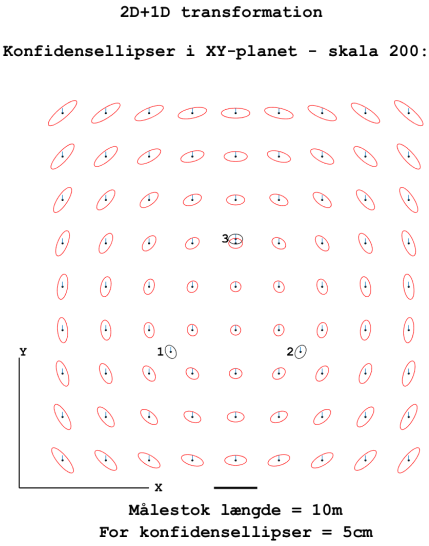


Figur 5.2. Eksempler på konfidensellipser [6]

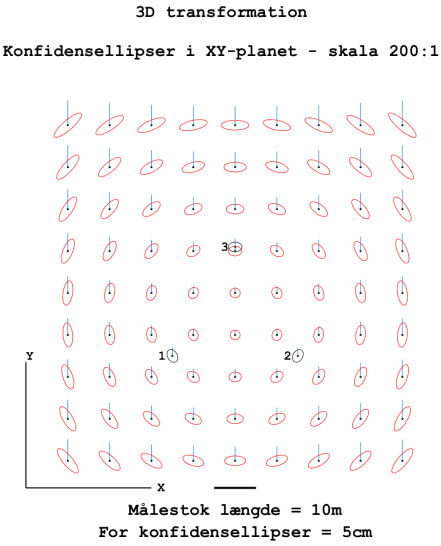
Uden skalering illustrerer konfidensellipserne en 39% sikkerhed på punkternes position. Dette skyldes, at konfidensellipsen er todimensionel, modsat den endimensionelle normalfordeling, hvor $1 * \sigma = 68\%$ konfidens. Ved at skalere kan en større sikkerhed repræsenteres.

For at give en meningsfyldt repræsentation af præcisionen på punkter bestemt ved testnet i dette projekt, må repræsentationen udvides til at omfatte alle tre dimensioner. Dette kan lade sig gøre ved brugen af konfidensellipsoider. Hvor en konfidensellipse kræver en 2X2

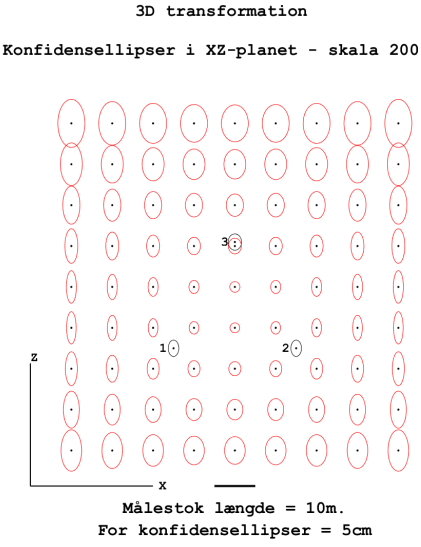
kovariansmatrix kræver en konfidensellipsoide en 3x3 kovariansmatrix, da der er behov for dels varianser i alle akseretninger samt kovarianser alle retningerne imellem. Disse konfidensellipsoider bestemmes for alle punkter, og repræsenteres ved at plotte ellipsoiderne som todimensionelle ellipser i henholdsvis XY-, XZ- og YZ-planet. For repræsentation af punkternes præcision vises derfor tre plots for hver testberegning.



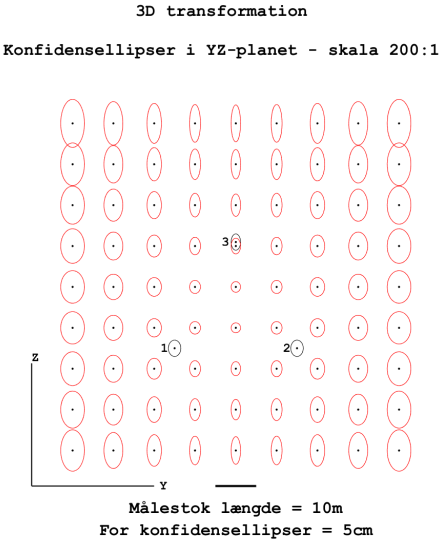
Figur 5.3. Eksempel på resultatplot for 2D+1D.



Figur 5.4. Eksempel på resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 5.5. Eksempel på resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 5.6. Eksempel på resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

Dertil beregnes en 3D punktspredning, der er et udtryk for punktets samlede usikkerhed i alle dimensioner. 3D punktspredningen bestemmes som:

$$\sigma_{3D} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2}{3}} \tag{5.8}$$

[10]

5.2.2 Redundans og intern pålidelighed

Redundans og intern pålidelighed lader sig ikke umiddelbart udtrykke grafisk, og afrapporteres derfor som tekst. Ud over de føromtalte plots genereres der for hver testberegning en resultatfil, hvor de beregnede størrelser opstilles i en tabel. Uddrag af en resultatfil er vist i fig. 5.7

Del 2: Resultater

Fællespunkter

	Spredning				2D+1D Redundans			Intern Pålidelighed			
Nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	X	Y	Z	
2	0.67	0.67	0.50	0.62	0.55	0.55	0.00	2.72	2.72	0.00	|
3	0.57	0.57	0.50	0.55	0.68	0.68	0.00	2.07	2.07	0.00	|
4	0.54	0.54	0.50	0.53	0.71	0.71	0.00	1.92	1.92	0.00	|
5	0.97	0.97	0.50	0.84	0.06	0.06	0.00	11.42	11.42	0.00	|

Figur 5.7. Uddrag af resultatfil for testberegning

Redundanser og interne pålideligheder for fællespunkter rapporteres desuden som tabeller i rapporten.

5.3 Implementering

Den teori der er præsenteret i dette kapitel og kapitel 4, kan nu danne grundlag for de simuleringer der skal udføres som projektets analyser. Konkret foretages beregningerne i MatLab, og beregningen er automatiseret ved hjælp af scripts, der sikrer en ensartet og effektiv beregning af forskellige scenarier. Implementeringen er udført i *testtrans.m* som bygger på flere underfunktioner hvilket kan ses i bilag A. Strukturen for hvordan de forskellige scripts anvendes og hvordan de er opbygget kan ses i bilaget sammen med en teknisk beskrivelse af selve implementeringen.

Testdesign 6

Dette kapitel vil omhandle overvejelser i forhold til testdesign som vil blive anvendt for at undersøge fordele og ulemper af de forskellige transformationsmetoder. For at undersøge fordele og ulemper ved 2D+1D og 3D, er det valgt at teste dem i forhold til præcision, redundans og intern pålidelighed som beskrevet i kapitel 5. Gennemgående for de test der beskrives i dette kapitel er at de både udføres for 2D+1D og 3D transformation. Dette kapitel vil redegøre for de overvejelser, der ligger forud for gennemførelsen af de egentlige testscenarier. Det tilstræbes at tage udgangspunkt i realistiske scanningsscenarier, det vil sige at beliggenhed af fælles- og detailpunkter vælges på baggrund af en vurdering af, at en given situation kunne forekomme i en virkelig scanningssituation. Det er vigtigt fordi, det grundlæggende forventes at begge transformationsmetoder vil give et godt resultat ved ideelle forhold, men samtidig anerkendes det, at den virkelige verden langt fra er ideel. Netop evnen til at håndtere en situation, hvor eksempelvis geometrien mellem fællespunkterne må kompromitteres vurderes at være en væsentlig faktor i vurderingen af fordele og ulemper.

Som tidligere nævnt arbejdes der i dette projekt ikke med vægtning af observationer, da der er tale om rent teoretiske observationer, dog tilstræbes det at holde et realistisk forhold imellem præcisionen på fællespunkter og afstand imellem disse. Da variansfaktoren antages at være lig med 1, og ved at betragte enheden på observationer og spredninger som centimeter, vil koordinater på fælles- og detailpunkter benyttet i testberegningerne også skulle betragtes som centimeter. En spredning på et fællespunkts koordinater i denne størrelsesorden er realistisk for en moderne laserscanner, og afhængigt af scanneren er det også muligt at nå endnu større præcision[11] [12]. Rækkevidden på scanneren der anvendes er afgørende for afstanden mellem fællespunkter, men det tilstræbes at holde afstanden mellem fællespunkter i testberegningerne i størrelsesordenen 5-50 meter, (500-5.000cm) da det vurderes realistisk for en virkelig scanningssituation. På den måde kan nettets geometri i forhold til punkternes præcision kontrolleres, og resultaterne af beregningerne blive mere virkelighedsnære.

Det overordnede emne for testdesignet er geometri og antal af fællespunkter, da det netop er disse parametre der har indflydelse på præcision og pålidelighed [6]. For yderligere beskrivelse se i øvrigt kapitel 4.

Testdesignet vil bestå af forskellige simuleringer, hvor forskellige situationer testes, herunder både ideelle situationer, og situationer hvor geometrien kompromitteres.

Det må bemærkes, at formålet med testen er at undersøge fordele og ulemper mellem de to transformationsmetoder 2D+1D og 3D. Som en del heraf er det også ønskeligt at belyse hvilken geometri der kan være farlig i en given transformation. For at belyse emnet er det besluttet at tage udgangspunkt i følgende parametre:

- Geometri og antal fællespunkter
- Placering af detailpunkter i forhold til fællespunkter

6.1 Geometri og antal fællespunkter

For at undersøge hvordan geometrien mellem fællespunkter påvirker præcision og intern pålidelighed vil der blive taget udgangspunkt i de faktorer der erfaringsmæssigt vides at kunne give dårlig geometri, hvor indflydelsen fra eventuelle grove fejl kan være stor. Nærmere bestemt undersøges betydningen af:

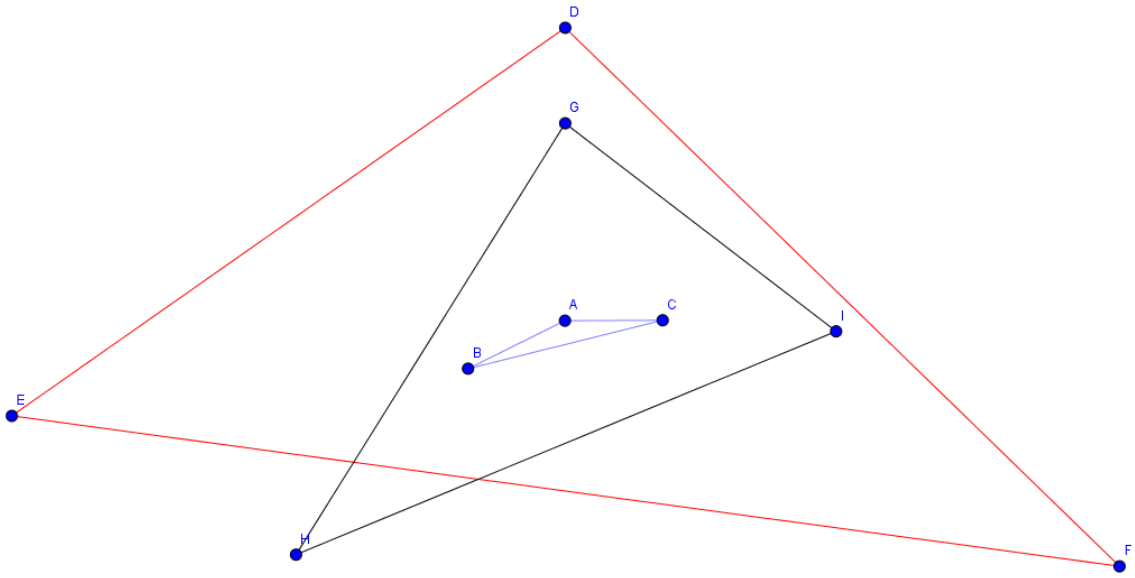
- Fællespunkter nær samme rette linje
- Fjerntliggende fællespunkter
- Fællespunkternes højde

Ved dårlig geometri forstås for begge transformationsmetoder eksempelvis situationer, hvor fællespunkter ligger på eller nær samme rette linje. En 2D+1D transformation kan gennemføres over fællespunkter beliggende på en ret linje, så længe denne linje ikke er parallel med Z-aksen. 3D transformationen kan ikke gennemføres, hvis alle fællespunkter er beliggende på en ret linje, og dermed ikke udspænder et areal. Dette skyldes, at de to koordinatsystemer, der indgår i transformationen i princippet kan rotere ukontrolleret omkring denne linje, og transformationen kan ikke bestemmes entydigt.
Dårlig geometri kan desuden dække over situationer, hvor et enkelt punkt ligger fjernt fra de øvrige fællespunkter. Observationer af et fjernt beliggende fællespunkt kan være behæftet med relativt store grove fejl før afvigelsen kan ses i de øvrige fællespunkters koordinater. Dette afspejles af observationernes redundanstal og interne pålideligheder. Der gennemføres tests, hvor den egentlige effekt af disse forhold undersøges. Disse forhold inkorporeres i forskellige tests, således at nogle test afspejler forhold hvor et fællespunkts placering varierer i forhold til en ret linje, mens andre tests vil vise effekten af et fjerntliggende punkt.

Ved udførelsen af de forskellige tests vil opdelingen først og fremmest afhænge af antallet af fællespunkter. Med et bestemt antal fællespunkter tages der udgangspunkt i en geometri med alle fællespunkter i samme højde, hvorefter nogle fællespunkter bliver flyttet i Z således fællespunktsfiguren opnår en tredimensionel udstrækning.

Det bemærkes i forbindelse med antallet af fællespunkter, at de respektive transformationsmetoder benytter et forskelligt antal observationer, idet der for 3D transformationen bestemmes seks transformationsparametre hvor der for 2D+1D transformationen kun bestemmes fire. De to yderligere transformationsparametre for 3D transformationen er rotationer om X- og Y-akserne, og som beskrevet i afsnit 4.4.2 er især rotationer følsomme i

forhold til fællespunkternes relative placering. Der bør derfor skelnes mellem geometri for 2D+1D og 3D transformationer, idet en god geometri i 2D+1D ikke nødvendigvis er en god geometri i 3D.



Figur 6.1. Illustration der viser forskellige former med samme antal fællespunkter

Figur 6.1 illustrerer et eksempel på hvordan geometrien af fællespunkter kan blive undersøgt. Den røde trekant repræsenterer en situation, hvor tre fællespunkter er placeret i en god geometri, og sikkerheden på transformationen forventes at være god. Den blå trekant repræsenterer en situation hvor der for det første er tale om relativt korte basislængder mellem fællespunkter, og hvor punktet A ligger meget tæt på linjen B-C i XY-planet. Denne er et eksempel på en trekant med dårlig geometri. Figuren skal blot forstås som et eksempel, og da en 3D transformation på baggrund af 3 punkter ikke er overbestemt, vil det uanset geometrien ikke være muligt at afsløre grove fejl. Der gennemføres derfor også test for god og dårlig geometri med flere fællespunkter end 3.

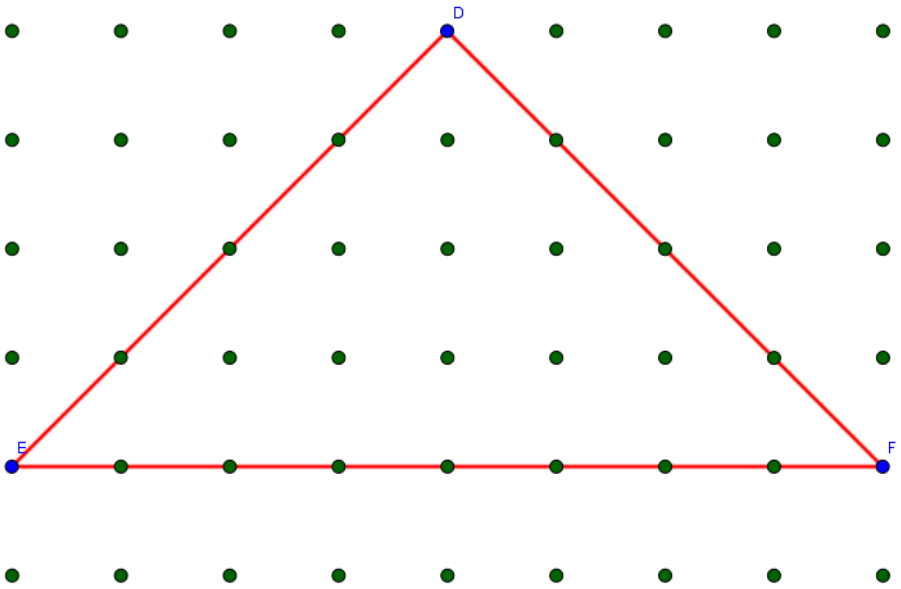
6.2 Placering af detailpunkter

Udover at undersøge hvordan placeringen af fællespunkter påvirker deres præcision og intern pålidelighed, vil det også blive undersøgt hvordan detailpunkters præcision bliver påvirket af placeringen i forhold til fællespunkter. Helt konkret undersøges betydningen af:

- Detailpunkternes placering i forhold til fællespunkternes 2D-udstrækning
- Detailpunkternes højde i forhold til fællespunkterne

Figur 6.2 viser et eksempel på en sådan test. Formålet er at afklare hvorvidt en af metoderne er overlegen, i en situation hvor det af den ene eller anden grund er nødvendigt at have detailpunkter beliggende udenfor fællespunktsfiguren. Dette gøres da det forventes at være

på ydersiden af fællespunktsfiguren at usikkerheden kommer mest til udtryk i forhold til detailpunkternes præcision.



Figur 6.2. Illustration der viser placeringen af detailpunkter i forhold til fællespunkter

Af fig. 6.2 kan det ses hvordan de mørke detailpunkter er placeret i et net således at de både er placeret indenfor og udenfor den figur der udspændes af fællespunkterne. Ved at beregne præcision på disse detailpunkter er det muligt at undersøge hvordan deres præcision afhænger af placeringen i forhold til fællespunkter. I nogle af undersøgelserne gentages beregningerne flere gange med detailpunktsnettet beliggende i forskellige højder, for at illustrere betydningen af detailpunkternes tredimensionelle udstrækning i forhold til fællespunkterne.

Registreringsscenarier 7

I dette kapitel beskrives de konkrete test gennemført for at belyse fordele og ulemper ved transformationsmetoderne. Testscenarierne opstilles med udgangspunkt i de overordnede overvejelser, der er præsenteret i kapitel 6. Der er gennemført flere testscenarier end de, der er beskrevet i rapporten. De rapporterede scenarier er udvalgt på den baggrund at de vurderes at illustrere de væsentligste fordele og ulemper for de to transformationsmetoder. Der er gennemført i alt 34 scenarier, hvoraf 11 er rapporterede. Resultaterne for alle beregninger er vedlagt i bilagsmappen. De rapporterede scenarier er nummereret 1-11, og de øvrige er nummereret 20-41. Oversigt over bilagsmappen kan ses i bilag B.

I forbindelse med de forskellige registreringsscenarier laves der forskellige opstillinger af fællespunkterne. Dette vil primært omhandle geometrien mellem punkterne og vil blive opdelt i forhold til antallet af fællespunkter. Enkelte geometrier vil blive rapporteret enkeltstående, men vil være udviklet med yderligere tests i bilag, mens andre rapporterede test vil blive dannet og udviklet på baggrund af allerede udførte tests. I tabel 7.1 er det angivet hvilke tests der er udvikligner af tidligere tests. For de tests der ikke er markeret i tabellen, vil der i teksten være henvisninger til bilag for de test der bygger videre på den konkrete opstilling.

Test nr	Antal fællespunkter	Udvikling af	Opstillingsinformation
1	3		Ligesidet trekant i samme højde
2	3	1	Stump trekant i samme højde
3	3	2	Spids trekant i samme højde
4	3	3	Spids trekant - Detail højde = 1000
5	3	4	Spids trekant - Detail højde = 1000, Toppunkt højde = 2000
6	4		Kvadrat i samme højde
7	4		Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt i samme højde
8	4	7	Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt i samme højde - Detail højde = 1000
9	4	8	Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt. Pkt 1 højde = 1000 - Detail højde = 0 og 1000
10	8	6	To kvadrater i højde = 0 og 1000 - Detail højde = 0 og 500
11	12	10	To kvadrater i højde = 0 og 1000 + kvadrat i højde = 500 - Detail højde = 500

Tabel 7.1. Tabel over rapporterede registreringsscenarier

For alle opstillinger dannes et grid af detailpunkter for at undersøge hvordan placeringen af disse påvirker præcisionen. For alle resultatplots gælder det, at detailpunkter er placeret med 10 meters mellemrum i en udstrækning på 80x80 meter.

De følgende afsnit vil indeholde test med forskellige antal fællespunkter. Afsnit 7.1 vil omhandle tre fællespunkter hvor der ændres i geometrien mellem punkterne, efterfulgt af afsnit 7.2 som vil indeholde test med fire fællespunkter og forskellige geometrier. På baggrund af de udførte tests, er det besluttet ikke at rapportere tests med fem og

seks fællespunkter, da disse har vist samme tendenser som de rapporterede tests for tre og fire fællespunkter. De gennemførte tests med både fem og seks fællespunkter er vedlagt i bilagsmappen. Afsnit 7.4 afviger lidt fra de foregående afsnit, da der ikke tages udgangspunkt i et bestemt antal fællespunkter, men fokuseres på at opnå en ideel geometri for 3D transformationen, med det formål at gøre forskellen mellem transformationsmetoderne så lille som muligt. Til hver enkelt test vil der være en kort beskrivelse af selve opsætningen og en evt. sammenhæng med forudgående tests. Herefter vil en tabel med fællespunkternes koordinater og detailpunkternes kote blive præsenteret. Efterfølgende præsenteres plots og tabeller med de væsentligste resultater samt en beskrivelse af disse.

Læsevejledning for resultatplots

For alle testberegninger er der genereret fire resultatplots. Det ene relaterer sig til 2D+1D transformationen, og de øvrige tre relaterer sig til 3D transformationen. Alle plots indeholder et net af i alt 81 detailpunkter med samme udstrækning. Nederste punkt til venstre er 0.0 i det lokale koordinatsystem. Punkter med røde konfidensellipser er detailpunkter og punkter med sorte konfidensellipser og punktnumre er fællespunkter. Årsagen til at der vises tre plots for 3D transformationen er, at de tredimensionelle konfidensellipsoider, der betegner punkternes præcision i 3D transformationen repræsenteres med udstrækning i henholdsvis XY-, XZ- og YZ-Planet. Idet der for 2D+1D transformationen kun findes kovarianser i XY, giver det ikke mening i forbindelse med denne metode at vise konfidensellipsoider. Der benyttes derfor for 2D+1D transformationen en blå "Z-vektor"hvis længde afspejler punktets præcision i Z. Denne vektor vises også for de 3D plots der viser konfidensellipser i XY-planet, for at gøre resultaterne mere sammenlignelige. Hvad angår 3D-plots er punkterne for alle plots repræsenteret med deres XY-position, men konfidensellipser er vist i det plan, der fremgår af overskriften og billedteksten. I hvert plot er der desuden vist akser i det nederste vestre hjørne. Disse repræsenterer de akser der hænger sammen med konfidensellipserne, og dermed ikke nødvendigvis punkternes XY-position.

I bunden af alle plots er vist en målestok med længden 1000 - i skala svarende til 10m. For synlighedens skyld er alle konfidensellipser og Z-vektorer skaleret 200 gange i forhold til plottet. Det vil sige, at målestokken i konfidensellipse-skala har længden 5cm.

7.1 Tre fællespunkter

De første test der udføres laves med tre fællespunkter og foretages ud fra nogle teoretiske overvejelser i forhold til god og dårlig geometri som nævnt i afsnit 6.1. Netop scenarierne med tre fællespunkter er interessante, idet det er det laveste antal fællespunkter, hvor begge transformationer kan gennemføres. I situationer, hvor alle tre fællespunkter er beliggende i samme XY-plan er alle tre Z-observationer nødvendige for at bestemme 3D transformationen, og der er dermed ingen overbestemmelser for Z. Trods dette gennemføres

testsne for sammenligning af præcision, og for at undersøge hvordan den manglende overbestemmelse af Z påvirker resultaterne for 3D transformationen.

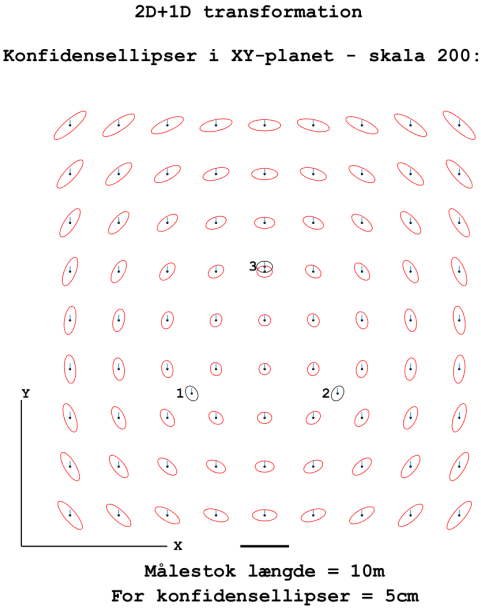
Test Nr.1

Første test er det simpleste scenarie der testes. Der transformeres over tre fællespunkter placeret som en ligesidet trekant. Alle punkter, fælles såvel som detailpunkter er beliggende i Z=0. Denne opstilling er i teorien den ideelle geometri i situationer med tre fællespunkter beliggende i samme plan, men idet der kun er tre fællespunkter er 3D-transformationen ikke overbestemt.

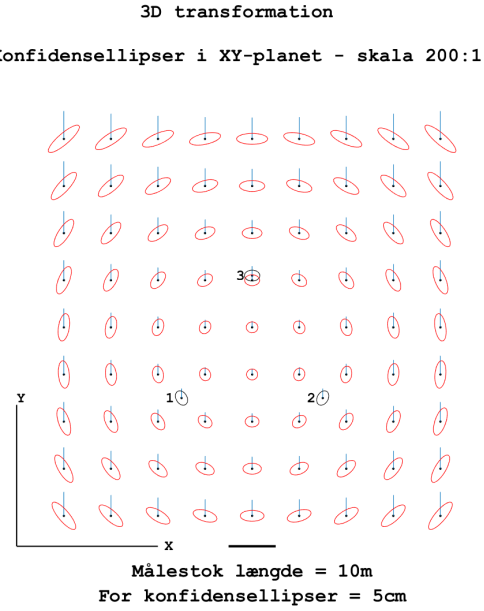
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	2500.0	2500.0	0.0
2	5500.0	2500.0	0.0
3	4000.0	5098.0	0.0
Detailpunkter			0.0

Tabel 7.2. Test nr. 1 - Koordinater

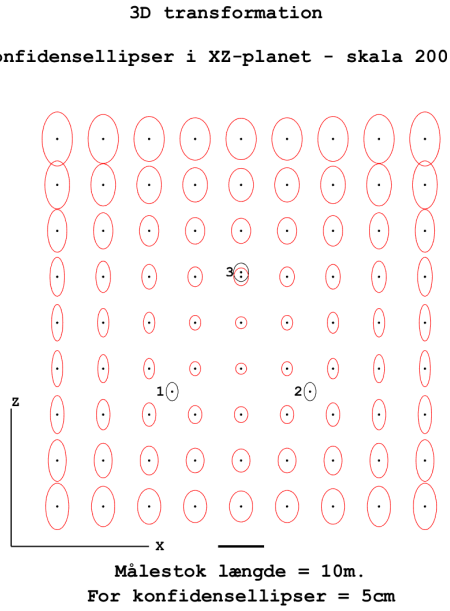
Resultater



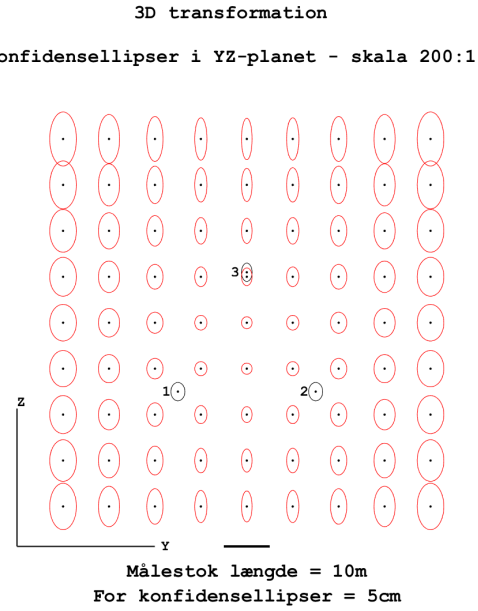
Figur 7.1. Test nr. 1: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.2. Test nr. 1: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.3. Test nr. 1: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.4. Test nr. 1: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.65	0.76	0.58	0.67	0.65	0.76	1.00	0.82
2	0.65	0.76	0.58	0.67	0.65	0.76	1.00	0.82
3	0.82	0.58	0.58	0.67	0.82	0.58	1.00	0.82

Tabel 7.3. Test 1: Præcision for fællespunkter

Det fremgår af fig. 7.1 og 7.2, at præcisionen for både detail- og fællespunkter synes at være i samme størrelsesorden. Tabel 7.3 og resultatfilen viser, at præcisionen i X og Y for henholdsvis 2D+1D transformationen og 3D transformationen er identiske for alle punkter. Kun punkternes præcision i Z afviger mellem de to metoder. Det ses, at spredningerne i Z for 3D er højere - i nogle tilfælde meget højere - end for 2D+1D. Dette skyldes 3D transformationens rotationer om X- og Y-akserne. Disse er ikke til stede i 2D+1D, og kan derfor ikke påvirke punkternes højde. Det bemærkes, at alle spredninger vokser, jo længere punktet er beliggende udenfor fællespunktsfiguren, hvilket er som forventet.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.58	0.42	0.67	2.54	3.55	2.12	0.58	0.42	0.00	2.54	3.55	0.00
2	0.58	0.42	0.67	2.54	3.55	2.12	0.58	0.42	0.00	2.54	3.55	0.00
3	0.33	0.67	0.67	4.24	2.12	2.12	0.33	0.67	0.00	4.24	2.12	0.00

Tabel 7.4. Test nr. 1: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Hvad angår redundanstallene, er det interessant at se hvordan redundanstallene for X- og Y-observationerne er ens for de to metoder. Til gengæld er redundanstallene for Z 0 for 3D. Det betyder, at alle tre Z-observationer er nødvendige for at bestemme transformationen. De interne pålideligheder beregnes på baggrund af spredning og redundanstal for den enkelte observation, og det er derfor ikke overraskende, at de interne pålideligheder for X- og Y-observationerne er identiske for de to metoder. De interne pålideligheder for Z er opgivet som 0, men eksisterer i princippet ikke, da en grov fejl ikke kan opdages på en observation hvor redundansen er 0.

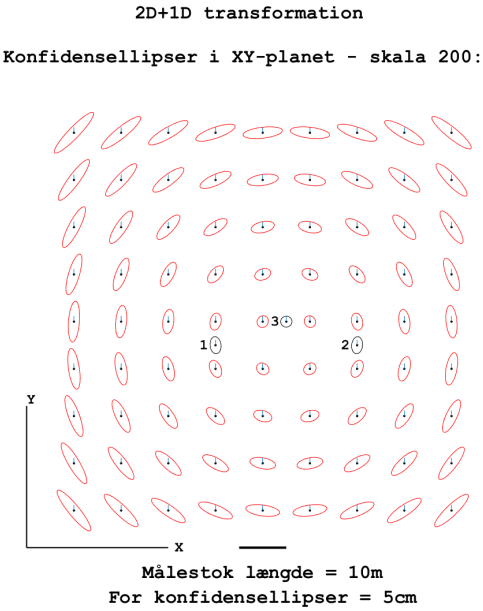
Test nr. 2

I anden test ændres geometrien lidt i forhold til det foregående scenarie. Test nr. 1 byggede på en ligesidet trekant. I dette scenarie flyttes punkt 3 nærmere X-aksen, således højden på trekanten reduceres og fællespunkter kommer til at ligge tættere på samme rette linje. Fælles- og detailpunkterne vil stadig være placeret i Z=0. Formålet med denne test er at undersøge effekten af en usikker rotation om X i forhold til 3D transformationen.

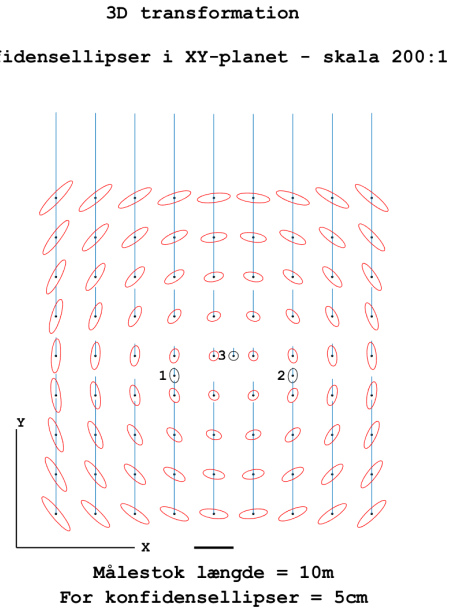
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	3000.0	3500.0	0.0
2	6000.0	3500.0	0.0
3	4500.0	4000.0	0.0
Detailpunkter			0.0

Tabel 7.5. Test nr. 2 - Koordinater

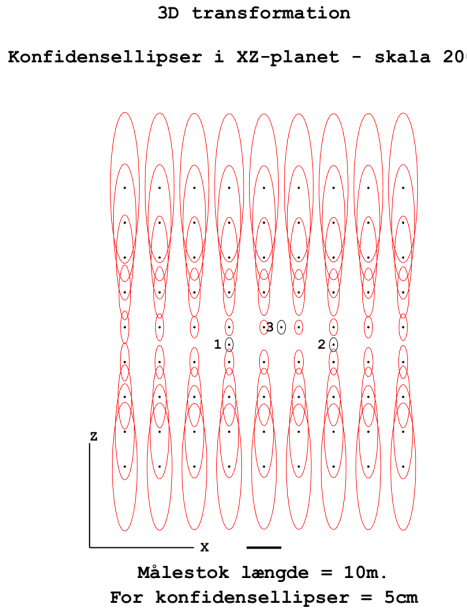
Resultater



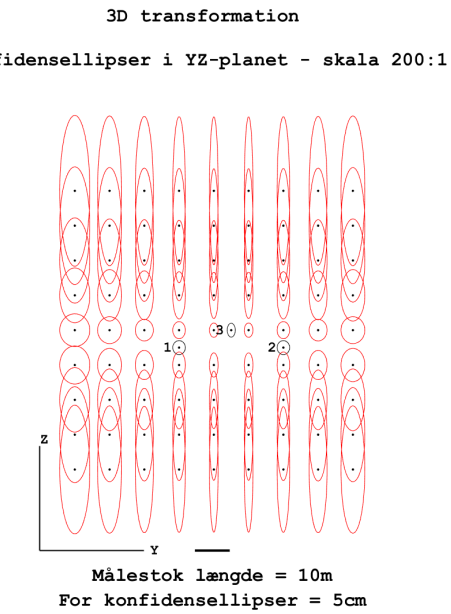
Figur 7.5. Test nr. 2: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.6. Test nr. 2: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.7. Test nr. 2: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.8. Test nr. 2: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.58	0.90	0.58	0.70	0.58	0.90	1.00	0.85
2	0.58	0.90	0.58	0.70	0.58	0.90	1.00	0.85
3	0.60	0.58	0.58	0.58	0.60	0.58	1.00	0.75

Tabel 7.6. Test 2: Præcision for fællespunkter

Det fremgår af tabel 7.6 og resultatfilen, at præcisionen i X og Y fortsat er identisk for alle punkter i de to transformationsmetoder. Det ses, at præcisionen fortsat er forskellig i Z, og denne test giver nogle væsentligt højere spredninger i Z end test 1. Dette er resultatet af fællespunkter beliggende nær en ret linje. Spredningen i Z vokser efterhånden som afstanden fra detailpunktet til den rette linje, som fællespunkterne nærmer sig, forøges. Det illustrerer, at placeringen af fællespunkter nær en ret linje vil give dårlige betingelser for at kontrollere koordinatsystemernes relative rotation om denne linje.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed(cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.66	0.18	0.67	2.15	6.31	2.12	0.66	0.18	0.00	2.15	6.31	0.00
2	0.66	0.18	0.67	2.15	6.31	2.12	0.66	0.18	0.00	2.15	6.31	0.00
3	0.64	0.67	0.67	2.24	2.12	2.12	0.64	0.67	0.00	2.24	2.12	0.00

Tabel 7.7. Test nr. 2: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Af redundanstallene fremgår det, at redundanstallene for X- og Y-observationerne fortsat er identiske på tværs af de to metoder, og at redundanstallene for Z i 3D fortsat er 0. I forhold til test 1 er X-observationerne for alle punkter blevet mere redundante, og Y-observationerne mindre redundante i punkt 1 og 2, hvor redundansen nu er 0.18. Dette resulterer i nogle høje interne pålideligheder for Y-observationerne på 6.31 cm. Det bemærkes dog, at den interne pålidelighed for X-observationen i punkt 3 sammen med redundanstallet er stort set halveret.

Det kan konkluderes, at den dårligere geometri mellem fællespunkterne har haft betydning for begge transformationer, men især er usikkerheden i højden for 3D transformationens detailpunkter påvirket. Det ses dog, som i test 1, at det især er punkterne, der ligger langt udenfor fællespunktsfiguren der er påvirket. Det er dog usandsynligt, at disse punkter vil blive anvendt i et virkeligt scanningsscenarie. Begge resultater var forventelige. Der vil ikke blive rapporteret flere test med denne 2D geometri, da resultaterne var forventelige. Test 23 og 24 i bilagene har samme 2D geometri, men nogle af fællespunkterne placeres i andre højder. Disse viser, at ved forskellige højder på fællespunkterne opnås redundanstal i Z for 3D transformationen, der er forskellig fra nul. Til gengæld reduceres de øvrige redundanstal tilsvarende. Der konstateres ikke væsentlig forskel på præcisionen. Test 41 bruger de samme fællespunkter som i test 2 men viser præcisionen på detailpunkter med en højde på 10 m. Denne viser, at de i forvejen høje spredninger i detailpunkterne øges for detailpunkter, der er beliggende i en anden højde end fællespunkterne.

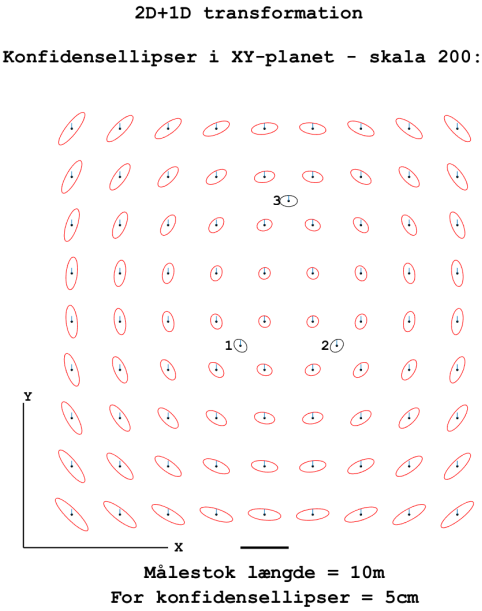
Test nr. 3

Geometrien for den tredje test minder om den for test 1 og 2, men hvor punkt 3 nu flyttes længere væk fra linjen mellem punkt 1 og 2 således at trekantens udstrækning i Y bliver 30 m. Fællespunkter og detailpunkter er stadig placeret i Z=0. Formålet med denne test er at opnå en større sikkerhed på rotationen om X ved at undersøge konsekvensen af dette på detailpunkterne.

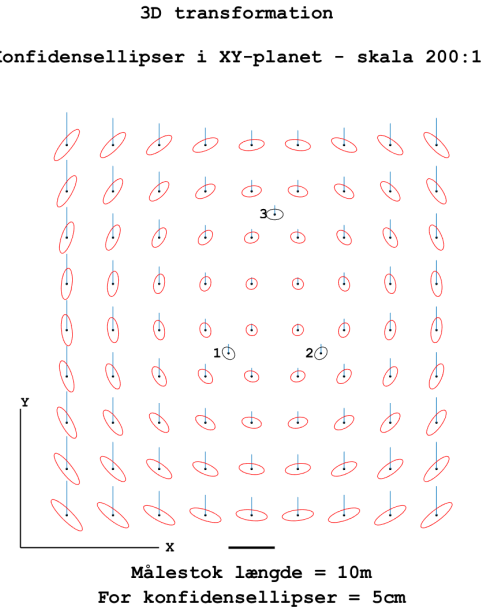
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	3500.0	3500.0	0.0
2	5500.0	3500.0	0.0
3	4500.0	6500.0	0.0
Detailpunkter			0.0

Tabel 7.8. Test nr. 3 - Koordinater

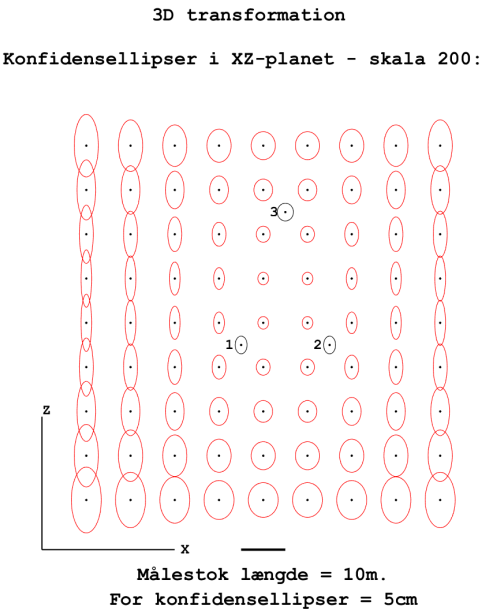
Resultater



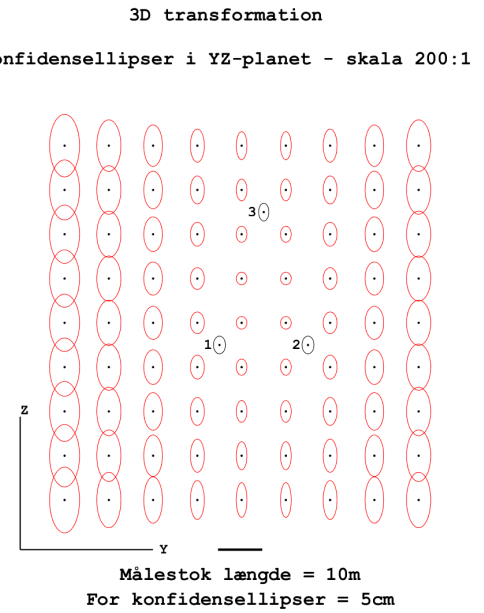
Figur 7.9. Test nr. 3: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.10. Test nr. 3: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.11. Test nr. 3: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.12. Test nr. 3: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.68	0.68	0.58	0.65	0.68	0.68	1.00	0.80
2	0.68	0.68	0.58	0.65	0.68	0.68	1.00	0.80
3	0.91	0.58	0.58	0.71	0.91	0.58	1.00	0.85

Tabel 7.9. Test 3: Præcision for fællespunkter

Det fremgår, at alle punkter fortsat har identisk præcision i X og Y på tværs af de to metoder. Spredningerne i Z er fortsat højere for detailpunkterne i 3D, men i forhold til test 2 er forskellen reduceret. Sammenlignet med test 2 er spredningen i X,Y og Z for detailpunkterne forbedret i begge transformationer. Ikke overraskende er forandringen især nævneværdig i detailpunkternes Z-spredning, hvilket var formålet med den øgede udstrækning i Y for trekanten udspændt af fællespunkterne. Det fejlbidrag der skyldes usikkerheden i rotation om Y-aksen kan ikke isoleres, men må i denne situation antages at være uforandret idet der kun ændres på en Y-observation. Forskellen skyldes dermed primært, at rotationen om X-aksen er stabiliseret ved flytning af punkt 3.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.54	0.54	0.67	2.76	2.76	2.12	0.54	0.54	0.00	2.76	2.76	0.00
2	0.54	0.54	0.67	2.76	2.76	2.12	0.54	0.54	0.00	2.76	2.76	0.00
3	0.17	0.67	0.67	6.71	2.12	2.12	0.17	0.67	0.00	6.71	2.12	0.00

Tabel 7.10. Test nr. 3: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Tendensen med at de to metoder har ens redundans i X og Y er stadig til stede, samtidig med at der ingen redundans er for Z i 3D. Med flytningen af punkt 3 er dette punkts redundanstal i X blevet betydeligt mindre og dermed mere nødvendigt for bestemmelsen af transformationen. Dette ses også på den interne pålidelighed som nu er ca. tredoblet til 6.71 i forhold til test 2. Grundet de bedre resultater for 3D transformationen og dens detailpunkter arbejdes der videre med denne 2D geometri i test 4 og 5.

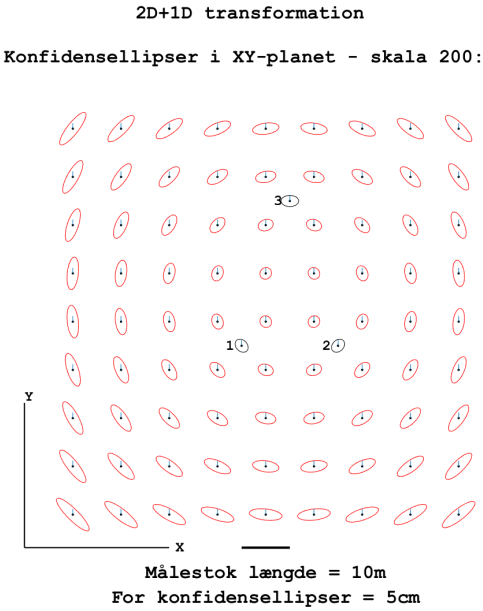
Test nr. 4

Fjerde test tager udgangspunkt i test nummer 3. Hvor alle detailpunkter i test 3 lå i samme plan som fællespunkterne, er de i test 4 forskudt til Z=1000. Fællespunkterne ligger fortsat i Z=0. Situationen kunne forekomme eksempelvis i forbindelse med scanning af en bygningsfacade, men med targets placeret i jordniveau. Denne undersøgelse skal belyse hvordan detailpunkternes præcision ændres ved at ligge i et andet plan end fællespunkterne.

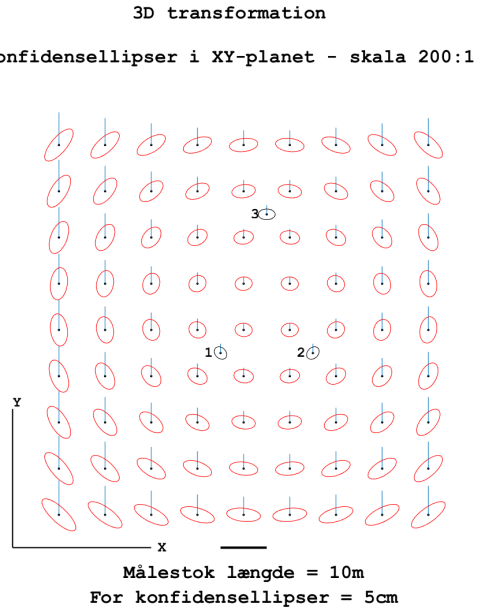
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	3500.0	3500.0	0.0
2	5500.0	3500.0	0.0
3	4500.0	6500.0	0.0
Detailpunkter			1000.0

Tabel 7.11. Test nr. 4 - Koordinater

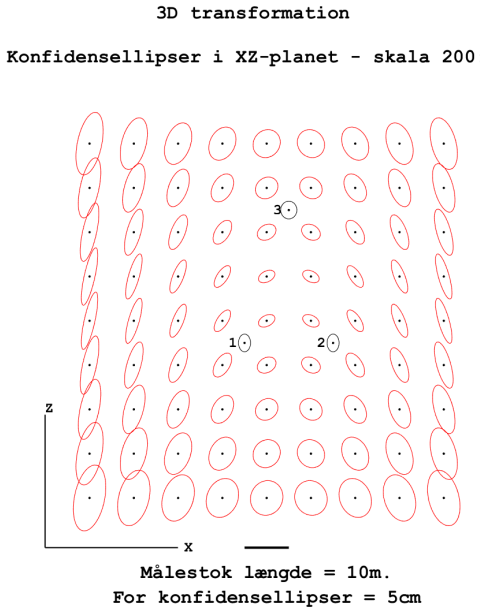
Resultater



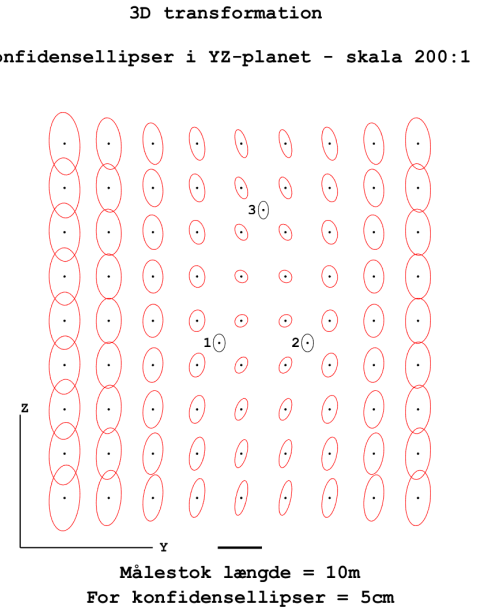
Figur 7.13. Test nr. 4: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.14. Test nr. 4: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.15. Test nr. 4: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.16. Test nr. 4: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

Da der ikke er ændret på fællespunkternes placering i forhold til test 3, opnås der de samme spredninger, redundanser og interne pålideligheder som i tabel 7.9 og 7.10.

Med flytningen af detailpunkter til Z=1000 fremgår det af fig. 7.13 og 7.14 at konfidensellipserne for detailpunkterne i 3D transformationen fremtræder mere "runde"end for 2D+1D, hvorfor spredningerne ikke længere er identiske. Det ses tydeligst på konfidensellipsen i punktet øverst til venstre og fremgår ligeledes af resultatfilen. Det skyldes, at transformationens rotationer om X- og Y-aksen i højere grad påvirker et punkt der ligger længere fra planet gennem fællespunkterne. I forhold til resultaterne fra test 3 er detailpunkterne ikke påvirket i 2D+1D, men for 3D er X og Y spredningerne blevet lidt større grundet afstanden til planet hvori fællespunkterne er placeret. Af fig. 7.15 fremgår det, at detailpunkterne har fået kovarianser. Disse skyldes, at detailpunkterne placeret i Z=1000 ved rotation om Y ikke bare påvirkes i Z, men også i X. Den samme effekt ses knapt så tydeligt i fig. 7.16, hvoraf det fremgår, at rotationen om X påvirker kovariansen for især punkterne der ligger nær fællespunktfigurens langsgående akse. Da det ikke har påvirket detailpunkterne i 2D+1D men de i 3D er blevet mindre præcise udvides denne test i den efterfølgende test for at undersøge effekten af fællespunkternes højde i denne sammenhæng.

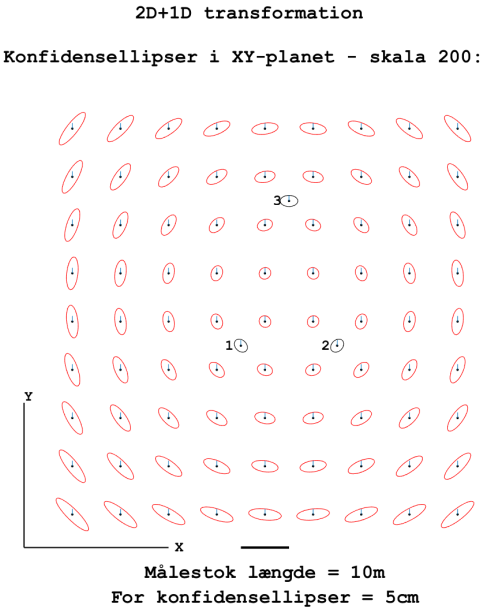
Test nr. 5

I test nummer 5 er udgangspunktet den samme situation som i test nr. 4, bortset fra, at punkt 3 er flyttet op i Z=2000. Placeringen skal repræsentere, at det ene fællespunkt placeres på taget af den bygning der scannes. Der benyttes fortsat et detailpunktsgrid i Z=1000, svarende til at detailpunkterne er beliggende midt på facaden af bygningen. Ved at gøre dette forsøges det er at opnå et bedre resultat med 3D transformationen da detailpunkterne nu er omkranset af fællespunkter i højden.

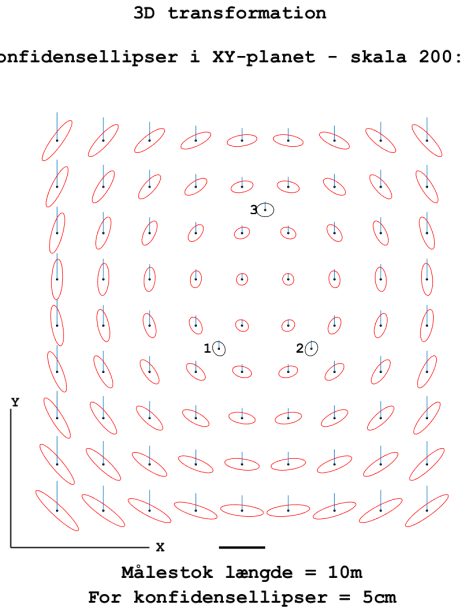
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	3500.0	3500.0	0.0
2	5500.0	3500.0	0.0
3	4500.0	6500.0	2000.0
Detailpunkter			1000.0

Tabel 7.12. Test nr. 5 - Koordinater

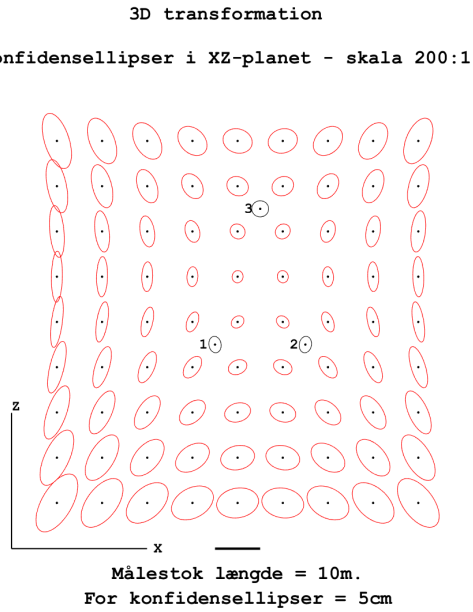
Resultater



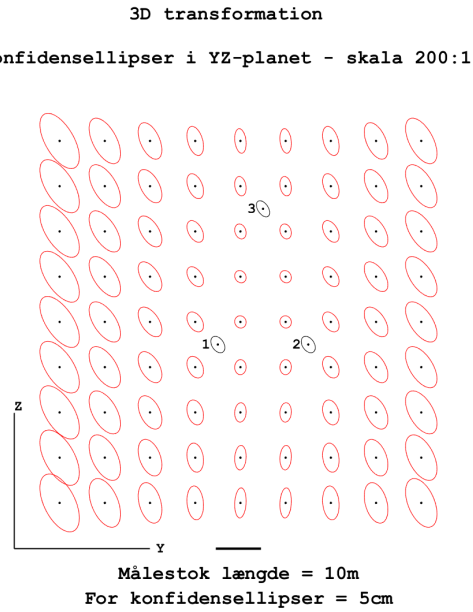
Figur 7.17. Test nr. 5:Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.18. Test nr. 5: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.19. Test nr. 5: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.20. Test nr. 5: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.68	0.68	0.58	0.65	0.68	0.78	0.91	0.79
2	0.68	0.68	0.58	0.65	0.68	0.78	0.91	0.79
3	0.91	0.58	0.58	0.71	0.94	0.73	0.89	0.86

Tabel 7.13. Test 5: Præcision for fællespunkter

Flytningen af punkt 3 har ikke bidraget markant til at minimere forskellen i præcision mellem de to metoder. Konfidensellipserne er mere cigarformede ved 3D end ved 2D+1D. I forhold til test 4 er konfidensellipserne i XY-planet blevet en anelse mere aflange i 3D transformationen. Generelt er præcisionen i Z blevet bedre for 3D transformationen med ændringen i højden på punkt 3. Overordnet er 3D spredningen for detailpunkterne blevet ringere end test 4 hvilket skyldes den dårligere spredning i XY-planet.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.54	0.54	0.67	2.76	2.76	2.12	0.53	0.40	0.18	2.82	3.70	6.48
2	0.54	0.54	0.67	2.76	2.76	2.12	0.53	0.40	0.18	2.82	3.70	6.48
3	0.17	0.67	0.67	6.71	2.12	2.12	0.13	0.46	0.21	7.94	3.24	5.91

Tabel 7.14. Test nr. 5: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Ændringen på punkt 3 har også medvirket til overbestemmelser i Z i 3D, hvorfor disse nu har fået redundanstal hvilket kan ses af 7.14. Redundanstallene i Z er dog lave hvilket afspejler sig i høje interne pålideligheder. Redundansen i X for punkt 3 er ligesom i test 3 væsentligt lavere end for de øvrige punkter. I dette tilfælde resulterer det i en intern pålidelighed på 7.94 for 3D transformationen. Den er lidt bedre for 2D+1D med intern pålidelighed på 6.71. For samtlige interne pålidelighed gælder det at den er større for 3D end for 2D+1D hvorfor det stadig er nemmere at opdage en grov fejl i 2D+1D.

Ændringnen fra test 4 til test 5 har ikke medført nogle ændringer på redundans og pålidelighed for 2D+1D transformationen hvilket er forventeligt, da 2D geometrien er uforandret.

Opsummering

Baseret på fem tests gennemført med tre fællespunkter i transformationen er der i alle tilfælde konstateret, at 2D+1D transformationen giver bedre præcision på detailpunkterne. Resultaterne fremgår af resultatfilerne, der for alle tests er vedlagt i bilagsmappen. Der er suppleret yderligere med test 20-24 og 41 i bilag hvor der også arbejdes med tre fællespunkter. Her er tendensen i resultaterne de samme som dem der er rapporteret. Ved bestemmelsen af 2D+1D transformationen er der færre ubekendte der skal bestemmes end ved 3D transformationen baseret på det samme antal observationer, og det kommer til udtryk i redundanstallene og de interne pålideligheder for fællespunkterne. Generelt ses lave redundanser og høje interne pålideligheder for 3D. Det betyder, at det vil være

vanskeligt, i mange tilfælde ligefrem umuligt, at opdage grove fejl på fællespunkterne. I den situation drager 2D+1D fordel af at være overbestemt ved tre fællespunkter. Det kan på baggrund af disse tests med tre fællespunkter konkluderes, at i en situation hvor kun tre fællespunkter er til rådighed, vil det være fordelagtigt at transformere i 2D+1D, da 3D transformationen uden overbestemmelser er for sårbar overfor grove fejl på fællespunkter. Netop fordi 3D transformationen kræver mindst 3 fællespunkter er det risikabelt ikke at benytte flere targets, da transformationen ikke kan gennemføres i tilfælde af at ét target må udelades. Det konkluderes derfor, at en 3D transformation ikke bør gennemføres over bare tre fællespunkter. I den situation vil 2D+1D være at foretrække.

7.2 Fire fællespunkter

Afsnit 7.1 har bekræftet, at en 3D transformation udført over tre fællespunkter ikke kan anbefales. Fællespunktsfigurerne udvides derfor i dette afsnit til at omfatte fire fællespunkter, hvilket, afhængig af geometrien, forventes at give bedre betingelser for begge transformationsmetoder. Det forventes dog fortsat, at 2D+1D transformationen er mindre følsom overfor dårlig geometri. Udstrækningen af fællespunkterne vil for tests i dette afsnit være større end for afsnit 7.1. Dette skyldes dels, at fire punkter vil spænde over et større areal end tre, men det er besluttet at udvide udstrækningen yderligere for at fokusere undersøgelsen på de detailpunkter der er beliggende indenfor eller tæt på fællespunktsfiguren.

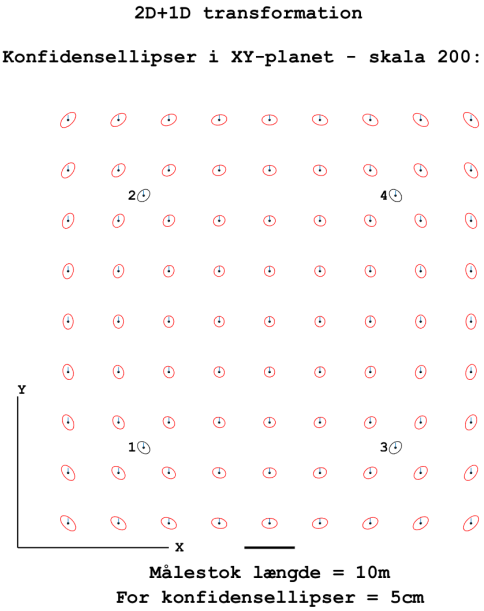
Test nr. 6

Den sjette test er den første gennemført med fire fællespunkter. Her tages igen udgangspunkt i hvad der erfaringsmæssigt er god geometri i forhold til redundans og intern pålidelighed. De fire fællespunkter placeres i et kvadrat i samme højde og med samme højde som detailpunktsnettet. Formålet med denne test er at få indsigt i hvad et ekstra punkt gør i forhold til de tests der kun havde tre fællespunkter og hvordan det påvirker resultaterne for de to transformationsmetoder.

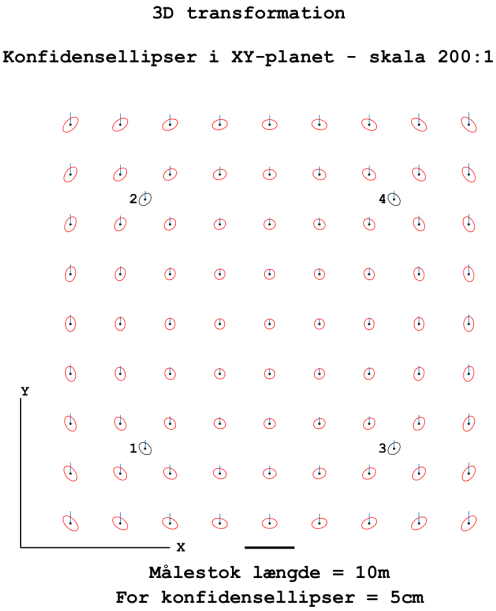
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	0.0
2	1500.0	6500.0	0.0
3	6500.0	1500.0	0.0
4	6500.0	6500.0	0.0
Detailpunkter			0.0

Tabel 7.15. Test nr. 6 - Koordinater

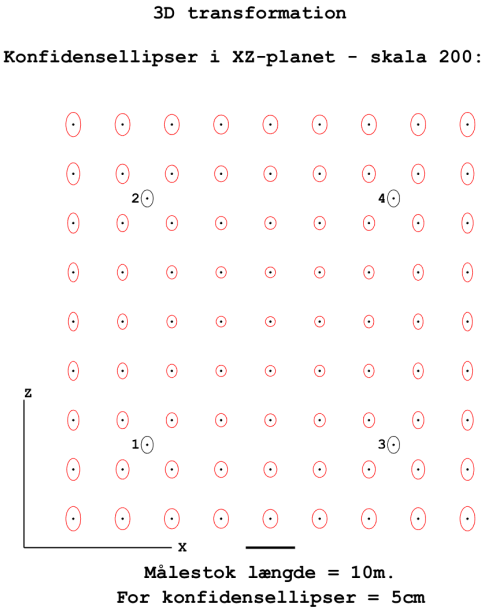
Resultater



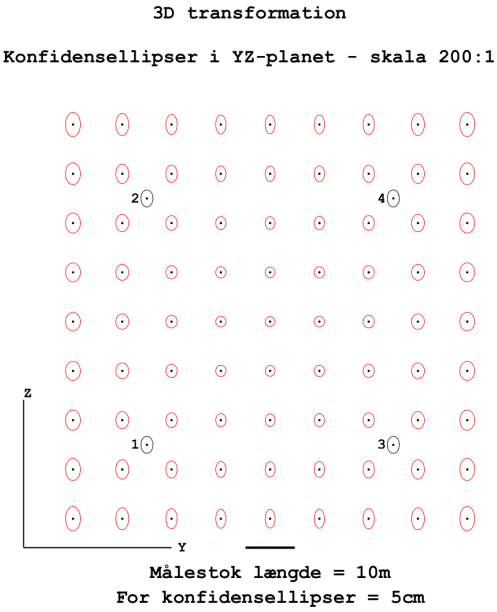
Figur 7.21. Test nr. 6: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.22. Test nr. 6: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.23. Test nr. 6: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.24. Test nr. 6: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.61	0.61	0.50	0.58	0.61	0.61	0.87	0.71
2	0.61	0.61	0.50	0.58	0.61	0.61	0.87	0.71
3	0.61	0.61	0.50	0.58	0.61	0.61	0.87	0.71
4	0.61	0.61	0.50	0.58	0.61	0.61	0.87	0.71

Tabel 7.16. Test 6: Præcision for fællespunkter

Af fig. 7.21 og 7.22 fremgår det, at præcisionen for detailpunkterne i X og Y igen ser sammenlignelige ud som for de tidligere tests, hvor alle punkter ligger i samme plan. Resultatfilen bekræfter, at spredningerne i X og Y er identiske. Det fremgår desuden, at spredningerne i detailpunkternes Z-observationer i forhold til tidligere er væsentlig reduceret. Selvom præcisionen i Z fortsat er bedre for alle punkter i 2D+1D er den for de detailpunkter, der ligger nærmest fællespunkternes tyngdepunkt i 3D transformationen tæt på at være samme størrelse som for 2D+1D.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.63	0.63	0.75	2.32	2.32	1.73	0.63	0.63	0.25	2.32	2.32	5.20
2	0.63	0.63	0.75	2.32	2.32	1.73	0.63	0.63	0.25	2.32	2.32	5.20
3	0.63	0.63	0.75	2.32	2.32	1.73	0.63	0.63	0.25	2.32	2.32	5.20
4	0.63	0.63	0.75	2.32	2.32	1.73	0.63	0.63	0.25	2.32	2.32	5.20

Tabel 7.17. Test nr. 6: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Det fremgår af tabel 7.17, at redundanser for det første er ens for alle observationer af henholdsvis X, Y og Z i hver af de to transformationer. Det bemærkes desuden, X og Y har samme redundanstal, mens Z adskiller sig i begge tilfælde. De identiske redundanser skyldes fællespunktsfigurens symmetri. At alle punkter har ens redundanser viser, at dette er den mest robuste geometri for situationer med fire fællespunkter. Der ses, som tidligere, højere redundanser for Z i 2D+1D, da der er behov for færre observationer for at bestemme transformationen.

Da dette blot var en indledende test med fire fællespunkter rapporteres der ikke flere tests med denne geometri. Test 42 i bilagsmappen er dog udført med samme geometri men med mindre udstrækning. Her vises det at udstrækningen er underordnet for redundansen og den interne pålidelighed for fællespunkterne.

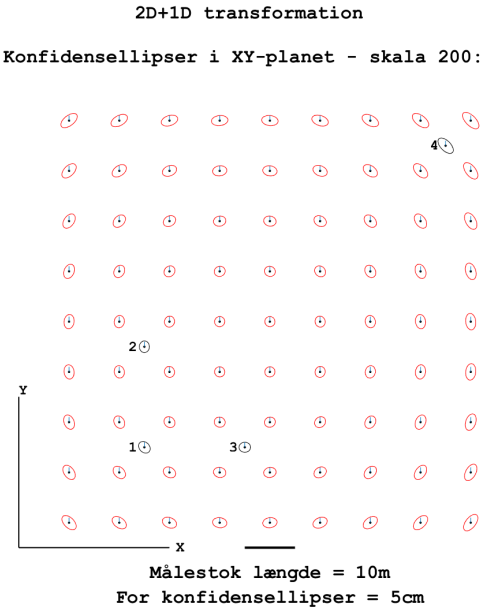
Test nr. 7

Det syvende scenarie består af fire fællespunkter, hvor de tre er beliggende tæt sammen med form som en retvinklet trekant. Denne skal repræsentere tre ud af fire hjørner i et kvadrat, som beregnet i test 6. Det fjerde punkt er placeret som et fjerntliggende punkt i forhold til de øvrige fællespunkter. Formålet med dette er at undersøge hvordan det fjerntliggende punkt påvirker redundansen og den interne pålidelighed på fællespunkterne.

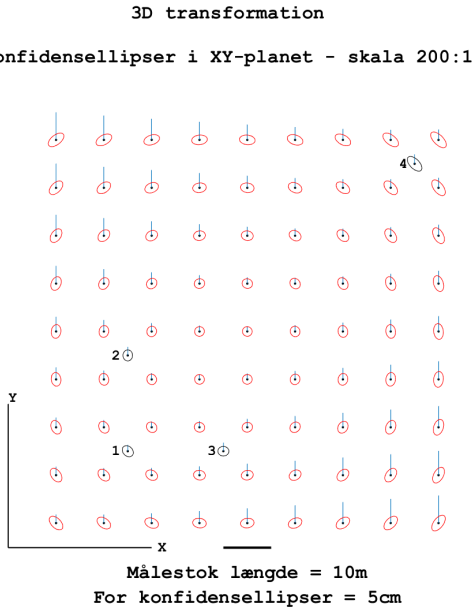
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	0.0
2	1500.0	3500.0	0.0
3	3500.0	1500.0	0.0
4	7500.0	7500.0	0.0
Detailpunkter			0.0

Tabel 7.18. Test nr. 7 - Koordinater

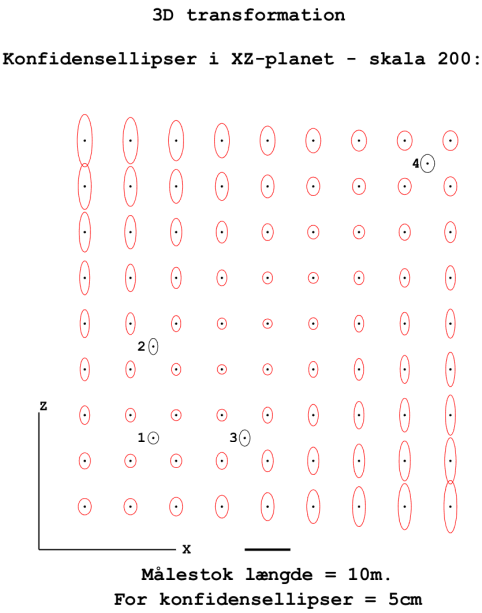
Resultater



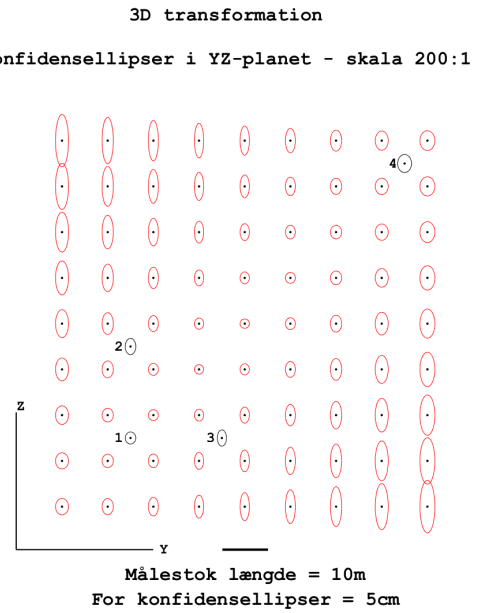
Figur 7.25. Test nr. 7: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D.



Figur 7.26. Test nr. 7: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.27. Test nr. 7: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.28. Test nr. 7: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.58	0.58	0.50	0.55	0.58	0.58	0.66	0.61
2	0.50	0.58	0.50	0.53	0.50	0.58	0.89	0.68
3	0.58	0.50	0.50	0.53	0.58	0.50	0.89	0.68
4	0.76	0.76	0.50	0.69	0.76	0.76	0.99	0.85

Tabel 7.19. Test 7: Præcision for fællespunkter

Indledningvis konstateres det, at præcisonerne i X og Y, som forventet, er identisk på tværs af de to metoder for alle punkter. Det er til gengæld interessant at kigge nærmere på præcisionen i Z for detailpunkterne. For 2D+1D er præcisionen i Z uforandret i forhold til test 6. Derimod ses interessante mønstre for Z-spredningerne i 3D transformationen. Det fremgår, at punkter, der ligger nær fællespunkternes tyngdepunkt har god præcision i Z, hvilket er som forventet. Det ses, at de detailpunkter der ligger udenfor fællespunktsfiguren i 3D transformationen har store usikkerheder på Z. Det skyldes at systemet kan rotere om den akse der løber igennem fællespunktsfiguren fra punkt 1 til punkt 4 hvorved især højden påvirkes for de punkter der ligger langt fra denne akse.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.67	0.67	0.75	2.12	2.12	1.73	0.67	0.67	0.57	2.12	2.12	2.62
2	0.75	0.67	0.75	1.73	2.12	1.73	0.75	0.67	0.20	1.73	2.12	5.92
3	0.67	0.75	0.75	2.12	1.73	1.73	0.67	0.75	0.20	2.12	1.73	5.92
4	0.42	0.42	0.75	3.55	3.55	1.73	0.42	0.42	0.02	3.55	3.55	19.67

Tabel 7.20. Test nr. 7: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Det ses af tabel 7.20, for begge transformationer, at redundansen på punkt 4 er lavere end for de øvrige punkter. Det resulterer i en dårligere intern pålidelighed. Især i 3D er pålideligheden af punkt 4 nævneværdig, med en værdi på 19.67 i Z. Det betyder, at det fjerntliggende punkt i begge transformationer, men især i 3D, er sårbart overfor grove fejl.

I test 8 og 9 arbejdes der videre med denne geometri, men med ændringer i detail- og fællespunkternes højde for at undersøge hvordan disse påvirker resultaterne.

Test nr. 8

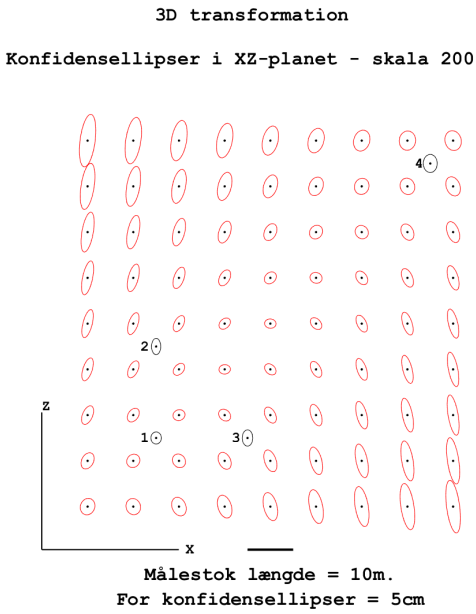
Den ottende test udspringer af test 7. I test nummer 7 lå alle fællespunkter og detailpunkter i samme plan. I denne test undersøges betydningen af denne geometri, hvis ikke detailpunkterne ligger i samme plan som fællespunkterne. Dette undersøges ved at placere detailpunkter i Z=1000. Erfaring fra test 4 og 5 og transformationsformlerne viser, at 2D+1D transformationen ikke påvirkes af en sådan ændring, hvorfor denne metode udelades i test 8.

Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	0.0
2	1500.0	3500.0	0.0
3	3500.0	1500.0	0.0
4	7500.0	7500.0	0.0
Detailpunkter			1000

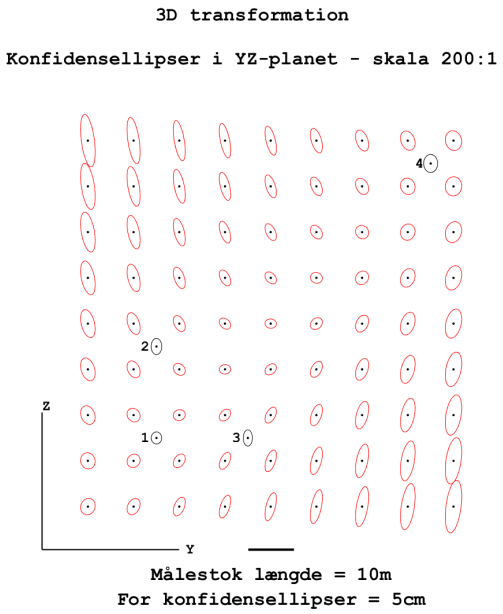
Tabel 7.21. Test nr. 8 - Koordinater

Resultater

Figur 7.29. Test nr. 8: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.30. Test nr. 8: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.31. Test nr. 8: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

Da der ikke er lavet om i geometrien mellem fællespunkterne er der derfor heller ikke forskel i præcision, redundans og interne pålideligheder for fællespunkter i forhold til test 7, hvorfor disse resultater udelades af denne test.

Af fig. 7.30 fremgår det, at konfidensellipserne for detailpunkterne er blevet større og i nogle tilfælde mere cigarformede mens andre er blevet mindre cigarformede. Effekten på de nu hævede detailpunkter ses desuden tydeligt på fig. 7.31 og 7.29. Det fremgår af kovarianserne, at de punkter, der ligger fjernt fra aksen gennem punkt 1 og 4, ikke kun er påvirket i Z, men nu også i både X og Y, dog knapt så markant som i Z. Det fremgår af resultatfilen, at 3D spredningen for detailpunkterne i alle tilfælde er højere end i test 7. Testen viser, at effekten af den dårlige geometri forplanter sig jo længere detailpunkterne ligger fra fællespunkterne.

Denne test udvides endnu en gang for at undersøge hvordan en ændring i højden på et fællespunkt påvirker de højt beliggende detailpunkter.

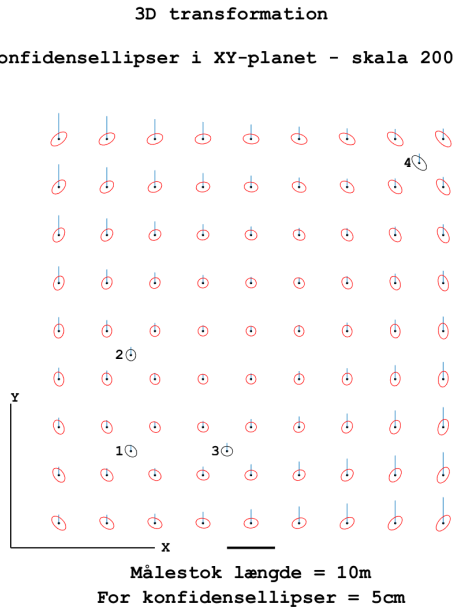
Test nr. 9

Test 9 tager udgangspunkt i test 8 hvor samme 2D-geometri vil blive brugt. Ligesom i test nr. 5 udvides denne ved at forskyde punkt 1 til Z=1000. Idet der nu er fællespunkter i flere niveauer, undersøges også detailpunkter i de samme højder. Da 2D-geometrien ikke ændres, foretages undersøgelsen ikke for 2D+1D, da resultaterne af denne ikke vil blive forandret. Formålet er at undersøge hvordan et fællespunkt i samme højde som detailpunkterne vil kunne forbedre deres spredning, ved at stabilisere rotationen om aksen gennem punkt 1 og 4, som tidligere beskrevet.

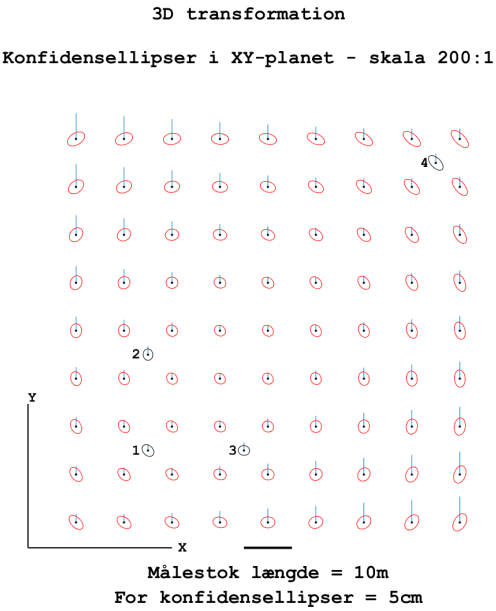
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	1000.0
2	1500.0	3500.0	0.0
3	3500.0	1500.0	0.0
4	7500.0	7500.0	0.0
Detailpunkter			0 & 1000

Tabel 7.22. Test nr. 9 - Koordinater

Resultater



Figur 7.32. Test nr. 9: Resultatplot for 3D. Konfidensellipser i XY-planet. Detailpunkter i Z=0



Figur 7.33. Test nr. 9: Resultatplot for 3D. Konfidensellipser i XY-planet. Detailpunkter i Z=1000

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.58	0.58	0.50	0.55	0.61	0.61	0.65	0.63
2	0.50	0.58	0.50	0.53	0.51	0.59	0.86	0.67
3	0.58	0.50	0.50	0.53	0.59	0.51	0.86	0.67
4	0.76	0.76	0.50	0.69	0.76	0.76	0.98	0.84

Tabel 7.23. Test 9: Præcision for fællespunkter

Det fremgår af fig. 7.32 og 7.33, at der ikke umiddelbart synes at være nævneværdig forskel på præcisionen for detailpunkterne med Z=0 og Z=1000. Dette bakkes op af resultatfilerne, der viser, at forskellen i præcisionen mellem de to detailpunksnet i forskellig højde er minimal. Den forskel der er, vurderes at være uden betydning. Sammenlignes resultaterne med test 7 ses det, at flytningen af punkt 1 til Z=1000 ikke forringer præcisionen af detailpunkterne i Z=0 nævneværdigt. Dette skyldes størrelsen på flytningen i Z i forhold til fællespunktsfigurens udstrækning. En større ændring af detailpunktets højde vil give større forandring i præcisionen. Ved sammenligning med test 8 ses, at præcisionen af detailpunkter med Z=1000 forbedredes for de fleste punkter, men at forbedringen er begrænset. Hvad angår kovarianserne på detailpunkterne ses de samme mønstre som i test 8, dog er effekten reduceret, så kovarianserne for denne test er mindre.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.67	0.67	0.75	2.12	2.12	1.73	0.62	0.62	0.57	2.33	2.33	2.60
2	0.75	0.67	0.75	1.73	2.12	1.73	0.74	0.65	0.27	1.77	2.22	4.95
3	0.67	0.75	0.75	2.12	1.73	1.73	0.65	0.74	0.27	2.22	1.77	4.95
4	0.42	0.42	0.75	3.55	3.55	1.73	0.42	0.42	0.03	3.56	3.56	15.77

Tabel 7.24. Test nr. 9: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Det bemærkes at redundansen for alle Z-observationer er forbedret en anelse i forhold til test 8, med det resultat at værdien for den interne pålidelighed er reduceret. Dog har det fjerntliggende punkt 4 fortsat en meget høj intern pålidelighed på 15.77 i Z, og nettet må stadig betragtes som upålideligt.

Opsummering

De fire gennemførte tests med fire fællespunkter har overordnet set bekræftet resultaterne fra afsnit 7.1. Det fremgår generelt, at 3D transformationen med fire fællespunkter, opnår bedre præcision, højere redundanstal og bedre interne pålideligheder, hvilket kommer som resultat af det øgede antal fællespunkter. Det ses dog stadig i resultaterne, at 2D+1D transformationen opnår bedre præcision på de individuelle detailpunkter. For at understøtte disse resultater yderligere er test 25-28 og 42 i bilag også lavet med fire fællespunkter hvor deres resultater har samme tendens som de rapporterede tests. Konklusionen er derfor, at med god geometri og detailpunkter beliggende fornuftigt i forhold til denne, er det mindre risikabelt at anvende 3D transformation med fire

fællespunkter. Der er dog ikke i disse scenarier set eksempler på at 3D transformationen overgår 2D+1D transformationens resultater.

7.3 Opsamling del 1

Der er indtil nu rapporteret 9 registreringsscenarier hvor transformationer i 2D+1D og 3D er sammenlignet ved brug af de samme fællespunkter. Der er i disse scenarier set eksempler på hvordan 2D+1D transformationen generelt er langt mere robust overfor dårlig geometri og få fællespunkter. Det er konstateret, at 3D transformationen med god geometri, mindst fire fællespunkter og relevante detailpunkter beliggende indenfor fællespunkstfiguren kan opnå resultater meget tæt på 2D+1D transformationen. Tendensen er, at jo flere fællespunkter og jo bedre geometri mellem dem, jo tættere kommer resultaterne på de to transformationsmetoder på hinanden. Som bekræftelse på dette er der i bilagsmappen vedlagt resultater for yderligere 12 scenarier (test 29-40) med fem og seks fællespunkter, end de allerede nævnte tests. Disse viser hvordan 2D+1D transformationen generelt opnår bedre resultater end 3D transformation. En oversigt over de ekstra tests kan ses i bilag B. Realistisk set vil det ikke kunne lade sig gøre at gennemføre en 3D transformation over nogle bestemte fællespunkter bedre end en 2D+1D transformation over samme punkter, men ved et større antal fællespunkter vil forskellen imellem dem kunne nærme sig en størrelse, hvor resultaterne praktisk talt er identiske.

7.4 Ideel 3D transformation

For at sikre grundig undersøgelse af 3D transformationens anvendelsesmuligheder i forhold til 2D+1D transformationen, vil dette afsnit fokusere på at opstille dét, der kan betragtes som en teoretisk ideel situation til brug af 3D transformation.

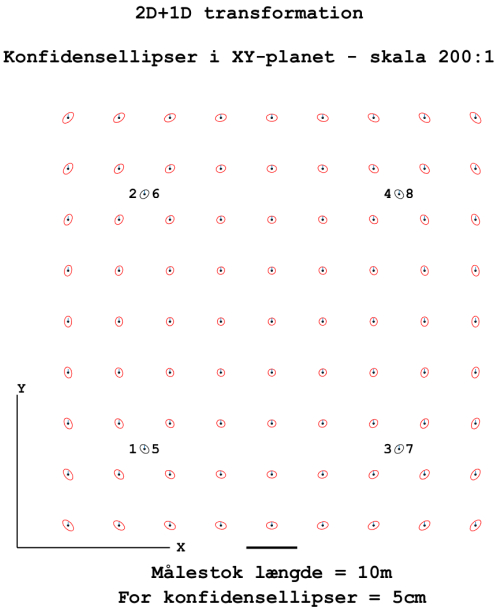
Test nr. 10

Denne test er en udvidelse af test nummer 6, hvor fire fællespunkter placeres som et kvadrat. Udvidelsen består i, at der etableres yderligere fire fællespunkter i samme figur, men forskudt 1000 opad langs Z-aksen. Testen består dermed af otte punkter placeret som en kasse med dimensionerne 5000*5000*1000. Præcisionen for detailpunkter undersøges i 0 og 500, da det forventes at detailpunkterne i Z=0 vil være identiske med detailpunkterne i Z=1000. Ved at lave denne opstilling er det muligt at undersøge 3D transformationens muligheder for at nærme sig de samme resultater som for 2D+1D, da man dermed har god 2D geometri i forskellige højder.

Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	0.0
2	1500.0	6500.0	0.0
3	6500.0	1500.0	0.0
4	6500.0	6500.0	0.0
5	1500.0	1500.0	1000.0
6	1500.0	6500.0	1000.0
7	6500.0	1500.0	1000.0
8	6500.0	6500.0	1000.0
Detailpunkter			0 & 500

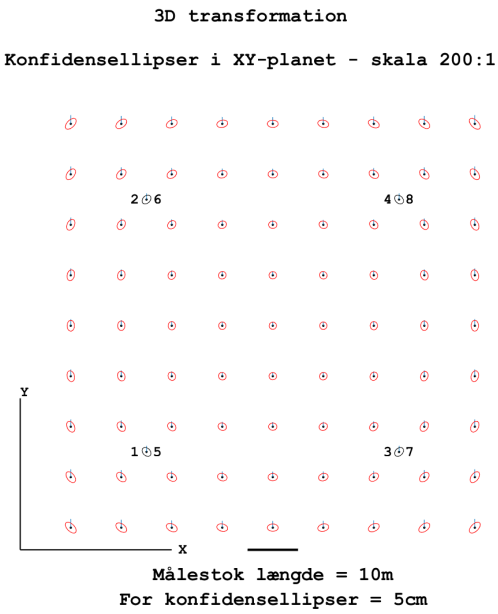
Tabel 7.25. Test nr. 10 - Koordinater

Resultater

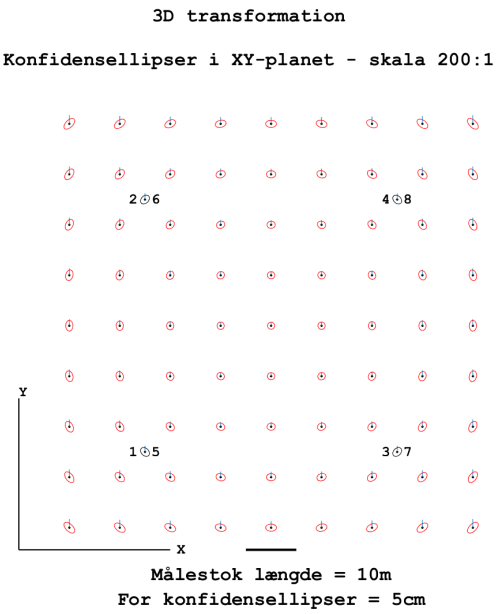


Figur 7.34. Test nr. 10: Resultatplot for 2D+1D. Detailpunkter i Z=0

På fig. 7.34 ses præcisionen af transformationen for 2D+1D med detailpunkter i Z=0. Erfaring fra tidligere tests viser, at præcisionen i denne transformation ikke er anderledes for detailpunkter med anden højde. Derfor undersøges 2D+1D transformationen ikke yderligere for test 10, men benyttes som sammenligningsgrundlag for 3D transformationen over samme fællespunkter.



Figur 7.35. Test nr. 10: Resultatplot for 3D. Konfidensellipser i XY-planet. Detailpunkter i Z=0



Figur 7.36. Test nr. 10: Resultatplot for 3D. Konfidensellipser i XY-planet. Detailpunkter i Z=500

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
2	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
3	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
4	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
5	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
6	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
7	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50
8	0.43	0.43	0.35	0.41	0.44	0.44	0.60	0.50

Tabel 7.26. Test 10: Præcision for fællespunkter

Det fremgår af tabel 7.26 at præcisionen er identisk for alle punkter i de to transformationer hver især, og at præcisionerne i X og Y er stort set identiske på tværs af de to metoder. I de tidligere tests med færre fællespunkter her det især været Z-spredningen, der har adskilt de to transformationsmetoder. Selvom der fortsat er forskel på disse er forskellen nu reduceret til et niveau, hvor den praktiske betydning er begrænset. Sammenlignes præcisionerne fra fig. 7.35, fig. 7.36 og resultatfilerne for 3D transformationen med detailpunkter i henholdsvis Z=0 og Z=500, ses det at disse er meget tæt på hinanden. Dette var forventeligt, da de otte fællespunkter i en god geometri giver en stabil transformation. Der ses fortsat større spredninger i alle retninger for punkter beliggende udenfor fællespunkstfiguren.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
2	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
3	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
4	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
5	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
6	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
7	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28
8	0.81	0.81	0.88	1.44	1.44	1.13	0.81	0.81	0.63	1.46	1.46	2.28

Tabel 7.27. Test nr. 10: Tabel for redundans og intern pålidelighed

De interne pålideligheder, der for alle fællespunkterne i 3D transformationen, ligger på 1.46 for X og Y og 2.28 for Z bekræfter at placeringen af de otte fællespunkter giver en stabil transformation. Det ses dog at den interne pålidelighed i Z stadig er dobbelt så stor i 3D som for 2D+1D, men nu er ved at have en størrelse som til de fleste anvendelser vil kunne accepteres. Sammenligningen af resultater for de to transformationstyper viser, at præcision, redundans og intern pålidelighed er i samme størrelsesorden, men fortsat en lille smule bedre for 2D+1D. Det kan med andre ord konkluderes, at denne fællespunktsgeometri giver gode betingelser for 3D transformationen, der på trods af dette ikke helt leverer samme resultater som 2D+1D.

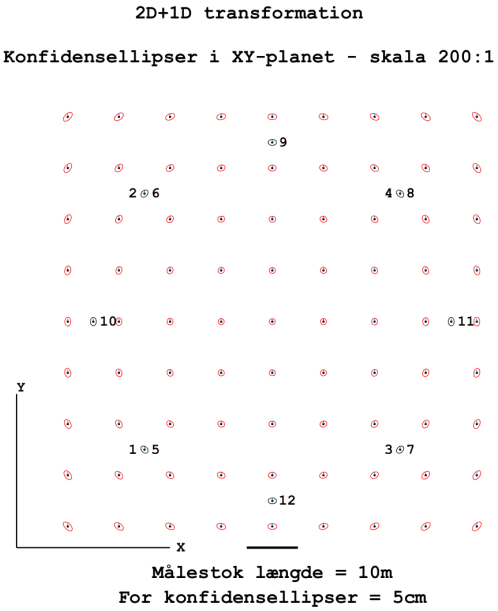
Test nr. 11

Test 11 bygger på test 10. Ud over de otte fællespunkter er der tilføjet yderligere 4, der er beliggende udenfor figuren, som et roteret kvadrat og i en højde på Z=500. Formålet med denne test er at reducere forskellen mellem 2D+1D og 3D transformationerne yderligere.

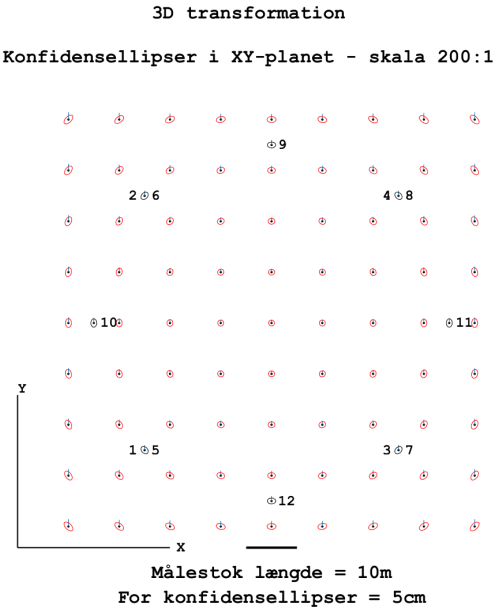
Koordinater			
Nr.	X	Y	Z
1	1500.0	1500.0	0.0
2	1500.0	6500.0	0.0
3	6500.0	1500.0	0.0
4	6500.0	6500.0	0.0
5	1500.0	1500.0	1000.0
6	1500.0	6500.0	1000.0
7	6500.0	1500.0	1000.0
8	6500.0	6500.0	1000.0
9	4000.0	7500.0	500.0
10	500.0	4000.0	500.0
11	7500.0	4000.0	500.0
12	4000.0	500.0	500.0
Detailpunkter			500.0

Tabel 7.28. Test nr. 10 - Koordinater

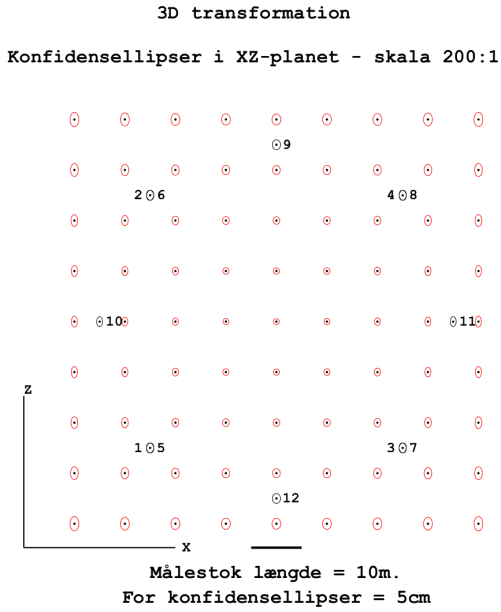
Resultater



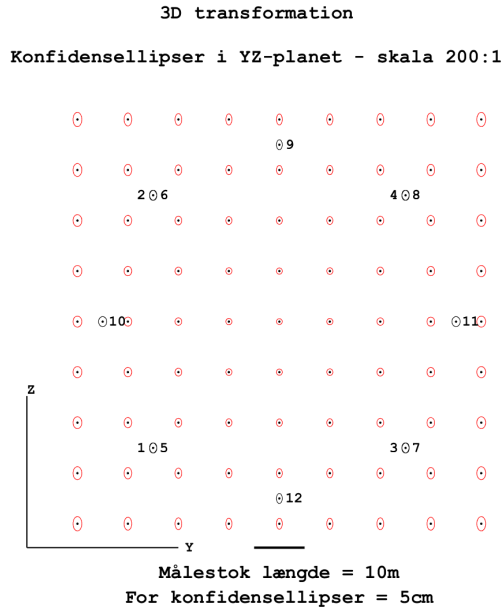
Figur 7.37. Test nr. 11: Resultatplot med konfidensellipser for 2D+1D..



Figur 7.38. Test nr. 11: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XY-planet.



Figur 7.39. Test nr. 11: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i XZ-planet.



Figur 7.40. Test nr. 11: Resultatplot for 3D Konfidensellipser i YZ-planet.

	2D+1D				3D			
	Præcision (cm)				Præcision (cm)			
Pkt. nr.	X	Y	Z	3D	X	Y	Z	3D
1	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
2	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
3	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
4	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
5	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
6	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
7	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
8	0.35	0.35	0.29	0.33	0.36	0.36	0.50	0.41
9	0.41	0.29	0.29	0.33	0.41	0.29	0.49	0.41
10	0.29	0.41	0.29	0.33	0.29	0.41	0.49	0.41
11	0.29	0.41	0.29	0.33	0.29	0.41	0.49	0.41
12	0.41	0.29	0.29	0.33	0.41	0.29	0.49	0.41

Tabel 7.29. Test 11: Præcision for fællespunkter

Figurerne 7.37 og 7.38 viser, at forskellen i præcision for de to transformationsmetoder er så lille, at det ikke kan ses på konfidensellipserne. Kun Z-vektorerne, der for 3D transformationen er synlige i de punkter der ligger udenfor fællespunktsfiguren afslører, at resultatet ikke er helt identisk. Resultatfilen bekræfter dette, idet præcisionen for alle detailpunkter er stort set identiske i X og Y. Kun præcisionen i Z er forskellig, og hvor 2D+1D giver meget små spredninger er de for 3D lidt større, men absolut stadig acceptable.

Præcisionen på fællespunkterne 1-8 er forbedret yderligere i forhold til test 10, og punkterne har fortsat ens præcision.

Punkt 9-12 afviger på den måde, at de har præcisioner på henholdsvis 0.29 og 0.41 skiftevis i X og Y for begge transformationer.

	2D+1D						3D					
	Redundans			Intern pålidelighed (cm)			Redundans			Intern pålidelighed (cm)		
Pkt. nr.	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
2	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
3	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
4	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
5	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
6	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
7	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
8	0.87	0.87	0.92	1.14	1.14	0.90	0.87	0.87	0.75	1.15	1.15	1.72
9	0.83	0.92	0.92	1.34	0.90	0.90	0.83	0.92	0.76	1.34	0.90	1.70
10	0.92	0.83	0.92	0.90	1.34	0.90	0.92	0.83	0.76	0.90	1.34	1.70
11	0.92	0.83	0.92	0.90	1.34	0.90	0.92	0.83	0.76	0.90	1.34	1.70
12	0.83	0.92	0.92	1.34	0.90	0.90	0.83	0.92	0.76	1.34	0.90	1.70

Tabel 7.30. Test nr. 11: Tabel for redundans og intern pålidelighed

Redundanstallene, som kan ses af tabel 7.30, er nu for alle observationer i både 2D+1D og 3D større end 0.75, hvilket vidner om et meget stabilt og pålideligt fællespunktsnet. Dette afspejles desuden i de interne pålideligheder, hvor den højeste værdi på tværs af

transformationerne er 1.72 for 8 Z-observationer i 3D transformationen. Opstillingen med 12 fællespunkter giver således meget gode betingelser for at gennemføre både 2D+1D såvel som 3D transformation, men man kan stille spørgsmålstegn ved, om en sådan opstilling i en virkelig situation, hvor tidsforbrug også er en væsentlig faktor, vil kunne betragtes som den optimale løsning. Af denne årsag vil der heller ikke i dette projekt gennemføres tests med endnu flere fællespunkter.

7.5 Opsamling

Baseret på de gennemførte tests fremgår det, at 2D+1D transformationen i alle tilfælde er mindst lige så præcis og robust som en 3D transformation gennemført på baggrund af de samme fællespunkter. Det ses også at dårlig geometri påvirker redundansen og den interne pålidelighed i 3D transformationen i højere grad end for 2D+1D og der generelt skal anvendes flere fællespunkter for at opnå sammenlignelige resultater på tværs af de to metoder. Især er 3D transformationen følsom overfor fjerntliggende punkter næsten uafhængigt af antal af fællespunkter. Generelt ses det også at placeringen af fællespunkter i forhold til detailpunkter er afgørende for præcisionen af detailpunkterne. Overholdes dette er forskellen på detailpunkternes præcision i 2D+1D og 3D væsentlig mindre end den er uden for fællespunktsfiguren. For 3D transformation gælder dette i alle tre dimensioner, og det er derfor vigtigt at skabe god geometri i Z og ikke blot XY-planet, hvor det i 2D+1D ikke har nogen betydning i Z. Del 2, der drejede sig om at teste et scenarie tæt på optimalt for 3D transformationen viste, at med et tilstrækkeligt stort antal fællespunkter med god indbyrdes geometri i alle tre dimensioner, kan det lade sig gøre at opnå gode resultater med 3D transformation. I den sammenhæng er det relevant at overveje den øgede omkostning til etablering af fællespunktsnettet forud for måling. De i del 2 gennemførte tests er baseret på helt ideel geometri, som i praksis vil være besværligt at opnå. Konklusionen er, at det teoretisk kan lade sig gøre at få gode resultater med en 3D transformation, men det er væsentlig mere besværligt end med en 2D+1D transformation.

Konklusion 8

Dette projekt har taget udgangspunkt i terrestrisk laserscanning, der anvendes som en effektiv måde at indsamle store mængder landmålingsdata på. Ved anvendelse af terrestrisk laserscanning opstår som regel behov for at sammenknytte to eller flere punktskyer, med hvert sit lokale koordinatsystem. Til dette kan anvendes targetbaseret registrering, hvor systemerne transformeres sammen på baggrund af et antal fællespunkter indmålt i flere lokale systemer. Til bestemmelse af en transformation mellem to koordinatsystemer findes der forskellige matematiske modeller med forskellige karakteristika. I dette projekt er transformation i 2D+1D og 3D undersøgt med udgangspunkt i problemformuleringen:

Hvordan adskiller transformation i 2D+1D og 3D sig fra hinanden ved sammenknytning af punktskyer og under hvilke omstændigheder kan en af de ovenstående metoder foretrækkes?

- Hvordan adskiller de to metoder sig fra hinanden?
- Baseret på testnet, hvad er fordele og ulemper ved de to transformationsmetoder?

Projektets undersøgelser har vist at de to metoder adskiller sig fra hinanden på den måde, at 2D+1D transformationen gennemføres som to uafhængige transformationer. I den ene transformeres i XY-planet ved hjælp af to translationer og én rotation om Z-aksen (2D), og i den anden foretages en enkelt translation i Z-aksens retning (1D). 2D+1D transformationen består dermed af fire transformationsparametre, og kræver mindst to punkter med observationer af X, Y og ét punkt med observation af Z for at kunne bestemmes entydigt. 3D transformationen gennemføres i én samlet transformation, hvor der for hver akse i koordinatsystemet benyttes en rotation og en translation. 3D transformationen består dermed af tre translationer og tre rotationer - seks transformationsparametre i alt - der kræver mindst tre punkter med observation af X, Y og Z for at kunne bestemmes entydigt. Til gengæld muliggør 3D transformation på grund af de ekstra rotationer om henholdsvis X- og Y-aksen at transformere systemer sammen, hvor Z-akserne ikke i forvejen er parallelle. Det vil sige, at det ved anvendelse af 3D transformation ikke er nødvendigt at lodstille scanneren inden måling igangsættes. Dette kræves for at kunne transformere i 2D+1D.

Ved hjælp af testnet er de to metoder undersøgt i en række teoretiske registreringsscenarier. Formålet har været at bestemme fordele og ulemper ved de to metoder. Vurderingen af disse har baseret sig på præcision for både detail- og fællespunkter, samt redundans og intern pålidelighed for fællespunkter. Baseret på 34 scenarier, hvoraf 11 er rapporterede,

er den overordnede konklusion, at transformation i 2D+1D i alle tilfælde opnår mindst lige så gode resultater som 3D transformationen. I mange tilfælde har resultaterne for 2D+1D transformationen været væsentligt bedre end for en 3D transformation over de samme punkter. Især situationer, hvor der benyttes relativt få fællespunkter har dette været tydeligt.

De gennemførte tests viser, at fordelen ved 2D+1D transformation er, at det kan lade sig gøre at opnå en god præcision på detailpunkterne, og et robust og pålideligt fællespunktsnet ved anvendelse af relativt få fællespunkter. Testene har desuden vist, at 2D+1D transformationen ikke på samme måde som 3D transformationen er følsom overfor eventuel højdeforskel mellem detail- og fællespunkter. Det vil sige, at en 2D+1D transformation uden problemer kan gennemføres på baggrund af et antal fællespunkter placeret i jordniveau, selvom der skal måles detailpunkter i en anden højde, f.eks på en bygningsfacade. Den eneste ulempe ved 2D+1D transformationen, der kan identificeres på baggrund af undersøgelserne i dette projekt, er at instrumentet nødvendigvis må stilles i lod inden målingerne igangsættes. Dette sikrer, at Z-akserne i de lokale koordinatsystemer er parallelle, hvilket er en forudsætning for at transformationen kan gennemføres.

Hvad angår 3D transformationen er den umiddelbare fordel, at denne kan gennemføres uden behov for at lodstille instrumentet. Dette kan være en fordel i forbindelse med scanning i komplekse 3D-miljøer eller ved anvendelse af scanneren i et mobile-mapping system. Til gengæld vil en 3D transformation grundet det højere antal ubekendte have svært ved opnå samme præcision og robusthed som en 2D+1D transformation over de samme fællespunkter. I visse situationer, hvor der anvendes relativt mange fællespunkter i god indbyrdes geometri kan det dog lade sig gøre at opnå resultater, der ligger meget tæt på en tilsvarende 2D+1D transformation. Det kan, med andre ord, siges at 3D transformationen giver øget fleksibilitet i forhold til placering af scanneren, men på bekostning af præcision og intern pålidelighed i transformationen. Betydningen af dette kan dog reduceres ved omhyggelig placering af fællespunkter.

Slutteligt kan det dermed konkluderes, at det i situationer, hvor det er muligt at stille scanneren i lod inden måling, vil en 2D+1D transformation altid være at foretrække over en 3D transformation.

Diskussion 9

Dette projekt har beskæftiget sig med transformation mellem lokale koordinatsystemer. Udgangspunktet har været terrestrisk laserscanning, men principperne og resultaterne, der er præsenteret i projektets analyser kan i princippet anvendes på alle former for måledata, der skal transformeres mellem koordinatsystemer. Af forskellige årsager, som der er redegjort for tidligere, har det ikke været muligt at arbejde med de praktiske forhold der knytter sig specifikt til laserscanning. Det har givet projektet et mere generelt udgangspunkt, men også betydet, at analyser og resultater alene baserer sig på teoretiske forhold. Med fokus på teori og matematik kan man hurtigt glemme, at der også er et praktisk element at overveje. Planlægning og etablering af fællespunktsnet tager tid, og tid er penge. Der er med andre ord behov for også at overveje omkostningen ved en given metode set i forhold til resultatet. Der skal næppe etableres mange fællespunkter før det tidsmæssigt havde været mere effektivt "bare"at stille instrumentet i lod inden målingen, og dermed muliggøre registrering ved brug af 2D+1D transformation.

Sagens kerne er transformation mellem to lokale systemer ad gangen, og projektet har kun drejet sig om beregninger fra ét system til et andet. Det er dog vanskeligt at forestille sig en realistisk scanningsopgave, hvor der kun er tale om to systemer der skal transformeres sammen. Laserscanningens primære fordel er netop muligheden for at indsamle store datamængder, og på baggrund heraf udarbejde en totaldokumentation af et objekt, en bygning, et vejforløb eller noget helt fjerde. Bortset fra enkelte, mindre objekter vil det sjældent kunne lade sig gøre med kun to opstillinger af scanneren. Det er derfor yderst relevant at overveje, hvordan fejl forplanter sig igennem flere systemer, hvor der eksempelvis gennemføres en trinvis transformation, som beskrevet i afsnit 4.3. Transformeres et større antal systemer sammen trinvist, er det eksempelvis relevant at overveje, at usikkerheden på lodstillingen i den enkelte opstilling vil forplante sig igennem de øvrige systemer, og resultere i voksende usikkerheder. Således kan mere komplicerede registreringssituationer afsløre fordele og ulemper ved de to metoder, som ikke opdages når der blot fokuseres på transformation mellem to systemer. I situationer, hvor mere end to systemer transformeres sammen vil det være gavnligt at benytte Anblok-udjævning, hvis der er fællespunkter til stede, som kan knytte systemerne sammen på tværs. Dette er ikke undersøgt yderligere i dette projekt, men en udvidelse af projektets analyser ved anvendelse af Anblok vil uden tvivl være interessant.

Forudsætning for udnyttelse af forskellige transformationsmetoders fordele er, at man som bruger har kontrol over hvordan beregningssoftware transformerer lokale koordinatsystemer

sammen. I en tid, hvor software er afgørende for de fleste processer, er brugervenlighed og effektivitet væsentlige konkurrenceparametre for softwareproducenter. For brugeren betyder dette, at beregningssoftwaren i takt med at brugervenligheden øges, bliver mere og mere "black box- dvs. at brugeren fratages muligheden for at kontrollere eller i det hele taget vide hvilke processer registreringen baseres på. Under den indledende fase af projektarbejdet, hvor fokus fortsat var mere praktisk orienteret end det er endt med at være, indgik også praktiske øvelser med indsamling og registrering af laserscanningsdata. I det konkrete tilfælde anvendtes en Leica-scanner og det tilhørende registreringssoftware "Leica Cyclone Register 360". Selv ved anvendelse af targets i registreringen var der for brugeren ikke mulighed for at bestemme selve transformationsmetoden, eller i det hele taget få oplyst hvilken der blev benyttet.

Begge transformationsmetoder har utvivlsomt sine fordele og ulemper, og egner sig derfor hver især bedst i forskellige situationer. Hvor 3D transformation altid kan lade sig gøre - hvis bare der er fællepunkter nok - kræver transformation i 2D+1D, at instrumentet kan lodstilles inden målingen. For at udnytte de to metoders styrker på en fornuftig måde er det med andre ord væsentligt, at brugeren selv kan vælge. Men netop dette frie valg, eller mangel på samme, er muligvis den største udfordring for den optimale udnyttelse af især fordelene ved transformation i 2D+1D.

Litteratur

[1] G. Vosselman and H. G. Maas, *Airborne and Terrestrial Laser Scanning.* Dunbeath: Whittles Publishing, 2014.

[2] J. P. Cederholm, "Instrumenter og planlægning - TLS1 (DBV)," Sept. 2019.

[3] J. P. Cederholm, "Sammensætning af punktskyer og modellering - TLS3 (DBV)," Oct. 2019.

[4] K. Jensen, *Landmåling i teori og praksis.* Aalborg Universitet: Institut for Samfundsudvikling og Planlægning, Aalborg Universitet, 2011.

[5] A. H. Thomsen, C. Bundgaard, N. Kabkizan, and T. Sørensen, "3D anblok sammenknytning af laserscannigsdata," report, Aalborg Universitet, 2008.

[6] J. P. Cederholm, "Udjævning," Tech. Rep. 2. udgave, 1. revision, 2000.

[7] G. Lu, "Development of a GPS multi-antenna system for attitude determination," 1995.

[8] J. P. Cederholm, "Udjævning 4," Sept. 2017.

[9] J. P. Cederholm, "2D Anblok," Sept. 2017.

[10] K. Borre, *Landmåling.* Aalborg: Institut for Samfundsudvikling og Planlægning, Aalborg Universitetscenter, 1990.

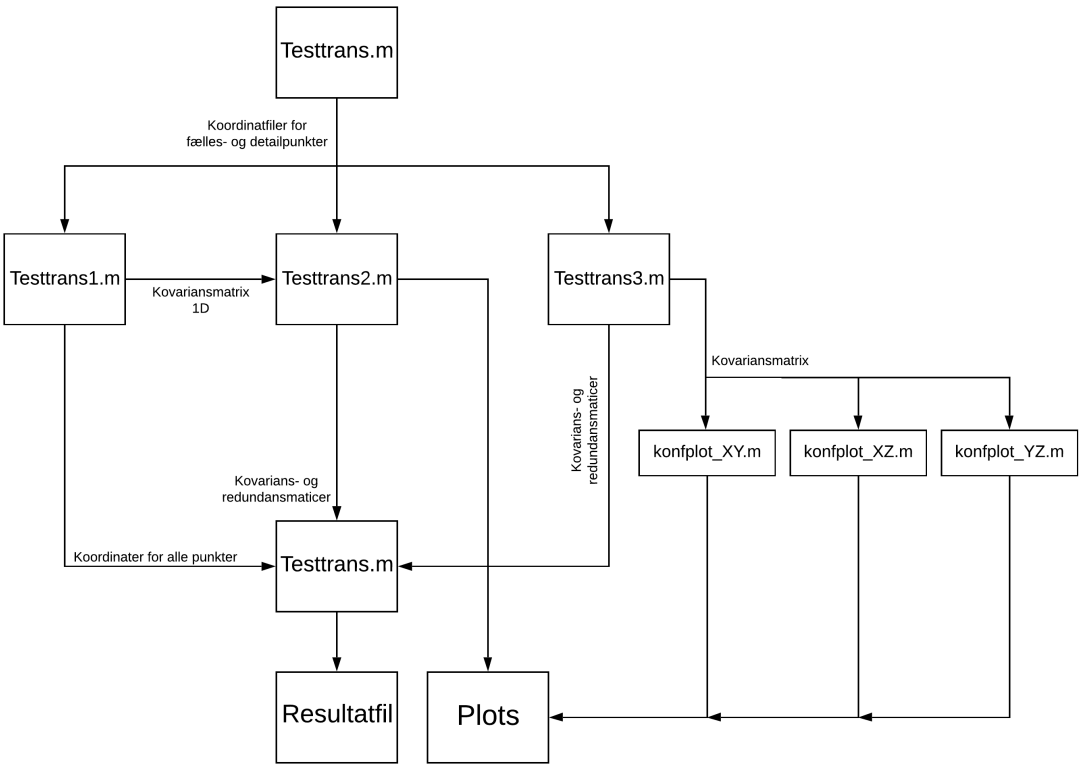
[11] Leica Geosystems, "Leica BLK360 imaging scanner - BLK360 product specifications," 2017.

[12] Trimble Navigation, "Trimble TX8 - Datasheet," 2016.

Implemetering af testberegninger i MATLAB

A

Den præsenterede teori fra kapitel 5 danner grundlag for de simuleringer der skal udføres som en del af projektets analyser. Konkret foretages beregningerne i MatLab, og beregningen er automatiseret ved hælp af scripts, der sikrer en ensartet og effektiv beregning af forskellige scenarier. I dette bilag præsenteres strukturen i de til projektet anvendte scripts. Selve matlabfilerne er vedlagt projektet som bilag. Beregningen er, for overskuelighedens skyld, fordelt over flere matlabfiler, og er bygget op som funktioner, der kan "kaldes". Strukturen i anvendelsen af funktioner er illustreret i fig. A.1



Figur A.1. Struktur i beregning

Indgangen til beregning er, som det fremgår af figuren, funktionen *testtrans.m*. Denne tager som inputargumenter sti til to koordinatfiler, der indeholder henholdsvis fælles- og detailpunkter. Som en del af funktionen testtrans gennemløbes tre underfunktioner,

hvori den egentlige testberegning finder sted for henholdsvis 1D, 2D og 3D. Input til hver af disse er de samme filer, som er input til den overordnede funktion. Output er en kovariansmatrix og en redundansmatrix. Underfunktionen *testtrans1.m* har desuden selve punkternes koordinater som output, da disse anvendes til senere at generere en koordinatfil, og underfunktionen *testtrans2.m* har desuden kovariansmatricen for 1D som input, da denne anvendes til plot af resultater for 2D+1D. Efter gennemløb af de tre underfunktioner gemmes plots af situationen i 2D+1D og 3D i samme mappe som koordinatfilerne, og der genereres en samlet resultatfil, der indeholder alle resultater.

Scriptet *testtrans.m* og underfunktionerne benytter desuden yderligere underfunktioner, der er udviklet af Peter Cederholm, og som benyttes til undervisning i udjævning på landinspektøruddannelsens 5. semester. De anvendte underfunktioner er:

- konf2.m
- konf2plt.m

De to første, *konf2.m* og *konf2plt.m* benyttes i forbindelse med plotning af konfidensellipser i både *testtrans2.m* og *testtrans3.m*. *konf2.m* benyttes til, på baggrund af kovariansmatrixen at beregne data til konfidensellipser, dvs. værdierne σ_x, σ_y og θ der beskriver konfidensellipsens udstrækning og rotation.

Opstilling af desingmatricer for transformation

Den væsentligste del af beregningen af testnettet er opstilling af A-matricen, der også benævnes *designmatricen*. Denne opstilles principielt sådan, at hver række repræsenterer en observation, og hver søjle repræsenterer en ubekendt. De enkelte værdier i matricen udledes fra transformationsligningen for det pågældende transformationsmetode, og repræsenterer den paritelt afledte for observationsligningen med hensyn til hvert element. Med andre ord: Hvordan vil en ændring i den enkelte ubekendte påvirke koordinater? I tilfældet, hvor der anvendes en 2D lineær konform transformation uden målestoksændring er de ubekendte ϕ, tx og ty. A-matricen vil da indeholde følgende værdier:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial \phi} & \frac{\partial X_1}{\partial t_x} & \frac{\partial X_1}{\partial t_y} \\ \frac{\partial Y_1}{\partial \phi} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_x} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_y} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial X_n}{\partial \phi} & \frac{\partial X_1}{\partial t_x} & \frac{\partial X_n}{\partial t_y} \\ \frac{\partial Y_n}{\partial \phi} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_x} & \frac{\partial Y_n}{\partial t_y} \end{bmatrix} \tag{A.1}$$

I tilfælde hvor der arbejdes med punkter i 3D vil designmatricen som konsekvens heraf have tre rækker pr. punkt, og et antal kolonner svarende til det konkrete antal af ubekendte.

I tilfældet med dette projekt, hvor der anvendes en 6-parametertransformation, vil A-matricen for 3D transformationen indeholde følgende:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial \omega} & \frac{\partial X_1}{\partial \phi} & \frac{\partial X_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial X_1}{\partial t_x} & \frac{\partial X_1}{\partial t_y} & \frac{\partial X_1}{\partial t_z} \\ \frac{\partial Y_1}{\partial \omega} & \frac{\partial Y_1}{\partial \phi} & \frac{\partial Y_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_x} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_y} & \frac{\partial Y_1}{\partial t_z} \\ \frac{\partial Z_1}{\partial \omega} & \frac{\partial Z_1}{\partial \phi} & \frac{\partial Z_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial Z_1}{\partial t_x} & \frac{\partial Z_1}{\partial t_y} & \frac{\partial Z_1}{\partial t_z} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial X_n}{\partial \omega} & \frac{\partial X_n}{\partial \phi} & \frac{\partial X_n}{\partial \kappa} & \frac{\partial X_n}{\partial t_x} & \frac{\partial X_n}{\partial t_y} & \frac{\partial X_n}{\partial t_z} \\ \frac{\partial Y_n}{\partial \omega} & \frac{\partial Y_n}{\partial \phi} & \frac{\partial Y_n}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y_n}{\partial t_x} & \frac{\partial Y_n}{\partial t_y} & \frac{\partial Y_n}{\partial t_z} \\ \frac{\partial Z_n}{\partial \omega} & \frac{\partial Z_n}{\partial \phi} & \frac{\partial Z_n}{\partial \kappa} & \frac{\partial Z_n}{\partial t_x} & \frac{\partial Z_n}{\partial t_y} & \frac{\partial Z_n}{\partial t_z} \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

Som nævnt vil indholdet af A-matricen stamme fra de partielt afledte af observationsligningerne. De observationsligninger hvoraf de partielt afledte skal findes for 2D+1D er:

$$X = cos\phi * x + (-sin\phi) * y + t_X \tag{A.3}$$

$$Y = sin\phi * x + cos\phi * y + t_Y \tag{A.4}$$

$$Z = z + t_Z \tag{A.5}$$

Observationslignignerne for 3D hvoraf de partielt afledte skal bruges er:

$$X = (cos\phi cos\kappa)x + (cos\kappa sin\omega sin\phi - cos\omega sin\kappa)y + (cos\kappa cos\omega sin\phi + sin\kappa sin\omega) * z + t_X \tag{A.6}$$

$$Y = (cos\phi sin\kappa)x + (sin\kappa sin\omega sin\phi + cos\kappa cos\omega)y + (cos\omega sin\kappa sin\phi - cos\kappa sin\omega)z + t_Y \tag{A.7}$$

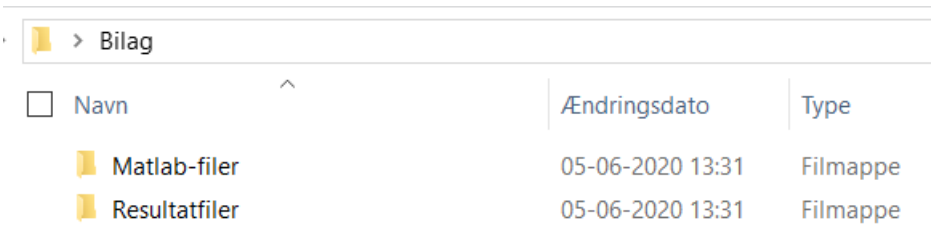
$$Z = (-sin\phi)x + (cos\phi sin\omega)y + (cos\omega cos\phi)z + t_Z \tag{A.8}$$

Oversigt over bilagsmappen B

Der er sammen med rapporten afleveret en .ZIP-komprimeret mappe som bilag. Indholdet af denne mappe fremgår af oversigterne herunder.

Overordnet indhold

Det overordnede indhold af bilagsmappen fremgår af oversigten herunder:

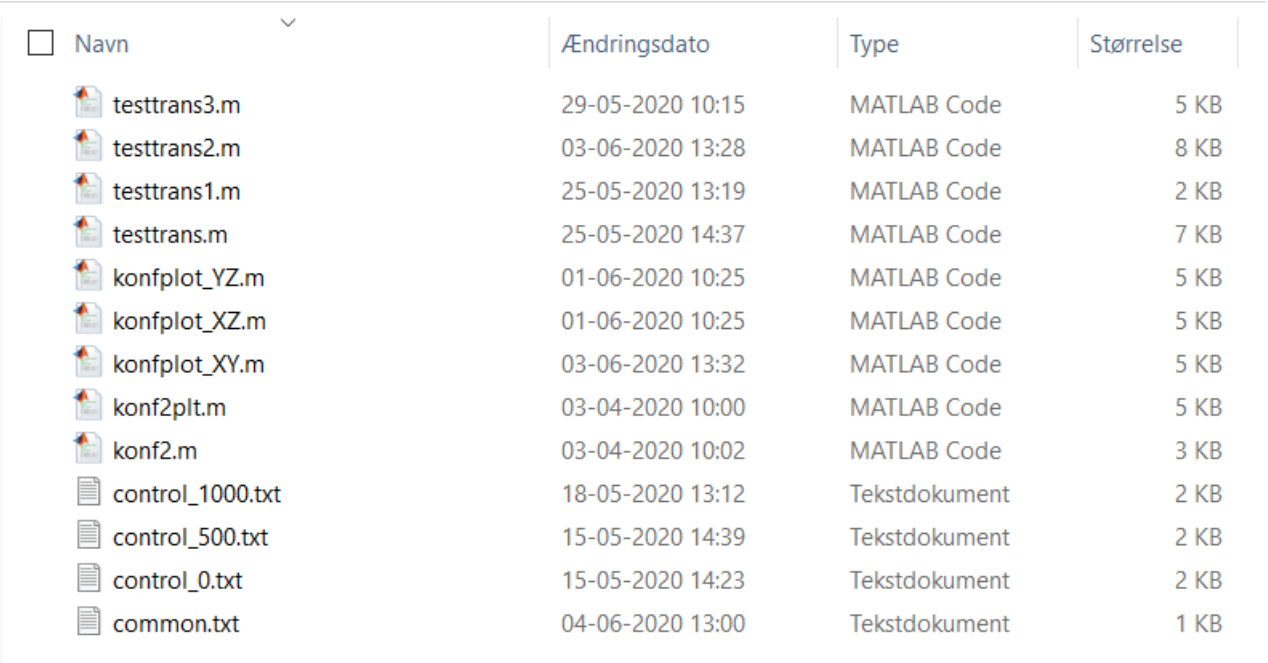


Figur B.1. Bilagsmappens overordnede indhold

Indholdet af hver af de overordnede mapper er beskrevet i de følgende afsnit.

Matlab-filer

Mappen "Matlab-filer"indeholder alle filer der er anvendt til at gennemføre de testberegninger der er lavet i projektet. Indholdet af mappen fremgår af fig. B.2. Alle filer med endelsen ".m"indeholder matlabkode. Disse kan åbnes i matlab eller en almindelig teksteditor. Filerne indeholder forskellige funktioner, der benyttes til den samlede beregning. Filen *testtrans.m* er "masterfilen", der trækker på funktioner i de øvrige filer.



Navn	Ændringsdato	Type	Størrelse
testtrans3.m	29-05-2020 10:15	MATLAB Code	5 KB
testtrans2.m	03-06-2020 13:28	MATLAB Code	8 KB
testtrans1.m	25-05-2020 13:19	MATLAB Code	2 KB
testtrans.m	25-05-2020 14:37	MATLAB Code	7 KB
konfplot_YZ.m	01-06-2020 10:25	MATLAB Code	5 KB
konfplot_XZ.m	01-06-2020 10:25	MATLAB Code	5 KB
konfplot_XY.m	03-06-2020 13:32	MATLAB Code	5 KB
konf2plt.m	03-04-2020 10:00	MATLAB Code	5 KB
konf2.m	03-04-2020 10:02	MATLAB Code	3 KB
control_1000.txt	18-05-2020 13:12	Tekstdokument	2 KB
control_500.txt	15-05-2020 14:39	Tekstdokument	2 KB
control_0.txt	15-05-2020 14:23	Tekstdokument	2 KB
common.txt	04-06-2020 13:00	Tekstdokument	1 KB

Figur B.2. Indhold af mappen Matlab-filer

Tekstfilen "common.txt"er et eksempel på en fællespunktsfil, hvorfra koordinater til fællespunkterne i en transformation indlæses i beregningen.

Filerne med filnavn "control_0.txt", "control_500.txt"og "control_1000.txt"er detailpunktsfiler, der indeholder koordinater for de detailpunktsnet der anvendes i beregningerne. Forskellen på filerne er detailpunkternes Z-koordinater. Ved beregningen specificeres hvilken detailpunkstfil der anvendes.

Filen "Resultat.txt"er et eksempel på en resultatfil for en testberegning.

Resultatfiler

Mappen "Resultatfiler"indeholder alle outputfiler fra testberegningerne. Denne er yderligere inddelt i to undermapper:

- Rapporterede
- Ikke rapporterede

Indholdet af de to undermapper er beskrevet i oversigterne herunder:

Rapporterede

Denne mappe indeholder resultatfiler for test nr. 1-11, der alle er beskrevet i rapporten. De enkelte tests fremgår af tabel B.1, der i øvrigt er identisk med tabel 7.1.

Test nr	Antal fællespunkter	Udvikling af	Opstillingsinformation
1	3		Ligesidet trekant i samme højde
2	3	1	Stump trekant i samme højde
3	3	2	Spids trekant i samme højde
4	3	3	Spids trekant - Detail højde = 1000
5	3	4	Spids trekant - Detail højde = 1000, Toppunkt højde = 2000
6	4		Kvadrat i samme højde
7	4		Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt i samme højde
8	4	7	Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt i samme højde - Detail højde = 1000
9	4	8	Retvinklet trekant + fjerntliggende punkt. Pkt 1 højde = 1000 - Detail højde = 0 og 1000
10	8	6	To kvadrater i højde = 0 og 1000 - Detail højde = 0 og 500
11	12	10	To kvadrater i højde = 0 og 1000 + kvadrat i højde = 500 - Detail højde = 500

Tabel B.1. Tabel over rapporterede registreringsscenarier

Ikke rapporterede

Mappen "Ikke rapporterede"indeholder outputfiler for test 20-42, der ikke er omtalt nærmere i rapporten. De enkelte tests fremgår af tabel B.2.

Test nr	Fællespunkter	Udvikling af	Opstillingsinformation
20	3		Stump trekant i samme højde
21	3	20	Stump trekant, pkt 2 højde = 500
22	3	21	Stump trekant, pkt 2 højde = 500, pkt 3 højde = 1000
23	3	2	Stump trekant, pkt 3 højde = 500
24	3	23	Stump trekant, pkt 1+2 højde = 500
25	4		Trapez i samme højde
26	4	25	Trapez, pkt 1+4 højde = 1000
27	4	26	Trapez, pkt 1 højde = 1000, pkt 2 højde = 500, pkt 3 højde = 0, pkt 4 højde = 1500
28	4		Skævvredet ruder i samme højde
29	5	28	Skævvredet ruder i samme højde + fjerntliggende punkt
30	5	29	Skævvredet ruder i samme højde + fjerntliggende punkt i højde = 1000
31	5	30	Skævvredet ruder i samme højde + fjerntliggende punkt, pkt 1 højde =500 , pkt 2 højde =1000, pkt 3 højde = 1000, pkt 4 højde = 0, pkt 5 højde = 2000
32	5		Regulær femkant i samme højde
33	5	32	Regulær femkant, pkt 1 højde = 0, pkt 2 højde = 1000, pkt 3 højde = 1000, pkt 4 højde = 0, pkt 5 højde = 1500
34	5		Femkant med fire punkter nær samme linje i samme højde
35	5	34	Femkant med fire punkter nær samme linje, pkt 4 højde = 1500
36	5	35	Femkant med fire punkter nær samme linje, pkt 1 højde = 0, pkt 2 højde = 0, pkt 3 højde = 500, pkt 4 højde = 1500, pkt 5 højde = 1000
37	6		Regulær sekskant i samme højde
38	6	37	Regulær sekskant, pkt 1, 3 og 6 højde = 1000, pkt 2, 4 og 5 højde = 0, Detail højde 0 og 500
39	6		Femkant + fjerntliggende punkt i samme højde
40	6	40	Femkant + fjerntliggende punkt, pkt 1, 2, 4 og 6 højde = 0, pkt 3 og 5 højde = 1000
41	3	2	Test 2 med detailpunkter højde = 1000
42	4	6	Test 6 med mindre udstrækning

Tabel B.2. Tabel over ikke rapporterede registreringsscenarier