Aalborg Universitet

Kandidat Afhandling

Cand.oecon

Nowcasting af Dansk BNP
- Komparativ analyse af LSTM og DFM

Forfatter:
Shabana Kuhi
Las Zangana

Vejleder:
Roman Jurowetzki

June 1, 2020

AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Abstract

This thesis seeks to explore if Machine Learning can be applied to a specific economic issue and estimate satisfactory results. The issue of choice is nowcasting, which has become increasingly popular in the last couple of years. The term is a contraction of "now" and "forecasting" and is used to estimate the current state of the economy through monthly indicators. Economic institutions and agents are usually dependent on the release of GDP to evaluate their decision-making and crucial polies. GDP is released with a noticeable lag, which creates a delay in crucial information. Nowcasting solves this mismatch by using monthly variables released throughout the quarter to give an estimate on the current economic situation. This thesis will apply traditional nowcasting methodology and explore if Machine Learning can be a useful tool for nowcasting. A comparative analysis will be done between a Dynamic Factor Model (DFM) and a Long Short-Term Memory (LSTM) Neural Network. Both models will be given monthly and quarterly economic indicators and be used to nowcast the GDP of 2019. The time frame used in this thesis is 2008-2019, where all data from 2008-2018 will be used to train each model. Both models are given 29 macroeconomic indicators. The results suggest Machine Learning can not only be applied to nowcasting, but also improve the accuracy by a noticeable amount. A comparison has been made for both models based on Root Mean Squared Error (RMSE) and Mean Average Error (MAE). RMSE and MAE are included as a comparison tool, as a visual comparison is not sufficient to assess the difference. The results indicate that LSTM is able to estimate a growth rate that is closer to the true values compared to DFM. LSTM does however have limited structural inference capabilities, which hurts the trustworthiness of the predictions and limits the LSTM nowcasting capabilities. Machine Learning also shows noticeable issues with consistency where the results can be varying. It is therefore concluded that LSTM is able to nowcast 2019 relatively better than DFM, but with certain drawbacks.

Contents

Abstract **1**

1 Introduktion **3**
1.1 Økonometri og Machine Learning . . . 4
1.2 Problemformulering . . . 7

2 Tidligere litteratur **8**
2.1 Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic . . . 8
2.2 Nowcasting Indonesia . . . 11

3 Teori **16**
3.1 ARIMA . . . 16
3.2 AIC . . . 18
3.3 Dynamic Factor Model . . . 18
3.3.1 Estimation . . . 19
3.3.2 Two-Stage Estimation . . . 20
3.3.3 Expectation-Maximization . . . 20
3.4 Deep Learning and LSTM . . . 21
3.4.1 ANN . . . 21
3.4.2 Recurrent Neural Network . . . 23
3.4.3 LSTM . . . 25
3.4.4 Activation Function . . . 27
3.4.5 Opsummering . . . 29
3.5 Makroøkonmiske data . . . 30

4 Dynamic Factor Model **33**
4.1 Opbygning af modeller . . . 33
4.1.1 ARIMA Model . . . 33
4.1.2 Dynamic Factor Model . . . 34
4.2 Empiriske Resultater . . . 36
4.3 DFM resultater . . . 36
4.3.1 DFM forecast versus ARIMA . . . 38

5 LSTM for dansk BNP **40**
5.1 Træning . . . 40
5.2 Hyperparametre . . . 41
5.3 LSTM Resultater . . . 43

6 Komparativ analyse **45**

7 Machine Learning/Økonomitri til nowcasting **47**
7.1 LSTM og økonometri 47
7.2 Machine Learning's anvendelse inden for økonomi 51

8 Konklusion **53**

Bibliography **54**

Appendices **57**

A Billeder **57**
A.1 ACF og p-værdi for lags 57
A.2 Out-of-sample - nowcast og forecast af US GDP 57
A.3 Augmented Dickey-Fuller Test for BNP tidsserien 57
A.4 Box-Ljung Test for BNP tidsserieng 58
A.5 AIC sammenligning af forskellige ARIMA modeller 58
A.6 Dynamic Factor Modelopbygning med variabler og udgivelseslag 59
A.7 Dynamic Factor Model Estimations Metode 60
A.8 LSTM output 60

1 Introduktion

Bruttonationalprodukt (BNP) anses for at være et af de mest anvendte metoder for, hvordan et land klarer sig økonomisk. Det måler den monetære mål af endelige tjenester og varer der er produceret i en periode. Ændringer i BNP over tid er derfor en indikator for, hvordan det går med økonomien i landet. Politikere anmoder jævnligt om oplysninger om den aktuelle økonomi, til at fastlægge deres politik og strategi. Centralbanken gør det samme før de justerer deres pengepolitiske mening, såvel økonomer der arbejder i større finansafdelinger, som skal træffe beslutninger om en kortvarig budgetplan, og ikke mindst virksomheder der skal træffe store beslutninger angående produktion. BNP frigives normalt med en forsinkelse, eksempelvis frigives den danske BNP omkring 60 (Danmarks statistik (1)) dage efter hvert kvartal er afsluttet. Fordelene ved at have et rettidigt skøn over den økonomiske tilstand vil være værdigfuldt, da det vil kunne bidrage til at reducere usikkerheden og føre til bedre informerede beslutninger. Selvom de økonomiske fordele ved at have et rettidigt skøn af økonomien havde stor interesse hos politikkerne, fik det nær så meget opmærksomhed fra den akademiske litteratur indtil for nylig, da (Evans, 2005) og (Giannone et al., 2008) formaliserede det i statistiske modeller. Nowcasting forsørger at løse denne problematik ved at forudsige nutiden, men begrebet blev oprindeligt brugt i meteorologi til at forudsige vejret i nuet. Nowcasting er en sammensætning af *now* og *forecasting*, som anvender det samme fundament som forecasting ved anvendelsen af Factormodeller, Mixed frequency og Principel Component modeller. Formålet med forecasting er at forudsige fremtiden ud fra en mulig trend baseret på tidligere data, hvor det gælder for nowcasting at give et skøn over nutiden og ikke fremtiden.

Når BNP-væksten for det aktuelle kvartal forudsiges, vil der være mere rettidig og højere frekvensinformation tilgængelig. En kombination af flere månedlige indikatorer kan hjælpe med at give et skøn over den aktuelle økonomiske situation. Denne fremgangsmåde står dog overfor nogle vanskeligheder, da månedlige data også er tilgængelig med visse publiceringsforsinkelser. I løbet af de sidste to årtier har nye metoder i tidsserieøkonometri gjort det muligt at overvåge makroøkonomiske forhold i realtid. Herunder er publikationen *Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic data (2008)* skrevet af Gianonne, Reichlin og Small (Giannone et al., 2008) det første formelle bud på at kombinere big data og filtreringsteknikker. Modellen som bliver anvendt i publikationen, er Dynamic Factor Model (DFM). Denne model vil blive anvendt, da den formindsker information fra et stort datasæt til et par underliggende faktorer. Modellen er dog potentielt uegnet til at generalisere ikke - lineære mønstre, da ligningen forbliver lineære. For at behandle ovennævnte udfordring, inkluderer projektet Machine Learning (ML) til at nowcaste den økonomiske vækst i Danmark. Tidshorisonten for rapporten er 2008 til 2019, hvor der fokuseres på at nowcaste 2019. ML og Deep Learning algoritmer har introduceret nye tilgange til at tackle diverse problemer med now- og forecasting. Machine Learning teknikker såsom Random Forests (RF), og Deep Learning teknikker såsom Recurrent Neural Network (RNN) og Long Short Term Memory (LSTM), der oprindeligt blev introduceret af Hochreiter og Schmidhuber i 1997 (Hochreiter and Urgen Schmidhuber, 1997), har fået stor opmærksomhed indenfor den finansielle verden. De er i stand til at identificere struktur og mønster i data såsom ikke-lineartiet i tidsserie prognoser (Hochreiter

and Urgen Schmidhuber, 1997) Et interessant forskningsspørgsmål vil være hvad er nøjagtigheden og præcisionen af traditionelle prognoseteknikker sammenlignet med deep learning prognose algoritmer. Dette projekt forsøger at sammenligne DFM med en LSTM-model, med hensyn til deres evne til at reducere fejlprocenten og opnå den højeste nøjagtighed. Dynamic Factor Model repræsenterer den traditionelle prognosemetode, hvor LSTM repræsenterer Deep Learning prognosemetoden på grund af dens evne til at bevare og træne data i en længere periode.

1.1 Økonometri og Machine Learning

"Big Data" udtrykket vil hos mange mennesker fremkalde billeder, informationer og oplysninger som er indsamlet via internettet om enkelte personers vaner på sociale medier. Håndtering af big data har været en udfordring for makroøkonomer længe før indsamling af data blev gennemgribende i andre discipliner. Den banebrydende søgning førte til, at Arthur Burns og Wesley Mitchell i 1946 udgav *Measuring Business Cycles*, hvori de identificerede konjunkturcyklussen.

> *Only by analyzing numerous time series, each of restricted significance, can business cycles be made to reveal themselves definitely enough to permit close observation*(Mitchell, 1997)

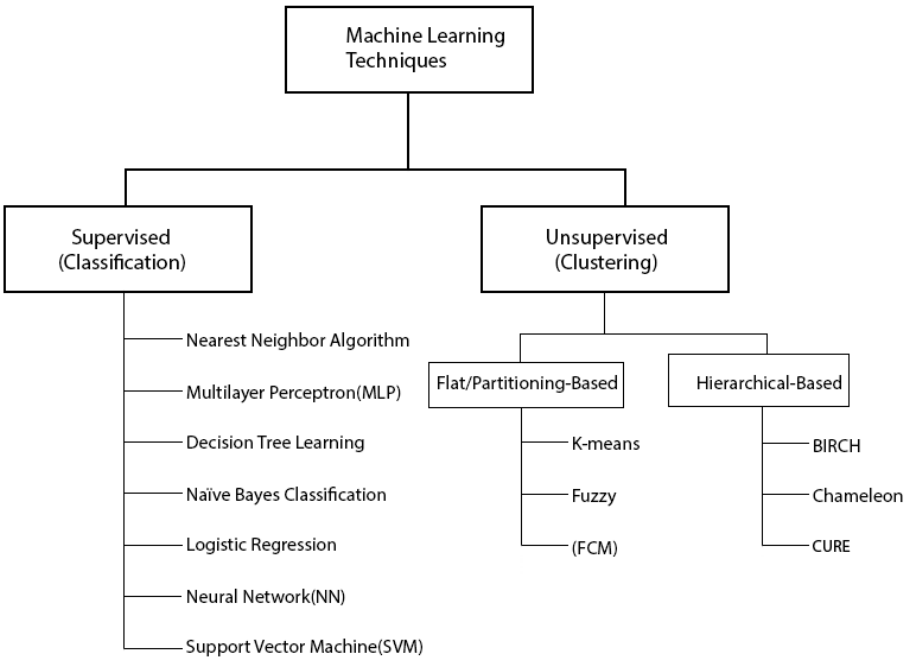
.

De undersøgte hundredevis af dataserier, som afslørede at der var en systematisk sammenhæng mellem serier og udsving i forskellige sektorer og økonomiske aktiviteter. Dette udviklede forholdet mellem de to stadier økonomien kan være i, lavkonjunktur og højkonjunktur, og dermed blev konjunktur cyklusset defineret. Man kan argumentere for at deres søgning efter mønstergenkendelser mange årtier senere er blevet til Machine Learning. I dag anvendes Burns og Mitchells konjunkturcyklus eksempelvis af National Bureau of Economic Researh (NBER), hvor de undersøger og sammenligner adfærden i økonomien, primært BNP. Økonomer verden over forsøger hver dag at analysere økonomiske data, for at vurdere økonomiens tilstand. Foruden økonomer stræber markedsanalytiker også på at forstå den aktuelle økonomiske tilstand, i forhold til deres forventninger til at opdatere deres fremskrivninger. Prognoser synes at være nyttige, når man ønsker at forstå, hvor økonomien befinder sig nu, men at forudsige nutiden kræver også et stort og komplekst datasæt. Traditionelt blev dette opnået ved hjælp af en kombination af datakontrol og en række enkle modeller. Som omtalt i introduktionen har nye metoder i tidsserie økonometri i de sidste to årtier gjort det muligt at udvikle platforme til realtidsprognoser, der kombinerer formelle modeller for big data og filtrering til nowcasting. Brugen af Dynamic Factor Modeller til overvågning af makroøkonomiske forhold stammer fra, at information om forskellige aspekter i økonomien kan betragtes som ufuldstændige mål for en latent fælles konjunkturfaktor(Giannone et al., 2008).

Når man taler om statistiske modeller, kan man observere to "skoler". Den ene antager en specifik stokastiske datamodel som ligger til grund for datagenerering, mens den anden nærmere forsørger at finde en funktion der bedst forudsiger outputtet givet forskellige input(s). Førstenævnte tilgangen har domineret økonomisk forskning og er mest anvendt i kendte økonometriske modeller. I de traditionelle statistiske datamodeller, gælder forskellige antagelser omkring lineær/ikke lineær

mellem afhængige og uafhængige variabler. Omvendt koncentrere den algoritmiske modelleringsverden forholdet mellem input- og outputvariabler og finder i stedet en funktion til mest nøjagtigt at producere de givne observerede output. Denne tilgang kaldes Machine Learning, hvilket fokuserer på forudsigelser og lægger vægt på nøjagtigheden snarer dens evne til at tolke. Machine Learning omfatter to elementer: en indlæringsmetode, hvor data anvendes til at bestemme den bedste *fit* for inputvariablerne, samt en algoritme som modellerer forholdet mellem input(s) og/ eller output. Indlæringensmetoden involverer ikke nødvendigvis bevidsthed, men snarer et spørgsmål om statistiske regelmæssigheder eller andre mønstre i dataene. På nogle punkter kan maskinlæringsalgoritmer ligne hvordan mennesket nærmer sig sin læring. Inden for Machine Learning er der ikke specifik en metode eller algoritme, men snarer forskellige teknikker. Teknikkerne kan blive kategoriseret i 1) Supervised training og 2) Unsupervised training. Eksempel på supervised-og unsupervised training er gengivet i nedenstående figur.

Figure 1: Supervised og Unsupervised Machine Learning



Kilde: Egen illustration

- **Supervised Machine Learning:** Supervised training er et ret almindeligt klassificeringsproblem, da målet ofte er at få computeren til at lære et klassificeringssystem, som er oprettet foruden. Derudover er det den mest almindelige teknik til træning af neural network og *decision trees*. Begge disse teknikker er meget afhængige af informationen, der gives af de forudbestemte klassifikationer. I tilfælde af neural networks bruges klassificeringen til at bestemme netvær-

kets fejl og derefter justere netværket for at minimere det, og i Decision Trees bruges klassificeringerne til at bestemme, hvilke særlige egenskaber der giver mest information som kan bruges til at løse klassificeringspuslespillet. I supervised training bliver algoritmen præsenterede for input(s) og output (s) fra trænningssættet, hvor en konfiguration at inputværdier i helhed resulterer i en givet output. Eksempelvis for makroøkonomiske indikatorer for vækst i BNP, skal det være i stand til at forudsige en outputværdi fra ethvert input og derfor er dataforarbejdning nødvendigt. Offentlig forbrug, privat forbrug og investeringer vil eksempelvis være nødvendige indikatorer at medtage for at forklare BNP. Økonomiske inputs til at forklare BNP-væksten er lige så vigtigt for Machine Learning som det er for økonometriske tilgange. Datasættet i supervised training er baseret på træning-og testsæt og yderligere opdeling i inputværdier, herunder alle indikatorer for BNP, og outputværdien som er BNP. Målet i klassificeringsproblemer er at minimere fejlen i forhold til de givne input. Et træningssæt skal ikke nødvendigvis være "perfekt", da det kan føre til overfitting af modellen. Lad os tage et eksempel: hvis modellen skal kende forskel på eksklusiv eller ikke eksklusiv, og bliver kun fodret med kombinationen *sand* og *falsk* men aldrig både sand og falsk vil modellen have en tildens til at tro at svaret altid enten er sandt eller falsk. Overfitting og memoreing af træningssættet er et almindeligt problem inden for Machine Learning (Ayodele, 2010).

- **Unsupervised Machine Learning:** Målet med unsupervised er derimod at lære maskinen hvordan man gør noget uden at fortælle hvordan det skal gøres. Der er to tilgange i unsupervised training, hvor første tilgang er at lærer maskinen, ikke ved hjælp af givne kategorisering, men ved at anvende belønningssystemer til at indikere succes. Denne tilgang passer ind i beslutningsproblemer, da målet er at tage beslutninger der maksimerer belønningen. Den anden tilgang kaldes *clustering*, hvor målet er at finde ligheder i træningssættet. Eksempelvis kan grupper af personer baseret på demografi resultere i en klynge af rige i en gruppe og fattige i en anden gruppe. Algoritmen behøver ikke nødvendigvis navne for at producere disse klynger. I den virkelige verden anvendes unsupervised machine learning mange steder, eksempelvis hos Amazon.com til at anbefale bøger, Baseret på princippet om at finde ligheder i grupper af mennesker og derefter tildele nye brugere til gruppen. I nogle tilfælde kan indformation om om hvilke bøger en klynge læser være tilstrækkeligt til at, algoritmen kan give meningsfulde resultater. Ligesom supervised training lider unsupervised training også af overfitting af træningssættet(Ayodele, 2010) 23).

Mens økonometri ofte fokuserer på parametre estimering, β, bygger Machine Learning på forudsigelser af output, Y. Det kunne være en af argumenterne for, at der er relativ få makroøkonomiske publikationer med anvendelse af ML. Økonomer og Nationalbanker anser forudsigelse af den økonomiske tilstand værende vigtigt for fremtidige beslutninger, men betydning af nøgleindikatorer for økonomisk udvikling siger mere om tilstanden økonomien befinder sig i. Machine Learning anses stadig for at være nyttig med dets høje indlæringsniveau til genkendelse af mønstre fra data. LSTM tilbyder at lære mønstrene på egen hånd ved at fejlminimere og udtrække relevant information fra trænningssættet ved at automatisere processen.

Projektet er organiserede således: Afsnit 1 udgør introduktionen, hvor målet er at gennemgå begrebet nowcasting, samt hvorfor Machine Learning kan anvendes inden for nowcasting. I afsnit 2 refereres der til tidligere forskningsartikler, som har nowcastet BNP-væksten. Først beskrives den omtalte publikation *Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic data (2008)*, af Gianonne, Reichlin og Small, da DFM-metoden i publikationen er blevet et standard-værktøj for nowcasting af økonomien. Dernæst beskrives *Nowcasting Indonesia (2015)* af Luciani, Pundit, Ramayandi og Veronese, som tager udgangspunkt i overstående publikation som anvender DFM metoden. Udover de standardudfordringer der er forbundet med at konstruerer rettidige skøn over den nuværende økonomiske forhold, står Indonesien overfor yderligere udfordringer der ofte er forbundet med nye markedsøkonomier. Indonesiens data indeholder generalt meget støj, og på bagrund af dette har det stadig været muligt at nowcaste væksten i landet. Dette indikerer at valget af økonomiske indikatorer er afgørende for at estimere en DFM.

I afsnit 3 præsenteres teorien der anvendes i projektet for at kunne nowcaste den danske BNP-vækst. Der redegøres for ARIMA benchmark modellering, samt den anvendte DFM med henholdsvis de relevante metoder herunder. Afsnittet præsenterer yderligere en gennemgående beskrivelse af Machine Learning og LSTM metoden, hvilket også anvendes i projektet. I afsnit 4 præsenteres Dynamic Factor Modellen, som bliver udført ved hjælp af Jdemtra +.

I afsnit 5 bliver LSTM anvendt til nowcasting. Herunder vil de relevante hyperparametre for modellen blive diskuteret og resultaterne præsenteres.

I afsnit 6 vil der dannes en komparativ analyse mellem Dynamic Factor Model og LSTM, hvor modellernes nowcast vil blive sammenlignet.

I afsnit 7 diskuteres der tidligere litteratur hvor ML og økonometriske modeller anvendes. Derudover diskuteres alternative fremgangsmetoder, samt fordele og ulemper der er forbundet med de anvendte modeller i projektet. I afsnit 8 fremgår konklusionen.

1.2 Problemformulering

I nyere tid er nowcasting blevet et efterstræbet emne inden for økonomi som en standard måling af den nuværende tilstand af økonomien. Dog er der ikke fundet forskningsartiker som estimerer et nowcast for dansk økonomi og den tilsvarende BNP-vækst. Da Machine Learning de sidste to årtier er blevet et eftertragtet emne, når større mængder data skal formidles, er det værd at undersøge hvorvidt machine learning kan nowcaste i forhold til traditionel økonometriske modeller. Nowcasting benytter sig af det mest aktuelle data offentliggjort. Herunder er høj-frekvens data afgørende for, at den pågældende model kan fange bevægelserne i økonomien.
På baggrund er dette vil følgende problemstilling undersøges:

- Hvordan formår Machine Learning at nowcaste økonomisk vækst i forhold til traditionelle økonometriske modeller?

2 Tidligere litteratur

Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic data skrevet af Gianonne, Reichlin og Small er det første formelle bud på at kombinere big data og filtreringsteknikker. Dynamic Factor Modellen som bliver anvendt i publikationen er som sagt blevet et standardværktøj for Nowcasting af økonomien. I afsnittet vil to forskellige forskningartikler, som forsørger at nowcaste blive gennemgået. Dette med henblik på at illustrere hvilke metoder og præmisser andre forskere anvender. På baggrund af forskningsartiklerne i rapporten dannes et nowcast på den danske BNP baseret på de anvendte metoder i forksningsartiklerne. Forskningsartiklerne som bliver gennemgået i næste afsnit er henholdsvis: *Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic data* (Giannone et al., 2008) og *Nowcasting Indonesia*(Luciani et al., 2015).

2.1 Nowcasting: The real-time information content of macroeconomic

I publikationen behandles det generelle problem der opstår, når makroøkonomiske forhold i realtid forsøges at forudsiges med big data. Når man arbejder i realtid, vil man støde ind på, at enkelte data gennem den aktuelle periode er tilgængelig mens andet data muligvis kun er tilgængelig i en måned eller et kvartal tidligere. Tilgængeligheden og udnyttelsen af store mængder komplekse data er afgørende. En stigning i kompleksiteten i dataene kan fører til stigende kompleksitet i modeller med stigende antal parametre der skal estimeres. Faktisk kan håndtering af store datasæt, der bruger simple modeller, føre til forkert specificering og vigtige funktioner kan risikere at udelades. Modsat, hvis antallet af funktioner eller dimensioner stiger, vil mængden af data, der er nødvendigt for at estimere en vilkårlig funktion med et givet nøjagtighedsniveau, vokse eksponentiel med hensyn til antallet af inputvariabler. Dette bliver ofte omtalt som *curse of dimensionality.* Fra et økonometrisk perspektiv er estimering udfordrende, når antallet af parametre er større i forhold til antallet af observationer. Den grundlæggende tilgang i publikationen er dermed, at udnytte seriens kollinearitet ved at sammenfatte al tilgængelig information i få fælles faktorer. På grund af kollinearitet er de fælles faktorer i stand til at fange den dynamiske sammenspil mellem serierne og dermed skabe en model der performer godt i prognoser. Indenfor hvert kvartal q, er værdien af BNP-vækst, y_q ikke tilgængelig men kan estimeres ved hjælp af højere frekvens indikatorer. Med tiden vil datasættet der er relevant for nowcasting ændres. Som et eksempel defineres de relevante informationer, som er givet i måned v som $proj[y_q|\Omega_v^n]$, hvor det antages at Ω_n^v er sammensat af to blokke $[\Omega_v^{n_1}, \Omega_v^{n_2}]$. Månedsværdien i måned v for variablen i $\Omega_v^{n_1}$ bliver udgivet i måned v, mens variabler i $\Omega_v^{n_2}$ bliver udgivet med en måneds lag. Dvs. variabler i første måned er tilgængelig gennem måneden, mens variabler for andet måned først er tilgængelig gennem måned $v-1$, hvilket kan give et misvisende datasæt. Nowcasting skal kunne håndtere sådanne datasæt, for alt tilgængelig information er nødvendigt. Dynamic Factor Model bygger på det faktum at give en passende repræsentation for den makroøkonomiske serie. BNP indikatorer udgives kvartal, men de indikatorer der anvendes til nowcast foretrækkes at være månedligt. Første kvartal i 2005 bliver dateret med $q = Marts2005$, hvorefter q bliver dateret som den sidste måned i kvartalet. Givet at første måned

i datasættet svarer til første måned i kvartalet, vil det enten være januar, april, juli eller oktober. *Bridge equation* anvendes dernæst, på baggrund af en formodning om, at *Bridge equation* formår at at udnytte månedlige værdier til at opnå et bedre nowcast af kvartalvis BNP (Giannone et al., 2008),s. 667).

Dynamic Factor Model antager, at mange observerede variabler ($y_{,t}, ...y_{n,t}$) er drevet af ikke observerede faktor modeller ($f_{1,t}, ...f_{r,t}$) mens målefejl indfanges af idiosynkratisk fejl ($\epsilon_{1,t}, ...\epsilon_{n,t}$) (Bok et al., 2018). Dynamic Factor Modellen's faktorstruktur for de månedlige transformerede indikatorer præsenteret således:

$$x_{i,t}|v_j = \mu_i + \lambda_{i1}f_{1,t} + ... + \lambda_{ir}f_{r,t} + \epsilon_{i,t}|v_j, i = 1, ..., n \tag{1}$$

$x_{i,t}|v_j$ betegner de stationære månedlige indikatorer der er tilgængelige i året v_j og er transformeret for at få stationæritet. Det selvfølgelig klart at der kræves forskellige transformationer afhængigt af formen af den pågældende variabel. μ_i er konstant og $x_it = \lambda_{i1}f_{1k} + ... + \lambda_{ir}f_{rk}$ og ϵ_{it} er to ortogonale ikke observeret stationære stokastiske processer. $i = 1, ..., n$ identificerer tidsserien, t betegner tiden i måneder fra første observation til sidst tilgængelig og T_{ivj} indikerer sidste periode i serien i i året v_j. Eksempelvis når indikatoren privat forbrug bliver udgivet i måned v, vil observationerne for indikatoren være for sidste periode, $T_{ivj} = v - 1$. Det antages at processen x_it, hvilket er de almindelige komponenter, er en lineær funktion af et par ikke observeret almindelige faktorer f_t der fanger 'næsten alle' bevægelser i økonomien, mens den idiosynkratiske komponent ϵ_{it} fanger bevægelser der er specifikke for hver variable i. Modellen bliver således omskrevet til en matrix form:

$$x_t|v_j = \mu + \lambda f_t + \epsilon_t|v_j = \mu + \chi_t + \epsilon_t|v_j \tag{2}$$

hvor $x_t = (x_{1t}|v_j, ..., x_{nt}|v_j), \epsilon_t|v_j = (\epsilon_{1t}|v_j, ..., \epsilon_{nt}|v_j), F_t = (f_it, ..., f_{rt}), \lambda = (\lambda_1, ..., \lambda_n)$.

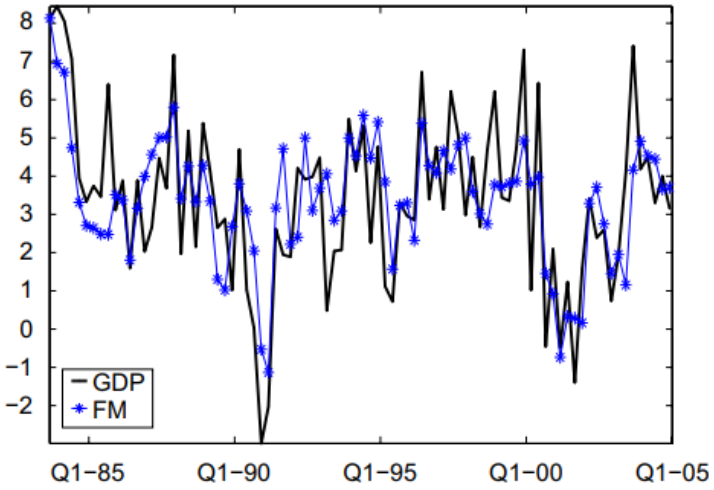
yderligere antages at BNP-vækst og de månedlige indikatorer er normalfordelt, derpå opnås at BNP-vækst er en lineær funktion af de forventede fælles faktorer. (Giannone et al., 2008)

$$y_{3k}|v_j = \alpha + \beta F_{3k}|v_j \tag{3}$$

Når man arbejder med fælles faktorer i realtid og samtidig ønsker at udnytte aktualiteten i frigivelsen af månedlige indikatorer, kræver det at man håndterer manglende data i slutningen af prøven. Metoden der anvendes er *two-step estimator*, som hjælper med at fange makroøkonomiske stød i realtid. I første omgang er modellens parametre estimeret ud fra en OLS - regression på hovedkomponenterne og derefter anvendes *Kalman smoother* på disse komponenter for at beregne værdien af fælles komponenterne. Modellen bliver yderligere specificeret til en vektor autoregression for at kunne anvende *Kalman smoother*. Dernæst bliver de idiosynkratiske komponenter specificeret. Datasættet består af omkring 200 makroøkonomiske indikatorer for US GDP. Herunder høj frekvens indikatorer som eksempelvis forbrugspriser, produktionspriser, beskæftigelse, finansielle indikatorer, andre konjunkturindikatorer og adskille andre relevante indikatorer. Tidshorisonten for modellen går tilbage til 1982 og er indsamlet i 2005. Givet estimaterne for fælles faktorerne kan nowcast af

USA's BNP, y_{3k}, baseret på ligning (3), hvor β og α bliver estimeret gennem en OLS - regression. Nedenstående figur viser publikationens nowcast af den amerikanske vækst op imod den aktuelle BNP-vækst.

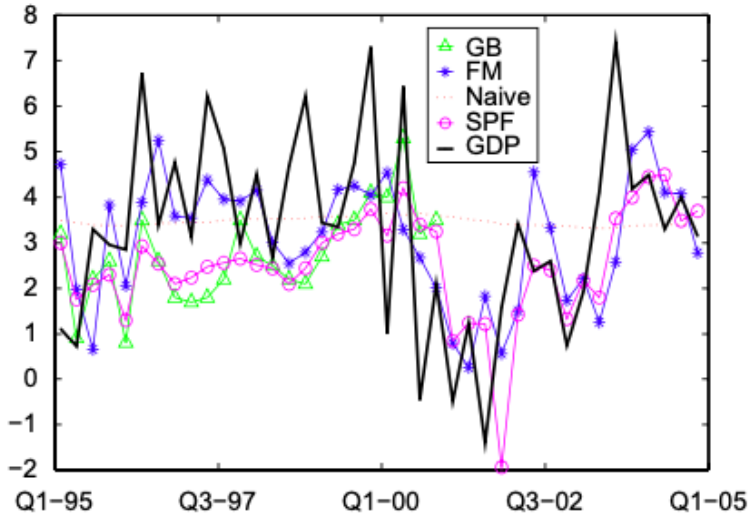
Figure 2: Actual GDP versus Nowcast



Kilde: (Giannone et al., 2008)

Umiddelbart illustrerer figuren at modellen følger den aktuelle BNP-vækst nogenlunde. Modellen er især effektiv til at fange de to recessioner, henholdsvis i starten af 1990'erne og i begyndelsen af det nye årtusind. Yderligere foretages autokorrelation på alle fire lags, for at vurdere om der er korrelation mellem en tidsserie og dens selv samme tidsserie, dvs. om værdierne i en tidsserie afhænger af de foregående tidsserier. Kun kvartal to er marginal signifikant, hvor *white noise* derfor ikke kan udelukkes. Den præcise ACF kan observeres i bilag A.1, med de tilhørende p-værdier. Yderligere foretages en out-of-sample af modellen som bliver sammenlignet med andre benchmark modeller, som i dette tilfælde er Survey of Professional Forecast (SPF), Federal Reserve og *Naive constant-growth model* hvor minimal forarbejde af data er foretaget til nowcast. Modellen starter i første kvartal 1995 og slutter i sidste kvartal 2004.

Figure 3: Sammenligning af forskellige Nowcast resultater



Kilde: (Giannone et al., 2008)

I figuren ses det tydeligt, at den langsomme vækstperiode der starter i 2001 fanges ligeså godt af SPF og GB. Derimod fanger SPF og GB ikke stigningen i væksten i anden halvdel af 1990'erne, mens faktor modellen ikke har nogen bias i denne periode og følger godt med. Udover den visuelle sammenligning er *mean square forecast error*(MSFE) foretaget på alle modeller. MSFE indikerer hvor nøjagtigt prognoserne er i forhold til hinanden, hvor tal under 1 indikerer større nøjagtighed og tal over 1 indikerer mindre nøjagtighed. Her ses det, at hverken SPF eller FM udover første kvartal er mere nøjagtigt end *naive model*(se bilag A.2). Publikationen har behandlet et standardproblem i realtid, ved at skønne BNP-vækst i nuværende kvartal i forhold til, hvornår dataene udgives. Tidspunktet for udgivelsen af indikatorerne er en nøglefaktor for forudsigelsesevnen af prognoser. Det konkluderes at estimaterne for BNP-vækst i nuværende kvartal giver forholdsvis gode resultater både *in-sample* og *out-of-sample*. I efterfølgende afsnit vil et andet publikation som forsørger at Nowcaste BNP for Indonesien blive gennemgået.

2.2 Nowcasting Indonesia

Nowcasting Indonesia er en publikation i samarbejde med Federal Reserve Board. Publikationen er skrevet af Matteo Luciani, Madhavi Pundit, Arief Ramayandi, og Giovanni Veronese i 2015 (Luciani et al., 2015). Formålet med publikationen er, at forsøge forudsige den nuværende økonomisk tilstand i realtid i Indonesien. Herunder dukker to hovedspørgsmål op: hvor mange og hvilke indikatorer skal der vælges, og hvilken økonometrisk model anvendes for at trække oplysninger ud fra dataene. Publikationen tager udgangspunkt i en Dynamic Factor Model, baseret på det faktum

at modellen kan håndtere manglende data og indikatorer med blandet frekvens. Derudover referere de til (Giannone et al., 2008), hvori den anvendte DFM er blevet et standardværktøj til at overvåge økonomisk aktivitet.

Økonomiske indikatorer kan være tilgængelige månedlig, ugentligt, dagligt og på kvartalbasis og disse oplysninger kan anvendes til at danne en nowcast model som beskrivelser den aktuelle økonomiske situation. Der kan indgå støj, forsinkelser og manglende information når man arbejder med højfrekvens data, og dette kan give et misvisende billede af realtids overvågning. Indonesien er et land med et antal høje frekvensdata og samtidig et miljø hvor vækstvolatiliteten er høj, og derfor skal der tages højde for det. Den indonesiske BNP faldt med mere end 15% under den asiatiske finanskrise i slutningen af 1990'erne. Siden 2002 har vækstraten været stabiliseret, med lav volatilitet. På baggrund af dette, udelukkes kriseåret fra stikprøven for at undgå at perioden ville dominere modellen, hvilket er argumentet for at data efter 2002 anvendesLuciani et al. (2015) . Et andet problem det indonesiske BNP data indeholder, er markante sæsonmønster i vækstserien. For at håndtere dette problem, bliver der konstrueret en lang række tidsserie for BNP ved at anvende YoY vækstrater. YoY indikerer hvordan indikatorerne er opgjort, eksempelvis vil værdierne for eksport indikere udviklingen i forhold til forgående år. I resten af analysen anvendes derfor YoY vækstrater, på baggrund af at det skal være muligt at sammenligne modellen med troværdige benchmark modeller, herunder International Monetary Fund (IMF) og Asian Development Bank (ADB).

I Indonesien rapporteres BNP data kvartalvis med en forsinkelse på cirka fem uger. Dvs. vækstraten i økonomien i første kvartal som slutter i marts, ikke er kendt før den anden uge i maj. Dette er utilstrækkeligt med henblik på overvågning i realtid, da man ikke kan vurdere den økonomiske aktivitet i næsten fem måneder ind i året. Nogle analytiker anvender industriproduktionsindekset som en proxy for output i og med det er tilgængeligt på månedlig basis. Dette kan dog kun lade sig gøre, hvis industrisektoren har tæt korrelation med den samlede økonomiske aktivitet. For Indonesiens tilfælde viser det sig, at forholdet mellem Indonesiens BNP-vækst og YoY vækstraten for industriel produktion er svagt forbundet og derfor kan industrisektoren ikke anvendes som en pålidelig proxy for BNPLuciani et al. (2015). I rapporten nævnes flere tilgange til valg af variabler. Herunder en mekanisk statistisk selektionsprocedure, men da automatisk valgmetode kan føre til et ustabilt valg af variabler, anvendes der derfor Bloomberg - platformen hvor professionelle forecastere følger den indonesiske økonomi. På baggrund af Bloomberg-platform konstruere de deres eget database. Dette kan ses i tabellen forneden.

Figure 4: Indonesiens databeskrivelse

Variable	Freq.	Source	Start	Delay	Trans.
Central Bank policy rate	M	Bank Indonesia	Jan-93	1	
PMI developing economies	M	JP Morgan	Apr-04	4	
Cement, domestic consumption	M	Statistics Indonesia	Jan-94	10	yoy
Exports	M	Statistics Indonesia	Jan-93	15	yoy
Car sales	M	PT Astra	Jan-93	16	yoy
Imports: Consumption Goods	M	Statistics Indonesia	Mar-01	34	yoy
Imports: Capital Goods	M	Statistics Indonesia	Mar-01	34	yoy
Imports: Raw materials	M	Statistics Indonesia	Mar-01	34	yoy
Gross Domestic Product	Q	Statistics Indonesia	Q1 1993	36	yoy
Business Tendency Index	Q	Bank Indonesia	Q2 2000	38	
M2	M	Bank Indonesia	Jan-93	59	yoy

Kilde: (Luciani et al., 2015)

I tabellen ses de ti makroøkonomiske indikatorer plus BNP der anvendes i datasættet. Alle indikatorer der indeholder for få observationer udelukkes. Dernæst er indikatorere som relaterer sig til realøkonomiens tilstand udelukket, herunder valutaserver og udenlandske aktiver da de hovedsageligt er relateret til valutapolitik. Endvidere er det indenlandske cementforbrug tilføjet, da det menes at byggeaktivitet spiller en rolle for den indonesiske økonomi. "Freq" illustrerer hvorvidt variablerne bliver udgivet månedligt eller på kvartalbasis. "Delay" illustrerer udgivelsesforsinkelsen udtrykt i antal dage. F.eks. offentliggøre *PMI developing economies* kun fire dage efter referencemåneden, hvor data fra *M2* offentliggøres næsten to måneder efter referencemåneden. Der er altså stor forskel på udgivelsesforsinkelserne i datasættet. Baseret på indikatorerne estimeres de en Dynamic Factor Model. Modellen er baseret på ideen om, at makroøkonomiske udsving er resulteret af få makroøkonomiske chok, som kan påvirke dele eller hele økonomien. Ligningen kan udtrykkes således:

$$x_i t = \Lambda_i f_t + \epsilon_i t i = 1, ..., n \tag{4}$$

f_t er et antal almindelige faktorer som er tidsserie processer , hvilket er beregnet til at fange konjunkturcyklen. Samt er det også en $rx1$ vektor (med $r << n$) der indeholder fælles faktorer. $x_i t$ lader de være den $i - th$ stationære variable ved måned t. $\epsilon_i t$ er den idiosynkratisk komponent. Vektoren af almindelige faktorer udvikler sig over tid som en VAR (p), drevet af de almindelige stød $u_t N(0, I_r)$, mens hver idiosynkratisk komponent følger en uafhængig AR (1) model, drevet af de idiosynkratiske stød $e_i t$.

$$\epsilon_i t = p_i \epsilon_i t - 1 + e_i t \tag{5}$$

Der anvendes en maximum likelihood teknik og EM-algoritme, som er inspireret af (Bańbura and Modugno, 2014) samt ligning 1 og 2 som definerer Dynamic Factor modellen. Det er værd at sammenligne DFM med benchmark modeller, for at kunne vurdere hvorvidt modellen er tilstrækkeligt. DFM modellen bliver derfor først sammenlignet med tre statistiske benchmark modeller, herunder Random Walk (RW) model, Autoregressiv (AR) model og en Bridge model.

Figure 5: Root Mean Squared Error: Slutningen af måneden

	Month	DFM	AR	RW	Bridge
Forecast	1	0.595	0.703	0.847	0.627
	2	0.525	0.619	0.661	0.567
	3	0.467	0.619	0.661	0.536
Nowcast	1	0.441	0.609	0.666	0.494
	2	0.342	0.455	0.430	0.391
	3	0.298	0.455	0.430	0.361
Backcast	1	0.279	0.456	0.459	0.331

Kilde: (Luciani et al., 2015)

Figur 5 viser Root Mean Squared Error (RMSE) for udgangen af 1., 2., og 3. måned for henholdsvis DFM, AR(2), RW og Bridge modellen. Tabellen er delt op i tre dele, henholdsvis forecast, nowcast og backcast, dvs. forudsigelsen fra det foregående kvartal. Første kolonne indikerer de henholdsvis tre måneder i kvartalet, og de resterende fire kolonner indikerer de fire forskellige modeller. RMSE for Dynamic Factor Modellen er faldende i alle tre kategorier, efterhånden som mere data bliver tilgængelig. I forhold til benchmark modellen AR, ses en tydeligt difference i RMSE for alle tre kategorier. Eksempelvis nowcaster DFM 3. måned med en RMSE på 0.298, hvor bencmark modeller nowcaster henholdsvis med en RMSE på 0.455, 0.430 og 0.361 i nævnt rækkefølge i tabellen. Yderligere er RMSE for hver enkelt indikator undersøgt. Dette på baggrund af, at nogle indikatorer kan påvirke væksten mere end andre indikatorer. Nedenstående tabel viser RMSE der knytter sig til hver dataudgivelse.

Figure 6: Root Mean Squared Error: Indikator

	Day	Release	Forecast	Nowcast	Backcast
Month 1	1	Policy rate	0.624	0.485	0.315
	3	Imports*	0.606	0.455	0.297
	4	PMI	0.612	0.460	0.300
	10	Cement	0.611	0.456	0.296
	15	Exports	0.595	0.442	0.280
	16	Car sales	0.594	0.440	0.277
	28	M2	0.595	0.441	0.279
Month 2	1	Policy rate	0.594	0.443	0.278
	3	Imports*	0.592	0.458	0.285
	4	PMI	0.598	0.467	0.285
	5	GDP	0.589	0.436	
	7	BTI**	0.588	0.437	
	10	Cement	0.582	0.426	
	15	Exports	0.524	0.348	
	16	Car sales	0.525	0.342	
	28	M2	0.525	0.342	
Month 3	1	Policy rate	0.518	0.344	
	3	Imports*	0.509	0.327	
	4	PMI	0.514	0.337	
	10	Cement	0.509	0.333	
	15	Exports	0.459	0.298	
	16	Car sales	0.464	0.295	
	28	M2	0.467	0.298	

Kilde: (Luciani et al., 2015)

Overstående er RMSE for dataudgivelsen præsenteret for 1., 2., og 3. måned i kvartalet. *Day* kolonnen fortæller hvornår de forskellige indikatorer bliver udgivet, hvor $*$ indikerer at 3 forskellige serier bliver udgivet samme dag. Jo lavere RMSE er jo bedre er indikatoren til at forudsige BNP væksten. Eksport viser et tydelig fald for hver måneds udgivelse. Første måned er RMSE for eksport på 0.485 hvor tredje måneds RMSE er på 0.298. Det samme gør sig gældende for *Car sales* og *Cement* som begge oplever et tydeligt fald fra første udgivelse til tredje dataudgivelse. Dette betyder ikke nødvendigvis at indikatorer med høj RMSE skal fravælges, da hver en af dem kan forbedre estimeringen af modellen. Dernæst bliver modellen sammenlignet med markedsoperatører, herunder Bloomber Survey (BS). Bloomberg's forudsigelser bliver leveret uafhængigt af et antal specialister et par dage før BNP frigives. Normalvis bliver BNP-indikatoren revideret ofte, men i Indonesiens tilfælde er BNP-indikatoren blevet revideret markant. Dette kan have en betydning, når modeller forsøges at sammenlignes med virkelige prognoser. Publikationen finder på baggrund af et relativt smalt sæt af indikatorer, at Dynamic Factor Modellens fejlled af nowcastet falder med 35% sammenlignet med benchmark modellen AR. På baggrund af mangel af tidsserier i datasættet til DFM, kan en sammenligning med Bloomberg Survey ikke umiddelbart vurderes (Luciani et al., 2015). Denne rapport vil tage udgangspunkt i overstående Dynamic Factor model, hvor modellen udføres i Jdemetra,+ hvilket vil blive beskrevet i senere afsnit. Derudover bliver modellen ikke sammenlignet med overstående benchmark modeller, men med en ARIMA og efterfølgende LSTM. Projektets valg af Dynamic Factor Model er baseret på det faktum, at den er i stand til at estimere på baggrund af manglende data samt blandede indikatorer, som det har vidst sig for Indonesien. I projektet vil både månedlige og kvartal data derfor anvendes til at nowcaste den danske BNP. Yderligere er første publikation af (Giannone et al., 2008) blevet et standardværktøj til at forudsige økonomisk aktivitet.

3 Teori

3.1 ARIMA

ARIMA er en generaliseret model af *Autoregressive Moving Average*(ARMA), hvor der inkluderes et sæson element for at gøre en serien stationær. For at kunne danne pålidelige forecast over tid er stationæritet en nødvendighed for alle tidsserier inden for ARIMA. En tidsserie er stationær hvis de statistiske egenskaber forholdes konstant over tid, hvilket inkluderer middelværdi, varians og kovarians. Middelværdien $E(y_t)$ antages at være konstant over tid, ensbetydende med at for alle $t - s$ antages den forventede værdi $E(y_t)$ at være lig med teoretiske middelværdi μ

$$E(y_t) = E(y_{t-s}) = \mu \tag{6}$$

Variansen er også konstant over tid, altså $E[y_t - \mu)^2]$ er den samme for alle perioder $yt - s$.

$$E[y_t - \mu)^2] = E[y_{t-s} - \mu)^2] \tag{7}$$

Sluttelig skal kovariansen ikke varierer over tid $E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)]$

$$E[y_t - \mu)(y_{t-s} - \mu)] = E[(y_{t-j} - \mu)(y_{t-j-s} - \mu)] = \gamma_s \tag{8}$$

Kovariansen afhænger kun af distancen s og ikke af tiden t. Det vil sige at y_t og y_{t-s} har de samme autokovarians. Hvis nogen af disse statiske egenskaber ikke er konstant over tid antages serien for at være ikke stationær. ARMA består af to processer, Autoregressive proces(AR) og Moving-Average(MA), som begge kan anvendes til forecasting hver for sig, men kan også kombineres tilsammen til dannelsen af *Autoregessive Moving Average*(ARMA). En autoregressiv proces (AR) er en økonometrisk proces, som beskriver den afhængige variabel ud fra dens egen tidligere værdier. Dette udtrykkes som følgende:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \epsilon_t \tag{9}$$

y_t består af en skæring a_0, dens egen tidligere værdi $a_1 y_{t-1}$, samt et ukendt fejlled som forklarer forskellen mellem den forventede værdi og den aktuelle værdi observeret. I dette tilfælde vil det sige, at y_t kun afhænger af dens egen laggede værdier, herunder y_{t-1}, y_{t-2} og y_{t-3}. Eksempelvis er en random walk en AR(1) process, hvor $a_0 = 0$ og $a_1 = 1$. Den fremtidige værdi vil kun afhænge af den laggede værdi og et fejlled. Autoregressive processer kan dermed forsættes i en AR(p) model:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i y_{t-i} + \epsilon_t \tag{10}$$

På baggrund af dette kan der dannes en AR$(1, 2, 3....i)$ funktion for vores predicition. Den anden komponent til ARMA er en Moving Average(MR) proces. MR forecasting afhænger af det nuværende og tidligere perioders fejlled. Dette kan udtrykkes således gennem en MR(1):

$$y_t = +\epsilon_t + \beta_1 \epsilon_1 \tag{11}$$

Her består serien y_t af det tidligere periodes fejlled $\beta_1\epsilon_1$, samt det nuværende fejlled. Dette kan skrives op som en MR(Q) og ligningen ser således ud:(Enders, 2014).

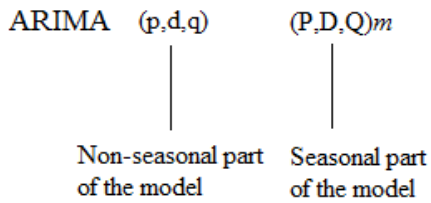
$$x_t = \sum_{i=0}^{q} \beta_i \epsilon_{t-i} \tag{12}$$

Denne AR(P) og MR(Q) proces kan sammenkobles til at danne ARMA modellen, som bygger på både AR modellens afhængighed af tidligere værdier y_t, kombinereret med MA modellens indflydelse af tidligere værdier af ϵ_t. Overstående to processer kombineret giver en ARMA(p,q):

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_p y_{t-p} + \epsilon + \beta_1 \epsilon_{t-1} + \beta_q \epsilon_{t-q} \tag{13}$$

y_t bliver nu beskrevet gennem en autoregressiv proces $a_0 + a_1 y_{t-1} + a_p y_{t-p}$, sammensat med en Moving Average proces $\beta_1\epsilon_{t-1}+\beta_q\epsilon_{t-q}$. Eksempelvis vil en serie der følger en ARMA(2,1) proces være ensbetydende med, at serien y_t afhængeraf en AR(2) proces og en MA(1) proces kombineret(Enders, 2014). En RIMA model indeholder en differencering(d), som anvendes ved ARMA serier som antages for at være ikke stationære. Differentiering(d) er et udtryk for antal differentieringer der er nødvendig for at gøre serien stationær. Antallet af differentieringer er generalt altid $d < 3$ og kun i meget sjældne tilfælde vil der kræves yderligere differentiering(SAS Institute, 2020). ARIMA(p,d,q) kan hermed opggøres som p orderen af den autoregressive del, d antallet af differentinger og q som er orderen af MA processen(SAS Institute, 2020). ARIMA processen kan udvides yderligere ved at tilføje en sæson komponent til modellen. Dette udtrykkes igennem notationen ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)m, hvor p,d,q har samme notation som tidligere. Forskellen er (P,D,Q)s, hvor P er orderen af den sæsonlige autoregressive del, D er orderen af den sæsonlige differentiering, Q orderen af den sæsonlige Moving Average proces og M udtrykker længden af den sæsonlige cyklus(Athanasopoulos and Hyndman, 2018).

Figure 7: ARIMA med og uden sæson



Kilde: Egen illustration

3.2 AIC

En af de største problematikker ved anvendelse af en model er spørgsmålet omkring hvor godt fitter modellen dataene. Ved tilføjelse af yderligere lags for p og q vil det oftest resulterer i en reduceret *Sum of Squares*(SSQ)(Enders, 2014). Tilføjelse af lags involverer også negative konsekvenser, grundet reducereret antallet af frihedsgrader og påkrævet estimation af yderligere koefficienter. Det kan herved være vanskeligt at bestemme det præcise antal af lags for de forskellige (p,d,q)(P,D,Q), uden at bruge for mange frihedsgrader. *Akaike Information Criterion*(AIC) er en velkendt model selektions kriterie, som i denne sammenhæng kan benyttes til at bestemme det optimale valg af lags for (p,d,q)(P,D,Q) i eksempelvis ARIMA(Enders, 2014). AIC kan defineres således:

$$AIC = T\ ln(Sum\ of\ Square\ residuals) + 2n \tag{14}$$

hvor n er antallet af parametre estimeret($p + q+$ konstant) og T = antallet af brugbare observationer. Jo lavere en AIC værdi desto bedre er modellen til at beskrive dataene. Ved konstruktionen af en model er det nødvendig kun at anvende relevante lags(jo lavere n desto lavere AIC), uden at miste forklaringgrad i SSR. Ved analyse af AIC for forskellige antal af lags(p,d,q)(P,D,Q), kan der observeres hvilken modelspecifikation der passer serien bedst.

3.3 Dynamic Factor Model

Betydningen af empirisk økonomi og empiriske makroøkonomiske modeller er de sidste 20 år steget markant, da mere og bedre data er tilgængeligt. Faktoranalysen blev først introducerede i psykologilitteraturen af psykologen Charles Spearman (Spearman, 1904), hvis formål var at analysere en række personers kognitive færdigheder for at bestemme om "intelligens" består af kombination af en række faktorer, herunder hukommelse, matematiske evner m.m.. Faktormodellen blev senere hen udviklet af John Geweke i 1977 (Stock and Watson, 2010), for at indfange kombinationer i økonomiske tidsserier, hvor det førhen var udviklet til *cross sectional data*. Ideen bag faktormodeller er baseret på, at makroøkonomiske udsving er resultat af et lille antal makroøkonomiske og strukturelle chok der påvirker alle variabler og regionale chok der påvirker en eller få variabler.

Makroøkonomiske forskere har været nødsaget til at arbejde med en specifik datastruktur, sammenlignet med andre dataorienteret videnskaber. Kendetegnet ved økonomisk data er, at der mærkbar begrænsning på relevant data observationer som kun kan forøges gennem tiden. Det er først i de seneste 20-40 år at makroøkonomiske data er blevet målt og præsenteret offentligt med høj nøjagtighed(Clements and Hendry, 2011). Derimod findes der utallige mange variabler som er blevet målt månedligt eller kvartalt i disse 20-40 år. Dette er også tilfældet for Danmark Statistisk som først begyndte at opgøre mere data med månedligfrekvens omkring år 2000-2007. Dette skaber en vis form for datastruktur, hvor der findes tusindvis af forskellige serier tilgængelig, men økonomer står over for begrænsningen af disse serie kun går tilbage 20-40 år(Clements and Hendry, 2011). Dynamic Factor Models spiller i denne sammenhæng en væsentlig rolle pga. deres evne til modellerer datasets hvor antallet af dataserier er højere end antallet af tidsserie observationer(hvilket oftest er tilfældet for makroøkonomisk data). Dynmaic Factor Model blev først introduceret tilbage i

1977 af Geweke som en tidsserie udvidelse af faktormodeller. Sargant and Sims udgav en rapport på baggrund af Geweke's opdagelser, hvor de påviste hvordan to dynamiske faktorer kan forklare størstedelen af variansen i specifikke økonomiske variabler som eksempelvis arbejdsløshed og BNP(Sargent and Sims, 1977). Forudsætningen for Dynamic Faktor Modeller er at få latente variabler f_t driver bevægelserne i en høj dimensionel vektor af tidsserie variabler X_t , som yderligere er påvirket af en stokastisk vektor med en middelværdi på $0e_t$. Denne stokastiske vektor er med til at beskrive målefejl eller andre tilfældigheder til enhver individuel tidsserie. De latente faktorer følger generalt en vector autoregression(VAR) tidsserie proces(Clements and Hendry, 2011). Overordnet kan Dynamic Factor Model beskrives således:

$$x_t = \mu + \Lambda f_t + \epsilon_t \tag{15}$$

$$f_t = \sum_{i=1}^{p} A_i f_{t-i} + Bu_t \tag{16}$$

$$u_t \sim ß.i.d.N(0, I_q)$$

Hvor der er N serier, hvilket betyder at x_t og e_t vil blive til en N $\times$ 1(Clements and Hendry, 2011). I ligning 15 kan ses, at variablerne x_t er udtrykt som en funktion af et intercept μ og r latente faktorer f_t. Variablerne x_t vil blive sat op sammen med de latente faktorer f_t gennem Λ. Ligning 16 følger en VAR(P) proces på faktorerne f_t. ϵ_t og u_t er normalfordelt, hvilket gør det muligt at anvende Kalman Filter. Derudover er vektoren af den idiosynkratiske komponent ϵ_t ikke korreleret til u_t ved alle lags $E[\epsilon_t u'_{t-k} = 0$ for alle k.(Serge de Valk, Daiane de Mattos). Der antages yderligere at processerne i ligning 15 og 16 er stationære over tid(Clements and Hendry, 2011). Det gennembrudene ved Dynmaic Facor Models er at hvis men kender aller faktorerne f_t og alle antagelserne bliver overholdt, så vil det være muligt at generer effektive forecasts for en indivudal variabel ved brug af population regressionen af den variabel på de laggede faktorer og den laggede variabel(Clements and Hendry, 2011).

3.3.1 Estimation

Ved anvendelse af Dynamic Factor Model findes der adskillige metoder til estimationen af de dynamiske faktorer anvendt i modellen. Der vil i dette projekt kun fokuseres på de relevante estimationsmetoder for nowcasting, så adskillige metoder vil blive udelukket. Den mest optimale estimation afhænger blandt andet af størrelsen af N(antallet af serier). Hvis der arbejdes med en faktormodel hvor antallet af variabler er mindre end 6-7 kan der overvejes en Strict Factor Model og diverse andre estimationer (Barhoumi et al., 2017). Der vil i dette projekt fokuseres på Dynmaic Factor Model med anvendelse inden for nowcasting, hvilket hentyder til at der vil fokuseres på estimationer med en høj N, altså hvor N variabler er større end 6-7. Der vil beskrives to metoder til estimationen af dynmaiske faktorer: Two-stage som der anvendes af (Giannone et al., 2008) og Expectation-Maximization som anvendes af Banbura et al(Clements and Hendry, 2011).

3.3.2 Two-Stage Estimation

Two-Stage estimation bliver gennemgået i Giannone et al.(2008) til at estimerer deres dynamiske faktorer. Ved det første stadie udregnes parametrene af Λ matricen og f_t er estimeret gennem Principal Components Analyse(PCA), ved brug af en standardiseret panel (X_t), hvor der ikke indgår manglede værdier eller outliers:

$$\min_{f_1,..,f_T,\Lambda} \frac{1}{NT}\sum_{t=1}^{T}(\bar{X}_t - \Lambda f_t)'(\bar{X}_t - \Lambda f_t) \text{ s.t. } N^{-1}\Lambda'\Lambda = I_r \tag{17}$$

Estimatoren for varians og kovarians matricen for ϵ_t er givet gennem:

$$\widehat{\Psi} = diag(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(\bar{X}_t - \widehat{\Lambda}\widehat{f}_t)'(\bar{X}_t - \widehat{\Lambda}\widehat{f}_t)') \tag{18}$$

Løsningen til overstående ligning er at sætte $\hat{\Lambda}$ lig med eigenvektorerne af varians og kovarians matricen af $\hat{X}_t$ associeret med den r med højeste eigenværdier(Serge de Valk, Daiane de Mattos). Koefficienterne af matricen $A_i, i = 1, 2, ..., p$ fra ligning 16 bliver estimereret gennem OLS regression af f_t på $f_{t-1}, ..., f_{t-p}$. Efter koefficienterne er blevet estimeret gennem OLS, bliver der anvendt Kalman Smoothing på hele datasættet til at estimere faktorerne yderligere for x_t og hermed udregne værdien af de latente variabler f_t(Giannone et al., 2008).

3.3.3 Expectation-Maximization

Expectation-Maximization(EM) er en alternativ estimationsmetode til at udregne de latente faktorer i en Dynamic Factor Model baseret på maximum likelihood. Fordelen ved anvendelsen af denne estimationsmetode er, at metoden kan håndterer manglende værdier med vilkårlige mønstre i et datasæt. Ideen bag EM algoritmen er at skrive "the likelihood" gennem både observeret data og ikke observeret data, samt erstatte de manglende værdier i dataene gennem et "expectation step"(Bańbura and Modugno, 2014). Dette gøres ved at skifte mellem to iterationer. Den første udregner forventningerne af log-likelihood betinget på dataene ved brug af parametre estimaterne fra den tidligere iteration. Det anden iteration består af, at estimerer parametrene yderligere gennem maksimering af den forventede log-likelihood(Bańbura et al., 2013). Der er adskillige fordele ved EM algoritmen sammenlignet med two-step for nowcasting. Den væsentligste fordel er, at estimationsmetoden tillader fleksibilitet med manglende observationer. Det vil sige metoden er mindre restriktiv sammenlignet med two-step metoden, grundet metoden tillader at anvende en *mixed frequency database*. Sekundært er det muligt at ophæve restriktioner for parametrene. Eksempelvis bliver det gjort af Banbura og Modugno(2014), som ophæver restriktionen omkring *factor loadings*(Bańbura and Modugno, 2014). EM algoritmen er velegnet til data med forskellige serielængder, hvilket er yderest relevant for Euro-zonen med serier som først er blevet introduceret inden for de seneste år. Herunder kan korte relevante dataserier kombineres med ældre dataserier til at udregne det mest præcise nowcast(Bańbura and Modugno, 2014).

Metoden udregner parametrene for de uobserverede *common factors* og de manglende værdier gennem en Expectation-Maximization algoritme, som anvender den følgende gentagne struktur(Serge de Valk, Daiane de Mattos):

- **E-step:** Den betingede forventing af likelihood funktionen udregnes gennem estimater af de statiske parametre (θ) fra tidligere iterationer, θ_j;
- **M-step:** De nye parametre θ_{j+1} er estimeret gennem maksimeringen af likelihood funktionen fra tidligere step med hensyn til θ.

3.4 Deep Learning and LSTM

I denne sektion vil der introduceres Machine Learning metoder, med fokus på den bagvedliggende teori og hvordan Machine Learning kan benyttes til at besvare økonomiske problemstillinger. Der vil overordnet redegøres for Artificial Neural Networks(ANN), grundet det er en af de mest centrale metoder inden for Machine Learning. Efterfølgende vil der beskrives Recurrent Neural Network, som er en klasse inden for ANN som lægger vægt på sekventiel data, hvilket er relevant i økonomisk sammenhænge. Slutlig vil der præsenteres Long Short-Term Memeory hvilket er en specifik RNN arkitektur som der vil blive benyttet til nowcasting.

3.4.1 ANN

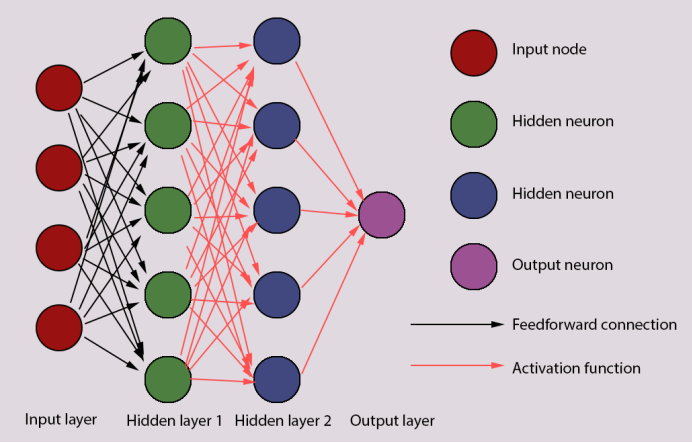
Artificial Neural Networks(ANN) er en velkendt og hyppigt anvendt værktøj inden for deep learning, som tager inspiration fra neubiologi og den menneskelig hjerne. ANN er særligt velegnet til løse ikke linære problemstillinger, grundet deres evne til at konstruere særlige abnorme regler til at producere en optimal løsning(Enzo Grossi, 2008).

Den simpelste defination af et Artifical Neural Network er givet af opfinderen af en af de første neurocomputere, Dr.Roberet Hecht-Nielsen:

> *...a computing system made up of a number of simple, highly interconnected processing elements, which process information by their dynamic state response to external inputs"*(Caudil, 1987).

Et neural network består af mindst 3 layers: 1) et input layer, 2) hidden layers, og 3) et output layer, som interagerer med hinanden gennem nodes/neuroner. Hver eneste node har deres egen input hvor der modtages kommunikation fra andre nodes og et output hvor der dirigeres information til andre nodes.

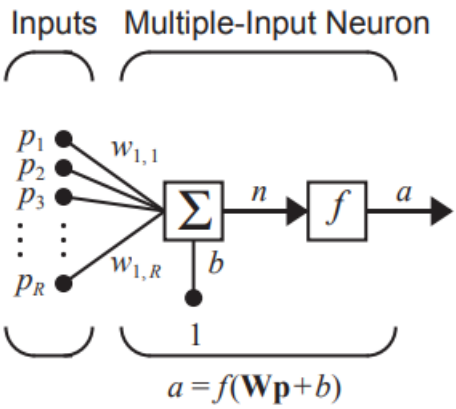
Figure 8: Neural Network Foundations



kilde: Egen illustration

Overstående figur giver et overblik over hvordan neural networks er forbundet. Processen starter med et input layer som består af kunstige input nodes. De har til opgave at bringe data ind i systemet, som efterfølgende vil blive forarbejdet gennem de inkluderede layers. Input nodes adskiller sig fra andre nodes gennem eksklusionen af en activation function. Efter input layeret kommer hidden layers, hvilket består af nodes som modtager et sæt af vægtede inputs og efterfølgende producerer et output gennem en activation function(Hain, 2019). Denne activation function er en ikke-linære funktion.

Figure 9: Illustration af en neuron/node i et ANN



Kilde:(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014)

En node, k modtager et antal inputs P_R. De individuelle inputs $p_1, p_2, ..., p_R$ bliver givet en vægtet værdi $w_{1,1}, w_{1,2}, ..., w_{1,R}$, som forbinder inputet til en summet funktion. Denne sum af alle inputs bliver forbundet med en activation function f, som producerer et output a som bliver videresent til den næste node. Noden har yderligere et bias b, hvilket bliver summeret med de vægtede inputs(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014). Nodens output kan formuleres således:

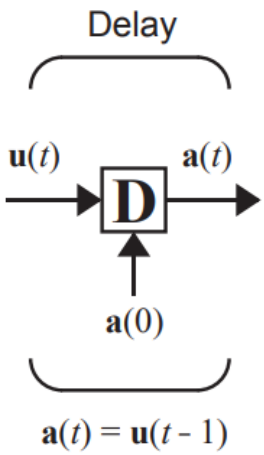
$$a = f(Wp + b) \tag{19}$$

Outputtet produceret af hidden layers forbindes til et output layer, som generer en vektor af sandsyndligheder for de forskellige outputs og vælger det output med det mindste fejled, herunder forskellen mellem forventet og aktuel værdi(Siami-Namini and Namin, 2018). ANN forbedres gennem mere input, grundet de vægtede værdier mellem nodes bliver justeret for hvert input der modtages. Dette grundlag fremhæver hvordan Machine Learning kan være overlegen sammenlignet med traditionelle økonometriske metode. Desto mere data der kan forbindes til Machine Learning algoritmen, desto mere justeres og forbedres algoritmens output.

3.4.2 Recurrent Neural Network

En tidsdimension kan også blive tilføjet til et neural network ved at anvende et *Recurrent Neural Network*(RNN), som tilføjer en delay komponent til ANN strukturen.

Figure 10: Delay komponenten



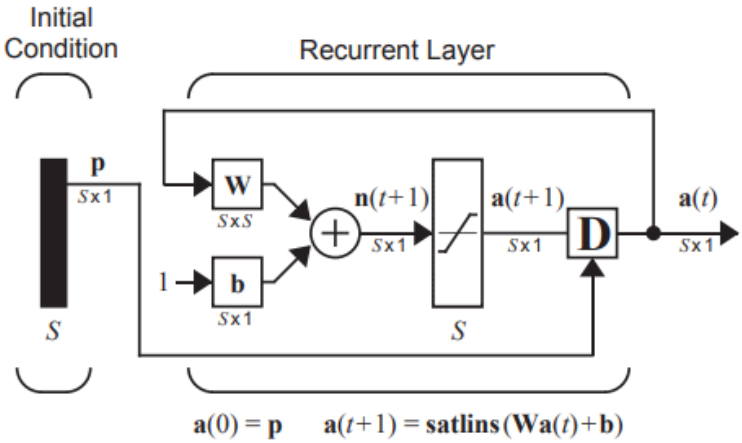
Kilde:(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014)

Delay outputtet $a(t)$ bliver udregnet gennem inputtet $u(t)$ gennem

$$a(t) = u(t-1) \tag{20}$$

Overstående ligning fremhæver hvordan outputtet er afhængig af det tidligere input $u(t-1)$, hvilket skaber et RNN, som ikke kun udregner et output givet et input, men derimod udregner et output gennem et input og tidligere inputs. Figur 11 illustrerer opsætningen i et RNN.

Figure 11: Delay komponenten



Kilde:(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014)

Diverse input p påvirker delay komponenten D. Disse input indgår i noden, men efter anvendelse af activation functionen påvirkes outputtet af delay komponenten. Dette skaber et feedback system hvor tidligere værdier kan påvirke fremtidige værdier gennem hele netværket(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014). Den bagvedliggende teori omkring RNN omhandler brugen af sekventiel observationer, og gennem disse observationer forbedre fremtidige trends. I RNN benyttes hidden layers til at opbevare informationen opfanget i tidligere layers. Den typiske problemstilling der opstår ved fremstilling af traditionelle RNN er, at netværket kun husker få skridt tilbage i sekvensen og størstedelen af RNN ikke er optimereret til at gennemarbejde data med længere sekvens(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014). Long Short-Term Memeory(LSTM) er en innovativ type af RNN, som løser denne problematik gennem *memory cells* og en *memory block*.

3.4.3 LSTM

Long Short-Term Memory(LSTM) er en RNN arkitektur hyppigt anvendt inden for Deep Learning, som først blev introduceret af S. Hochreiter og J.Schmidhuber i 1997(Hochreiter and Urgen Schmidhuber, 1997). Rapporten belyser begrænsningerne ved den traditionelle RNN arkitektur, når der undersøges data der består af længere sekvenssammenhænge.

> *""Back-Propagation Through Time" and "Real Time recurrent Learning" error signals flowing backwards in time tend to either (1) blow up or (2) vanish(Hochreiter and Urgen Schmidhuber, 1997).*

RNN arkitekturen har begrænsninger når der anvendes sekventiel data med længere lags, hvor desto højere lags der anvendes desto større sandsyndlighed for et stigende fejlled. Dette kan være yderest problematisk med især økonomisk data, hvor længere sekvens og højere antal lags kan være altafgørende i dannelsen af et forecast og nowcast. Løsningen til at ophæve begrænsningerne er dannelsen af et netværk, hvor opbevaret information er beskyttet imod forstyrrelser over længere perioder. Samtidig er nøjagtige outputs også beskyttet imod disse samme forstyrrelser over tid(Hochreiter and Urgen Schmidhuber, 1997). Herunder beskrives LSTM fremgangsmetoden, hvor der opbygges en ny struktur med *memory cells* og *gate units* som danner en *Constant Error Carrousel*(CEC). Dette giver netværket mulighed for at huske bestemt information og glemme andet bestemt information. I LSTM findes der memory cells som beskrives som c_j. Hver memory cell er konstrueret omkring en central linære enhed med en CEC. Derudover introduceres en *input gate unit* som har til formål at beskytte hukommelsen opbevaret i j fra irrelavante inputs og en *output gate unit* som beskytter imod forstyrrelser og irrelevant hukommelse opbevaret i j(Hochreiter and Urgen Schmidhuber, 1997). Memory cells(c_j) modtager information/input fra net_{cj}, out_j(output gate) og in_j(input gate).in_j aktivteringen ved tiden t er bestemt gennem $y^{in_j}(t)$, hvor out_j er bestemt gennem $y^{out_j}(t)$. Vi kan hermed opgøre de forskellige memory cells i sammenhæng med input og output gates:

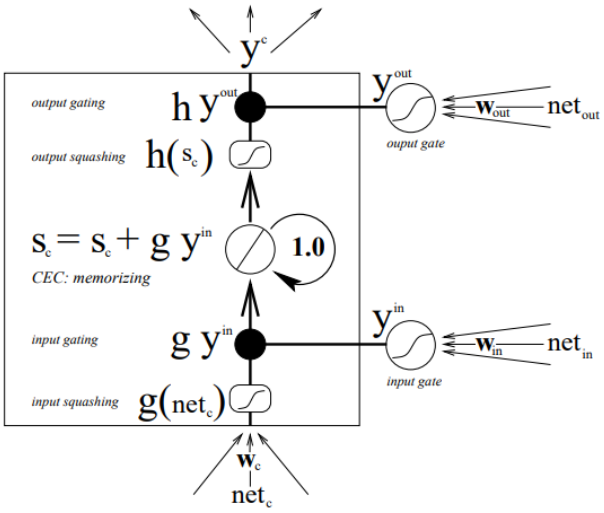
$$y^{out_j}(t) = f_{out_j}(net_{out_j}(t)) : y^{in_j}(t) = f_{in_j}(net_{in_j}(t)); \tag{21}$$

$$net_{out_j}(t) = \sum_u w_{out_j u} y^u(t-1) \tag{22}$$

$$net_{in_j}(t) = \sum_u w_{in_j u} y^u(t-1) \tag{23}$$

$$net_{c_j}(t) = \sum_u w_{c_j u} y^u(t-1) \tag{24}$$

Figure 12: Standard LSTM



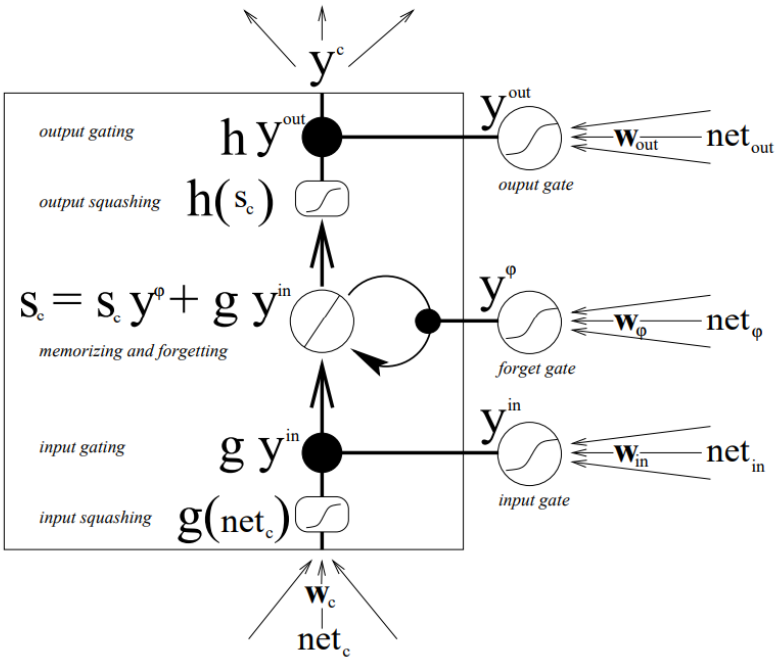
Kilde:(Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale, 2014)

Figur 12 viser sammenhængen mellem de forskellige gates og hvordan CEC opbevares i LSTM. Hver memory cell har deres egen CEC hvilket kan obseveres inde i figuren. Denne CEC er beskyttet imod både fremtidige perioder og tidligere perioder gennem både input og output gate. Når begge gates er lukket(activation omkring 0) vil alt irrelavant information og inputs blive udelukket for cellen, samtidig med at det allerede eksisterende netværk forbliver upåvirket(Gers et al., 1999). Dette kan observeres i figur 12, hvor cellens kerne(CEC) s_c bliver opdateret gennem dens egen nuværende stadie og 3 inputs: net_c som er input til selve cellen, net_in som er input gaten med nyt input og net_out som er output gaten hvor et output generes. Overstående beskrivelse viser den første iteration af LSTM som blev introducereret i 1997 af Sepp Hochreiter og Jürgen Schmidhuber. Der eksisterer dog stadig begrænsninger ved LSTM som senere blev fremvist i en efterfølgende rapport af Gers og Cummins(Gers et al., 1999). Celle stadierne $s_c$har en tendens til kun at vokse linært gennem behandling af en tidsserie. Hvis indstrømmen af input holdes konstant, kan cellen risikerer at vokse i en uhensigtsmæssig forstand. Overstrømmelse af input kan få $h's$ afledte til at forsvinde og dermed blokere indkommende fejl og gøre cellens output lige med output gatens aktivering(Gers et al., 1999).I (Gers et al., 1999) bliver forget gates introduceret, som har til formål at genstarte hukommelseblokke når de bedømmes til at være irrelevante. Herunder udvides LSTM til ikke kun at kunne indbringe bestemt relevant information, men også at bedømme om nuværende information er irrelevant og skal fjernes fra cellen. Forget gate y^φ kan udregnes ligesom forrigegående gates:

$$net_{\varphi j}(t) = \sum_m w_{\varphi jm} y^m(t-1) \tag{25}$$

Overstående ligning fremhæver hvordan $net_{\varphi j}$ er inputtet fra netværket til den såkaldte forget gate. Der anvendes ligesom før en logistisk sigmoid function, hvilket hentyder til at activation function y^{φ} kan varierer mellem 0-1. 1 repræsenterer at inputtet er uerstattelig og skal beholdes, hvor 0 modsat repræsenterer at inputtet er irrelevant og skal glemmes. Nedenstående figur giver en illustration af den udvidet LSTM med inklusion af en forget gate, og hvordan den interagerer med resten af netværket.

Figure 13: Standard LSTM



Kilde:(Gers et al., 1999)

LSTM modtager information fra input gaten y^{in}, hvor der kontrolleres alt nyt input til cellen. Relevant information føres videre igennem til CEC, som er forbundet med en forget gate y^{φ}. Forget gaten har til formål at bedømme om den nuværende information i cellen stadig er relevant, samt om pågældende værdier skal beholdes eller fjernes. Output gaten y^{out} kontrollerer omfanget af, hvordan værdien i cellen bliver brugt til at producerer outputtet af LSTM og hermed producerer et resultat y^{c}.

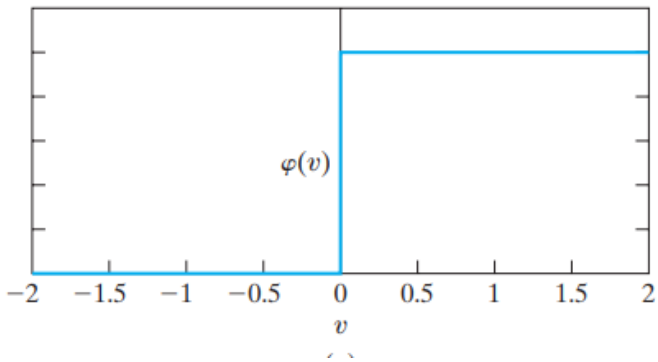
3.4.4 Activation Function

Hver hidden layer indeholder en activation function $\varphi(v)$, som definerer outputtet af nodes. I neural networks er de hypiggeste anvendte activation functions *Threshold Function* og *Sigmoid Func-*

tion(Haykin, 2008). Hvis der anvendes en threshold function vil outputtet blive transformeret til enten 0 eller 1 afhængig af om inputtet er større eller mindre end den specifikke treshold værdi. Dette kan udtrykkes som følgende:

- $\varphi(v) = 1$ hvis v > 0
- $\varphi(v) = 0$ hvis v < 0

Figure 14: Treshold Activation Function



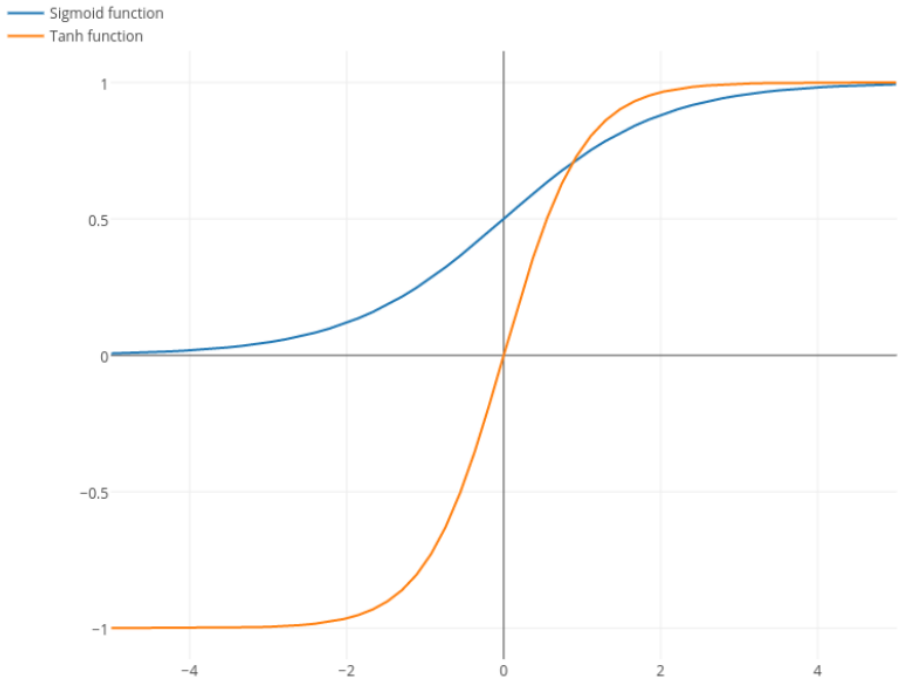
Kilde:(Haykin, 2008)

Her vil alle værdier transformeres til 0, hvis den linære kombination af inputtet(v) ikke formår at overskride 0. Alle inputs vil i denne sammenhæng blive produceret til et output af 0 eller 1 afhængig af inputtets linære kombination(Mitchell, 1997). Dette illustreres også i figur 14 hvor output $\varphi(v)$ altid er ligemed 0 eller 1 afhængig af inputtet(x-aksens værdi). Sigmoid function er en anden activation function som adskiller sig fra andre funktioner, ved at ligge inden for intervallet 0-1. Sigmoid function er den mest anvendte inden for neural networks, grundet dens kombination af lineære og ikke lineære adfærd(Haykin, 2008). Et eksempel på en sigmoid function er den logistiske funktion:

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + exp(-\alpha v)} \tag{26}$$

hvor α er hældningensparameteren til sigmoid function. Når α går imod ininity bliver sigmoid function transformeret til en treshold function. Den væsentlige forskel er at threshold function antager værdier som enten 0 eller 1. Omvendt sigmoid function der omhandler utallige værdier mellem intervallet 0-1. Treshold function er samtidig ikke mulig at differentiere, hvor sigmoid function er differentierbar, hvilket er en afgørende egenskab for neural network(Haykin, 2008).

Figure 15: Sigmoid Activation Function og Hyperbolic Tangent(tanh(v)



Kilde:(Haykin, 2008)

For at tillade negative output værdier i activation function anvendes der en Hyperbolic Tangent(Tanh function), som kan illustreres i Figur 15. En Hyperbolic Tangent funktion kan defineres således:

$$\varphi(v) = tanh(v) = \frac{e^v - e^{-v}}{e^v + e^{-v}} \tag{27}$$

3.4.5 Opsummering

De metodologiske anvendelser der eksisterer inden for Machine Learning kan være utrolig relevant i økonomiske sammenhænge. Styrken ved disse anvendelser ligger på, hvordan netværket er selvlærende og gennem hidden layers(ikke lineære relationer) producerer et output. Et Artifical Neural Network(ANN) består af mindst 3 layers. Et input layer som modtager input til netværket, et hidden layer som pålægger en activation function og et output layer som producerer et output. Alle disse layers bliver forbundet gennem nodes/neuroner som besidder decideret vægte som bedømmer hvilket input der skal igennem cellen og hvilket input der blokeres. En udvidelse til disse networks er RNN, som besidder evnen til at opbevare information opfanget i tidligere perioder. Der anvendes i denne sammenhæng tidligere input til at bestemme outputtet af nuværende input og giver muligheden for at analysere sekventiel dataserier. Ulempen ved RNN er at netværkstrukturen kun

opfanger få forrige lags og ikke er beregnet til data med et større antal lags. Denne problematik løses ignennem LSTM network, som har memeory blocks. Dette giver mulighed for netværket at opbevare information over længere perioder. Den traditionelle LSTM består af en input gate og en output gate. En input gate der kontroller alt nyt input til cellen, hvor alt relevant information føres videre igennem til cellen. En output gate som kontrollerer inputtet og ændrer inputtet gennem et endeligt output layer. Netværket kan trods dette, ikke bedømme hvornår opbevaret information bliver irrelevant. Eksempelvis kan et network antage at arbejdsløsheden fra 1997 er lige så relevant for BNP som arbejdsløsheden i 2020. Dette network er nødsaget opdatering i vægtningen og udskillelse af irrelevant information. I denne sammenhæng indtruduceres LSTM med forget gates som opdaterer cellen og adskiller sig med irrelavant information. LSTM network kan med inklusion af forget gates håndtere alt form for sekventiel data og vil i denne sammenhæng være det foretrukne netværk for nowcasting og forudsigelse af BNP.

3.5 Makroøkonmiske data

Succesen med et nowcast afhænger af tidsserie indikatorer der anvendes. To kriterier gør sig gældende for indikatorerne for BNP-vækstraten. For det første, som med almindelige prognoser skal tidsserien have en korrelation med BNP, og en vis forudsigelsesevne på BNP-vækst. Eksempelvis vil huspriserne afspejle nogle oplysninger om økonomiens tilstand, mens antallet af køer i Danmark har nær så meget at sige om økonomien. For det andet fungerer nowcasting bedre med indikatorer, som frigives oftere end BNP - tidsserier. Hvorfor tidsserier der kun offentliggøres årligt er udelukket i rapporten. Derfor fokuserer rapporten at medtage så mange som muligt tidsserier med månedlig udgivelsesfrekvens. Få kvartalvise tidsserier er tilføjet, da det forventes at have en betydning til at forudsige BNP. Nogle tidsseriers første udgivelse af månedlige data fandt først sted i 2008, hvilket er startsåret i rapporten. Historiske data om den danske BNP anvendes som indikatorer, da det evner at indeholde information om det aktuelle BNP. Problemet er, som tidligere nævnt, at disse tidsserier offentligeggøres med en betydelig forsinkelse. BNP referer til et lands produktion af alle deres varer og tjenester inden for en periode, som følge heraf er det summen af privat forbrug (C), investeringer (I), offentlig forbrug (G) og nettoeksport (X-M),

$$BNP = C + I + G + (X - M) \tag{28}$$

hvor kun udgifter til endelige varer og tjenester tæller, ikke på mellemliggende varer. Baseret på ligning 28 er tidsserier for komponenterne i ligningen tilføjet. Det private forbrug, som udgør omtrent halvdelen af det danske bruttonationalprodukt, har en stor betydning for konjunkturbevægelserne. Det private forbrug opgøres sæsonkorrigerede kvartalvis i Danmarks Statistik. Det antages typisk at individer agerer rationelt. Når forbrugerne på baggrund af al tilgængelig information danner deres rationelle forventninger til fremtidige indkomst og formue, vil det være baseret på information om hvordan øvrige aktører i økonomien, herunder centralbanken og den offentlige sektor forventes at agere. Udsving i det private forbrug kan indikere hvilke retning økonomien er på vej hen til. Dog kan negative vækstrater forekomme i perioder, hvor dansk økonomi ellers er i fremgang. Dvs. hvis

indikatoren eksempelvis peger i retning af pludseligt fald i det private forbrug, betyder det ikke nødvendigvis en vending i økonomien.

Herunder er indikatoren " detailomsætningsindeks" og ”forbrugertillidsindikatoren” medtaget som en potentiel indikator for det private forbrug. I følge Nationalbanken er forbrugertillidsindikatoren et gennemsnit af fem underspørgsmål om henholdsvis, 1) familiens økonomiske situation i dag sammenlignet med for et år siden, 2) forventningen til familiens økonomiske situation om et år sammenlignet med i dag, 3) Danmarks økonomiske situation i dag sammenlignet med for et år siden, 4) forventningen til Danmarks økonomiske situation om et år sammenlignet med i dag og 5) vurderingen af fordelagtigheden i anskaffelse af større forbrugsgoder som fjernsyn, vaskemaskine eller lignende for øjeblikket. Forbrugertillidsindikatoren er medtaget til at forklare udviklingen i det private forbrug, og succeskriteriet vil være dens evne til tidligt at indikere en udvikling. Nationalbanken har foretaget en estimation af forbrugertillidens underkomponenter (Nationalbanken). Især to af underspørgsmålene har en fremtrædende karakter. Når der sker en stigning i forventningerne til landets økonomiske situation i dag sammenlignet med for et år siden, er der ifølge modellen en signifikant højere forbrugsvækst to kvartaler senere. Samtidig indikerer modellen også, at en stigning i fordelagtigheden i anskaffelse af større forbrugsgoder i øjeblikket medfører en højere forbrugsvækst i samme kvartal (Nationalbanken). Dette ligger til grund for, at forbrugertillidsindikatoren er medtaget som en variabel til at forklare BNP, samt frigives de månedligt og ganske hurtigt efter månedens afslutning.

Data om virksomheders investeringsaktivitet er eksempelvis renten, bruttoinvesteringer, industriel produktion og Danmarks internationale investerings position medtaget. I henhold til renten, vil centralbanker i al almindelighed sænke renten i dårlige tider, for at sætte gang i økonomien og omvendt hæve renten når det går godt, for at sikre en opsparing. Målet er som udgangspunkt at inflationen skal ligge omtrent 2 %. De sidste 5 år har ECB, og derfor også Danmark haft en negativ rente. Når centralbanken vælger at sænke renten, er det for at understøtte væksten ved at gøre det mere attraktivt at forbruge og investere. En af årsagerne til en negativ rente er netop, at der bliver sparret mere op end der bliver investeret. Når flere virksomheder vælger at holde på pengene, ender der for mange penge i Nationalbanken. Ved at opkræve betaling for at opbevare pengene, gøre Nationalbanken det mindre attraktivt at have pengene stående. Negativ rente betyder omvendt for private personer, at det er billigere at låne penge end før. Det er derfor en nødvendig indikatorer at inddrage, da det på den ene side påvirker virksomheder negativt, omvendt får private personer penge for at låne til deres bolig. Rentefaldet stimulerer efterspørgslen efter boliger og udbuddet af realkreditlån. Udsving i boligpriser har traditionelt været en ledende faktor bag udsvingene i konjunkturen og BNP-væksten. Forud finanskrisen blev kreditstandarderne lempet og nye lånereformer blev indført. Perioden vær præget af et optimistisk syn på boligpriserne, hvor boligpriserne fra 2004 til 2007 steg 56 %. Et fald i boligpriserne med over 15% i 2009 bidrog ligeledes til et fald i BNP'en (Nationalbanken). Boligprisernes store betydning for BNP afspejler, at huskøb for de fleste dansker er den største investering i livet. En stigning i boligpriser øger husholdningernes formue, hvilket har stor betydning for husholdningernes finansielle forhold.

Udover indikatorerne i ligning 28 er en række andre relevante indikatorer medtaget. Dette kan ses i Tabel 1.

Table 1: Centrale økonomiske indikatorer for dansk økonomi

Variabler	**Enhed**	**kilde**
BNP	Pct.	DST
Betalingsbalancen	Mia. kr	DST
Ledighed	Pct. af arbejdsstyrken	DST
Beskæftigelse - AKU	1000 personer	DST
Aktie	Indeks	DST
Konjunkturindikator	Pct.	DST
Forbrugertillidsindikator	Pct.	DST
Huspriser	Pct.	DST
Inflation	Pct.	DST
Industriel produktion	Pct.	DST
Offentlig forbrug	Pct.	FRED
Privat forbrug	Pct.	FRED
Detailomsætningsværdig	Pct.	DST
10-årig statsobligation	Pct.	FRED
Rente	Pct.	FRED
Import	Pct.	DST
Eksport	Pct.	DST
TOT Erhverv i alt	Pct.	DST
- Industri	Pct.	DST
- Bygge og anlæg	Pct.	DST
- Handel og transport mv.	Pct.	DST
- Information og kommunikation	Pct.	DST
- Finansiering og forsikring	Pct.	DST
- Ejendomshandel og udlejning	Pct.	DST
- Erhvervsservice	Pct.	DST
- Undervisning og sunhed mv.	Pct.	DST
- Kultur, fritid og anden service	Pct.	DST
Danmarsk investeringsposition internationalt	mio.kr	DST
Bruttoinvesteringer	mio. kr	DST

Kilde: DST = Danmarks Statistik, FRED = fred.stlouisfed.org

Indikatoren *TOT erhverv i alt* i overstående Tabel 1 referer til årlig ændring i timefortjenesten for virksomheder og organisationer efter tid og branche. Timefortjenesten er medtaget som en indikator for udviklingen i lønnen i de forskellige brancher. De sidste mange års vækst i Danmark med lav arbejdsløshed kan presse lønningerne op. Netop kraftige lønstigninger kan være anledning til at skubbe dansk økonomi ud i overophedning. Når lønningerne stiger, vil virksomheder miste konkurrenceevnen i og med udgifter til løn ikke kan opvejes af vækst i produktiviteten. For at

kompensere lønudgifterne bliver virksomheder tvunget til at sætte priserne op. På kort sigt vil det ikke have de store konsekvenser, men på længere sigt vil det have negative konsekvenser for den samlede økonomiske vækst. Lønvækst påvirker samtidig også betalingsbalancen, og derfor ses timefortjenesten inden for de forskellige brancher som en nødvendig indikator at medtage for at beskrive BNP-vækst.

4 Dynamic Factor Model

I dette afsnit dannes et nowcast gennem en Dynmatic Factor Model(DFM) ud fra de tidligere beskrevet månedlige indikatorer. Først vil der overordnet beskrives den pågældende metode til at danne en Dynamtic Factor Model, samt hvilke redskaber og værktøjer der er blevet anvendt. Efterfølgende vil der præsenteres de relevante estimationer og resultater, samt fremvise et overordnet nowcast på 2019. DFM modellen vil sammenlignes med en benchmark ARIMA model, hvor der vil dannes en komparativ analyse efterfølgende. Formålet med analysen er at fremhæve DFM modellens resultater, samt vurdere om en DFM kan producerer resultater med højere nøjagtighed, som der konkluderes af Ginonne og Luciani i deres udgivelser(Giannone et al., 2008)(Luciani et al., 2015)

4.1 Opbygning af modeller

4.1.1 ARIMA Model

I denne rapport anvendes der en ARIMA model til at danne et forecast for BNP i 2019, som efterfølgende anvendes til at konstruerer en komparativ analyse mellem ARIMA og Dynamic Factor Model. Alle ARIMA estimationer er blevet dannet i det statistiske programeringsværktøj R gennem Rstudio. Kvartaludgivelse af BNP fra 2008-2018 anvendes til at træne modellen, hvor der efterfølgende dannes et forecast af alle kvartaler for 2019. Disse forecast sammenlignes med de akutelle værdier og anvendes som et testset til bedømmelse af modellen. Før dannelse af modellen, testes der først for stationæritet af BNP tidsserien gennem en Augmented Dickey Fuller Test(se bilag A.3) . Efterfølgendes undersøges der for serial korrelation gennem en Ljung-box test(se bilag A.4). I forhold til modespecifikation benyttes Akaike Information Kriterium(AIC) til at bedømme den mest optimale model. Den præcise model anvendt i dette projekt følger en ARIMA model af orden (1,1,0)(0,0,1), grundet den lave AIC værd(se bilag A.5).

4.1.2 Dynamic Factor Model

I denne rapport er det foretrukne valg af værktøj til dannelsen af en Dynamic Factor Model Jdemtra+. JDemetra+ er en open source platform software dannet for *seasonal adjustment*(SA) og andre tidsserie problematikker. Softwaren er udviklet af den belgiske nationalbank, den tyske nationbank og Eurostat. I 2017 blev der udviklet et plugin "Jdemtra+ Nowcasting" af den belgiske nationalbank med formålet om at operationalisere nowcasting processen og metoden. Det nye plugin giver mulighed for at specifice og estimere DFM, samt give en visuel præsentation af forventninger til diverse dataflows. Det pågældende nowcasting plugin er allerede blevet anvendt i adskillige rapporter samt anerkendt af Eurostat(Eurostat, 2020). Værktøjet er blevet anvendt på baggrund af adskillige fordele frem for andre økonomiske værktøjer som f.eks. R. Jdemtra+ giver mere frihed ift. ændring af modellens opbygning samt estimationsprocesser(Principal Component, Expectations-Maximization). Derudover giver Jdemtra+ direkte visuel præsentation af de forskellige tidserier med et stort udvalg af plots. I DFM modellen er der blevet anvendt følgende state-space repræsentation:

$$y_t = Zf_t + \epsilon_t \tag{29}$$

$$f_t = A_1 f_{t-1} + ... + A_p f_{t-p} + u_t \tag{30}$$

hvor $Z = N \times r$ og $f_t = r \times 1$(Maggi, 2017). Der anvendes fem latente faktorer(r) i modellen, hvoraf disse fem latente faktorer følger en VAR(2). Der anvendes en Principal Components estimation kombineret med en *Preliminary EM*, hvorefter der anvendes en *numerical optimization* på disse estimater for at optimere VAR modellen og de tilhørende parametre. De præcise specifikationer valgt til modellen og estimationsmetoden kan obseveres i bilag A.7.

Efterfølgende skal der specificeres publikationens lag samt frekvensen af de specifikke variabler for at kunne danne præsentable estimationer samt resultater. Hver eneste variabel anvendt i modellen kan observeres i Tabel 2 og dens relation til den danske økonomi.

Table 2: Kalender af data offentliggørelse

Block Navn	**Offentliggørelse**	**Udgivelses dato**	**Publikationslag**	**Datafrekvens**
Penge og Kredit	Betalingsbalance	8. Hver Måned	To Måneder	Månedlig
Arbejdsmarked	Bruttoledighed	30. Hver Måned	En Måned	Månedlig
Arbejdsmarked	AKU-beskæftigelse	30. Hver Måned	En Måned	Månedlig
Finansielle markeder	Aktieindex	27. Hver Måned	20-45 dage	Månedlig
Survey	Konjunkturindikation	28. Hver Måned	Nuværende måned	Månedlig
Survey	Forbrugerforventning	20. Hver Måned	Nuværende måned	Månedlig
Boligmarked	Prisindex for ejendomssalg	29. Hver Måned	To Måneder	Månedlig
Penge og Kredit	Inflation	10. Hver Måned	En Måned	Månedlig
Produktion	Industriel Produktion	27. Hver Måned	20-45 dage	Månedlig
Forbrug	Offentligt forbrug	1.Hver Kvartal	To Måneder	Kvartal
Forbrug	Privat Forbrug	1.Hver Kvartal	To Måneder	Kvartal
Handel	Detail mm.	25. Hver Måned	En Måned	Månedlig
Rentemarked	Statsobligationsrente 10 år	14.Hver Måned	1,5 Måned	Månedlig
Rentemarked	Interbank Rates	14.Hver Måned	1,5 Måned	Månedlig
Handel	Import	10.Hver Måned	1,5 Måned	Månedlig
Handel	Export	10.Hver Måned	1,5 Måned	Månedlig
Arbejdsmarked	Timefortjeneste	1.Hver Kvartal	To Måneder	Kvartal
Investeringer	Danmarks Investerings position	1.Hver Kvartal	To Måneder	Kvartal
Investeringer	Bruttoinvesteringer	1.Hver Kvartal	To Måneder	Kvartal

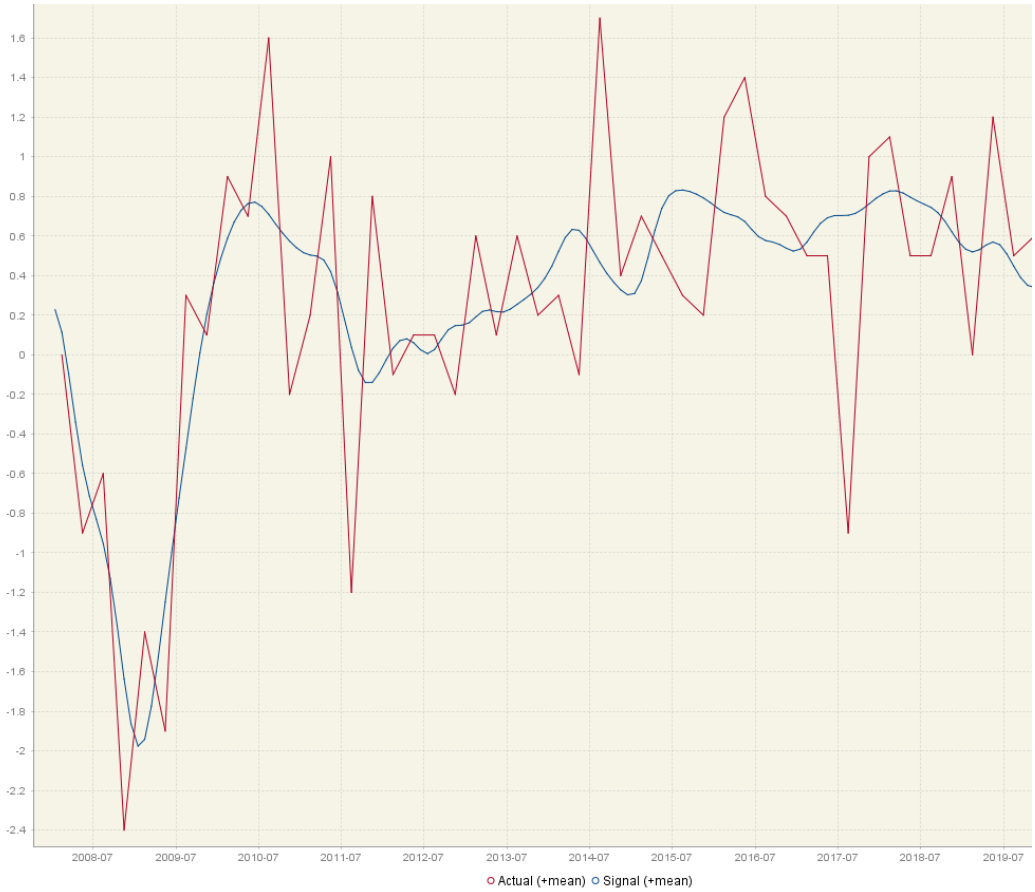
Disse variabler er som tidligere nævnt blevet udvalgt grundet deres sammenhæng med den danske økonomi, samt deres udgiveslesfrekvens hvor størstedelen udgives på månedlig basis. Der skal dog korrigeres for et offentliggørelses lag idet variablerne har forskellige lags, som også kan observeres i Tabel 2. De præcise justeringer til dannelse af modellen kan obseveres i bilag A.6 og A.4, hvor modellen bliver opgjort i Jdemtra+.

4.2 Empiriske Resultater

4.3 DFM resultater

I Dynamic Faktor Modellen bliver nowcast gerneret som en projektion af de latente faktorer i modellen. De præcise nowcast kan bemærkes i Figur 16, hvor det beregnede nowcast sammenlignes med den aktuelle værdi.

Figure 16: Realiserede BNP værdier versus det beregnede Nowcast for DFM



Kilde: Egen beregninger

Det beregnede nowcast følger generalt BNP over hele perioden, idet der kan observeres en klar opfangelse af eksempelvis den finansielle krise i 2008, samt den efterfølgende vækst efter finanskrisen. Der kan dog observeres få specifikke kvartaller, hvor modellen ikke opfanger decidereret spikes i BNP. Eksempelvis 3. kvartal i 2017 hvor den realiserede værdi var -0.9% BNP-vækst, hvor modellen ikke opfanger det såkaldte nedadgående spike. Der kan argumenteres for at større mængde af data, samt

længere tidsperiode vil forbedre modellens evne til at opfange disse spikes, men grundet manglende data for specifikke variabler var denne tidsperiode nødvendig. Nedenstående tabel præsenterer den overordnet Dynmaic Factor Model og de specifikke nøgletal. Der inkluderes modellens middelværdi, standardafvigelse samt de forskellige estimater for hver latent faktor i VAR processen. Yderligere model illustration kan obseveres i bilag A.6 og A.7. Figur 17 fremhæver de specifikke dynamikker i modellen for alle variabler, samt hvordan alle latente faktorer(F1,F2,F3,F4,F5) påvirker hver eneste variabel i modellen.. Eksempelvis kan der obseveres at en stigning i F3 vil påvirke BNP vækst positivt med 0.02%, Disse variabler er som tidligere nævnt latente og kan kun ændres gennem dynamikkerne i modellen.

Figure 17: Dynamic Factor Model

Serie,	**Middelværdi**	**Standardafvigelse**,	**F1**,	**F2**,	**F3**,	**F4**,	**F5**
BNP Vækst	0.26875	0.82188	0.01198	0.00040	0.02077	-0.00766	0.01237
Betalingsbalancen	11.4774	4.31842	0.13417	0.01815	-0.05699	-0.04873	0.03891
Bruttoledighed	4.70748	1.06867	0.09723	-0.15111	0.05051	0.15839	0.01621
AKU beskæftigelse	2,733.	80.94292	-0.05924	0.16653	0.01311	0.16445	0.03880
Aktieindex	566.43	218.06480	0.09197	0.10857	0.01849	-0.09784	0.08826
Konjunkturindikator	-7.95238	8.72742	0.10637	0.01939	0.27929	-0.05346	-0.21240
Forbrugertillids..	1.88919	5.94586	0.11463	0.03229	0.15603	-0.31106	0.13413
ejendomssalg	0.06575	1.18492	0.05365	0.00255	0.13786	-0.19632	0.07496
Inflation	0.09592	0.36344	-0.02845	0.00096	0.18612	-0.21050	-0.13211
Industriel Produktion	-0.00720	0.85848	0.05968	-0.03139	0.19126	0.03495	0.01623
Offentlig forbrug	0.57034	0.95852	-0.00953	0.00518	-0.00374	-0.00302	-0.00380
Privat forbrug	0.54898	0.92115	0.00597	0.00160	0.02314	0.00254	0.00793
Detail	101.380	2.12374	-0.13101	0.12414	0.18160	0.14984	-0.17063
Statsobligationer	1.61934	1.40956	-0.14715	-0.04921	0.10743	-0.07290	-0.08352
Diskonoten	0.84024	1.58912	-0.17762	0.00398	-0.00379	-0.08236	-0.16174
Import	46,1448	5,476	0.07267	0.10687	-0.05294	0.00505	-0.21499
Export	51,836	5,411	0.10248	0.08853	-0.03524	0.08812	-0.22569
TOT erhverv	2.07917	0.88576	-0.02160	0.00940	0.01247	-0.00735	-0.01116
Industri	2.30833	0.75852	-0.02001	0.01039	0.01868	0.00207	-0.01601
Bygge og anlæg	1.87917	1.09829	-0.01665	0.01275	0.00894	-0.03540	-0.01162
Handel og transport	1.83542	1.02683	-0.02098	0.00775	0.00727	-0.00073	-0.01485
Information..	2.25000	0.95044	-0.02028	0.00562	0.01905	0.01045	-0.00883
Finansiering..	2.75833	1.27505	-0.01971	0.00401	0.02049	-0.00055	0.01650
Ejendomshandel..	2.07083	0.97936	-0.01421	0.01121	0.03866	-0.03426	-0.00379
Erhvervsservice	2.18333	0.87734	-0.01935	0.00614	0.00231	-0.02815	-0.01292
Undervisning	1.78333	1.26150	-0.01914	0.01212	0.00947	-0.01629	-0.01147
Kultur, fritid	1.58542	1.19809	-0.01815	0.00657	0.01665	0.00894	0.02505
Danmarks IIP	704,339	536,466	0.01538	0.00842	-0.01026	0.03153	0.00071
Bruttoinvesteringer	100,945	15,329	0.00316	0.01662	-0.00304	0.01024	-0.00264

4.3.1 DFM forecast versus ARIMA

For at analyserer de beregnede nowcast sammenlignes der med en ARIMA benchmark model (1,1,0)(0,0,1). ARIMA's forecast og DFM's nowcast sammenlignes med den aktuelle værdi og gennem en analyse af Root Mean Square Error (RMSE) og en Mean Average Error(MAE) kan de forskellige prognoser sammenlignes. MAE måler den gennemsnitlige størrelse af fejlene i et nowcast/forecast, dvs. forskellen mellem prognosen og de faktiske værdier. RMSE måler også fejlens gennemsnitlige størrelse, men kvadratroden tages derefter af gennemsnittet. Da fejlene er kvadreret inden gennemsnittet er taget, giver RMSE en relativ høj vægtning til store afvigelser. Dette er yderst nyttigt, da store afvigelser kan føre til en upræcis prognose. RMSE vil derfor altid være større eller lig med MAE. Jo større en forskel der er mellem RMSE og MAE, jo større vil variationen i de individuelle fejl være. Hvis RMSE = MAE, vil alle fejlene være af samme størrelse. Nedenstående viser ligningen for henholdsvis RMSE og MAE.

$$RMSE = \sqrt{(\frac{1}{n})\sum_{i=1}^{n}(y_i - x_i)^2} \tag{31}$$

$$MAE = (\frac{1}{n})\sum_{i=1}^{n}|y_i - x_i| \tag{32}$$

Som kan der obseveres i ligning 31 bliver forskellen i RMSE kvadreret, hvorimod MAE kun behandler den numeriske værdi af forskellen. Denne kvadrering resulterer i væsentlige høje forskelle mellem de aktuelle og obseverede værdier($y_i - x_i$) og vil blive vægtet i en højere grad hos RMSE. Nedenstående tabel viser forecast/nowcast for hele 2019 perioden for ARIMA og DFM, hvor der inkluderes 4 kvartaller.

Table 3: ARIMA forecast vs DFM nowcast

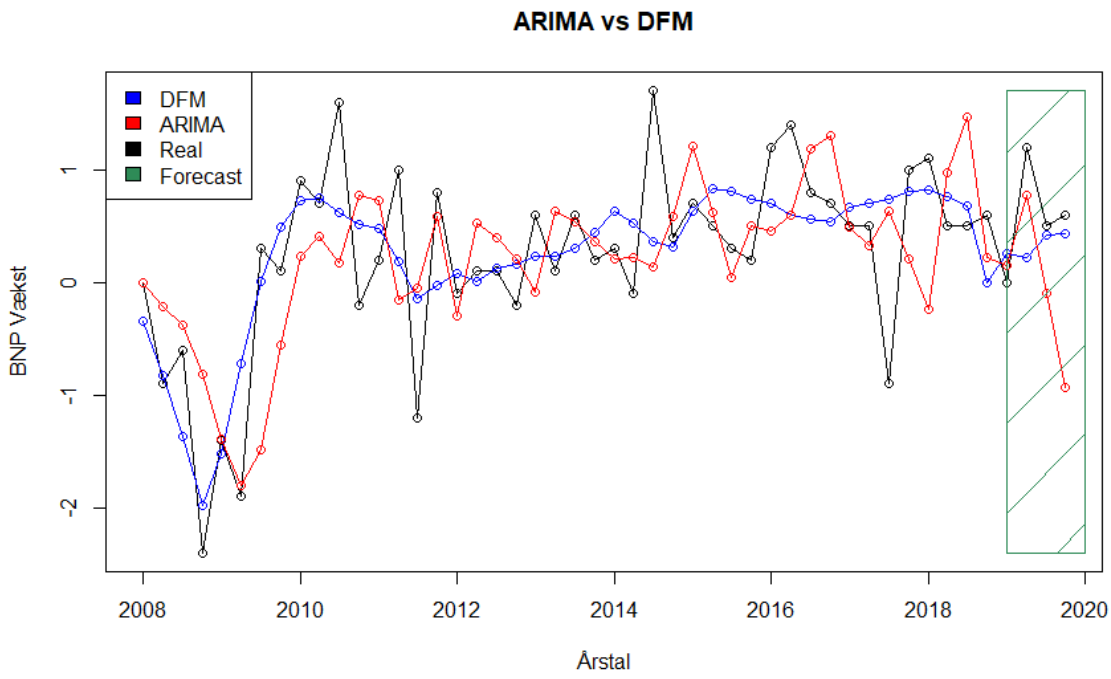
	Aktuel	**ARIMA**	**DFM**	**ARIMA RMSE**	**DFM RMSE**	**ARIMA MAE**	**DFM MAE**
2019 - K1	0.000	0.144	0.250	0.144	0.250	0.144	0.250
2019 - K2	1.200	0.773	0.221	0.319	0.714	0.285	0.615
2019 - K3	0.500	-0.102	0.424	0.434	0.585	0.391	0.435
2019 - K4	0.600	-0.932	0.437	0.854	0.513	0.676	0.367

Kilde: Egen beregninger

Overordnet bliver der fremhævet en klar præference til Dynmaic Factor modellens nowcast, sammenlignet med benchmark modellen. Benchmark modellen formår dog at give et bedre forecast første kvartal 2019, men ved sammenligning af alle kvartalerne fremgår det hvordan ARIMA modellens forecast ikke opfanger de væsentlige ændringer i BNP-væksten. Dette bliver også tydeliggjort i RMSE, som er et udtryk for standafvigelsen for residualerne. Efter 4. kvartal kan vi obsevere en RMSE for ARIMA på 0.85 og en MAE på 0.68. Begge tal er særdeles høje sammenlignet med DFM som på 4. kvartal har en RMSE på 0.51 og MAE på 0.37. Hvis test perioden forlænges vil

man forvente stigende RMSE og MAE hos benchmark modellen sammenlignet med DFM, grundet DFM er mere dynamisk med de inkluderede månedlige variabler. Figur 18 viser grafisk hvordan DFM sammenlignes med benchmark ARIMA modellen over hele perioden. Begge modeller fitter trænnings datasættet i høj grad, hvilket kan obseveres fra perioden 2008-2018. Det er især ved forecasting af 2019 at ARIMA's forecast viser en høj unøjagtighed. Dette er illustreret i den grønne boks, som viser de forskellige forecast for 2019. Dynamic Factor Modellen fanger BNP væksten i en lang højere grad, hvor ARIMA modellens residualer er markant stigende især i de sidste to kvartaller.

Figure 18: Grafisk Illustration af ARIMA og DFM versus de realiserede værdier



Kilde: Egen beregninger

Overordnet kan der konkluderes at DFM modellen fanger BNP-væksten bedre end benchmark modellen ved sammenligning af de forskellige nowcast. Dette var også forventet, grundet tidligere forskningsartikler som viste samme resultater(Giannone et al., 2008)(Luciani et al., 2015). Dynamic Factor Modellens egenskab til at anvende høj frekvens variabler, gør modellen til den mest foretrukne inden for nowcasting og andre felter. I efterfølgende afsnit vil LSTM præsenteres og de empiriske resultater og nowcast genereret af Artificial Neural Network. Disse resultater vil præsentereres og illustreres, hvorefter Dynamic Factor Modellen vil testes i fuldt omfang med en komparativ analyse

af DFM og LSTM.

5 LSTM for dansk BNP

Grundlæggende er LSTM ikke meget anderledes end RNN, dog anvender LSTM en anden funktion til at beregne *the hidden state*. Som nævnt i afsnit 3.4.1 fungerer LSTM godt med tidsserier som indeholder mange observationer. I dette afsnit vil LSTM metoden blive beskrevet samt vil LSTM modellen for dansk BNP blive introduceret. LSTM er programmeret i open source-platformen Spyder med Keras som kører på *Tenserflow backend*. Det er designet til at muliggøre hurtige eksperimenteringer med Deep Neural Network. Spyder anvender programmeringssproget Python, og Python koderne til LSTM findes i mappen tilhørende prjektet.

5.1 Træning

LSTM kan anvendes inden for tidsseriemodeller, som kan forudsige et vilkårligt antal trin ind i fremtiden. Der er mange måder at træne sit LSTM-network på. LSTM-network er sammensat af et input layer, et eller flere hidden layers og en output layer. Antallet af nodes i input layer er lig med antallet af forklaringsvariabler, herunder de variabler der skal forklare BNP-væksten. LSTM's hovedkarakteristika består i hidden layer(s), som er bestående af såkaldte hukommelsesceller. Hver af disse hukommelsesceller har tre gates, som opretholder og justerer celletilstanden: forget gate, input gate og output gate (Fischer and Krauss, 2017). Til træning af LSTM-network anvender vi tre avancerede metoder gennem keras. Først anvendes *RMSprop*, hvilket ofte anvendes ved tilbagevendende neural networks. For det andet anvendes *dropout* funktionen. Ved anvendelse af *dropout* reduceres risikoen for overfitting, da gennem træningsperioden af netværket bliver en brøkdel af inputenhederne tilfældet 'dropped'. Som en yderligere mekanisme til at reducere overfitting af modellen, anvendes som det tredje *early stopping*. Ifølge valideringsmetodologien er fremgangsmåden i Supervised Machine Learning, at opdele datasættet i et træning- og test sæt. Netværket bliver trænet i træningssættet, mens testsættet bruges til out-of-sample prediction uden for prøven. Med et stort datasæt vil træningssættet ofte bestå af 80% af datasættet. 20% testsæt anvendes ofte som et godt kompromis mellem at bevare modelnøjagtigheden og forhindre overfitting. I dette tilfælde, hvor BNP-væksten skal nowcastes er datasættet ikke tilstrækkeligt stor til et træningssæt på 80%. Dette er argumentet for et træningssæt på 93% og et testsæt på 6,9%. LSTM-network har få kritiske krav, som skal indgå inden træning af modellen.

- **Skalering af datasættet**: I et datasæt med forskellige størrelser variabler, er det nødvendigt at skalere datasættet. Eksempelvis har indikatorerne import, eksport, aktieindex og beskæftigelse store værdier i forhold til de andre indikatorer. Vælger man derfor at træne på et ikke-skalerede datasæt er det muligt for store input at bremse indlæringen og konvergensen af netværket og derfor forhindre netværket i at træne effektivt. Et LSTM-network giver de bedste resultater, når inputvariablerne har små værdier, 0 til 1. For at undgå "looking ahead"

problemet skaleres kun datasættet og ikke hele datasættet. *MinMaxScaler* funktionen skalerer værdierne fra 0,1.

- **Shaping Tensor:** Input til et LSTM-network kræver at være tredimensionel. Første dimension referer til batch size, andet dimension præsenterer antal af time-steps hver sekvens skal fodres med og tredje dimension præsenterer antallet af units i hver sekvens. LSTM kan være udfordrende at bruge, hvis man arbejder med lange input sekvenser og kun en eller få outputs. Derfor kræves det normalt en sekvensopdeling. For et datasæt med i alt 144 observationer og et træningssæt på 134 observationer er dette ikke nødvendigt (Fischer and Krauss, 2017).

5.2 Hyperparametre

Når man bygger et LSTM - model, hvor datasættet er inddelt i trænings-, validerings- og testsæt, er det vigtigt at visse hyperparametre indstilles korrekt og justeres for at få en nøjagtig forudsigelse. I afsnittet bliver parametrene vi finder nødvendig for modellen beskrevet.

- **Træningssæt trænes på 100 epochs**. Epoch repræsenterer det samlede antal gange, et givet datasæt bruges til træning, dvs. datasættet sendes frem og derefter tilbage gennem netværket kun en gang. Da deep learning algortimer bruger Gradient Descent til at optimere modeller, vil det give mening at køre hele datasættet gennem netværket flere gange, med det formål at opdatere vægtene og således en bedre model til at forudsige. Det er endnu ikke klart, hvor mange epoch der er påkrævet til en god model, da forskellige datasæt udviser forskellig adfærd. For mange epoch kan dog føre til en overfitted model og for få kan føre til en underpræsteret model. Derfor skyldes anvendelsen af early stopping metoden, som tidligere nævnt. Metoden giver mulighed for at specificere et præsentationsmål, og når præsentationsmålet ikke længere forbedres, stopper træningen af netværket. Ofte er det første tegn på yderligere forbedring muligvis ikke altid det bedste tidspunkt at stoppe træningen. Dette skyldes at modellen ofte kan ramme et højdepunkt uden forbedring, og nogle gange kan det blive værre før det bliver bedre igen. Dette problem løses ved at tilføje *patience = 20*. Funktionen udløser en forsinkelse. Det vil sige modellen fanger det laveste *val loss*, og sker der ingen yderligere forbedringer de næste 20 epochs, vil træningssættet låses fast (Fischer and Krauss, 2017).

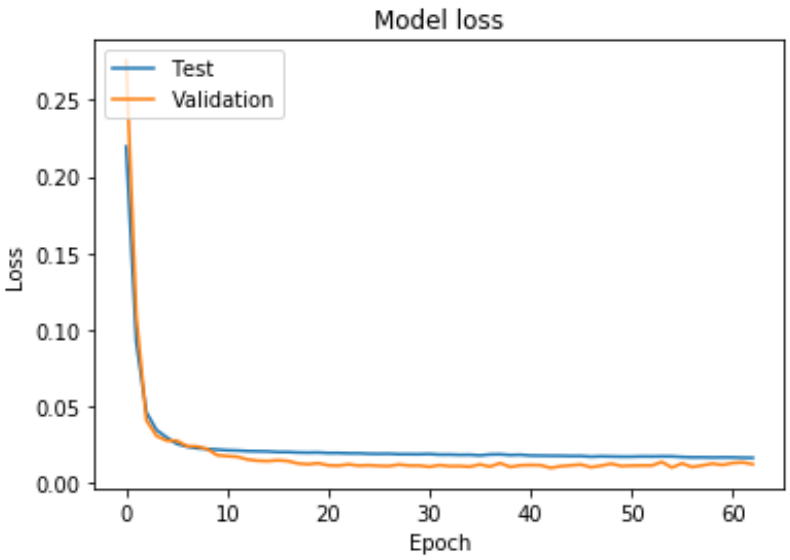
- **A Rectified Linear Unit (ReLU)**. Et LSTM-network kræver en konstant lineær activation function. ReLU funktionen er ikke-lineær da omkring 0, men skråningen er altid enten 0 (for negative værdier) og 1 (for positive værdier). Derfor er det en meget begrænset type af ikke-linearitet. *Sigmoid* giver nogenlunde de samme fordele, men da datasættet er skaleret vil ReLU activation function foretrækkes. Formen på ReLU ser således ud: $F(x) = max(0, x)$ (Nair and Hinton, 2010).

- **Optimerzer funktionen Adam**. Adam teknikken anvendes, da det er en kombination af RMEprop og Stochastic Gradient Descent. Adam er en adaptiv læringsfrekvensmetode, hvilket betyder at den beregner individuelle indlæringshastigheder for forskellige parametre.

Derudover bruger Adam skøn over første- og anden ordens Gradient for at tilpasse indlæringshastigheden ved hver vægtning i netværket (Kingma and Prodanova, 2015).

- **Mean Squared Error Loss (MSE)**. MSE beregnes som gennemsnittet af de kvadratiske forskelle mellem de forudsagte og faktiske værdier. Resultatet vil altid være positiv, uanset fortegnet på de forudsagte- og faktiske værdier. Jo tættere på 0,0 MSE er jo bedre er modellen til at forudsige. Hvis datasættet er for stort til et neural network trænes på en gang, kan det være nødvendigt at opdele det i flere mindre grupper og derfor træne netværket i flere faser. Når datasættet er opdelt i mindre "bunker", kaldes hver en bunke for batch size. Hvorfor batch size på 12 er anvendt på 144 observationer i projektet. Mean Squared Error loss opgøres efter hver batch. Nedenstående figur illustrerer sammenhængen mellem test-sættet og validation sættet.

Figure 19: Model loss



Kilde: Egen beregninger

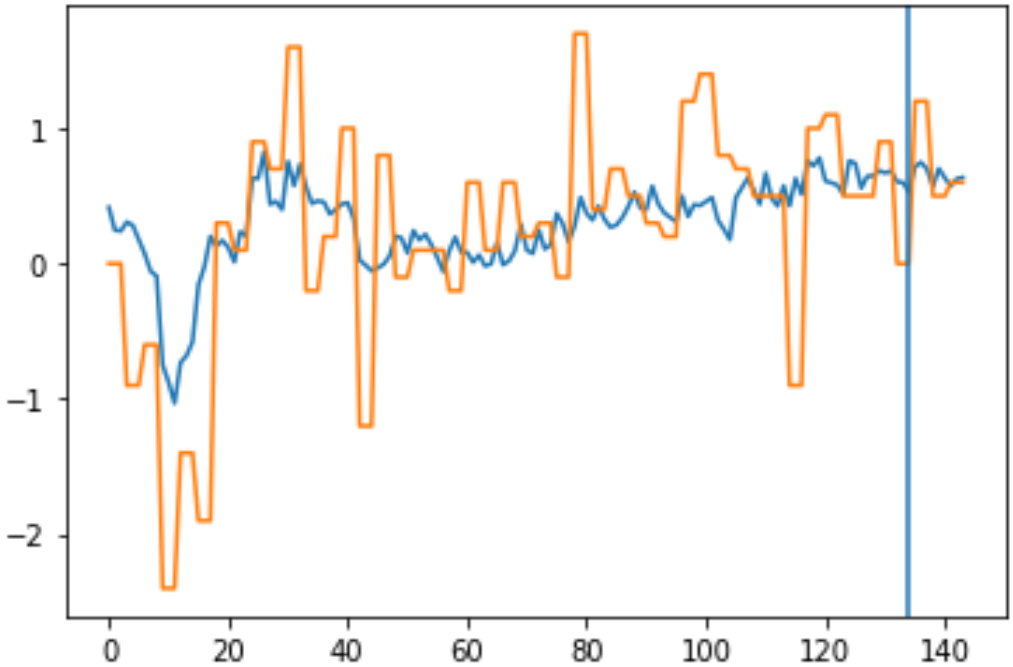
Loss betegnelsen, defineret som tabsfunktionen i y-aksen, er defineret som forskellen mellem den forudsagte værdi og sande værdi baseret på, hvor godt modellen klarer sig. Ved hver epoch viser figuren, hvordan modellen klarer sig. Hvis modellen performer godt, vil tabsfunktionen konvergerer mod 0, hvis ikke vil den stige. Hvis loss på træningssættet er faldende mens det på samme tid for validation er stignede, vil der være tegn på overfitting. Som det fremgår af figuren, så konvergerer modellen rimeligt hurtigt. Både test- og træningssættet forbliver ækvivalente og derfor er der ingen tegn på overfitting af modellen.

5.3 LSTM Resultater

I overstående afsnit blev opbygningen af LSTM-network beskrevet. I dette afsnit vil resultaterne for LSTM modellen blive præsenteret.

De tilhørende parametre i afsnit 5.2 danner et LSTM-network som er kørt 3 gange, det vil sige 3 LSTM-network. Afhængig af modellen, kan det at køre netværket igennem nogle gange, i nogle tilfælde gøre modellen bedre. Netværket er også forsøgt at køre med 5 og 8 LSTM, hvilket ikke gav et bedre resultat. I nedenstående tabel er LSTM præsenteret, hvor 2019 bliver nowcastet.

Figure 20: Nowcast LSTM



Kilde: Egen beregninger

I overstående figur indikerer den blå linje hvornår modellen begynder at predicte et nowcast. Jævnfør afsnit 5.1 er træningssættet 93% af datasættet, hvilket er fra 01.2008 til 12.2018 som illustrerer den venstre side af den blå linje. Derfor er testsættet 6,9% af datasættet, hvorfor fra 01.2019 til 12.2019 samt venstre side af den blå linje. Figuren illustrerer at den beregnede nowcast følger forholdsvis BNP-væksten over hele perioden. Modellen opganger faldet i finanskrisen i 2008, dog fanger modellen ikke alle svingningerne i perioden. Eksempelvis er BNP-væksten på -1.2 i 07.2011. Modellen opfanger at der er et fald i forhold til tidligere periode, men størrelsen af faldet bliver ikke afspejlet. Det kan skyldes mange faktorer, herunder mængden af datasættet og længere tidsperiode. Grundet nødvendigheden i højfrekvens data for at udføre et nowcast, har mængden

samt tidsperioden været nødvendigt. Da formålet er at nowcaste 4. kvartal 2019, vil denne periodes forudsete værdier blive fremhævet. Forskellen på et LSTM nowcast og forecast i dette tilfælde er, at testsættet præsenteres for højfrekvens data. Dette betyder, at modellen kan predicte BNP-væksten for hver måned. Det sker på baggrund af, at testsættet forsøger at forudsige hver måned på baggrund af tidligere predicted value. Det vil sige, når 1. måned 2019 er forudset anvendes denne værdi til at forudsige 2. måned 2019, hvilket er illustreret på højre side af den blå linje. I overstående figur fremgår det, at LSTM modellen er forholdsvis tæt på den sande værdi i 4. kvartal 2019. For et bedre overblik over hvor godt modellen har nowcastet BNP-væksten i 2019, vil nedenstående tabel vise de sande værdier og LSTM-modellen's nowcast værdier. De præcise nowcast for 2019 kan observeres i bilag A.8.

Table 4: LSTM nowcast værdier vs. sande BNP-vækst

Kvartal	**LSTM**	**Sande værdier**
1. kvartal 2019	0.40	0
2. kvartal 2019	0,67	1.2
3. kvartal 2019	0.52	0.5
4. kvartal 2019	0.69	0.6

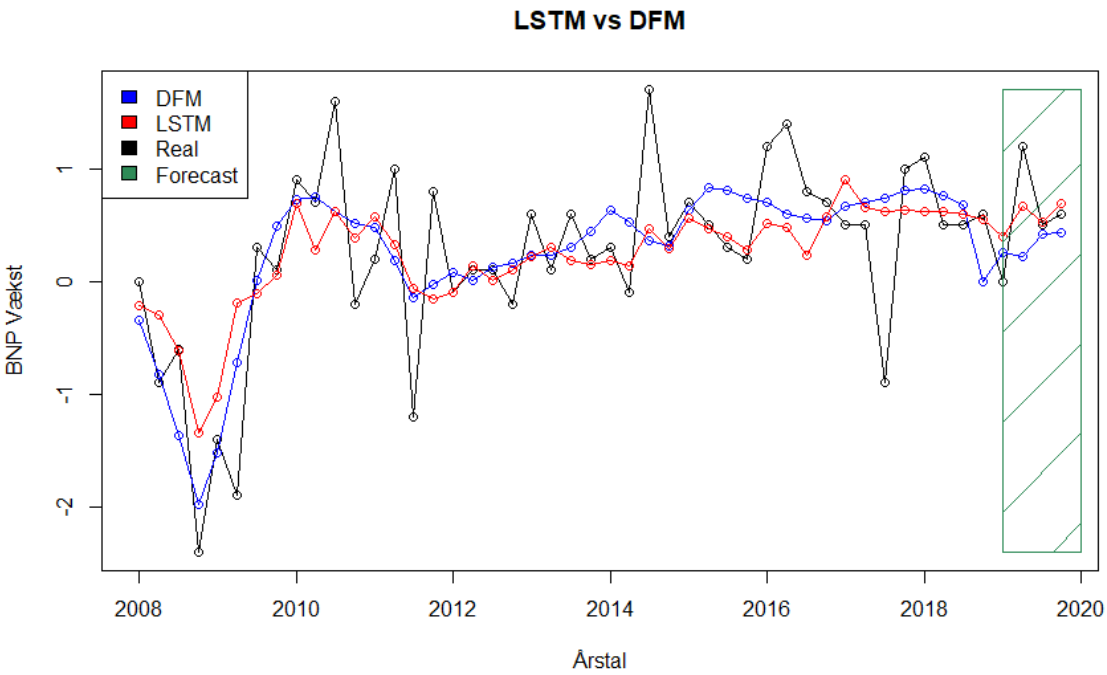
Kilde: Egne beregninger

Overstående tabel illustrerer hvad LSTM modellen forudsiger BNP-væksten er i 2019. Det fremgår af tabellen, at modellen de første to kvartaler viser en mindre nøjagtig forudsige af BNP-væksten. Modellen forudsiger BNP-væksten til at være 0.40% 1. kvartal. 3. og 4. kvartal formår LSTM derimod at nowcaste i overensstemmelse med den sande vækstværdi. Det kan konkluderes, at LSTM modellen er forholdvis rimelig til at nowcaste den danske BNP - vækst. I næste afsnit vil der foretages en sammenligning af, hvorvidt det økonometriske Dynamic Factor Model forudsiger i forhold til Machine Learning, LSTM model.

6 Komparativ analyse

I følgende afsnit vil LSTM og DFM's evne til at forudsige BNP-væksten sammenlignes på baggrund af Root Mean Square Error (RMSE) og Mean Average Error (MAE). Formålet med begge modeller i rapporten har været, at nowcaste BNP-væksten for 4. kvartal 2019. De økonomiske indikatorer for BNP er de samme for begge modeller, samt startåret 2008. Dog er opstillingen af datasættet ikke det samme. Jævnfør afsnit 4.1.2 er DFM udarbejdet i Jdemtra+, som er en open source platform for eksempelvis økonometriske tidsserier. En af flere fordele ved værktøjet er, at DFM ikke oplever udfordringer ved at inkludere kvartaldata. Denne udfordring gør sig gældende i LSTM, da LSTM ikke kan køre modellen med tomme kolonner i datasættet. En måde at gøre det muligt at nowcaste med kvartaldata er inspireret af (Giannone et al., 2008), hvor i publikationen udfyldes kvartaldata til månedsdata. Kort beskrevet udfyldes de følgende tomme måneder efter hver kvartal med BNP-væksten sidste kvartal. For LSTM modellen i rapporten udfyldes det på samme måde for hver indikator som er opgjort kvartalvis. Dette har gjort det muligt at anvende LSTM til at nowcaste. Forudsigelsen af LSTM og DFM er præsenteret i nedenstående figur.

Figure 21: Nowcast: LSTM, DFM og BNP-vækst



Kilde: Egen Beregninger

I overstående figur præsenterer den blå linje DFM, den røde LSTM og den sorte præsenterer den faktiske BNP-vækst. Den lodrette grønne linje indikerer hvor træningssættet stopper og hvor testsættet starter. Det fremstår af figuren, at LSTM og DFM begge fanger faldet i BNP-vækst under finanskrisen i 2008. Begge modeller er i stand til at fange de underliggende mønstre i økonomien i både trænings-og testsættet. Dog fanger begge modeller ikke de kraftige fald og stigninger, hvilket kan skyldes manglende indikatorer med høj forklaringsevne til BNP. Umiddelbart er begge modeller i stand til at forudsige den faktiske BNP-vækst i 4. kvartal 2019. Det fremgår af figuren at LSTM ligger forholdsvis tættere på de sande værdier når 2019 bliver nowcastet sammenlignet med DFM i samme periode. Udover en visuel sammenligning er det nødvendigt at se på RMSE og MAE for begge modeller. Nedenstående tabel viser RMSE og MAE for henholdsvis LSTM og DFM.

Table 5: RMSE og MAE for LSTM og DFM

	BNP	**DFM**	**LSTM**	**MAE DFM**	**MAE LSTM**	**RMSE DFM**	**RMSE LSTM**
2019 - K1	0	0.25	0.40	0.250	0.400	0.25	0.4
2019 - K2	1.2	0.22	0.67	0.615	0.465	0.715	0.469
2019 - K3	0.5	0.42	0.52	0.436	0.316	0.585	0.383
2019 - K4	0.6	0.44	0.69	0.367	0.260	0.513	0.335

Kilde: Egen illustration

I overstående tabel er Root Mean Squared Error (RMSE) og Mean Average error (MAE) afbildet for begge modeller. BNP-væksten er henholdsvis 0, 1.2, 0.5 og 0.6 for 2019. MAE for Dynamic Factor Modellen indikerer en forholdsvis lille afvigelse i 1. kvartal 2019 i forhold til den sande BNP-vækst. I 2. kvartal stiger afvigelsen fra 0.250 til 0.615, men eftersom modellen bliver præsenteret for mere data falder afvigelsen samtidig. MAE for LSTM i 1. kvartal er 0.400 og er faldende i hele perioden efterfølgende til 0.260 i 4. kvartal. Dette afspejler LSTM's evne til at nowcaste væksten som ligger tæt op af de sande værdier i 3. og 4. kvartal. Det er værd at bemærke, at LSTM fanger svingningerne for hver kvartal forholdsvis bedre end DFM. Fra 1. kvartal til 2. kvartal stiger væksten fra 0 til 1.2 %. LSTM nowcaster 0.67% i modsætning til DFM som nowcaster 0.22% i samme periode. Dette afspejles i RMSE som ligger på 0.715 for DFM og 0.469 for LSTM efter 2. kvartal, hvilket er tættere på nul. Jo tættere afvigelsen er på nul, jo bedre forventes modellen til at forudsige. Som det fremgår af tabellen er afvigelsen for LSTM-nowcast forholdvis lavere end DFM for hele perioden. I 2019 4. kvartal er væksten på 0.6%. Dynamic Factor Model nowcaster 0.44% vækst i perioden, hvor LSTM nowcaster 0.69% i perioden. Det kan derfor konkluderes ud fra overstående tabel, at LSTM opfanger nogenlunde samme vækst i perioden og derfor formår at nowcaste 2019 bedre end DFM, baseret på resultaterne og RMSE og MAE.

7 Machine Learning/Økonomitri til nowcasting

I dette afsnit vil der beskrives det såkaldte modelvalg i dette projekt og alternative metoder der kunne besvare samme problemstilling. Der vil være fokus på modellering og besvarelse af økonomiske problemstillinger, samt hvilken modellering der alternativt kunne have været anvendt. Der vil sammenlignes de estimereret resultater med andre akademiske rapporter som anvender Machine Learning og diskuterer andre potentielle metoder der kunne have forbedret Machine Learning modellen. Der vil diskuteres fordele og ulemper ved algoritmemodellering sammenlignet med økonometrisk modellering og slutlig argumenterer for hvorfor Machine Learning er relevant for økonomitri og årsagen til Machine Learning anvendes i dette projekt.

7.1 LSTM og økonometri

I 2001 beskriv Leo Beiman forskellen mellem model-baseret og algoritmisk anvendelser indenfor statistisk:

"*There are two cultures in the use of statistical modeling to reach conclusions from data. One assumes that the data are generated by a given stochastic data model. The other uses algoritmic models and treats the data mechanism as unknown*"(Breiman, 2001)

Der nævnes efterfølgende hvordan anvendelse af Machine Learning's metoder længe har været udelukket inden for statistik, grundet manglende teoritisk belæg samt processen ikke kan modelleres statistisk. Samme principper er gældende inden for økonomi som også har været langsom til adaption af Machine Learning(Athey and Imbens, 2019). Økonometriske metoder består ofte af et stort antal estimatorer og test, hvilket økonomer anvender for modelbedømmelse. Denne samme dynamik er manglende inden for Machine Learning, hvor fokus er på de virkende dynamikker i algoritmen. Der er typisk mindre teoretiske resultater, sammenlignet med de typiske økonomiske metoder(Athey and Imbens, 2019). Machine Learning algoritmer er overordnet kun dannet til den bedste forudsigelse mulig. Der lægges sjældent vægt på den teoritiske baggrund udover variabelvalg og er i denne sammenhæng væsentlig resultatorinteret og problemløsningsorinteret. Dette er yderest nødvendig i en dynamisk verden med stigende datamuligheder og oftere publikation, men kan skabe bekymringer for forståelsen af modellen og de tilsvarende resultater(Athey and Imbens, 2019). Det er yderligere heller ikke alle felter inden for Machine Learning som har haft lige stor succes i den økonmiske verden. Det er især Supervised Learning, som anvendes til løsning af klassifikationsproblemer og nonparametriske regression for diskrete respons modeller som har oplevet den største succes inden for økonomi(Athey and Imbens, 2019). Supervised Machine Learning ift. økonomi består oftest af estimation af parametre gennem reduktionen af *Sum of the Squared Residuals*, hvor der introduceres et *penalty term* som afhænger af kompleksiteten af modellen. Den foretrukne anvendte algoritme inden for økonomi er *back-proagation* algoritmen og *variations thereon* til beregning de præcise derivater med hensyn til parametrene. Minimeringen af Sum of the Squared Residuals kan dog ofte

være problematisk, med stigende udfordring i takt med flere hidden layers.

En lignende rapport som anvender samme Machine Learning metodologi er (Siami-Namini and Namin, 2018), som sammenligner Machine Learning med traditionel økonometri til forecasting af tidsserie data(Siami-Namini and Namin, 2018). I rapporten dannes der en komparativ analyse mellem LSTM og ARIMA til forecasting på baggrund af adskillige økonomiske tidsserie. De inkluderede tidsserier består eksempelvis af Dow Jones Industirel Average Index(Dj), Nikkei 225 index(N225), NASDAQ Composite Index(IXIC), samt månedlige variabler fra International Monetary Fund(IMF). De præcise resultater kan obseveres i nedenstående figur.

Figure 22: Nowcast: LSTM, DFM og BNP-vækst

Financial Data	RMSE		% Reduction in RMSE	Economic Data	RMSE		% Reduction in RMSE
	ARIMA	LSTM			ARIMA	LSTM	
N225	766.45	105.315	-86.259	**MC**	0.81	0.801	-1.111
IXIC	135.607	22.211	-83.621	**HO**	0.522	0.43	-17.624
HSI	1,306.954	141.686	-89.159	**ER**	1.286	0.251	-80.482
GSPC	55.3	7.814	-85.869	**FB**	0.478	0.397	-16.945
DJI[1]	516.979	77.643	84.981	**MS**	30.231	3.17	-89.514
DJI[2]	287.6	30.61	-89.356	**TR**	2.672	0.569	-78.705
Average	***511.481***	***64.213***	***-87.445***	***Average***	***5.999***	***0.936***	***-84.394***

[1]. Monthly; [2]. Weekly

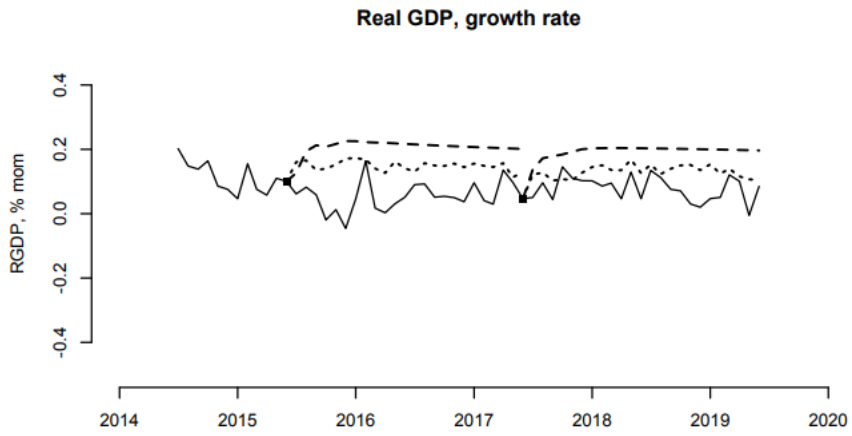
Kilde: (Siami-Namini and Namin, 2018)

Resultaterne fremhæver en klar præference til LSTM algoritmen fremfor den standarde ARIMA funktion. Der fremkommer en mærkbar reduktion i RMSE for alle finansielle tidsserie og økonomiske tidsserier. Overordnet viser rapporten at LSTM er væsentlig bedre end ARIMA til forudsigelse af de specifikke tidsserier. LSTM forbedrer gennemsnitligt de specifikke forecast med 85% sammenlignet med ARIMA. Der fremhæves hvordan Deep Learing baseret algoritmer og teknikker kan være foretruken inden for økonomi, sammenlignet med traditional økonometri. Ved sammenligning af resultaterne med denne rapport fremkommer der en mærkbar forskel mellem de to metoder. I rapporten anvendes der månedlige data fra 1980-2018 til opbyggelse af Deep Learning modellen. Dette giver LSTM modellen over 400 observationer til trænings datasættet, hvilket er væsentlig højere end antallet af observationer anvendt i dette projekt. Det er især ved høj mængde af data at Machine Learning algoritmer brillerer, hvor i mod tilsvarende ikke nødvendigvis er sandt for økonometri. FRED har data for et stort antal af månedlige variabler helt fra 1980 til 2020. Problematikken opstår når en væsentlig indikator ikke har denne samme tidshorisont. Eksempelvis begyndte Danmarks Statistik først at offentliggøre arbejdsløshed på månedlig basis i 2007. Arbejdsløshed er en

essentiel indikator for BNP og hvordan det går for arbejdsmarkedet, hvilket forklarer den valgte tidsperiode i dette projekt. Alternativt kunne tidshorisonten have været fra 1980-2020, hvor både Machine Learning algoritmen og Dynamic Factor Modellen begge vil have yderligere data til beregning og estimation. Konsekvent er man nødsaget til at udelukke relevante variabler grundet måling af månedlige data først er blevet udbredt i det seneste årti. I denne sammenhæng står valget imellem at vælge de mest relevante variabler med en begrænset tidshorisont, eller vælge en længere tidshorisont hvor der eventuelt udelukkes relevant variabler. I dette projekt har fokuset været på de mest relevante variabler, hvilket konsekvent resultererede i en kortere tidshorisont. LSTM algoritmen vil med stor sandsyndlighed have estimeret mere tilfredsstillende resultater givet en større datamængde.

Alternativt kunne denne rapport have produceret standard forecast, frem for gå i dybden med nowcasting. (Verstyuk, 2019) har i denne sammenhæng forsøgt at modellerer en multivariate økonomisk tidsserie gennem en VAR proces og efterfølgende sammenligne resultaterne med et LSTM Recurrent Neural Network(Verstyuk, 2019). Der analyseres specifikt USA's BNP-vækst gennem nogle relevante økonomiske indikatorer. De specifikke indikatorer anvendt i modellen er sæsonkorrigeret årlig rente, forbrugerprisindeks, industrial produktion, beskæftigelse, den reale disponible indkomst, samt en masse finansielle indikatorer. Tidshorisonten anvendt i rapporten er fra 1959-2019 og der anvendes data med månedlig frekvens. Denne tidshorisont kombineret med høj frekvensdata giver modelleringen en større mængde af data til tuning af parametrene. Der kan diskuteres om den anvendte datamængde beskriver BNP nøjagtig, grundet der kun anvendes 10 uafhængige variabler til modelleringen af BNP-vækst(Verstyuk, 2019).

Figure 23: Nowcast: LSTM, DFM og BNP-vækst



Kilde:(Verstyuk, 2019)

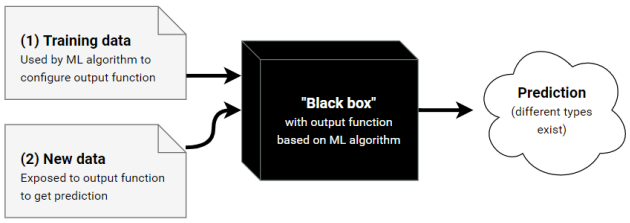
Deres præcise forecast kan sammenlignes i Figur 23, hvor den øvereste stiplede linje illustrer

VAR modellen og den anden stiplede linje illustrer LSTM. Der fremkommer en klar præference til LSTM, som beskriver USA's BNP bedre end den modellerede VAR proces. Den overordnede konklusion i rapporten beskriver hvordan LSTM overgår Vector Auto-Regression i både forecasting nøjagtighed, samt i fortolkning af resultaterne. LSTM formåede gennem ikke-linære aktivitetsfunktioner at opdage de forskellige makroøkonomiske dynamikker uden nogen form for intervention. Modellen lærer sammenhænge gennem rå data, hvorimod VAR kræver modelspecifiktation som for eksempelvis valg af lags. Ved sammenligningen fremkommer der en tydeligt forskel i metoden anvendt til sammenligning. Ligesom tidligere er der blevet valgt en meget længere tidshorisont fra 1959-2019 med månedlige observationer. Dette er især afgørende for LSTM som kun forbedres men en større mængde data, hvor den eneste begrænsning er forarbejdningskraft når modellen bygges. Der kan observeres en masse ligheder i overstående publikation med denne rapport, idet der også undersøges BNP vækst og der sammenlignes også med en Long Short-Term Memory Model. En af de væsentlige forskelle fremkommer af de forskellige modelvalg til den økonometriske del. (Verstyuk, 2019) anvender forecast til beskrivelsen af den fremtidlige BNP, hvor der i dette projekt lægges vægt på nowcasting. Denne afvigelse giver anledning til de forskellige modelvalg. Alternativt kunne der have været anvendt en anden model i rapporten, hvor en sammenligning med Machine Learning algoritmer stadig var en mulighed. Eventuelt kunne en VAR proces anvendes til beskrivelse af BNP-væksten og sammenligne disse modeller med LSTM. VAR modellen er bedst egnet til forecasting og derfor ville nowcasting ikke være en mulighed. En anden model der kan beskrive BNP-vækst og danne et nowcast for økonomien er bridge ligninger som der anvendes i (Angelini et al., 2011). Dette kan være en yderligere mulig økonometrisk model til beskrivelse af nowcasting og kan anvendes til at udtrykke BNP-vækst gennem *iterated forecasts*. Bridge ligninger er dog blevet udelukket, grundet Dynamic Factor Models har vist højere nøjagtighed i adskillige rapporter som f.eks. (Giannone et al., 2008). En alternativ metode til nowcating er Mixed-Data Sampling(MIDAS) hvilket ligesom DFM tillader forskelige frekvenser af data.(Schumacher, 2014) undersøgte i 2014 hvilken ligningsform der var bedst til at beskrive BNP-vækst gennem nowcasting. Der sammenlignes en bridge ligning med MIDAS hvor begge ligninger forsøger at udtrykke kvartal BNP-vækst. Der fremkommer at MIDAS er et direkte multi-step nowcasting værktøj, hvorimod bridge ligninger var afhængig af de tidligere forecasts. MIDAS ligninger kan inddrage nuværende kvartals høj frekvens variabler, hvorimod dette ikke er en mulighed inden for bridge ligninger. Resultatet af sammenligningen viser dog at der ikke eksisterer en dominant nowcasting ligning til nowcasting af Euro zonen's BNP-vækst. Begge modeller viser høj nøjagtighed afhængig af hvilke variabler der inddrages. Begge ligninger kunne have været anvendt til at beskrive nowcasting i dette projekt, men grundet begrænset indhold samt bedre resultater fra tidligere rapporter blev den foretrukne model Dynamic Factor Modellen.

7.2 Machine Learning's anvendelse inden for økonomi

I dette projekt er der blevet anvendt et Recurrent Neural Network til beskrivelse af BNP-væksen i hvert kvartal. Der kunne have været anvendt andre økonometriske modeller til sammenligning af den mest optimale nowcasting teknik eksempelvis Bridge ligninger. Disse sammenligninger er allerede blevet undersøgt i mange rapporter, herunder (Giannone et al., 2008), hvor DFM har vist sig at være den foretrukne model. Machine Learning er et nyt værktøj inden for økonometri som har vist sig at være nyttigt, især inden for emner som Nowcasting. Den præcise model er Long Short-Term Memory, som er en af de foretrukne modeller til økonomisk data, grundet dens hyppige anvendelse i økonomiske rapporter(Siami-Namini and Namin, 2018)(Verstyuk, 2019). Machine Learning algoritmer er som tidligere nævnt et nyt værktøj til løsning af problemer der involver data i hvilken som helst forstand. Machine Learning bliver ikke kun anvendt inden for økonomi, men bruges til biledeidentifikation, tekstklassicering og mange andre opgaver(Mullainathan and Spiess, 2017). Der er adskillige fordele ved anvendelse af Machine Learning(ML) til besvarelse af økonomiske problemstillinger. ML kræver minimal form for modelspecifikation og tests, hvilket sparer væsentlig tid ved modelopbyggelse. ML lærer selv sammenhæng mellem specifikke variabler gennem dataene, hvilket også beskriver årsagen til kravet omkring en stor mængde data. Men samtidig er der også ulemper forbundet med Machine Learning og sammenligning af traditionelle økonometriske modeller. Økonomiske modeller involverer ofte parameterestimation. Her handler modelleringen om estimationen af de mest nøjagtige parametre β, som forklarer forholdet mellem y og x. Denne estimation af parametre kan ikke direkte oversættes til ML og det er vigtigt ikke at fortolke resultaterne således. ML er ikke konstruereret til undersøge sammenhæng mellem x og y og har ofte ikke nogen form for sammenhængsresultater. Selv når algoritmen har dannet koefficienter til en forudsigelse af y, er disse parametre sjældent konsistente(Mullainathan and Spiess, 2017). Eksempelvis er det ikke muligt at anvende en algoritme bygget for $\hat{y}$ og antage at algoritmens koefficienter har samme egenskaber, som dem der anvendes inden for økonometri. ML algoritmer bliver ofte beskrevet som en slags *black box*, hvor data gives til algoritmen, der efterfølgende producerer et output.

Figure 24: Machine Learning Black Box



Kilde:(Natakarnkitkul, 2019)

Præcis hvordan dette output blev produceret og hvilke mekanismer algoritmen anvender er stadig vanskeligt at fortolke. Machine Learning er i denne forstand særdeles output baseret og dette er en af de mest velkendte ulemper ved anvendelse af ML algoritmer(Molnar, 2019). For at danne en pålidelig og forholdsvis nøjagtig algoritme kræves der et stort dataset. Dette er velkendt kendetegn ved ML og desto mere data du kan give algoritmen, desto bedre predictions kan den estimere teoretisk (Molnar, 2019). Dette kan være vanskeligt med især økonomisk data, som ofte er begrænset grundet målingvanskelighed. Økonomiske indikatorer og nøgletal kræver meget bearbejdning, da indsamling af økonomisk data kræver høj nøjagtighed. Med introduktionen af online data er økonomisk nøgletal og indikatorer blevet lettere tilgængelig men er stadig begrænset grundet den korte tidshorisont. Som tidligere nævnt er der anvendt en relativ kort tidsperiode til beskrivelse af BNP-vækst, hvilket er en ulempe for ML estimation. ML algoritmer er yderligere også særdeles afhængig af den data der bliver givet til modellen. Algoritmen arbejder kun med formålet om at reducere Total Sum of Squares(SST), hvilket giver anledning til fejl. Eksempelvis hvis der fremkommer en bias i træningssættet vil denne bias også fremkomme i algoritmen. Indenfor økonometri er der adskillige tests hvor bias kan tjekkes, eksempelvis når der testes for stationæritet. Denne samme dynamik kan ikke afspejles i ML, hvilket kræver en højere forsigtighed når datasættet vælges og modellens hyperparametre dannes. Jævnfør afsnit 3.4 beskrives hvordan et neural network kan være opbygget af et utallige antal af activation functions(Mullainathan and Spiess, 2017). Disse ikke linære activation functions muligggør forudsige af eksempelvis økonomisk data, men kommer også med en væsentlig ulempe. Flere funktioner skaber en større sandsynlighed for at to funktioner med meget forskellige koefficienter, kan producerer lignede resultater. Dette resulterer at når algoritmen skal vælge mellem to vidt forskellige funktioner til estimation af output, kan valget af funktion være tilfældigt. Dette er også en af årsagerne til ML resultater kan være upålidelig, grundet en mindre ændring til træningsættet kan få algoritmen til at estimere gennem helt andre activation functions. Dette kendetegn fremhæver hvordan ML ikke kan bruges til modelbeskrivelse og sammenhængsanalyse(Mullainathan and Spiess, 2017). Der fremkommer et output på BNP-væksten gennem de månedlige variabler valgt i projektet, men ingen forklaring af dette valg. Ved Dynamic Factor Modellen kan hver latent faktor koefficent obseveres og de præcise dynamikker i modellen kan obseveres. Denne samme analyse vil ikke være mulig med ML og selv hvis det var en mulighed vil det være inkonsistent. Det er derfor vigtigt kun at opfatte ML og LSTM som et værktøj til nowcasting og være acceptabel med de ulemper det bringer. Årsagen til ML anvendes i dette projekt frem for andre økonometriske metoder er, at nowcasting ligesom ML er output orienteret. Som tidligere nævnt giver nowcasting et skøn over den aktuelle situation af økonomien, som er relevant for både økonomiske aktører og private virksomheder. Der kan antages at disse institutioner og aktører ikke nødvendigvis er interesseret i den præcise sammenhæng, men kun skal bruge et nowcast til planlægning af deres udbud eller beslutningsproces. I denne forstand kan ML og LSTM opfylde dette behov ved at producerer et output som aktører kan planlægge efter.

8 Konklusion

Udgangspunktet for projektet har været, at undersøge om Machine Learnign kan nowcaste sammenlignet med traditionelle økonometriske modeller. De to tilgange er henholdsvis den økonometriske Dynamic Factor Model (DFM) og Deep Learning prognosemetoden Long Short-Term Memory (LSTM). Disse to forskellige tilgange anvendes til at danne et skøn over den økonomiske vækst i 2019 for den danske BNP. DFM og LSTM-model sammenlignes med hensyn til deres evne til at reducere fejlprocenten og opnå den højeste nøjagtighed af BNP-væksten. En kombination af flere månedlig frekvensdata er nødvendig, for at estimere et nowcast. Dog er kvartal indikatorer også medtages, da de antages at være nødvendige indikatorer til forklarelse af BNP. Indikatorerne i datasættet er hentet fra både Danmarks Statistik og FRED. I datasættet indgår 29 makroøkonomiske indikatorer. Datasættet for begge modeller er identiske, dog er der en ændring i opstillingen af datasættet. Dette skyldes, at LSTM ikke kan håndtere manglende data som indgår, når kvartaldata medtages. Da Dynamic Factor Model er udarbejdet i Jdemtra+ open source platform, forekommer denne udfordring ikke for modellen. I første omgang udarbejdes en benchmark model for DFM, herunder en ARIMA. BNP-indikatoren fra 2008 til 2018 anvendes til at træne modellen til at danne et forecast for henholdsvis alle fire kvartaler i 2019. Modellen bliver først testet for stationaritet af BNP tidsserien gennem en Augmented Dickey Fuller Test, og seriel korrelation gennem en Ljung-box test. Ved hjælp af Akaike Information Kriterium (AIC), er den optimale model en ARIMA-model af orden (1,1,0) (0,0,1). DFM anvender fem latente faktorer(r) i modellen, hvoraf disse fem latente faktorer følger en VAR(2). Overordnet fremkommer der en præference for DFM sammenlignet med ARIMA som også var forventet. LSTM er i stand til automatisk at trække oplysninger ud af data og genkende underliggende mønstre. Med en inkorporerede *forget gate* i LSTM, formår netværket at beholde de relevante oplysninger og derefter "glemme" irrelevante oplysninger. Dette er en nødvendighed med økonomisk data, hvor tidligere lags er relevant for den nuværende periode. Gennem en komparativ analyse mellem LSTM og DFM vises der at Machine Learning kan nowcaste økonomisk vækst. LSTM ligger forholdsvis tættere på de sande værdier når 2019 nowcastes sammenlignet med DFM i samme periode. Dette udtrykkes henholdsvis i Root Mean Squared Error og Mean Average Error i tabel 5, som begge er lavere hos LSTM. Dynamic Factor Model nowcaster 4. kvartal i 2019 med henholdsvis en RMSE på 0.513, hvor LSTM nowcaster samme periode med en RMSE på 0.335. Jo tættere RMSE er på nul, jo bedre er modellen til at forudsige. Det kan derfor konkluderes, at LSTM formår at nowcaste 4. kvartal bedre baseret på resultaterne. Der kan dog fremkomme ulemper ved anvendelse af Machine Learning. Machine Learning er outputorinteret og har dermed minimal forklaringsgrad af de på pågældende resultater. De præcise estimater og parametre i modellen er ukendt og der er ingen mulighed for yderligere undersøgelse af sammenhængen mellem den afhængige og uafhængige variabler i modellen.

References

E. Angelini, G. Camba-Mendez, D. Giannone, L. Reichlin, and G. Rünstler. Short-term forecasts of euro area GDP growth. *Econometrics Journal*, 14(1), 2011. ISSN 13684221. doi: 10.1111/j.1368-423X.2010.00328.x.

G. Athanasopoulos and R. J. Hyndman. Forecasting: Principles and Practice, 2018. URL `https://otexts.com/fpp2/seasonal-arima.html`.

S. Athey and G. W. Imbens. Machine Learning Methods That Economists Should Know About. *Annual Review of Economics*, 11(1):685–725, 2019. ISSN 1941-1383. doi: 10.1146/annurev-economics-080217-053433.

T. O. Ayodele. New Advances in Machine Learning, 2010. URL `https://pdfs.semanticscholar.org/c4ae/802491724aee021f31f02327b9671cead3dc.pdf`.

M. Bańbura and M. Modugno. Maximum likelihood estimation of factor models on datasets with arbitrary pattern of missing data. *Journal of Applied Econometrics*, 29(1):133–160, 2014. ISSN 08837252. doi: 10.1002/jae.2306.

M. Bańbura, D. Giannone, M. Modugno, and L. Reichlin. Now-casting and the real-time data flow. *Handbook of Economic Forecasting*, 2:195–237, 2013. ISSN 15740706. doi: 10.1016/B978-0-444-53683-9.00004-9.

K. Barhoumi, O. Darné, and L. Ferrara. Dynamic factor models: A review of the literature, 2017. ISSN 19952899. URL `https://www.researchgate.net/publication/323748855{_}Dynamic{_}Factor{_}Models{_}A{_}Review{_}of{_}the{_}Literature`.

B. Bok, D. Caratelli, D. Giannone, A. M. Sbordone, and A. Tambalotti. Macroeconomic Nowcasting and Forecasting with Big Data. *Annual Review of Economics*, 10(1):615–643, 2018. ISSN 1941-1383. doi: 10.1146/annurev-economics-080217-053214. URL `https://pdfs.semanticscholar.org/bc0c/18486d70b0a920a06dcb73329da9a06ca9af.pdf`.

L. Breiman. Statistical Modeling:The Two Cultures. 2001. URL `http://www2.math.uu.se/{~}thulin/mm/breiman.pdf`.

M. Caudil. Neural networks primer part 1. *AI Expert*, 2(12):46–52, 1987.

M. P. Clements and D. F. Hendry. *The Oxford Handbook of Economic Forecasting*. 2011. ISBN 9780199940325. doi: 10.1093/oxfordhb/9780195398649.001.0001.

Danmarks statistik (1). Nationalregnskab. URL `https://www.dst.dk/da/Statistik/dokumentation/statistikdokumentation/nationalregnskab?fbclid=IwAR2ms4qUaPI{_}13t-38G9{_}0fCNWqbdjkZks{_}1PDZ2kH6QsIci5Hpzl9YDVCQ`.

W. Enders. *Applied Econometric Time Series*, volume 4th Editio. 2014.

M. B. Enzo Grossi. Introduction to artificial neural networks. *European Journal of Gastroenterology & Hepatology*, 2008. URL https://www.researchgate.net/publication/5847739{_}Introduction{_}to{_}artificial{_}neural{_}networks.

Eurostat. Software Jdemetra+, 2020. URL https://ec.europa.eu/eurostat/cros/content/software-jdemetra{_}en.

M. D. Evans. Where Are We Now? Real-Time Estimates of the Macro Economy, 2005. ISSN 1556-5068. URL https://www.ijcb.org/journal/ijcb05q3a4.pdf.

T. Fischer and C. Krauss. Deep learning with long short-term memory networks for financial market predictions. *European Journal of Operational Research*, 2017. ISSN 03772217. doi: 10.1016/j.ejor.2017.11.054. URL https://www.econstor.eu/bitstream/10419/157808/1/886576210.pdf.

F. A. Gers, J. Schmidhuber, and F. Cummins. Learning to forget: Continual prediction with LSTM. *IEE Conference Publication*, 2(470):850–855, 1999. ISSN 05379989. doi: 10.1049/cp:19991218.

D. Giannone, L. Reichlin, and D. Small. Nowcasting: The real-time informational content of macroeconomic data. *Journal of Monetary Economics*, 55(4):665–676, 2008. ISSN 03043932. doi: 10.1016/j.jmoneco.2008.05.010.

O. D. J. Hagan, Howard Demuth, Mark Hudson Beale. *Neural network design*. 2014.

D. Hain. M3-1:Introduction to Artifical Neural Networks and Deep Learing(R). 2019. URL https://raw.githack.com/SDS-AAU/M3-2019/master/notebooks/M3{_}1{_}Intro{_}ANN.html.

S. Haykin. *Neural Networks and Learning Machines*, volume 3. 2008. ISBN 9780131471399. doi: 978-0131471399.

S. Hochreiter and J. Urgen Schmidhuber. Long Shortterm Memory. *Neural Computation*, 9(8): 17351780, 1997.

R. Kingma and K. Prodanova. Adam: a Method for Stochastic Optimization, 2015. ISSN 15517616. URL https://arxiv.org/pdf/1412.6980.pdf.

M. Luciani, M. Pundit, A. Ramayandi, and G. Veronese. Nowcasting Indonesia. *Finance and Economics Discussion Series*, 2015(100):1–21, 2015. ISSN 19362854. doi: 10.17016/feds.2015.100.

M. Maggi. Jdemtra+ Nowcasting. 2017. URL https://github.com/nbbrd/jdemetra-nowcasting/wiki/Build-Model.

T. M. Mitchell. Machine Learning Machine Learning. *Computer*, 1997(April):186–190, 1997.

C. Molnar. A Guide for Making Black Box Models Explainable. *URL: https://christophm.github. io/interpretable-ml-book*, 2019. URL https://christophm.github.io/interpretable-ml-book/index.html.

S. Mullainathan and J. Spiess. Machine learning: An applied econometric approach. *Journal of Economic Perspectives*, 31(2):87–106, 2017. ISSN 08953309. doi: 10.1257/jep.31.2.87.

V. Nair and G. E. Hinton. Rectified linear units improve Restricted Boltzmann machines. *ICML 2010 - Proceedings, 27th International Conference on Machine Learning*, pages 807–814, 2010. URL https://www.cs.toronto.edu/{~}fritz/absps/reluICML.pdf.

S. Natakarnkitkul. Show Me The Black Box, 2019. URL https://medium.com/towards-artificial-intelligence/show-me-the-black-box-3495dd6ff52c.

Nationalbanken. Indikatormodeller for det private forbrug, s. 101. URL https://www.nationalbanken.dk/da/publikationer/Documents/2011/03/indikatormodeller.pdf.

T. J. Sargent and C. A. Sims. Business Cycle Modeling Without Pretending to Have Too Much A Priori Economic Theory. *Federal Reserve Bank of Minneapolis Working Paper*, 1:1–89, 1977.

SAS Institute. Notation for ARIMA Models, 2020. URL https://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/63939/HTML/default/viewer.htm{#}etsug{_}tffordet{_}sect016.htm.

C. Schumacher. MIDAS and Bridge Equations. *Bundesbank Discussion Papers*, pages 1–37, 2014. URL http://www.bundesbank.de/Redaktion/EN/Downloads/Publications/Discussion{_}Paper{_}1/2014/2014{_}10{_}21{_}dkp{_}26.pdf?{_}{_}blob=publicationFile{%}5Cnpapers2://publication/uuid/ACBB6253-02AC-4EA2-960D-73512523796A.

P. F. Serge de Valk, Daiane de Mattos. Nowcasting: An R Package for Predicting Economic Variables Using Dynamic Factor Models. URL https://journal.r-project.org/archive/2019/RJ-2019-020/RJ-2019-020.pdf.

S. Siami-Namini and A. S. Namin. Forecasting Economics and Financial Time Series: ARIMA vs. LSTM. 2018. URL http://arxiv.org/abs/1803.06386.

C. Spearman. General Intelligence. *University of Illinois Press*, 1904. URL https://www.jstor.org/stable/pdf/1412107.pdf?refreqid=excelsior{%}3A29aa1a5800ada9aa1c6aebbed556329b.

J. H. Stock and M. W. Watson. Dynamic Factor Models. *Department of Economics, Harvard University and the National Bureau of Economic Research*, 2010. URL https://www.princeton.edu/{~}mwatson/papers/dfm{_}oup{_}4.pdf.

S. Verstyuk. Modeling Multivariate Time Series in Economics: From Auto-Regressions to Recurrent Neural Networks. *SSRN Electronic Journal*, 2019. doi: 10.2139/ssrn.3357211.

Appendices

A Billeder

A.1 ACF og p-værdi for lags

Figure 25: ACF og p-værdi for lags

lag (m)	1	2	3	4
ACF	−0.01	0.22	0.03	0.03
p-Value	0.93	0.05	0.81	0.81

Kilde:(Giannone et al., 2008)

A.2 Out-of-sample - nowcast og forecast af US GDP

Figure 26: Nowcasts and forecasts of GDP: out-of-sample evaluation

Horizon	0	1	2	3	4
FM	0.91	1.05	1.10	1.25	1.18
SPF	0.94	1.15	1.29	1.29	1.36

Kilde: (Giannone et al., 2008)

A.3 Augmented Dickey-Fuller Test for BNP tidsserien

Figure 27: Augmented Dickey-Fuller Test for BNP tidsserien

```
Augmented Dickey-Fuller Test
alternative: stationary

Type 1: no drift no trend
     lag   ADF p.value
[1,]   0 -4.13  0.0100
[2,]   1 -2.23  0.0266
[3,]   2 -2.15  0.0336
[4,]   3 -2.69  0.0100
Type 2: with drift no trend
     lag   ADF p.value
[1,]   0 -4.35  0.0100
[2,]   1 -2.49  0.1457
[3,]   2 -2.47  0.1539
[4,]   3 -3.40  0.0194
Type 3: with drift and trend
     lag   ADF p.value
[1,]   0 -5.38  0.0100
[2,]   1 -3.00  0.1752
[3,]   2 -2.98  0.1840
[4,]   3 -3.61  0.0438
----
Note: in fact, p.value = 0.01 means p.value <= 0.01
>
```

Kilde: Egen beregninger

A.4 Box-Ljung Test for BNP tidsserieng

Figure 28: Box-Ljung Test for BNP tidsserien

```
        Box-Ljung test

data:  DEN
X-squared = 23.143, df = 20, p-value = 0.2818
```

Kilde: Egen beregninger

A.5 AIC sammenligning af forskellige ARIMA modeller

Figure 29: AIC sammenligning af forskellige ARIMA modeller

```
 ARIMA(2,1,2)(1,0,1)[4] with drift         : Inf
 ARIMA(0,1,0)           with drift         : 122.8856
 ARIMA(1,1,0)(1,0,0)[4] with drift         : 109.2369
 ARIMA(0,1,1)(0,0,1)[4] with drift         : Inf
 ARIMA(0,1,0)                              : 120.7036
 ARIMA(1,1,0)           with drift         : 108.5328
 ARIMA(1,1,0)(0,0,1)[4] with drift         : 108.3196
 ARIMA(1,1,0)(1,0,1)[4] with drift         : 111.2741
 ARIMA(1,1,0)(0,0,2)[4] with drift         : 109.3584
 ARIMA(1,1,0)(1,0,2)[4] with drift         : 111.7039
 ARIMA(0,1,0)(0,0,1)[4] with drift         : 125.1721
 ARIMA(2,1,0)(0,0,1)[4] with drift         : 110.0237
 ARIMA(1,1,1)(0,0,1)[4] with drift         : 109.1683
 ARIMA(2,1,1)(0,0,1)[4] with drift         : Inf
 ARIMA(1,1,0)(0,0,1)[4]                    : 106.3063
 ARIMA(1,1,0)                              : 106.3264
 ARIMA(1,1,0)(1,0,1)[4]                    : 108.8714
 ARIMA(1,1,0)(0,0,2)[4]                    : 107.3617
 ARIMA(1,1,0)(1,0,0)[4]                    : 107.0437
 ARIMA(1,1,0)(1,0,2)[4]                    : Inf
 ARIMA(0,1,0)(0,0,1)[4]                    : 122.8739
 ARIMA(2,1,0)(0,0,1)[4]                    : 108.0599
 ARIMA(1,1,1)(0,0,1)[4]                    : 107.632
 ARIMA(0,1,1)(0,0,1)[4]                    : 107.8433
 ARIMA(2,1,1)(0,0,1)[4]                    : 108.9196

 Best model: ARIMA(1,1,0)(0,0,1)[4]

Series: DEN
ARIMA(1,1,0)(0,0,1)[4]

Coefficients:
          ar1     sma1
      -0.6490  -0.3714
s.e.   0.1289   0.2730

sigma^2 estimated as 0.6094:  log likelihood=-49.85
AIC=105.69   AICc=106.31   BIC=110.97
>
```

Kilde: Egen beregninger

A.6 Dynamic Factor Modelopbygning med variabler og udgivelseslag

Figure 30: Dymanic Factor Modelopbygning med variabeler og udgivelseslag

Web Browser | DfmDoc-1

Model | Processing | Output | News | Simulation

Series	Delay	Series trans.	Factors trans.	F1	F2	F3	F4	F5
data ▶ BNP Realveaks...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Betalingsbalan...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Bruttoledige Se...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ AKU beskeftige...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Aktieindex (O...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Sammensat ko...	0 days		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Forbrugertillidsi...	0 days		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Prisindex for ej...	2 months after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Inflation [frozen]	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Imdustrial prod...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Offentlig forbr...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Privat forbrug ...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Sesonkorrigere...	1 month after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Long-Term Gov...	45 days after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Diskkontoen [fr...	45 days after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Import [frozen]	45 days after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Export [frozen]	45 days after		M	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ TOT Erhverv i ...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 2 Industri, rast...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 3 Bygge og anl...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 4 Handel og tr...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 5 Information ...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 6 Finansiering ...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 7 Ejendomshan...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 8 Erhvervsserv...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ O3 Undervisnin...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ 10 Kultur, fritid...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Danmarks inter...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑
data ▶ Sesonkorrigere...	2 months after		Q	☑	☑	☑	☑	☑

Kilde: Egen beregninge

A.7 Dynamic Factor Model Estimations Metode

Figure 31: Dynmaic Factor Model Estimations Metode

Principal components	
Enabled	☑
Estimation span	All
Data availability (min %)	0.8
Preliminary EM	
Enabled	☑
Version	2
Max iterations	100
Max numerical iterations	50
Precision	0.000000001
Numerical optimization	
Enabled	☑
Max number iterations	1000
Max number iterations in optimization by block	5
Simplified model iterations	15
Independent VAR shocks	☐
Iterations by blocks	☑
Mixed estimation	☑
Optimization method	LevenbergMarquardt
Precision	0.000000001
Final EM	
Enabled	☐
Version	2
Max iterations	100
Max numerical iterations	50
Precision	0.000000001

Kilde: Egen beregninge

A.8 LSTM output

Figure 32: LSTM output

	0
130	0.58976
131	0.572333
132	0.475124
133	0.548693
134	0.400775
135	0.766159
136	0.802907
137	0.670118
138	0.645579
139	0.711771
140	0.523182
141	0.786711
142	0.729886
143	0.695119

LSTM output, 134 er Kvartal 1. 2019, 137 er Kvartal 2. 2019, 140 er Kvartal 3.2019 og 143 er Kvartal 4. 2019