Dynamisk personlast og stokastiske lastmodeller til estimering af gangbroers dynamiske respons

Kandidatspeciale

Civilingeniør i Bygge- og Anlægskonstruktion
Aalborg Universitet
Juni 2010

Rasmus Bødker & Heidi Christensen

De Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultetet
Byggeri og Anlæg
Sohngaardsholmsvej 57
Telefon 96 35 84 72
Fax 98 14 09 80
http://bsn.aau.dk

Titel:
Dynamisk personlast og stokastiske lastmodeller til estimering af gangbroers dynamiske respons

Tema:
Kandidatspeciale

Projektperiode:
1. februar til 10. juni 2010

Projektgruppe:
C28c

Deltagere:
Rasmus Bødker
Heidi Christensen

Vejledere:
Christian Frier
Lars Pedersen

Oplagstal: 5

Sidetal: 126

Bilag:
10 bilag i vedlagt bilagsrapport

Synopsis:

Konstruktioner der bærer mennesker udformes pga. nye teknologier og stærkere konstruktionsmaterialer ofte med større spænd og mere slanke end tidligere. Det bevirker, at der oftere opstår problemer med vibrationer forårsaget af dynamisk belastning.

Denne rapport tager udgangspunkt i en probabilistisk metode til at estimere gangsbroers dynamiske respons forårsaget af laster fra gående personer. Metoden er baseret på numeriske simuleringer, og tager hensyn til, at lasten fra gående personer er stokastisk.

Der fokuseres primært på modelleringen af dynamiske personlaster, hvor der opstilles både simple og avancerede stokastiske lastmodeller for gående personer. Ud fra forskellige last- og bromodeller undersøges forskellen på at anvende hhv. simple og avancerede modeller, hvormed de vigtigste parametre i beskrivelsen af gangbroers vibrationsniveau identificeres.

Forsidebilledet er fra en privat blog [Nathan]

Forord

Denne rapport er resultatet af et afgangsprojekt udarbejdet på kandidatuddannelsen Civilingeniør i Bygge- og Anlægskonstruktion under Studienævnet for Byggeri og Anlæg. Rapporten er udarbejdet i henhold til gældende studieordning under De Ingeniør-, Natur-, og Sundhedsvidenskabelige Fakulteter, Aalborg Universitet, i perioden fra den 1. februar til den 10. juni 2010. Temaet for projektet er *Kandidatspeciale*, og projektets titel er *Dynamisk personlast og stokastiske lastmodeller til estimering af gangbroers dynamiske respons*.

Som supplement til rapporten er der vedlagt en bilagsrapport samt en CD-ROM, der indeholder denne hovedrapport samt bilagsrapporten. Ud over rapporterne er programfilerne til de forskellige modeller, der behandles i rapporten, tilgængelige på CD-ROM'en, så læseren selv har mulighed for at se og køre disse filer. For at kunne åbne og køre filerne kræves det, at den anvendte computer har installeret MatLab, Fortran samt Adobe Acrobat. Gennem rapporten vil der være henvisninger til CD-ROM'en, når der kan findes relevant materiale herpå. Ligeledes henvises der gennem rapporten til bilag, der alle er at finde i den vedlagte bilagsrapport, som bilag x.x, mens henvisninger til kapitler og afsnit i rapporten angives med det pågældende kapitels eller afsnits nummer.

I rapporten er kildehenvisninger angivet med forfatter og evt. årstal [Forfatter, år]. Kilden er stillet før punktum, hvis det kun er en sætning eller formel, der bygger herpå. Hvis et helt afsnit bygger på en kilde, er kilden stillet sidst i afsnittet. Figurer og tabeller, der ikke er et produkt af eget arbejde, vil ligeledes have en kildehenvisning i figur- eller tabelteksten. Kilderne angives i litteraturlisten således:

- Bøger: Forfatter. *Titel*. Forlag. Udgivelsesår. ISBN.
- Websider: Forfatter. *Titel*. År. URL-adresse. Besøgsdato.
- Artikler: Forfatter. *Titel*. *Tidsskrift*, Vol. (No.) : side, År.

Aalborg juni 2010

Rasmus Bødker

Heidi Christensen

English abstract

This project is the result of a Master's Thesis produced on the master's degree programme in Structural and Civil Engineering at Aalborg University. The project is written in the period from the 1st February until the 10th June 2010. The project is titled *Dynamic human loading and stochastic load models for estimating the dynamic response of footbridges*. The project deals with the design of stochastic load models for pedestrians crossing footbridges, and the acceleration of the footbridges caused by this dynamic load.

The development of new technologies and materials with higher strength implies that footbridges are constructed with larger spans, which lead to increasingly daring structures. This fact has generated very slender structural footbridges and, as a consequence of this design, a considerable increase of structural vibration problems. Vibration problems occur when the lowest eigenfrequency of a structure is near the load frequency, by which resonance potential will arise.

A footbridge must carry both inactive and active people. Inactive people are for instance people who sit or stand, and active are people who walk, jump or dance etc. The load from people can be of either high- or low-intensity, which is described by jumping or dancing people and walking people respectively. High-intensity load can cause damage to the structure and is described by the ultimate limit state, and low-intensity load can cause discomfort to those walking across the footbridge, which is described by the serviceability limit state.

Because of the construction of more daring structures and the increasing vibration problems, the motivation for development of methods to give a better evaluation of the footbridge user's comfort and safety is increased. The methods given in the present norms and standards for estimating vibration of a structure are based on semi-empirical expressions, in which the load from pedestrians is determined deterministic.

In reality, the load from pedestrians is not deterministic but stochastic, because the load frequency, step length and weight of a person vary according to the person who is crossing the footbridge. By using a stochastic load model to identify the vibration of a footbridge, a probabilistic estimation of the dynamic response of the structure is determined. A cumulative distribution function of the maximum accelerations gives information about the probability of exceeding a given acceleration. This information is important when evaluating the serviceability of a structure.

In this project, pedestrians on footbridges are in focus, and it is analyzed how the load from pedestrians can be described and thereby give the most realistic evaluation of the vibration of a footbridge. It is chosen that three bridges are to be analyzed, which all are of simple structures, because the load modelling is the primary objective of the project.

In the opening of the study, one single pedestrian is in focus, and the load from the walking person is described by a periodic load depending on time. The parameters in the load model are studied and stochastic variables for these are expressed. The difference of using more advanced load and bridge models is analyzed, and the most important parameters in the load models are identified.

Some footbridges carry more than one person at a time, and in the end of the study, load models for groups of people and crowds crossing a footbridge are studied and developed.

Indholdsfortegnelse

Symbolliste

α : Dynamisk lastfaktor [-]
α^h : Hovedharmonisk dynamisk lastfaktor [-]
$\overline{\alpha}^h$: Normaliseret dynamisk lastfaktor til den hovedharmoniske lastkomponent [-]
α^m : Mellemharmonisk dynamisk lastfaktor [-]
$\overline{\alpha}^h$: Normaliseret dynamisk lastfaktor til den mellemharmoniske lastkomponent [-]
β : Parameter, der bestemmer den numeriske stabilitet og nøjagtighed [-]
γ : Parameter, der bestemmer den numeriske stabilitet og nøjagtighed [-]
γ_a : Influenstal for responset fra person nr. a's last på en gangbro [-]
δ : Logaritmiske dekrement [-]
Δt : Tidsskridt [s]
ζ : Dæmpningsforhold [-]
θ : Faseforskydning i lastmodel III [rad]
λ : Dimensionsløs konstant [-]
λ_{an} : Middelhyppighed af ankomsten til en gangbro [s^{-1}]
μ_X : Middelværdi af den normalfordelte stokastiske variabel X
ρ : Korrelationskoefficient for den harmoniske lastkomponent [-]
σ_X : Spredning af den normalfordelte stokastiske variabel X
φ : Faseforskydning i lastmodel I og II [rad]
Φ : Udæmpet egensvingningsform [-]
Φ : Fordelingsfunktion for en standard normalfordeling
ψ : Dynamisk responsfaktor [-]
ω : Cirkulær egenfrekvens [Hz]
a : Indeks for personer [-]
c : Dæmpning [kg/s]
C : Formfaktor, der afhænger af forholdet mellem en gangbros sidefag og midterfag [-]
D : Dynamisk forstærkningsfaktor [-]
E : Elasticitetsmodul [kN/m^2]
f : Egenfrekvens [Hz]
F : Modallast [N]
$f(\ )$: Tæthedsfunktion
$F(\ )$: Fordelingsfunktion
F^h : Hovedharmoniske lastkomponent [N]
F^m : Mellemharmoniske lastkomponent [N]
$\overline{f}_j^h$: Frekvensforhold mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvensen f_s for en hovedharmonisk lastkomponent [-]
$\overline{f}_j^m$: Frekvensforhold mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvensen f_s for en mellemharmonisk lastkomponent [-]
f_{N_p} : Punktlast fra N_p gående personer [N]
f_p : Punktlast fra én gående person [N]
F_P : Gennemsnitlig statisk personlast per m^2 vandret projektionsareal [N]
f_s : Gangfrekvens [Hz]
f_0 : Last til begyndelsestidspunkt [N]
F_0 : Modal last til begyndelsestidspunkt [N]
$F1$: Ligefordelt tal mellem 0 og 1 [-]

g : Tyngdeacceleration [m/s^2]
G : Vægt pr. meter [kN/m]
h : Antal Monte Carlo simuleringer [-]
i : Indeks for den harmoniske lastkomponent [-]
I : Inertimoment [m^4]
j : Indeks for frihedsgrad [-]
k : Stivhed [N/m]
K : Formfaktor, der afhænger af antallet af brofag samt forholdet mellem længden af en gangbros sidefag og midterfag [-]
l : Længde af en gangbro [m]
l_s : Skridtlængde [m]
m : Masse af en gangbro [kg]
M : Modalmasse [kg]
$\widetilde{m}$: Dynamisk masse [kg]
m_p : Masse af en person [kg]
n : Indeks, der anvendes i summationer til at defineret et antal [-]
N : Normalkraft i en bjælke [N]
$N(\mu_X;\sigma_X)$: Normalfordeling med middelværdi μ_X og spredning σ_X
n_e : Egenfrekvens i Eurocode [Hz]
N_e : Effektivt antal personer [-]
N_g : Antal grupper [-]
n_P : Bevægelsesfrekvens for personer i Eurocode [Hz]
N_p : Antal personer på en gangbro [-]
P : Sandsynlighed [-]
q : Udæmpet modal koordinat for flytning [m]
$\dot{q}$: Udæmpet modal koordinat for hastighed [m/s]
$\ddot{q}$: Udæmpet modal koordinat for acceleration [m/s^2]
q_0 : Begyndelsesflytning i modale koordinater [m]
$\dot{q}_0$: Begyndelseshastighed i modale koordinater [m/s]
Q : Lodret punktlast, der virker på midten af en gangbros hovedfag [kN]
s : Indeks for nummer af tidsskridt [-]
S : Størrelsesreduktionsfaktor for den harmoniske lastkomponent [-]
t : Tid [s]
T : Tid for en bropassage [s]
t_0 : Begyndelsestidspunkt [s]
t_{afs} : Tidsafstand mellem to ankomster til en gangbro [s]
u : Flytning af en gangbro i kartesiske koordinater [m]
$\dot{u}$: Hastighed af en gangbro i kartesiske koordinater [m/s]
$\ddot{u}$: Acceleration af en gangbro i kartesiske koordinater [m/s^2]
$\ddot{u}_{limit}$: Grænseværdi for den maksimale lodrette acceleration [m/s^2]
$\ddot{u}_{max}$: Maksimale lodret acceleration [m/s^2]
u_0 : Begyndelsesflytning [m]
$\dot{u}_0$: Begyndelseshastighed [m/s]
$\ddot{u}_0$: Begyndelsesacceleration [m/s^2]
$\overline{u}$: Indikator for flytning til et givent tidsskridt [m]
$\dot{\overline{u}}$: Indikator for hastighed til et givent tidsskridt [m/s]
v : Ganghastighed [m/s]
x : Koordinat langs en gangbro [m]
X : Stokastisk variabel
$\_$: Angiver en vektor
$=$: Angiver en matrice

Kapitel 1

Indledning

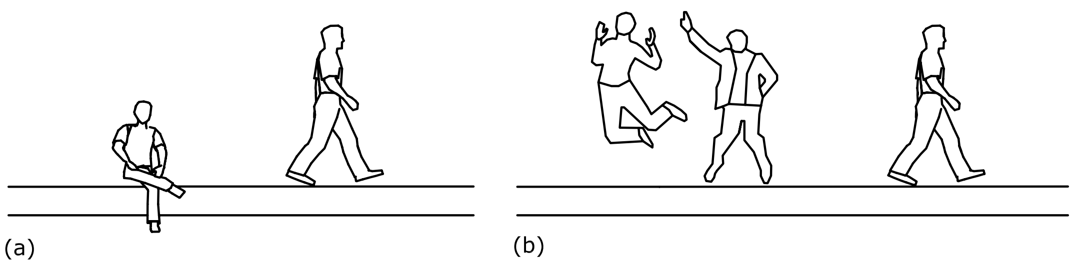
I dette kapitel gives en overordnet introduktion til nogle af de problemstillinger, der knytter sig til personlaster, og konstruktioner der bærer personer. Disse problemstillinger indsnævres og afgrænses til en konkret og mere overskuelig problemstilling, der ønskes behandlet i dette projekt. Dette leder frem til en projektramme, der søges belyst gennem projektet. De overordnede metoder i projektet behandles efterfølgende, og der gives en kritisk vurdering af de anvendte kilder. Til sidst præsenteres kort hvad der behandles i de enkelte kapitler i rapporten.

1.1 Vibrationer af konstruktioner der bærer mennesker

Udviklingen af nye teknologier og konstruktionsmaterialer med højere styrker bevirker, at der konstrueres slankere konstruktioner, og broer udformes med større spænd. Dette resulterer i mere svingningsfølsomme konstruktioner, hvor en direkte konsekvens heraf er, at der kan opstå betydelige problemer med vibrationer forårsaget af dynamisk belastning af personer. [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 1], [da Silva, J.G.S. et al., 2007, s. 1693], [Racic, V. et al., 2009, s. 2]

Konstruktioner, som udsættes for vibrationer forårsaget af personer, er bl.a. koncertgulve, sportstribuner, aerobiccentre, gangbroer og kontorgulve. Problemer med vibrationer af sådanne konstruktioner er stigende og af stor betydning. Problemet med vibrationer opstår, når en konstruktion bliver så slank, at dens laveste egenfrekvens befinder sig i området af personaktivitetens frekvens, hvorved der potentielt kan opstå resonanssvingninger. [Pedersen, L., 2008] [da Silva, J.G.S. et al., 2007, s. 1693]

Der kan forekomme både passive og aktive personer på en konstruktion, der bærer mennesker. Passive personer er f.eks. siddende eller stående mennesker, og aktive personer er f.eks. mennesker der går, hopper eller danser. Et eksempel er vist på figur 1.1(a).



Figur 1.1 *(a) En passiv og en aktiv person. (b) En høj-intensitetslast og en lav-intensitetslast.*

Personbelastningen kan opdeles i høj- og lav-intensitetslast, hvor høj-intensitetslast stammer fra flere personer, der f.eks. hopper synkront, mens lav-intensitetslast stammer fra én eller flere personer, der udfører en aktivitet med en mindre belastning som f.eks. ved gang. Dette er vist med et eksempel på figur 1.1(b). Disse dynamiske laster kan forårsage, at der opstår vibrationer af konstruktionen, hvilket for høj-intensitetslast kan bevirke et sikkerhedsproblem for konstruktionen (brudgrænsetilstand) og for lav-intensitetslast kan bevirke et komfortproblem for de personer, der opholder sig på konstruktionen (anvendelsesgrænsetilstand). [Pedersen, L., 2008]

Der er gennem tiden set flere eksempler på følgerne af vibrationer af konstruktioner, der bærer mennesker. I år 2000 åbnede gangbroen Millennium Bridge i London, der kan ses på figur 1.2. Ved åbningen bevægede omkring 1.000 mennesker sig samlet over gangbroen. Dette forårsagede store horisontale svingninger af gangbroen, og folk havde svært ved at holde balancen. Der blev derfor sat en begrænsning på hvor mange personer, der måtte opholde sig på gangbroen. Dette var dog ikke tilstrækkeligt til at opnå et passende komfortniveau, og gangbroen blev derfor lukket to dage efter åbningen. Dette er et eksempel på, at det er vigtigt, at inddrage vibrationsanalyser i forbindelse med dimensionering af konstruktioner. [Newland, D. E.]

Figur 1.2 *Millennium Bridge i London. [British Science Association]*

Grundet de slankere konstruktioner og stigende problemer med vibrationer, er der kommet mere fokus på at udvikle metoder, der kan give en god vurdering af personers komfort og sikkerhed. De metoder, der er angivet i de gældende normer og standarder til at behandle vibrationer af konstruktioner, der bærer mennekser, er typisk baseret på semi-empiriske udtryk, hvor personlasten bestemmes deterministisk. Dette er en væsentlig forsimpling, idet lasten fra personer i virkeligheden er stokastisk, da bl.a. aktivitetsfrekvensen er givet ved en stokastisk variabel. Idet dynamisk last fra personer i bevægelse udgør et stigende problem for vibrationer af konstruktioner, er det derfor nødvendigt, at udvikle nye og bedre modeller til beskrivelse af belastningen. [da Silva, J.G.S. et al., 2007, s. 1693]

1.2 Estimering af vibrationer af gangbroer vha. probabilistiske metoder

I dette projekt er det valgt at begrænse problemstillingen til at behandle vibrationer af gangbroer ud fra et komfortsynspunkt. Det vil sige, at projektet ikke behandler de sikkerhedsmæssige problemer for gangbroer, der eventuelt kan opstå fra høj-intensitetslaster. Derimod behandles kun lav-intensitetslaster herunder ganglaster, som kan give anledning til et uacceptabelt vibrationsniveau pga. komfort. Dette er et centralt problem, idet mennesker er meget følsomme overfor vibrationer, og der derfor er risiko for, at der føles ubehag ved at opholde sig på gangbroer udsat for selv meget små vibrationer.

Gældende normer og standarder behandler problemstillingen semi-empirisk og typisk deterministisk selvom lasten fra mennesker i bevægelse grundlæggende er stokastisk, bl.a. fordi forskellige personer går med forskellige gangfrekvenser. Dette projekt vil indledningsvist tage udgangspunkt i de gældende normer og standarder anvendt i Danmark. I Danmark er Eurocode den gældende norm. Derudover er der af Vejdirektoratet og Vejrådet udarbejdet gældende belastnings- og beregningsregler for vej- og stibroer. Lastmodellen for ganglast givet heri er baseret på den britiske standard for vurdering af vibrationer af gangbroer BS 5400. Der tages derfor udgangspunkt i Eurocode og BS 5400, som begge behandler problemstillingen ved en deterministisk lastmodel for gående personer.

Idet det er en væsentlig forsimpling at betragte belastningen fra gående personer deterministisk, er der udviklet lastmodeller, der kan tage hensyn til at bl.a. gangfrekvensen er givet ved en stokastisk variabel. Dette bevirker, at der findes et probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. I modsætning til de deterministiske lastmodeller giver de probabilistiske metoder et indblik i sandsynligheden for overskridelse af et givet vibrationsniveau, hvilket vurderes at være en vigtig information ved vurdering af gangbroers anvendelighed.

I dette projekt ønskes der derfor foretaget en sammenligning af metoderne og lastmodellerne angivet i Eurocode og BS 5400 med de probabilistiske metoder og lastmodeller for at belyse fordele og ulemper ved de forskellige metoder. Derudover ønskes der foretaget en undersøgelse og vurdering af hvordan den virkelige belastning fra gående personer målt ved forsøg bedst beskrives ved en stokastisk lastmodel.

Ovenstående leder frem til følgende projektramme:

> *"Redegørelse for og vurdering af stokastiske lastmodeller for gående personer, samt analyse af lastmodellernes påvirkning på gangbroers dynamiske respons."*

Projektrammen søges besvaret gennem rapporten ved at opstille et projektspørgsmål i hvert kapitel. I forbindelse med belysningen af projektrammen og besvarelsen af projektspørgsmålene, vil enkelte emner afgrænses til kun at blive behandlet i et begrænset omfang for at forsimple problemstillingen.

Projektet behandler kun vibrationer i vertikal retning på trods af, at gående personer også udøver horisontale kræfter på gangbroer, der kan medføre horisontale svingninger. Dette kan tilsvarende vertikale svingninger være uønskede, hvilket Millennium Bridge er et eksempel på.

I projektet er det primært beskrivelsen af lasten fra gående personer, der undersøges. Formuleringen af komfortkrav og overholdelse af disse behandles derfor kun i mindre omfang.

Ligeledes behandles ikke menneske-konstruktion interaktion, som har betydning for gangbroers dynamiske egenskaber. Normalt anvendes den "tomme" konstruktions dynamiske egenskaber i en analyse, dvs. hvor der ikke forekommer personer på konstruktionen. Tilstedeværelse af personer på gangbroer kan dog ændre de dynamiske egenskaber, som f.eks. dæmpningen, hvilket kan have betydning for gangbroers vibrationsniveau. Dette fænomen tages der ikke hensyn til i analyserne i dette projekt, da dette er kompliceret at modellere og udenfor projektets rammer.

1.3 Overordnede metoder

I dette afsnit gennemgås de overordnede metoder for projektet, og i hvert enkelt kapitel uddybes de metoder, der er relevante for det pågældende kapitel. I starten af hvert kapitel opstilles et projektspørgsmål, der søges besvaret gennem kapitlet. Formålet hermed er, at samlingen af projektspørgsmål skal være med til at belyse den opstillede projektramme jf. afsnit 1.2.

Som tidligere nævnt er formålet med dette projekt at undersøge og vurdere forskellige modeller for lasten fra gående personer samt at analysere hvordan lastmodellerne påvirker gangbroers dynamiske respons. Til dette foretages der både undersøgelser med deterministiske og stokastiske lastmodeller. I de stokastiske lastmodeller foretages numeriske simuleringer i form af Monte Carlo simuleringer, som bevirker, at der findes en fordelingsfunktion, der viser sandsynligheden for overskridelse af et givet vibrationsniveau. Til at foretage beregningen af det dynamiske respons anvendes en numerisk løsning af bevægelsesligningerne. I de numeriske beregningsmetoder tages der udgangspunkt i kendt teori og empiriske udtryk.

I dette projekt undersøges simple brokonstruktioner, da projektets primære formål er at behandle modelleringen af ganglasten, og det er derfor valgt at betragte de mest simple modeller for gangbroer, der kan opstilles. Den mest simple lastmodel for gående personer, er lasten fra én gående person. Det vælges derfor i første omgang at betragte lasten fra én gående person og analysere gangbroers dynamiske respons herudfra. Senere i rapporten udvides lastmodellen, så den også kan anvendes, når der er flere personer, der samtidig bevæger sig hen over en gangbro.

1.3.1 Kildekritik

For at kunne belyse den opstillede projektramme, har det været nødvendigt at anvende teori og viden fra flere forskellige kilder. Det er her vigtigt at anvende pålidelige kilder og vide hvorvidt, der er tale om en subjektiv eller en objektiv kilde.

Gennem rapporten er der anvendt lærebøger, som må anses for værende pålidelige, ligesom forelæsningsnotater, da disse anvendes i undervisningssammenhæng, og ofte er baseret på basal og velkendt teori. Udover lærebøger er der anvendt et antal artikler, der er skrevet af fagspecialister. Artiklerne er baseret på videnskab og forsøg, og er dokumentation for de undersøgelser og teorier, der er foretaget og udviklet gennem tiden. Idet dette projekt er et projekt, hvor der undersøges og udvikles forskellige lastmodeller, så findes det relevant at se på, hvad der gennem tiden er lavet af forskning indenfor dette felt. Artiklerne herom kan dog ikke betragtes som fuldstændigt objektive, da de kan indeholde personlige holdninger og interesser samtidig med, at de indeholder troværdige informationer.

I forbindelse med analyser af gangbroer ud fra nogle af de gældende normer og standarder, er der taget udgangspunkt i *Eurocode 0*, *Eurocode 1* og *BS 5400*. Hver af disse er anerkendte standarder, der skal anvendes i forbindelse med dimensionering af konstruktioner. Standarder kan ikke betragtes som objektive, da de er baseret på bl.a. videnskab, erfaringer, personlige holdninger og økonomi. Til at udarbejde de gældende standarder i form af Eurocodes, er der nedsat et udvalg med personer fra de enkelte lande, som i fællesskab skal udarbejde en fælles norm ud fra de enkelte landes tidligere normer. Dette betyder, at selvom der indgår videnskab og erfaringer i beslutningerne, vil de desuden være præget af de personlige holdninger, der er i udvalget. Eurocodes og BS 5400 anvendes dog i praksis, da de er gældende standarder og giver en række regler og vejledninger for dimensionering af konstruktioner.

1.4 Rapportens indhold

Efter introduktionen til dette projekt og gennemgangen af de overordnede anvendte metoder beskrives rapportens indhold. Dette skal medvirke til at klarlægge den røde tråd i rapporten.

Generelt er rapporten inddelt i syv kapitler udover det indledende kapitel, hvor hvert kapitel starter med en beskrivelse af, hvilken metode der er anvendt i kapitlet samt et projektspørgsmål, der søges besvaret gennem kapitlet. Desuden afsluttes det enkelte kapitel med en opsamling, hvor projektspørgsmålet besvares. Dette gælder dog ikke kapitel 8, hvis formål er at samle op på de foregående kapitler. Rapporten er inddelt i følgende kapitler:

Modellering af ganglast
Formålet med dette kapitel er at foretage et litteraturstudie af de eksperimentelle undersøgelser, der er lavet gennem tiden i forbindelse med ganglast. Derudover redegøres der for, hvordan lasten fra én gående person kan modelleres samt de indgående parametre i lastmodellen.

Forstudie
I dette kapitel undersøges lastmodeller angivet i de gældende normer og standarder, herunder den britiske standard for vurdering af vibrationer af gangbroer BS 5400 samt Eurocode. Derudover undersøges en stokastisk lastmodel, og resutaterne fra de tre metoder sammenlignes. Til sidst foretages en vurdering af resultaterne af de tre beregninger i forhold til gældende komfortkrav.

Parameterstudie for lastmodel I
I dette kapitel foretages et studie af parametrene i lastmodel I for at vurdere, hvilken betydning de har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Desuden undersøges det, hvorvidt parametrene i lastmodel I skal modelleres ved stokastiske variable, eller om det er tilstrækkeligt at beskrive dem ved deterministiske værdier.

Avancerede bro- og lastmodeller
I dette kapitel behandles mere avancerede bro- og lastmodeller, og der foretages en vurdering af, hvilken bro- og lastmodel der er nødvendig at anvende for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons.

Multi-harmonisk lastmodel
I dette kapitel behandles en multi-harmonisk lastmodel, som bl.a. tager hensyn til, at menneskers gang ikke er fuldstændig periodisk. Det undersøges, hvilken betydning denne lastmodel har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

Lastmodeller og beregningsmetoder for flere personer
I dette kapitel undersøges det, hvordan der kan opstilles en lastmodel og estimeres et accelerationsniveau for gangbroer, der ikke kun er belastet af én gående person, men af flere gående personer. Derudover undersøges det, hvorvidt det har betydning, om personerne går i en samlet gruppe hen over gangbroer, eller om personerne går spredt ud over gangbroer.

Konklusion
I konklusionen følges op på det behandlede i rapporten, og projektrammen besvares.

Kapitel 2

Modellering af ganglast

I dette kapitel redegøres der for, hvordan lasten fra én gående person kan modelleres. Da en præcis beskrivelse af ganglasten fra én person ikke kan udledes teoretisk, laves et litteraturstudie af udvalgte eksperimentelle undersøgelser, der er lavet gennem tiden indenfor området. Resultaterne af disse undersøgelser har ført til lastmodeller, som ligger til grund for nutidens normer og beregningsmetoder, hvorfor der redegøres for disse lastmodeller.

2.1 Anvendt metode

For at kunne beskrive gangbroers dynamiske respons fra lasten af én gående person, er det nødvendigt at opstille en model for personlasten, som beskriver belastningen så præcis som muligt. Denne lastmodel kan ikke umiddelbart udledes teoretisk, da lasten fra én gående person er en dynamisk kraft fra en menneskekrop i bevægelse. Menneskekroppen har en meget kompleks biomekanisk virkemåde, og derfor er den simpleste måde at opstille en lastmodel baseret på empiriske metoder. [Racic, V. et al., 2009]

Dette leder frem til det første projektspørgsmål:

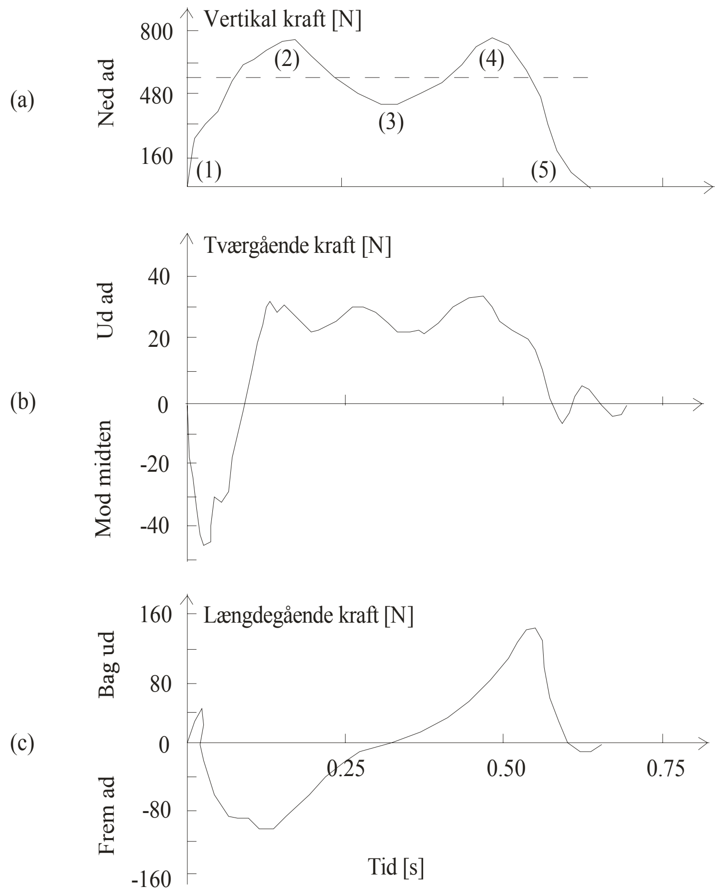
> *Hvorledes kan en lastmodel for én gående person opstilles, så den er i overensstemmelse med målte ganglaster?*

I dette projekt foretages ikke eksperimentelle undersøgelser for at opstille den bedst mulige lastmodel, men der tages udgangspunkt i det eksperimentelle arbejde, der tidligere er lavet og dokumenteret. Dette kapitel vil derfor være baseret på et litteraturstudie, hvor der tages udgangspunkt i andres resultater.

2.2 Målinger af enkeltpersoners ganglast

Der er gennem tiden blevet udført mange forsøg med mennesker i bevægelse indenfor forskellige fagområder som medicin, sportsvidenskab, robotter, rumfart osv. Dette betyder, at der gennem tiden er blevet udviklet forskellige teknologiske hjælpemidler til at lave eksperimentelle undersøgelser af mennesker i bevægelse, hvorudfra der kan opstilles en brugbar lastmodel. [Racic, V. et al., 2009]

Undersøgelserne viser, at når et menneske går på en konstruktion, belaster mennesket konstruktionen med en dynamisk kraft, som har hhv. en vertikal og to horisontale komposanter. Resultatet af et laboratorieforsøg er vist på figur 2.1, hvilket viser et eksempel på kraftkomposanternes forløb med tiden i de tre retninger fra én gående person. Kurverne viser forløbet for ét skridt, hvor en fod sættes på gangoverfladen til foden igen løftes fra gangoverfladen. I resten af rapporten defineres dette som ét skridt. Formen på kraftkurverne er bekræftet af flere personer, som har lavet tilsvarende forsøg. [Zivanovic, S. et al., 2005]

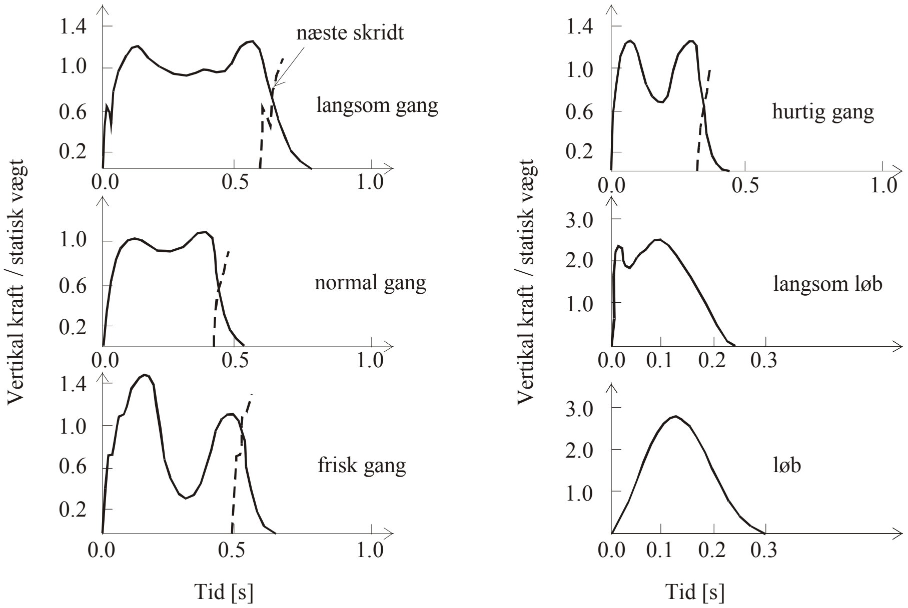


Figur 2.1 *Typiske kraftkurver i de tre retninger ved én gående person udtaget for én fod, svarende til ét skridt. Teksten angivet langs ordinataksen angiver kraftens retning. [Andriacchi, T.P. et al., 1977]*

Den vertikale kraftkomposant betragtes som den vigtigste komposant i dette projekt, da der kun behandles svingninger i vertikal retning. Den vertikale kraftkomposant for et enkelt skridt er ved gang karakteriseret ved en kurve med to toppe, se figur 2.1(a). Den stiplede linie på figur 2.1(a) angiver personens statiske vægt. Denne overordnede form af kraftkurven viser sig at være generel for forskellige mennesker med forskellige gangarter og -hastigheder. [Barton, M. V. et al., 1970]

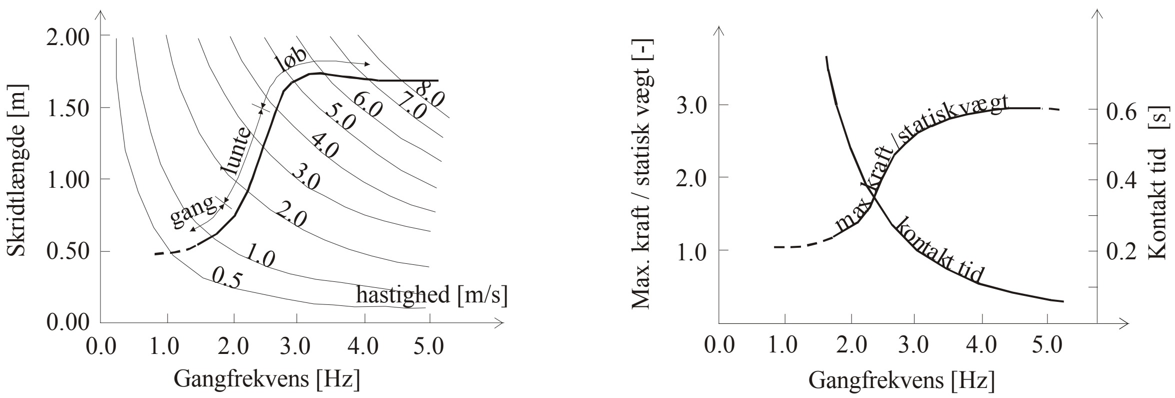
Tidsforløbet for den vertikale kraftkomposant er, at kraften starter ved 0 (1), og stiger når fodens hæl rammer jorden til en værdi på personens vægt plus et bidrag fra personens bevægelsesmængde (2). Derefter falder kraften til en værdi under personens vægt, imens knæet bøjes, og det modsatte ben svinges, samtidig med at vægten flyttes fra hælen til forfoden (3). Efterfølgende overstiger kraften igen personens vægt, da forfoden bruges til at sætte af med (4), hvorefter kraften falder mod 0 indtil foden løftes fra jorden (5). [Kerr, S. C., 1998]

Formen på den vertikale komposants kraftkurve er tilnærmelsesvis ens ved forskellige gangarter og -frekvenser, mens amplituden på kurven ændres med personens vægt og gangfrekvens f_s [Wheeler, J.E., 1977]. På figur 2.2 er lastkurver vist for den vertikale lastkomposant ved forskellige aktiviteter. Det ses bl.a. hvordan lasten i forhold til personens vægt ændres ved forskellige gang- og løbehastigheder.



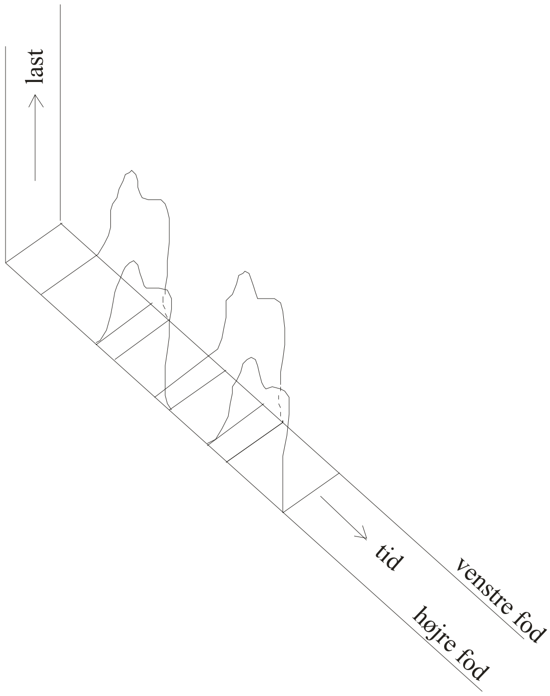
Figur 2.2 *Typiske kraftkurver i den vertikale komposants retning ved forskellige aktiviteter. [Andriacchi, T.P. et al., 1977]*

Formålet med nogle af forsøgene har været at finde ud af, om testpersonens type af fodtøj og typen af gangoverflade har betydning for den vertikale last. Resultaterne viser, at både fodtøjet og gangoverfladen har minimal betydning for den vertikale lastkomposant [Barton, M. V. et al., 1970]. Desuden viser forsøgene, at det dynamiske respons fra én gående person er styret af gangparametre som skridtlængden, ganghastigheden, den maksimale kraft ved ét skridt og kontakttiden som funktion af gangfrekvensen [Wheeler, J.E., 1977]. Det bemærkes, at skridtlængden defineres som afstanden mellem venstre hæl rammer gangoverfladen til ventre hæl rammer gangoverfladen igen. Sammenhængen mellem parametrene kan ses på figur 2.3.



Figur 2.3 *Skridtlængden, ganghastigheden, max. kraften og kontakttiden som funktion af gangfrekvensen. [Wheeler, J.E., 1977]*

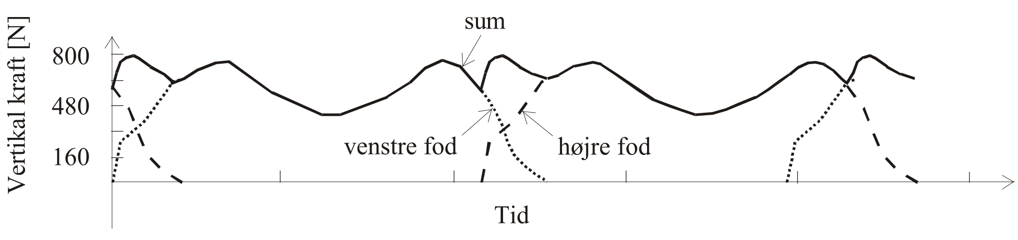
Ved at antage, at mennesker altid tager identiske skridt både med højre og venstre ben, kan resultaterne af målingerne af et enkelt skridt bruges til at beskrive belastningen ved gang [Wheeler, J.E., 1977]. På figur 2.4 er vist, hvordan resultaterne af målinger af et enkelt skridt kan bruges til at lave en fiktiv model af belastningen ved gang.



Figur 2.4 *Beskrivelse af lasten fra gang ved at lave en gentagelse af lasten fra et enkelt skridt for både højre og venstre fod. [Barton, M. V. et al., 1970]*

På figur 2.4 ses det, at målingerne fra et enkelt skridt, som her er blevet lavet med højre fod gentages med en vis periode for begge fødder, hvilket svarer til hver gang en fod rammer gangoverfladen. Det ses, at i en vis tidsperiode rører begge fødder ved gangoverfladen på samme tid.

Der er efterfølgende lavet flere forsøg indenfor dette område, hvor det ikke kun er lasterne fra et enkelt skridt der måles, men fra flere skridt [Zivanovic, S. et al., 2005]. Et eksempel på resultater herfra kan ses på figur 2.5.



Figur 2.5 *Resultater af målinger af lasten fra flere skridt. [Zivanovic, S. et al., 2005]*

Det viser sig, at resultaterne er tilsvarende modellen vist på figur 2.4, og ud fra figur 2.5 ses det, at kraftkurverne for højre og venstre ben er næsten identiske, og summen af kraftkurverne er næsten periodisk. Disse iagttagelser er anvendt til at opstille modeller for ganglasten. Det bemærkes dog, at disse iagttagelser ikke er helt korrekte, og betydningen af at anvende disse iagttagelser behandles i afsnit 6.2.

En vigtig forudsætning for næsten alle de laboratorieforsøg, der er lavet indenfor området, er at uanset metoden, så er kræfterne bestemt på meget stive og ubøjelige gangoverflader. For gangoverflader som er mere fleksible tyder forskning på, at resultaterne fra stive gangoverflader ikke kan overføres direkte til fleksible gangoverflader. [Racic, V. et al., 2009]

For gangoverflader der er så fleksible, at gangoverfladen begynder at vibrere under gangbelastning, vil konstruktionens dynamiske respons i mere eller mindre grad overestimeres ved at anvende ganglasterne fra stive og ubøjelige gangoverflader. Dette skyldes, at mennesket er en meget følsom sensor overfor vibrationer, hvilket kan forekomme for fleksible gangoverflader, og personen vil ubevidst tilpasse sig vibrationsniveauet ved at ændre sin bevægelse. Dette betyder, at en person som går på en gangbro, der begynder at vibrere betydeligt, automatisk vil ændre sin gang ved at ændre f.eks. sin gangfrekvens eller ganghastighed for at minimere vibrationsniveauet og dermed ikke miste balancen. Dette er en naturlig menneskelig reaktion og kaldes for menneske-konstruktion synkronisering. [Racic, V. et al., 2009]

Konsekvensen af dette er, at personlasten ved fleksible gangoverflader ikke kan modelleres korrekt som en last, der er uafhængig af konstruktionens dynamiske respons. Den menneskelige interaktion med konstruktionens respons er et meget kompliceret dynamisk fænomen, som er meget svært at modellere. Dette skyldes bl.a., at mennesker er forskellige og det samme menneske, som udfører en aktivitet gentagne gange, ikke nødvendigvis udgør den samme dynamisk påvirkning, hvilket komplicerer en modellering af fænomenet. De eksperimentelle undersøgelser af den vertikale kraftkomposant ved gang på fleksible konstruktioner er meget begrænset, og der må fremover foretages yderligere undersøgelser for at få en større forståelse af dette fænomen. [Racic, V. et al., 2009], [Zivanovic, S. et al., 2005]

2.3 Lastmodeller for enkeltpersoners ganglast

At opstille en lastmodel for dynamisk personlast er en kompliceret opgave på trods af de eksperimentelle undersøgelser. Dette skyldes bl.a., at lasten fra personer afhænger af mange forskellige parametre, som kan ændres med tid og sted, alt efter hvilken aktivitet personen udfører. Udover dette afhænger kraften fra den enkelte person af, hvor stiv gangoverfladen er, da personen vil ændre sin gang ved fleksible gangoverflader. [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 8]

På trods af dette kan der opstilles lastmodeller, hvor der gøres forskellige antagelser. Tages der udgangspunkt i én person, der går hen over en gangbro, kan en lastmodel opstilles ud fra kraftkurverne fra laboratorieforsøgene beskrevet i afsnit 2.2. Lastmodellerne kan opstilles på forskellige måder med mere eller mindre komplicerede udtryk afhængig af, hvor nøjagtig kraftkurverne ønskes beskrevet. En simpel og ofte anvendt lastmodel, som bl.a. anvendes i BS 5400, er givet ved formel (2.1). I resten af rapporten henvises der til denne model for ganglasten, som lastmodel I.

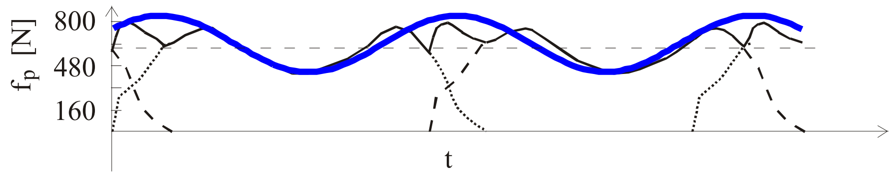
$$f_p(t) = m_p \cdot g + m_p \cdot g \cdot \alpha_1 \cdot sin(2\pi \cdot f_s \cdot t - \varphi) \tag{2.1}$$

hvor

f_p er punktlasten fra én gående person [N]
m_p er personens masse [kg]
g er tyngdeaccelerationen [m/s^2]
α_1 er en dynamiske lastfaktor [-]
f_s er personens gangfrekvens [Hz]
t er tiden [s]
φ er en faseforskydning [rad]

[Zivanovic, S. et al., 2005, s.8]

For lastmodel I er det antaget, at en person går hen over en stiv konstruktion med en konstant gangfrekvens og med identiske skridt for højre og venstre ben. Lasten er dermed periodisk og er skitseret på figur 2.6, hvor den stiplede vandrette linie angiver den statiske vægt af personen. Lasten jf. figur 2.6 er skitseret ved at antage værdier for de indgående parametre i lastmodel I, hvilke dog ikke er anført her. Ud fra figur 2.6 kan det vurderes, hvordan modellen beskriver den aktuelle last, der er målt ved laboratorieforsøg.



Figur 2.6 *En vertikal last målt ved forsøg sammenlignet med lastmodel I givet ved formel (2.1).*

Det ses ud fra formel (2.1) og figur 2.6, at lastmodellen varierer med en kraft, der er hhv. større og mindre end den statiske vægt. Ud fra figur 2.6 kan det ses, at den periodiske lastmodel tilnærmelsesvis kan anvendes til at beskrive lastforløbet ved forsøget, da den overordnet beskriver det samme lastforløb.

For at lave en mere nuanceret model af lastforløbet kan en mere nøjagtig lastmodel opstilles. Det antages tilsvarende den første lastmodel, at lastforløbet er fuldstændig periodisk, men lastmodellen beskrives her ved en Fourierrække med n antal harmoniske lastkomponenter givet ved formel (2.2).

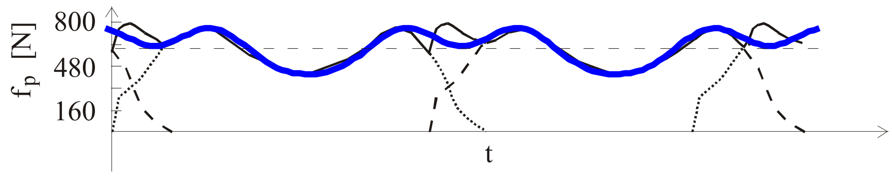
$$f_p(t) = m_p \cdot g + \sum_{i=1}^{n} m_p \cdot g \cdot \alpha_i \cdot sin(2\pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \varphi_i) \tag{2.2}$$

hvor

i er nummeret af den harmoniske lastkomponent [-]
α_i er en dynamisk lastfaktor for den i'te harmoniske lastkomponent [-]
φ_i er en faseforskydning af den i'te harmoniske lastkomponent [rad]
n er antallet af harmoniske lastkomponenter [-]

[Zivanovic, S. et al., 2005, s.8]

Ved at benytte et antal harmoniske lastkomponenter i formel (2.2) i stedet for kun at benytte én harmoniske lastkomponent, som i formel (2.1), kan lastforløbet beskrives mere nøjagtigt. Dette er illustreret på figur 2.7. Lasten jf. figur 2.7 er skitseret ved at antage værdier for de indgående parametre i lastmodellen, hvilke dog ikke er anført her.



Figur 2.7 *Illustration af den vertikale last målt ved forsøg sammenlignet med lastmodellen givet ved formel (2.2) med* $n = 3$.

På figur 2.7 ses, hvordan lastmodellen vha. tre sinuskurver med forskellige cirkulære lastfrekvenser og faseforskydninger kan lave en beskrivelse af kraftkurven, som i tidsintervallet giver en bedre beskrivelse af kraftkurven målt ved forsøget. Lastmodellen er mere nuanceret end modellen vist på figur 2.6, da summen af flere periodiske kurver med forskellige lastfrekvenser og faseforskydninger kan bruges til at beskrive de mindre toppe og dale, der findes på kraftkurven. Yderligere antal af harmoniske lastkomponenter kan medtages for at få en endnu mere nuanceret beskrivelse af kraftkurven. I resten af rapporten henvises der til lastmodellen angivet i formel (2.2), hvor der anvendes tre harmoniske lastkomponenter, som lastmodel II. Denne lastmodel ligger bl.a. til grund for lastmodellen angivet i Eurocode.

Der findes lastmodeller, der er mere avancerede end lastmodel I og II, hvilket behandles nærmere i afsnit 6.2. I den første del af rapporten betragtes dog kun lastmodel I og II givet ved hhv. formel (2.1) og (2.2), da disse lastmodeller ligger til grund for lastmodellerne anvendt i BS 5400 og Eurocode samt ofte ved de probabilistiske metoder.

Lastmodel I og II ses at være en funktion af personens masse, gangfrekvens, de dynamiske lastfaktorer og faseforskydninger. Lasten skal indgå i en modalanalyse for at bestemme gangbroers dynamiske respons, hvilket er nærmere beskrevet i afsnit 3.3 og bilag B. Den modale last, som anvendes heri, er et produkt af den fysiske last f_p og den udæmpede egensvingningsform Φ. Dette er vist ved formel (2.3).

$$F(t) = f_p(t) \cdot \Phi^{(j)}(x) = f_p(t) \cdot sin\left(j \cdot \pi \cdot \frac{x}{l}\right) \qquad j = 1, 2, ..., n \tag{2.3}$$

hvor
- F er modallasten [N]
- Φ er den j'te udæmpede egensvingningsform [-]
- j er nummeret på den tilhørende frihedsgrad [-]
- x er koordinaten langs en given gangbro [m]
- l er længden af en given gangbro [m]
- n er antallet af frihedsgrader [-]

[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 73]

Det analytiske udtryk for de udæmpede egensvingningsformer, som indgår i formel (2.3), er for en simpelt understøttet bjælke udledt i bilag C. Værdien for egensvingningsformerne afhænger personens position på den givne gangbro givet ved koordinaten x, der kan omskrives som vist ved formel (2.4).

$$x = v \cdot t = f_s \cdot l_s \cdot t \tag{2.4}$$

hvor
- v er ganghastigheden [m/s]
- l_s er skridtlængden [m]

[Racic, V. et al., 2009]

Dermed bliver modallasten yderligere en funktion af ganghastigheden v, der er en funktion af skridtlængden l_s.

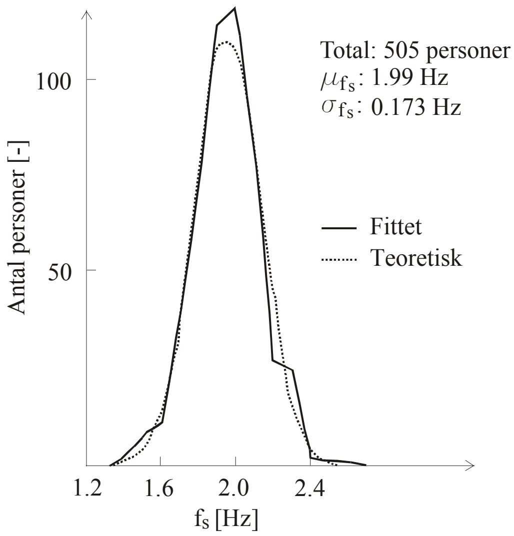
2.3.1 Parametrene i lastmodel I og II

De parametre, der indgår i lastmodel I og II jf. formel (2.1) og (2.2), skal fastsættes før lastmodellerne kan indgå i beregninger af gangbroers dynamiske respons, og afhænger bl.a. af den pågældende person, som går på den givne gangbro. Da mennesker er forskellige og bevæger sig forskelligt, er parametrene i lastmodellerne ikke deterministiske, men derimod stokastiske. I BS 5400 og Eurocode er det angivet, hvordan parametrene skal fastsættes deterministisk, men for at opstille en stokastisk lastmodel er det relevant at undersøge, hvordan gangfrekvensen f_s, skridtlængden l_s, personens masse m_p, de dynamiske lastfaktorer α_i og faseforskydningerne φ_i kan modelleres som stokastiske variable. Fordelingerne af de enkelte parametre, der beskrives i det følgende, anvendes i forstudiet.

Gangfrekvensen

Gangfrekvensen og skridtlængden kan beskrives som to uafhængige variable, hvorfor de betragtes én af gangen. [Zivanovic, S. et al., 2006]

Gangfrekvensen for almindelige gående personer blev i 1970'erne bestemt af Matsumoto til at være normalfordelt på baggrund af en statistisk undersøgelse med 505 personer. Til denne normalfordeling blev der fundet en middelværdi $\mu_{f_s} = 1,99$ Hz og en spredning $\sigma_{f_s} = 0,173$ Hz. Flere har efterfølgende bekræftet denne normalfordeling med tilnærmelsesvis samme middelværdi og spredning. På figur 2.8 er resultaterne fundet af Matsumoto vist. [Matsumoto, Y. et al., 1972]



Figur 2.8 *Histogram for gangfrekvensen fittet af Matsumoto. [Matsumoto, Y. et al., 1972]*

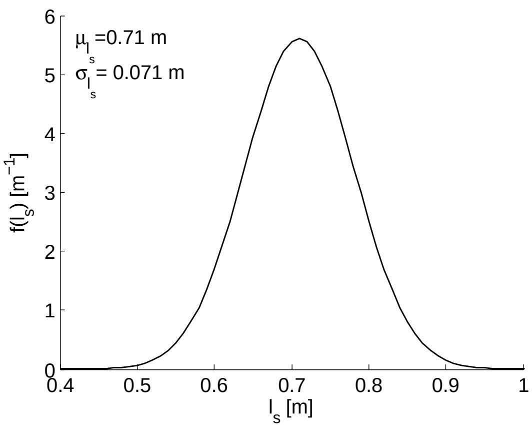
På figur 2.8 kan det ses, at gangfrekvensen for gående mennesker normalt ligger i intervallet 1,6-2,4 Hz. Dette kan dog variere lidt alt efter om personerne observeres at gå på et gulv i et butikscenter, eller om det er en gangbro, som hænger oppe i luften [Tianjian, J. et al., 2005]. Årsagen til forskellige gangfrekvenser på forskellige steder kan skyldes flere ting. En af årsagerne er sandsynligvis, at omgivelserne har stor betydning for, hvilken gangfrekvens og -hastighed en person går med. For at tage udgangspunkt i noget konkret, tages der i dette projekt udgangspunkt i normalfordelingen med middelværdien og spredningen bestemt af Matsumoto, og som er angivet i tabel 2.1.

Fordeling	μ_{f_s}	σ_{f_s}
Normalfordeling	1,99 Hz	0,173 Hz

Tabel 2.1 *Fordeling fittet af Matsumoto, der anvendes for gangfrekvensen i forstudiet.*

Skridtlængden

For skridtlængden er der sammenlignet med gangfrekvensen kun udført et begrænset antal eksperimentelle undersøgelser. Skridtlængden for én gående person kan beskrives ved en normalfordeling med en middelværdi $\mu_{l_s} = 0,71$ m og en spredning $\sigma_{l_s} = 0,071$ m. På figur 2.9 er tæthedsfunktionen for denne fordeling af skridtlængden vist. [Zivanovic, S. et al., 2005]



Figur 2.9 *Tæthedsfunktion for skridtlængden.*

På figur 2.9 kan det ses, at skridtlængden for gående personer normalt ligger i intervallet 0,5-0,9 m. I dette projekt tages der udgangspunkt i fordelingen angivet i tabel 2.2.

Fordeling	μ_{l_s}	σ_{l_s}
Normalfordeling	0,71 m	0,071 m

Tabel 2.2 *Fordeling der anvendes for skridtlængden i forstudiet.*

Personens masse

Personens masse er en stokastiske variabel på samme måde som skridtlængden og gangfrekvensen. Massen bliver dog af uvisse årsager typisk ikke modelleret som en stokastisk variabel ved de probabilistiske metoder, men fastsættes ofte til en deterministisk værdi på 750 N svarende til ca. 75 kg. [Zivanovic, S. et al., 2006]

I dette projekt ønskes personens masse dog modelleret, som en stokastisk variabel, da dette svarer til virkeligheden. Der foreligger ikke nogle undersøgelser for, hvordan personens masse kan beskrives ved en stokastisk variabel. Der er derfor skønnet en stokastisk variabel for personens masse. Det antages, at personens masse tilsvarende gangfrekvensen og skridtlængden kan beskrives ved en normalfordeling. Der vælges en middelværdi $\mu_{m_p} = 75$ kg, hvilket svarer til den typisk anvendte deterministiske værdi, og en spredning $\sigma_{m_p} = 0,2 \cdot \mu_{m_p}$. I dette projekt tages der udgangspunkt i den stokastiske variabel angivet i tabel 2.3.

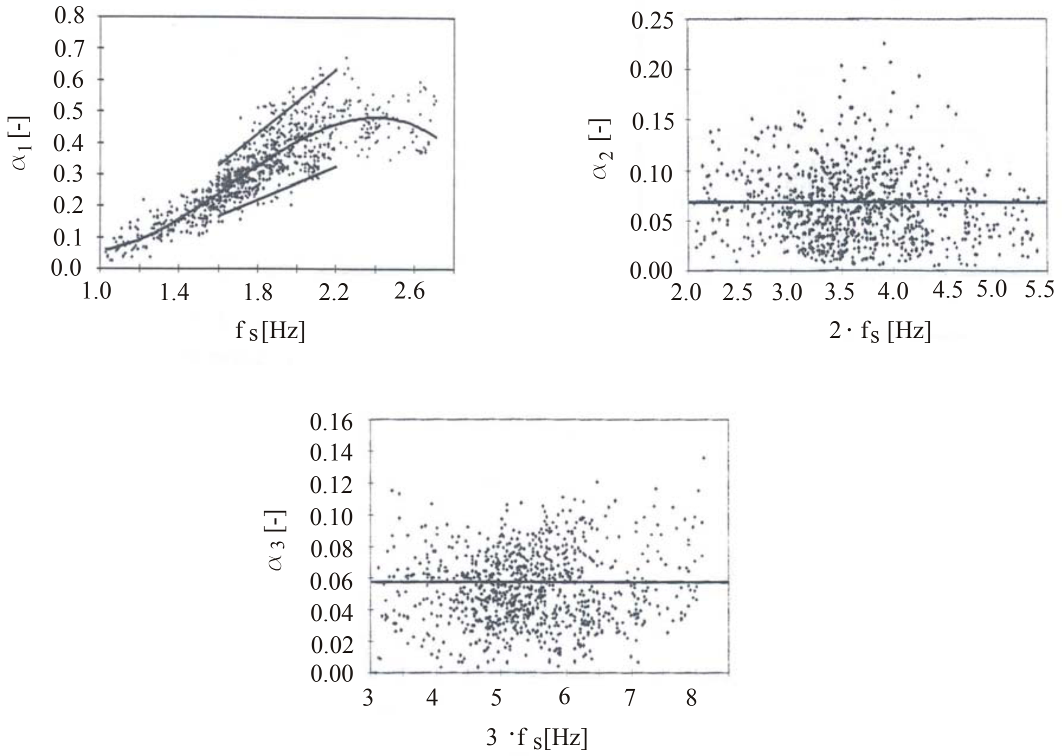
Fordeling	μ_{m_p}	σ_{m_p}
Normalfordeling	75 kg	15 kg

Tabel 2.3 *Fordeling der anvendes for personens masse i forstudiet.*

Betydningen af personens masse for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons diskuteres yderligere i afsnit 4.7. Desuden undersøges betydningen af, om massen betragtes som en stokastisk variabel ift. en deterministisk værdi i afsnit 4.7.

Dynamisk lastfaktor

Der er mange forskere, der har forsøgt at bestemme den dynamiske lastfaktor α_i baseret på Fourierrækker. En del af de eksperimentelle undersøgelser, der er lavet indenfor området, er baseret på for få forsøg til at opnå et tilstrækkeligt statistisk grundlag. Det mest omfattende arbejde til dato er udarbejdet af Kerr, som opsamlede ca. 1.000 data fra 40 forskellige personer. Alle forsøgene dækkede gangfrekvenser fra meget langsom gang på 1 Hz til meget hurtig gang på 3 Hz. Resultater fra Kerrs forsøg er vist på figur 2.10. [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 9], [Kerr, S. C., 1998, s. 39]



Figur 2.10 α_i *for de tre første harmoniske lastkomponenter. [Kerr, S. C., 1998]*

Det ses ud fra figur 2.10, at den dynamiske lastfaktor for den første harmoniske lastkomponent er afhængig af gangfrekvensen, hvilket er bekræftet af andre forskere, mens de dynamiske lastfaktorer for de resterende lastkomponenter antages konstante og derfor er uafhængige af gangfrekvensen. Det ses, at spredningen for de højere α-faktorer er meget stor, og der ikke er nogen mærkbar sammenhæng i dataene. Kerrs resultater for middelværdierne vist på figur 2.10, kan for de første tre harmoniske lastkomponenter udtrykkes ved

$$\begin{aligned}\mu_{\alpha_1} &= -0,2649 \cdot f_s^3 + 1,3206 \cdot f_s^2 - 1,7597 \cdot f_s + 0,7613\\ \mu_{\alpha_2} &= 0,07\\ \mu_{\alpha_3} &\approx 0,05\end{aligned}$$

[Zivanovic, S. et al., 2007, s. 5]

Ud fra dataene kan det antages, at den dynamiske lastfaktor for den første harmoniske lastkomponent er normalfordelt betinget af gangfrekvensen med en spredning på $\sigma_{\alpha_1} = 0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$, dog kun gældende indenfor intervallet af gangfrekvensen på 1,6-2,2 Hz. [Kerr, S. C., 1998], [Zivanovic, S. et al., 2006]

De dynamiske lastfaktorer for de højere harmoniske lastkomponenter antages også at være normalfordelte ud fra dataene, dog ubetinget af gangfrekvensen. Spredningen er givet ved:

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha_2} &= 0,03\\ \sigma_{\alpha_3} &= 0,02\end{aligned}$$

[Zivanovic, S. et al., 2007, s. 5]

I det følgende forstudie anvendes kun middelværdien og spredningen for den dynamiske lastfaktor for den første harmoniske lastkomponent, da de probabilistiske metoder ofte kun medtager den første harmoniske lastkomponent. I kapitel 5 anvendes lastmodeller med flere harmoniske lastkomponenter, hvor de dynamiske lastfaktorer behandles nærmere.

Faseforskydning

Faseforskydningen for den første lastkomponent angiver, hvor i kraftkurvens forløb personen træder ind på en gangbro og sættes typisk til 0 rad, da denne ikke har væsentlig betydning for gangbroers dynamiske respons. Faseforskydningerne for den anden og tredje lastkomponent har en stor spredning, hvilket er fundet ved forsøg. Det kan derfor antages, at de kan tilnærmes med værdierne $\varphi_2 \cong \pi/2$ rad og $\varphi_3 \cong \pi/2$ rad. [Bachmann, H. et al., 1987]

Det vælges derfor at anvende faseforskydningerne givet ved

$$\varphi_1 = 0 \text{ rad}$$
$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$
$$\varphi_3 = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

2.4 Opsamling

For at opstille en lastmodel for en gående person, der er i overensstemmelse med målte ganglaster, er der i dette kapitel set på resultater af forskellige laboratorieforsøg, der er udført gennem tiden. Ud fra disse resultater er der redegjort for lastmodel I og II, som bl.a. ligger til grund for modellerne for ganglast i BS 5400 og Eurocode. Derudover er der redegjort for de indgående parametrene i lastmodel I og II som stokastiske variable, der kan anvendes i forbindelse med en stokastisk modellering af ganglasten.

I forstudiet anvendes de fundne fordelinger af de parametre, der indgår i lastmodel I, til at bestemme en probabilistisk fordeling af gangbroers dynamiske respons. Fordelingerne for de enkelte parametre i lastmodel I som anvendes i forstudiet er opstillet i tabel 2.4.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	φ_1 [rad]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Deterministisk
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0

Tabel 2.4 *Fordelinger for parametrene i lastmodel I anvendt i forstudiet.*

Efter at have opstillet lastmodel I og II, samt redegjort for de parametre der indgår, når lastmodellerne betragtes som stokastiske lastmodeller, kan disse anvendes til at beregne gangbroers dynamiske respons, hvilket er gjort i det følgende kapitel.

Kapitel 3

Forstudie

I dette kapitel foretages et forstudie, hvor to gangbroers dynamiske respons bestemmes ud fra lastmodellerne angivet i den britiske standard for vurdering af vibrationer af gangbroer BS 5400 samt Eurocode. Derudover undersøges de to gangbroers dynamiske respons ved en stokastisk lastmodel, og der foretages en sammenligning af resultaterne af de tre beregninger. Til sidst foretages en vurdering af resultaterne af de tre beregninger i forhold til gældende komfortkrav.

3.1 Anvendt metode

Modellerne for ganglasten, der er angivet i de gældende normer og standarder, er baseret på semi-empiriske udtryk opstillet på baggrund af på undersøgelserne i kapitel 2, og der anføres en deterministisk model for ganglasten. Dette er en væsentlig forsimpling af de virkelige forhold, idet lasten fra gående personer i virkeligheden er stokastisk.

Idet lasten i virkeligheden er stokastisk, kan det være svært at afgøre, hvilke værdier de enkelte parametre i lastmodel I og II skal fastsættes til i en deterministisk lastmodel. Det kan diskuteres, om det er middelværdien, der giver det bedste resultat, eller om der skal anvendes konservative værdier, som f.eks. anvendelse af resonansfrekvensen for gangfrekvensen. Der er derfor problemer forbundet med at opstille en deterministisk lastmodel.

Grundet problemer i opstillingen af en deterministisk lastmodel, er der i nyere tid forsket i udviklingen af stokastiske lastmodeller, hvor der tages hensyn til fordelingen af de enkelte indgående parametre. Disse lastmodeller er givet ved lastmodel I og II med tilhørende stokastiske parametre. I forstudiet betragtes lastmodel I, og der anvendes fordelingen af parametrene opstillet i tabel 2.4. Årsagen til at det er lastmodel I der undersøges i forstudiet er, at det ofte er den første harmoniske lastkomponent, der genererer stærke strukturelle vibrationer [Zivanovic, S. et al., 2006, Afsnit 2].

Dette leder frem til det andet projektspørgsmål:

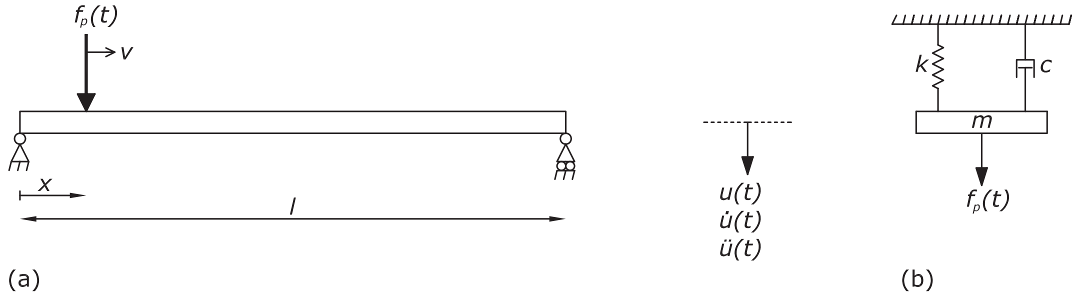
Hvorledes opstiller udvalgte normer og standarder samt probabilistiske metoder lastmodeller til analyse af vertikale vibrationer af gangbroer?

Det er i dette projekt valgt at betragte accelerationer af gangbroer, til at beskrive gangbroernes dynamiske respons i form af vibrationer forårsaget af ganglast.

3.2 Gangbroer betragtet i projektet

I dette projekt behandles to simple og fiktive gangbroer, som anvendes til analyserne gennem rapporten. Gangbroerne kaldes for gangbro A og B. Begge gangbroer modelleres som en simpelt understøttet og lineær elastisk bjælke med konstant tværsnit og med ét fag. Gangbroerne kan betragtes som Bernoulli-Euler bjælker, idet gangbroerne antages at være slanke og have et stort spænd. Årsagen til, at gangbroerne udvælges som simple bjælkekonstruktioner er, at dette er et teoretisk projekt, som primært omhandler modelleringen af ganglasten, og derfor betragtes de mest simple konstruktioner, der kan opstilles.

På figur 3.1(a) er bjælkemodellen vist, hvor én gående person er modelleret som en punktlast $f_p(t)$, der bevæger sig hen over bjælken med hastigheden v. Bjælken har længden l, og x angiver personens position på bjælken. Derudover er flytningen u, hastigheden $\dot{u}$ og accelerationen $\ddot{u}$ af bjælken forårsaget af belastningen angivet på figur 3.1(a). Retningen af disse er valgt således, at de er defineret som positive nedad.



Figur 3.1 *(a) Model af en gående person på en gangbro modelleret som en simpelt understøttet bjælke. (b) Dynamisk system med én frihedsgrad (SDOF-system).*

En dynamisk modellering af en bjælke er et kontinuert system med et uendeligt antal af frihedsgrader. Gangbroerne ønskes analyseret vha. numeriske metoder, hvorfor der kræves en reduktion af antallet af frihedsgrader til et endeligt antal. Bjælkemodellen på figur 3.1(a) ækvivaleres i en dynamisk analyse med et lineært viskost dæmpet system.

I første del af rapporten antages det, at det er tilstrækkeligt at anvende et system med én frihedsgrad (SDOF), hvilket skyldes, at gangbroer ofte har veladskilte egenfrekvenser, hvor iblandt én dominerer vibrationsresponset [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 17]. Det tilhørende lineært viskost dæmpede system med én frihedsgrad er illustreret på figur 3.1(b), hvor m angiver massen af en gangbro, mens k og c angiver hhv. stivheden og dæmpningen af en gangbro. Stivheden og dæmpningen af en gangbro bestemmes ud fra formel (3.1) og (3.2).

$$k = (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot m \tag{3.1}$$

$$c = 4 \cdot \pi \cdot \zeta \cdot f \cdot m \tag{3.2}$$

hvor
ζ er en given gangbros dæmpningsforhold [-]
f er en given gangbros egenfrekvens [Hz]

[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 5 og 11]

I analyserne anvendes dataene angivet i tabel 3.1 for systemet med én frihedsgrad, som vurderes at være realistiske for gangbroerne. De dynamiske modeller for gangbro A og B kaldes for bromodel A_1 og B_1, hvor indekset angiver antallet af frihedsgrader.

	Længde, l [m]	Masse, m [kg]	Egenfrekvens, f [Hz]	Dæmpningsforhold, ζ [%]
Bromodel A_1	40	80.000	2,0	0,3
Bromodel B_1	40	80.000	2,5	0,3

Tabel 3.1 *Data for systemerne med én frihedsgrad.*

Formålet med at behandle to gangbroer er at kunne vurdere om de konklusioner, der drages kun gælder i det pågældende tilfælde, eller om konklusionerne er mere generelle.

3.3 Lastmodel og gangbroers respons anført i BS 5400

I BS 5400 er der angivet to metoder hhv. en simplificeret og en generel metode. I den simplificerede metode angives et udtryk for beregningen af den lodrette acceleration, mens der i den generelle metode udelukkende angives en model for ganglasten. Begge metoder er baseret på semi-empiriske udtryk bestemt ud fra undersøgelserne beskrevet i kapitel 2, og den angivne lastmodel i den generelle metode er en deterministisk bestemmelse af personlasten.

BS 5400 antager en lastmodel, så der i analyserne opstår resonans, dvs. at gangfrekvensen er sat lig med den givne gangbros egenfrekvens. Dette kan betyde, at der bestemmes et accelerationsniveau, der er for konservativt, idet det er usandsynligt, at personens gangfrekvens er lig med egenfrekvensen.

3.3.1 Simplificeret metode

Den simplificerede metode er kun gældende for ét fags, to fags og tre fags kontinuerte gangbroer, der er symmetriske, har konstant tværsnit og kan betragtes som simpelt understøttede. Den maksimale lodrette acceleration $\ddot{u}_{max}$ bestemmes ud fra en empirisk formel, som er givet ved formel (3.3).

$$\ddot{u}_{max} = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot u \cdot K \cdot \psi \tag{3.3}$$

hvor
f er egenfrekvensen af en given gangbro [Hz]
u er den statiske udbøjning på midten af en given gangbro for en punktlast på 0,7 kN påført på midten af den givne gangbro [m]
K er en formfaktor [-]
ψ er en dynamisk responsfaktor [-]

Formfaktoren K afhænger af antallet af brofag samt forholdet mellem længden af den givne gangbros sidefag og midterfag, mens den dynamiske responsfaktor afhænger af den logaritmiske dekrement og den givne gangbros dæmpningsforhold. I bilag A er den simplificerede metode samt de indgående parametre er yderligere beskrevet. Desuden er der i bilag A foretaget et gennemregnet eksempel af den maksimale acceleration for bromodel A_1 i bilag A.1. Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 ved anvendelse af formel (3.3) er opstillet i tabel 3.2.

	$\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]
Bromodel A_1	0,24
Bromodel B_1	0,24

Tabel 3.2 *Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 beregnet ud fra den simplificerede metode angivet i BS 5400.*

Ud fra tabel 3.2 ses det, at der fås den samme maksimale acceleration for bromodel A_1 og B_1. Dette er forårsaget af, at den statiske udbøjning er en funktion af egenfrekvensen i anden, og egenfrekvensen derfor går ud i beregningen af den maksimale acceleration. I den simplificerede metode sker der derfor kun en ændring af den maksimale acceleration, hvis en gangbros masse, dæmpningsforhold eller længde ændres.

3.3.2 Generel metode

I modsætning til den simplificerede metode er den generelle metode gældende for alle gangbroer. Den maksimale lodrette acceleration bestemmes ved at antage, at den dynamiske kraft, forårsaget af én gående person kan modelleres ved en dynamisk punktlast $f_p(t)$, som bevæger sig hen over hovedfaget med en konstant hastighed v. Den dynamiske last er givet ved formel (3.4), mens ganghastigheden er givet ved formel (3.5). [British Standard, 2006, Anneks B, afsnit B.3]

$$f_p(t) = 180 \cdot sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \tag{3.4}$$

$$v = 0,9 \cdot f \tag{3.5}$$

[British Standard, 2006, Anneks B, afsnit B.3]

Sammenlignes formel (3.4) med lastmodel I fundet ud fra gangforsøg jf. formel (2.1) ses det, at disse er tilnærmelsesvis identiske, når det udelukkende er det dynamiske bidrag til lasten, der betragtes i formel (2.1). Værdien 180 i formel (3.4) svarer til $m_p \cdot g \cdot \alpha_1$ i formel (2.1). Betragtes den anvendte middelværdi af personens masse på $m_p = 75$ kg, vil dette svare til, at der er anvendt en dynamisk lastfaktor på $\alpha_1 = 0,24$. Desuden ses det, at gangfrekvensen er sat lig med egenfrekvensen af gangbroerne i formel (3.4), og at der er set bort fra faseforskydningen i formel (2.1), hvilket er det normale, da den ikke har væsentlig betydning for gangbroers dynamiske respons, når én person betragtes.

Den hastighed, som personen bevæger sig hen over gangbroerne med, bestemmes ud fra formel (3.5). Der refereres ofte til en hastighed ved normal gang på ca. 1,5 m/s [Pedersen, L. et al., 2009, s. 251]. Dette svarer til, at der skal anvendes en egenfrekvens af en gangbro på 1,7 Hz i formel (3.5). Anvendes højere frekvenser kan ganghastigheden stige til urealistiske værdier for en gående person, hvorfor formel (3.5) giver en uvirkelig beskrivelse af hastigheden.

Belastningsregler fra Vejdirektoratet

Den generelle metode i BS 5400 danner basis for de regler der er fastsat af Vejdirektoratet og Vejregelrådet i regelsættet Broteknik - Vej- og stibroer [Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002]. Heri beregnes den maksimale lodrette acceleration ved en dynamisk analyse, hvor der føres en enkeltkraft $f_p(t)$ hen over gangbroerne med den konstante hastighed v. Enkeltkraften og hastigheden er givet ved formel (3.6) og (3.7). [Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002, s. 17]

$$f_p(t) = 360 \cdot sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) \tag{3.6}$$

$$v = 0,9 \cdot f \tag{3.7}$$

[Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002, s. 17]

Amplituden af kraften angivet i formel (3.6) på 360 N svarer skønsmæssigt til to mindre personer, der går samlet [Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002]. Jævnfør regelsættet Broteknik - Vej- og stibroer skal det overvejes, om denne amplitude skal forøges for gangbroer med en større intensitet af gående personer i form af grupper af personer eller en stadig strøm af personer. Dette gælder specielt i det tilfælde, hvor egenfrekvensen ligger i intervallet [1,3 Hz - 2,7 Hz]. [Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002, s. 17]

Idet formel (3.6) gælder for to personer, der bevæger sig samlet hen over gangbroer, så vil lasten for én gående person svare til lasten angivet i BS 5400 jf. formel (3.4). Dette er grunden til, at der tages udgangpunkt i lastmodellen og ganghastigheden angivet i BS 5400 jf. formel (3.4) og (3.5) her i forstudiet.

Bevægelsesligning

Der er i BS 5400 ikke anført, hvordan det dynamiske respons kan beregnes ud fra lasten. Ved at anvende den opstillede lastmodel jf. formel (3.4) kan den maksimale lodrette acceleration dog bestemmes ud fra et begyndelsesværdiproblem, som er givet ved bevægelsesligningen med tilhørende begyndelsesbetingelser. Begyndelsesligningen er opstillet i formel (3.8). [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 45]

$$m \cdot u(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = f_p(t) \quad , \quad t > 0 \tag{3.8}$$

hvor
m er massen af en given gangbro [kg]
u er flytningen af en given gangbro [m]
c er dæmpningen af en given gangbro [kg/s]
$\dot{u}$ er hastigheden af en given gangbro [m/s]
k er stivheden af en given gangbro [N/m]
$\ddot{u}$ er accelerationen af en given gangbro [m/s^2]
f_p er lasten på en given gangbro [N]
t er tiden [s]

[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 45]

Idet gangbroerne modelleres som en Bernoulli-Euler bjælke jf. afsnit 3.2, hvor der sker en tvungen svingning, dvs. vibrationerne er forårsaget af en belastning på gangbroerne, kan gangbroernes accelerationsfelt $\ddot{u}(x,t)$ bestemmes ved formel (3.9). [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 133]

$$\ddot{u}(x,t) = \Phi(x) \cdot \ddot{q}(t) \tag{3.9}$$

hvor
Φ er den udæmpede egensvingningsform [-]
$\ddot{q}$ er den udæmpede modale koordinat for accelerationen [m/s^2]

[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 133]

Den udæmpede egensvingningsform er angivet i bilag C, hvor der er foretaget en generel beregning af de udæmpede egensvingningsformer for en simpelt understøttet bjælke.

I forstudiet betragtes accelerationerne midt på bjælken, da accelerationen grundet egensvingsningsformen vil være størst på midten af bjælken. Accelerationen i kartesiske koordinater vil grundet værdien af egensvingningsformen midt på bjælken være lig med accelerationen i modale koordinater.

Accelerationen $\ddot{q}(t)$ bestemmes ud fra formel (3.10), som er bevægelsesligningen i modale koordinater, med tilhørende begyndelsesbetingelser.

$$\ddot{q} + 2 \cdot \zeta \cdot \omega \cdot \dot{q} + \omega^2 \cdot q = \frac{1}{M} \cdot F(t) \quad , \quad t > 0 \tag{3.10}$$

hvor
ζ er dæmpningsforholdet for en given gangbro [-]
ω er den cirkulære egenfrekvens for en given gangbro [Hz]
M er den modale masse af en given gangbro [kg]
$F(t)$ er den modale last [N]

[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 75]

Den cirkulære egenfrekvens bestemmes ved formel (3.11), mens den modale masse og modale last bestemmes ud fra formel (3.12) og (3.13).

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \tag{3.11}$$
$$M = 0,5 \cdot m \tag{3.12}$$
$$F(t) = \Phi(x) \cdot f_p(t) \tag{3.13}$$

hvor
f er en given gangbros egenfrekvens [Hz]
f_p er personlasten beskrevet i kapitel 2 [N]

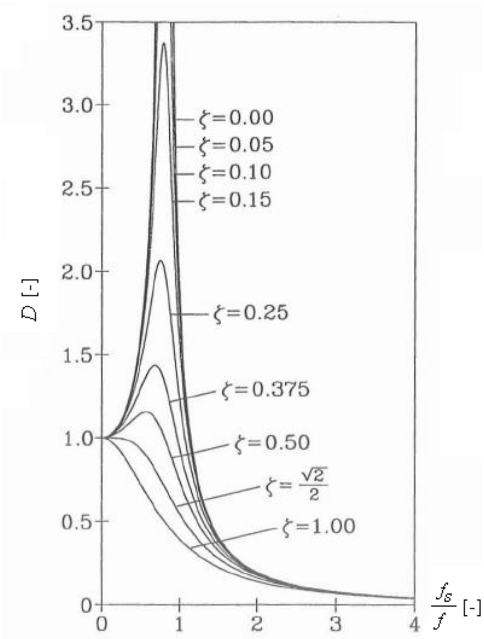
[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 133, s. 136]

Bevægelsesligningen jf. formel (3.10) med tilhørende begyndelsesbetingelser løses vha. Newmark algoritmen, som er en numerisk tidsintegrationsmetode. Metoden udføres ved en singlestep multiværdi beregning, hvilket betyder, at der bestemmes en flytning, en hastighed og en acceleration af gangbroerne til den nye tid $t + \Delta t$. Δt er det tidsskridt der anvendes, på betingelse af, at flytningen, hastigheden og accelerationen af gangbroerne er kendt til det foregående tidspunkt. [Nielsen, S. R. K., 2007, s. 31]

Metoden i Newmark algoritmen er nærmere beskrevet i bilag D. I metoden skal der tages hensyn til den numeriske stabilitet, nøjagtighed og dæmpning, hvilket gøres vha. to parametre γ og β. Ved at anvende $\gamma = 0,5$ og $\beta = 0,25$ er algoritmen ikke relateret til numerisk dæmpning og algoritmen er ubetinget stabil. Når algoritmen er ubetinget stabil, er den stabil for alle vilkårlige længder af tidsskridtet. Det skal dog undersøges nærmere hvilket tidsskridt, der skal anvendes for, at det dynamiske respons konvergerer. [Nielsen, S. R. K., 2007, s. 46-47, 51-53]

Ved løsning af formel (3.10) findes en tidshistorie for accelerationen, og det er ud fra denne muligt at bestemme den absolutte maksimale værdi, da det er denne, der er mest kritisk i forbindelse med vurderingen af komfortniveauet. Der er udarbejdet et MatLab-program til beregning af den maksimale lodrette acceleration ud fra lastmodellen defineret i den generelle metode i BS 5400. Programmet kan ses i mappen *BS 5400* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.1.

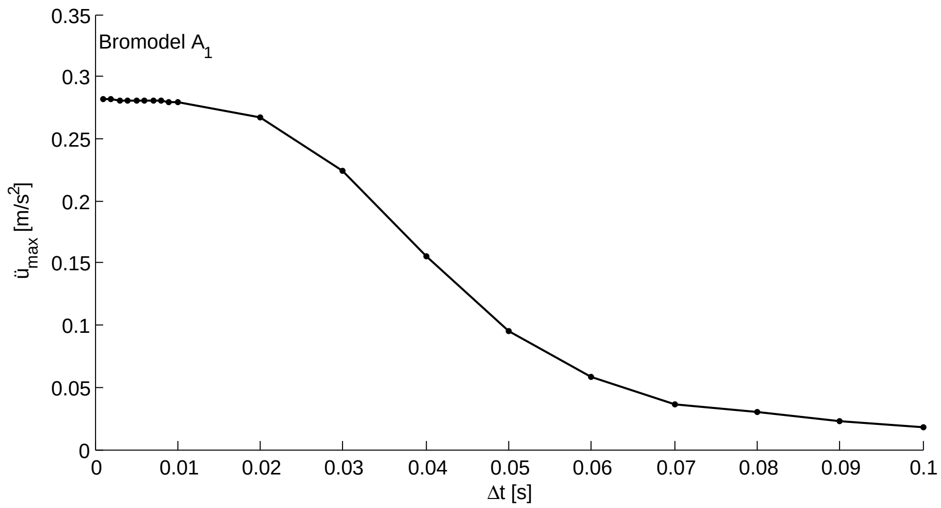
I lastmodellen angivet i den generelle metode i BS 5400 jf. formel (3.4) er egenfrekvensen af den givne gangbro sat lig med gangfrekvensen. Betragtes en analytisk løsning til problemet findes det, at amplituden af det dynamiske respons afhænger af en dynamisk forstærkningsfaktor D, stivheden af den givne gangbro samt amplituden af lasten, som i den generelle metode i BS 5400 er 180. Den dynamiske forstærkningsfaktor er angivet på figur 3.2. [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 17-18]



Figur 3.2 *Den dynamiske forstærkningsfaktor anvendt i en analytisk løsning. [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 18]*

På figur 3.2 ses den dynamiske forstærkningsfaktor at afhænge af dæmpningsforholdet ζ, gangfrekvensen f_s og den givne gangbros egenfrekvens f. Idet gangfrekvensen og egenfrekvensen er sammenfaldende i lastmodellen angivet i den generelle metode, er den dynamiske forstærkningsfaktor konstant for et givent dæmpningsforhold. For bromodel A_1 og B_1 anvendes ens dæmpningsforhold, stivhed og amplitude af lasten, hvilket bevirker, at amplituden af det dynamiske respons er ens for de to gangbroer, og det maksimale accelerationsniveau derfor også er ens for de to gangbroer. Idet den numeriske metode, som anvendes i denne rapport er baseret på den analytiske løsning, vil bromodel A_1 og B_1 opnå den samme maksimale acceleration.

Konvergens af tidsskridt
For at undersøge hvilket tidsskridt der skal anvendes i Newmark algoritmen, er der foretaget et konvergensstudie, hvor den maksimale acceleration bestemmes på midten af gangbroerne ved at anvende forskellige tidsskridt. Idet der opnås ens maksimale accelerationer for bromodel A_1 og B_1 er konvergensstudiet udelukkende foretaget for bromodel A_1. På figur 3.3 ses en graf over sammenhørende værdier mellem tidsskridt og den maksimale acceleration for bromodel A_1.

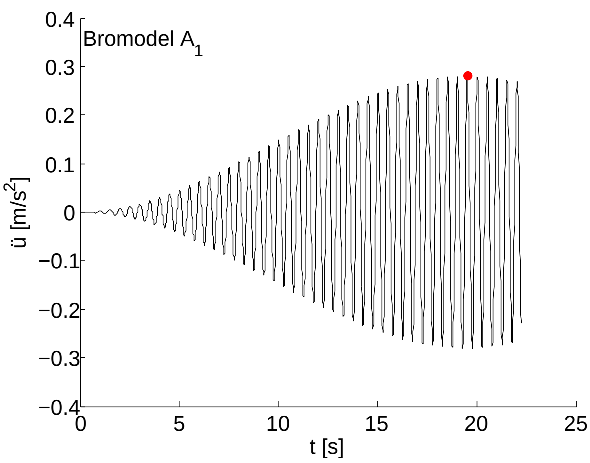


Figur 3.3 *Den maksimale acceleration midt på bromodel A_1 som funktion af tidsskridtet.*

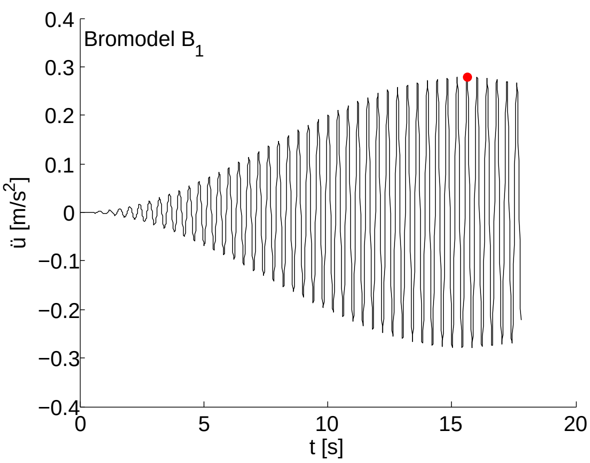
Ud fra figur 3.3 ses det, at der tilnærmelsesvis er konvergens ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,01$ s, hvorfor denne anvendes i beregningen af accelerationen ud fra lastmodellen angivet i den generelle metode i BS 5400.

Maksimale accelerationer

På figur 3.4 og 3.5 ses de fundne tidshistorier af accelerationen på midten af gangbroerne for bromodel A_1 og B_1 ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,01$ s. Det bemærkes, at beregningen af gangbroernes dynamiske respons stopper, når personen forlader gangbroerne. Dette er valgt, da det er fundet, at den maksimale acceleration findes mens personen opholder sig på gangbroerne.



Figur 3.4 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel A_1. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*



Figur 3.5 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel B_1. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*

Ud fra figur 3.4 og 3.5 ses det, at den maksimale acceleration forekommer inden personen forlader gangbroerne. Desuden ses det, at svingningerne ikke er aftaget væsentligt, selvom personen har forladt gangbroerne. Dette skyldes, at der opstår resonanssvingninger, da gangfrekvensen er tilsvarende egenfrekvensen, og at gangbroerne kun er svagt dæmpet. Den maksimale acceleration forekommer til tiden 19,5 s for bromodel A_1 og til tiden 15,6 s for bromodel B_1, hvilket svarer til, at personen har bevæget sig ca. $\frac{7}{8}$ af brolængden. Herudfra kan det bemærkes, at den maksimale acceleration på midten af gangbroerne forekommer tæt på det tidspunkt, hvor personen forlader gangbroerne.

Den maksimale acceleration er beregnet på midten af gangbroerne, og det er fundet, at personen har bevæget sig $\frac{7}{8}$ af brolængden. Det vil derfor sige, at den maksimale acceleration ikke forekommer samme sted, som personen befinder sig, hvorfor denne acceleration ikke kan medføre et komfortproblem for personen. Det er dog ikke nødvendigt, at den maksimale acceleration og personen skal forekomme og befinde sig samme sted på gangbroerne for at kunne betragte det som et komfortproblem, da der i princippet kan stå en anden person på gangbroerne samme sted som den maksimale acceleration forekommer.

Resultaterne af beregningen af den maksimale acceleration for bromodel A_1 og B_1 er angivet i tabel 3.3.

	$\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]
Bromodel A_1	0,28
Bromodel B_1	0,28

Tabel 3.3 *Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 beregnet ud fra lastmodellen angivet i den generelle metode i BS 5400.*

Ved at sammenligne tabel 3.2 og 3.3 kan det ses, at resultaterne ved anvendelse af lastmodellen angivet i den generelle metode er højere end resultaterne ud fra den simplificerede metode. Dette skyldes, at der ligger nogle begrænsninger af dæmpningen i den simplificerede metode. Dette har indflydelse på den dynamiske responsfaktor ψ, som aflæses på figur A.3 i bilag A ud fra den logaritmiske dekrement δ, der afhænger af gangbroernes dæmpningsforhold. Idet dæmpningsforholdet og dermed den logaritmiske dekremet er lavere for bromodel A_1 og B_1 end de angivne værdier i den simplificerede metode, aflæses en for lav værdi af den dynamiske responsfaktor. Det er derfor begrænsningerne af dæmpningen i den simplificerede metode, der skyldes de lavere værdier af accelerationen end værdierne fundet ved at anvende lastmodellen angivet i den generelle metode.

3.4 Lastmodel anført i Eurocode

I Eurocode behandles ganglast ikke direkte, men der er derimod opstillet beregningsmetoder for rytmisk personlast. Rytmisk personlast indeholder lasten fra koordinerede hop og stamp f.eks. fra tilskuere på tribuner til sportsarrangementer og rockkoncerter, eller fra personer, der udfører gymnastiske øvelser i fitnesscentre. Den rytmiske personlast vil især være af betydning, når personernes bevægelser er synkroniserede, hvilket normalt forekommer i forbindelse med en tydelig musiktakt. Lasten er derfor relateret til musiktakten eller dansefrekvensen. [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.1]

For den rytmiske personlast er der opstillet en lastmodel, der er gældende for flere personer, og til denne er der angivet parameterværdier til forskellige aktiviteter. Selvom den rytmiske personlast ikke indeholder ganglast er der alligevel angivet parametre for gang, og personer der ikke går i takt. Derfor forsøges lastmodellen angivet i Eurocode for rytmisk personlast anvendt til modellering af lasten fra én gående person, selvom dette ikke kan betragtes som en rytmisk personlast.

Den rytmiske personlast modelleres ved harmoniske lastkomponenter ved personernes bevægelsesfrekvens. Lastmodellen er en deterministisk model, hvorfor den ikke tager hensyn til, at den dynamiske last fra personer i bevægelse grundlæggende er stokastisk. Den rytmiske personlast i lodret retning, $f_p(t)$ bestemmes ved formel (3.14). [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

$$f_P(t) = F_P \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \cdot S_i \cdot sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot n_P \cdot t + \varphi_i)\right) \tag{3.14}$$

hvor

F_P er den gennemsnitlige statiske personlast per m^2 vandret projektionsareal. Den gennemsnitlige vægt af hver person kan normalt regnes til 75 kg [N]
α_i er den dynamiske lastfaktor for den i'te harmoniske lastkomponent i lodret retning [-]
S_i er størrelsesreduktionsfaktoren for den i'te harmoniske lastkomponent. S_i tager hensyn til den reducerede korrelation mellem personernes bevægelser [-]
n_P er bevægelsesfrekvensen for personerne [Hz]
t er tiden [s]
φ_i er faseforskydningen for den i'te harmoniske lastkomponent i lodret retning [rad]

[EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

I lastmodellen jf. formel (3.14) skal der jf. det danske nationale anneks til *Eurocode 1* medtages tre lastbidrag, idet der anføres, at der kan ses bort fra lastbidrag hvor $i > 3$ [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]. Lastmodellen er en forenklet beskrivelse af de aktuelle forhold. Der er jf. det danske nationale anneks til *Eurocode 1* bl.a. set bort fra, at alle personernes bevægelser ikke kun foregår ved en enkelt frekvens, men ved flere frekvenser omkring bevægelsesfrekvensen n_P. Der betragtes her kun én gående person, hvilket bevirker, at $S_i = 1$ og n_P er givet ved personens gangfrekvens. [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

Den rytmiske personlast kan under normale forhold bestemmes ud fra formel (3.14) ved at anvende parameterværdierne angivet i tabel 3.4. Den gennemsnitlige statiske personlast F_P skal altid vurderes i den foreliggende situation, og den betragtede grænsetilstand skal indgå i vurderingen. [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

Aktivitet	F_P [kN/m^2]	n_P [Hz]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	ρ_1 [-]	ρ_2 [-]	ρ_3 [-]
Fri bevægelsesmulighed, f.eks. i fitnesscentre og på tribuner med ståpladser.	0,5-4,0	0,5-3	1,6	1,0	0,2	1,0	0,3	0,03
Reduceret bevægelsesmulighed, f.eks. på tribuner med siddepladser.	0,5-4,0	0,5-3	0,4	0,25	0,05	1,0	0,1	0,01
Gang. Personer går ikke i takt.	Vurderes	1,6-2,4	0,4	0,1	0,06	0	0	0

Tabel 3.4 *Parametre til bestemmelse af den karakteristiske rytmiske personlast. [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Tabel C.1]*

Der anvendes i dette projekt parametrene for aktiviteten gang jf. tabel 3.4. For den gennemsnitlige statiske personlast anvendes en last på 736,5 N, svarende til den gennemsnitlige vægt af én person på 75 kg. Bromodel A_1 og B_1 undersøges, hvor egenfrekvensen er hhv. 2,0 Hz og 2,5 Hz. For at der opstår resonans skal gangfrekvensen ligge så tæt på gangbroernes egenfrekvens som muligt. Idet gangfrekvensen jf. tabel 3.4 for aktiviteten gang ligger i intervallet 1,6-2,4, så vælges det at anvende gangfrekvenser på hhv. 2,0 Hz og 2,4 Hz.

Sammenlignes formel (3.14) med lastmodel II jf. formel (2.2) ses det, at disse er identiske, når der udelukkende betragtes én gående person i formel (3.14), bortset fra at faseforskydningen adderes i formel (3.14) og subtraheres i formel (2.2). Der anvendes en stokastisk variabel for personens masse i lastmodel II, mens der anvendes en værdi på 75 kg i lastmodellen anført i Eurocode. I lastmodel II anvendes en stokastisk variabel for de dynamiske lastfaktorer, hvor middelværdien af den første dynamiske lastfaktor bestemmes som funktion af gangfrekvensen, mens middelværdien af den anden og tredje dynamiske lastfaktor er sat til en konstant værdi jf. afsnit 2.3.1. Sammenlignes dette med de anførte deterministiske værdier for gang i tabel 3.4 findes det, at værdierne anført i Eurocode tilnærmelsesvis svarer til middelværdierne angivet i afsnit 2.3.1, når der anvendes en gangfrekvens på 1,99 Hz til at bestemme middelværdien af α_1.

Forudsætninger for bro- og lastmodellen
Ved at anvende den opstillede lastmodel, samt anvende antagelserne angivet i det danske nationale anneks til *Eurocode 1*, kan gangbroers maksimale lodrette acceleration bestemmes [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.3]. Antagelserne er givet ved:

- Der medtages kun svingningsbidrag fra én egensvingning.
- Den betragtede egensvingningsform har i det væsentlige kun lodrette bevægelser, og de har samme fortegn over hele konstruktionen.
- Den betragtede egensvingning er ikke koblet med andre egensvingninger.
- Konstruktionen opfører sig lineær-elastisk.
- Tre lastharmoniske er vigtige.

[EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.3]

De anførte antagelser er opfyldt for bromodel A_1 og B_1, når der betragtes tre harmoniske lastkomponenter jf. formel (3.14). Tilsvarende i BS 5400 er der ikke anført i Eurocode hvordan det dynamiske respons kan beregnes ud fra lasten. Derfor forløber beregningen af den maksimale lodrette acceleration tilsvarende beregningen jf. afsnit 3.3.2 og bilag B. For at bestemme accelerationen skal der udover lasten givet ved formel (3.14) også anvendes en hastighed for bevægelsen af lasten hen over en gangbro. Der er i Eurocode ikke angivet nogen retningslinier for hastigheden af bevægelsen. Der anvendes derfor en skønnet hastighed ved at antage, at personens skridtlængde svarer til middelværdien $l_s = 0,71$ m jf. afsnit 2.3.1, og hastigheden bestemmes som produktet af gangfrekvensen og skridtlængden.

Undersøgelse af faseforskydningernes betydning
I lastmodellen jf. formel (3.14) indgår faseforskydningerne φ_i. Jævnfør det danske nationale anneks til *Eurocode 1* skal der for faseforskydningerne anvendes de mest ugunstige værdier [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]. Der skal derfor foretages et studie af faseforskydningerne for at bestemme de mest ugunstige værdier. Idet et sådant studie kan være omfattende, er det valgt i dette projekt udelukkende at undersøge seks forskellige kombinationer af faseforskydninger, som ligger i intervallet $[-\pi, \pi]$, og et mere dybdtegående studie af faseforskydningerne udarbejdes i afsnit 5.5.4. De seks kombinationer af faseforskydninger, der undersøges er angivet i tabel 3.5.

Det kan diskuteres, om det er en rimelig forudsætning i Eurocode, at der skal anvendes de mest ugunstige værdier af faseforskydningerne, da det ikke vil give fysisk mening, at vælge faseforskydningerne tilfældigt så det er de mest ugunstige værdier. Faseforskydningerne bør derimod vælges, så ganglasten svarer til kraften fra én gående person som beskrevet i afsnit 2.2.

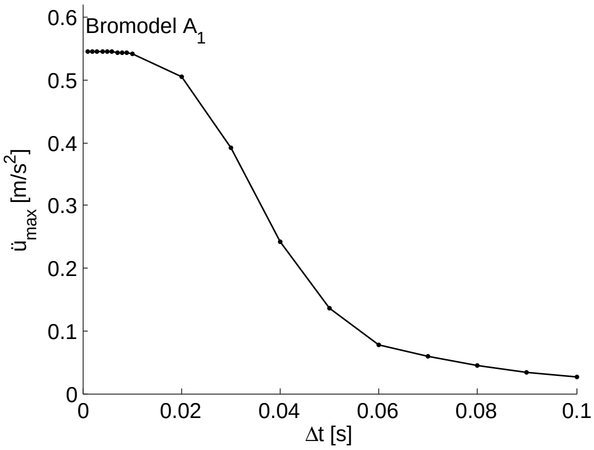
Kombination	1	2	3	4	5	6
	[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[rad]	[rad]
φ_1	π	π	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	π	0
φ_2	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	0
φ_3	π	π	$\frac{\pi}{4}$	π	$\frac{\pi}{4}$	0

Tabel 3.5 *Undersøgte kombinationer af faseforskydninger.*

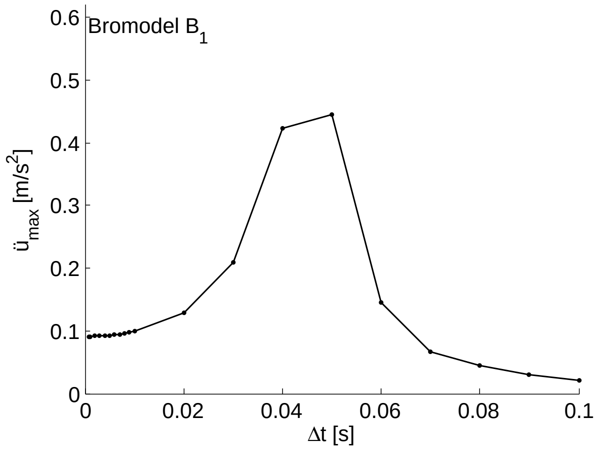
Ved at foretage en beregning af den maksimale acceleration ud fra de seks kombinationer af faseforskydningerne er det fundet, at faseforskydningerne er af minimal betydning.

Der er udarbejdet et MatLab-program til beregning af den maksimale lodrette acceleration ud fra lastmodellen opstillet i Eurocode jf. formel (3.14). Programmet kan ses i mappen *Eurocode* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.1.

Konvergens af tidsskridt
For at undersøge hvilket tidsskridt der skal anvendes i Newmark algoritmen, er der foretaget et konvergensstudie, hvor den maksimale acceleration bestemmes ved at anvende forskellige tidsskridt. På hhv. figur 3.6 og 3.7 ses en graf over sammenhørende værdier mellem tidsskridt og maksimal acceleration for bromodel A_1 og B_1.



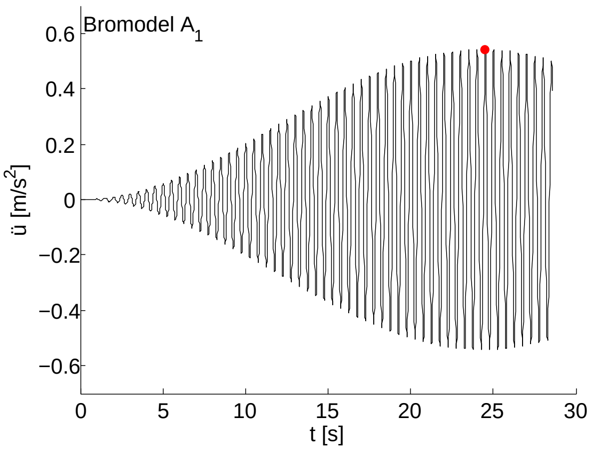
Figur 3.6 *Den maksimale acceleration midt på bromodel A_1 som funktion af tidsskridtet.*



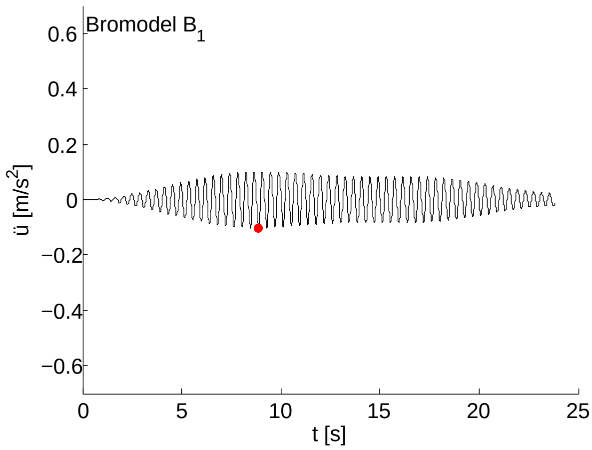
Figur 3.7 *Den maksimale acceleration midt på bromodel B_1 som funktion af tidsskridtet.*

Ud fra figur 3.6 og 3.7 ses det, at der tilnærmelsesvis er konvergens ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,01$ s, hvorfor denne anvendes i beregningen af accelerationen ud fra lastmodellen angivet i Eurocode.

Maksimale accelerationer
På figur 3.8 og 3.9 ses de fundne tidshistorier af accelerationen for bromodel A_1 og B_1 ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,01$ s. Det bemærkes, at beregningen af gangbroernes dynamiske respons stopper, når personerne forlader gangbroerne. Dette er valgt, da det er fundet, at den maksimale acceleration findes mens personerne opholder sig på gangbroerne.



Figur 3.8 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel A_1. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*



Figur 3.9 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel B_1. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*

På figur 3.8 og 3.9 ses det, at den maksimale acceleration forekommer inden personerne forlader gangbroerne. Ud fra figur 3.8 ses det, at accelerationen ikke er aftaget væsentligt, selvom personen har forladt gangbroen, hvilket skyldes resonanssvingninger. Derimod ses det på figur 3.9, at svingningerne er dæmpet væsentligt inden personen forlader gangbroen. Dette skyldes, at der ikke opstår resonanssvingninger, da gangfrekvensen er forskellig fra egenfrekvensen. Den maksimale acceleration forekommer til tiden 24,5 s for bromodel A_1 og til tiden 8,9 s for bromodel B_1, hvilket svarer til, at personen har bevæget sig hhv. $\frac{17}{20}$ og $\frac{3}{8}$ af brolængden. For bromodel A_1 betyder dette, at den maksimale acceleration forekommer tæt på det tidspunkt, hvor personen forlader gangbroen.

Resultaterne af beregningen af den maksimale acceleration for bromodel A_1 og B_1 er angivet i tabel 3.6.

	f_s [m/s²]	$\ddot{u}_{max}$ [m/s²]
Bromodel A_1	2,0	0,54
Bromodel B_1	2,4	0,10

Tabel 3.6 *Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 beregnet ud fra lastmodellen angivet i Eurocode.*

Ud fra tabel 3.6 ses det, at accelerationen er væsentligt højere, når egenfrekvensen er lig med gangfrekvensen, end når egen- og gangfrekvensen er forskellige. Dette er ioverensstemmelse med, at der opstår resonans, når egen- og gangfrekvensen er sammenfaldende. Desuden kan det konkluderes, at Eurocode i modsætning til BS 5400 accepterer, at sandsynligheden for at personen går med en gangfrekvens på 2,5 Hz er lille, idet intervallet for gangfrekvensen jf. tabel 3.4 er 1,6-2,4 Hz.

Sammenligning af lastmodellerne angivet i den generelle metode i BS 5400 samt Eurocode
Ved at sammenligne tabel 3.2, 3.3 og 3.6 for bromodel A_1 kan det konkluderes, at den deterministiske lastmodel anvendt i Eurocode giver højere accelerationsniveauer end metoderne angivet i BS 5400. Det skyldes, at der i BS 5400 og Eurocode er anvendt forskellige lastmodeller og forskellige forudsætninger for de anvendte lastparametre. Forudsætningerne for de anvendte parametre i lastmodellen anført i den generelle metode i BS 5400 og i Eurocode er angivet i tabel 3.7.

Lastparametre	BS 5400	Eurocode
f_s	$f_s = f$ Der foretages ingen beregning hvis $f > 5$ Hz	$f_s = f$ Dog gældende i intervalet $1,6 < f_s < 2,4$ Hz
φ	Medtages ikke	Der skal anvendes de mest ugunstige værdier
α	Én lastkomponent $\alpha_1 = 0,24$	Tre lastkomponenter $\alpha_1 = 0,4$ $\alpha_2 = 0,1$ $\alpha_3 = 0,06$
v	$0,9 \cdot f$	Der foreligger ingen vejledning

Tabel 3.7 *Forudsætninger for de anvendte parametre i lastmodellerne angivet i hhv. den generelle metode i BS 5400 og Eurocode.*

Ved at betragte tabel 3.7 kan det konkluderes, at der foreligger en del forskelle i lastmodellerne angivet i hhv. den generelle metode i BS 5400 og Eurocode. Specielt bevirker forskellen i størrelsen af den første dynamiske lastkomponent og antallet af anvendte lastkomponenter, at lasten anvendt i Eurocode er højere end lasten anvendt i den generelle metode i BS 5400. Dette bevirker derfor, som fundet ved at sammenligne tabel 3.2, 3.3 og 3.6 for bromodel A_1, at accelerationsniveauet er højere ud fra beregningerne i Eurocode.

3.5 Gangbroers respons ud fra en stokastisk lastmodel

I afsnit 3.3 og 3.4 er bromodel A_1 og B_1's dynamiske respons bestemt ud fra deterministiske lastmodeller. I nyere tid er der forsket i udviklingen af probabilistiske metoder, hvor der tages hensyn til, at de parametre der indgår i lastmodellen er stokastiske. Til at beskrive lasten anvendes ofte kun den første harmoniske lastkomponent, idet denne ofte genererer de største strukturelle vibrationer, hvorfor lasten modelleres ved lastmodel I [Zivanovic, S. et al., 2006]. I lastmodellen anvendes parametrene beskrevet i afsnit 2.3.1, hvilke er gengivet i tabel 3.8.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [.]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$

Tabel 3.8 *Anvendte fordelinger for parametrene anvendt i lastmodel I.*

Ganghastigheden afhænger af gangfrekvensen og skridtlængden, og modelleres som givet i formel (3.15).

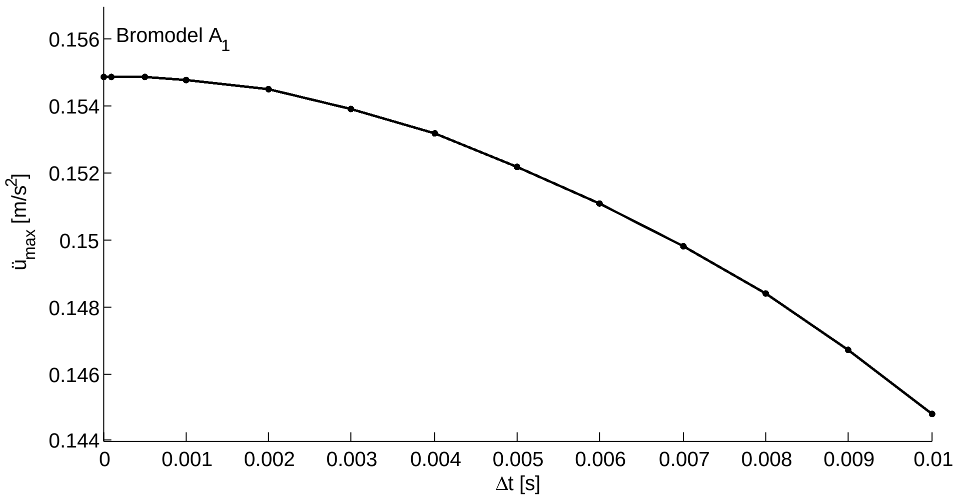
$$v = f_s \cdot l_s \tag{3.15}$$

Ved at lave Monte Carlo simuleringer af de stokastiske variable givet i tabel 3.8 og bestemme lasten, kan den maksimale lodrette acceleration bestemmes ved hver simulering vha. Newmark algoritmen, og en fordelingsfunktion for de maksimale accelerationer kan opstilles. Resultatet af en stokastisk lastmodel ift. en deterministisk lastmodel er, at resultatet for den maksimale acceleration ikke er bestemt til en enkelt værdi, men istedet bestemmes sandsynligheden for at opnå en bestemt værdi for den maksimale acceleration.

For at undersøge hvilket tidsskridt der bør anvendes i Newmark algoritmen, er der foretaget et konvergensstudie, hvor den maksimale acceleration bestemmes ved at anvende forskellige tidsskridt.

Tidsskridtets indflydelse på accelerationen
Idet gangfrekvensen, skridtlængden, den dynamiske lastfaktor og personens masse varierer fra simulering til simulering, kan det være svært at afgøre, hvilken indflydelse de enkelte parametre har på konvergensen af de maksimale accelerationer. Derfor foretages en undersøgelse, hvor alle parametrene betragtes som deterministiske og varieres én af gangen. Dette gøres ved at lave 15 beregninger, hvor skridtlængden, den dynamiske lastfaktor og personens masse holdes konstant, og der udvælges 15 forskellige værdier af gangfrekvensen for at se, hvilken indflydelse gangfrekvensen og tidsskridtet har på konvergensen af de maksimale accelerationer. Tilsvarende gøres hvor skridtlængden varieres og de øvrige parametre holdes konstant, hvor den dynamiske lastfaktor varieres og de øvrige parametre holdes konstant samt hvor personens masse varieres og de øvrige parametre holdes konstant. De 15 værdier der vælges, udvælges således, at der medtages værdier som dækker bredt over tæthedsfunktionen for parameteren.

Resultaterne af analyserne er opstillet i bilag F. Ud fra analyserne er det fundet, at der kræves mindst tidsskridt i det frekvensområde, hvor egenfrekvensen af en gangbro er lig med gangfrekvensen. Det vil sige i området, hvor der opstår resonans. På figur 3.10 ses den maksimale acceleration som funktion af tidsskridtet for et af de tilfælde, der kræver det mindste tidsskridt blandt de tilfælde, der er undersøgt.



Figur 3.10 *Den maksimale acceleration som funktion af tidsskridtet for bromodel A_1 ved anvendelse af værdierne: $f_s = 2,05$ Hz, $\alpha_1 = 0,3$, $l_s = 0,71$ m, $m = 75$ kg.*

Ved at betragte figur 3.10 ses det, at accelerationen nærmer sig et stabilt niveau, når tidsskridtet mindskes, og jo mindre tidsskridtet er, jo mere præcis bliver resultatet. Det vurderes ud fra figur 3.10, at der er opnået tilfredsstillende estimater af det dynamiske respons for bromodel A_1, når der anvendes et tidsskridt på 0,0005 s. Der er desuden foretaget analyser med bromodel B_1, og det er fundet, at der også opnås tilfredsstillende estimater af det dynamiske respons for bromodel B_1 ved anvendelse af et tidsskridt på 0,0005 s.

Ugyldige værdier ved Monte Carlo simuleringer

Ud over at foretage et konvergensstudie af tidsskridtet, så skal det sikres, at der foretages et tilstækkeligt antal Monte Carlo simuleringer af de indgående parametre i lastmodel I. Jo flere Monte Carlo simuleringer der laves, jo bedre bliver beskrivelsen af de normalfordelte parametre i lastmodel I, og dermed opnås tilnærmelsesvis glatte kurver for tætheds- og fordelingsfunktionerne.

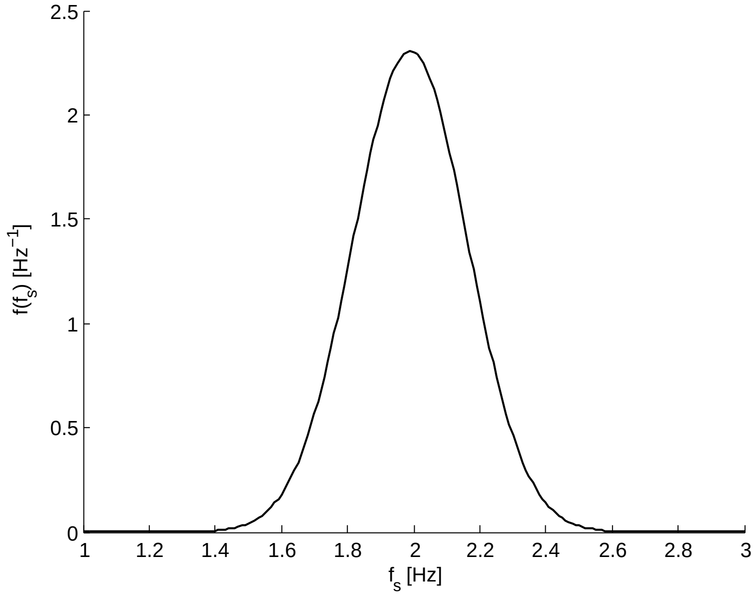
De normalfordelte tal for de enkelte parametre i lastmodel I genereres ved en Monto Carlo simulering, hvorved et øget antal af simulerede tal vil medføre en øget sandsynlighed for at få ekstreme værdier. Dette betyder, at der er mulighed for at få så ekstreme værdier, at disse er negative. Dette vil for ingen af de fire stokastiske variable f_s, l_s, m_p og α_1 give nogen fysisk mening, og det undersøges derfor ved formel (3.16), hvor ofte der forekommer negative tal med de pågældende normalfordelinger.

$$P(X < 0) = \Phi\left(\frac{0 - \mu_X}{\sigma_X}\right) \tag{3.16}$$

hvor
P er sandsynligheden [-]
X er en normalfordelt stokastisk variabel
Φ er en fordelingsfunktion for en standard normalfordeling
μ_X er middelværdien af X
σ_X er spredningen af X

Det er fundet, at sandsynligheden for at få negative tal er større for personens masse end for gangfrekvensen, skridtlængden og den dynamiske lastfaktor. Sandsynligheden for at få negative tal for personens masse er $2,87 \cdot 10^{-7}$, hvilket er en meget lille sandsynlighed. Sandsynligheden for at få negative værdier af de fire parametre er derfor lille, men kan i teorien forekomme. Derfor undersøges det ved alle Monte Carlo simuleringer, om der er genereret negative tal og i de få tilfælde, hvor dette forekommer, vil de negative tal erstattes af nye genererede tal.

Ved en Monte Carlo simulering kan der ud over negative tal også genereres andre ekstreme værdier, som ikke giver fysisk mening. For gangfrekvensen hvor tæthedsfunktionen er vist på figur 3.11 kan der genereres værdier som betyder, at der kan opstå problemer med gyldighedsområdet for den dynamiske lastfaktor.

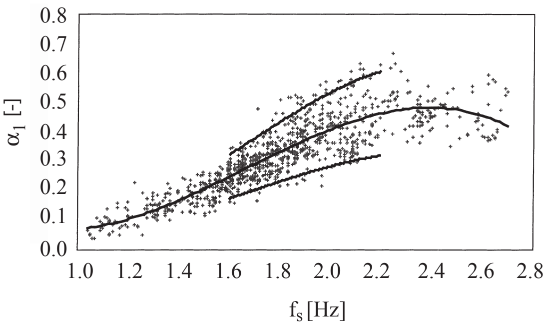


Figur 3.11 *Tæthedsfunktion for gangfrekvensen.*

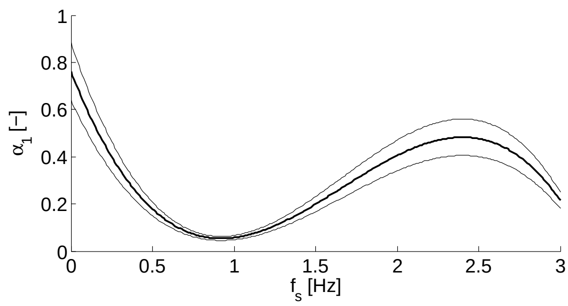
Middelværdien af den dynamiske lastfaktor er en funktion af gangfrekvensen og er gengivet ved formel (3.17).

$$\mu_{\alpha_1} = -0,2649 \cdot f_s^3 + 1,3206 \cdot f_s^2 - 1,7597 \cdot f_s + 0,7613 \tag{3.17}$$

Formel (3.17) er jf. figur 3.12 gyldig i intervallet fra ca. 1,0 Hz - 2,7 Hz. Ligeledes er spredningen gyldig i intervallet fra ca. 1,6 Hz - 2,2 Hz. For de værdier der ligger udenfor dette gyldighedsområde, skal der tages stilling til, hvordan disse værdier skal bestemmes.



Figur 3.12 *Forsøgsresultater og fittede kurver for middelværdi og spredning. [Kerr, S. C., 1998]*

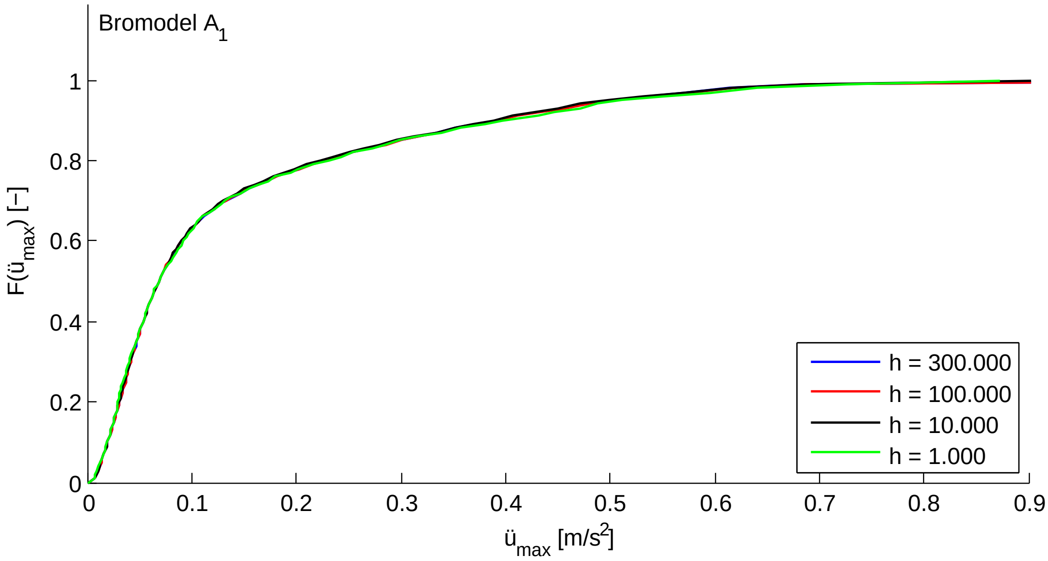


Figur 3.13 *De fittede kurver for middelværdi og spredning inden- og udenfor gyldighedsområdet.*

På figur 3.13 er det vist, hvordan formel (3.17) beskriver middelværdien og spredningens forløb udenfor gyldighedsområdet. For lavere værdier end 1,0 Hz stiger den dynamiske lastfaktor betydeligt ved brug af formel (3.17), hvilket intuitivt virker forkert, og formel (3.17) ønskes derfor ikke anvendt for gangfrekvenser lavere end 1,0 Hz. Der anvendes derfor en konstant værdi af den dynamiske lastfaktor ved gangfrekvenser mindre end 1,0 Hz, hvilket svarer til værdien ved 1,0 Hz. Tilsvarende er gjort for gangfrekvenser større end 2,7 Hz, da 3. grads polynomiet falder væsentligt ved højere værdier. For spredningen anvendes tilnærmelsesvis spredningen angivet i tabel 3.8 for alle værdier af gangfrekvensen. Disse antagelser for middelværdien og spredningen er valgt for at sikre, at de enkelte værdier, der ligger udenfor gyldighedsområdet, ikke giver urealistiske tal.

Konvergens af de maksimale accelerationer
For at undersøge hvor mange Monte Carlo simuleringer, der skal laves for at de maksimale accelerationer konvergerer, er der lavet et konvergensstudie, hvor der er lavet analyser med forskellige antal Monte Carlo simuleringer. Det vurderes, at de maksimale accelerationer er konvergeret, når fordelingsfunktionen er givet ved en glat kurve, og når der ikke er væsentlige afvigelser i værdierne. I Newmark algoritmen er der anvendt et tidsskridt på 0,0005 s, hvilket som tidligere nævnt har vist sig at give et tilfredsstillende estimat af gangbroers dynamiske respons.

For bromodel A_1 er der foretaget analyser med fire forskellige antal Monte Carlo simuleringer, og fordelingsfunktionerne er vist på figur 3.14. Antallet af Monte Carlo simuleringer er angivet ved h. Fordelingsfunktionen er optegnet ud fra 100 punkter langs ordinataksen, hvorimellem der er foretaget lineær interpolation. Dette er anvendt for alle fordelingsfunktionerne i denne rapport.



Figur 3.14 *Fordelingsfunktioner for bromodel A_1.*

Ud fra figur 3.14 ses det, at de fire fordelingsfunktionen er næsten sammenfaldende. Det bemærkes dog, at jo flere Monte Carlo simuleringer der foretages, jo mere glat bliver fordelingsfunktionen. For at overskueliggøre resultaterne, er der udtrukket tre fraktilværdier, som er angivet i tabel 3.9.

	$h = 1.000$	$h = 10.000$	$h = 100.000$	$h = 300.000$
	$[\mathrm{m/s^2}]$	$[\mathrm{m/s^2}]$	$[\mathrm{m/s^2}]$	$[\mathrm{m/s^2}]$
50%	0,0680	0,0690	0,0687	0,0688
75%	0,1734	0,1680	0,1719	0,1723
95%	0,5115	0,4999	0,5071	0,5047

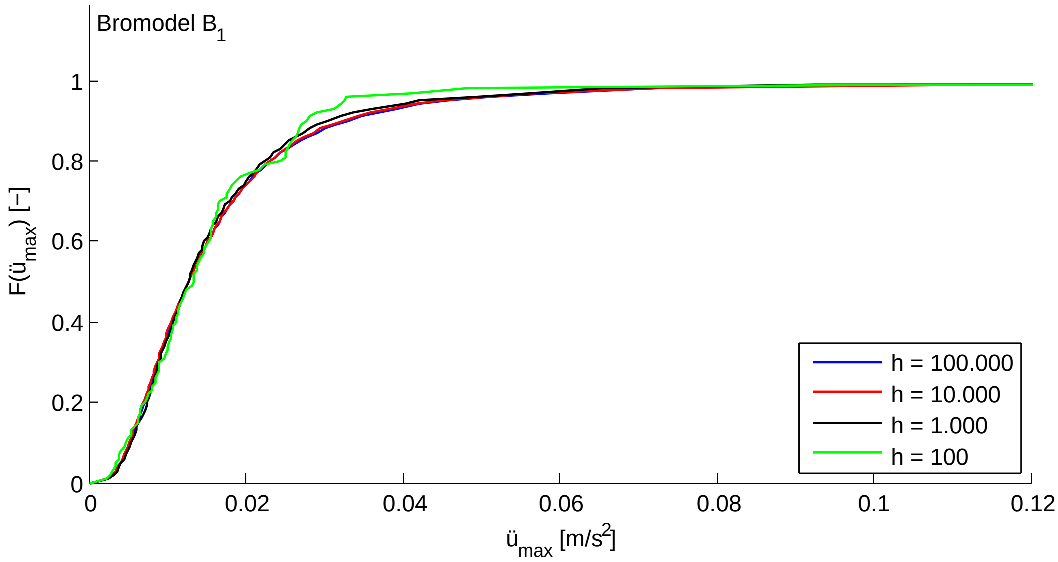
Tabel 3.9 *Resultater fra konvergensstudiet ved bromodel A_1 ved anvendelse af et tidsskridt på $\Delta t = 0,0005$ s.*

Ved at betragte tallene i tabel 3.9 tyder det på, at resultaterne konvergerer hurtigere for de lavere fraktiler end for de høje fraktiler. Dette skyldes at der hurtigere genereres en stor datamængde for de lavere fraktiler.

Det ses ud fra tabel 3.9 og figur 3.14, at selv med et begrænset antal Monte Carlo simuleringer opnåes der et stabilt accelerationsniveau, hvorfor det i princippet ikke er nødvendigt med flere end ca. 10.000 Monte Carlo simuleringer, hvis formålet er at dimensionere en gangbro. I dette projekt er det vigtigt med præcise resultater, da formålet er at sammenligne forskellige modeller. Derfor må der ikke være tvivl om, hvorvidt det er en ændring i en model, eller det er nye simulerede tal, der skyldes ændringer i resultaterne. Derfor ønskes der anvendt et højere antal Monte Carlo simuleringer.

Det vurderes ud fra figur 3.14 og tabel 3.9, at det er tilstrækkelgt at anvende 100.000-300.000 Monte Carlo simuleringer for at opnå et tilfredsstillende accelerationsniveau, da kurverne er næsten sammenfaldende og samtidig er forholdsvis glatte. Et større antal Monte Carlo simuleringer end 300.000 vil give mere præcise resultater, men dette anvendes ikke, da tidsforbruget til at foretage beregningerne også er en afgørende faktor for hvor mange Monte Carlo simuleringer, der ønskes anvendt. Konvergensanalyserne vist på figur 3.14 er lavet med en beregningstid på ca. 2.700 Monte Carlo simuleringer per minut ved et tidsskridt på 0,0005 s. Der kan tilnærmelsesvist interpoleres lineært for andre antal Monte Carlo simuleringer og tidsskridt.

Der er foretaget en tilsvarende analyse af antallet af Monte Carlo simuleringer for bromodel B_1, hvor fordelingsfunktionerne er vist på figur 3.15.



Figur 3.15 *Fordelingsfunktioner for bromodel B_1.*

Ud fra figur 3.15 ses det, at fordelingsfunktionerne for hhv. 100 og 1.000 Monte Carlo simuleringer ikke er glatte, hvorfor der ønskes anvendt et øget antal Monte Carlo simuleringer. Derimod ses det på figur 3.15, at fordelingsfunktionerne for hhv. 10.000 og 100.000 Monte Carlo simuleringer er glatte og næsten sammenfaldende. Fraktilværdierne for resultaterne af analyserne af bromodel B_1 er angivet i tabel 3.10.

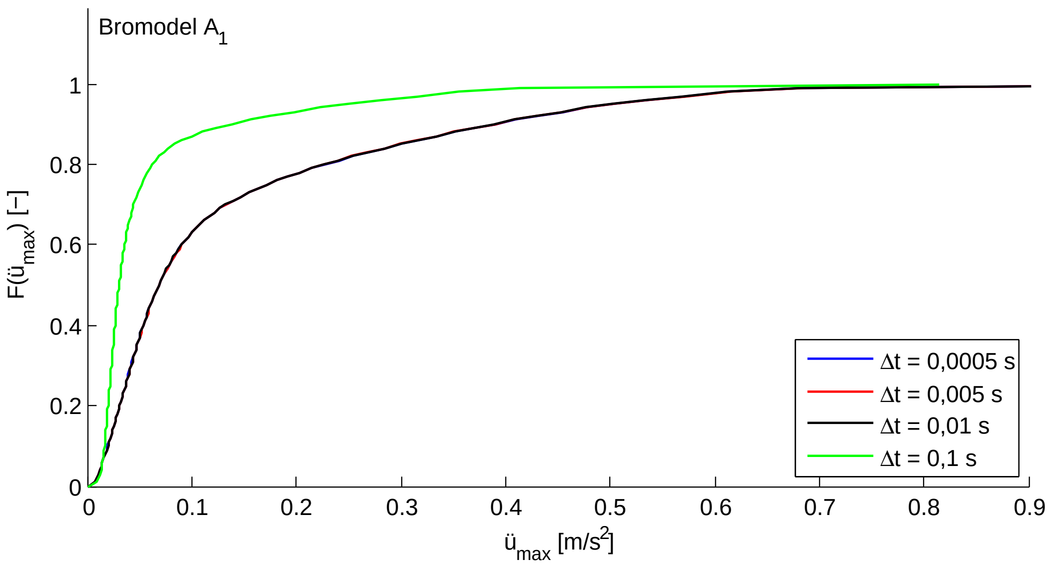
	$h = 1.000$	$h = 10.000$	$h = 100.000$	$h = 300.000$
	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]
50%	0,0133	0,0127	0,0127	0,0128
75%	0,0186	0,0199	0,0205	0,0205
95%	0,0326	0,0421	0,0452	0,0459

Tabel 3.10 *Resultater fra konvergensstudiet med bromodel B_1 ved anvendelse af et tidsskridt på $\Delta t = 0{,}0005$ s.*

Det ses ud fra tabel 3.9 og 3.10 samt figur 3.14 og 3.15, at accelerationsniveauet konvergerer hurtigere for bromodel B_1 end for bromodel A_1. Dette skyldes, at et langt mindre antal simulerede gangfrekvenser nærmer sig egenfrekvensen, hvilket kan ses på figur 3.11. Det vurderes, at det er tilstrækkeligt at anvende 10.000-100.000 Monte Carlo simuleringer for at opnå tilfredsstillende resultater for accelerationsniveauet for bromodel B_1.

Ud fra analysen af tidsskridtet er det vurderet at der skal anvendes et tidsskridt på 0,0005 s, og ud fra analysen af antallet af Monte Carlo simuleringer er det vurderet, at der skal foretages 100.000-300.000 Monte Carlo simuleringer for at opnå tilfredsstillende probabilistiske estimater af det dynamiske respons for både bromodel A_1 og B_1. Som nævnt tidligere er beregningstiden på ca. 2.700 Monte Carlo simuleringer per minut ved et tidsskridt på 0,0005 s. Dette vil ikke være et problem for de analyser der laves her i forstudiet, men idet der senere i rapporten foretages mere avancerede analyser, hvor beregningstiden øges væsentligt, ønskes det undersøgt, om det muligt at øge tidsskridtet og samtidig opnå glatte fordelingsfunktioner og tilfredsstillende probabilistiske estimater af gangbroers dynamiske respons.

Der er foretages derfor fire analyser, hvor der anvendes 300.000 Monte Carlo simuleringer og forskellige tidsskridt i Newmark algoritmen. Idet bromodel A_1 kræver det største antal Monte Carlo simuleringer og det mindste tidsskridt, da sandsynligheden for resonans er større for bromodel A_1 end for bromodel B_1, tages der udgangspunkt i denne bromodel A_1. Fordelingsfunktonerne for analyserne kan ses på figur 3.16.



Figur 3.16 *Fordelingsfunktioner for bromodel A_1.*

Ud fra figur 3.16 ses det, at fordelingsfunktionen ved anvendelse af et tidsskridt på hhv. 0,01 s, 0,005 s og 0,0005 s er sammenfaldende, mens fordelingsfunktionen med anvendelse af et tidsskridt på 0,1 s afviger væsentligt fra de andre. Det kan derfor vurderes, at et tidskridt på 0,01 s giver acceptable resultater, men for at sikre yderligere præcision af acelerationsniveauet vælges det at anvende et mindre tidsskridt på 0,005 s. Der foretages derfor analyser med 300.000 Monte Carlo simuleringer og et tidsskridt på 0,005 s i forstudiet.

Maksimale accelerationer

Ved tidsserierne bestemt ud fra metoderne og lastmodellerne angivet i BS 5400 og Eurocode jf. afsnit 3.3 og 3.4 er det fundet, at den maksimale acceleration forekommer til et tidspunkt, hvor personen har bevæget sig det meste af brolængden. Dermed ser det ud til, at der kan være risiko for, at de maksimale accelerationer først forekommer efter, at personen har forladt gangbroerne. Det kan derfor være nødvendigt at betragte en længere tidsserie end den tidsserie, hvor personen opholder sig på gangbroerne, for at bestemme de maksimale accelerationer.

For at vurdere hvilken betydning længden af tidsserien har for fordelingsfunktionen af de maksimale accelerationer, så er der foretaget to analyser, hvor der hhv. er anvendt en tidsserie svarende til det tidsrum, hvor personen opholder sig på gangbroerne, og en tidsserie der svarer til, at gangbroerne er dæmpet. Ud fra disse analyser er det fundet, at længden af tidsserien er uden betydning, og der betragtes derfor udelukkende en tidsserie svarende til det tidsrum, hvor personen opholder sig på gangbroerne.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til at foretage Monte Carlo simuleringer af de normalfordelte parametre samt beregning af den maksimale lodrette acceleration. Programmet kan ses i mappen *Probabilistisk program* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.2.

Resultaterne for bromodel A_1 og B_1 er angivet i tabel 3.11 i form af fraktilværdier.

	Bromodel A_1	Bromodel B_1
	[m/s^2]	[m/s^2]
50%	0,0688	0,0128
75%	0,1723	0,0205
95%	0,5047	0,0459

Tabel 3.11 *Fraktilværdier for accelerationerne beregnet for bromodel A_1 og B_1ved en stokastisk lastmodel.*

Fraktilværdierne i tabel 3.11 siger noget om sandsynligheden for at opnå et givent accelerationsniveau for den pågældende gangbro. Det ses, at for bromodel A_1 er der højere maksimale accelerationer til de givne fraktilværdier end for bromodel B_1. I modsætning til resultaterne ud fra BS 5400 jf. tabel 3.2 og 3.3 findes der derfor ikke samme accelerationsniveau for bromodel A_1 og B_1, hvilket skyldes at den stokastiske lastmodel i modsætning til metoderne og lastmodellerne angivet i BS 5400 tager hensyn til, at forskellige personer ikke går med den samme gangfrekvens, og at gangfrekvensen ikke altid er lig med egenfrekvensen af den givne gangbro.

3.6 Sammenligning af deterministiske og stokastiske lastmodeller

Beregningmetoderne angivet i BS 5400 og Eurocode er baseret på semi-empiriske udtryk og deterministiske lastmodeller, hvilket betyder, at der bestemmes én værdi af accelerationen ud fra beregningen, mens der ikke findes et udtryk for, hvor stor sandsynligheden er for at opnå dette accelerationsniveau.

Ved den probabilistiske metode er der foretaget Monte Carlo simuleringer af hhv. gangfrekvensen, skridtlængden, personens masse og den dynamiske lastfaktor, hvorudfra der er fundet en statistisk fordeling for de maksimale accelerationer.

Det er ikke muligt at sammenligne de fundne maksimale accelerationer ud fra den stokastiske lastmodel med de maksimale accelerationer fundet ud fra de deterministiske lastmodeller og beregningsmetoder, da de deterministiske lastmodeller giver én værdi for accelerationen, mens en stokastisk lastmodel istedet giver en statistisk fordeling, som viser sandsynligheden for at accelerationen er mindre end eller lig med et givent accelerationsniveau. Der fås derfor flere informationer ved at anvende en probabilitisk metode, og det er muligt for bygherren at vurdere hvor stor en overskridelsessandsynlighed, der kan accepteres for en given gangbros dynamiske respons.

3.7 Komfort i forbindelse med vibrationer af gangbroer

For bromodel A_1 og B_1 er der vha. metoderne og lastmodellerne anført i BS 5400 og Eurocode samt en probabilistisk metode, opnået resultater for gangbroernes accelerationsniveauer ved belastning fra én gående person. Formålet med at lave disse beregninger i en dimensioneringssituation er at sammenholde resultaterne med et krav for accelerationsniveauet, hvormed gangbroers anvendelighed kan vurderes. Idet en gangbro er en konstruktion der bærer mennesker, og da mennesker er meget følsomme overfor vibrationer, vil det ofte for svingningsfølsomme gangbroer være anvendelsesgrænsetilstanden og komfortniveauet, der er dimensionsgivende for den givne gangbro.

Menneskers reaktioner på vibrationer er en kompleks problemstilling, idet forskellige mennesker reagerer forskelligt på de samme vibrationer. Derudover er det sandsynligt, at en person reagerer forskelligt på de samme vibrationer på forskellige dage. Dette betyder, at det er svært at opstille en specifik grænseværdi, der afgør om accelerationsniveauet er acceptabelt.

Gennem tiden er der udført forsøg for at undersøge personers reaktion på vibrationer, og hvornår der føles ubehag ved at færdes på en gangbro udsat for vibrationer. Det accepteres almindeligt, at tolerancen for vibrationer forårsaget af personer i bevægelse på gangbroer er højere end for personer inde i bygninger, og at personer kan acceptere visse vibrationsniveauer, når de vender sig til dem [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 30]. I bilag G er der redegjort yderligere for nogle af de forsøg, der er lavet indenfor dette område.

I det følgende vil accelerationsniveauerne beregnet for bromodel A_1 og B_1 vurderes i forbindelse med anvendelsesgrænsetilstanden.

3.7.1 Vurdering af anvendendelsesgrænsetilstanden iht. BS 5400

I BS 5400 er det angivet, at hvis egenfrekvensen overstiger 5 Hz for en ubelastet gangbro i den vertikale retning og 1,5 Hz for en belastet gangbro i den horisontale retning, så vurderes anvendelsesgrænsetilstanden tilfredsstillende. Hvis egenfrekvensen derimod er mindre end eller lig med 5 Hz, så anvendes den øvre grænse for den maksimale lodrette acceleration af en given gangbro givet ved formel (3.18). Den aktuelle maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 skal derfor være mindre end grænseværdien $\ddot{u}_{limit}$ jf. formel (3.18). [British Standard, 2006, s. 66]

$$\ddot{u}_{limit} = 0,5 \cdot \sqrt{f} \tag{3.18}$$

Idet bromodel A_1 og B_1 har egenfrekvenser på hhv. 2,0 Hz og 2,5 Hz skal anvendelsesgrænsetilstanden vurderes ved at sammenligne de maksimale lodrette accelerationer med grænseværdier jf. formel (3.18). I tabel 3.12 er grænseværdien for den lodrette acceleration for bromodel A_1 og B_1 samt de aktuelle maksimale lodrette accelerationer angivet.

	Simplificeret metode $\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]	Generel metode $\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]	Grænseværdi $\ddot{u}_{limit}$ [m/s^2]
Bromodel A_1	0,24	0,28	0,71
Bromodel B_1	0,24	0,28	0,79

Tabel 3.12 *Den aktuelle maksimale accelerationer for de to metoder angivet i BS 5400 samt grænseaccelerationer for bromodel A_1 og B_1.*

Ud fra tabel 3.12 kan det ses, at de beregnede aktuelle maksimale accelerationer er mindre end grænseværdierne, hvorfor vibrationsniveauet vurderes acceptabelt ud fra metoderne i BS 5400.

3.7.2 Vurdering af anvendendelsesgrænsetilstanden iht. Eurocode

I Eurocodes sikres det, at anvendelsesgrænsetilstanden ikke overskrides under påvirkning af vibrationer ved, at egenfrekvensen af en given konstruktion holdes over en minimumsværdi, som afhænger af konstruktionens virkemåde og årsagen til vibrationen. Minimumsværdien fastlægges i samarbejde med bygherren og i nogle tilfælde med den relevante myndighed. Hvis egenfrekvensen er under minimumsværdien, skal der foretages en mere detaljeret analyse af det dynamiske respons, og det skal overvejes, om der skal foretages dæmpning af konstruktionen. [DS/EN 1990, 2007, Afsnit A1.4.4]

Kravet til egenfrekvensen af en given konstruktion, som opstilles i samarbejde med bygherren, kan tage udgangspunkt i erfaringstal. Hvis der foretages en mere detaljeret analyse, så vil en konstruktions funktion normalt være tilfredsstillende, når spredningen af konstruktionens acceleration ikke overskrider en grænseacceleration. I tabel 3.13 er erfaringstallene for acceptable egenfrekvenser og grænseaccelerationer angivet for forskellige konstruktioner. [EN 1990 DK NA, 2007, s. 8]

Konstruktion	Last [-]	Normalt tilfredsstillende funktion [Hz]	Ofte ikke-tilfredsstillende funktion [Hz]	Grænseacceleration i % af tyngdeacceleration [%]
Tribuner, fitnesscentre, sportshaller og forsamlinglokaler	Rytmisk personlast	$n_e > 10$	$n_e < 6$	10
Boliger	Ganglast	$n_e > 8$	$n_e < 5$	0,1
Kontorlokaler	Ganglast	$n_e > 8$	$n_e < 5$	0,2

Tabel 3.13 *Erfaringstal for acceptable egenfrekvenser og grænseaccelerationer. [EN 1990 DK NA, 2007, Tabel A1.4]*

Risikoen for at funktionen ikke er tilfredsstillende øges med voksende spændvidde, og risikoen er specielt stor for lette og svagt dæmpede konstruktioner. For sådanne konstruktioner giver egenfrekvenskravet i tabel 3.13 ikke altid en tilfredsstillende funktion. [EN 1990 DK NA, 2007, s. 8]

I tabel 3.13 er der ikke angivet nogle erfaringstal for brokonstruktioner, og kravene til egenfrekvenser og grænseaccelerationer skal derfor aftales med bygherren. Kravene kan dog med forbehold tage udgangspunkt i værdierne i tabel 3.13.

I afsnit 3.4 er der foretaget en beregning af accelerationsniveauet ud fra lastmodellen angivet for rytmisk personlast i Eurocode. Der foreligger ikke nogle specifikke krav til accelerationen i Eurocode, men anvendelsesgrænsetilstanden vurderes ud fra spredningen af accelerationen, hvor en given konstruktionens funktion normalt vil være tilfredsstillende, hvis spredningen ikke overskrider grænseaccelerationen angivet i tabel 3.13.

Spredningen af accelerationen kan for bromodel A_1 og B_1 bestemmes til hhv. 2,7% og 0,5% af tyngdeaccelerationen, men da der ikke er opstillet en grænseacceleration for brokonstruktioner i tabel 3.13, kan det ikke umiddelbart bestemmes om gangbroerne har en tilfredsstillende funktion. Det kan generelt diskuteres, hvor anvendelig Eurocode er i forbindelse med vurdering af gangbroers anvendelsesgrænsetilstand, da Eurocode ikke beskriver nogen specifik procedure for gangbroer, men heller ikke afgrænser sig fra disse typer af konstruktioner.

3.7.3 Vurdering af anvendendelsesgrænsetilstanden ved probabilistiske metoder

På nuværende tidspunkt er der ikke opstillet nogen entydige krav til anvendelsesgrænsetilstanden ved de probabilistiske metoder, hvilket skyldes, som beskrevet i bilag G, at mennesker har forskellige opfattelser af komfort. I BS 5400 og Eurocode er der opstillet krav, som angiver en grænseværdi for accelerationen eller spredningen af accelerationen for at vurdere om anvendelsesgrænsestilstanden er acceptabel.

Ved de probabilistiske metoder kan der tilsvarende fastlægges et acceptabelt accelerationsniveau, men herudover skal det vurderes, hvor stor en sandsynlighed for overskridelse af dette accelerationsniveau, der kan accepteres.

En måde at fastlægge et acceptabelt accelerationsniveau på er ved at betragte en fraktilværdi for accelerationen. Det vurderes, at det er de højere fraktiler, der er af interesse, da der ikke kan accepteres store overskridelsessandsynligheder. Med reference til Zivanovic fokuseres der på 95% fraktilen, hvorved der accepteres en overskridelse af et accelerationsniveau med en sandsynlighed på 5% [Zivanovic, S. et al., 2006]. Dette svarer til, at hver tyvende person, der krydser en gangbro vil blive generet af vibrationerne af gangbroen.

Udover af fastlægge en acceptabel sandsynlighed for overskridelse af et accelerationsniveau, så skal der fastsætte et maksimalt accelerationsniveau, hvor personer ikke føler ubehag. For at have noget konkret at vurdere accelerationsniveauerne i dette projekt ud fra, så skønnes der en acceptabel værdi af det maksimale accelerationsniveau ud fra BS 5400 jf. formel (3.18). Grænseværdien bestemt ud fra formel (3.18) afhænger af egenfrekvenserne af gangbroerne. Idet egenfrekvensen for bromodel A_1 og B_1 er forskellige, anvendes den mindste af de fundne værdier, da dette vil give den mindste grænseacceleration. Der anvendes derfor en værdi af det acceptable accelerationsniveau på 0,7 $\mathrm{m/s^2}$.

I dette projekt er det derfor valgt, at acceptere et accelerationsniveau på 0,7 $\mathrm{m/s^2}$ med en sandsynlighed for overskridelse på 5%. Det bemærkes dog, at dette ikke er et gældende krav for de probabilistiske metoder.

3.8 Opsamling

I dette kapitel er forskellige metoder til at estimere vibrationer af gangbroer undersøgt ud fra deterministiske og stokastiske lastmodeller. Ud fra metoderne med deterministiske lastmodeller er der fundet én værdi for den maksimale acceleration, og denne er vurderet ud fra kravene opstillet i BS 5400 og Eurocode. I BS 5400 er der opstillet et krav som funktion af gangfrekvensen, mens der i Eurocode er opstillet krav til spredningen af accelerationen.

Anvendelsesgrænsetilstanden er for metoderne i BS 5400 vurderet acceptabel for bromodel A_1 og B_1, og for metoden i Eurocode kan en endelig konklusion ikke drages for bromodel A_1 og B_1, da der i Eurocode ikke er opstillet konkrete krav ifm. gangbroer. I de deterministiske beregninger er der fundet et nødvendigt tidsskridt anvendt i Newmark algoritmen på 0,01 s.

Idet personlasten i virkeligheden er stokastisk, er de deterministske lastmodeller en væsentlig forsimpling af virkeligheden, hvorfor der er undersøgt en stokastisk lastmodel. Det er fundet nødvendigt at foretage 300.000 Monte Carlo simuleringer og anvende et tidsskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen. Valget af tidsskridt og antal af Monte Carlo simuleringer er en vurdering afhængig af, hvor præcist resultatet ønskes, og hvor lang en beregningstid der kan accepteres.

I modsætning til de deterministiske lastmodeller er resultatet af de stokastiske lastmodeller en statistisk fordeling af accelerationerne, som viser sandsynligheden for, at accelerationen er mindre end eller lig med et givet accelerationsniveau. Herudfra skal det vurderes, om den pågældende overskridelsessandsynlighed kan accepteres for en given gangbros accelerationsniveau.

Kapitel 4

Parameterstudie for lastmodel I

Formålet med dette kapitel er at foretage et studie af de parametre, der indgår i lastmodel I. Det undersøges, hvilken betydning de enkelte parametre i lastmodel I har for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 og B_1, og om det er af betydning, hvorvidt der anvendes deterministiske værdier eller stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I. For de parametre der bør betragtes som stokastiske variable undersøges det, om valget af sandsynlighedsfordelingen og de parametre, der beskriver denne fordeling, har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

4.1 Anvendt metode

I forstudiet, hvor lastmodel I er anvendt, er personens masse, gangfrekvensen, den dynamiske lastfaktor og skridtlængden betragtet som stokastiske variable beskrevet ved normalfordelinger. Det er uvist, hvilken betydning hhv. en deterministisk værdi og en stokastisk variabel for parametrene i lastmodel I har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons, hvorfor dette ønskes undersøgt.

Der foretages derfor i dette kapitel et parameterstudie for at vurdere, hvilke parametre i lastmodel I der er tilstrækkelige at betragte som deterministiske værdier, og hvilke der skal modelleres ved en stokastisk variabel. Det vurderes, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for en parameter i lastmodel I, hvis det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons ikke afviger væsentligt ift. det tilfælde, hvor der udelukkende er anvendt stokastiske variable for alle parametrene i lastmodel I.

Dette leder frem til det tredje projektspørgsmål:

Hvilken betydning har det for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, hvorvidt der anvendes deterministiske værdier eller stokastiske variable for parametrene i lastmodel I?

For at besvare projektspørgsmålet foretages der analyser af de enkelte parametre i lastmodel I, hvor der tages udgangspunkt i bromodel A_1 og B_1. Som sammenligningsgrundlag for alle analyserne i dette kapitel foretages en analyse, hvor der udelukkende anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I tilsvarende i forstudiet. Denne referenceanalyse vil i resten af kapitlet være angivet med blå fordelingsfunktioner. Fordelingerne for de stokastiske variable er gengivet i tabel 4.1.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$

Tabel 4.1 *Middelværdi og spredning anvendt i normalfordelingerne for de indgående parametre i lastmodel I.*

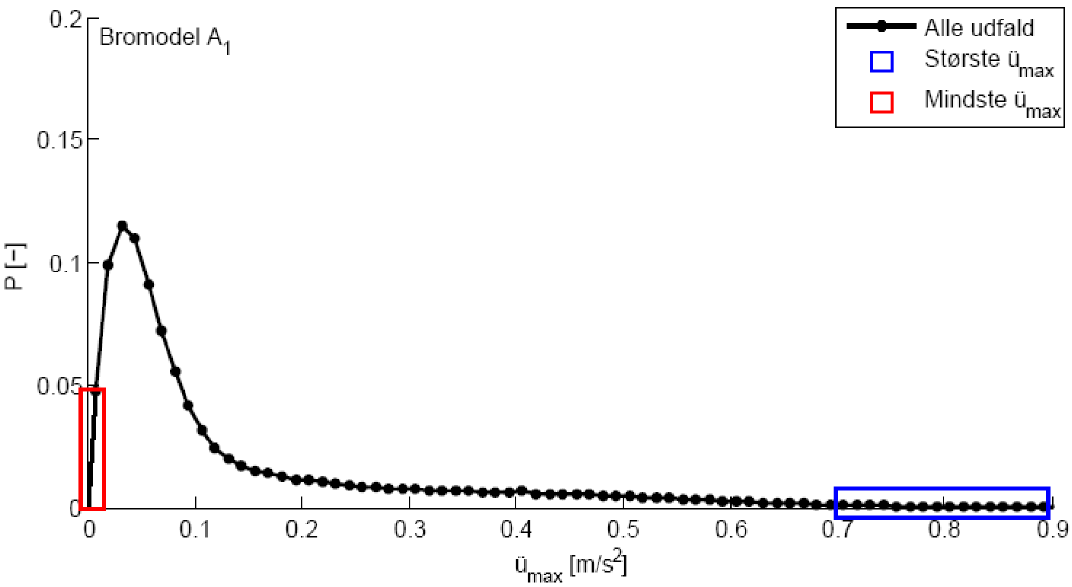
De normalfordelte tal for de enkelte parametre i lastmodel I genereres ved Monto Carlo simuleringer, hvorved der som beskrevet i afsnit 3.5 er risiko for at få ekstreme og negative værdier, hvilket behandles som beskrevet i afsnit 3.5.

For at undersøge betydningen af, om der anvendes deterministiske værdier eller stokastiske variable for de enkelte parametre i lastmodel I, undersøges forskellige deterministiske værdier, som kan være relevante. I analyserne undersøges parametrene i lastmodel I enkeltvis for at sikre, at det kun er denne ene parameter, der har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

Ud fra konvergensstudierne i kapitel 3 er det fundet, at der skal foretages 300.000 Monte Carlo simuleringer og anvendes et tidsskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen for at sikre, at afvigelser i accelerationerne ikke skyldes nye simulerede tal, men udelukkende ændringer i bro- eller lastmodellen, samt for at sikre, at beregningstiden ikke bliver for lang. Der foretages derfor også i dette kapitel 300.000 Monte Carlo simuleringer og anvendes et tidsskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen.

4.2 Indledende undersøgelse af parametre

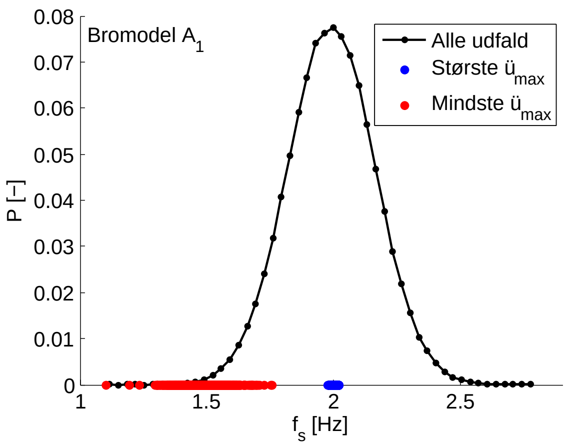
For at besvare projektspørgsmålet laves indledningsvist en undersøgelse, der tager udgangspunkt i den analyse, der er lavet i forstudiet, hvor alle parametrene i lastmodel I betragtes som stokastiske variable. Dette gøres for at få en fornemmelse af, hvilke parametre der har størst betydning for accelerationsniveauet. Der tages udgangspunkt i bromodel A_1, hvor der er lavet 300.000 Monte Carlo simuleringer. Ud af de 300.000 simulerede maksimale accelerationer vist på figur 4.1 udtages de 1.000 Monte Carlo simuleringer, som giver de største maksimale accelerationer, og de 1.000 Monte Carlo simuleringer, som giver de mindste maksimale accelerationer. Dette er illustreret på figur 4.1.



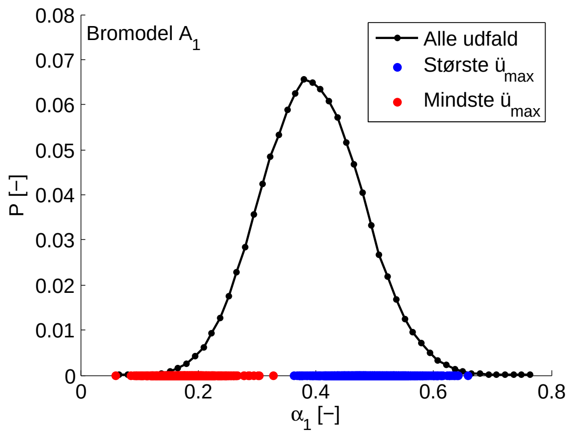
Figur 4.1 *Sandsynlighedsfunktion for de maksimale accelerationer for bromodel A_1. De 1.000 hhv. største og mindste maksimale accelerationer er indrammet.*

Formålet med at udtage nogle af de maksimale accelerationer er at undersøge, hvilke udfald af de stokastiske variable, som indgår i lastmodel I, der giver hhv. de mindste og største maksimale accelerationer. For at muliggøre dette, er grundlaget for parametrene angivet i tabel 4.1 gemt, og det er derved muligt at se hvilke udfald af parametrene i lastmodel I, der hører sammen med de hhv. 1.000 største og mindste accelerationer.

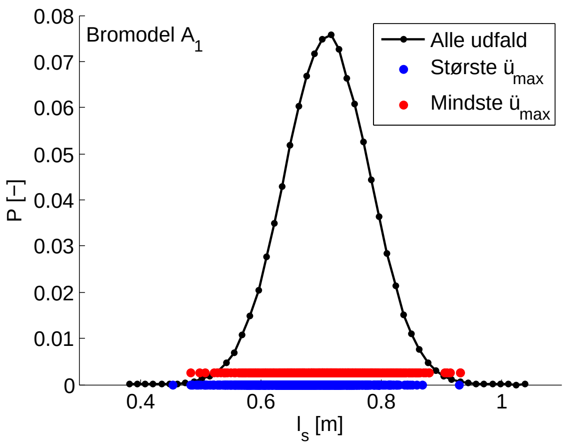
Dette skal medvirke til at vurdere, om der er en direkte sammenhæng mellem accelerationsniveauet og en eller flere af de stokastiske variable i lastmodel I, og dermed give en indikation af, hvorvidt de forskellige variable kan betragtes ved deterministiske værdier eller stokastiske variable. På figur 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 og 4.6 er det vist, hvilke udfald af hhv. gangfrekvensen, den dynamiske lastfaktor, skridtlængden, ganghastigheden og personens masse, der er sammenhørende med hhv. de mindste og største maksimale accelerationer. Kurven på de fem figurer viser de 300.000 simulerede tal for den givne parameter, mens de blå og røde punkter markerer de udfald, der kan henføres til de 1.000 hhv. største og mindste accelerationer. Punkterne vist på de fem figurer markerer et udfald, og idet det er muligt, at udfaldene ligger tæt på hinanden, kan det se ud som om punkterne er plottet oveni hinanden. Dette bevirker, at ordinataksen ikke er gyldig for punkterne.



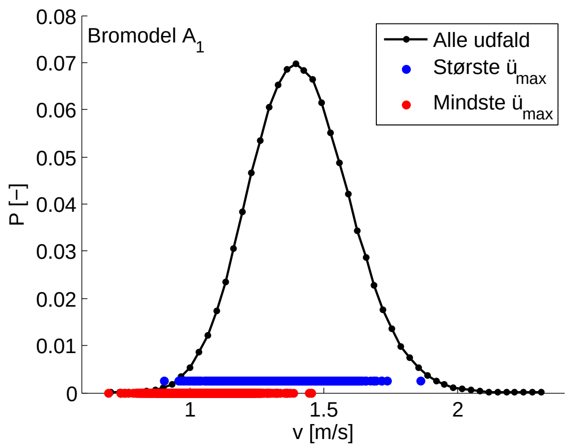
Figur 4.2 *Sandsynlighedsfunktion for gangfrekvensen. De værdier af gangfrekvensen, der er anvendt til at bestemme de hhv. 1.000 største og mindste maksimale accelerationer er markeret ved punkter.*



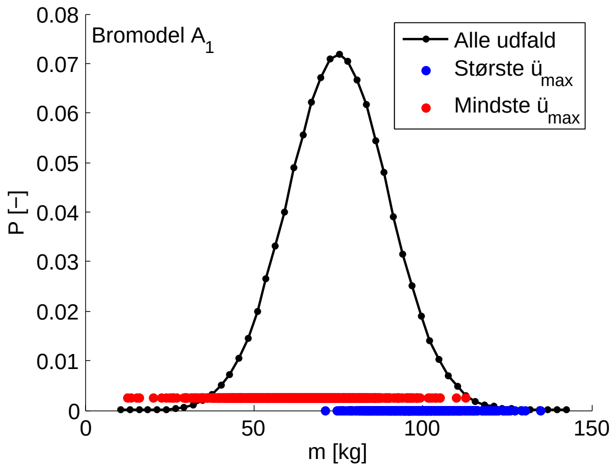
Figur 4.3 *Sandsynlighedsfunktion for den dynamiske lastfaktor. De værdier af den dynamiske lastfaktor, der er anvendt til at bestemme de hhv. 1.000 største og mindste maksimale accelerationer er markeret ved punkter.*



Figur 4.4 *Sandsynlighedsfunktion for skridtlængden. De værdier af skridtlængden, der er anvendt til at bestemme de hhv. 1.000 største og mindste maksimale accelerationer er markeret ved punkter.*



Figur 4.5 *Sandsynlighedsfunktion for ganghastigheden. De værdier af ganghastigheden, der er anvendt til at bestemme de hhv. 1.000 største og mindste maksimale accelerationer er markeret ved punkter.*



Figur 4.6 *Sandsynlighedsfunktion for personens masse. De værdier af personens masse, der er anvendt til at bestemme de hhv. 1.000 største og mindste maksimale accelerationer er markeret ved punkter.*

Gangfrekvens

Ud fra figur 4.2 ses det, at alle de største maksimale accelerationer er forårsaget af personer med en gangfrekvens, der svarer til gangbroens egenfrekvens, hvilket også var at forvente. Tilsvarende ses det, at alle de mindste maksimale accelerationer er forårsaget af personer med en lav gangfrekvens, der ligger langt fra gangbroens egenfrekvens. Da udfaldene i de to situationer ligger meget samlet i frekvensområdet, kan det konkluderes, at der er en direkte sammenhæng mellem den maksimale acceleration og gangfrekvensen. Dette betyder, at gangfrekvensen nødvendigvis skal betragtes som en stokastisk variabel, da en deterministisk værdi af gangfrekvensen ikke vil give et rimeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons ift. at anvende en stokastisk variabel for alle indgående parametre i lastmodel I.

Dynamisk lastfaktor

Den dynamiske lastfaktor er normalfordelt med en middelværdi, der er bestemt af gangfrekvensen. For de største maksimale accelerationer er gangfrekvensen på ca. 2,0 Hz, hvilket svarer til en middelværdi af den dynamiske lastfaktor på 0,405.

Figur 4.3 viser, at for alle de største maksimale accelerationer, er udfaldet af de dynamiske lastfaktorer beliggende ved de højere værdier, som alle ligger over middelværdien på 0,405, hvormed udfaldene ikke er tilfældige. For de mindste maksimale accelerationer ses det tilsvarende, at udfaldene for den dynamiske lastfaktor er beliggende ved de lavere værdier. Selvom udfaldene i de to situationer ikke er tilfældige er der dog en hvis spredning i værdierne. Det vurderes, at den dynamiske lastfaktor sandsynligvis skal betragtes som en stokastisk variabel for at få et rimeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Idet figur 4.3 ikke giver et entydigt billede af, om der er en direkte sammenhæng mellem den maksimale acceleration og den dynamiske lastfaktor, så undersøges det nærmere, om det er muligt at beskrive den dynamiske lastfaktor ved en deterministisk værdi i afsnit 4.4.

Skridtlængde

For personernes skridtlængde er udfaldene ved de mindste og største maksimale accelerationer vist på figur 4.4. Det ses, at for de mindste maksimale accelerationer følger udfaldene af personernes skridtlængde nogenlunde normalfordelingen. Tilsvarende udfald ses tilnærmelsesvis for de største maksimale accelerationer, hvilket dog har udfald der generelt er lidt mindre. Udfaldene for personernes skridtlængde virker tilfældige, og da der ikke umiddelbart er en direkte sammenhæng mellem de maksimale accelerationer og personernes skridtlængde, vurderes det, at skridtlængden formentligt kan betragtes deterministisk.

Ganghastighed
Udfaldene for personernes ganghastighed er ved de mindste og største maksimale accelerationer vist på figur 4.5. Det ses, at for de største maksimale accelerationer følger udfaldene nogenlunde normalfordelingen. For de mindste maksimale accelerationer ligger udfaldene ved de lavere værdier, hvilket skyldes, at personernes ganghastighed er et produkt af personernes skridtlængde og gangfrekvens.

Personernes gangfrekvens for de mindste maksimale accelerationer er beliggende ved de lavere værdier, og personernes skridtlængde for de mindste maksimale accelerationer følger nogenlunde normalfordelingen, hvilket medfører, at personernes ganghastighed nogenlunde følger en normalfordeling med en lavere middelværdi end hele populationens middelværdi. Udfaldene for personernes ganghastighed virker mere eller mindre tilfældige, hvilket skyldes de tilfældige udfald af skridtlængden. Det vurderes derfor, at ganghastigheden formentligt kan betragtes deterministisk.

Personens masse
På figur 4.6 er udfaldene for personens masse vist for de mindste og største maksimale accelerationer. Det ses, at de største maksimale accelerationer befinder sig ved de store masser, og de mindste maksimale accelerationer ved de små masser. Dette hænger sammen med, at personens masse er proportional med amplituden af lasten. Desuden ses det på figur 4.6, at der er stor spredning på udfaldene. Det vurderes af denne grund, at personens masse formentligt kan betragtes deterministisk.

I det følgende undersøges de enkelte parametre nærmere, og det vurderes, hvilke der bør betragtes som en stokastisk variabel, og hvilke der kan betragtes ved en deterministisk værdi samtidig med, at der opnås et rimeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Desuden undersøges det, hvilken betydning middelværdien og spredningen for normalfordelingen af parametrene har for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons.

4.3 Gangfrekvens

I afsnit 4.2 er det konkluderet, at der er en direkte sammenhæng mellem den maksimale acceleration og gangfrekvensen. Det er derfor nødvendigt, at betragte gangfrekvensen som en stokastisk variabel, da en deterministisk værdi ikke vil give et rimeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons.

I forstudiet jf. kapitel 3 er der anvendt en normalfordeling for gangfrekvensen bestemt af Matsumoto. Flere har efter Matsumoto bekræftet, at gangfrekvensen er normalfordelt med tilnærmelsesvis samme middelværdi og spredning. I nyere tid har Zivanovic betragtet 1976 personer krydse en gangbro, hvor middelværdien blev bestemt til 1,87 Hz og spredningen til 0,186 Hz. Zivanovic begrunder afvigelsen i middelværdien og spredningen ift. Matsumotos resultater med, at Matsumotos undersøgelser er baseret på en asiatisk population. [Zivanovic, S. et al., 2005], [Racic, V. et al., 2009, s. 22]

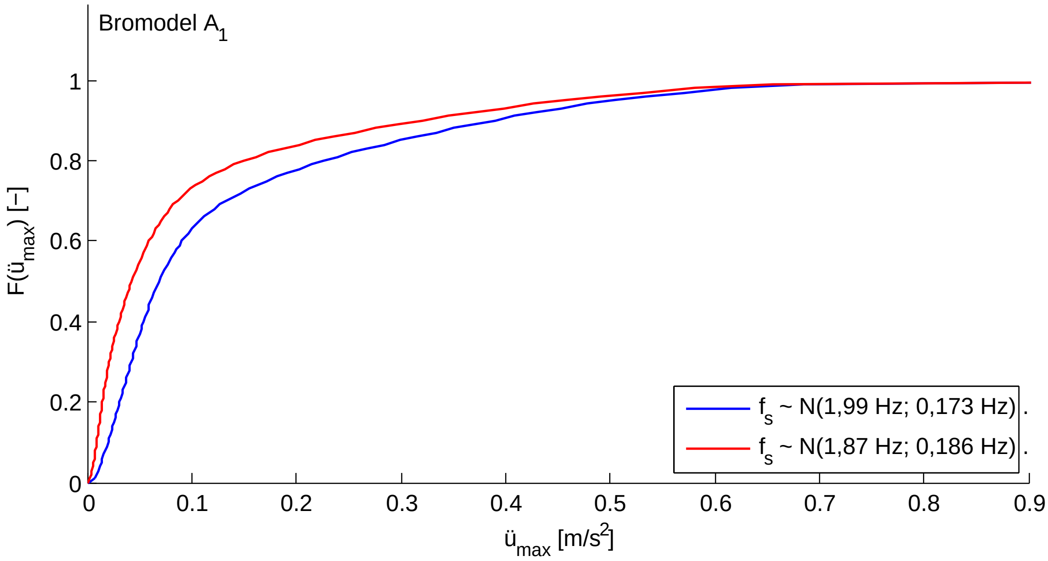
For at undersøge hvor følsom sandsynlighedsfordelingen for gangbroers dynamiske respons er på den anvendte normalfordeling af gangfrekvensen, foretages der to analyser med hhv. den fundne middelværdi og spredning af Matsumoto og Zivanovic. De anvendte middelværdier og spredninger i normalfordelingen for gangfrekvensen er angivet i tabel 4.2. For de øvrige parametre i lastmodel I anvendes normalfordelingerne angivet i tabel 4.1.

	μ_{f_s} [Hz]	σ_{f_s} [Hz]
Matsumoto	1,99	0,173
Zivanovic	1,87	0,186

Tabel 4.2 *Middelværdi og spredning anvendt i normalfordelingerne for gangfrekvensen bestemt af hhv. Matsumoto og Zivanovic.*

Bromodel A_1

Der foretages analyser af bromodel A_1, og fordelingsfunktionerne kan ses på figur 4.7.



Figur 4.7 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Ved at betragte figur 4.7 ses det, at fordelingsfunktionen fundet ved at anvende Matsumotos normalfordeling for gangfrekvensen ligger under fordelingsfunktionen fundet ved at anvende Zivanovic. Dette betyder, at sandsynligheden for at overskride et givent accelerationsniveau er større, når Matsumotos normalfordeling anvendes. For eksempel er der ca. 11% sandsynlighed for, at der overskrides en acceleration på 0,3 m/s^2 ved Zivanovic, mens der er ca. 15% sandsynlighed for, at der overskrides en acceleration på 0,3 m/s^2 ved Matsumoto. Det bemærkes, at den blå fordelingsfunktion på figur 4.7 er lavet med fordelingerne af parametrene angivet i forstudiet, som er gengivet i tabel 4.1, og denne fordelingsfunktion vil i resten af kapitlet anvendes som sammenligningsgrundlag for bromodel A_1.

For at overskueliggøre resultaterne, er der udtrukket fraktilværdier, som er angivet i tabel 4.3 samt den procentvise afvigelse mellem disse.

	f_s ~N(1,99 Hz; 0,173 Hz)	f_s ~N(1,87 Hz; 0,186 Hz)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0427	-38,1
75%	0,1720	0,1096	-36,3
95%	0,5050	0,4576	-9,4

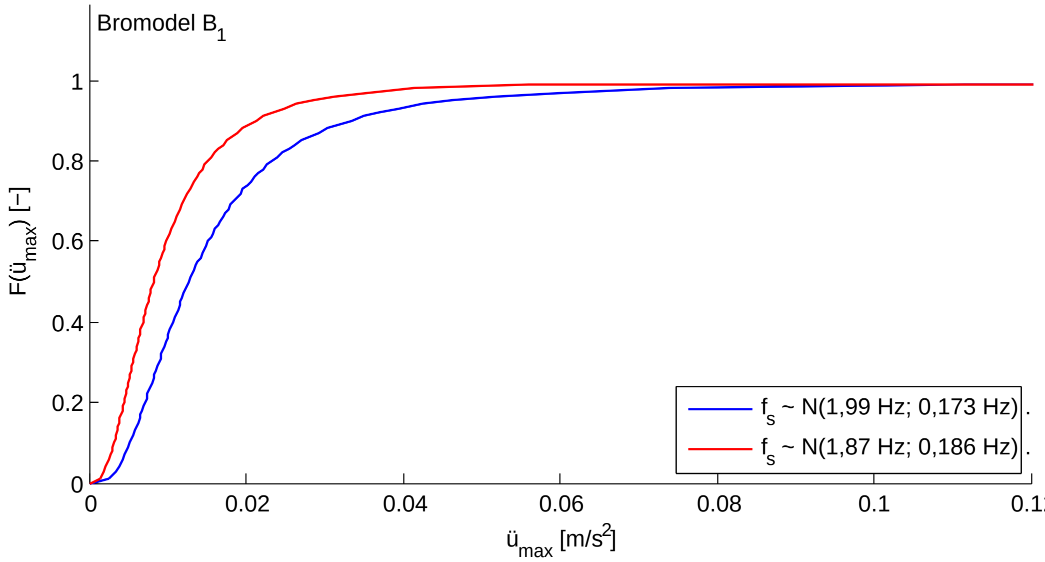
Tabel 4.3 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Ved at betragte tabel 4.3 findes det, at de tre fraktilværdier generelt er højere ved Matsumoto end ved Zivanovic. Grunden til dette er, at middelværdien i normalfordelingen for Matsumoto på 1,99 Hz ligger meget tæt på egenfrekvensen i bromodel A_1 på 2,0 Hz. Dette bevirker, at sandsynligheden for, at der simuleres gangfrekvenser, der er meget tæt på gangbroens egenfrekvens er større ved at anvende Matsumoto ift. Zivanovic. Dermed opstår der resonans og høje accelerationer i flere tilfælde.

I tabel 4.3 ses det, at både den absolutte og den procentvise afvigelse mellem fraktilværdierne fundet ved at anvende hhv. Zivanovic og Matsumotos normalfordeling for gangfrekvensen er betydelig. Det kan derfor konkluderes ud fra figur 4.7 og tabel 4.3, at sandsynlighedsfordelingen for det dynamiske respons for bromodel A_1 er stærkt afhængigt af, hvilken middelværdi og spredning, der anvendes til normalfordelingen for gangfrekvensen.

Bromodel B_1

For at undersøge, om dette gælder mere generelt, så analyseres bromodel B_1. Fordelingsfunktioner og fraktilværdier for disse analyser kan ses på figur 4.8 og i tabel 4.4.



Figur 4.8 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel B_1.*

	f_s ~N(1,99 Hz; 0,173 Hz)	f_s ~N(1,87 Hz; 0,186 Hz)	Afvigelse
	[m/s²]	[m/s²]	[%]
50%	0,0128	0,0082	-35,9
75%	0,0206	0,0134	-35,0
95%	0,0463	0,0286	-38,2

Tabel 4.4 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel B_1.*

Ud fra tabel 4.4 ses det, at de absolutte afvigelser mellem fraktilværdierne, når der anvendes hhv. Zivanovic og Matsumoto, ikke er så store, som resultaterne for bromodel A_1 vist i tabel 4.3. Dette skyldes, at egenfrekvensen på 2,5 Hz ligger længere fra middelværdierne anvendt ved normalfordelingerne.

Betragtes de procentvise afvigelser mellem fraktilværdierne fundet ved at anvende hhv. Zivanovic og Matsumotos normalfordeling for gangfrekvensen i tabel 4.4 ses det, at disse er betydelige. Det kan derfor tilsvarende analysen af bromodel A_1 konkluderes, at sandsynlighedsfordelingen for det dynamiske respons for bromodel B_1 er stærkt afhængigt af, hvilken middelværdi og spredning, der anvendes til normalfordelingen for gangfrekvensen.

Det bemærkes, at den blå fordelingsfunktion på figur 4.8 er lavet med fordelingerne af parametrene angivet i forstudiet, som er gengivet i tabel 4.1, og denne fordelingsfunktion vil igennem resten af kapitlet anvendes som sammenligningsgrundlag for bromodel B_1.

Ud fra analyserne vurderes det generelt, at fordelingsfunktionen for gangbroers dynamiske respons er følsom overfor ændringer i middelværdien og spredningen til normalfordelingen af gangfrekvensen. Det kan diskuteres, hvilken fordeling der giver det bedste probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, idet det er muligt at Matsumotos fordeling er baseret på en asiatisk og mindre population, og da Zivanovics fordeling er baseret på en europæisk og større population. Der er valgt Matsumotos fordeling i resten af rapporten, da middelværdien i dette tilfælde er sammenfaldende med egenfrekvensen for bromodel A_1.

4.4 Dynamisk lastfaktor

Det er vurderet i afsnit 4.2, at den dynamiske lastfaktor sandsynligvis skal modelleres som en stokastisk variabel for at få et rimeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Da Kerr har lavet det mest omfattende arbejde til dato med at bestemme den dynamiske lastfaktor, betragtes der ikke i denne rapport andre måder at bestemme en stokastiske variabel for den dynamiske lastfaktor på. Det undersøges derfor blot, om den dynamiske lastfaktor nødvendigvis skal modelleres som en stokastisk variabel, eller om det er tilstrækkeligt at beskrive den ved en deterministisk værdi. Først foretages der analyser af bromodel A_1.

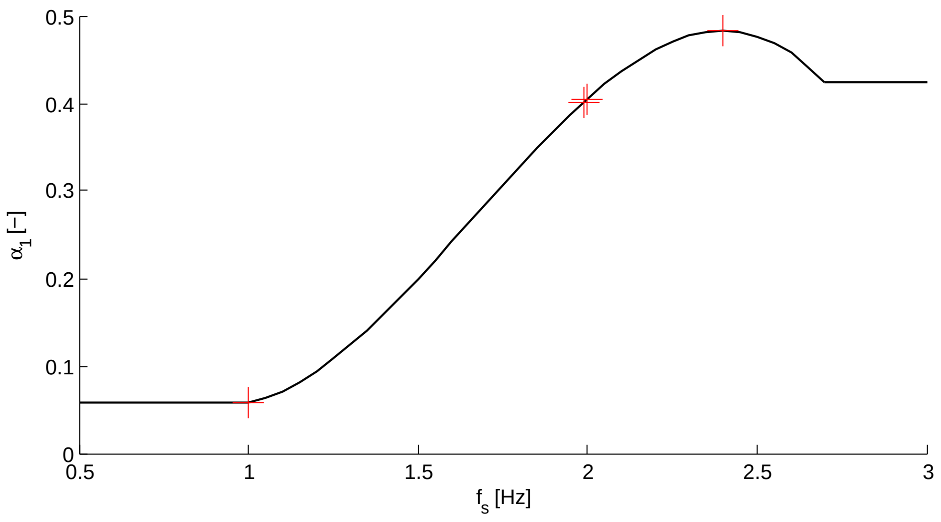
Bromodel A_1

For at undersøge, hvor følsom det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons er på, om der anvendes en deterministisk værdi eller en stokastisk variabel for den dynamiske lastfaktor, foretages analyser med begge dele. Der foretages fire analyser, hvor der anvendes deterministiske værdier for den dynamiske lastfaktor. De fire deterministiske værdier bestemmes ved at anvende formel (3.17). De fire frekvenser der anvendes i formel (3.17), samt de fire dynamiske lastfaktorer, er givet ved:

- Middelværdien af gangfrekvensen på 1,99 Hz: $\alpha_1 = 0,40$.
- Egenfrekvensen i bromodel A_1 på 2,00 Hz: $\alpha_1 = 0,41$.
- Gangfrekvensen for den nedre grænseværdi for α_1 på 1,00 Hz jf. figur 4.9: $\alpha_1 = 0,06$.
- Gangfrekvensen for den øvre grænseværdi for α_1 på 2,40 Hz jf. figur 4.9: $\alpha_1 = 0,48$.

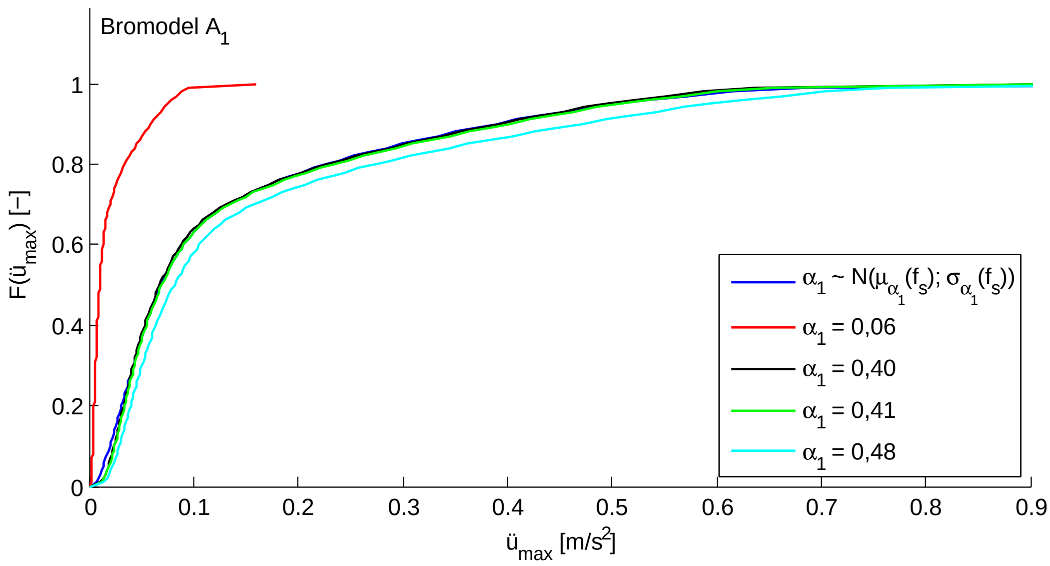
Det vælges at undersøge disse fire forskellige frekvenser i formel (3.17), for at undersøge om det er muligt at finde en deterministisk værdi af den dynamiske lastfaktor, der giver et rimeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. I de fire analyser anvendes normalfordelingerne angivet i tabel 4.1 for de resterende parametre i lastmodel I. Som sammenligningsgrundlag for de fire analyser foretages som beskrevet i afsnit 4.1 en analyse, hvor alle de indgående parametre er givet ved normalfordelingerne angivet i tabel 4.1.

De fire deterministiske værdier for den dynamiske lastfaktor er angivet på figur 4.9 ud fra frekvenserne jf. de fire punkter i punktopstillingen ovenfor.



Figur 4.9 *Den dynamiske lastfaktor som funktion af gangfrekvensen. De anvendte dynamiske lastfaktorer anvendt som de fire deterministiske værdier er markeret.*

Fordelingsfunktionerne for de fem analyser for bromodel A_1 er vist på figur 4.10.



Figur 4.10 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Ved at betragte figur 4.10 ses det, at fordelingsfunktionerne er næsten sammenfaldende ved anvendelse af den stokastiske variabel og de deterministiske værdier på hhv. 0,40 og 0,41. Derimod afviger fordelingsfunktionerne hvor der er anvendt deterministiske værdier på hhv. 0,06 og 0,48 væsentligt fra fordelingsfunktionen, hvor der er anvendt en stokastisk variabel for den dynamiske lastfaktor.

For at overskueliggøre resultaterne, er der udtrukket fraktilværdier i tabel 4.5.

	α_1 ~N($\mu_{\alpha_1}(f_s)$,$\sigma_{\alpha_1}(f_s)$)	$\alpha_1 = 0,06$	$\alpha_1 = 0,40$	$\alpha_1 = 0,41$	$\alpha_1 = 0,48$
	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]
50%	0,0690	0,0102	0,0678	0,0696	0,0815
75%	0,1720	0,0260	0,1721	0,1760	0,2063
95%	0,5050	0,0747	0,4965	0,5089	0,5947

Tabel 4.5 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Idet det er fundet ud fra figur 4.10, at det er $\alpha_1 = 0,40$ og $\alpha_1 = 0,41$, der er de bedste bud på deterministiske værdier af den dynamiske lastfaktor ud af de fire undersøgte, betragtes afvigelserne mellem fraktilværdierne ved anvendelse af de to deterministiske værdier og den stokastiske variabel af den dynamiske lastfaktor. Afvigelserne er angivet i tabel 4.6.

	$\alpha_1 = 0,40$	$\alpha_1 = 0,41$
	[%]	[%]
50%	-1,7	0,8
75%	0,0	2,3
95%	-1,7	0,8

Tabel 4.6 *Afvigelse af fraktilværdierne mellem de deterministiske værdier på hhv. 0,40 og 0,41 og den stokastiske variabel af den dynamiske lastfaktor for bromodel A_1.*

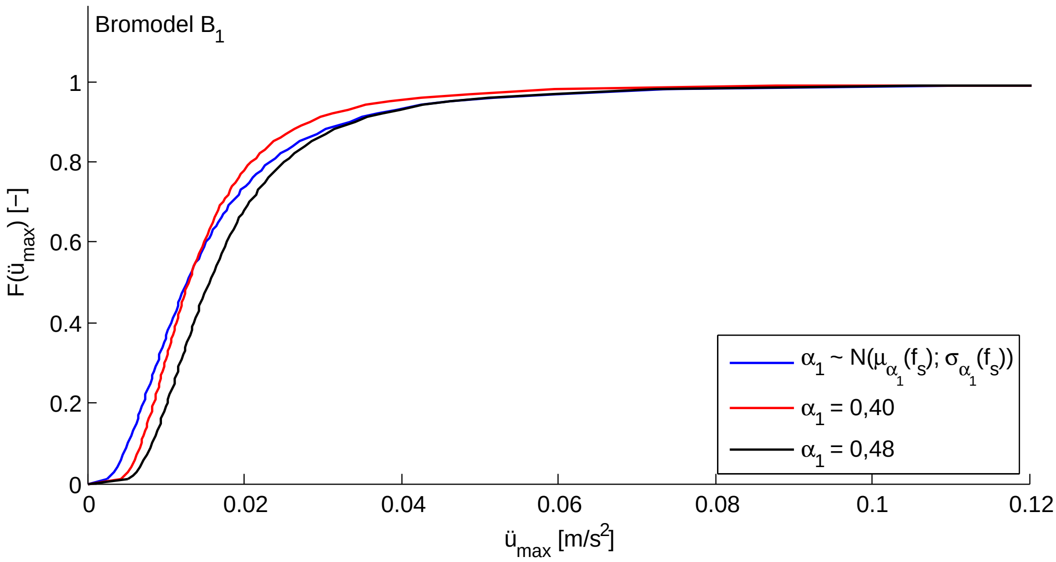
Ud fra tabel 4.5 og 4.6 ses det, at både de absolutte og procentvise afvigelser mellem at anvende de deterministiske værdier og en stokastisk variabel er små, og disse vurderes som acceptable afvigelser. Det vurderes derfor, at det i dette tilfælde er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi af den dynamiske lastfaktor på enten 0,40 eller 0,41 for at få et rimeligt probabilistisk estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1. Det vil sige, at den deterministiske værdi skal bestemmes ved enten at anvende middelværdien af gangfrekvensen eller egenfrekvensen af gangbroen i formel (3.17).

Bromodel B_1

For at vurdere, om dette kan konkluderes mere generelt, så undersøges bromodel B_1. Det er fundet ud fra analyserne af bromodel A_1, at de deterministiske værdier fundet ved at anvende hhv. middelværdien af gangfrekvensen eller egenfrekvensen af gangbroen i formel (3.17) giver resultater, der er i bedst overensstemmelse med referenceanalysen, hvor der udelukkende anvendes stokastiske variable for parametrene i lastmodel I. Derfor anvendes udelukkende disse til at undersøge bromodel B_1. De frekvenser, der anvendes i formel (3.17) til at bestemme de betragtede deterministiske værdier for den dynamiske lastfaktor til analyserne af bromodel B_1 er derfor givet ved:

- Middelværdien af gangfrekvensen på 1,99 Hz: $\alpha_1 = 0,40$.
- Egenfrekvensen i bromodel B_1 på 2,50 Hz: $\alpha_1 = 0,48$.

I de to analyser anvendes normalfordelingerne angivet i tabel 4.1 for de resterende parametre i lastmodel I. Som sammenligningsgrundlag for de to analyser foretages som beskrevet i afsnit 4.1 en analyse, hvor alle de indgående parametre er givet ved normalfordelingerne angivet i tabel 4.1. Fordelingsfunktionerne og fraktilværdier for de tre analyser kan ses på figur 4.11 og i tabel 4.7.



Figur 4.11 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel B_1.*

	$\alpha_1 \sim N(\mu_{\alpha_1}(f_s),\sigma_{\alpha_1}(f_s))$	$\alpha_1 = 0,40$	$\alpha_1 = 0,48$
	[m/s^2]	[m/s^2]	[m/s^2]
50%	0,0128	0,0129	0,0155
75%	0,0206	0,0189	0,0227
95%	0,0463	0,0386	0,0463

Tabel 4.7 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel B_1.*

Afvigelsen mellem fraktilværdierne jf. tabel 4.7 fundet for de deterministiske værdier og den stokastiske variabel af den dynamiske lastfaktor er angivet i tabel 4.8.

	$\alpha_1 = 0,40$	$\alpha_1 = 0,48$
	[%]	[%]
50%	0,8	21,1
75%	-8,3	10,2
95%	-16,6	0,0

Tabel 4.8 *Afvigelse af fraktilværdierne mellem de deterministiske værdier og den stokastiske variabel af den dynamiske lastfaktor for bromodel B_1.*

Ud fra figur 4.11 ses det, at ingen af fordelingsfunktionerne er helt sammenfaldende. Ud fra tabel 4.8 ses det, at den procentvise afvigelse mellem at anvende en deterministisk værdi og en stokastisk variabel for den dynamiske lastfaktor er mindst for 50% og 75% fraktilen, når der anvendes en deterministisk værdi på 0,40, mens der ikke forekommer nogen afvigelse for 95% fraktilen, når der anvendes en deterministisk værdi på 0,48. Derudover ses det ud fra tabel 4.7, at de absolutte afvigelser generelt er små.

Det vurderes, at det er 95% fraktilen, der betragtes i en dimensioneringssituation, da det vurderes uacceptabelt, at der er 50% og 25% sandsynlighed for at et givent accelerationsniveau overskrides. For 95% fraktilen er det den deterministiske værdi på 0,48, der giver den mindste afvigelse. Den mindste afvigelse forekommer derfor der, hvor egen- og gangfrekvensen er sammenfaldende i formel (3.17), og det kan derfor konkluderes, at det bedste bud på en deterministisk værdi af den dynamiske lastfaktor er en værdi bestemt ud fra formel (3.17), hvor egenfrekvensen af gangbroen indsættes.

Ud fra analyserne af bromodel A_1 og B_1 vurderes det, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for den dynamiske lastfaktor for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Den deterministiske værdi af den dynamiske lastfaktor skal bestemmes ud fra formel (3.17) ved at indsætte en frekvens, der er lig med egenfrekvensen af den givne gangbro.

4.5 Skridtlængde

Ud fra afsnit 4.2 er det fundet, at der ikke umiddelbart er nogen direkte sammenhæng mellem personers skridtlængde og det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons. Det vurderes derfor, at fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer ikke særlig følsom over for fordelingen af denne stokastiske variable. Det er derfor muligt, at der kan anvendes en deterministisk værdi for skridtlængden og stadig opnå et tilstækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Det undersøges derfor, hvilken betydning det har at modellere skridtlængden deterministisk.

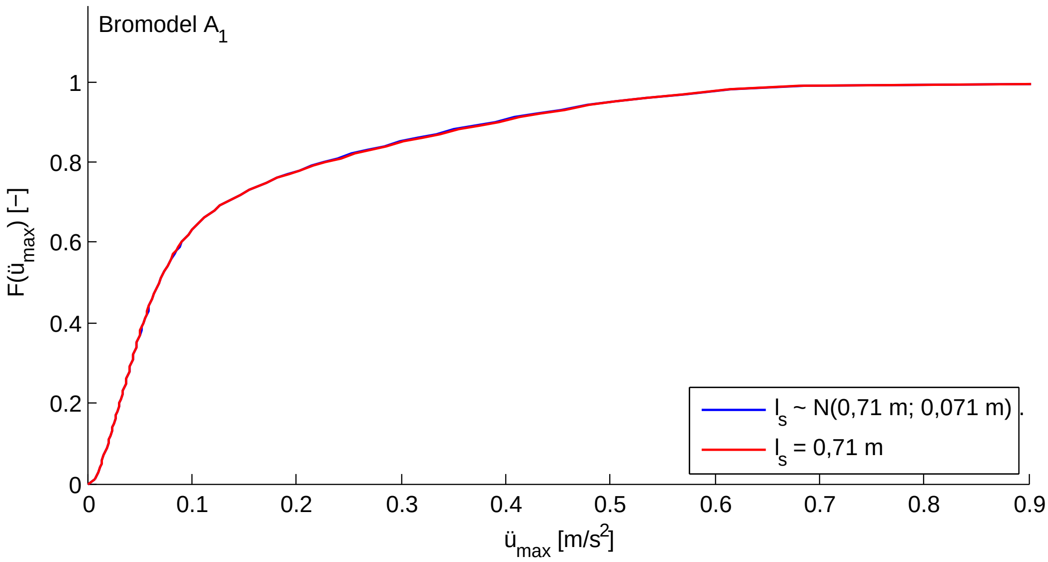
Der foretages to analyser. I den ene analyse anvendes der udelukkende stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I jf. tabel 4.1, mens der i den anden analyse anvendes en deterministisk værdi for skridtlængden svarende til middelværdien på 0,71 m og stokastiske variable for de resterende parametre i lastmodel I jf. tabel 4.1. I tabel 4.9 er de anvendte fordelinger for skridtlængden i de to analyser angivet, for de øvrige parametre i lastmodellen anvendes fordelingerne i tabel 4.1.

	l_s [m]	l_s [m]
Fordeling	Normal	Deterministisk
μ_{l_s}	0,71	0,71
σ_{l_s}	0,071	0

Tabel 4.9 *De anvendte fordelinger for skridtlængden samt parametre til disse anvendt i de to analyser.*

Bromodel A_1

Fordelingsfunktionerne for de to analyser for bromodel A_1 er vist på figur 4.12.



Figur 4.12 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

For at overskueliggøre resultaterne, er der udtrukket fraktilværdier, som er angivet i tabel 4.10 samt den procentvise afvigelse mellem disse.

	l_s ∼N(0,71 m; 0,071 m)	$l_s = 0,71$ m	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0688	-0,3
75%	0,1720	0,1722	0,1
95%	0,5050	0,5055	0,1

Tabel 4.10 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Resultaterne i figur 4.12 og tabel 4.10 viser, at fordelingsfunktionen for det dynamiske respons for bromodel A_1 fundet ved at anvende den samme skridtlængde for alle personer, der går over gangbroen, er i overensstemmelse med resultaterne fundet ved at modellere skridtlængden ved en stokastisk variabel. Dette antyder derfor, at det ikke er af stor vigtighed, at modellere skridtlængden stokastisk.

Bromodel B_1

Der er foretaget tilsvarende analyser med bromodel B_1, og resultaterne heraf viser den samme tendes, som resultaterne af analyserne af bromodel A_1 vist på figur 4.12 og i tabel 4.10.

Det må generelt konkluderes for denne simple brokonstruktion, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for skridtlængden, svarende til middelværdien på 0,71 m, for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons.

4.6 Ganghastighed

Personens ganghastighed er et produkt af personens skridtlængde og gangfrekvens. I afsnit 4.2 er det fundet, at udfaldene for ganghastigheden virker mere eller mindre tilfældige, hvilket kan skyldes, at der ikke er nogen direkte sammenhæng mellem skridtlængden og en gangbros dynamiske respons. Det er derfor også muligt tilsvarende skridtlængden, at der kan anvendes en deterministisk værdi for ganghastigheden. Det undersøges derfor i dette afsnit, hvilken betydning det har for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, om der anvendes en deterministisk værdi eller en stokastisk variabel for ganghastigheden.

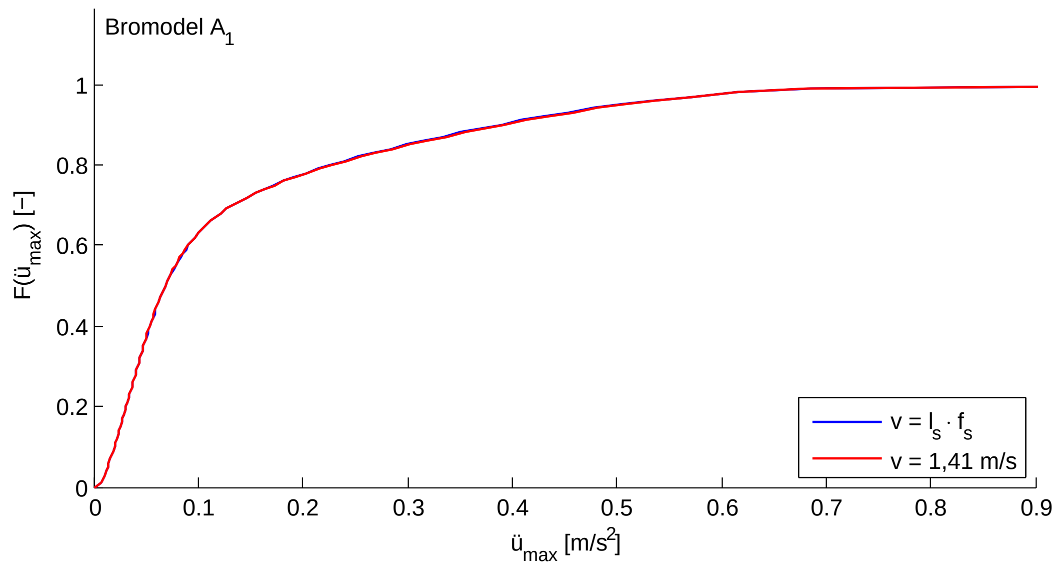
Der foretages to analyser. I den ene analyse anvendes der udelukkende stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I jf. tabel 4.1, og ganghastigheden bestemmes som produktet af gangfrekvensen og skridtlængden, mens der i den anden analyse anvendes en deterministisk værdi for ganghastigheden. Den deterministiske værdi for ganghastigheden bestemmes ud fra middelværdien for gangfrekvensen og skridtlængden. Dette giver en værdi af ganghastigheden på 1,41 m/s, hvilket er en værdi i nærheden af 1,5 m/s, som ofte refereres til som hastigheden ved normal gang [Pedersen, L. et al., 2009, s. 251]. I tabel 4.11 er de anvendte fordelinger for ganghastigheden i de to analyser angivet, for de øvrige parametre i lastmodel I anvendes fordelingerne i tabel 4.1.

v [m/s]	v [m/s]
$f_s \cdot l_s$	1,41

Tabel 4.11 *De anvendte fordelinger for ganghastigheden samt parametre til disse anvendt i de to analyser.*

Bromodel A_1

Fordelingsfunktionerne for de to analyser for bromodel A_1 er vist på figur 4.13, og der er udtrukket fraktilværdier i tabel 4.12 samt angivet den procentvise afvigelse mellem disse .



Figur 4.13 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

	$v = l_s \cdot f_s$	$v = 1,41$ m/s	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0685	-0,7
75%	0,1720	0,1725	0,3
95%	0,5050	0,5080	0,6

Tabel 4.12 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne af accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Ud fra figur 4.13 og tabel 4.12 ses det, at det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 fundet ved at anvende den samme ganghastighed for alle personer, der går over gangbroen, er i overensstemmelse med resultaterne fundet ved at modellere ganghastigheden stokastisk. Dette betyder, at der er en tendens til, at det ikke er af stor vigtighed, at modellere ganghastigheden ved en stokastisk variabel. Denne vurdering er i overensstemmelse med, at det i afsnit 4.5 er vurderet, at skridtlængden kan beskrives ved en deterministisk værdi.

Bromodel B_1

Der er foretaget analyser med bromodel B_1, og resultaterne heraf viser den samme tendens, som resultaterne af analyserne af bromodel A_1 vist på figur 4.13 og i tabel 4.12.

Det må generelt konkluderes for denne simple brokonstruktion, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi, svarende til produktet af middelværdien af gangfrekvensen og skridtlængden, for ganghastigheden for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons.

4.7 Personens masse

I lastmodel I indgår personens masse, som er en stokastisk variabel, da personer har forskellig vægt. Af uvisse årsager modelleres personens masse dog typisk ikke som en stokastisk variabel i lastmodellen, men fastsættes deterministisk til en værdi på 750 N svarende til ca. 75 kg. [Zivanovic, S. et al., 2006]

I dette projekt er det valgt at antage en normalfordeling for personers masse givet ved N$\sim$(75 kg; 15 kg), som forventes at være realistisk, hvormed denne er anvendt i analyserne. Det er herudfra fundet i afsnit 4.2, at der ikke er en direkte sammenhæng mellem de maksimale accelerationer og personens masse, men personer med en stor masse har tendens til at give store maksimale accelerationer. Dette hænger sammen med lastmodellens opbygning, hvor personens masse er proportional med amplituden af lasten.

Det ønskes derfor undersøgt, om det er af betydning for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, hvilken fordeling der anvendes for den stokastiske variable for personens masse. Derudover ønskes det undersøget, om der kan anvendes en deterministisk værdi i stedet for en stokastiske variable.

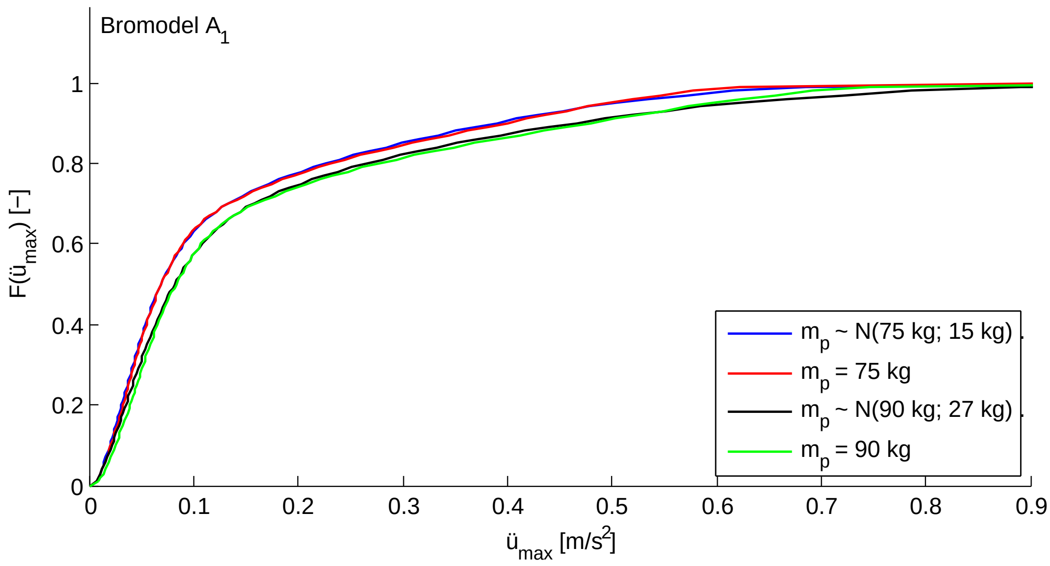
Der foretages fire analyser, hvor der i to af analyserne udelukkende anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I, mens der i de to andre analyser anvendes en deterministisk værdi for personens masse og stokastiske variable for de resterende parametre i lastmodel I. I tabel 4.13 er de anvendte fordelinger for personens masse i de fire analyser angivet, og for de øvrige parametre i lastmodel I anvendes fordelingerne i tabel 4.1.

	m_p [kg]	m_p [kg]	m_p [kg]	m_p [kg]
Fordeling	Normal	Deterministisk	Normal	Deterministisk
μ_{m_p}	75	75	90	90
σ_{m_p}	15	0	27	0

Tabel 4.13 *De anvendte fordelinger for personens masse i de fire analyser.*

Bromodel A_1

Fordelingsfunktionerne og fraktilværdierne for de fire analyser er for bromodel A_1 vist på figur 4.14 og i tabel 4.14 og 4.15.



Figur 4.14 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

	m_p ~N(75 kg; 15 kg)	$m_p = 75$ kg	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0694	0,6
75%	0,1720	0,1750	1,7
95%	0,5050	0,4978	-1,4

Tabel 4.14 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

	m_p ~N(90 kg; 27 kg)	$m_p = 90$ kg	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0818	0,0831	1,6
75%	0,2024	0,2087	3,1
95%	0,6237	0,5975	-4,2

Tabel 4.15 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Resultaterne i figur 4.14 og tabel 4.14 og 4.14 viser, at det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 fundet ved at anvende den samme vægt af alle personer, er i overensstemmelse med resultaterne fundet ved at modellere personens masse stokastisk. Dette antyder derfor, at det ikke er af stor vigtighed at modellere personens masse stokastisk, men det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi svarende til middelværdien af den stokastiske variabel. Det har dog stor betydning, hvilken deterministisk værdi der vælges, eller hvilken fordeling der anvendes for den stokastiske variable, hvilket skyldes, at massen er proportional med amplituden af lasten.

Bromodel B_1

Udover at betragte bromodel A_1, så er der foretaget analyser med bromodel B_1. Det er tilsvarende analyserne af bromodel A_1 fundet, at resultaterne fundet ved at anvende en deterministisk værdi af personens masse er i overensstemmelse med resultaterne fundet ved at anvende en stokastiske variabel for personens masse. Desuden afhænger accelerationsniveauet af, hvordan masse fastsættes.

Det må generelt konkluderes for de betragtede gangbroer, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for personens masse for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroernes dynamiske respons. Størrelsen af denne værdi er af stor vigtighed, da amplituden af lasten bestemt ud fra lastmodel I er direkte afhængig af personens masse, hvilket har betydning for accelerationsniveauet. Det er derfor vigtigt at få større kendskab til fordelingen for personers masse, som kan afhænge af, hvilken befolkningsgruppe der er bruger af den pågældende gangbro.

I rapporten tages der fortsat udgangspunkt i normalfordelingen med en middelværdi på 75 kg og en spredning på 15 kg.

4.8 Opsamling

I dette kapitel er der foretaget et studie af de indgående parametre i lastmodel I. Ud fra analyser af de enkelte parametre er det vurderet, hvilke der er tilstrækkelige at betragte ved deterministiske værdier, og hvilke der skal modelleres som stokastiske variable. Det er vurderet, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for en parameter i lastmodel I, hvis det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons ikke afviger væsentligt ift. det tilfælde, hvor der udelukkende er anvendt stokastiske variable for alle parametrene i lastmodel I.

Ud fra analyserne er det fundet, at der er en direkte sammenhæng mellem gangfrekvensen og det dynamiske respons, hvorfor det er nødvendigt at modellere denne stokastisk. For at undersøge hvor følsom sandsynlighedsfordelingen for det dynamiske respons er på den anvendte normalfordeling af gangfrekvensen, er der foretaget to analyser med den fundne middelværdi og spredning af hhv. Matsumoto og Zivanovic. Herudfra er det fundet, at sandsynlighedsfordelingen af det dynamiske respons er stærkt følsom overfor ændringer i middelværdien og spredningen til normalfordelingen af gangfrekvensen. Der anvendes dog Matsumotos fordeling i resten af rapporten, da middelværdien i dette tilfælde er sammenfaldende med egenfrekvensen i bromodel A_1.

Analyser lavet med hhv. den dynamiske lastfaktor, skridtlængden, ganghastigheden og personens masse viser, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for disse for at opnå et tilstækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. De deterministiske værdier, der kan anvendes for skridtlængden, ganghastigheden og personens masse er opstillet i tabel 4.16.

l_s [m]	v [m/s]	m_p [kg]
0,71	1,41	75

Tabel 4.16 *Deterministiske værdier, der kan anvendes for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons.*

For personens masse bemærkes det, at den deterministiske værdi i denne rapport er valgt til 75 kg, hvilket er forårsaget af, at der er antaget en normalfordeling med en middelværdi på 75 kg for personens masse. Dette vil relatere sig til en bestemt befolkningsgruppe, og der skal anvendes en anden værdi, hvis der betragtes en anden befolkningsgruppe som bruger af en given gangbro. Den deterministiske værdi af personens masse vælges blot ud fra middelværdien af fordelingen for personens masse.

Den deterministiske værdi af den dynamiske lastfaktor bestemmes ud fra udtrykket for middelværdien af den dynamiske lastfaktor for den første harmoniske lastkomponent, som er afhængig af gangfrekvensen. Udtrykket for den dynamiske lastfaktor er gengivet i formel (4.1). Det er fundet, at der i formel (4.1) skal anvendes en frekvens i udtrykket, der er lig med egenfrekvensen af den givne gangbro, for at få det bedste bud på en deterministisk værdi af den dynamiske lastfaktor.

$$\alpha_1 = -0,2649 \cdot f^3 + 1,3206 \cdot f^2 - 1,7597 \cdot f + 0,7613 \tag{4.1}$$

Vurderingen af, at det er tilstrækkeligt at anvende deterministiske værdier for α_1, l_s, v og m_p er baseret på, at fordelingen af parametrene er undersøgt enkeltvis. Det undersøges derfor, om det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons stadig er tilstrækkeligt, når både α_1, l_s, v og m_p betragtes deterministiske samtidigt, og kun f_s betragtes som en stokastisk variabel. Denne analyse kaldes analyse B, og parametrene ved denne analyse er opstillet i tabel 4.18. Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer for denne analyse sammenlignes med fordelingsfunktionen for en analyse, hvor der udelukkende anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I. Denne analyse kaldes for analyse A, og parametrene ved denne analyse er opstillet i tabel 4.17.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	v [m/s]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Stokastisk
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	-
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	-

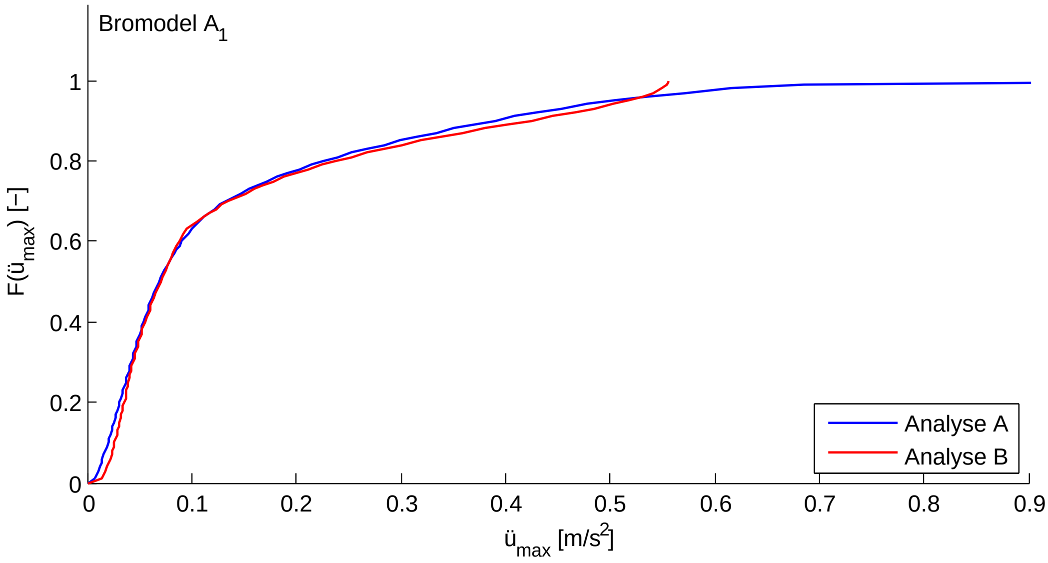
Tabel 4.17 *Anvendte fordelinger for parametrene i analyse A.*

Ganghastigheden v bestemmes i analyse A ved $v = l_s \cdot f_s$

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	v [m/s]
Fordeling	Normal	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	1,99	0,71	75	0,41	1,41
σ	0,173	0	0	0	0

Tabel 4.18 *Anvendte fordelinger for parametrene i analyse B.*

De to analyser foretages for bromodel A_1, og fordelingsfunktionerne og fraktilværdierne kan ses på figur 4.15 og tabel 4.19.



Figur 4.15 *Fordelingsfunktioner for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

	Analyse A	Analyse B	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0711	3,0
75%	0,1720	0,1783	4,8
95%	0,5050	0,5181	2,6

Tabel 4.19 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for accelerationsniveauet for bromodel A_1.*

Ud fra figur 4.15 ses det, at fordelingsfunktionen for analyse B er næsten sammenfaldende med fordelingsfunktionen for analyse A. Der forekommer dog en afvigelse mellem $\ddot{u}_{max} = 0,5\,\mathrm{m/s^2}$ og $\ddot{u}_{max} = 0,6$ m/s^2, og det ses, at der ikke er nogen sandsynlighed for at opnå de høje maksimale accelerationer på 0,6 m/s^2 og derover for analyse B. Der er foretaget yderligere undersøgelser for at kunne forklare denne afvigelse, og det er fundet, at det skyldes kombinationen af ganghastigheden og den dynamiske lastfaktor, når der for disse anvendes deterministiske værdier.

Betragtes de absolutte og procentvise afvigelser i tabel 4.19 ses det, at disse er små og vurderes ubetydelige. Desuden forudsættes det, at 95% fraktilen er den vigtigste del af fordelingsfunktionen i en dimensioneringssituation, hvormed afvigelsen for de højere fraktiler vurderes mindre betydningsfulde. Det vurderes derfor, at det er tilstrækkeligt at anvende de deterministiske værdier for analyse B angivet i tabel 4.18 for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons.

Analyserne af parametrene er baseret på et system med én frihedsgrad (SDOF), og til at beskrive lasten anvendes lastmodel I. Det skal derfor undersøges, om vurderingen af at modellere den dynamiske lastfaktor, skridtlængden, ganghastigheden og personens masse deterministisk for at få et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons, også er gældende for et system med flere frihedsgrader (MDOF) og ved anvendelse af flere harmoniske lastkomponenter. Desuden skal det bemærkes, at analyserne i dette kapitel kun gælder for den undersøgte simple brokonstruktion, og en generalisering derfor skal laves med forsigtighed.

Kapitel 5

Avancerede bro- og lastmodeller

Dette kapitel har til formål at undersøge indflydelsen af at anvende mere avancerede bro- og lastmodeller til at bestemme det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons ift. undersøgelserne foretaget i forstudiet jf. kapitel 3. Der foretages en vurdering af, hvilken bro- og lastmodel der er tilstrækkelig at anvende for at opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons.

5.1 Anvendt metode

I forstudiet blev der ved den probabilistiske metode betragtet en bromodel med én frihedsgrad (SDOF) og der blev bestemt et probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons ud fra lastmodel I. Idet en dynamisk modellering af en bjælke er et kontinuert system med et uendeligt antal frihedsgrader, ønskes bromodellen for gangbro A og B udvidet til at indeholde mere end én frihedsgrad for at undersøge, hvilken betydning dette har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Desuden ønskes det undersøgt, hvilket betydning det har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons, når lastmodellen består af flere lastkomponenter, hvorved lastmodel II ønskes anvendt.

Dette leder frem til det fjerde projektspørgsmål:

Hvilken betydning har den anvendte bro- og lastmodel for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons?

For at besvare projektspørgsmålet kan der foretages et utal af analyser, når der betragtes flere frihedsgrader og flere lastkomponenter, idet der kan laves et utal af kombinationer mellem disse. I dette projekt er der derfor udvalgt et begrænset antal analyser, hvor en oversigt over analyserne, der foretages i dette kapitel er vist i tabel 5.1.

Analyse	Antal frihedsgrader	Lastmodel
1	1	I
2	1	II
3	5	I
4	5	II

Tabel 5.1 *Oversigt over analyserne, der foretages i dette kapitel.*

Som sammenligningsgrundlag for analyserne anvendes en bromodel med én frihedsgrad og lastmodel I (analyse 1). For at undersøge hvilken betydning antallet af lastkomponenter har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons undersøges en bromodel med én frihedsgrad med anvendelse af lastmodel II (analyse 2).

En undersøgelse af indflydelsen af antallet af frihedsgrader på det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons foretages ved at undersøge en bromodel med fem frihedsgrader ved anvendelse af lastmodel I (analyse 3). Derudover undersøges det hvilken betydning det har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons, hvis der både medtages flere frihedsgrader og flere lastkomponenter, hvorfor der foretages en analyse med en bromodel med fem frihedsgrader ved anvendelse af lastmodel II (analyse 4).

5.2 Betragtede bromodeller

Der foretages i den resterende del af rapporten analyser af tre gangbroer hhv. gangbro A, B og C. Gangbro A og B er beskrevet i afsnit 3.2, men bromodellerne for disse udvides ift. bromodel A_1 og B_1, idet der anvendes bromodeller med fem frihedsgrader. De dynamiske modeller for gangbro A og B, hvor der anvendes fem frihedsgrader, kaldes for bromodel A_5 og B_5, hvor indekset angiver antallet af frihedsgrader. Egenfrekvenserne f_j for bromodel A_5 og B_5 bestemmes ved formel (5.1), som gælder for en simpel understøttet bjælke [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 128].

$$f_j = f_1 \cdot j^2 \tag{5.1}$$

hvor
f_1 er egenfrekvensen tilhørende den første frihedsgrad [Hz]
j er nummeret på den tilhørende frihedsgrad, j =1, 2, ..., 5 [-]

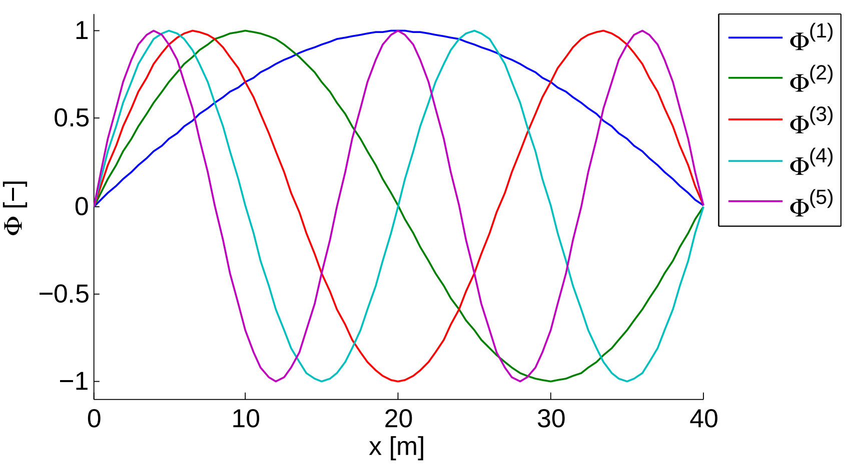
[Nielsen, S. R. K., 2004, s. 128]

I den resterende del af rapporten undersøges bromodeller med hhv. én og fem frihedsgrader, hvorfor fem egenfrekvenser og egensvingningsformer skal være kendte. I tabel 5.2 angives de data, der anvendes i beregningerne af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5 og B_5. For en simpel understøttet bjælke gælder det, at den modale masse er konstant for alle frihedsgrader [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 136]. Desuden antages det, at dæmpningsforholdet er konstant for alle frihedsgrader.

	l [m]	M [kg]	ζ [%]	f_1 [Hz]	f_2 [Hz]	f_3 [Hz]	f_4 [Hz]	f_5 [Hz]
Bromodel A_5	40	40.000	0,3	2,0	8,0	18,0	32,0	50,0
Bromodel B_5	40	40.000	0,3	2,5	10,0	22,5	40,0	62,5

Tabel 5.2 *Dynamiske egenskaber for bromodel A_5 og B_5 med fem frihedsgrader.*

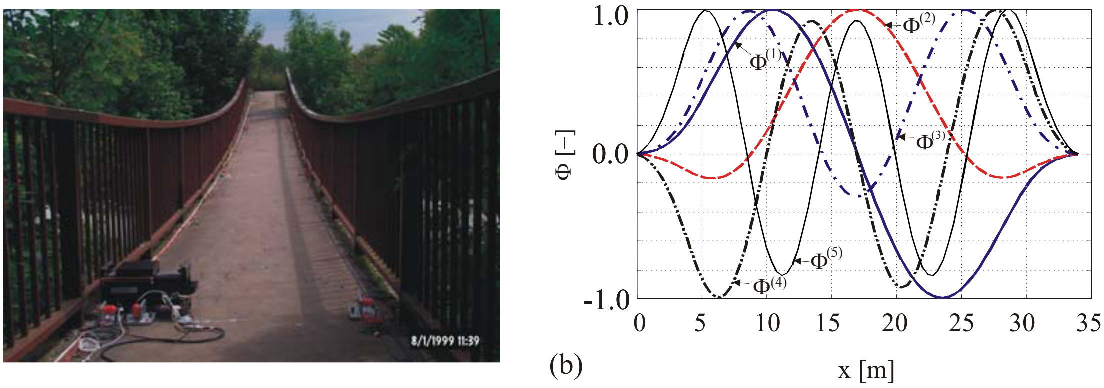
Egensvingningsformerne for bromodel A_5 og B_5 er fundet ud fra bilag C og kan ses på figur 5.1, hvor x angiver positionen på gangbroerne.



Figur 5.1 *Egensvingningsformer for bromodel A_5 og B_5.*

Den tredje gangbro, der betragtes i den resterende del af rapporten, er en eksisterende gangbro, som er vist på figur 5.2(a). Denne gangbro benævnes gangbro C.

(a) (b)



Figur 5.2 *(a) Billede af gangbro C. (b) Egensvingningsformer for gangbro C. [Zivanovic, S. et al., 2007]*

Gangbro C er placeret i Sheffield og har en spændvidde på $l = 34$ m. Konstruktionen er relativt simpelt opbygget, og har en udeformeret gangoverflade som er krum. Der er kendskab til fem veladskilte egenfrekvenser i et frekvensområde op til 10 Hz med tilhørende egensvingningsformer, som er vist på figur 5.2(b). Det bemærkes ud fra figur 5.2(b), at den første egensvingningsform er asymmetrisk. I bilag H er der bestemt analytiske udtryk for de fem egensvingningsformer vist på figur 5.2(b). Gangbro C betragtes med en dynamisk model med fem frihedsgrader, som benævnes bromodel C_5 og som en dynamisk model med én frihedsgrad, som benævnes bromodel C_1. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 14]

De dynamiske egenskaber for bromodel C_1 er angivet i tabel 5.3, mens de dynamiske egenskaber for bromodel C_5 er angivet i tabel 5.4.

M [kg]	ζ [%]	f [Hz]
10.520	0,53	2,44

Tabel 5.3 *Dynamiske egenskaber for bromodel C_1 med én frihedsgrad.*

Frihedsgrad j	1	2	3	4	5
M_j [kg]	10.520	5.880	8.690	10.767	10.319
ζ_j [%]	0,53	0,65	0,96	0,73	0,77
f_j [Hz]	2,44	3,66	4,86	6,66	9,50

Tabel 5.4 *Dynamiske egenskaber for bromodel C_5 med fem frihedsgrader. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 14]*

Grunden til, at bromodel C_5 undersøges er, at egenfrekvenserne ligger forholdsvis lavt ift. bromodel A_5 og B_5, hvorfor det forventes, at det er af større betydning at medtage flere lastkomponenter til at analysere det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel C_5 end for bromodel A_5 og B_5.

5.3 Forudsætninger for analyser

I kapitel 4 er der foretaget et studie af de indgående parametre i lastmodel I, hvor det er fundet, at det er tilstrækkeligt at beskrive flere af parametrene ved en deterministisk værdi. Når lastmodel II anvendes kan der foretages et tilsvarende parameterstudie for at undersøge, om det er tilstrækkeligt at beskrive nogle af de indgående parametre ved deterministiske værdier. Idet det i første omgang ønskes undersøgt, hvilken betydning den anvendte bro- og lastmodel har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons, foretages der i første omgang ikke et sådant parameterstudie. Der anvendes derfor i lastmodel I og II de stokastiske variable og deterministiske værdier af de indgående parametre angivet i afsnit 2.3.1, hvilket er opsummeret i tabel 5.5 og 5.6.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02

Tabel 5.5 *Anvendte middelværdier og spredninger for de normalfordelte parametre.*

	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
Fordeling	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	0	$\pi/2$	$\pi/2$
σ	0	0	0

Tabel 5.6 *Anvendte fordelinger for faseforskydningerne. [Bachmann, H. et al., 1987, s. 20]*

Monte Carlo simuleringer
Gangfrekvensen, skridtlængden, personens masse og de dynamiske lastfaktorer, der indgår i lastmodel I og II er antaget normalfordelte, og de normalfordelte tal genereres som beskrevet i forstudiet ved at foretage Monto Carlo simuleringer. Som beskrevet i afsnit 3.5 er der risiko for, at der genereres negative tal, hvilket ikke giver fysisk mening for parametrene.

I afsnit 3.5 er sandsynligheden for at få negative tal for gangfrekvensen, skridtlængden, personens masse og den første dynamiske lastfaktor undersøgt, og det er fundet, at sandsynligheden for at få negative tal er ekstremt lille. For de højere harmoniske dynamiske lastfaktorer findes sandsynligheden for at få negative tal ud fra formel (3.16). Sandsynligheden for at få negative tal for α_2 er $9,8 \cdot 10^{-3}$, og sandsynligheden for at få negative tal for α_3 er $6,2 \cdot 10^{-3}$. Disse sandsynligheder er væsentligt højere end sandsynligheden for at få negative tal for α_1. Dette skyldes, at spredningen for de højere dynamiske lastfaktorer er meget stor jf. figur 2.10. Idet det ikke ønskes at få negative værdier af de enkelte parametre, så undersøges det ved alle Monte Carlo simuleringer, om der er genereret negative tal, og i de tilfælde, hvor dette forekommer, vil de negative tal erstattes af nye genererede tal.

Dekobling af bevægelsesligninger
Accelerationsfeltet bestemmes ud fra lastmodellen ved at anvende modale koordinater tilsvarende beskrevet i afsnit 3.3.2. De modale differentialligninger ved de dynamiske systemer med flere frihedsgrader kan enten være koblede eller dekoblede. Modalkoblingen foregår i dæmpningsmatricen, og kan ignoreres, hvis den givne gangbro er svagt dæmpet, og egenfrekvenserne er veladskilte. Ved at antage, at gangbro A, B og C er svagt dæmpede, og at egenfrekvenserne er veladskilte, hvilket er gældende for de fleste gangbroer, så antages de dynamiske systemer at være dekoblede. Idet systemerne er dekoblede, kan den modale acceleration bestemmes ved at betragte de enkelte systemer uafhængige af hinanden ved beregningsmetoden beskrevet i bilag B. [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 17], [Nielsen, S. R. K., 2004, s. 90]

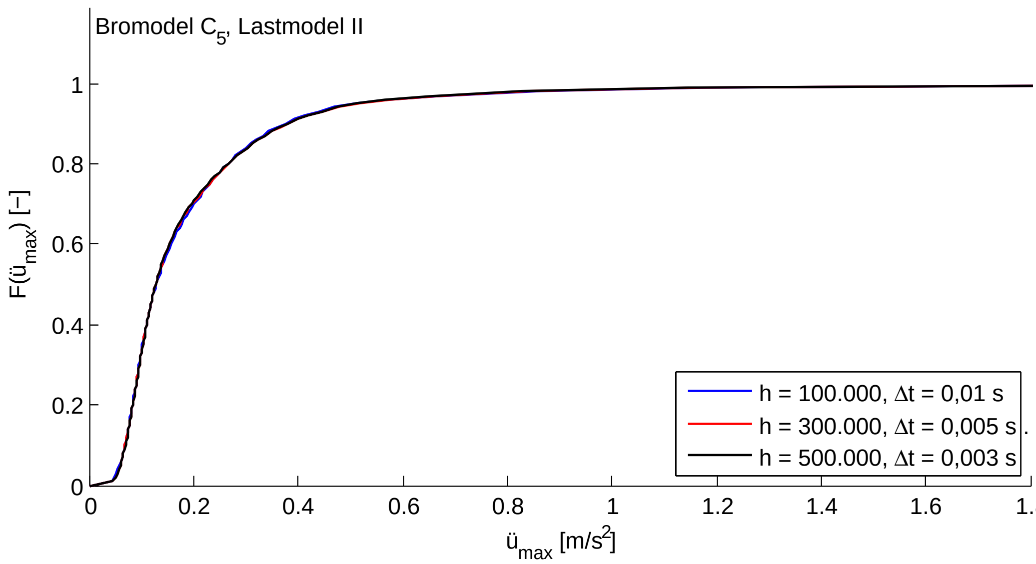
Ved den numeriske løsning af bevægelsesligningerne vha. newmark algortimen anvendes tidsserier af en længde, der svarer til den tid personen opholder sig på gangbroen. Der er lavet to analyser, hvor der hhv. er anvendt en tidsserie svarende til det tidsrum, hvor personen opholder sig på gangbroerne, og en tidsserie der svarer til, at gangbroerne er dæmpet. Ud fra disse analyser er det fundet, at den maksimale acceleration forekommer, mens personen er på gangbroen, hvorfor det ikke er nødvendigt at anvende længere tidsserier end dette.

Konvergens af accelerationer
For at sikre, at der opnås konvergens af de maksimale accelerationer, når der anvendes mere avancerede bro- og lastmodeller, er der lavet en undersøgelse, hvor der er taget udgangspunkt i resultaterne fra forstudiet. I forstudiet er det ud fra konvergensstudierne valgt at foretage analyser, hvor der anvendes 300.000 Monte Carlo simuleringer af de normalfordelte parametre i lastmodellen, og anvende et tidsskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen.

For at sikre at dette antal Monte Carlo simuleringer og størrelsen af tidsskridtet giver fordelingsfunktioner med ca. samme nøjagtighed som i forstudiet, hvor der blev anvendt mere simple bro- og lastmodeller, foretages en undersøgelse af tre beregninger med forskellige antal Monte Carlo simuleringer og størrelser af tidsskridtet. I undersøgelsen tages der udgangspunkt i bromodel C_5 og lastmodel II, da det antages, at både antallet af frihedsgrader og lastkomponenter er af betydning. Der tages udgangspunkt i gangbro C, da denne gangbro forventes at være mest følsom, og dermed laves konvergensanalysen kun for denne gangbro. Beregningerne laves med de følgende antal Monte Carlo simuleringer og størrelser af tidsskridt:

- 100.000 Monte Carlo simuleringer og et tidskridt på 0,01 s.
- 300.000 Monte Carlo simuleringer og et tidskridt på 0,005 s.
- 500.000 Monte Carlo simuleringer og et tidskridt på 0,003 s.

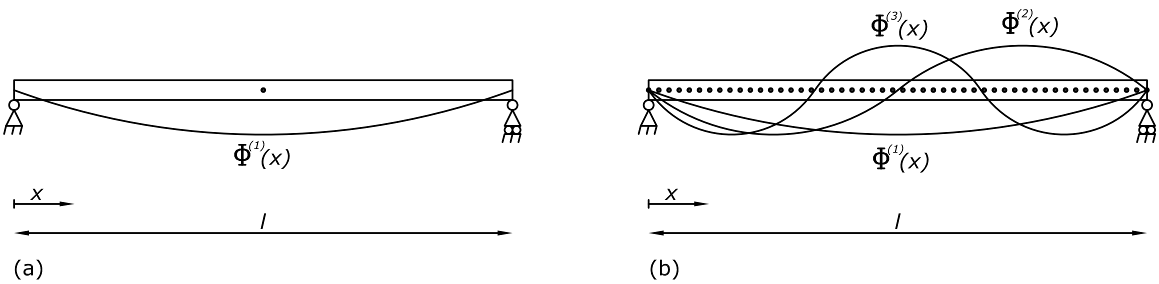
De tre beregninger er opstillet i punktform således, at de faldende giver mere præcise resultater, men samtidig øges beregningstiden. Fordelingsfunktionerne for undersøgelsen med de tre beregninger er vist på figur 5.3.



Figur 5.3 *Fordelingsfunktioner for bromodel C_5 med lastmodel II, hvor der anvendes forskellige antal Monte Carlo simuleringer og størrelser af tidsskridtet.*

Det ses ud fra figur 5.3, at alle tre fordelingsfunktioner er næsten helt sammenfaldende og glatte. Det vælges ud fra fordelingsfunktionerne på figur 5.3 at lave de efterfølgende analyser med 300.000 Monte Carlo simuleringer af de normalfordelte parametre i lastmodellen og anvende et tidskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen, da dette ift. beregningstid og nøjagtighed tilsvarende forstudiet vurderes passende.

Position af de maksimale accelerationer på gangbroerne
I forstudiet og parameterstudiet jf. hhv. kapitel 3 og 4, hvor der blev foretaget analyser af bromodeller med én frihedsgrad, blev de modale accelerationer sat lig med de fysiske accelerationer i det kartesiske koordinatsystem. Dette er gældende på midten af gangbroerne, hvor den maksimale acceleration nødvendigvis må forekomme ved bromodel A_1 og B_1 pga. egensvingningsformen, hvilket er illustreret på figur 5.4. For bromodeller med mere end én frihedsgrad gælder det dog ikke, at de maksimale accelerationer nødvendigvis forekommer på midten af gangbroerne. Dette skyldes, at der er mere end én egensvingningsform, hvilket er illustreret på figur 5.4 med tre egensviningsformer. Derfor er det for bromodeller med mere end én frihedsgrad nødvendigt at beregne accelerationerne i det kartesiske koordinatsystem i flere punkter langs gangbroerne, for at bestemme den maksimale acceleration.



Figur 5.4 *(a) For SDOF-systemet beregnes de maksimale accelerationer på midten af en gangbro. (b) For MDOF-systemet beregnes de maksimale accelerationer i 50 punkter langs en gangbro.*

Antallet af punkter langs gangbroerne, hvor accelerationerne i kartesiske koordinater ønskes bestemt, har indvirkning på beregningstiden, men ikke i samme grad som antallet af Monte Carlo simuleringer og størrelsen af tidsskridtet. Der er derfor ikke lavet et decideret studie af antallet af beregningspunkter for at holde det så lavt som muligt, men det er ved en undersøgelse af resultaterne for de maksimale accelerationer fundet, at 50 punkter langs gangbroerne er tilstrækkeligt for at bestemme de maksimale accelerationer med god nøjagtighed. Dette betyder, at undersøgelsen vist på figur 5.3 og de efterfølgende analyser i dette kapitel, ikke bestemmer den maksimale acceleration ved hver Monte Carlo simulering i et specifikt punkt, men i 50 punkter, hvor ud fra den maksimale acceleration findes.

5.4 Probabilistiske estimater af accelerationer

Med udgangspunkt i forudsætningerne beskrevet i dette afsnit foretages analyse 1-4 angivet i tabel 5.1. Alle analyserne foretages for både gangbro A, B og C for at kunne drage mere generelle konklusioner ved at undersøge forskellige gangbroer. Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til at foretage beregningen af analyse 1-4. Programmet kan ses i mappen *Avanceret probabilistisk program* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.3.

5.4.1 Analyse 1

I denne analyse anvendes bromodel A_1, B_1 og C_1 samt lastmodel I. Fordelingsfunktionerne for bromodel A_1 og B_1 er tilsvarende fordelingsfunktionerne fundet i forstudiet jf. afsnit 3.5.

Analyse 1 anvendes som sammenligningsgrundlag for de øvrige analyser, hvor ud fra det kan vurderes, hvilken betydning mere avancerede bro- og lastmodeller har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Fordelingsfunktionerne for analyse 1 vises derfor først i forbindelse med de resterende analyser, som en reference.

5.4.2 Analyse 2

I analyse 2 anvendes bromodel A_1, B_1 og C_1 samt lastmodel II. Formålet med analysen er at undersøge, om en mere avanceret lastmodel har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Jo flere lastkomponenter der medtages i lastmodel II, jo mere detaljeret bliver beskrivelsen af lasten, som nærmer sig kraftkurverne målt ved forsøg beskrevet i kapitel 2.

Til at forklare afvigelserne og forskellen mellem at anvende lastmodel I og II ved analyser af bromodel A_1, B_1 og C_1, så er der foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel II.

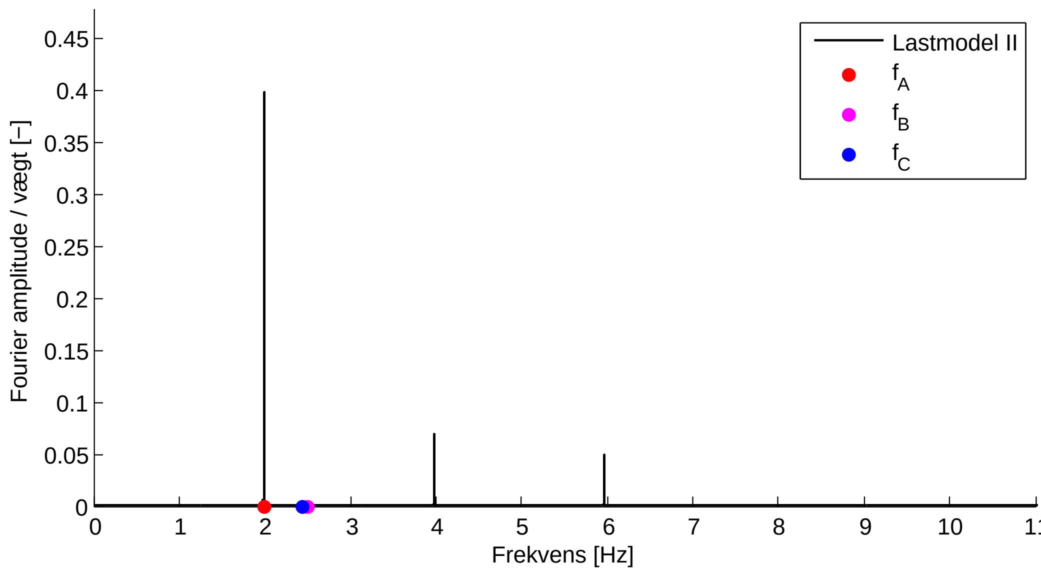
Fourier transformation gør det muligt, at transformere data fra tidsdomænet til et frekvensdomæne [Prabhakar S. N., 2003, s. 15]. Dette gøres ved at anvende computer algoritmen Fast Fourier Transform (FFT) til at foretage en diskret Fourier transformation. FFT er en effektiv måde at foretage en Fourier transformation på, da den er hurtig og præcis til at beregne estimater for frekvensspektret direkte fra tidsserien. [Newland D. E., 1975, s. 114 og s. 150]

Idet der foretages 300.000 Monte Carlo simuleringer af lasten udvælges der én lasthistorie for $f_p(t)$, hvoraf der foretages en fast Fourier transformation. Til denne lasthistorie er der i lastmodel II anvendt parametrene opstillet i tabel 5.7, som svarer til middelværdierne af parametrene jf. tabel 5.5.

f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
1,99	0,71	75	0,4	0,07	0,05	0	$\pi/2$	$\pi/2$

Tabel 5.7 *Anvendte parametre i lastmodel II til bestemmelse af en lasthistorie, hvoraf der skal foretages en fast Fourier transformation.*

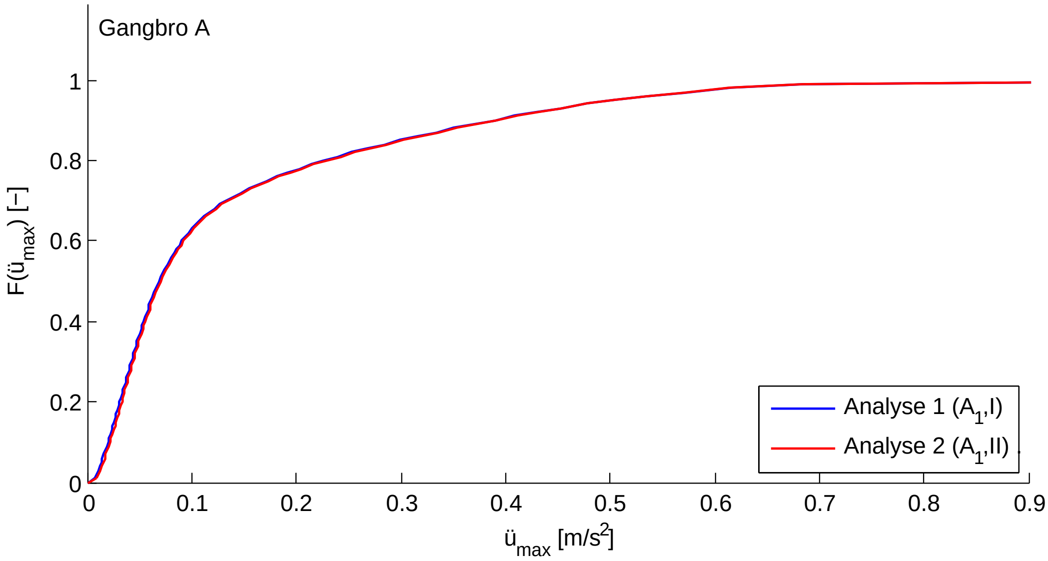
Ud fra fast Fourier transformationen af lasten $f_p(t)$, er Fourier amplituden delt med personvægten plottet som funktion af lastfrekvenserne på figur 5.5. Yderligere er egenfrekvensen f_A, f_B og f_C for hhv. bromodel A_1, B_1 og C_1 plottet på frekvensaksen. Dette er gjort, for at få et overblik over hvilke lastfrekvenser, der påvirker det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for hhv. bromodel A_1, B_1 og C_1.



Figur 5.5 *Fourier amplituden delt med personvægten som funktion af lastfrekvenserne vises ved lodrette linier, mens egenfrekvensen tilhørende hhv. bromodel A_1, B_1 og C_1 er angivet ved prikker på frekvensaksen.*

Gangbro A

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 2 for bromodel A_1 er vist på figur 5.6. I signaturforklaringen henvises der først til den anvendte bromodel, og efterfølgende til den anvendte lastmodel.



Figur 5.6 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 2 for gangbro A.*

Ved at betragte figur 5.6 ses det, at fordelingfunktionerne for bromodel A_1, hvor der anvendes hhv. lastmodel I og II er sammenfaldende. Idet det kan være svært at se afvigelsen mellem de to fordelingsfunktioner, er der udtrukket fraktilværdier, som er angivet i tabel 5.8. Desuden er den procentvise afvigelse mellem fraktilværdierne ift. fraktilværdier fundet ved analyse 1 angivet.

	Analyse 1 (A_1, I)	Analyse 2 (A_1, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0705	2,2
75%	0,1720	0,1738	1,1
95%	0,5050	0,5046	-0,1

Tabel 5.8 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 2, og afvigelsen mellem disse.*

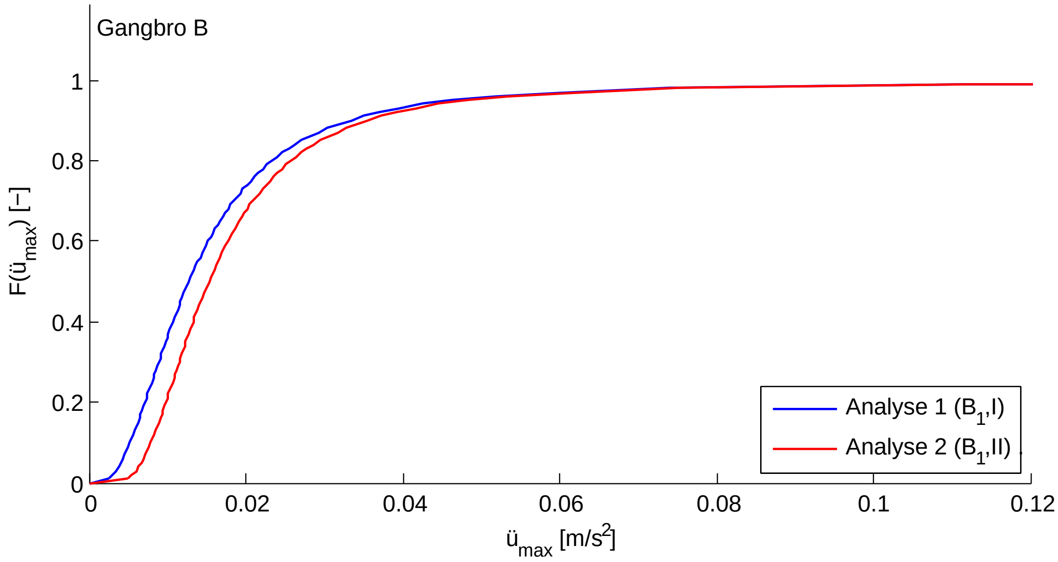
Ud fra tabel 5.8 ses det, at fraktilværdierne for analyse 2 er enten større eller tilsvarende analyse 1, hvilket er i overensstemmelse med, at lasten er større, idet der er medtaget flere lastkomponenter i analyse 2. Desuden ses det generelt ud fra tabel 5.8, at både de absolutte og procentvise afvigelser mellem fraktilværdierne er små, specielt for de højere fraktiler.

Det vurderes ud fra figur 5.6 og tabel 5.8, at antallet af lastkomponenter ikke har væsentlig betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1. For at forklare hvorfor det forholder sig således, betragtes figur 5.5, hvor der er foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel II.

For bromodel A_1 ses det på figur 5.5, at egenfrekvensen for bromodel A_1 f_A ligger oveni lastfrekvensen for den første lastkomponent, mens lastfrekvenserne for den anden og tredje lastkomponent ligger et stykke fra egenfrekvensen. Dette bevirker, at de højere lastkomponenter er ubetydelige for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1, og den første lastkomponent dominerer dermed det dynamiske respons.

Gangbro B

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 2 for bromodel B_1 er vist på figur 5.7.



Figur 5.7 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 2 for gangbro B.*

Det bemærkes, at inddelingen af aksen med de maksimale accelerationer er ændret på figur 5.7 ift. figur 5.6. Ved at sammenligne figur 5.6 og 5.7 ses det, at det maksimale accelerationsniveau generelt er væsentligt mindre for bromodel B_1 end for bromodel A_1. Dette skyldes, at egenfrekvensen for bromodel B_1 f_B afviger mere fra middelværdien af gangfrekvensen end det er tilfældet for egenfrekvensen for bromodel A_1, hvilket også kan ses på figur 5.5. Lasten bliver dermed mindre end det er tilfældet for bromodel A_1.

Det ses ud fra figur 5.7, at der er en afvigelse mellem de to fordelingsfunktioner. For at få en fornemmelse af hvor stor afvigelsen mellem fordelingsfunktionerne er, betragtes fraktilværdier og afvigelsen mellem disse, hvilket er angivet i tabel 5.9.

	Analyse 1 (B_1, I)	Analyse 2 (B_1, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0128	0,0153	19,5
75%	0,0206	0,0230	11,7
95%	0,0463	0,0483	4,3

Tabel 5.9 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 2, og afvigelsen mellem disse.*

Tilsvarende fordelingsfunktionerne for bromodel A_1 ses det ud fra tabel 5.9, at fraktilværdierne for analyse 2 er større end analyse 1, da der medtages flere lastkomponenter i analyse 2. Ud fra tabel 5.9 ses det, at de absolutte afvigelser mellem fraktilværdierne er små, mens de procentvise afvigelser er af betydning.

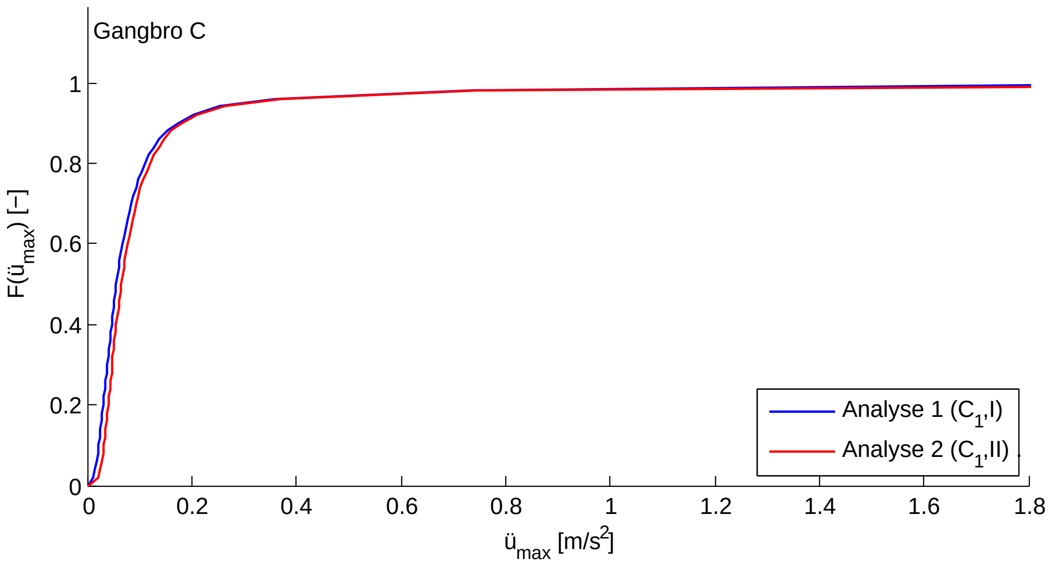
I afsnit 3.7.3 er det vurderet, at der kan accepteres et accelerationsniveau på 0,7 m/s^2 ved 95% fraktilen, hvilket betyder at der accepteres en sandsynlighed på 5% for at der overskrides et accelerationsniveau på 0,7 m/s^2. Ved at betragte 95% fraktilerne i tabel 5.9, ses det, at disse er væsentligt lavere end den opstillede grænseacceleration.

Dette bevirker, at selvom der er væsentlige procentvise afvigelser mellem fraktilværdierne, så er dette ikke af væsentlig betydning, når accelerationerne vurderes i anvendelsesgrænsetilstanden. Det vurderes derfor ud fra dette samt det faktum, at de absolutte afvigelser mellem fraktilværdierne er små, at antallet af lastkomponenter kun har en begrænset betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel B_1.

De absolutte og procentvise afvigelser kan forklares ved, at egenfrekvensen af gangbroen på 2,5 Hz er højere end for bromodel A_1. Ved at betragte figur 5.5 ses det, at egenfrekvensen for bromodel B_1 f_B ligger mellem de to første lastfrekvenser. Dette bevirker, at selvom den første lastkomponent er dominerende, så giver den anden lastkomponent et mindre bidrag til lasten.

Gangbro C

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 2 for bromodel C_1 er vist på figur 5.8.



Figur 5.8 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 2 for gangbro C.*

Ud fra figur 5.8 ses det, at der for bromodel C_1 er en lille sandsynlighed for, at der forekommer ekstreme værdier af de maksimale accelerationer ift. bromodel A_1 og B_1. Dette er forårsaget af, at bromodel C_1 har en mindre modal masse end bromodel A_1 og B_1. Desuden kan det ses på figur 5.8, at fordelingsfunktionerne for bromodel C_1 med hhv. én og tre lastkomponenter ikke er helt sammenfaldende. For at se hvor stor afvigelsen mellem de to fordelingsfunktioner er, betragtes fraktilværdier og afvigelsen mellem disse, hvilket er angivet i tabel 5.10.

	Analyse 1 (C_1, I)	Analyse 2 (C_1, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0561	0,0656	16,9
75%	0,0956	0,1047	9,5
95%	0,2939	0,3036	3,3

Tabel 5.10 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 2, og afvigelsen mellem disse.*

Betragtes de absolutte afvigelser mellem fraktilværdierne i tabel 5.10 ses disse at være små. Desuden ligger accelerationsniveauet betydeligt lavere end grænseaccelerationen antaget i afsnit 3.7.3. Det vurderes derfor, at antallet af lastkomponenter er af mindre betydning for bromodel C_1.

I modsætning til de absolutte afvigelser, så er de procentvise afvigelser angivet i tabel 5.10 væsentlige. Afvigelserne kan forklares ved at betragte figur 5.5, hvor det ses, at egenfrekvensen på for bromodel C1 f_C ligger mellem de to første lastfrekvenser. Dette bevirker, at selvom den første lastkomponent er dominerende, så giver den anden lastkomponent et mindre bidrag til lasten.

Ud fra analyse 2 kan det generelt konkluderes, at betydningen af antallet af lastkomponenter afhænger af hvilken bromodel der betragtes. Ud fra de tre gangbroer, der her er betragtet, vurderes antallet af lastkomponenter dog at have mindre betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

5.4.3 Analyse 3

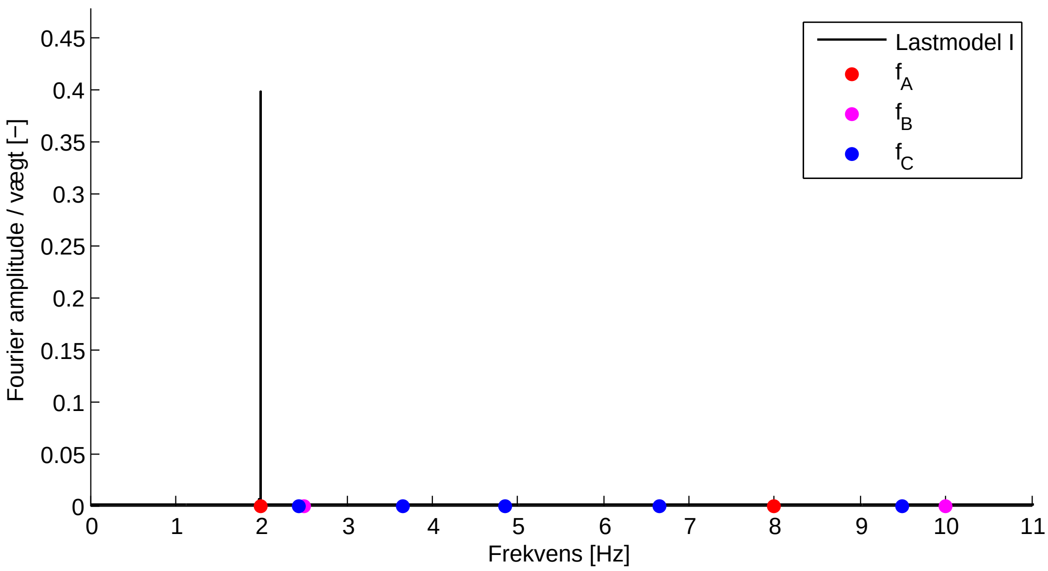
I analyse 3 anvendes bromodel A5, B5 og C5 samt lastmodel I. Formålet med analysen er at undersøge, om en mere avanceret bromodel med mere end én frihedsgrad har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

Til at forklare afvigelserne og forskellen mellem at anvende lastmodel I ved analyser af bromodeller med hhv. én og fem frihedsgrader, så er der foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel I, hvor der er anvendt parametrene opstillet i tabel 5.11, som svarer til middelværdierne af parametrene jf. tabel 5.5.

f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	φ_1 [rad]
1,99	0,71	75	0,4	0

Tabel 5.11 *Anvendte parametre i lastmodel I til bestemmelse af en lasthistorie, hvoraf der skal foretages en fast Fourier transformation.*

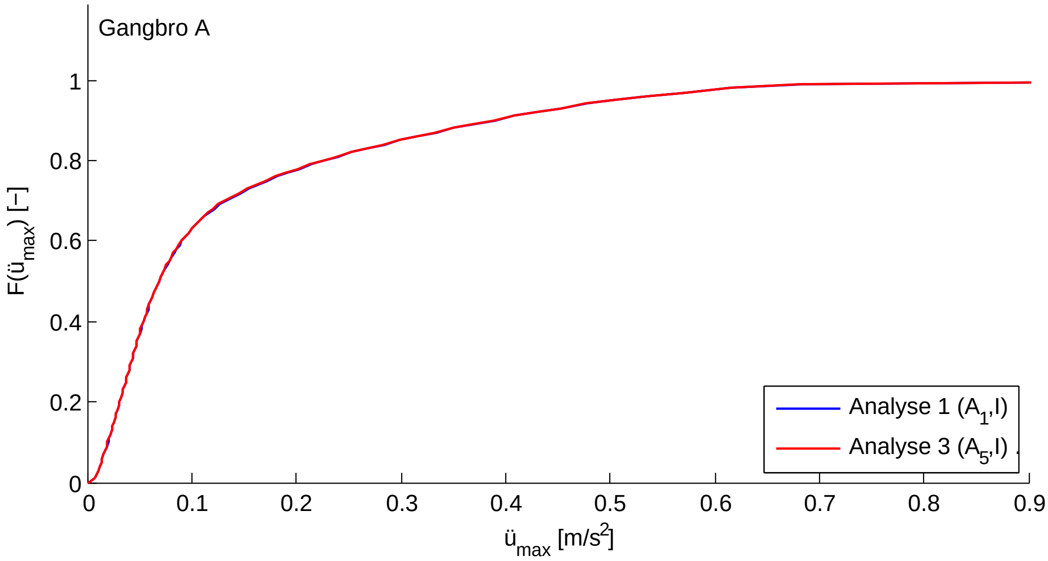
Ud fra fast Fourier transformationen af lasten $f_p(t)$, er Fourier amplituden delt med personvægten plottet som funktion af lastfrekvensen på figur 5.9. Yderligere er egenfrekvenserne f_A, f_B og f_C for hhv. bromodel A5, B5 og C5 plottet på frekvensaksen. Dette er gjort, for at få et overblik over hvilke egenfrekvenser, der påvirker det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for hhv. bromodel A5, B5 og C5. Det bemærkes, at der kun plottes egenfrekvenser op til 10 Hz, da det vurderes, at højere egenfrekvenser ligger så langt fra lastfrekvensen, at de er ubetydelige.



Figur 5.9 *Fourier amplituden delt med personvægten som funktion af lastfrekvensen vises ved den lodrette linie, mens egenfrekvenserne tilhørende hhv. bromodel A5, B5 og C5 er angivet ved prikker på frekvensaksen.*

Gangbro A

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 3 for bromodel A_5 er vist på figur 5.10.



Figur 5.10 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 3 for gangbro A.*

Ved at betragte figur 5.10 ses det, at fordelingsfunktionerne hvor der er anvendt hhv. én og fem frihedsgrader, er sammenfaldende. I tabel 5.12 er der udtrukket fraktilværdier, og desuden er afvigelsen mellem fraktilværdierne fra de to fordelingsfunktioner angivet.

	Analyse 1 (A_1, I)	Analyse 3 (A_5, I)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0687	-0,4
75%	0,1720	0,1706	-0,8
95%	0,5050	0,5042	-0,2

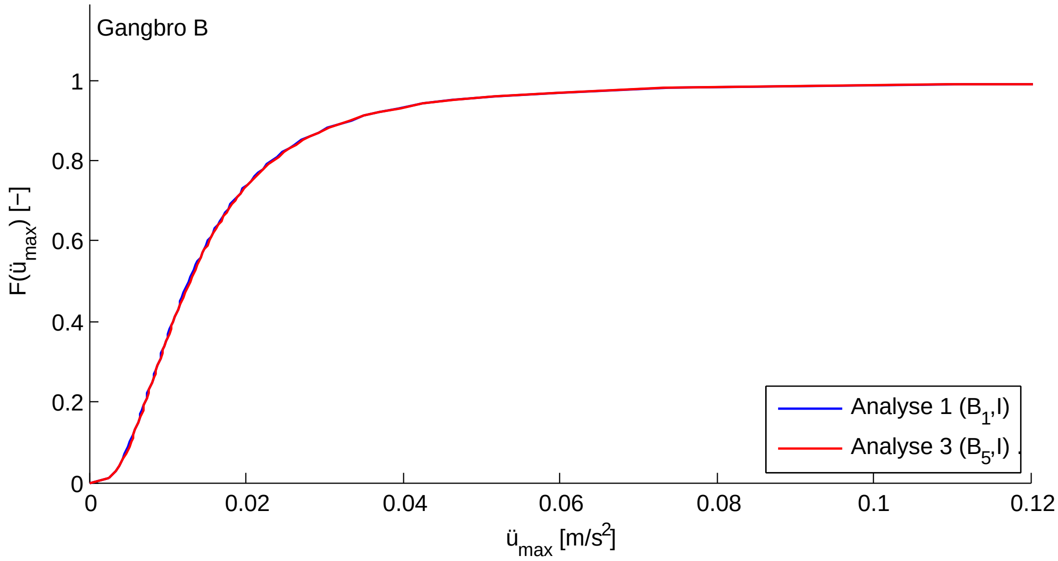
Tabel 5.12 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 3, og afvigelsen mellem disse.*

De absolutte og procentvise afvigelser angivet i tabel 5.12 er meget små, og det vurderes derfor ud fra figur 5.10 og tabel 5.12, at antallet af frihedsgrader ikke er af betydning for gangbro A. For at forklare årsagen hertil betragtes figur 5.9, hvor der er foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel I.

Ud fra figur 5.9 ses det, at den første egenfrekvens for bromodel A_5 ligger oveni lastfrekvensen, mens den anden egenfrekvens ligger langt fra lastfrekvensen. Dette bevirker, at det kun er den første egenfrekvens, der her er af betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5.

Gangbro B

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 3 for bromodel B_5 er vist på figur 5.11.



Figur 5.11 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 3 for gangbro B.*

Ud fra figur 5.11 ses det tilsvarende figur 5.10, at fordelingsfunktionerne for bromodel B_1 og B_5 er næsten sammenfaldende. I tabel 5.13 ses fraktilværdierne for de to fordelingsfunktioner samt afvigelsen mellem disse.

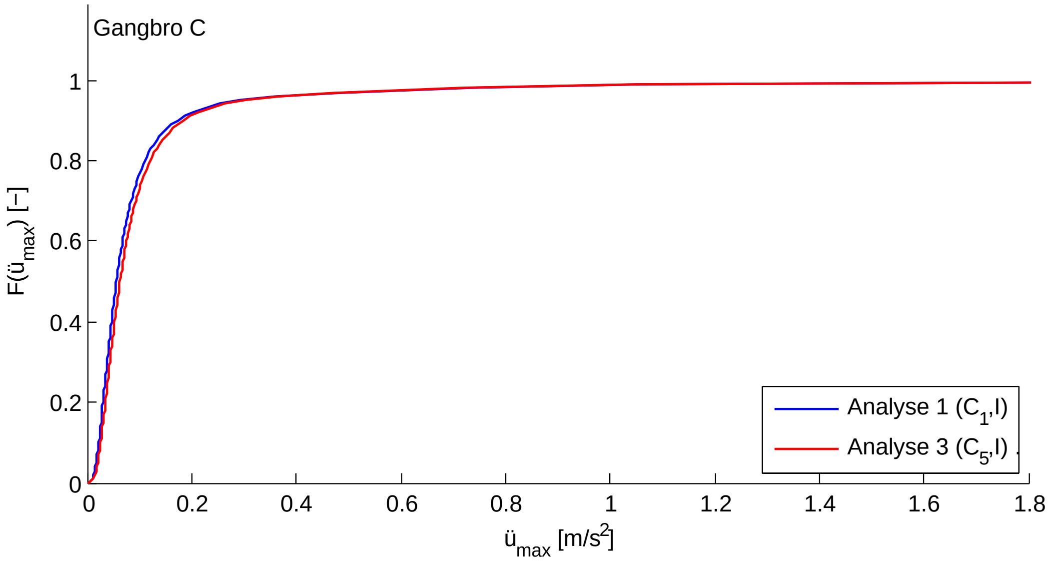
	Analyse 1 (B_1, I)	Analyse 3 (B_5, I)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0128	0,0128	0,0
75%	0,0206	0,0207	0,5
95%	0,0463	0,0464	0,2

Tabel 5.13 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 3, og afvigelsen mellem disse.*

Tilsvarende resultaterne for gangbro A ses det i tabel 5.13, at både de absolutte og procentvise afvigelser er små mellem fraktilværdierne for de to fordelingsfunktioner. Antallet af frihedsgrader vurderes derfor heller ikke at have nogen betydning for gangbro B. Begrundelsen herfor er tilsvarende analysen af bromodel A_5, at de højere egenfrekvenser for bromodel B_5 ligger langt fra lastfrekvensen, hvilket også kan ses på figur 5.9.

Gangbro C

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 3 for bromodel C_5 er vist på figur 5.12.



Figur 5.12 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 3 for gangbro C.*

På figur 5.12 ses det, at fordelingsfunktionerne for hhv. én og fem frihedsgrader er næsten sammenfaldende, dog ligger fordelingsfunktionen for fem frihedsgrader lidt under fordelingsfunktionen for én frihedsgrad. For at se hvor stor afvigelserne mellem de to fordelingsfunktioner er, er der udtrukket fraktilværdier i tabel 5.14, og afvigelserne mellem disse er angivet.

	Analyse 1 (C_1, I)	Analyse 3 (C_5, I)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0561	0,0630	12,3
75%	0,0956	0,1046	9,4
95%	0,2939	0,3034	3,2

Tabel 5.14 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 3, og afvigelsen mellem disse.*

Ved at betragte værdierne i tabel 5.14 ses det, at de procentvise afvigelser er betydelige, mens de absolutte afvigelser mellem fraktilværdierne er minimale. Derudover ligger de maksimale accelerationer betydeligt lavere end grænseaccelerationsniveauet antaget i afsnit 3.7.3. Derfor vurderes det, at antallet af frihedsgrader ikke er af væsentlig betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel C_5.

Egenfrekvenserne for frihedsgrad 2-5 for bromodel C_5 er væsentligt lavere end de tilsvarende egenfrekvenser for bromodel A_5 og B_5. Ved at betragte figur 5.9 ses det, at de højere egenfrekvenser ligger nærmere lastfrekvensen, end det var tilfældet for bromodel A_5 og B_5, hvilket bevirker, at de højere egenfrekvenser har større indflydelse på det probabilistiske estimat af det dynamiske respons end ved bromodel A_5 og B_5.

Ud fra analyse 3 vurderes det generelt, at betydningen af antallet af frihedsgrader afhænger af hvilken bromodel der betragtes, og hvilke egenfrekvenser den betragtede bromodel har. Ud fra de tre gangbroer, der her er betragtet, vurderes det dog, at antallet af frihedsgrader er af mindre betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

5.4.4 Analyse 4

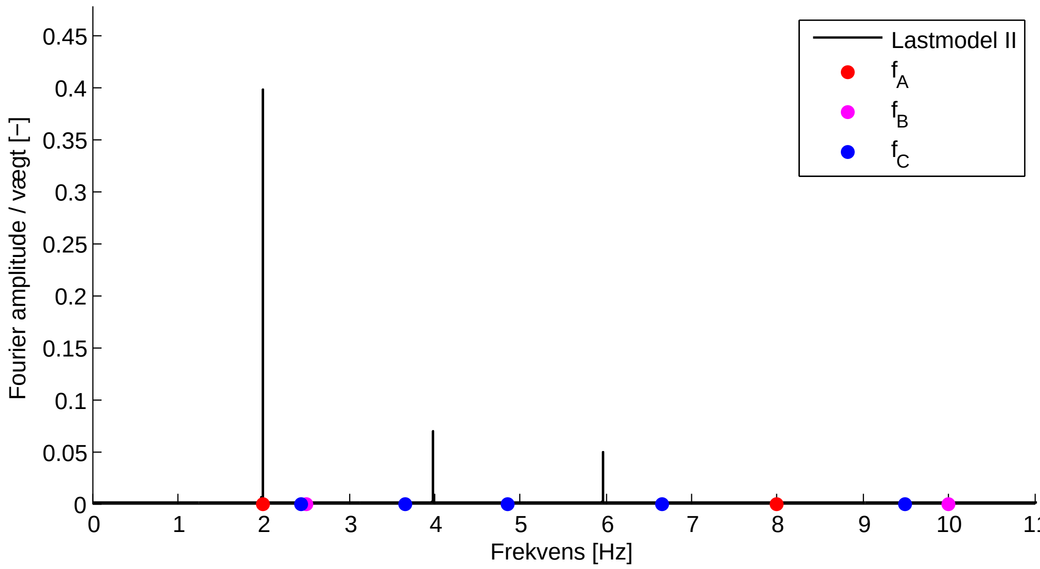
I analyse 4 anvendes bromodel A_5, B_5 og C_5 samt lastmodel II. Formålet med analysen er at undersøge, om en bromodel med mere end én frihedsgrad sammen med en lastmodel med mere end én lastkomponent har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

Til at forklare afvigelserne og forskellen mellem at anvende lastmodel I og II ved analyser af en bromodel med hhv. én og fem frihedsgrader, så er der foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel II tilsvarende i afsnit 5.4.2, hvor der er anvendt parametrene angivet i tabel 5.15, som svarer til middelværdierne af parametrene jf. tabel 5.5.

f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
1,99	0,71	75	0,4	0,07	0,05	0	$\pi/2$	$\pi/2$

Tabel 5.15 *Anvendte parametre i lastmodel II til bestemmelse af en lasthistorie, hvoraf der skal foretages en fast Fourier transformation.*

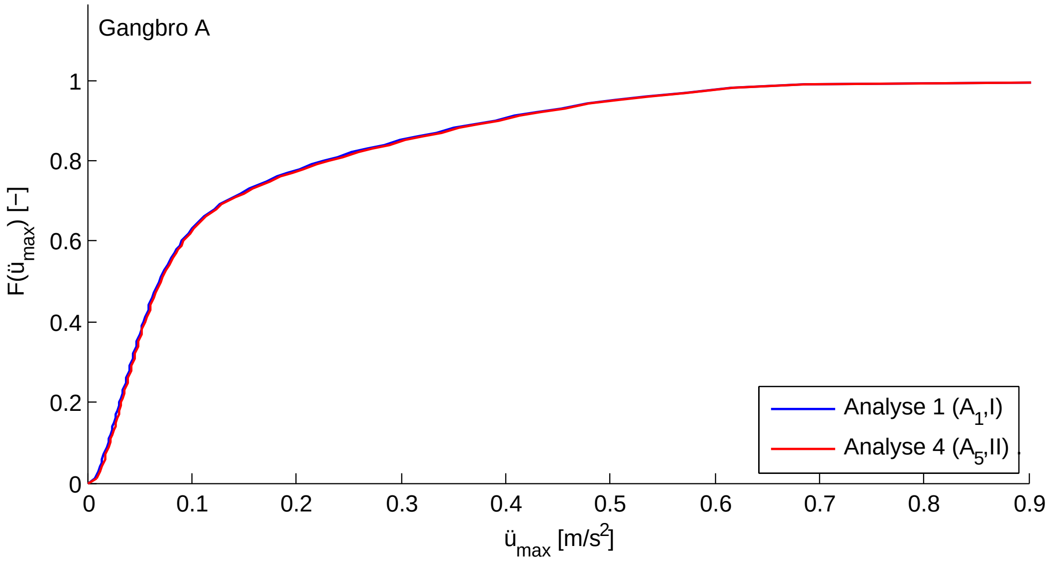
Ud fra fast Fourier transformationen af lasten $f_p(t)$, er Fourier amplituden delt med personvægten plottet som funktion af lastfrekvenserne på figur 5.13. Yderligere er egenfrekvenserne f_A, f_B og f_C for hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5 plottet på frekvensaksen. Dette er gjort, for at få et overblik over hvilke egenfrekvenser, der påvirker det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5.



Figur 5.13 *Fourier amplituden delt med personvægten som funktion af lastfrekvenserne vises ved lodrette linier, mens egenfrekvenserne tilhørende hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5 er angivet ved prikker på frekvensaksen.*

Gangbro A

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 4 for bromodel A_5 er vist på figur 5.15.



Figur 5.14 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 4 for gangbro A.*

Ud fra figur 5.14 ses det, at fordelingsfunktionerne for bromodel A_1 hvor lastmodel I er anvendt, samt bromodel A_5 hvor lastmodel II er anvendt er sammenfaldende. I tabel 5.16 ses fraktilværdierne for de to fordelingsfunktioner og afvigelsen mellem disse.

	Analyse 1 (A_1, I)	Analyse 4 (A_5, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0690	0,0707	2,5
75%	0,1720	0,1755	2,0
95%	0,5050	0,5075	0,5

Tabel 5.16 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 4, og afvigelsen mellem disse.*

Ud fra tabel 5.16 kan det ses, at både de absolutte og procentvise afvigelser mellem fraktilværdierne er meget små, hvilket antyder, at antallet af frihedsgrader og lastkomponenter ikke har betydning for det probabilistiske estimat af gangbro A's dynamiske respons. For at forklare årsagen hertil betragtes figur 5.13, hvor der er foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel II.

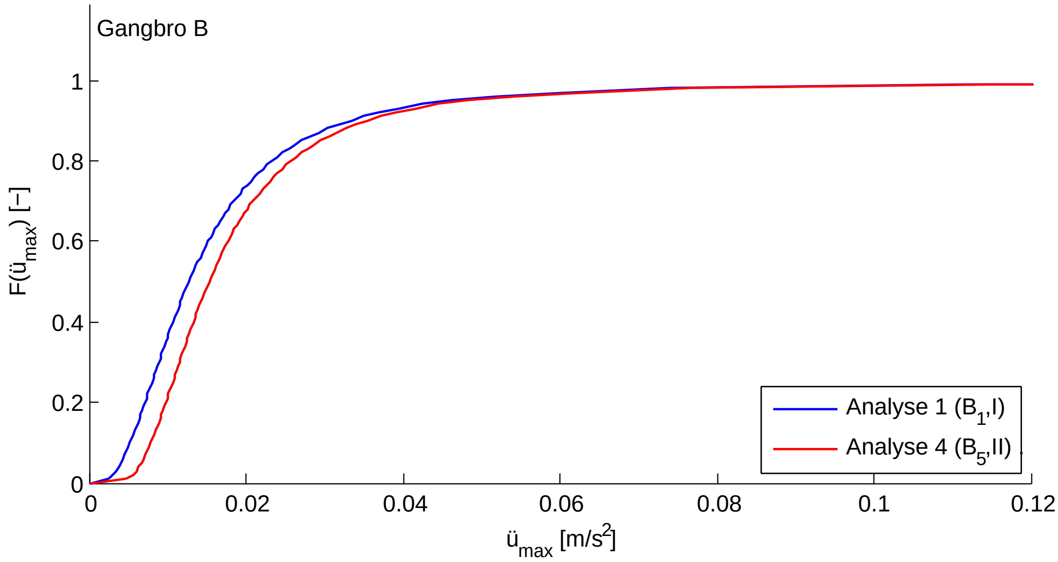
På figur 5.13 ses det, at egenfrekvenserne for bromodel A_5 for den anden frihedsgrad og dermed også de højere egenfrekvenser ligger væsentligt højere end de tre lastfrekvenser anvendt i lastmodel II. Dette bevirker, at de højere egenfrekvenser ikke har betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5. Desuden ligger den første egenfrekvens også langt fra den anden og tredje lastfrekvens, hvorfor disse heller ikke har betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5.

Det bemærkes, at der kun er betragtet tre lastkomponenter i lastmodel II. Den fjerde lastkomponent vil optræde ved en lastfrekvens på ca. 8 Hz, hvilket svarer til den anden egenfrekvens for bromodel A_5 jf. figur 5.13. Hvis der derfor betragtes en lastmodel med fire lastkomponenter, så vil den anden egenfrekvens have betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5.

Dette behandles yderligere i kapitel 6. Vurderingen af at antallet af lastkomponenter og frihedsgrader ikke har betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_5 er derfor kun gældende, når det er lastmodel II, hvor der udelukkende er medtaget tre lastkomponenter, der betragtes.

Gangbro B

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 4 for bromodel B_5 er vist på figur 5.10.



Figur 5.15 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 4 for gangbro B.*

På figur 5.15 ses det, at fordelingsfunktionerne for bromodel B_1 hvor lastmodel I er anvendt, og bromodel B_5 hvor lastmodel II er anvendt ikke er helt sammenfaldende. Fraktilværdier og afvigelsen mellem disse er angivet i tabel 5.17.

	Analyse 1 (B_1, I)	Analyse 4 (B_5, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0128	0,0153	19,5
75%	0,0206	0,0230	11,7
95%	0,0463	0,0484	4,5

Tabel 5.17 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 4, og afvigelsen mellem disse.*

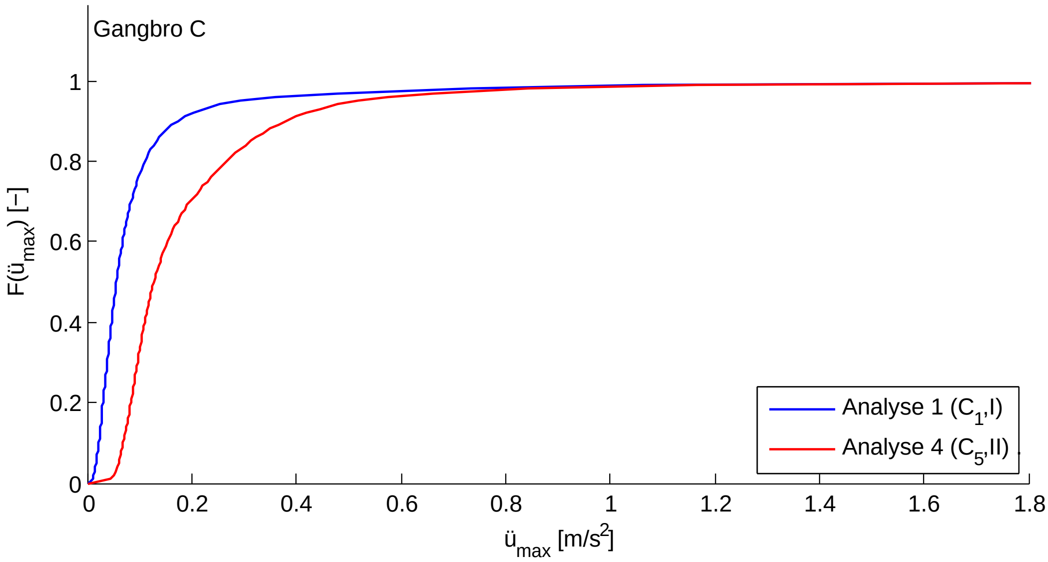
Ud fra tabel 5.17 ses det, at de procentvise afvigelser mellem de to fordelingsfunktioner er betydelige, mens de absolutte afvigelser er meget små. Accelerationsniveauet ligger væsentligt lavere end grænseaccelerationen antaget i afsnit 3.7.3, hvorfor en afvigelse i fraktilværdierne ikke har betydning for vurderingen af anvendelsesgrænsetilstanden. Det vurderes derfor, at antallet af frihedsgrader og antallet af lastkomponenter samlet set ikke har en væsentlig betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for gangbro B.

Afvigelserne kan forklares ved, at betragte egenfrekvenserne i bromodel B_5 og lastfrekvenserne anvendt i lastmodel II på figur 5.13. Egenfrekvenserne for den anden frihedsgrad og de højere egenfrekvenser ligger væsentligt højere end de anvendte lastfrekvenser, hvorfor disse ikke har betydning for det probabilistiske estimat af gangbro B's dynamiske respons. Derimod ligger den første egenfrekvens i nærheden af de to første lastfrekvenser, hvilket har betydning for det probabilistiske estimat af gangbro B's dynamiske respons tilsvarende resultaterne af analyse 2.

Det bemærkes, at der kun er betragtet tre lastkomponenter i lastmodel II. Den femte lastkomponent vil optræde ved en lastfrekvens på ca. 10 Hz, hvilket svarer til den anden egenfrekvens for bromodel B_5 jf. figur 5.13. Hvis der derfor betragtes en lastmodel med fem lastkomponenter, så vil den anden egenfrekvens have betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel B_5. Dette behandles yderligere i kapitel 6. Vurderingen af, at antallet af lastkomponenter og frihedsgrader ikke har betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel B_5, er derfor kun gældende, når det er lastmodel II, hvor der udelukkende er medtaget tre lastkomponenter, der betragtes.

Gangbro C

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer for analyse 4 for bromodel C_5 er vist på figur 5.16.



Figur 5.16 *Fordelingsfunktion for analyse 1 og 4 for gangbro C.*

Ud fra figur 5.16 ses det, at der er en væsentlig afvigelse mellem de to fordelingsfunktioner for hhv. bromodel C_1 hvor lastmodel I er anvendt, og bromodel C_5 hvor lastmodel II er anvendt. I tabel 5.18 ses fraktilværdier for de to fordelingsfunktioner samt afvigelsen mellem disse.

	Analyse 1 (C_1, I)	Analyse 4 (C_5, II)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0561	0,1279	128,0
75%	0,0956	0,2287	139,2
95%	0,2939	0,5185	76,4

Tabel 5.18 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 1 og 4, og afvigelsen mellem disse.*

I tabel 5.18 findes meget store både absolutte og procentvise afvigelser mellem fraktilværdierne, hvilket også var forventet ud fra figur 5.16. Det er derfor nødvendigt at medtage flere frihedsgrader og flere lastkomponenter for gangbro C. Dette kan forklares ved at betragte egenfrekvenserne til bromodel C_5 og lastfrekvenserne anvendt i lastmodel II på figur 5.13. Idet egenfrekvenserne for bromodel C_5 er væsentligt lavere end for bromodel A_5 og B_5, er der flere af egenfrekvenserne, der ligger tæt på de tre lastfrekvenser i lastmodel II, hvorfor både antallet af frihedsgrader og lastkomponenter har betydning for det probabilistiske estimat af gangbro C's dynamiske respons.

Tilsvarende ved gangbro A og B bemærkes det, at der kun er betragtet tre lastkomponenter i lastmodel II. Den fjerde og femte lastkomponent vil optræde ved en lastfrekvens på ca. 8 Hz og ca. 10 Hz. Betragtes egenfrekvenserne for bromodel C_5 på figur 5.13, ses det at den fjerde og femte egenfrekvens ligger i nærheden af lastfrekvenserne for den fjerde og femte lastkomponent. Hvis der derfor betragtes en lastmodel med fem lastkomponenter, så vil de højere egenfrekvenser have yderligere betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel C_5.

Generelt vurderes det ud fra analyse 4, at betydningen af antallet af frihedsgrader sammen med antallet af lastkomponenter afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. I dette tilfælde er det fundet, at det ikke er af væsentlig betydning for gangbro A og B. Ud fra analysen af gangbro C kan det konkluderes, at det er for simpelt at anvende en bromodel med én frihedsgrad og lastmodel I, da afvigelsen mellem fordelingsfunktionerne er stor.

5.5 Parameterstudie for lastmodel II

I de forgående afsnit er hhv. lastmodel I og II blevet anvendt ved de fire analyser. Forskellen på de to lastmodeller er, at lastmodel II medtager flere harmoniske lastkomponenter end lastmodel I. Dette gøres, for at give en mere nøjagtig beskrivelse af den virkelige lasthistorie, som er bestemt ved laboratorieforsøg, hvilket er behandlet i kapitel 2.

I kapitel 4 blev der foretaget et studie af de indgående parametre i lastmodel I, og tilsvarende kan gøres for lastmodel II. Da der er begrænset forskel på de to lastmodeller kan det forventes, at konklusioner draget i parameterstudiet af lastmodel I jf. kapitel 4 også vil være gældende for lastmodel II. Det ønskes derfor undersøgt, om det er muligt at modellere de dynamiske lastfaktorer, ganghastigheden og personens masse ved deterministiske værdier for at opnå tilfredsstillende probabilistiske estimater af gangbroers dynamiske respons.

I lastmodel I er faseforskydningen sat til nul jf. afsnit 2.3.1, da faseforskydningen for den første lastkomponent angiver, hvor i kraftkurvens forløb personen træder ind på gangbroerne, hvilket ikke har væsentlig betydning for gangbroers dynamiske respons. I lastmodel II indgår der tre faseforskydninger. Det er uvist hvilken betydning faseforskydningerne i lastmodel II har for accelerationsniveauet, hvorfor der i dette afsnit ønskes foretaget et studie af faseforskydningerne i lastmodel II.

Som sammenligningsgrundlag for alle analyserne i dette parameterstudie foretages en analyse, hvor der med undtagelse af faseforskydningerne udelukkende anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel II. Der henvises til denne analyse, som analyse A.

Der foretages i parameterstudiet af lastmodel II fire analyser, som er opstillet ved:

- Analyse A: Anvendelse af stokastiske variable for f_s, α_i, l_s, m_p og deterministiske værdier for φ_i.
- Analyse B: Anvendelse af deterministiske værdier for α_i, v, m_p og φ_i, og en stokastisk variabel for f_s.
- Analyse C: Anvendelse af deterministiske værdier for v, m_p og φ_i, og stokastiske variable for f_s og α_i.
- Studie af faseforskydningerne anvendt i lastmodel II.

Der tages i de følgende undersøgelser udgangspunkt i lastmodel II og bromodel C_5 (analyse 4), da denne bromodel er mere følsom overfor lastmodel II end de øvrige bromodeller.

5.5.1 Analyse A

Sammenligningsgrundlaget og dermed referencen til undersøgelserne i dette afsnit, er en analyse, hvor der med undtagelse af faseforskydningerne udelukkende anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel II. Der henvises til denne analyse, som analyse A. Fordelingerne for de indgående parametre i lastmodel II til analyse A er opstillet i tabel 5.19 og 5.20.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02

Tabel 5.19 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel II i analyse A.*

	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
Fordeling	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	0	$\pi/2$	$\pi/2$
σ	0	0	0

Tabel 5.20 *Anvendte fordelinger for faseforskydningerne i lastmodel II i analyse A.*

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer for denne analyse vises i forbindelse med de efterfølgende analyser.

5.5.2 Analyse B

I kapitel 4 blev det konkluderet for lastmodel I og bromodel A_1 og B_1, at gangfrekvensen nødvendigvis skal modelleres ved en stokastisk variabel, mens den første dynamiske lastfaktor, ganghastigheden og personens masse i lastmodel I kan fastsættes ved deterministiske værdier. Det ønskes derfor undersøgt, om dette også gælder for analyser af bromodel C_5, og anvendelse af lastmodel II.

I lastmodel II indgår tre harmoniske lastkomponenter. Det er fundet i parameterstudiet af lastmodel I, at den første dynamiske lastfaktor kan fastsættes til en deterministisk værdi ved at anvende egenfrekvensen af gangbroen i formel (5.2). Det ønskes undersøgt, om dette også gør sig gældende for den første harmoniske lastkomponent, når lastmodel II anvendes sammen med bromodel C_5, hvor $f_1 = 2,44$ Hz.

$$\alpha_1 = -0,2649 \cdot f_1^3 + 1,3206 \cdot f_1^2 - 1,7597 \cdot f_1 + 0,7613 = 0,48 \tag{5.2}$$

For de to øvrige dynamiske lastfaktorer ønskes det også undersøgt, om der kan anvendes deterministiske værdier og samtidigt få et tilfredsstillende probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Det antages, at det bedste bud på deterministiske værdier for den anden og tredje dynamiske lastfaktor er givet ved middelværdien af de stokastiske variable angivet i tabel 5.19.

Fordelingerne for parametrene i lastmodel II anvendt i analyse B er opstillet i tabel 5.21 og 5.22.

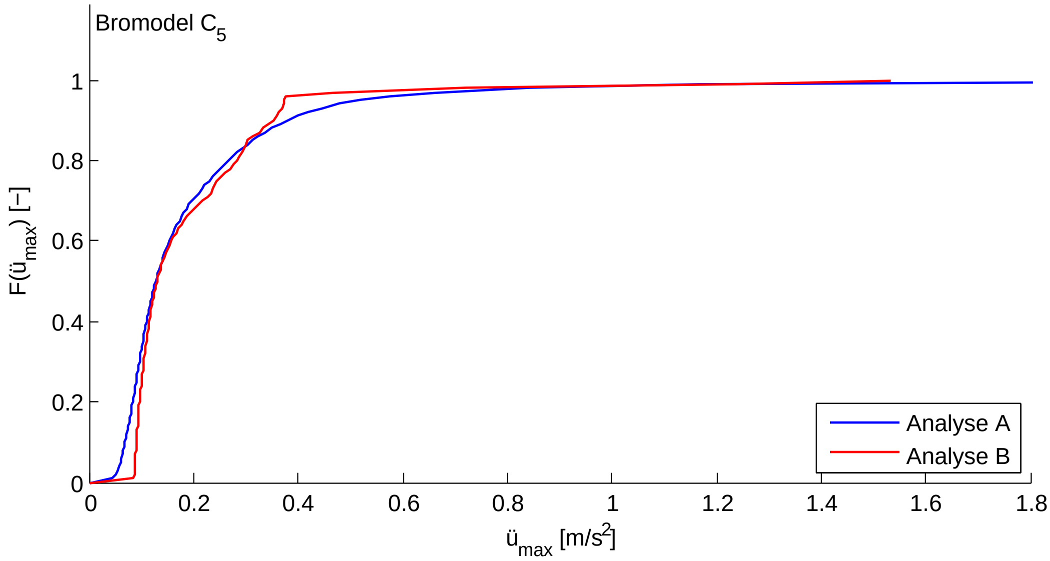
	f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]
Fordeling	Normal	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	1,99	75	0,48	0,07	0,05
σ	0,173	0	0	0	0

Tabel 5.21 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel II i analyse B.*

	v [m/s]	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
Fordeling	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	1,41	0	$\pi/2$	$\pi/2$
σ	0	0	0	0

Tabel 5.22 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel II i analyse B.*

Fordelingsfunktionen for analyse B er vist på figur 5.17.



Figur 5.17 *Fordelingsfunktioner for analyse A og B for bromodel C_5.*

Det ses på figur 5.17, at fordelingsfunktionen for analyse B afviger fra fordelingsfunktionen for analyse A. Udover afvigelsen, ses det på figur 5.17, at fordelingsfunktionen for analyse B er meget ujævn. I tabel 5.23 ses fraktilværdier for de to fordelingsfunktioner samt afvigelsen mellem disse.

	Analyse A	Analyse B	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,1279	0,1302	1,8
75%	0,2287	0,2448	7,0
95%	0,5185	0,3745	-27,8

Tabel 5.23 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne analyse A og B, og afvigelsen mellem disse.*

Ud fra tabel 5.23 ses det, at de absolutte afvigelser er små for 50% og 75% fraktilen. Derimod forekommer der både væsentlige absolutte og procentvise afvigelser for 95% fraktilen, hvilket er i overensstemelse med fordelingsfunktionen jf. figur 5.17.

Ud fra tabel 5.23 og figur 5.17 vurderes det, at personens masse, de dynamiske lastfaktorer samt ganghastigheden ikke allesammen kan beskrives ved en deterministisk værdi og samtidig opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af det dynamiske respons for bromodel C_5. Det ønskes derfor undersøgt hvilke parametre, der skyldes afvigelserne af fordelingsfunktionerne vist på figur 5.17, og derfor skal modelleres ved en stokastisk variabel.

5.5.3 Analyse C

Det er vurderet ud fra parameterstudiet i kapitel 4, at personens masse og ganghastigheden med rimelig sikkerhed kan beskrives deterministisk, mens det er mere usikkert for de dynamiske lastfaktorer. Der foretages derfor en analyse for at undersøge, om personens masse og ganghastigheden kan beskrives deterministisk, når lastmodel II anvendes. Dette henvises der til som analyse C.

I analyse C anvendes fordelingerne af parametrene i lastmodel II som angivet i tabel 5.24 og 5.25.

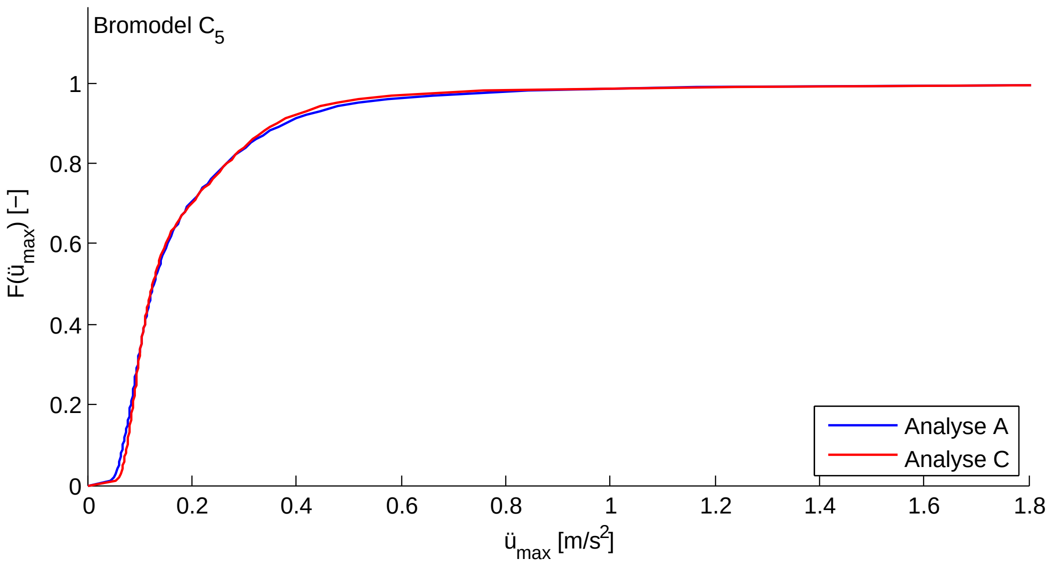
	f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	v [m/s]
Fordeling	Normal	Deterministisk	Normal	Normal	Normal	Deterministisk
μ	1,99	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05	1,41
σ	0,173	0	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02	0

Tabel 5.24 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel II i analyse C.*

	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]
Fordeling	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	0	$\pi/2$	$\pi/2$
σ	0	0	0

Tabel 5.25 *Anvendte fordelinger for faseforskydningerne i lastmodel II i analyse C.*

Fordelingsfunktionen for analyse C er vist på figur 5.18.



Figur 5.18 *Fordelingsfunktioner for analyse A og C.*

På figur 5.18 ses det, at fordelingfunktionerne for analyse A og C er næsten sammenfaldende. I tabel 5.26 ses fraktilværdier for de to fordelingsfunktioner samt afvigelsen mellem disse.

	Analyse A	Analyse C	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,1279	0,1253	2,0
75%	0,2287	0,2323	1,6
95%	0,5185	0,4783	-7,8

Tabel 5.26 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne analyse A og C, og afvigelsen mellem disse.*

Ud fra tabel 5.26 ses det, at de absolutte afvigelser er små for de tre fraktilværdier, mens der dog forekommer en betydelig procentvis afvigelse på 95% fraktilen. Det konkluderes grundet de små absolutte afvigelser, at fordelingsfunktionen fundet ved at anvende den samme masse og ganghastighed for alle personer, der går over gangbroen, er i overensstemmelse med fordelingsfunktionen fundet ved at modellere de to parametre ved stokastiske variable. Det kan derfor konkluderes, at det er tilstrækkeligt at modellere personens masse og ganghastigheden deterministisk for at få et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons.

Derudover kan det konkluderes ved at sammenligne figur 5.17 og 5.18, at de dynamiske lastfaktorer ikke kan modelleres deterministiske, men der skal anvendes de stokastiske variable jf. tabel 5.19.

I dette afsnit er det fundet, at personens masse og ganghastigheden kan fastsættes til deterministiske værdier jf. tabel 5.24, og samtidig opnå et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons. Det skal dog bemærkes, at analyserne i dette afsnit kun gælder for den undersøgte simple brokonstruktion, og en generalisering derfor skal laves med forsigtighed.

Det er desuden vist i dette afsnit, at de dynamiske lastfaktorer ikke kan fastsættes til deterministiske værdier svarende til middelværdien af de stokastiske variable. Det er i denne rapport ikke yderligere undersøgt, om der findes andre deterministiske værdier af de dynamiske lastfaktorer, der kan give et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Det antages derfor i denne rapport, at de dynamiske lastfaktorer skal beskrives ved de stokastiske variable jf. tabel 5.24.

5.5.4 Studie af faseforskydningerne anvendt i lastmodel II

Faseforskydningerne, som indgår i lastmodel II, kan for alle lastkomponenterne bestemmes ud fra laboratorieforsøg. Det er dog kun et begrænset antal personer, der gennem tiden har interesseret sig for faseforskydningerne og deres betydning, hvorfor der ikke tidligere er lavet nogen større undersøgelse af fastlæggelsen af faseforskydningernes værdi. Enkelte personer har dog angivet nogle værdier af faseforskydningerne for de tre første lastkomponenter, hvilke er angivet i tabel 5.27.

	Bachmann [rad]	Rainer [rad]	Kerr [rad]	0 [rad]	Ligefordelt [rad]
φ_1	0	0	$-\pi/2{,}28$	0	$[-\pi, \pi]$
φ_2	$\pi/2$	$-\pi/2$	$-\pi/4{,}62$	0	$[-\pi, \pi]$
φ_3	$\pi/2$	0	$-\pi/90$	0	$[-\pi, \pi]$

Tabel 5.27 *Værdier for faseforskydningerne for de tre første lastkomponenter. [Bachmann, H. et al., 1987], [Rainer, J. H. et al., 1986], [Kerr, S. C., 1998]*

Faseforskydningerne angivet af Bachmann, som hidtil er anvendt i analyserne i dette projekt, er angivet som approksimative værdier, da der er en meget stor spredning på faseforskydningerne. Der foreligger dog ikke yderligere informationer om, hvorledes disse er bestemt. [Bachmann, H. et al., 1987]

Rainer har ligeledes bestemt faseforskydningerne for de tre første lastkomponenter til de approksimative værdier angivet i tabel 5.27, hvilket er gældende for gangfrekvenser fra 2,0-2,4 Hz [Rainer, J. H. et al., 1986]. Det ses, at værdierne angivet af Bachmann og Rainer ikke stemmer overens, hvilket ikke kan forklares, da baggrunden for deres talværdier ikke foreligger.

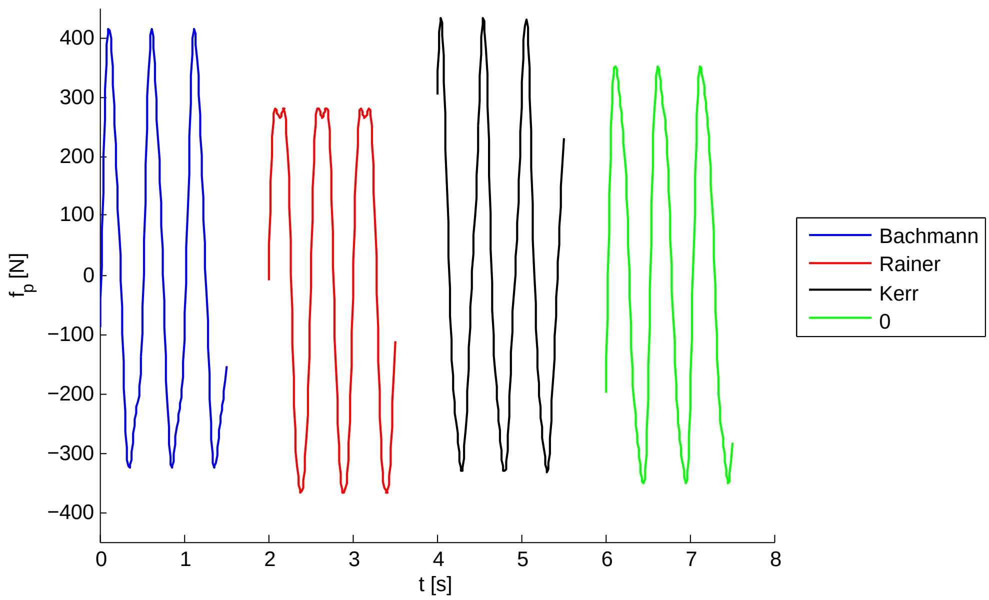
For at undersøge faseforskydningernes indflydelse er der undersøgt tre ekstra sæt af faseforskydningerne, som også er angivet i tabel 5.27. Kerr har bestemt faseforskydningerne for de ni første lastkomponenter for en enkelt tidsserie, her tages der dog udgangspunkt i faseforskydningerne for de tre første lastkomponenter [Kerr, S. C., 1998]. Da faseforskydningerne kun er bestemt ud fra en enkelt tidsserie, er der ikke noget statistisk grundlag for værdierne af faseforskydningerne, men disse faseforskydninger anses i analysen som et bud på nogle realistiske værdier for faseforskydningerne. Desuden undersøges tilfældet, hvor alle faseforskydningerne sættes til nul, for således at finde ud af, om faseforskydnigerne evt. kan undlades i lastmodel II, og der undersøges et tilfælde hvor der genereres ligefordelte faseforskydninger i intervallet $[-\pi, \pi]$.

Faseforskydningerne angiver i lastmodel II, hvorledes de enkelte lastkomponenter, og dermed de periodiske lastkurver, skal forskydes i forhold til hinanden. Faseforskydningerne har betydning for lasthistorien, men det er svært at vurdere, hvilken konsekvens en forskel i én af faseforskydningerne har på lasthistorien, og hvilken betydning det har for fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer. For at se hvilken betydning de forskellige faseforskydninger har på lasthistorien, er fire lasthistorier plottet i figur 5.19, hvor de første fire sæt af faseforskydninger angivet i tabel 5.27 er anvendt. For de øvrige parametre i lastmodel II er det valgt at anvende værdierne angivet i tabel 5.28, som er middelværdierne af de stokastiske variable.

f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]
1,99	75	0,48	0,07	0,05
0	0	0	0	0

Tabel 5.28 *Fordelingerne for de anvendte parametre i lastmodel II til at undersøge faseforskydningerne.*

På figur 5.19 ses de fire lasthistorier ved anvendelse af lastmodel II med faseforskydningerne angivet i tabel 5.27.



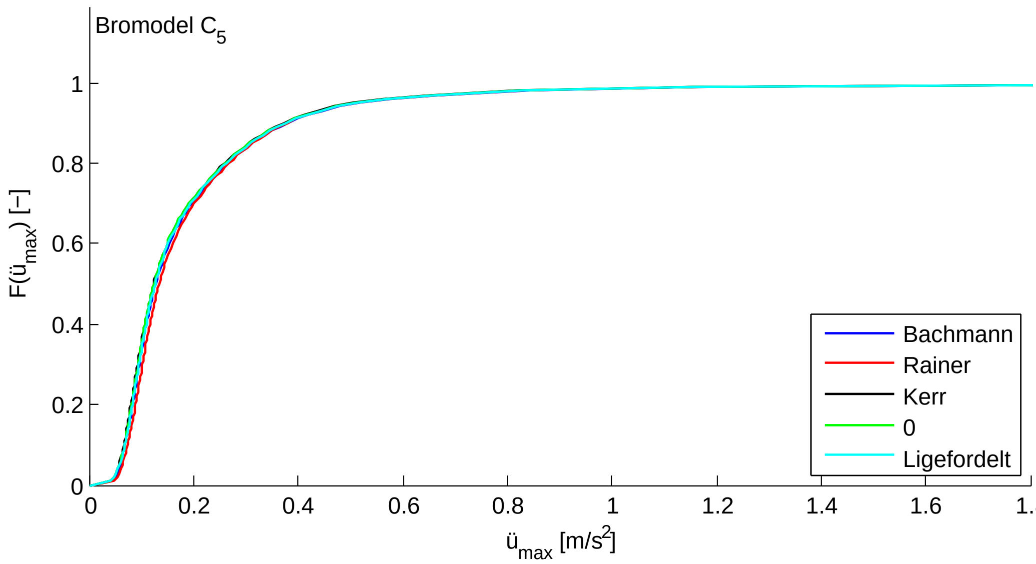
Figur 5.19 *Lasthistorier for bromodel C_5 ved anvendelse af forskellige faseforskydninger i lastmodel II jf. tabel 5.27.*

Faseforskydningerne ses på figur 5.19 at have betydning for lasthistoriens udseende, hvor det bl.a. ses, at der er forskel i lasthistoriernes amplitude.

Til at vurdere, om faseforskydningerne har betydning for fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer, er der foretaget analyser af bromodel C_5. Fordelingsfunktionerne for bromodel C_5 ved anvendelse af lastmodel II med faseforskydningerne angivet i tabel 5.27, og de øvrige parametre angivet i tabel 5.29, er vist på figur 5.20.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02

Tabel 5.29 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel II til undersøgelse af faseforskydningnerne..*



Figur 5.20 *Fordelingsfunktioner for bromodel C_5 ved anvendelse af forskellige faseforskydninger.*

På figur 5.20 ses det, at alle fem fordelingsfunktioner er næsten sammenfaldende. Faseforskydningernes indflydelse i lastmodel II på fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer er derfor minimal.

Det konkluderes, at faseforskydningernes betydning for fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer er minimal, hvorfor faseforskydningerne kan udelades i lastmodel II. Denne vurdering er udelukkende baseret på analyser af en simpel brokonstruktion, og en generalisering af konklusionen skal derfor laves med forsigtighed.

5.6 Opsamling

I dette kapitel er det undersøgt, hvilken betydning den anvendte bro- og lastmodel har på det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. For at besvare projektspørgsmålet jf. afsnit 5.1 er der foretaget fire analyser, hvor der anvendes hhv. én og fem frihedsgrader samt lastmodel I og II. De fire analyser er foretaget for hhv. gangbro A, B og C.

Ud fra analyserne er det fundet, at betydningen af antallet af frihedsgrader og medtagne lastkomponenter i lastmodellen afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. Det er fundet, at antallet af lastkomponenter i lastmodellen har mindre betydning for gangbro A, B og C. Antallet af betragtede frihedsgrader er desuden fundet at have mindre betydning for de tre gangbroer. Desuden er det fundet, at betydningen af antallet af betragtede frihedsgrader sammen med antallet af lastkomponenter ikke har betydning for gangbro A og B, mens det er af betydning for gangbro C.

Ud fra analyserne i dette kapitel kan der ikke drages nogle generelle konklusioner, idet betydningen af antallet af frihedsgrader og lastkomponenter afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. Det vurderes dog ud fra analyserne, at det vil være på den sikre side, at betragte alle fem frihedsgrader og anvende lastmodel II. Inden det blot vælges at foretage en analyse, hvor der betragtes fem frihedsgrader og anvendes lastmodel II, så er det vigtigt at betragte den givne gangbros egenfrekvenser, og vurdere hvor tæt de ligger på hinanden samt sammenligne disse med de lastfrekvenser der optræder. Herudfra er det muligt at vurdere i en given situation, om det er nødvendigt at betragte flere frihedsgrader og medtage flere lastkomponenter.

Ud fra parameterstudiet foretaget i dette kapitel er det fundet, at det tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for personenes masse samt ganghastigheden for at opnå et tilstækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Desuden er det fundet, at de dynamiske lastfaktorer ikke kan beskrives ved deterministiske værdier svarende til middelværdien af de stokastiske variable. Der er dog mulighed for, at der findes andre deterministiske værdier af de dynamiske lastfaktorer, der kan give et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Dette undersøges dog ikke i dette projekt, og der skal derfor foretages yderligere undersøgelser for at konkludere generelt at der ikke kan anvendes deterministiske værdier for de dynamiske lastfaktorer. I dette projekt konkluderes det blot, at der skal anvendes de stokastiske variable angivet i tabel 5.19 for de dynamiske lastfaktorer. Faseforskydningernes betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons er fundet minimal, hvorfor det er muligt at udelade faseforskydningerne i lastmodel II.

Kapitel 6

Multi-harmonisk lastmodel

I dette kapitel undersøges indflydelsen af at anvende en multi-harmonisk lastmodel, også benævnt lastmodel III i denne rapport, som er en anderledes og mere avanceret lastmodel end lastmodel I og II. Lastmodel III er baseret på undersøgelser af lasthistorier i frekvensdomænet, og tager bl.a. hensyn til, at menneskers gang ikke er fuldstændig periodisk, hvormed lasthistorien ikke er beskrevet ved en konstant gangfrekvens hen over gangbroer. Denne lastmodel anvendes ved analyser af gangbro A, B og C, og fordelingsfunktioner sammenlignes med fordelingsfunktioner fra kapitel 5 for at se, hvilken betydning lastmodel III har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

6.1 Anvendt metode

I lastmodel I og II er det antaget, at lasten fra én gående person er periodisk, og at den gående person bevæger sig med en konstant gangfrekvens, skridtlængde og ganghastighed under en bropassage. En gående person vil i virkeligheden passere en gangbro med en varierende gangfrekvens, skridtlængde og ganghastighed, da den samme person bevæger sig forskelligt under en bropassage. Den dynamiske personlast er derfor ikke fuldstændig periodisk.

Da gangfrekvensen er en parameter, som har vist sig at have stor betydning for accelerationsniveauet af den belastede gangbro, vil en variation af gangfrekvensen under en bropassage kunne betyde en ændring i gangbroens accelerationsniveau. Der er ved lastmodel I og II ikke taget hensyn til, at det samme menneske går forskelligt ved passagen af en gangbro, men dette tager lastmodel III hensyn til. Det ønskes derfor undersøgt, hvorledes lastmodel III påvirker det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

Dette leder frem til det femte projektspørgsmål:

Hvilken betydning har en multi-harmonisk lastmodel (lastmodel III), der tager hensyn til varierende gangfrekvens under passagen af en gangbro, for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons?

For at besvare projektspørgsmålet laves analyse 5, som er vist i tabel 6.1.

Analyse	Antal frihedsgrader	Lastmodel
5	5	III

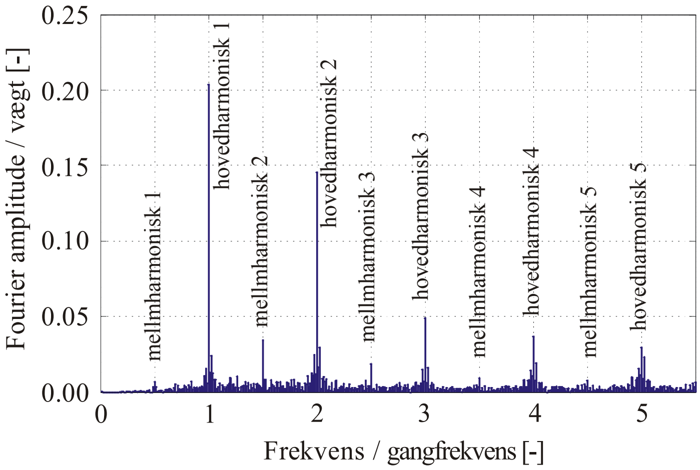
Tabel 6.1 *Oversigt over den analyse der laves i dette kapitel.*

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til at foretage analyse 5. Programmet kan ses i mappen *Avanceret probabilistisk program-multimode* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.3. For at give en nærmere beskrivelse af lastmodel III forklares i næste afsnit, hvorledes den multi-harmoniske lastmodel opstilles samt hvilket forudsætninger og antagelser denne medfører.

6.2 Lastmodel III

I lastmodel I og II er det antaget, at en gående person bevæger sig med en konstant gangfrekvens over hele gangbroen, og at kraften kan beskrives ved en periodisk kraft. Idet der i lastmodel I og II er set bort fra, at en gående person ikke tager helt ens skridt, er det derfor ikke helt korrekt at beskrive kraften fra én gående person ved en periodisk kraft. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 2]

Ved at betragte den målte kraft fra 80 skridt på et løbebånd, kan det bekræftes, at kraften fra én gående person ikke er periodisk. Testpersonen i dette forsøg foretog i gennemsnit 1,96 skridt per sekund, hvilket svarer til en gangfrekvens på 1,96 Hz. Ved at transformere den målte tidsserie af kraften til frekvensdomænet, kan Fourier amplituderne optegnes som funktion af gangfrekvensen, hvilket er vist på figur 6.1. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 2]



Figur 6.1 *Fourier spekter. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 3]*

På figur 6.1 ses det, at spektret består af en række hovedharmoniske lastkomponenter ved frekvenserne f_s, $2 \cdot f_s$, $3 \cdot f_s$ osv. Disse frekvensområder ses i spektret vist på figur 6.1 at have en vis bredde. Dette forårsager, at kraften ikke kan være periodisk, da en fuldstændig periodisk kraft vil markere sig som impulser i spektret. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 2-3]

Det kan desuden ses på figur 6.1, at der imellem de hovedharmoniske lastkomponenter findes mellemharmoniske lastkomponenter, hvilket skyldes, at personen ikke foretager ens skridt, og derfor ikke går med en konstant gangfrekvens hen over gangbroen. Undersøgelser viser, at der er en forskel på skridt foretaget med hhv. højre og venstre ben, bl.a. er der forskelle i skridtlængde og gangfrekvens. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 3], [Racic, V. et al., 2009, s. 25]

Kraften forårsaget af én gående person repræsenteres i frekvensdomænet ved dens amplituder og faseforskydninger, som karakteriserer hver af frekvenslinierne i spektret på figur 6.1. Zivanovic har lavet en multi-harmoniske lastmodel, der inkluderer et komplet indhold af lastfrekvenser for de første fem hovedharmoniske og tilhørende mellemharmoniske lastkomponenter. Lastmodellen er herefter transformeret til tidsdomænet, hvor der antages ligefordelte faseforskydninger i intervallet $[-\pi, \pi]$ for frekvenslinierne. [Racic, V. et al., 2009, s. 25]

Den totale last fra én gående person $f_p(t)$, også benævnt lastmodel III, er givet ved en summation af fem hoved- og mellemharmoniske lastkomponenter, og beskriver hele spektret fra $0,25 \cdot f_s - 5,25 \cdot f_s$. Lastmodel III er givet ved formel (6.1), og er nærmere beskrevet i bilag I. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 11]

$$f_p(t) = m_p \cdot g + \sum_{i=1}^{5} F_i^h(t) + \sum_{i=1}^{5} F_i^m(t) \tag{6.1}$$

hvor
$F_i^h(t)$ er den i'te hovedharmoniske lastkomponent [N]
$F_i^m(t)$ er den i'te mellemharmoniske lastkomponent [N]

[Zivanovic, S. et al., 2007, s.11]

Formel (6.1) består af det statiske bidrag $m_p \cdot g$, og det dynamiske bidrag $\sum_{i=1}^{5} F_i^h(t) + \sum_{i=1}^{5} F_i^m(t)$. Som tidligere er det kun det dynamiske bidrag, der anvendes i forbindelse med beregningen af accelerationsniveauet. De hoved- og mellemharmoniske lastkomponenter er givet ved hhv. formel (6.2) og (6.3).

$$F_i^h(t) = m_p \cdot g \cdot \alpha_i^h \cdot \sum_{\overline{f}_j^h = i-0.25}^{i+0.25} \overline{\alpha}_i^h(\overline{f}_j^h) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \overline{f}_j^h \cdot f_s \cdot t + \theta(\overline{f}_j^h)) \tag{6.2}$$

$$F_i^m(t) = m_p \cdot g \cdot \alpha_i^m \cdot \sum_{\overline{f}_j^m = i-0.75}^{i-0.25} \overline{\alpha}_i^m(\overline{f}_j^m) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot \overline{f}_j^m \cdot f_s \cdot t + \theta(\overline{f}_j^m)) \tag{6.3}$$

hvor
α_i^h er den i'te hovedharmoniske dynamiske lastfaktor [-]
α_i^m er den i'te mellemharmoniske dynamiske lastfaktor [-]
$\overline{f}_j^h$ er frekvensforholdet mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvensen f_s for en hovedharmonisk lastkomponent [-]
$\overline{f}_j^m$ er frekvensforholdet mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvensen f_s for en mellemharmonisk lastkomponent [-]
$\overline{\alpha}_i^h(\overline{f}_j^h)$ er den normaliserede dynamiske lastfaktor til den i'te hovedharmoniske lastkomponent [-]
$\overline{\alpha}_i^m(\overline{f}_j^m)$ er den normaliserede dynamiske lastfaktor til den i'te mellemharmoniske lastkomponent [-]
$\theta(\overline{f}_j^h)$ er faseforskydningen for en hovedharmonisk lastkomponent [rad]
$\theta(\overline{f}_j^m)$ er faseforskydningen for en mellemharmonisk lastkomponent [rad]

Frekvensforholdene mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvesen $\overline{f}_j^h$ for en hovedharmonisk lastkomponent tilhører intervallet $[i - 0,25,\ i + 0,25]$. Der er derfor taget hensyn til spektrets bredde på $0,5 \cdot f_s$ omkring hver af de harmoniske lastkomponenter, når den normaliserede dynamiske lastfaktor for den givne harmoniske lastkomponent bestemmes. Hver af de harmoniske lastkomponenter beskrives ved 40 frekvenslinier. Frekvensforholdene mellem den aktuelle frekvenslinie og gangfrekvesen $\overline{f}_j^m$ for en mellemharmonisk lastkomponent tilhører intervallet $[i - 0,75,\ i - 0,25]$. Tilsvarende de hovedharmoniske lastkomponenter anvendes 40 frekvenslinier til at beskrive de mellemharmoniske lastkomponenter. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 7-9]

For at verificere beregningsprogrammet, der anvender lastmodel III, er det i bilag I.2 vist, at en fordelingsfunktion fundet vha. beregningsprogrammet med de samme forudsætninger som Zivanovic, giver samme fordelingsfunktion som Zivanovic har bestemt.

6.3 Forudsætninger for analyse

I analyse 5 anvendes bromodel A_5, B_5 og C_5 samt lastmodel III. Parametrene, som indgår i lastmodellen er angivet i tabel 6.2.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]
Fordeling	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75
σ	0,173	0,071	15

Tabel 6.2 *Anvendte fordelinger for gangfrekvensen, skridtlængden og personens masse.*

Til at beskrive de dynamiske lastfaktorer for de hovedharmoniske lastkomponenter anvendes de stokastiske variable med en middelværdi og spredning, som angivet i tabel 6.3.

	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	α_4 [-]	α_5 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05	0,05	0,03
σ	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02	0,02	0,015

Tabel 6.3 *Anvendte fordelinger for de dynamiske lastfaktorer. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 5]*

De dynamiske lastfaktorer for de mellemharmoniske lastkomponenter er afhængige af den første hovedharmoniske dynamiske lastfaktor. Beregningen af disse er angivet i bilag I sammen med beregningen af de normaliserede lastfaktorer.

For faseforskydningerne $\theta(\overline{f}_j^h)$ og $\theta(\overline{f}_j^m)$ er der ikke fundet nogen indbyrdes afhængighed mellem ændringen af faseforskydningerne omkring de hovedharmoniske lastkomponenter og mellem forskellige harmoniske lastkomponenter, hvorfor der anvendes en ligefordelt værdi for faseforskydningerne indenfor intervallet $[-\pi, \pi]$. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 10]

Forudsætningerne for analyse 5, mht. håndteringen af negative værdier ved Monte Carlo simuleringer og bestemmelse af accelerationerne, er tilsvarende analyse 1-4, hvormed dette er beskrevet i afsnit 5.3. For at bestemme antallet af Monte Carlo simuleringer og tidsskridtet i Newmark algortimen er der som for de øvrige analyser ikke lavet et konvergensstudie. Dette skyldes, at beregningstiden ved anvendelse af lastmodel III er meget lang. Det er derfor antaget, at 300.000 Monte Carlo simuleringer og et tidskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen er tilstrækkeligt til at give den ønskede nøjagtighed af resultaterne.

6.4 Probabilistiske estimater af accelerationer

I det følgende vises fordelingsfunktionerne for analyse 5 for bromodel A_5, B_5 og C_5. For at få et overblik over de fem analyser der hhv. er foretaget i kapitel 5 og foretages i dette kapitel, optegnes fordelingsfunktioner for analyse 1-5.

Lastmodel III medtager fem harmoniske lastkomponenter, hvorimod der kun er medtaget tre lastkomponenter i lastmodel II. For at have et bedre sammenligningsgrundlag foretages der derfor yderligere en analyse, hvor der anvendes en lastmodel tilsvarende lastmodel II, benævnt lastmodel II*, hvor der dog er medtaget fem lastkomponenter. Fordelingerne for parametrene anvendt i denne lastmodel er opstillet i tabel 6.4 og 6.5. Faseforskydningerne er sat til nul, da det er fundet i afsnit 5.5.4, at faseforskydningerne er ubetydelige for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	α_4 [-]	α_5 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05	0,05	0,03
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02	0,02	0,015

Tabel 6.4 *Anvendte middelværdier og spredninger for de normalfordelte parametre i lastmodel II*.*

	φ_1 [rad]	φ_2 [rad]	φ_3 [rad]	φ_4 [rad]	φ_5 [rad]
Fordeling	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk	Deterministisk
μ	0	0	0	0	0
σ	0	0	0	0	0

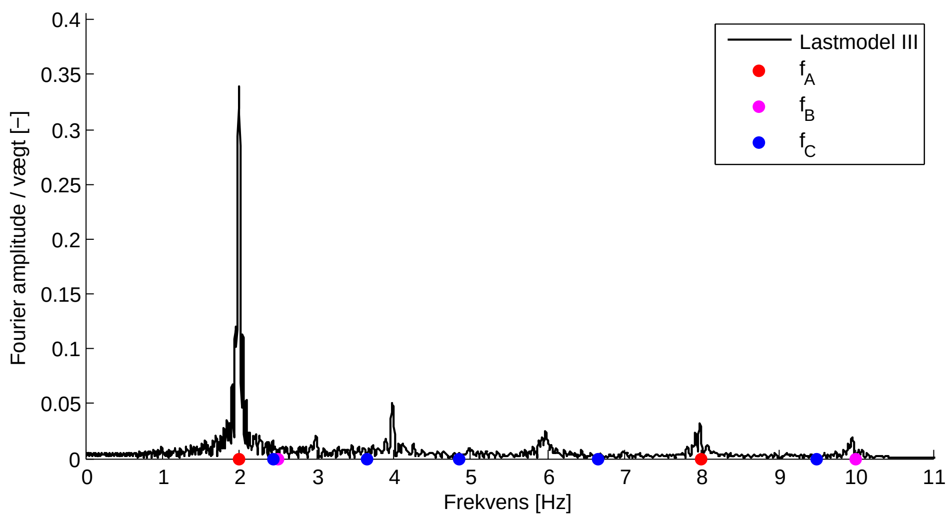
Tabel 6.5 *Anvendte fordelinger for faseforskydningerne i lastmodel II*.*

Til at forklare afvigelser og forskelle ved at anvende lastmodel III ift. I, II og II*, så er der foretaget en fast Fourier transformation af en lasthistorie for punktlasten $f_p(t)$ baseret på lastmodel III, hvor der er anvendt parametrene opstillet i tabel 6.6, som svarer til middelværdierne af parametrene jf. tabel 6.2 og tabel 6.3. For faseforskydningerne anvendes en ligefordelt værdi i intervallet $[-\pi, \pi]$.

f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	α_4 [-]	α_5 [-]
1,99	0,71	75	0,4	0,07	0,05	0,05	0,03

Tabel 6.6 *Anvendte værdier for gangfrekvensen, skridtlængden, personens masse og dynamiske lastfaktorer i lastmodel III.*

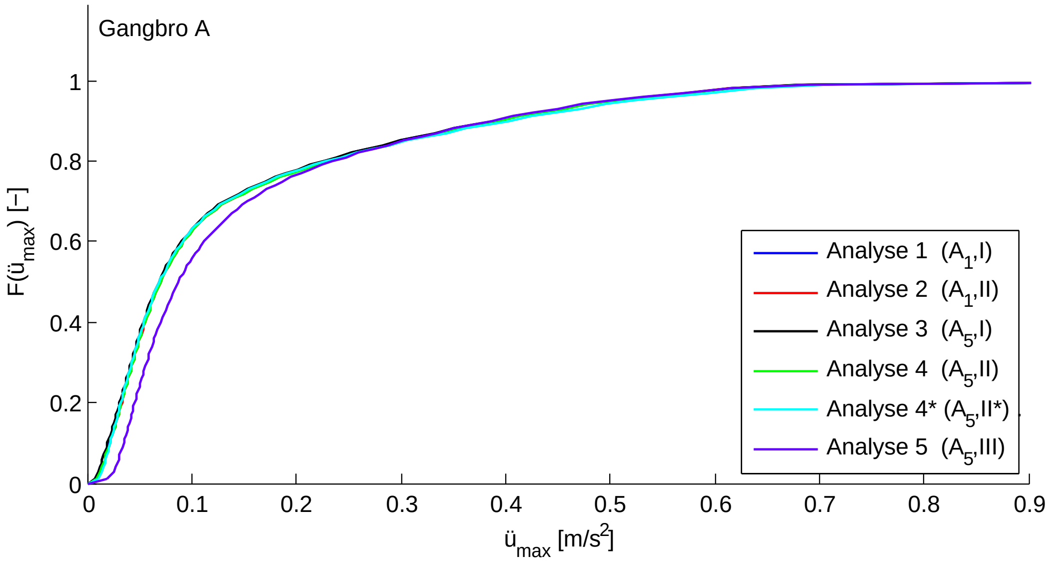
Ud fra fast Fourier transformationen af lasten $f_p(t)$, er Fourier amplituden delt med personvægten plottet som funktion af lastfrekvenserne på figur 6.2. Yderligere er egenfrekvenserne f_A, f_B og f_C for hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5 plottet på frekvensaksen. Dette er gjort, for at få et overblik over hvilke egenfrekvenser, der påvirker det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5.



Figur 6.2 *Fourier amplituden delt med personvægten som funktion af lastfrekvenserne vises ved den lodrette linie, mens egenfrekvenserne tilhørende hhv. bromodel A_5, B_5 og C_5 er angivet ved prikker på frekvensaksen.*

Gangbro A

For bromodel A_5 er fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 5 vist på figur 6.3 sammen med fordelingsfunktionen for analyse 1-4. Desuden er en fordelingsfunktion for bromodel A_5 med anvendelse af lastmodel II* angivet, som i det følgende benævnes analyse 4*.



Figur 6.3 *Fordelingsfunktioner for gangbro A for analyse 1-5 samt analyse 4*.*

På figur 6.3 er fordelingsfunktionen for analyse 5 vist sammen med de øvrige fordelingsfunktionener for at vise, hvilken forskel der er mellem de mere simple bro- og lastmodeller og de mere avanceret bro- og lastmodeller. Det ses, at fordelingsfunktionen for analyse 1-4 samt analyse 4* er sammenfaldende, og fordelingsfunktionen for analyse 5 ikke er sammenfaldende med de øvrige fordelingsfunktioner.

Fælles for analyse 4* og 5 er, at der er anvendt samme bromodel, og for begge analyser er der anvendt en lastmodel med fem dynamiske lastfaktorer. Forskellen på lastmodellerne er, at lastmodellen III tager hensyn til at personerne ikke går med en konstant gangfrekvens under en bropassage, og dermed beskriver hele spektret fra $0,25 \cdot f_s - 5,25 \cdot f_s$, hvilket er illustreret på figur 6.2. I modsætning til lastmodel III er lastmodel II* beskrevet ved fem impulser i spektret, mens de mellemliggende lastfrekvenser ikke medtages.

Der ikke lavet et spekter for lastmodel II*, der viser de fem impulser, men på figur 5.13 er spetret for lastmodel II vist, hvor fjerde og femte lastkomponent for lastmodel II* ligger ved 8,0 Hz og 10,0 Hz. Det ses desuden på figur 6.3, at på trods af, at lastmodel II* rammer den anden egenfrekens på 8,0 Hz i analyse 4*, så giver dette samme fordelingsfunktion som analyse 4. Dermed betyder det ikke noget for gangbro A at medtage fem lastkomponenter. I bilag J er det undersøgt nærmere, hvilken betydning bro- og lastmodellen har for gangbro A's dynamiske respons.

Forskellen på lastmodel II* og III medfører en forskel i fraktilværdierne for fordelingsfunktionerne, som for analyse 4* og 5 er angivet i tabel 6.7.

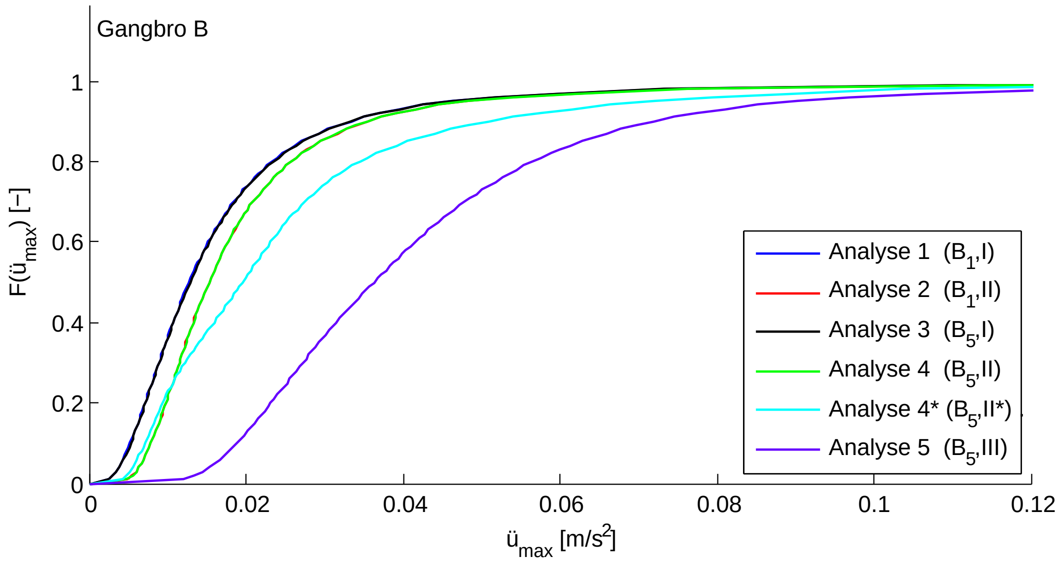
	Analyse 4* (A_5,II*)	Analyse 5 (A_5,III)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0694	0,0872	25,7
75%	0,1720	0,1869	8,7
95%	0,5233	0,5008	-4,3

Tabel 6.7 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 4* og 5, samt afvigelsen mellem disse.*

Ud fra figur 6.3 og værdierne angivet i tabel 6.7 ses det, at afvigelserne imellem analyse 4* og 5 er relativt lave set i forhold til den antagede grænseværdi på 0,7 m/s^2 jf. afsnit 3.7.3. Afvigelsen for 95% fraktilen, som må antages at blive betragtet i en dimensioneringssituation, er på 4,3%, hvormed en mere simpel lastmodel vurderes tilstrækkelig til beskrive det probabilistiske estimat af gangbro A's dynamiske respons.

Gangbro B

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 5 for bromodel B_5 er vist på figur 6.4 sammen med fordelingsfunktionen for analyse 1-4 samt analyse 4*.



Figur 6.4 *Fordelingsfunktioner for gangbro B for analyse 1-5 samt analyse 4*.*

Det ses på figur 6.4, at analyse 4* generelt giver større accelerationer end analyse 4, hvilket skyldes, at den femte lastkomponent rammer den anden egenfrekvens på 10,0 Hz. Desuden ses det, at accelerationsniveauet generelt er højere for analyse 5 end for de øvrige analyser. Dette skyldes forudsætningerne for lastmodel III, hvor lastmodel III indeholder lastfrekvenserne i hele spektret fra $0,25 \cdot f_s - 5,25 \cdot f_s$, som på figur 6.2 kan ses både at ramme den første og anden egenfrekvens, og desuden rammer den omkring egenfrekvenserne. I bilag J er det undersøgt nærmere, hvilken betydning bro- og lastmodellen har for gangbro B's dynamiske respons.

Der er udtrukket fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 4* og 5, hvilke er vist i tabel 6.8.

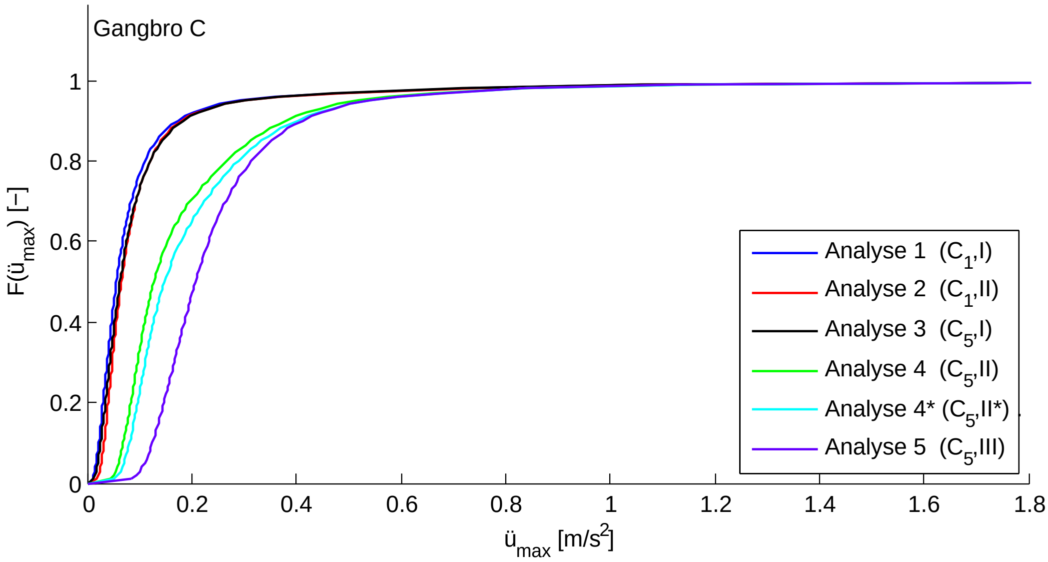
	Analyse 4* (B_5,II*)	Analyse 5 (B_5,III)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,0196	0,0363	85,2
75%	0,0305	0,0517	69,5
95%	0,0721	0,0904	25,4

Tabel 6.8 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 4* og 5, samt afvigelsen mellem disse.*

De absolute afvigelser i tabel 6.8 for gangbro B svarer ca. til absolute afvigelser for gangbro A, men da det generelle accelerationsniveau for gangbro B er meget lavt sammenlignet med gangbro A, så er procentafvigelserne meget store. Set i forhold til den antagede grænseacceleration på 0,7 m/s^2 i en dimensioneringssituation er accelerationsniveauet meget lavt, og de absolute afvigelser er små, hvormed simplere lastmodeller vurderes at være tilstrækkelige til at give et probabilistisk estimat af gangbro B's dynamiske respons.

Gangbro C

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer bestemt ud fra analyse 5 for bromodel C_5 er vist på figur 6.5 sammen med fordelingsfunktionen for analyse 1-4 samt analyse 4*.



Figur 6.5 *Fordelingsfunktioner for gangbro C for analyse 1-5 samt analyse 4*.*

Det ses på figur 6.5, at analyse 5 adskiller sig meget fra analyse 1-3, og en del fra analyse 4 og 4*. Analyse 4 og 4* medtager fem frihedsgrader og hhv. tre og fem lastkomponenter, hvilket har betydning for accelerationsniveauet. Analyse 5 giver større accelerationsniveau end analyse 4 og 4*, hvilket som for gangbro A og B skyldes forskellene i forudsætningerne for lastmodellerne. Det ses på figur 6.2, at lastfrekvenserne for lastmodel III i mere eller mindre grad rammer alle fem egenfrekvenser, hvorimod lastfrekvenserne ved lastmodel II ikke direkte rammer egenfrekvenserne jf. figur 5.13. I bilag J er det undersøgt nærmere, hvilken betydning bro- og lastmodellen har for gangbro C's dynamiske respons.

I tabel 6.9 ses fraktilværdierne og afvigelser for fordelingsfunktionerne for analyse 4* og 5.

	Analyse 4* (C_5,II*)	Analyse 5 (C_5,III)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,1482	0,2074	40,0
75%	0,2540	0,2867	12,9
95%	0,5411	0,5423	0,2

Tabel 6.9 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for analyse 4* og 5, samt afvigelserne mellem disse.*

Ud fra figur 6.5 og fraktilværdierne vist i tabel 6.9 ses det, at accelerationsniveauet er relativt højt sammenlignet med gangbro B. Af denne grund accepteres i en dimensioneringssituation ikke så store afvigelser for gangbro C som for gangbro B. Betragtes 95% fraktilen kan det dog ses på figur 6.5, at der er begrænset forskel på analyse 4, 4* og 5, hvormed alle tre analyser giver tilfredsstillende resultater.

Betragtes derimod hele fordelingsfunktionen, er der som vist i tabel 6.9 stor forskel på analyse 4* og 5. Analyse 1, 2 og 3 ses for denne gangbro at undervurdere accelerationsniveauet betydeligt. Dette skyldes gangbro C's mange lave egenfrekvenser.

6.5 Parameterstudie for lastmodel III

Tilsvarende lastmodel I og II er det interessant at undersøge parametrene i lastmodel III. I dette afsnit undersøges det med en enkelt analyse, hvilken betydning faseforskydningerne har i lastmodel III. Til analysen anvendes bromodel C_5 og i lastmodel III anvendes parametrene i tabel 6.10 og 6.11, hvor faseforskydningerne for alle lastfrekvenser sættes til 0 i stedet for en ligefordeling i intervallet $[-\pi,\pi]$.

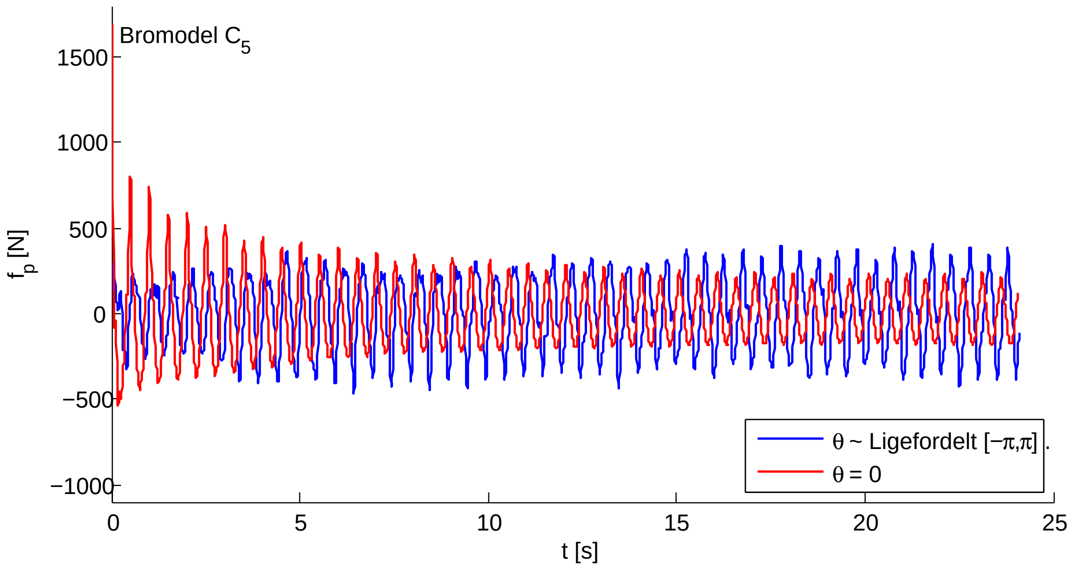
	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]
Fordeling	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75
σ	0,173	0,071	15

Tabel 6.10 *Anvendte fordelinger for gangfrekvensen, skridtlængden og personens masse til at undersøge betydningen af faseforskydningerne.*

	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	α_4 [-]	α_5 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,07	0,05	0,05	0,03
σ	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0,03	0,02	0,02	0,015

Tabel 6.11 *Anvendte fordelinger for de dynamiske lastfaktorer til at undersøge betydningen af faseforskydningerne. [Zivanovic, S. et al., 2007, s. 5]*

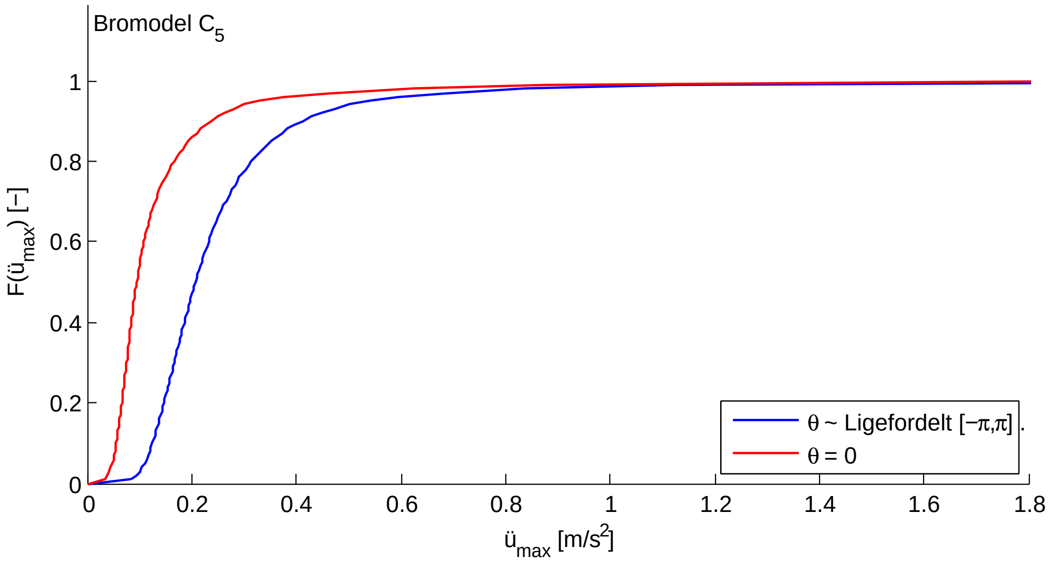
Faseforskydningernes indflydelse på lasthistorien er vist på figur 6.6 for et eksempel, hvor der for parametrene i lastmodellen er anvendt middelværdierne angivet i tabel 6.10 og 6.11.



Figur 6.6 *Lasthistorie for passage af gangbro C.*

Lasthistorierne med ligefordelte faseforskydninger bliver generet forskellige for hver bropassage, hvormed lasten på figur 6.6 er tilfældigt udvalgt. Det bemærkes på figur 6.6, at lasthistorien, hvor faseforskydningerne er sat lig med 0, starter med en værdi på ca. 1700 N, hvorfra indhyldningskurven efterfølgende falder. Desuden ses det, at de to lasthistorier generelt har forskellig form og lastniveau.

Faseforskydningernes betydning for det probabilistiske estimat af bromodel C_5's dynamiske respons er vist på figur 6.7.



Figur 6.7 *Fordelingsfunktion for bromodel C_5.*

Lastmodel III, hvor faseforskydningerne er sat lig med 0, giver jf. figur 6.7 lavere accelerationsniveau end det tilfælde, hvor der anvendes ligefordelte faseforskydninger i intervallet $[-\pi, \pi]$. Da de to analyser medtager samme lastfrekvenser, så må forskellen skyldes faseforskydningerne. På figur 6.6 ses det, at for lastmodel III, hvor faseforskydningerne er sat lig med 0, fås store laster i starten af bropassagen og efterfølgende falder belastningsniveauet, hvilket ikke giver fysisk mening. Den store last i starten af lasthistorien får minimal betydning for accelerationsniveauet, da personen befinder sig tæt på understøtningen. For den resterende del af lasthistorien er lastniveauet generelt lavere end for lastmodel III, hvor der er anvendt ligefordelt faseforskydninger, hvilket må medføre det generelt lavere accelerationsniveau som vist på figur 6.7.

Det ses på figur 6.7, at faseforskydningerne af de enkelte lastfrekvenser i lastmodel III har stor betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel C_5. Dette er i modsætningen til lastmodel II, hvor faseforskydningernes indflydelse blev konkluderet til at være minimal.

6.6 Opsamling

I dette kapitel er det undersøgt, hvilken betydning anvendelsen af lastmodel III har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Lastmodel III tager imodsætning til lastmodel I og II hensyn til, at gangfrekvensen for en gående person varierer under en bropassage. For både gangbro A, B og C har anvendelsen af lastmodel III givet anderledes fordelingsfunktioner for de maksimale accelerationer end lastmodel I, II og II*.

For gangbro A har lastmodel III kun haft lille indvirkning, hvilket skyldes, at gangfrekvensen ofte rammer den første egenfrekvens, som dominerer det dynamiske respons. Dermed vurderes lastmodel I og II tilstrækkelige nøjagtige til foretage et probabilistisk estimat af gangbro A's dynamiske respons.

For gangbro B har den procentvise afvigelse mellem lastmodel II* og III været meget stor, hvilket skyldes, at lastmodel III har lastkomponenter, der rammer alle frekvenser fra $0,25 \cdot f_s - 5,25 \cdot f_s$ heriblandt første og anden egenfrekvens. I forhold til en dimensioneringssituation vurderes det dog ubetydeligt, hvilken lastmodel der anvendes, da det generelle accelerationsniveau er meget lavt set i forhold til den antagede grænseacceleration for komfortniveau på 0,7 m/s^2 med en overskridelsessandsynlighed på 5%.

For gangbro C har lastmodel III haft en vis indflydelse på det probabilistiske estimat af gangbro C's dynamiske respons. Dette skyldes igen, at lastmodel III har lastkomponenter, der rammer alle frekvenser fra $0,25 \cdot f_s - 5,25 \cdot f_s$, hvilket dermed også rammer alle fem egenfrekvenser for gangbro C. Ud fra anlyserne er det fundet, at lastmodel II kan anvendes til at bestemme 95% fraktilen for gangbro C's dynamiske respons, men ønskes fordelingsfunktionen betragtet for det probabilistiske estimat af gangbro C's dynamiske respons, så bør lastmodel III anvendes.

Ud fra analyserne i dette kapitel kan der ikke drages nogle generelle konklusioner, idet betydningen af at anvende lastmodel III afhænger af, hvilken gangbro der betragtes, og om det er fordelingsfunktionen eller udelukkende 95% fraktilen, der betragtes. I en given dimensioneringssituation er det derfor vigtigt, at betragte den givne gangbros egenfrekvenser, og vurdere hvor tæt de ligger på hinanden samt sammenligne disse med lastfrekvenserne i lastmodel III. Herudfra er det muligt at vurdere i en given situation, om det er nødvendigt at anvende den mere komplicerede multi-harmoniske lastmodel, lastmodel III.

Kapitel 7

Lastmodeller og beregningsmetoder for flere personer

I dette kapitel undersøges det, hvordan gangbroers accelerationsniveau kan estimeres, når gangbroer ikke kun belastes af en enkelt gående person, men af flere gående personer. Kapitlet indledes med en diskussion af de fænomener, der er afgørende for modelleringen af lasten fra flere gående personer, og efterfølgende undersøges tre forskellige metoder for beregning af accelerationsniveauet. To af metoderne anvendes derefter til at undersøge, hvorvidt det har betydning om personerne på en gangbro går i en samlet gruppe, eller om de går spredt hen over gangbroen.

7.1 Anvendt metode

I de foregående kapitler er der udelukkende betragtet lasten fra en enkelt gående person på en gangbro, og der er redegjort for, hvorledes bro- og lastmodeller indvirker på det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, når lasten stammer fra en enkelt gående person. Mange gangbroer bliver belastet af flere personer eller sommetider af hele folkemængder. Det er derfor interessant at se på de kombinerede effekter der opstår, når der betragtes flere gående personer ad gangen på en gangbro.

Gennem tiden har der været flere eksempler på gangbroer, der har udvist utilfredsstillende anvendelighed, når der er mange personer, der bevæger sig henover en gangbro på samme tid. Dette hænger sammen med, at vibrationerne af en brokonstruktion kan forstærkes, når der er flere personer, der bevæger sig på en gangbro, idet ganglasten forøges. Der kan derfor forekomme situationer, hvor vibrationsniveauet baseret på last fra en enkelt person vil være et dårligt estimat af det reelle vibrationsniveau, da et øget antal personer vil medføre en øget dynamisk personmasse, hvormed vibrationsniveauet i visse situationer må forventes at blive større. [Caetano, E. et al., 2009, s. 135]

Det ønskes derfor undersøgt, hvorledes der kan tages hensyn til, at en gangbro er belastet af flere personer, hvilket leder frem til det sjette projektspørgsmål:

Hvordan bestemmes et probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons forårsaget af belastning fra flere personer?

For at besvare projektspørgsmålet tages der udgangspunkt i tre forskellige metoder til beregning af accelerationsniveauet, og de benævnes med følgende navne:

- Eurocode
- Matsumotos metode
- Summation af respons

I forstudiet blev lastmodellen angivet i Eurocode behandlet, hvilket er en lastmodel, hvor der er mulighed for at tage hensyn til flere personer, hvorfor denne undersøges i dette kapitel. Matsumoto har desuden angivet en metode, hvor der tages udgangspunkt i det dynamiske respons forårsaget af lasten fra en enkelt gående person, som øges med en faktor afhængig af antallet af personer på en given gangbro, hvilken ligeledes undersøges. Derudover anvendes der en tredje metode, hvor der foretages en summation af tidshistorier for det dynamiske respons.

Matsumotos metode og metoden med summation af respons anvendes efterfølgende til at vurdere, hvorvidt de største accelerationer forekommer i situationer, hvor en gruppe personer går samlet hen over en gangbro, eller hvor et tilsvarende antal personer går spredt hen over en gangbro. Formålet hermed er at vurdere, om dette er en faktor, der bør tages i betragtning ved dimensioneringen af en gangbro.

Dette kapitel indeholder overordnet følgende punkter:

- Indledende diskussion af hvorledes lasten fra flere personer modelleres.
- Undersøgelser af de tre metoder - Eurocode, Matsumotos metode og summation af respons.
- Probabilistisk estimering af en gangbros dynamiske respons ved belastning af en samlet gruppe personer, der bevæger sig hen over en gangbro ved brug af både Matsumotos metode samt metoden med summation af respons.
- Probabilistisk estimering af en gangbros dynamiske respons ved belastning af personer, der bevæger sig spredt hen over en gangbro ved brug af både Matsumotos metode samt metoden med summation af respons.

De enkelte undersøgelser og forudsætningerne for disse uddybes nærmere i de enkelte afsnit.

7.2 Modellering af last fra flere gående personer

I flere dimensioneringsstandarder og -vejledninger vedrørende anvendelsesgrænsetilstanden ifm. vibrationer af gangbroer betragtes kun én eller få gående personer, hvorudfra accelerationsniveauet bestemmes. De mange tilfælde af utilfredsstillende anvendelsesgrænsetilstande for opførte gangbroer, har ført til øget fokus på at opdatere og udvikle mere rationelle dimensioneringsvejledninger, der ikke kun behandler tilfælde med én gående person, men også situationer med flere gående personer og effekten på accelerationsniveauet. [Caetano, E. et al., 2009, s. 135]

For 90 år siden stillede Tilden et spørgsmål, som stadig ikke er besvaret:

> *Against what loads, horisontal and vertical, should an engineer design a structure which is likely to have to carry a dense crowd of human beings?*

[Tilen C. J., 1913]

I et forsøg på at besvare dette spørgsmål blev to ekstreme tilfælde betragtet. Tilden bemærkede dog, at ingen af de to ekstreme tilfælde er korrekte i virkeligheden. Det ene ekstreme tilfælde er at betragte en forøgelse af lasten som direkte proportional med antallet af involverede personer ift. lasten fra en enkelt gående person. Det andet ekstreme tilfælde er udelukkende at betragte den statiske vægt af personerne, og derved se bort fra det dynamiske bidrag. Som nævnt er ingen af disse tilfælde korrekte antagelser i virkeligheden, og den virkelige last fra flere gående personer vil derfor ligge mellem de to ekstreme tilfælde. Dette er opstillet i formel (7.1). [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 32]

$$\sum_{a=1}^{N_p} m_{p,a} \cdot g < f_{Np} < f_p \cdot N_p \tag{7.1}$$

hvor
a angiver indeks for personer [-]
N_p er antallet af personer [-]
$m_{p,a}$ er massen af person nr. a [kg]
f_{N_p} er lasten fra N_p gående personer [N]
f_p er lasten fra én gående person [N]

Lasten afhænger af tætheden af de personer, der på samme tid bevæger sig hen over en gangbro og af personernes gang. Hvis tætheden er mindre end 1 person/m^2 er der ingen interaktion imellem personerne [Caetano, E. et al., 2009, s. 11]. Dette betyder, at personerne går på en gangbro uafhængigt af hinanden, og påvirker dermed ikke hinandens gang. Stiger tætheden derimod er der ikke længere tale om fri gang, da personerne går meget tæt, og der skal derfor tages hensyn til interaktion mellem de gående personer. Interaktionen består i, at personerne har tendens til at gå i takt og bevæge sig med samme ganghastighed. Ved forsøg er det bl.a. fundet, at ganghastigheden falder, når tætheden stiger. [Caetano, E. et al., 2009, s. 11], [Pimentel, R. L. et al, 2009, s. 298]

Tilstedeværelsen af personer på en gangbro kan ændre de dynamiske egenskaber for konstruktionen, som f.eks. dæmpningen, hvilket har betydning for en gangbros vibrationsniveau. Det forventes, at menneske-konstruktion interaktionen har større betydning jo flere personer, der opholder sig på en gangbro. Som nævnt i afsnit 1.2 tages der ikke hensyn til dette fænomen, da dette er kompliceret at modellere og uden for projekts rammer. Der anvendes derfor den "tomme" konstruktions dynamiske egenskaber i analyserne af vibrationsniveauet. Det bør dog bemærkes, at denne afgrænsning har størst og måske væsentlig betydning for accelerationsniveauet, når der i dette kapitel betragtes flere gående personer på en gangbro ift. de forrige kapitler.

7.2.1 Forudsætninger anvendt i de følgende undersøgelser

I de følgende afsnit foretages analyser af accelerationsniveauet, hvor der forekommer flere gående personer på en gangbro. Det vælges udelukkende at betragte gangbro A for at reducere antallet af analyser.

Ud fra kapitel 5 er det vurderet, at antallet af frihedsgrader i bromodellen for gangbro A og antallet af lastkomponenter ikke har betydning for det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for gangbro A. Der vælges derfor en dynamisk bromodel med én frihedsgrad, svarende til bromodel A_1, og der tages udgangspunkt i lastmodel I. Idet egensvingningsformen for denne bromodel er en halv sinusform, betragtes i analyserne accelerationerne på midten af gangbro A, da det er der de maksimale accelerationer opstår ved analyser af bromodel A_1.

For at tage udgangspunkt i noget konkret, så vælges det at betragte otte personer, der bevæger sig hen over gangbroen.

7.3 Lastmodel anført i Eurocode

I Eurocode er der som beskrevet i afsnit 3.4 udelukkende behandlet rytmisk personlast. For den rytmiske personlast er der opstillet en lastmodel, der er gældende for flere personer, og selvom ganglast ikke er en rytmisk personlast, så er der alligevel angivet parametre for gående personer, der ikke går i takt.

Lastmodellen er opstillet i afsnit 3.4, hvor den rytmiske personlast modelleres ved harmoniske lastkomponenter ved personernes bevægelsesfrekvens. Lastmodellen er en deterministisk model, hvorfor den ikke tager hensyn til, at den dynamiske last fra personer i bevægelse grundlæggende er stokastisk. Den rytmiske personlast i lodret retning er gengivet i formel (7.2), hvor de anvendte parametre er vist i tabel 7.1.

$$f_{N_p}(t) = F_P \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^{3} \alpha_i \cdot S_i \cdot sin(2 \cdot \pi \cdot i \cdot n_P \cdot t + \varphi_i)\right) \tag{7.2}$$

hvor

F_P er den gennemsnitlige statiske personlast per m^2 vandret projektionsareal. Den gennemsnitlige vægt af hver person kan normalt regnes til 75 kg [N]
α_i er den dynamiske lastfaktor for den i'te harmoniske lastkomponent i lodret retning [-]
S_i er størrelsesreduktionsfaktoren for den i'te harmoniske lastkomponent. S_i tager hensyn til den reducerede korrelation mellem personernes bevægelser [-]
n_P er bevægelsesfrekvensen for personerne [Hz]
t er tiden [s]
φ_i er faseforskydningen for den i'te harmoniske lastkomponent i lodret retning [rad]

[EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

Aktivitet	F_P [kN/m^2]	n_P [Hz]	α_1 [-]	α_2 [-]	α_3 [-]	ρ_1 [-]	ρ_2 [-]	ρ_3 [-]
Gang. Personer går ikke i takt.	Vurderes	1,6-2,4	0,4	0,1	0,06	0	0	0

Tabel 7.1 *Parametre til bestemmelse af den karakteristiske ganglast. [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Tabel C.1]*

Der betragtes otte personer, der bevæger sig med en tæthed på 0,9 personer/m^2 hen over gangbro A. For den gennemsnitlige statiske personlast anvendes derfor en last på 663 N/m^2, svarende til den gennemsnitlige vægt af en person på 75 kg. Det antages, at de otte personer bevæger sig i en gruppe hen over gangbroen, hvor gangbroen har en bredde der gør, at lasten kan simplificeres til en punktlast. Det antages hermed, at de otte personer er på gangbroen samtidigt, og der tages derfor ikke hensyn til, at personerne ikke ankommer til og forlader gangbroen samtidigt.

Metoden angiver, at det skal sikres, at der opstår resonans. Derfor skal bevægelsesfrekvensen for personerne ligge så tæt på gangbroens egenfrekvens som muligt. Idet bevægelsesfrekvensen jf. tabel 7.1 for gang ligger i intervallet 1,6-2,4, så vælges det at anvende en bevægelsesfrekvens for personerne på 2,0 Hz, hvilket svarer til egenfrekvensen af bromodel A_1.

Faseforskydningerne skal fastsættes ved de mest ugunstige værdier, men idet det er fundet i afsnit 3.4, at faseforskydningerne er af minimal betydning, vælges det at se bort fra faseforskydningerne.

Størrelsesreduktionsfaktoren S_i for den i'te harmoniske lastkomponent tager hensyn til den reducerede korrelation mellem personernes bevægelser, og bestemmes ud fra formel (7.3).

$$S_i = \sqrt{\rho_i + (1 - \rho_i) \cdot \frac{1}{N_e}} \tag{7.3}$$

hvor

ρ_i er korrelationskoefficienten for den i'te harmoniske lastkomponent jf. tabel 7.1 [-]
N_e er det effektive antal personer, der bestemmes ud fra formel (7.4) [-]

$$N_e = N_p \cdot \frac{\left(\frac{1}{N_p} \cdot \sum_{a=1}^{N_p} \gamma_a\right)^2}{\frac{1}{N_p} \cdot \sum_{a=1}^{N_p} {\gamma_a}^2} \tag{7.4}$$

hvor
N_p er antallet af personer [-]
γ_a er influenstallet for responset stammende fra person nr. a's last på en given gangbro [-]

[EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]

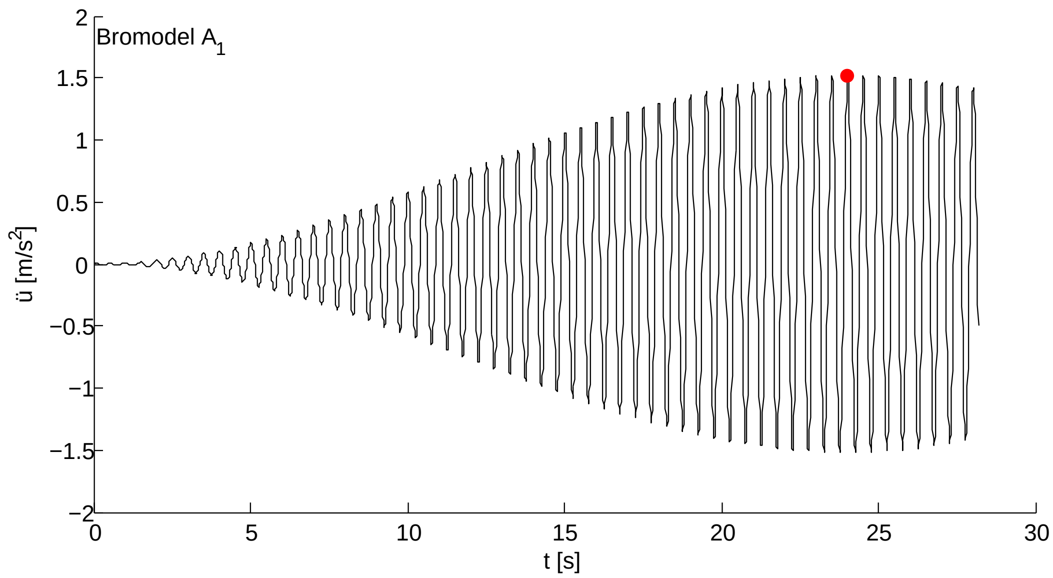
I det danske nationale anneks til *Eurocode 1* er det antaget, at influenstallet har samme fortegn for alle personerne [EN 1991-1-1 DK NA, 2007, Anneks C, afsnit C.2]. I dette afsnit betragtes en gruppe på otte personer, der går samlet over gangbroen. Idet personerne går samlet, så antages det, at alle personerne bidrager lige meget til gangbroens dynamiske respons. Det antages derfor, at gangbroen har konstant influenstal for alle personerne, hvorfor $N_e = N_p = 8$ personer. Hermed bliver $S_i = \sqrt{\frac{1}{8}} = 0,35$ for lastkomponent 1, 2 og 3 ud fra formel (7.3).

Som nævnt i afsnit 3.4 er der ikke anført i Eurocode, hvordan det dynamiske respons kan beregnes ud fra lasten. Derfor forløber beregningen af den maksimale lodrette acceleration tilsvarende beregningen jf. afsnit 3.3.2 og bilag B. Ganghastigheden skønnes ved at antage, at personernes skridtlængde svarer til middelværdien $l_s = 0,71$ m jf. afsnit 2.3.1, og hastigheden bestemmes som produktet af gangfrekvensen og skridtlængden. Det vil sige der anvendes en ganghastighed af gruppen på 1,42 m/s.

Der er udarbejdet et MatLab-program til beregning af den maksimale lodrette acceleration ud fra lastmodellen opstillet i Eurocode jf. formel (7.2). Programmet kan ses i mappen *Eurocode* på den vedlagte CD-ROM. Programmet er beskrevet i bilag E.1.

I afsnit 3.4 er det fundet, at der tilnærmelsesvis er konvergens for den maksimale acceleration ved et tidsskridt på $\Delta t = 0,01$ s, hvorfor dette anvendes i beregningen af accelerationen ud fra lastmodellen angivet i Eurocode.

På figur 7.1 ses den fundne tidshistorie for accelerationen for bromodel A_1. Det bemærkes, at beregningen af gangbroens dynamiske respons stopper, når personen forlader gangbroen.



Figur 7.1 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel A_1 bestemt ud fra Eurocode. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*

Ved at sammenligne figur 7.1 med figur 3.8 ses det, at formen af indhyldningskurven for tidshistorierne for accelerationen er ens, når der betragtes hhv. én og otte personer i en gruppe. Amplituden på accelerationsniveauet er dog væsentligt højere, når der betragtes flere personer. Dette er i overensstemmelse med, at lastmodellen tager hensyn til, at der er flere personer på gangbroen. Den maksimale acceleration forekommer ud fra figur 7.1 til tiden 24 s for bromodel A_1, hvilket svarer til, at personen har bevæget sig $\frac{17}{20}$ af brolængden.

Den maksimale acceleration for bromodel A_1 er angivet i tabel 7.2. Ved at betragte formel (7.2) ses det, at lasten forårsaget af de otte personer er givet ved lasten fra én gående person multipliceret med en forøgelsesfaktor, som svarer til antallet af personer ganget med størrelsesreduktionsfaktoren, dvs. $8 \cdot S_i = 8 \cdot \sqrt{\frac{1}{8}} = 2,8$. Sammenlignes den maksimale acceleration for bromodel A_1 forårsaget af én gående person beregnet ud fra Eurocode jf. tabel 3.6 med den maksimale acceleration forårsaget af otte gående personer jf. tabel 7.2, findes en forøgelsesfaktor på 2,8. Denne faktor, der angiver hvor meget broresponset for otte personer er forøget ift. én gående person er angivet i tabel 7.2. Det ses derfor, at både lasten og broresponset er forøget med samme faktor ift. én gående person, hvorfor det må antages, at der er en lineær sammenhæng mellem kræfter og accelerationer.

	$\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]	Forøgelsesfaktor [-]
Bromodel A_1	1,52	2,8

Tabel 7.2 *Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 beregnet ud fra lastmodellen angivet i Eurocode samt en faktor, der angiver hvor meget broresponset er forøget ift. én person.*

7.4 Matsumotos metode

Nogle af de første undersøgelser med ganglast fra flere personer, er udført af Matsumoto. Han foreslog en estimering af det dynamiske respons fra flere personer ved at multiplicere responset fra en enkelt person, der fremkalder resonans, med en faktor $\sqrt{N_p}$, hvor N_p er antallet af personer på gangbroen til et givent tidspunkt. Det bemærkes, at metoden kun er gældende for personer, der ikke går i takt. [Caetano, E. et al., 2009, s. 138], [Matsumoto, Y. et al., 1978], [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 32]

Der foretages en analyse af bromodel A_1, hvor der anvendes lastmodel I til at beskrive responset fra én gående person. Responset multipliceres herefter med faktoren $\sqrt{N_p}$, som bestemmes til hvert tidspunkt, hvormed der tages hensyn til, at personerne ikke ankommer til og forlader gangbroen samtidigt. Antallet af personer er derfor forskelligt til forskellige tidspunkter, hvilket der tages hensyn til ved bestemmelsen af faktoren $\sqrt{N_p}$.

Der betragtes igen otte personer, og idet Matsumoto antog, at gangfrekvensen svarer til resonansfrekvensen, anvendes en gangfrekvens på 2,0 Hz. For personernes masse, den dynamiske lastfaktor samt ganghastigheden anvendes de samme parametre som ved beregningerne ud fra Eurocode, hvilket er gengivet i tabel 7.3.

f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]	v [m/s]
2,0	75	0,4	1,42

Tabel 7.3 *Anvendte værdier for parametrene i lastmodel I ifm. anvendelse af Matsumotos metode.*

Matsumoto har formuleret, at det kan antages, at personerne ankommer til gangbroen efter en Poissonfordeling. Poissonfordelingen angiver sandsynligheden for, hvor mange gange en hændelse sker indenfor et tidsinterval. I denne sammenhæng er hændelsen en ankomst til gangbroen. Da det ved denne undersøgelse er antaget, at der bevæger sig otte personer ind på gangbroen, er det kun interessant at kende den tidsafstand, hvormed de enkelte personer ankommer til gangbroen.

For en given Poissonproces, er tidsafstanden imellem hændelserne, dvs. ankomsterne, styret af en eksponentialfordeling, hvor fordelingsfunktionen herfor er givet i formel (7.5). [Ayyub, B. M. et al., 2003, s. 141]

$$F(t_{afs}) = 1 - e^{-\lambda_{an} \cdot t_{afs}} \tag{7.5}$$

hvor
t_{afs} er tidsafstanden mellem to ankomster til gangbroen [s]
λ_{an} er middelhyppigheden af ankomsten til gangbroen [personer/s]

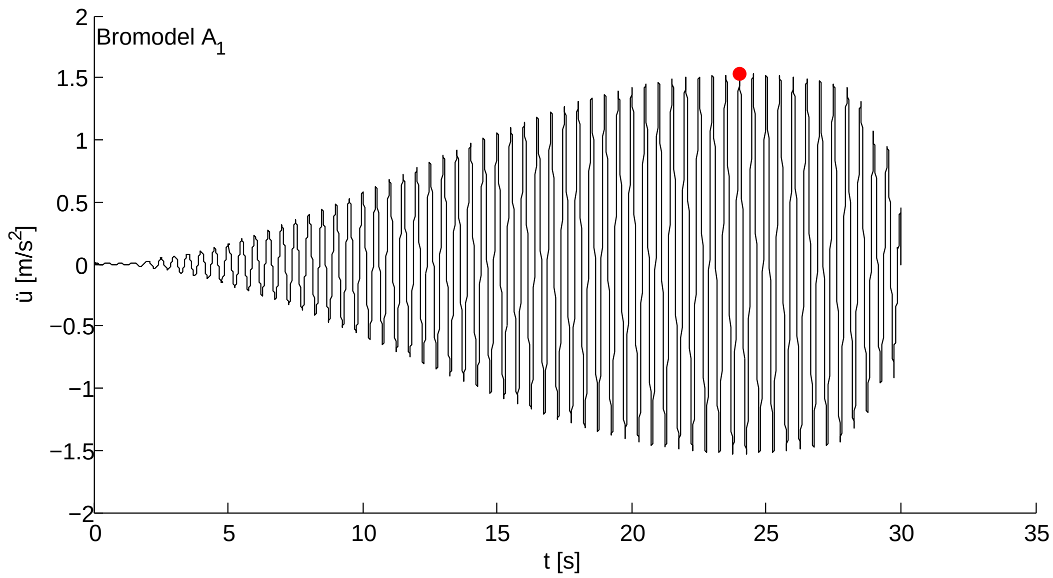
[Ayyub, B. M. et al., 2003, s. 141]

Eksponentialfordelingen anvendes til at bestemme tidsafstanden mellem ankomsterne til gangbroen t_{afs}. Det tager ca. 28 s for en person at bevæge sig hen over gangbro A med en ganghastighed på 1,42 m/s. Det vurderes derfor, at de otte personer kan antages at bevæge sig i en gruppe hen over gangbroen, hvis de alle er ankommet til gangbroen indenfor 2 s. Det vælges derfor at sætte $\lambda_{an} = 4$ personer/s, hvorved afstanden fra første til sidste person i gennemsnit er 2 s. For at bestemme de syv tidsintervaller mellem de otte personer laves syv Monte Carlo simuleringer, som giver syv eksponentialfordelte tidsafstande.

Idet Matsumotos metode går ud på at betragte broresponset forårsaget af én gående person og multiplicere med faktoren $\sqrt{N_p}$, er det i dette projekt valgt, at sætte lasten fra den gående person lig med nul efter at den første person har forladt gangbroen. Dette betyder, at det er broresponset forårsaget af den første person, der træder ind på broen, der multipliceres med faktoren $\sqrt{N_p}$.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af den maksimale lodrette acceleration ud fra Matsumotos metode. Programmet kan ses i mappen *Matsumoto* på den vedlagte CD-ROM og er beskrevet i bilag E.4.

I afsnit 5.3 er det valgt at bestemme accelerationsniveauet med et tidskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen, da dette ift. beregningstid og nøjagtighed tilsvarende forstudiet vurderes passende. Det vælges også at anvende dette tidsskridt i analysen i dette afsnit. På figur 7.2 ses den fundne tidshistorie for accelerationen for bromodel A_1.



Figur 7.2 *Tidshistorie for accelerationen af bromodel A_1 bestemt ud fra Matsumotos metode. Det røde punkt angiver den maksimale acceleration.*

Ved at sammenligne figur 7.1 og 7.2 ses det, at formen på indhyldningskurven for tidshistorierne er næsten ens undtagen til de sidste tidspunkter. Dette skyldes, at der på figur 7.2 er taget hensyn til, at personerne ikke forlader gangbroen på samme tidspunkt. Derfor forekommer der færre personer på gangbroen i slutningen af tidshistorien, hvilket forårsager det mindre accelerationsniveau. Tilsvarende er der også taget hensyn til, at personerne ikke ankommer til gangbroen på samme tidspunkt. Dette er dog af mindre betydning for tidshistorien af accelerationsniveauet, da accelerationerne er meget små til de første tidspunkter.

Det kan ud fra figur 7.2 ses, at der i Matsumotos metode ikke er taget hensyn til henfaldet af responset fra en person, der har forladt gangbroen, men udelukkende hvor mange personer der er på gangbroen. Dette er en væsentlig forsimpling i metoden. I dette tilfælde betyder det dog ikke noget for resultatet af den maksimale acceleration, da denne forekommer inden, der er nogle, der har forladt gangbroen.

Sammenlignes tidshistorien for accelerationer bestemt ud fra Matsumotos metode med tidshistorien for accelerationer bestemt ud fra Eurocode ses det, at accelerationerne falder væsenligt i slutningen af tidsserien, hvilket skyldes, at Matsumotos metode ikke tager hensyn til henfaldet af broresponset, når en person har forladt gangbroen. Eurocode tager ikke hensyn til, at personerne ikke ankommer til og forlader gangbroen samtidigt, hvorfor der estimeres et højere accelerationsniveau i slutingen af tidsserien ift. Matsumotos metode. Det vurderes dog, at Eurocode giver bedre estimater for accelerationsniveauet end Matsumotos metode, grundet manglende hensyntagen til henfaldet af broresponset, når en person forlader gangbroen ved Matsumotos metode.

På figur 7.2 er tidshistorien af accelerationsniveauet længere end på figur 7.1, hvilket skyldes, at der forekommer en tidsforskel i ankomsten til gangbroen. Den maksimale acceleration forekommer ud fra figur 7.1 til tiden 24 s for bromodel A_1, hvilket svarer til, at gruppen af personer har bevæget sig ca. $\frac{17}{20}$ af brolængden. Til tidspunktet for den maksimale acceleration er der otte personer, der bevæger sig på gangbroen, hvilket også var forventet.

Den maksimale acceleration for bromodel A_1 beregnet ud fra Matsumotos metode er angivet i tabel 7.4 sammen med den faktor $\sqrt{N_p}$, som det dynamiske respons for én gående person forøges med. Denne faktor kaldes her forøgelsesfaktoren og svarer til $\sqrt{8} = 2,83$.

	$\ddot{u}_{max}$ [m/s^2]	Forøgelsesfaktor [-]
Bromodel A_1	1,53	2,83

Tabel 7.4 *Den maksimale lodrette acceleration for bromodel A_1 beregnet ud fra Matsumotos metode, og faktoren formuleret af Matsumoto.*

Ved at sammenligne tabel 7.2 og 7.4 ses det, at den maksimale acceleration på midten af bromodel A_1 er næsten ens fundet ud fra lastmodellen angivet i Eurocode og metoden formuleret af Matsumoto. Der forekommer en absolut afvigelse på 0,01 m/s^2 samt en procentafvigelse på 0,66%. Afvigelsen er ikke af væsentlig betydning, men skyldes forskellene i de to metoder.

I Eurocode medtages der tre lastkomponenter, hvor der kun medtages én lastkomponent i lastmodel I. Derudover tages der i Eurocode hensyn til, at der forekommer flere personer på gangbroen ved at indføre en gennemsnitlig statisk personlast samt en størrelsesreduktionsfaktor. I modsætning hertil bestemmes accelerationsniveauet i Matsumotos formulering ud fra lastmodel I, hvor der udelukkende betragtes én gående person på gangbroen. Den beregnede maksimale acceleration for flere personer findes herefter ved at gange det dynamiske respons forårsaget af én gående person med en forøgelsesfaktor afhængig af antallet af personer på gangbroen. I dette tilfælde viser det sig at forøgelsesfaktoren formuleret af Matsumoto har ca. samme størrelse, som forøgelsesfaktoren fundet ud fra Eurocode. Det vurderes derfor, at lastmodellen angivet i Eurocode er baseret på Matsumotos metode.

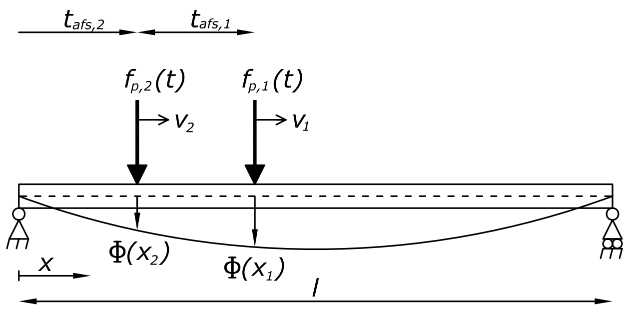
7.5 Metode med summation af respons

En mulig måde at opstille en lastmodel, der beskriver lasten fra flere personer, er at tage udgangspunkt i lastmodellen for én person. En lastmodel for flere personer kan opstilles ved at summere lasten fra den enkelte person på en gangbro, hvormed den modale last kan bestemmes som angivet i formel (7.6).

$$F_{Np}(t) = \sum_{a=1}^{N_p} f_{p,a}(t) \cdot \Phi(x_a) \tag{7.6}$$

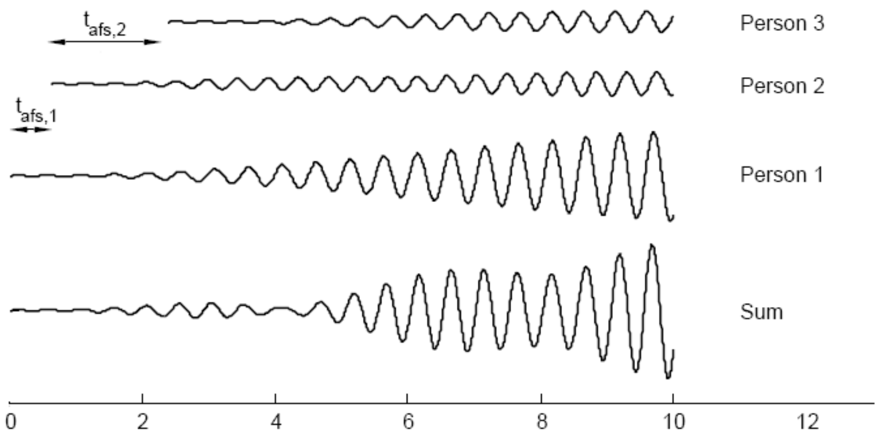
hvor
F_{Np} er den totale modale last [N]
$f_{p,a}$ er lasten fra person a [N]
Φ er egensvingningsformen [-]
x_a er person a's position på den givne gangbro [m]

I formel (7.6) er person a beskrevet ved lasten $f_{p,a}(t)$, som i det følgende er givet ved lastmodel I. Afhængig af, hvor på gangbro A person a befinder sig, ændres værdien af egensvingningsformen i formel (7.6). Egensvingningsformen beskriver dermed person a's indvirkning på den totale modale last ved at have en værdi på 1 på midten af gangbro A og 0 ved understøtningerne. Lastmodellen for flere personer er illustreret på figur 7.3.



Figur 7.3 *Model af to personer som passerer en gangbro.*

I afsnit 7.3 er det fundet, at der kan antages en lineær sammenhæng mellem kræfter og accelerationer. Det er derfor muligt at summere det dynamiske respons forårsaget af lasten fra de enkelte personer, som passerer en gangbro alene, i stedet for at summere lasten fra de enkelte personer som angivet i formel (7.6). Ved en summation af tidshistorier for accelerationer starter tidshistorien for gangbroens dynamiske respons for flere personer med den første person, som går ind på den givne gangbro, og gangbroens dynamiske respons for de efterfølgende enkeltpersoner adderes hertil begyndende fra det tidspunkt, hvor den enkelte person går ind på gangbroen. Dette er illustreret på figur 7.4.



Figur 7.4 *Illustration af hvordan tidshistorierne summeres. Den nederste tidshistorie er summen af otte tidshistorier, hvor tre af disse er vist.*

Illustrationen på figur 7.4 viser bl.a., at en gangbros dynamiske respons forårsaget af de enkelte personer forstærker og ophæver hinanden, og dermed bliver amplituden på det samlede dynamiske respons ikke nødvendigvis større.

For at undersøge hvorvidt Matsumotos metode giver samme resultater af accelerationsniveauet som ved at summere tidshistorier for en gangbros dynamiske respons, så foretages der en analyse, hvor Matsumotos antagelser anvendes i forbindelse med summation af tidshistorier af en gangbros dynamiske respons.

Summation af respons med Matsumotos antagelser

Der betragtes otte personer gående i en gruppe. Ifølge Matsumoto kan det antages at personerne ankommer til gangbro A ved en Poissonfordeling, hvormed ankomsttiden kan bestemmes ved en eksponentialfordeling. Tilsvarende i afsnit 7.4 antages det, at de otte personer alle ankommer til gangbro A indenfor 2 s. Det tager ca. 28 s for en person at bevæge sig hen over gangbroen, og det vurderes derfor, at de otte personer kan antages at bevæge sig i en gruppe hen over gangbroen, hvis de alle er ankommet til gangbroen indenfor 2 s. Det vælges derfor at sætte $\lambda_{an} = 4$ personer/s i formel (7.5), hvorved afstanden fra første til sidste person i gennemsnit er 2 s. For at bestemme de syv tidsintervaller mellem de otte personer laves syv Monte Carlo simuleringer, som giver syv eksponentialfordelte tidsafstande.

Det antages på samme måde som Matsumoto gjorde, at alle personerne går med en gangfrekvens, der svarer til egenfrekvensen og faseforskydningerne i lastmodel I genereres ligefordelt i intervallet $[-\pi, \pi]$. Desuden anvendes værdier angivet i tabel 7.5 for parametrene i lastmodel I, hvilket svarer til værdierne anvendt i afsnit 7.4.

f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]	v [m/s]
2,0	75	0,4	1,42

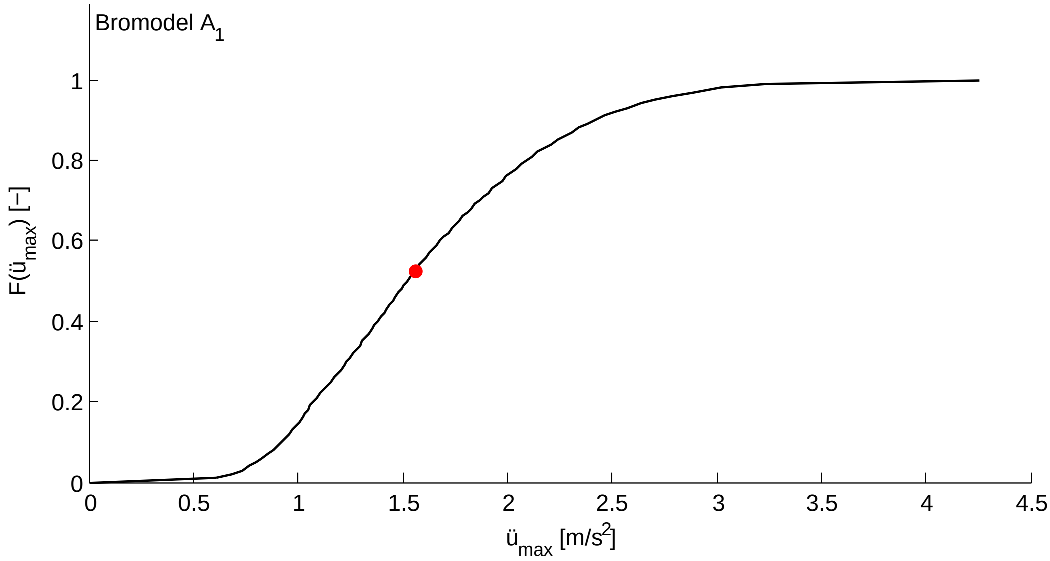
Tabel 7.5 *Anvendte parametre i lastmodel I ifm. undersøgelsen af Matsumotos metode.*

Lasterne fra de enkelte personer forskydes ift. hinanden, idet dette har en væsentlig betydning for summen af lasterne fra de enkelte personer. Forskydelsen af lasten afhænger af faseforskydningen i lastmodel I, som genereres ligefordelt i intervallet [-π, π], da de enkelte personer træder forskelligt ind på gangbroen. Desuden afhænger forskydelsen af lasten af tidsafstanden imellem de enkelte personer, som genereres ved en eksponentialfordeling. Afhængigt af, hvordan de enkelte personer træder ind på gangbroen og afstanden imellem personerne, er der mulighed for, at personerne kan gå i takt, dvs. der er ingen forskydelse mellem lasterne fra personerne.

Forskydningen af lasterne findes ved at foretage et antal Monte Carlo simuleringer af faseforskydningerne i lastmodel I og tidsafstandene imellem de otte personer i en gruppe. Der simuleres 100.000 grupper af otte personer, idet det er fundet ved en konvergensanalyse, at dette er et tilstrækkeligt antal Monte Carlo simuleringer til at få en nøjagtig beskrivelse af fordelingsfunktionen, hvor et øget antal Monte Carlo simuleringer ikke giver ændringer i de maksimale accelerationer.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ved at summere tidshistorier for accelerationsniveauet. Programmet kan ses i mappen *Summation af respons* på den vedlagte CD-ROM og er beskrevet i bilag E.4.

Fordelingsfunktionen for bromodel A_1 er vist på figur 7.5.



Figur 7.5 *Fordelingsfunktion for 100.000 grupper, hvor faseforskydningerne i lastmodel I og tidsafstanden mellem personerne er stokastiske. Det røde punkt angiver Matsumotos faktor givet ved* $\sqrt{N_p}$.

Da de enkelte personer er beskrevet ved samme lastmodel, afhænger de maksimale accelerationer angivet på figur 7.5 af faseforskydningerne, og hvorvidt de enkelte personer går i takt eller utakt. Når alle otte personer går fuldstændig i takt, opnås den størst mulige dynamiske kraft på gangbroen, som de otte gående personer kan udgøre. Går personerne derimod nøjagtigt i modfase af hinanden, vil gruppen af personer ikke udøve nogen dynamisk kraft på gangbroen, men derimod en statisk kraft svarende til vægten af personerne, dvs. der vil ikke optræde nogen acceleration af gangbroen.

På figur 7.5 er den største maksimale acceleration bestemt til 4,25 m/s^2, hvilket svarer til, at alle otte personer går i takt. Den maksimale acceleration for en enkelt person er bestemt til 0,56 m/s^2, hvorfor den maksimale acceleration for otte personer, der går i takt iht. den lineære teori, vil give en maksimal acceleration på 4,48 m/s^2. Afvigelsen herfra må skyldes, at der er en lille forskel i størrelsen på værdien af egensvingningsformen for de enkelte personer, da der er en lille tidsafstand imellem personerne, hvormed de otte personer ikke bidrager nøjagtigt lige meget til den samlede modale last.

Matsumotos metode, hvor $\sqrt{N_p}$ ganges på det dynamiske respons fra én gående person antager, at personernes gang er usynkroniserede. Ifølge vibrationsteorien gælder det, at hvis responset pga. N_p ens og tilfældigt fordelte laster er $\sqrt{N_p}$ gange større end responset fra lasten fra en enkelt person, så medfører det, at lasterne er fuldstændig usynkroniserede [Newland, D.E., 1993]. Matsumotos metode tager dermed ikke hensyn til sandsynligheden for, at personer kan gå i takt, og dermed vil denne metode i visse situationer undervurdere accelerationsniveauet.

På figur 7.5 angiver det røde punkt, hvilken værdi Matsumotos metode giver for den maksimale acceleration. Den maksimale acceleration er i afsnit 7.4 bestemt til 1,56 m/s^2, hvilket på fordelingsfunktionen svarer til en 52% fraktil. Hvis dette punkt var placeret ved 0% eller 100% fraktilen, ville der være fuld korrelation imellem personernes gang, dvs. de her ville går i takt eller modtakt. Da Matsumotos metode giver et resultatet midt imellem, dvs. ved 52% fraktilen, bekræfter dette, at personernes gang er ukorrolerede.

Det gælder, at når der anvendes en Poissonfordeling for personers ankomst til gangbroer, er middelamplituden af broresponset forårsaget af last fra flere gående personer, givet ved faktoren $\sqrt{N_p}$ multipliceret med broresponset forårsaget af lasten fra én gående person [Matsumoto, Y. et al., 1978]. Dette svarer til, at Matsumoto har anvendt en 50% fraktil, hvilket er i overensstemmelse med, at det ud fra figur 7.5 er fundet, at den maksimale acceleration bestemt ud fra Matsumotos metode svarer til en 52% fraktil.

Hidtil er der undersøgt tre metoder, hvor der er anvendt deterministiske værdier af de indgående parametre i lastmodel I. De enkelte personer i en ottemands gruppe har dog i virkeligheden ikke samme vægt, gangfrekvens og skridtlængde, hvorfor der i næste afsnit ønskes undersøgt grupper med otte personer, hvor der anvendes stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I. Her anvendes Matsumotos metode og metoden med summation af respons, hvor der tages hensyn til, at parametrene i lastmodel I er stokastiske.

7.6 Stokastisk belastning fra grupper

I afsnit 7.5 er der betragtet en gruppe på otte personer, hvor tidsafstandene mellem ankomsternetil gangbro A er givet ved en eksponentialfordeling. Parametrene anvendt i lastmodel I er i afsnit 7.4 antaget som deterministiske værdier for at anvende samme forudsætninger som Matsumoto gjorde, og dermed undersøge hans metode.

Anvendelse af en deterministisk lastmodel er en væsentlig forsimpling, da lasten i virkeligheden er stokastisk, og parametrene i lastmodel I bør derfor beskrives ved stokastiske variable. I dette afsnit foretages undersøgelser med en stokastisk lastmodel, der skal give et mere realistisk probabilistisk estimat af en gangbros dynamiske respons forårsaget af, at en gruppe der bevæger sig hen over en gangbro.

Der betragtes en gruppe på otte personer, der ankommer til gangbro A med en ankomsttid, der er eksponentialfordelt. Tilsvarende afsnit 7.4 betragtes en samlet gruppe, hvorfor det vælges, at middelhyppigheden af ankomsten til gangbroen λ_{an} sættes derfor til 4 personer/s i formel (7.5). For at bestemme de syv tidsintervaller mellem de otte personer laves syv Monte Carlo simuleringer, som giver syv eksponentialfordelte tidsafstande.

Der foretage to analyser af bromodel A_1 i dette afsnit, hvor der hhv. bestemmes et probabilistisk estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ud fra hhv. Matsumotos metode samt ud fra metoden med summation af tidshistorier for broresponset forårsaget af enkeltpersoner, der krydser gangbroen alene.

Matsumotos metode

Den første analyse foretages ved at anvende Matsumotos metode. Der anvendes lastmodel I for én gående person med parametrene angivet i tabel 7.6, mens ganghastigheden bestemmes som produktet af gangfrekvensen og skridtlængden.

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]	φ_1 [rad]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal	Deterministisk
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$	0
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$	0

Tabel 7.6 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel I ifm. anvendelsen af Matsumotos metode.*

Det dynamiske respons forårsaget af last fra flere personer bestemmes som beskrevet i afsnit 7.4 ved at multiplicere det dynamiske respons forårsaget af én gående person med faktoren $\sqrt{N_p}$ til hvert tidsskridt. Ved bestemmelsen af denne faktor til et givent tidspunkt, tages der hensyn til, at personerne ikke ankommer til og forlader gangbroen samtidigt. Antallet af personer på gangbroen er derfor forskelligt til forskellige tidspunkter, hvilket der tages hensyn til ved bestemmelsen af faktoren $\sqrt{N_p}$.

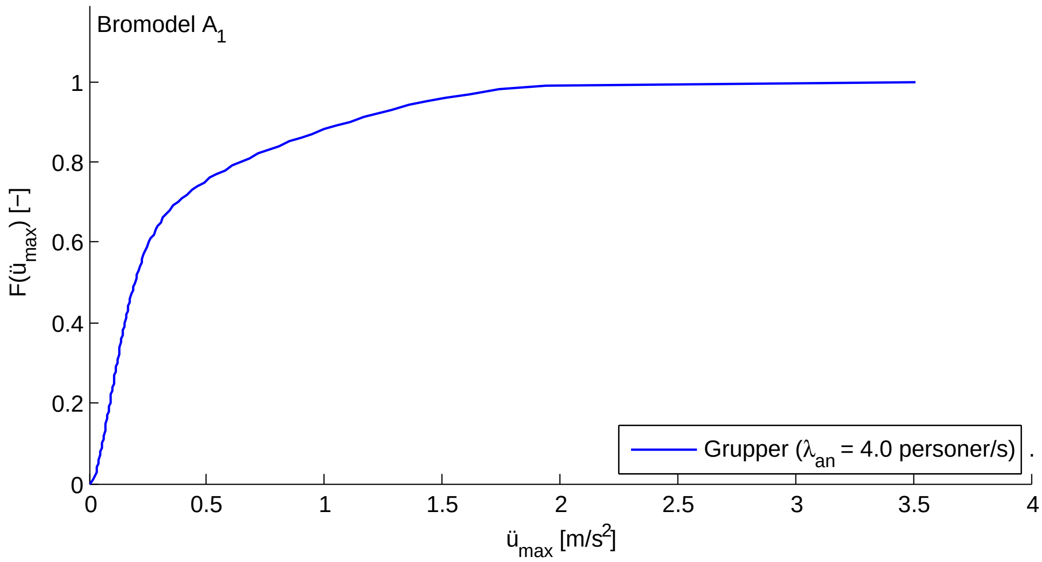
Da de otte personer går i en tæt samlet gruppe, hvilket skyldes værdien for middelhyppigheden af ankomsten λ_{an}, betyder det, at de otte personer træder ind på gangbroen næsten samtidig og træder af gangbroen næsten samtidig. Dette medfører for Matsumotos metode, at faktoren $\sqrt{N_p}$ til næsten alle tidspunkter er givet ved $\sqrt{8}$, hvormed den maksimale acceleration forårsaget af last fra gruppen af personer forventes at være forøget med $\sqrt{8}$ ift. lasten fra én gående person.

I forbindelse med anvendelsen af Matsumotos metode må det gælde, at alle personerne i en gruppe bevæger sig med samme ganghastighed, idet broresponset forårsaget af flere personer er bestemt ud fra broresponset fra én gående person ved en forøgelse med faktoren $\sqrt{N_p}$. Dette er en realistisk antagelse i denne analyse, da de otte personer går i en samlet gruppe, og det derfor er sandsynligt, at personerne går med den samme ganghastighed.

Der foretages tilsvarende forstudiet jf. afsnit 3.5 en analyse, hvor der laves 300.000 Monte Carlo Monte Carlo simuleringer af de normalfordelte parametre i lastmodel I, og der anvendes et tidskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen. Dette vælges, da der vil være otte personer på gangbroen i næsten alle tilfælde, selvom der optræder en ekstra stokastisk variabel t_{afs} ift. forstudiet. Matsumotos faktor som ganges på de maksimale accelerationer bliver derfor $\sqrt{8}$ i næsten alle tilfælde, og det antages derfor, at dette ikke påvirker konvergensen af fordelingsfunktionen. Det bemærkes, at idet der foretages Monte Carlo simuleringer af hhv. gangfrekvensen og skridtlængden, så bevirker dette, at ganghastigheden for gruppen ændres ved hver Monte Carlo simulering.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ud fra Matsumotos metode. Programmet kan ses i mappen *Matsumoto* på den vedlagte CD-ROM, og er beskrevet i bilag E.4.

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer fundet for bromodel A_1 ved at anvende Matsumotos metode er vist på figur 7.6



Figur 7.6 *Fordelingsfunktion for bromodel A_1 ved anvendelse af Matsumotos metode.*

Ud fra figur 7.6 ses det, at formen på fordelingsfunktionen er tilsvarende fordelingsfunktionerne optegnet i de foregående kapitler for én gående person. Dette er i overensstemmelse med, at fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer for bromodel A_1 forårsaget af én gående person jf. figur 5.6 blot er multipliceret med faktoren $\sqrt{8}$.

Ved at betragte accelerationsniveauet for en gruppe jf. figur 7.6 ift. for én person jf. figur 5.6 ses det, at accelerationsniveauet er væsentligt større, når der bevæger sig en gruppe hen over gangbroen, hvilket også var forventet.

Metode med summation af respons

Den anden analyse laves ved at foretage en summation af tidshistorier for accelerationsniveauet for de otte personer, der bevæger sig hen over gangbro A enkeltvis, hvilket er beskrevet og illustreret i afsnit 7.5.

De otte personer går i en tæt samlet gruppe, hvilket skyldes værdien for middelhyppigheden af ankomsten λ_{an}. Når personer bevæger sig i en samlet gruppe er det sandsynligt, at personerne vil gå med samme ganghastighed, og med lidt varierende gangfrekvens og skridtlængde i overensstemmelse med formel (7.7) [Zivanovic, S. et al., 2005, s. 33].

$$v = f_s \cdot l_s \tag{7.7}$$

[Zivanovic, S. et al., 2005, s. 33]

Hvorledes en gruppe på otte gående personer vil fastsætte en fælles ganghastighed, er svært at beskrive, da mennesker går forskelligt. Ganghastigheden af den enkelte person er styret af den enkelte persons normalt anvendte skridtlængde og gangfrekvens, men da personer i en gruppe går forskelligt, må den enkelte person hver især tilpasse sin gang til den fælles ganghastighed. I analysen i dette afsnit kan dette gøres ved at foretage Monte Carlo simuleringerne på to måder:

1. $f_s = \frac{l_s}{v}$, l_s *simuleres*
2. $l_s = \frac{f_s}{v}$, f_s *simuleres*

Ved den første metode simuleres skridtlængden for den enkelte person, og ud fra en fastsat ganghastighed for gruppen beregnes den enkelte persons gangfrekvens. Hermed er det indirekte antaget, at den enkelte person altid går med den samme skridtlængde og tilpasser sig en gruppes ganghastighed ved at ændre på gangfrekvensen. Ved den anden metode forholder det sig lige modsat, hvor det antages, at en person altid går med samme gangfrekvens og ændrer derfor skridtlængde for at tilpasse sig en gruppes ganghastighed. Virkeligheden vil sandsynligvis være en kombination af de to metoder, hvormed den ene metode ikke er mere korrekt end den anden.

Det er fundet, at det ikke er uden betydning for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, hvilken af de to metoder der anvendes. Dette skyldes, at fordelingen for gangfrekvensen er lidt forskellig ved de to metoder. Da gangfrekvensen har stor betydning for accelerationsniveauet, bliver der derfor en forskel i fordelingsfunktionerne fundet ud fra de to metoder. Idet der ved de øvrige undersøgelser i denne rapport ikke er taget hensyn til, hvordan personer i en gruppe tilpasser sin gang, så gåes der ikke nærmere i dybden med denne problemstilling. Ved de følgende undersøgelser antages det, at virkeligheden kan modelleres med metode 2, da der ved denne metode anvendes en normalfordeling for den mest styrende parameter, gangfrekvensen.

I lastmodel I anvendes der derfor stokastiske variable for hhv. gangfrekvensen, personernes masse samt den dynamiske lastfaktor, som er angivet i tabel 7.7. Desuden medtages faseforskydningen i lastmodel I, hvor der anvendes en ligefordeling i intervallet $[-\pi, \pi]$.

	f_s [Hz]	m_p [kg]	α_1 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$
σ	0,173	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$

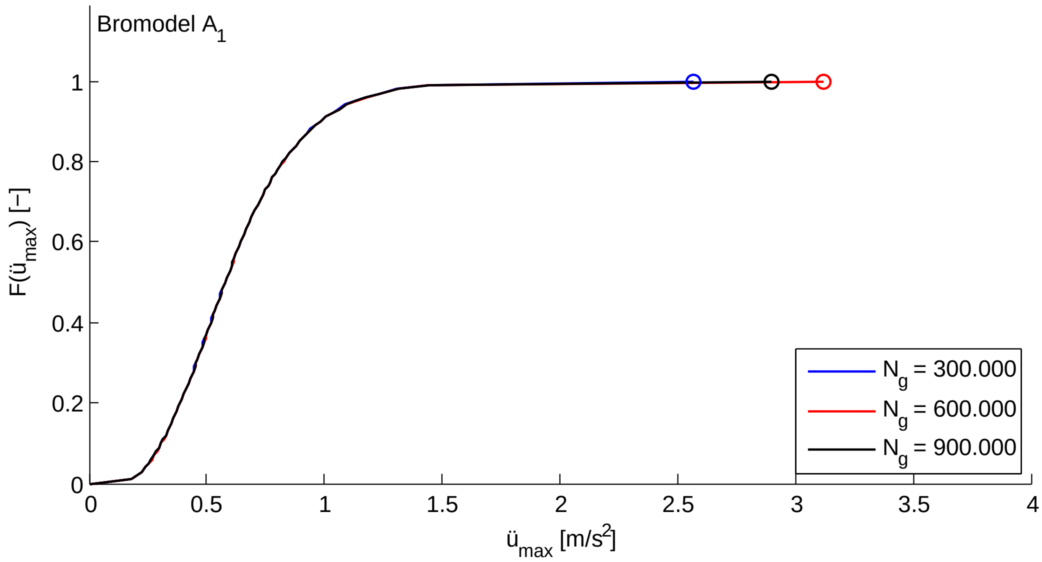
Tabel 7.7 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel I ifm. anvendelsen af metoden med summation af respons.*

Ganghastigheden for gruppen af personer fastsættes ved at foretage otte Monte Carlo simuleringer af gangfrekvensen svarende til de otte personer i gruppen. Herefter foretages én Monte Carlo simulering af skridtlængden for den person, der først træder ind på gangbroen ved den stokastiske variabel N∼(0,71 m; 0,071 m). Ganghastigheden for gruppen fastsættes herefter ved at multiplicere gangfrekvensen og skridtlængden for den person, der først træder ind på gangbroen. Skridtlængden for de resterende syv personer i gruppen kan herefter bestemmes ud fra ganghastigheden og de simulerede gangfrekvenser jf. formel (7.7). Ganghastigheden for en gruppe af personer ændres derfor hver gang der foretages en simulering af en gruppe.

Der bestemmes en tidshistorie for broresponset for hver enkelt person. Tidshistorierne for accelerationerne af de otte personer i en gruppe forskydes og summeres som beskrevet i afsnit 7.5, svarende til, at de otte personer ankommer til gangbroen i en gruppe med en eksponentialfordelt ankomsttid. I den summerede tidshistorie for accelerationsniveauet bestemmes den maksimale acceleration, som anvendes til optegningen af en fordelingsfunktion.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ved at summere tidshistorier for accelerationsniveauet. Programmet kan ses i mappen *Summation af respons* på den vedlagte CD-ROM, og er beskrevet i bilag E.5.

Da der i forhold til de tidligere kapitler er indført en ny stokastisk variabel, ankomsttiden, er der lavet en konvergensanalyse for antallet af simulerede grupper N_g for at vurdere, hvor stort et antal simuleringer denne type analyse kræver. På figur 7.7 er det vist, hvad et øget antal simuleringer betyder for fordelingsfunktionen.



Figur 7.7 *Fordelingsfunktion ved simulering af 300.000, 600.000 og 900.000 grupper. Cirklerne angiver 100% fraktilen for fordelngsfunktionerne.*

På figur 7.7 ses det, at alle tre fordelingsfunktioner generelt er sammenfaldende, men de tre fordelingsfunktioner afviger dog fra hinanden ved 100% fraktilen. Dette skyldes, at jo flere simuleringer der laves, jo større er sandsynligheden for at simulere otte personer, der går i takt med en gangfrekvens, der svarer til egenfrekvensen. Betragtes den resterende del af fordelingsfunktionen er 300.000 grupper tilstrækkeligt til at opnå et tilfredsstillende probabilistisk estimat af det dynamiske respons.

Ved at sammenligne figur 7.6 og 7.7 ses det, at formen på fordelingsfunktionerne er forskellig. Ud fra figur 7.7 ses det, at sandsynligheden for at overskride de lavere accelerationer er væsentligt større end ved figur 7.6. Det vurderes, at årsagen til dette er, at der tages hensyn til, at personerne kan gå i modtakt, når der summeres tidshistorier for accelerationsniveauerne. Matsumotos metode kan derimod ikke tage hensyn til, at personerne i gruppen muligvis går i modtakt eller takt. Desuden antages det i Matsumotos metode, at alle otte personer går med samme gangfrekvens.

Det vurderes derfor, at det mest realistiske probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons findes ved at summere tidshistorier for accelerationsniveauerne, da der her tages hensyn til, at personerne eller nogle af personerne i gruppen muligvis går i takt.

Sammenlignes figur 7.5 med 7.7 ses det, at der forekommer større ekstreme værdier af de maksimale accelerationer på figur 7.5. Dette skyldes, at gangfrekvensen er sat lig med resonansfrekvensen for alle personerne i en gruppe, hvilket bevirker et ekstremt accelerationsniveau. I bestemmelsen af fordelingsfunktionen vist på figur 7.7 er der anvendt en stokastisk lastmodel, hvorfor der er en meget lille sandsynlighed for, at alle personerne i en gruppe går med en frekvens, der svarer til resonansfrekvensen. I en dimensioneringssituation vil det være for konservativt at foretage en beregning, hvor alle personerne i en gruppe bevæger sig med en frekvens svarende til resonansfrekvensen. Det vil derfor være mere hensigtsmæssigt at foretage en beregning med en stokastisk lastmodel, der giver en bedre beskrivelse af den virkelige last fra en gruppe af personer.

7.7 Stokastisk belastning fra spredte personer

I afsnit 7.6 er det undersøgt, hvordan accelerationsniveauet kan estimeres, hvis en samlet gruppe af personer bevæger sig hen over en gangbro. Personer bevæger sig dog ikke altid i grupper hen over en gangbro, og det ønskes derfor undersøgt, hvordan det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons ser ud, hvis personerne bevæger sig spredt hen over en gangbro. I dette afsnit anvendes der samme metoder som i afsnit 7.6, men i stedet for at simulere grupper af personer, simuleres mere spredte personer. Formålet hermed er at finde ud af, om dette er af betydning for det probabilistiske estimat af en gangbros dynamiske respons, og om der dermed skal tages hensyn til dette i en dimensioneringssituation.

Den tidsmæssige afstand mellem to personers ankomst til en gangbro er som tidligere nævnt antaget eksponentialfordelt. Eksponentialfordelingen kan vælges således, at afstanden mellem personerne øges så meget, at de ikke længere kan betragtes som en gruppe. Det vælges at betragte otte personer, der bevæger sig spredt hen over gangbro A, hvormed personerne ikke længere antages at have en fælles ganghastighed. Det tager ca. 28 s for en person at bevæge sig hen over gangbro A. Det vurderes derfor, at de otte personer kan antages at bevæge sig spredt hen over gangbroen, hvis de alle er ankommet til gangbroen indenfor 20 s. Det vælges derfor at sætte $\lambda_{an} = 0,4$ personer/s i formel (7.5), hvorved afstanden fra første til sidste person i gennemsnit er 20 s. For at bestemme de syv tidsintervaller mellem de otte personer laves syv Monte Carlo simuleringer, som giver syv eksponentialfordelte tidsafstande.

Der foretages to tilsvarende analyser som i afsnit 7.6, hvor der anvendes hhv. Matsumotos metode og en metode med summation af respons.

Idet personerne ikke går i en gruppe kan de bevæge sig frit, og ganghastigheden varierer derfor for de enkelte personer. Da ganghastigheden varierer for de enkelte personer, samt at tidsafstanden mellem personernes ankomst til gangbroen er eksponentialfordelt, er der risiko for, at der i nogle tilfælde er én eller flere personer, der har forladt gangbroen inden alle otte er ankommet til gangbroen. Dette tages der dog hensyn til både ifm. bestemmelsen af faktoren $\sqrt{N_p}$ bestemt af Matsumoto, og ved metoden med summation af respons.

Matsumotos metode

Den første analyse foretages ved at anvende Matsumotos metode. Der anvendes lastmodel I for én gående person med parametrene angivet i tabel 7.8, mens ganghastigheden bestemmes som produktet af gangfrekvensen og skridtlængden. Det bemærkes, at der som beskrevet i afsnit 7.6 gælder for Matsumotos metode, at de otte personer bevæger sig med samme hastighed. Matsumotos metode tager derfor ikke hensyn til, at de otte personer, der går spredt hen over gangbroen, kan gå med varierende ganghastighed, hvilket vurderes som en urealistisk antagelse.

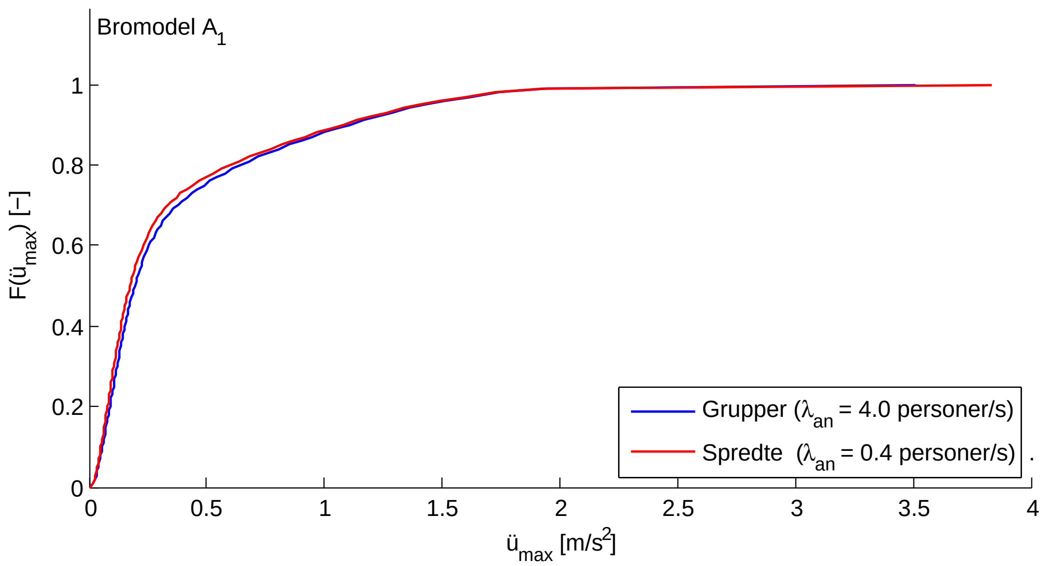
	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$

Tabel 7.8 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel I ifm. anvendelsen af Matsumotos metode.*

Det dynamiske respons forårsaget af last fra flere gående personer bestemmes som beskrevet i afsnit 7.4 ved at multiplicere det dynamiske respons forårsaget af én gående person med faktoren $\sqrt{N_p}$ til hvert tidsskridt. I afsnit 5.3 er det valgt, at foretage analyserne med 300.000 Monte Carlo simuleringer af de normalfordelte parametre i lastmodel I, og anvende et tidskridt på 0,005 s i Newmark algoritmen, da dette ift. beregningstid og nøjagtighed tilsvarende forstudiet vurderes passende. Dette vælges også anvendt i denne analyse.

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ud fra Matsumotos metode. Programmet kan ses i mappen *Matsumoto* på den vedlagte CD-ROM, og er beskrevet i bilag E.4.

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer fundet for bromodel A_1 ved at anvende Matsumotos metode er vist på figur 7.8 for spredte personer. På figur 7.8 er som sammenligningsgrundlag også vist fordelingsfunktionen for personer i grupper bestemt ud fra Matsumotos metode i afsnit 7.6.



Figur 7.8 *Fordelingsfunktion for bromodel A_1 ved anvendelse af Matsumotos metode.*

I tabel 7.8 er der udtrukket fraktilværdier samt angivet afvigelsen mellem disse for at overskueliggøre resultaterne.

	Grupper ($\lambda_{an} = 4$ personer/s)	Spredte ($\lambda_{an} = 0,4$ personer/s)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,1948	0,1745	-10,4
75%	0,4863	0,4394	-9,6
95%	1,4307	1,4105	-1,4

Tabel 7.9 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for personer i grupper og spredte personer, samt afvigelsen mellem disse.*

Det ses ud fra figur 7.8 og fraktilværdierne i tabel 7.9, at fordelingsfunktionerne er forholdsvis sammenfaldende. Dette skyldes, der i de fleste tilfælde vil være otte personer på gangbroen, selvom de går spredt. Idet Matsumotos metode forøger broresponset fra én person med en faktor afhængig af antallet af personer på gangbroen, så vil denne faktor i de fleste tilfælde være givet ved $\sqrt{8}$.

Det ses dog ud fra figur 7.8 og fraktilværdierne i tabel 7.9, at fordelingsfunktionen for spredte personer giver lidt mindre accelerationer end fordelingsfunktionen for grupper. Det virker intuitivt korrekt, og skyldes for Matsumotos metode, at der ved de spredte personer tidligere går nogle af gangbroen, hvorfor antallet af personer reduceres og Matsumotos faktor $\sqrt{N_p}$ derfor reduceres.

Metode med summation af respons

Ud over at anvende Matsumotos metode, så foretages analysen med metoden med summation af respons, hvor der laves en summation af tidshistorier for accelerationsniveauet for de otte personer, der bevæger sig spredt hen over gangbroen, hvilket er beskrevet og illustreret i afsnit 7.5. Vurderet ud fra konvergensanalysen i afsnit 7.6 foretages analysen ved at lave 2,4 mio. Monte Carlo simuleringer, som i afsnit 7.6 svarer til 300.000 grupper.

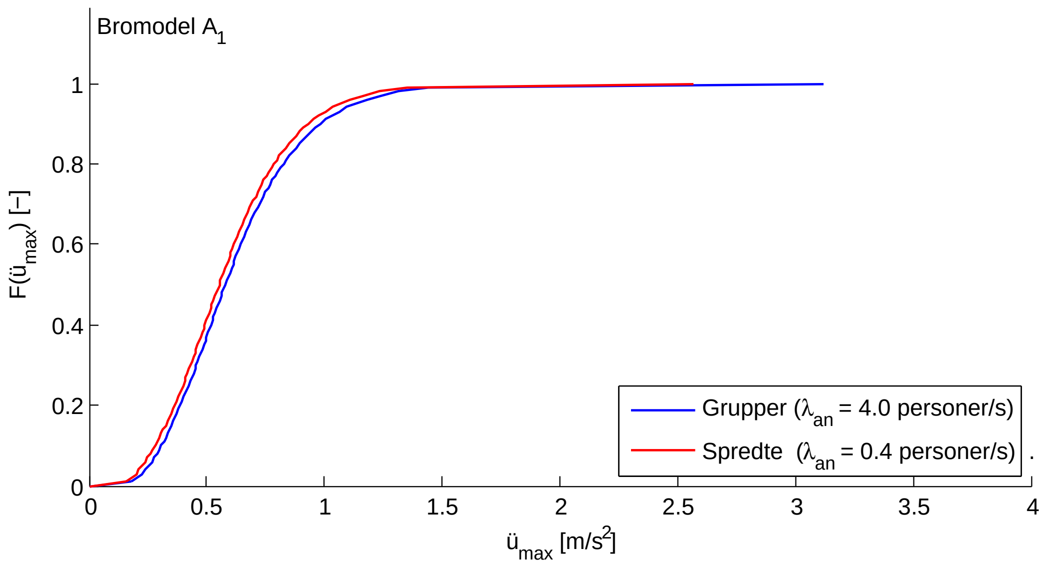
Analysen laves tilsvarende analysen for grupper i afsnit 7.6, hvormed der i lastmodel I anvendes parametrene angivet i tabel 7.10. Forskellen i forhold til afsnit 7.6 er, at ganghastigheden ved denne analyse beregnes for hver enkelt person ved produktet af gangfrekvensen og skridtlængden. Derudover sættes middelhyppigheden af ankomsten til gangbroen i eksponentialfordelingen sættes til 0,4 personer/s i formel (7.5).

	f_s [Hz]	l_s [m]	m_p [kg]	α_1 [-]
Fordeling	Normal	Normal	Normal	Normal
μ	1,99	0,71	75	$\mu_{\alpha_1}(f_s)$
σ	0,173	0,071	15	$0,16 \cdot \mu_{\alpha_1}(f_s)$

Tabel 7.10 *Anvendte fordelinger for parametrene i lastmodel I ifm. anvendelse af metoden med summation af respons.*

Der er udarbejdet et MatLab/Fortran-program til beregning af det probabilistiske estimat af det dynamiske respons for bromodel A_1 ved at summere tidshistorier for accelerationsniveauet. Programmet kan ses i mappen *Summation af respons* på den vedlagte CD-ROM, og er beskrevet i bilag E.5.

Fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer fundet for bromodel A_1 ved at foretage en summation af tidshistorier for accelerationerne er vist på figur 7.9. På figur 7.9 er som sammenligningsgrundlag også vist fordelingsfunktionen for personer i grupper bestemt i afsnit 7.6.



Figur 7.9 *Fordelingsfunktion for bromodel A_1 ved anvendelse af metoden med summation af respons.*

I tabel 7.9 er der udtrukket fraktilværdier samt angivet afvigelsen mellem disse for at overskueliggøre resultaterne.

	Grupper ($\lambda_{an} = 4$ personer/s)	Spredte ($\lambda_{an} = 0,4$ personer/s)	Afvigelse
	[m/s^2]	[m/s^2]	[%]
50%	0,5788	0,5529	-4,5
75%	0,7704	0,7343	-4,7
95%	1,1346	1,0692	-5,8

Tabel 7.11 *Fraktilværdier for fordelingsfunktionerne for personer i grupper og spredte personer, samt afvigelsen mellem disse.*

Figur 7.9 og tabel 7.11 viser tilsvarende Matsumotos metode, at accelerationsniveauet er lavere, når otte personer går spredt, end når otte personer går samlet. I modsætningen til Matsumotos metode er fordelingsfunktionerne ikke sammenfaldende, men er snarer forskudt. Ved at betragte 95% fraktilen er der hermed væsentlige absolutte afvigelser, hvilket ikke er tilfældet for Matsumotos metode. Dette skyldes, at der i metoden med summation af respons tages hensyn til, om personerne går i en gruppe hen over gangbroen eller om de går mere spredt hen over gangbroen. I metoden med summation af tidshistorierne for accelerationerne tages der hensyn til hvor stor afstanden mellem personernes ankomst til gangbroen er, og at personerne går med forskllig ganghastighed. Derudover tager metoden hensyn til henfaldet af det dynamiske respons, når en person forlader gangbroen.

Uanset hvilken metode der anvendes, viser fordelingsfunktionerne, at der er større sandsynlighed for højere accelerationer, når personerne går samlet i en gruppe i forhold til, når personerne går spredt hen over gangbro A. Til denne konklusion skal der tages forbehold for, at undersøgelserne er lavet med et konkret eksempel. Det er derfor ikke givet, at konklusionerne gælder generelt, når der betragtes flere frihedsgrader, lastkomponenter, personer eller betragtes andre gangbroer, samt når der ændres i middelhyppigheden af ankomsten til en gangbro og forudsætninger for gruppehastigheder.

7.8 Opsamling

I dette kapitel er det undersøgt, hvorledes den probabilistiske metode anvendt i denne rapport kan benyttes for gangbroer, hvorpå der går flere personer. Der er først taget udgangspunkt i lastmodellen i Eurocode, som er en deterministisk lastmodel. Med denne metode opnås der ikke kendskab til sandsynligheden for at opnå den beregnede maksimale acceleration, og desuden tager metoden ikke hensyn til, at personerne på en given gangbro kan gå i takt.

Metoden i Eurocode er sandsynligvis baseret på Matsumotos metode for flere personer, da metoden i Eurocode giver ca. samme accelerationsniveau som Matsumotos metode ved det eksempel, der er gennemregnet i denne rapport. Matsumotos metode er en af de første og eneste metoder til at beregne den maksimale acceleration af en gangbro belastet af flere personer. Der foreligger dog væsentlige antagelser og forsimplinger i metoden. Metoden tager ikke hensyn til, at personerne muligvis går i takt, hvilket er bekræftet ved at anvende en metode, hvor der summeres tidshistorier for accelerationer for personer der går hen over en gangbro enkeltvis.

Metoden med summation af respons og Matsumotos metode er efterfølgende anvendt som stokastiske lastmodeller ved at anvende stokastiske variable for de indgående parametre i lastmodel I. Disse metoder anvendes til at undersøge, hvor stor en betydning det har, hvorvidt et antal personer går samlet i en gruppe, eller om de går spredt hen over en gangbro. Ved at betragte otte personer passere gangbro A modelleret med én frihedsgrad og ved anvendelse af Lastmodel I, er det konkluderet, at der er større sandsynlighed for, at et givet accelerationsniveau bliver overskredet, når en samlet gruppe betragtes, end når personerne går spredt ud over en gangbro.

Ud fra analyserne i dette kapitel kan det konkluderes, at Matsumotos metode er en væsentlig forsimplet metode til at bestemme en gangbros dynamiske respons fra last fra flere personer. Dette skyldes, at metoden udelukkende kan anvendes for personer der ikke går i takt. Derudover tager Matsumotos metode ikke hensyn til henfaldet af det dynamiske respons, når en person forlader den betragtede gangbro, og den tager ikke hensyn til, om personerne går i en gruppe eller om de bevæger sig mere spredt hen over gangbroen. Det vurderes derfor, at en summation af tidshistorier for accelerationerne forårsaget af de enkelte personer, der går på en gangbro, giver et bedre estimat af en gangbros dynamiske respons.

Kapitel 8

Konklusion

Denne rapport har behandlet analyser af gangbroers dynamiske respons forårsaget af last fra gående personer samt stokastisk modellering af lasten fra gående personer. Analyserne har taget udgangspunkt i projektrammen:

"Redegørelse for og vurdering af stokastiske lastmodeller for gående personer, samt analyse af lastmodellernes påvirkning på gangbroers dynamiske respons."

Gældende normer og standarder er baseret på semi-empiriske udtryk, hvor den dynamiske personlast for gående personer, der krydser en gangbro, bestemmes deterministisk. Herved bestemmes udelukkende en værdi for vibrationsniveauet, men dette giver ikke noget kendskab til hvilken sandsynlighed, der er for at dette vibrationsniveau forekommer eller overskrides. Disse metoder vurderes derfor ikke tilfredsstillende til at give et tilstrækkeligt grundlag for en vurdering af komfortniveauet for personer, der opholder sig på en gangbro.

Formålet med dette projekt er derfor at opstille og vurdere stokastiske lastmodeller for gående personer, der krydser en gangbro. Ved at anvende stokastiske lastmodeller er resultatet af en analyse ikke blot en værdi for vibrationsniveauet, men et probabilistisk estimat herfor. Dette giver viden om sandsynligheden for, hvorvidt et givet vibrationsniveau overskrides, hvilket vurderes at være en vigtig information ved vurdering af en gangbros anvendelighed.

Der er gennem tiden udført forskellige laboratorieforsøg for at bestemme en lasttidshistorie for én gående person. Resultaterne af forsøgene er anvendt til at opstille lastmodeller for én gående person, hvilket er en kompliceret opgave, da lasten afhænger af flere parametre, afhængig af personen. Ud fra de målte kraftkurver er der dog opstillet periodiske lastmodeller, hvilke er angivet som lastmodel I og II i denne rapport. I disse lastmodeller er det antaget, at en person går med en konstant gangfrekvens, ganghastighed og skridtlængde hen over en gangbro, hvilket ikke er helt i overensstemmelse med den måde en person i virkeligheden bevæger sig på.

Lastmodellerne ligger til grund for modellerne for ganglast i BS 5400 og Eurocode, som er de normer og standarder, der ligger til grund for de normkrav og vejledninger, der anvendes i Danmark i forbindelse med vibrationer af gangbroer. Derudover udgør de grundlaget for de stokastiske lastmodeller, der oftest anvendes. De indgående parametre i lastmodellerne er givet ved personens masse, gangfrekvens og skridtlængde samt dynamiske lastfaktorer og faseforskydninger. I forbindelse med en stokastisk modellering af ganglasten, er personens masse, de dynamiske lastfaktorer, gangfrekvensen og skridtlængden givet ved stokastiske variable, mens faseforskydningerne er givet ved deterministiske værdier. De stokastiske variable for parametrene kan beskrives ved normalfordelinger med en middelværdi og spredning, hvilke er fundet ud fra forsøg.

For at vurdere de metoder der på nuværende tidspunkt anvendes i forbindelse med vurderingen af en gangbros anvendelighed, så er der lavet et forstudie, hvor der er foretaget analyser ud fra BS 5400 og Eurocode. Derudover er der foretaget analyser med den hyppigst anvendte probabilistiske metode, hvor der anvendes en bromodel med én frihedsgrad og lastmodel I.

I BS 5400 er der angivet to beregningsmetoder til at bestemme en gangbros maksimale accelerationer, hhv. en simpel og en generel metode. Ved begge metoder anvendes resonansfrekvensen, hvor gangfrekvensen sættes lig med egenfrekvensen af den givne gangbro. Der foretages dog ingen beregning af accelerationsniveauet, hvis egenfrekvensen er over 5 Hz. Dette er en væsentlig forsimpling, idet det er usandsynligt, at der altid forekommer resonans, da personer går forskelligt.

I den generelle metode er der angivet en konstant ganghastighed afhængig af egenfrekvensen af den givne gangbro. Denne vurderes at give en uvirkelig beskrivelse af ganghastigheden, da den giver urealistiske værdier af hastigheden for gang, hvis en gangbro har høje egenfrekvenser. Desuden afpasser personer ikke deres ganghastighed til gangbroers egenfrekvenser. Dette er derfor en væsentlig antagelse i metoden.

Ud fra beregningerne af de maksimale accelerationer vha. de to metoder er det fundet, at den generelle metode giver højere værdier for de maksimale accelerationer end den generelle metode. Dette er forårsaget af, at der ligger nogle begrænsninger af dæmpningen i den simplificerede metode, hvilket ikke er tilfældet for den generelle metode. Denne begrænsning bevirker, at der anvendes for lave værdier af den dynamiske responsfaktor, og dermed giver for lave accelerationer. Det vurderes, at den simple metode er anvendelig til at give et overslag af accelerationsniveauet, men ikke er anvendelig i forbindelse med en detailprojektering. I BS 5400 er der angivet en grænseværdi for accelerationen. Hvis det ud fra den simple metode findes, at de maksimale accelerationer er væsentligt lavere end grænseaccelerationen, så er det ikke nødvendigt med yderligere beregninger.

I Eurocode behandles ganglast ikke direkte, men der er opstillet lastmodeller for rytmisk personlast. I denne lastmodel anvendes tilsvarende lastmodellerne angivet i BS 5400 en resonansfrekvens, svarende til at gangfrekvensen sættes lig med egenfrekvensen. I modsætning til BS 5400 ligger der dog et interval for gangfrekvensen, hvilket bevirker, at der i Eurocode tages hensyn til, hvilken gangfrekvens det er muligt at gå ved. I forhold til lastmodellerne angivet i BS 5400 medtages der i Eurocode tre lastbidrag, hvor der medregnes faseforskydninger af de enkelte lastbidrag. Der forekommer derfor væsentlige forskelle mellem lastmodellerne angivet i BS 5400 og Eurocode. Derudover er der i Eurocode ikke angivet nogle retningslinier for ganghastigheden, hvilket er en mangel i metoden, idet denne skal anvendes i forbindelse med bestemmelsen af accelerationsniveauet. I Eurocode er der ikke angivet nogle specifikke krav for accelerationsniveaet for gangbroer, men der afgrænses heller ikke for denne type af konstruktioner. Det kan derfor generelt diskuteres, hvor anvendelig Eurocode er i forbindelse med vurdering af gangbroers anvendelsesgrænsetilstand.

Lastmodellerne og beregningmetoderne angivet i BS 5400 og Eurocode bestemmer udelukkende en værdi af den maksimale acceleration, mens der ikke findes et udtryk for, hvor stor sandsynligheden er for at opnå dette accelerationsniveau. I modsætning til deterministiske lastmodeller giver probabilistiske metoder et indblik i sandsynligheden for overskridelse af et givet vibrationsniveau. Der er derfor lavet analyser, hvor der anvendes en stokastisk lastmodel, der tager hensyn til, at personer går forskelligt. Der er anvendt stokastiske variable, der er givet ved en normalfordeling med en middelværdi og spredning for hhv. gangfrekvensen, skridtlængden, personens masse og de dynamiske lastfaktorer.

Til at bestemme værdier for de enkelte parametre, er der foretaget et antal Monte Carlo simuleringer. Ved disse simuleringer er der risiko for, at der genereres negative værdier, eller værdier der ligger udenfor gyldighedsområdet. Det er valgt i dette projekt at behandle dette ved at foretage en ny Monte Carlo simulering, hvis der genereres en negativ værdi, og ved at anvende konstante værdier for de dynamiske lastfaktorer udenfor gyldighedsområdet. Det er fundet, at sandsynligheden for at få negative værdier eller værdier for de dynamiske lastfaktorer, der ligger udenfor gyldighedsområdet, er meget små, og det vurderes derfor ikke væsentligt, hvordan det vælges at behandle denne problemstilling.

Der er foretaget et parameterstudie af de indgående parametre i lastmodel I, hvor det er undersøgt, hvilken betydning de enkelte parametre har for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons. Ud fra analyserne er det fundet, at der er en direkte sammenhæng mellem gangfrekvensen og det dynamiske respons, hvorfor gangfrekvensen er en af de mest betydningsfulde faktorer for modelleringen af ganglast. Det er derfor nødvendigt at modellere gangfrekvensen ved en stokastisk variabel. Det er fundet, at fordelingsfunktionen for accelerationerne er afhængig af hvilken middelværdi og spredning, der anvendes i normalfordelingen for gangfrekvensen. Det er derfor muligt, at der skal foretages yderligere undersøgelser af fordelingen af gangfrekvensen for bestemte befolkningsgrupper for at få den mest virkelighedsnære beskrivelse af ganglasten.

Personens masse er desuden en vigtig parameter for modelleringen af ganglast, idet amplituden af lasten er direkte afhængig af personens masse, hvilket har betydning for accelerationsniveauet. Det er fundet, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi af personens masse, svarende til middelværdien tilhørende normalfordelingen for personens masse. I denne rapport er der anvendt en stokastisk variabel $m_p \sim$N(75 kg; 15 kg), hvor middelværdien svarer til den typisk anvendte værdi for personens masse, og spredningen er antaget at svare til 20% af middelværdien. Fordelingen vil relatere sig til en bestemt befolkningsgruppe, og det er muligt at denne værdi skal ændres, hvis der betragtes en anden befolkningsgruppe som brugere af den givne gangbro. Der skal derfor foretages yderligere undersøgelser af fordelingen af personers masse for at få et statistisk grundlag for at fastligge en fordeling for personens masse.

Gennem parameterstudiet af lastmodel I er det desuden fundet, at det er tilstrækkeligt at beskrive skridtlængden, ganghastigheden og den første dynamiske lastfaktor ved deterministiske værdier for at få et tilfredsstillende probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Den deterministiske værdi for skridtlængden er fundet at skulle svare til middelværdien af den stokastiske variabel, mens den deterministiske værdi for ganghastigheden er fundet at skulle svare til produktet af middelværdien af de stokastiske variable for gangfrekvensen og skridtlængden. Den dynamiske lastfaktor er afhængig af gangfrekvensen, og det er fundet at den deterministiske værdi for den dynamiske lastfaktor skal findes ud fra middelværdien af den stokastiske variabel for denne, hvortil der anvendes den første egenfrekvens af den givne gangbro.

Det vurderes generelt for de indgående paramere i lastmodel I, at der skal foretages yderligere forsøg og undersøgelser end der allerede foreligger, for at fastligge fordelinger for de enkelte parametre. Det skal desuden bemærkes, at fordelingerne kan variere alt efter, hvilke befolkningsgrupper der betragtes, og der derfor bør laves undersøgelser af forskellige befolkningsgrupper. I parameterstudiet er der udelukkende foretaget analyser af simple brokonstruktioner, hvorfor der bør laves yderligere analyser af andre brokonstruktioner for at foretage en generalisering af vurderingerne.

I forstudiet er der ved den probabilistiske analyse anvendt lastmodel I, hvor der kun er medtaget ét lastbidrag, og analyserne er foretaget for bromodeller med én frihedsgrad. Dette skyldes, at det ofte er den første harmoniske lastkomponent, der genererer det højeste dynamiske respons, og at det er den første egensvingningsform, der dominerer svingningen. For at undersøge, om det har betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons kun at anvende én lastkomponent og en bromodel med én frihedsgrad, så er der foretaget analyser, hvor der anvendes flere lastkomponenter og bromodeller med flere frihedsgrader.

Ud fra analyserne er det fundet, at betydningen af antallet af frihedsgrader og medtagne lastkomponenter i lastmodellen afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. Det vurderes, at der ud fra analyserne ikke kan drages nogle generelle konklusioner, idet betydningen af antallet af frihedsgrader og lastkomponenter afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. Den bedste beskrivelse af gangbroers dynamiske respons findes på den sikre side, ved at betragte flere frihedsgrader og medtage flere lastkomponenter. Det antal af frihedsgrader og lastkomponenter, der skal anvendes i det enkelte tilfælde afhænger af den givne gangbros egenfrekvenser. Det er derfor vigtigt at betragte den givne gangbros egenfrekvenser, og vurdere hvor tæt disse ligger samt sammenligne disse med lastfrekvenserne. Herudfra er det muligt at vurdere i en given situation, om det er nødvendigt at betragte flere frihedsgrader og medtage flere lastkomponenter, og i så fald hvor mange der skal betragtes.

Der er foretaget et parameterstudie af de parametre der indgår i lastmodel II, hvorudfra det er fundet, at det er tilstrækkeligt at anvende en deterministisk værdi for personens masse samt ganghastigheden for at opnå et tilstækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Desuden er det fundet, at de dynamiske lastfaktorer ikke kan beskrives ved deterministiske værdier svarende til middelværdien af de stokastiske variable. Det er dog ikke undersøgt om der findes andre deterministiske værdier af de dynamiske lastfaktorer, der kan give et tilstrækkeligt probabilistisk estimat af gangbroers dynamiske respons. Der skal derfor foretages yderligere undersøgelser for at bekræfte, at de dynamiske lastfaktorer ikke kan beskrives ved deterministiske værdier. Herudover er faseforskydningernes betydning for det probabilistiske estimat af gangbroers dynamiske respons undersøgt. Det er fundet, at faseforskydningerne har minimal betydning, hvorfor det er muligt at udelade faseforskydningerne i lastmodel II.

I lastmodel I og II er det antaget, at ganglasten er periodisk, og at personen bevæger sig med en konstant gangfrekvens og -hastighed hen over en gangbro. Dette vil ikke i virkeligheden være tilfældet. Derfor er der anvendt en multi-harmonisk lastmodel, lastmodel III, der tager hensyn til, at lasten fra gående personer ikke er periodisk, og at en person går med varierende gangfrekvens hen over en gangbro. Denne er anvendt sammen med bromodeller med fem frihedsgrader. Ud fra analyserne er det fundet, at betydningen af at anvende en multi-harmoniske lastmodel afhænger af, hvilken gangbro der betragtes. Desuden afhænger det af, om det er hele fordelingsfunktionen eller kun 95% fraktilen, der er af interesse. I dette projekt er der som udgangspunkt betragtet formen på hele fordelingsfunktionen. Derudover er det primært afvigelser på 95% fraktilen, der er vurderet, idet det vurderes, at det er 95% fraktilen, der skal betragtes i en dimensioneringssituation, da en en sandsynlighed for overskridelse af et givent accelerationsniveau på 5% vurderes acceptabelt.

Det vurderes, at det i en given dimensioneringssituation er vigtigt, at betragte den givne gangbros egenfrekvenser, og vurdere hvor tæt de ligger på hinanden samt sammenligne disse med lastfrekvenserne i lastmodel III. Herudfra er det muligt i en given situation at vurdere, om det er nødvendigt at anvende den mere komplicerede multi-harmoniske lastmodel, lastmodel III.

I lastmodel III er der anvendt en ligefordeling af faseforskydningerne i intervallet $[-\pi, \pi]$. Det er undersøgt, om faseforskydningerne har en væsentlig betydning for lasthistorien fra én gående person og for fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer. Det er fundet, at faseforskydningerne i modsætning til lastmodel II har en væsentlig betydning for både lasthistorien fra én gående person samt fordelingsfunktionen for de maksimale accelerationer i lastmodel III.

Idet mange gangbroer bliver belastet af flere eller sommetider hele folkemængder, er der set på de kombinerede effekter der opstår, når der betragtes flere gående personer ad gangen på en gangbro. Til at undersøge dette er der anvendt en metode formuleret af Matsumoto, der går ud på, at der betragtes én gående person på en gangbro og derefter multiplicere det dynamiske respons med en faktor afhængig af, hvor mange personer der forekommer på gangbroen. Metoden er kun gældende for folk, der ikke går i takt.

Matsumotos metode er en forsimplet metode, idet den ikke tager hensyn til om personerne går i en gruppe, eller de går spredt hen over en gangbro. Desuden tager den ikke hensyn til henfaldet af responset fra en person, der er gået af den givne gangbro, men udelukkende hvor mange personer der er på gangbroen. Det er derfor fundet, at fordelingsfunktionerne bestemt for hhv. en gruppe af personer der går hen over en gangbro, og et antal personer der går mere spredt hen over en gangbro, er tilnærmelsesvis ens. Forskellen i fordelingsfunktionerne skyldes udelukkende, at der ved de spredte personer tidligere går nogle af den givne gangbro, hvorfor antallet af personer reduceres og Matsumotos faktor derfor reduceres.

For at kompensere for de forsimplinger der ligger i Matsumotos metode, så er der foretaget en summation af tidshistorierne for accelerationsniveaet for de personer, der går på en given gangbro. Hermed starter tidshistorien for den givne gangbros dynamiske respons for flere personer med den første person, som går ind på gangbroen, og gangbroens dynamiske respons for de efterfølgende enkeltpersoner adderes hertil begyndende fra det tidspunkt, hvor den enkelte person går ind på gangbroen. Herved tages der hensyn til henfaldet af det dynamiske respons, når en person forlader gangbroen.

Personerne er antaget at ankomme til en given gangbro ved en Poissonfordeling, hvor middelhyppigheden af ankomsten til gangbroen afhænger af om personerne går i en gruppe eller går mere spredt henover gangbroen. Der tages derfor også hensyn til, om personerne går i en gruppe eller går spredt henover gangbroen ved summationen af tidshistorier af gangbroens dynamiske respons for de enkelte personer, der går på gangbroen. Ved at summere tidshistorierne tages der desuden hensyn til om personerne går i takt, ikke i takt eller i modtakt.

Det må derfor konkluderes, at Matsumotos metode ikke er en god metode til at bestemme gangbroers dynamiske respons fra last fra flere personer, grundet forsimplingerne i metoden. En summation af tidshistorier for accelerationerne forårsaget af de enkelte personer, der går på en given gangbro, giver derimod et bedre estimat af gangbroers dynamiske respons.

Der foreligger ikke nogen krav til accelerationsniveauet bestemt ud fra stokastiske lastmodeller for at sikre personers komfort. Der skal derfor foretages flere undersøgelser og vurderinger af personers komfort for at opstille konkrete krav til accelerationsniveauet og hvilken overskridelsessandsynlighed, der kan accepteres. Hvis der havde forelagt sådanne konkrete krav, havde det været nemmere at vurdere de forskellige metoder analyseret i dette projekt.

Generelt kan det ud fra dette projekt konkluderes, at stokastiske lastmodeller giver en bedre beskrivelse af vibrationsniveauet for gangbroer, idet der fås kendskab til sandsynligheden for at opnå et givent accelerationsniveau, og dermed også kendskab til sandsynligheden for at overskride et givent accelerationsniveau. Ud fra undersøgelsen af forskellige stokastiske lastmodeller anvendt på forskellige bromodeller, er det generelt fundet, at nødvendigheden af at anvende mere avancerede bro- og lastmodeller afhænger af hvilken gangbro der betragtes. I forbindelse med en dimensioneringssituation vil det derfor være vigtigt at betragte egenfrekvenserne til den givne gangbro, og vurdere hvor tæt disse ligger, samt vurdere dem ift. lastfrekvenserne.

Litteratur

Andriacchi, T.P. et al. *Walking speed as a basis for normal and abnormal gait measurements*. *Journal of Biomechanics*, 10(4):261–268, 1977.

Ayyub, B. M. et al. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*. Chapman & Hall/CRC Press LLC, 2003. ISBN 1-58488-286-7.

Bachmann, H. et al. *Vibrations in structures - Induced by Man and Machines*. International Association for Bridge and Structural Engineering, 1987.

Barton, M. V. et al. *Ground Loading from Footsteps*. *Journal of the Acoustical Society of America*, 48(5):1288–1292, 1970.

British Science Association. *Millennium Bridge London*. URL `http://www.britishscienceassociation.org/NR/rdonlyres/E5C51EE2-C19B-44A2-A616-FE76C72F9BB9/0/Milleniumbridge.jpg`. 2/6 2010.

British Standard. *BS 5400-2:2006 Steel, concrete and composite bridges - Part 2: Specification for loads*. British Standard, 2006.

Caetano, E. et al. *Footbridge Vibration Design*. CRC Press/Balkema, 2009. ISBN 978-0-415-49866-1.

da Silva, J.G.S. et al. *Vibration analysis of footbridges due to vertical human loads*. *Computers and Structures*, 85(21-22):1693–1703, 2007.

DS/EN 1990. *Eurocode 0: Projekteringsgrundlag for bærende konstruktioner*. Dansk Standard, 2007.

EN 1990 DK NA. *Nationalt Anneks til Eurocode 0: Projekteringsgrundlag for bærende konstruktioner*. Dansk Standard, 2007.

EN 1991-1-1 DK NA. *Nationalt Anneks til Eurocode 1: Last på bygværker - Del 1-1: Generelle laster - Densiteter, egenlast og nyttelast for bygninger*. Dansk Standard, 2007.

Kerr, S. C. *Human induced loading of staircases*. University College London, 1998.

Matsumoto, Y. et al. *A study on design of pedestrian over bridges*. *Transactions of JSCE 4*, 1972.

Matsumoto, Y. et al. *Dynamic Design of Footbridges*. *IABSE proceedings*, 2(17/78):1–15, 1978.

Nathan. *Millennium Bridge London*. URL `minnehahablog.blogspot.com`. 7/6 2010.

Newland, D. E. *Vibration of the London Millennium Footbridge: Part 1 - Cause*. URL `http://www2.eng.cam.ac.uk/~den/ICSV9_06.htm`. 19/2 2010.

Newland D. E. *An introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis*. Longman, 1975. ISBN 0-582-46335-1.

Newland, D.E. *An Introduction to Random Vibrations and Spectral Analysis,*. Longman Group, Harlow, 1993.

Nielsen, S. R. K. *Vibration Theory, Vol. 1. Linear Vibration Theory*. Aalborg tekniske Universitetsforlag, 2004.

Nielsen, S. R. K. *Structural Dynamics, Vol. 9. Computational Dynamics*. Aalborg Universitet, 2007.

Pedersen, L. *Forskningens Dag, Personlast og vibrationer af konstruktioner der bærer personer*, 2008. URL `http://www.hum.aau.dk/video/2008/bygg/larspedersen/`. 19/2 2010.

Pedersen, L. et al. *Predicting Statistical Distributions of Footbridge Vibrations*. *Proceedings of the Twenty Second Nordic Seminar on Computational Mechanics*, 2009.

Pimentel, R. L. et al. *Experimental Evaluation of Synchronisation in Footbridges due to Crowd Density*. *Structural Engineering International*, 2009.

Prabhakar S. N. *Modern Digital Signal Processing An Introduction*. Alpha Science International Ltd., 2003. ISBN 1-84265-133-1.

Racic, V. et al. *Experimental identification and analytical modelling of human walking forces: Literature review*. *Journal of Sound and Vibration*, 326:1–49, 2009.

Rainer, J. H. et al. *Vertical dynamic forces from footsteps*. *Canadian acoustics*, 14(2):12–21, 1986.

Tianjian, J. et al. *Frequency and velocity of people walking*. *The Structural Engineer*, 83(3):36–40, 2005.

Tilen C. J. *Kinetic effects of crowds*. *Proceedings of ASCE*, 1913.

Vejdirektoratet og Vejregelrådet. *Broteknik, Vej- og stibroer, Belastnings- og beregningsregler*. Vejdirektoratet og Vejregelrådet, 2002.

Wheeler, J.E. *Prediction and control of pedestrian induced vibration in footbridges*. *Journal of the Structural Division*, 108(9):2045–2065, 1977.

Zivanovic, S. et al. *Vibration Serviceability of Footbridges under Human-induced Excitation: A Literature Review*. *Journal of Sound and Vibration*, 279(1-2):1–74, 2005.

Zivanovic, S. et al. *Probability Based Estimation of Footbridge Vibration due to Walking, PHD Thesis*. Department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield, 2006.

Zivanovic, S. et al. *Probabiltiy-based prediction of multi-mode vibration response to walking excitation*. *Engineering Structures*, 29(6):942–954, 2007.