

Udviklingen i matematikfaget i det almene gymnasium

Rasmus Munch Jespersen og Susanne Sørensen

Efteråret 2019

Under vejledning af Bo Poulsen



Abstract

The realm of education has seen numerous changes over the last decades, and the subject of mathematics is no exception. For that reason this thesis has sought to map out the different changes in mathematics in the Danish upper secondary school system (in Danish: *Gymnasium*) since the 1960s until the 2000s, and concurrently has sought out to explain and interpret these changes historically. The choice of the time interval is not arbitrary as this thesis is structured around three reforms of the Danish *gymnasium*; the first taking effect in 1963, the second in 1988 and the third in 2005. The changes in the Danish mathematical education are, in this thesis, primarily measured in three textbooks and in curricula for each of the three reforms, and the historical reasons for these changes are primarily extrapolated by the use of newspapers and journals among other types of sources. For the analysis of the curricula Richard Skemp's concepts of instrumental and relational learning as well as John Biggs' and Kevin F. Collis' theory of the "SOLO taxonomy" levels are used. For the analysis of the textbooks, a modification of the international "TIMSS" framework (Trends in International Mathematics and Science Study) is used, as well as theory about sensible classifications of mathematical problems by Zhu Yan and Fan Lianghuo.

The main findings of this thesis are categorized in two. First of all, there are findings about the evolution of the Danish *gymnasium* generally. These evolutions are: increasing involvement from the outside world in the *gymnasium* and in the teaching; the transition from a school for the elite to a school for the masses and an increasing integration of the different subjects, especially by a desegmentation of the linguistic and the mathematical study areas of the Danish *gymnasium*. Second of all, two evolutions of the mathematical subject in particular are found. Firstly, the mathematical education in the Danish *gymnasium* suffers a decline in average hours allotted to the subject yearly, on the one hand, and more importantly, suffers a decline in the mathematical abstraction of the subject on the other hand, which is a main finding of this thesis. The loss of abstraction is seen both in the curricula, which over time get a lower SOLO-score and focus more and more on the application rather than the theory of the subject, and the books. The books over time contain fewer and fewer proofs and mathematical argumentation in general. They have an increasingly simple structure, contain more and more pages focused on concrete rather than abstract presentation, and from 1963 to 2005 assign more and more non-traditional,

application focused, visual and strictly computational problems. Additionally, the findings seem to suggest that the mathematical education of the 1988 reform in many ways can be seen as a stepping stone between the relatively abstract mathematics of 1963 and concrete mathematics of 2005.

These findings both contradict and confirm aspects of the existing literature on this particular subject. A historical overview of Danish mathematical education and a historical overview of the history of mathematical textbooks in the Danish *gymnasium* both advocate a wave model, which is at odds with our findings. However, a Ph.D. thesis as well as the aforementioned overview of mathematical textbooks both describe an evolution from abstract to concrete mathematics, thus supporting the findings of this thesis.

Indhold

1	Indledning	4
2	Problemformulering	5
2.1	Afgrænsning	5
2.1.1	Niveau	5
2.1.2	Aspekter af matematikundervisningen	6
2.1.3	Forskellige gymnasieskoler	6
3	Begrebsafklaring	6
4	Forskningsoversigt	7
4.1	Elevernes forståelse	7
4.2	Lærebogsanalyse	8
4.3	Uddannelseshistorie	9
5	Teori	12
5.1	Læse-/Læreplaner	12
5.2	Lærebøger	14
5.2.1	Struktur	15
5.2.2	Indhold	17
5.2.3	Opgaver	18
6	Metode	19
6.1	Læreplaner	20
6.2	Lærebøger	20
6.2.1	Struktur	20
6.2.2	Indhold	26
6.2.3	Opgaver	27
7	Kildepræsentation	28
7.1	Matematiske lærebøger	28

7.2	Betænkninger, reformer og læreplaner	29
7.3	Artikler	29
8	Analyse	31
8.1	Gymnasireformen 1963	31
8.1.1	Optakt til gymnasireformen 1963	31
8.1.2	Gymnasireformens udførelse 1963	36
8.1.3	Gymnasireformens eftervirkninger 1963	45
8.1.4	Opsamling	48
8.2	Gymnasireformen 1988	50
8.2.1	Optakt til gymnasireform 1988	50
8.2.2	Gymnasireformens udførelse 1988	56
8.2.3	Gymnasireformens eftervirkninger 1988	63
8.2.4	Opsamling	66
8.3	Gymnasireform 2005	68
8.3.1	Optakt til gymnasireform 2005	68
8.3.2	Gymnasireformens udførelse 2005	74
8.3.3	Gymnasireformens eftervirkninger 2005	81
8.3.4	Opsamling	83
9	Diskussion	85
9.1	Mindre tiltro og øget involvering	85
9.2	Fra elite- til masseskole	88
9.3	Stigende faglig integration	92
9.4	Matematikfagets domænetab	94
9.5	Matematikfagets udvikling fra abstrakt forståelse til konkret færdighed	95
9.5.1	Udviklingen set i læse-/læreplaner	95
9.5.2	Udviklingen set i lærebøger	96
9.5.3	Perspektivering til eksisterende forskning	99
10	Konklusion	102

11 Litteraturliste	105
11.1 Litteratur	105
11.2 Kilder	107
11.2.1 Avisartikler	107
11.2.2 Dokumenter	109
11.2.3 Matematikbøger	109
11.2.4 Statistik	110
11.2.5 Tidsbestemte udgivelser	111
11.3 Andre hjemmesider	114

1 Indledning

Det almene gymnasium er i løbet af de sidste godt 100 år blevet reformeret flere gange i større eller mindre grad. I 1903 blev den gamle latinskole erstattet af et tre-årigt gymnasium, som blev inddelt i tre linjer.¹ Linjedelingen eksisterede indtil gymnasireformen i 2005 med indførelsen af studieretninger i stedet for linjer. Der skete i mellemtiden ændringer i gymnasiets opbygning og i indholdet. Det almene gymnasium har altid haft to grundlæggende formål: at være almen-dannende og studieforberedende, men de mere specifikke mål, ofte set i læse-/læreplanerne, har derimod ændret karakter i løbet af årene - også i matematikfaget.² I alle fag, inklusiv matematik, har læse-/læreplanen en stor betydning i undervisningen og til eksamen, da eleverne i undervisningen skal forberedes til eksamen, hvor eleverne bedømmes ud fra læse-/læreplanerne. Fordi læse-/læreplaner på den måde delvist dikterer undervisningen kan undervisningens udvikling delvist ses i læse-/læreplanernes udvikling.

Et anden ting, der har dikteret matematikundervisningen gennem årene er lærebøger. Matematiske lærebøger er nemlig ifølge flere forskere relevante at undersøge for at karakterisere undervisningen i faget. Dette gælder delvist, fordi matematiske lærebøger ifølge forskere bliver brugt flittigt af lærere både til forberedelse af undervisning og lektier til eleverne. Ljerka Matic og Dubravka Gracin undersøgte i en artikel fra 2016 en case med brugen af matematiske lærebøger i Kroatien. I artiklen viste de, hvor meget lærerne brugte lærebøgerne.³ Matic og Gracin er enige om, at lærebøger er en måde at oversætte politikken bag et uddannelsesforløb, herunder pensum, til noget for læreren konkret og brugbart.⁴ Ifølge Fan Lianghuo er forskningen med matematiske lærebøger dog langt fra færdiggjort:

Nevertheless, it appears that, overall, mathematics textbook research as a field of research is still at an early stage of development as compared with many other fields of research in mathematics education. Similar to other school subjects' textbook research, the philosophical foundations, theoretical frameworks and research methods for disciplined inquiry on different

¹Ellen Stengaard Munkholm. 2008. „Gymnasiet 1960 og frem“. Kap. 3 i *Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet bind II*, udg. af Hans Christian Hansen, Ole Haahr og Hans N. Jensen, 587–695. Syddansk Universitetsforlag, s. 501.

²Danmarks Evalueringsinstitut. 2017. „Den faglige udvikling i gymnasiet“, s. 8, 15, 29.

³Ljerka Jukic Matic og Dubravka Glasnovic Gracin. 2016. „The use of the textbook as an artefact in the classroom: A case study in the light of a socio-didactical tetrahedron“. *Journal für Mathematik-Didaktik* 37:349–374. doi:[10.1007/s13138-016-0091-7](https://doi.org/10.1007/s13138-016-0091-7), s. 353.

⁴Matic og Gracin 2016, s. 350

*issues in mathematics textbook research are still lacking or fundamentally underdeveloped.*⁵

Derudover mente professor i matematikdidaktik fra RUC, Mogens Niss, i 2008, heller ikke, at emnet var velbelyst.⁶

For at bestemme udviklingen i matematikundervisningen er det derfor relevant at undersøge udviklingen af de matematisk læse-/læreplaner og matematiske lærebøger. Dette leder frem til specialets problemformulering.

2 Problemformulering

Vores problemformulering er følgende:

Hvilke udviklinger i den danske gymnasieundervisning i matematik kan ses udtrykt i læse-/læreplaner og lærebøger fra tiden op til reformen i 1963 til tiden efter reformen i 2005, og hvorfor skete disse udviklinger set ud fra et historisk perspektiv?

For at besvare denne problemformulering vil vi primært fokusere på de tre gymnasiereformår, 1963, 1988 og 2005, samt årene op til og efter. Til hver af de tre reformer vil vi undersøge de historiske årsager til de specifikke udviklinger, reformen medførte, hvorefter vi til sidst vil beskrive de overordnede udviklinger fra den første til den tredje reform-periode. Vi vil finde udviklings-træk for gymnasiet generelt, og belyse hvordan disse påvirkede udviklingen i matematik.

2.1 Afgrænsning

2.1.1 Niveau

Matematik er gennem tiden blevet undervist i på forskellige niveauer i gymnasiet. I dette speciale vil vi dog kun fokusere på matematik på det højeste niveau. Det vil sige den matematisk-fysiske gren i 1963-1988, matematik højniveau i 1988-2005 og matematik A-niveau 2005-2016. Når vi omtaler matematik herfra er det altså på disse niveauer med mindre andet er nævnt.

⁵Fan Lianghuo. 2013. „Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks“. *ZDM Mathematics Education* 45:765–777. doi:[10.1007/s11858-013-0530-6](https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6), s. 766.

⁶Mogens Niss. 2009. „Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet - et inspireret og imponerende værk“. *MONA* 4:94–101, s. 99.

2.1.2 Aspekter af matematikundervisningen

I dette speciale vil vi kun fokusere på de dele af undervisningen, der kan ses ud fra læse-/læreplaner og lærebøger.

2.1.3 Forskellige gymnasieskoler

I dette speciale fokuseres der kun på det almene gymnasium.

3 Begrebsafklaring

Her fremgår en forklaring af nogle af de begreber, som vi bruger i dette speciale.

- Matematisk sætning
 - Et matematisk resultat eller sandhed. Dette kunne for eksempel være Pythagoras' sætning om forholdet mellem sidelængderne i en retvinklet trekant: $a^2 + b^2 = c^2$.
- Matematisk bevis
 - En serie af algebraiske udregninger og logiske ræsonnementer og argumenter, der beviser en matematisk påstand. Denne påstand er ofte formuleret som en matematisk sætning. At vise eller argumentere for noget matematisk fungerer ofte som et synonym til at bevise det.
- Matematikinterne
 - Når matematik er til eller præsenteres for matematikkens egen skyld, det vil sige for at blive klogere på den matematiske teori, så kalder vi det matematikinternt. Dette står i kontrast til matematik, der er til eller præsenteres for at løse eller belyse et konkret problem fra den virkelige verden. Det matematikinterne afhjælper en matematikers problemer, mens det ikke-matematikinterne kan afhjælpe problemerne hos en murer, økonom, statistiker og så videre.
- Abstrakt og konkret matematik
 - Med abstrakt matematik mener vi ting som sætninger, beviser og matematisk argumentation. Denne type matematik har typisk med bogstaver frem for tal at gøre, og

vil finde generelle resultater og formler. Med konkret matematik mener vi på den anden side matematik i høj grad handler om at udregne. Her er der mange tal frem for bogstaver.

- Reformperiode
 - Tidsintervallet mellem to gymnasireformer. Årene 1963-1988 er for eksempel en reformperiode.

4 Forskningsoversigt

I dette afsnit vil forskningen på området blive præsenteret. Forskningsoversigten bliver inddelt i tre kategorier: "Elevernes forståelse", "Lærebogsanalyse" og "Uddannelseshistorie".

4.1 Elevernes forståelse

Der har gennem tiden været flere forskellige analysemetoder til at studere elevers forståelse af et fag, og hvilke forventninger som lærere har til elevers opnåede kompetencer efter et endt forløb. I det følgende afsnit vil flere af de vigtigste metoder blive præsenteret.

En taksonomi til at analysere læringsniveauet og en klassificering heraf, er Blooms taksonomi, som stadigvæk er en af de mest kendte taksonomier. I 1956 udkom bogen "A taxonomy of educational objectives Handbook 1: Cognitive domain" af Benjamin S. Bloom, som er et hovedværk indenfor emnet. Teorien om Blooms taksonomi er kun blevet videreudviklet lidt siden dengang, og dermed er de grundlæggende ideer stadigvæk de samme.⁷ Det primære formål for Bloom var at lave en taksonomi, som kunne klassificere uddannelsesmæssige mål, og samtidig kunne forbedre kommunikation.⁸ Blooms taksonomi består af seks niveauer; kendskab, forståelse, anvendelse, analyse, syntese og vurdering. Disse niveauer bygger på hinanden, så det er nødvendigt at have kendskab og forståelse før man eksempelvis kan anvende.⁹

Et andet kendt framework til at analysere elevers forventede forståelsesniveau er SOLO-taksonomien (Structure of Observed Learning Outcomes). Bogen "Evaluating the Quality of

⁷Claus Brabrand og Bettina Dahl. 2009. „Using the SOLO taxonomy to analyze competence progression of university science curricula“. *Higher Education* 58:531–549. doi:[10.1007/s10734-009-9210-4](https://doi.org/10.1007/s10734-009-9210-4), s. 534.

⁸Ursula Lucas og Rosina Mladenovic. 2009. „The identification of variation in students' understandings of disciplinary concepts: the application of the SOLO taxonomy within introductory accounting“. *Higher Education* 58:257–283. doi:[10.1007/s10734-009-9218-9](https://doi.org/10.1007/s10734-009-9218-9), s. 260.

⁹Brabrand og Dahl 2009, s. 534

Learning: The SOLO Taxonomy, Structure of Observed Learning Outcome", om SOLO-taksonomien, blev udgivet i 1982 af John B. Biggs og Kevin F. Collis. SOLO-taksonomien inddeler elevernes forståelse i fem forskellige niveauer. Den bruges til at vurdere, hvad det forventede forståelsesniveau for eleverne er, når de er færdige med faget.¹⁰ Her skelner Biggs mellem "learn about" og "learn (to do)", hvor "learn about" vil sige at lære om nogle bestemte emner, mens at "learn (to do)" er hvad det forventes, at eleven kan, når faget er slut. I SOLO-taksonomien måler man, hvad eleverne skal "learn (to do)" og ikke, hvad de skal "learn about", og taksonomien afhænger altså ikke af emner, men af behandlingen af emner. Det kunne eksempelvis være, at det forventes, at eleven kan "anvende" matematiske værktøjsprogrammer. Læse-/læreplanerne repræsenterer, hvad man forventer af eleverne, og med SOLO-taksonomi kan man derfor analysere verberne i læreplanen for at karakterisere disse forventninger.¹¹

En anden forsker, der i 1987 udviklede en teori, om hvordan man kunne kategorisere læringsniveauet, var Richard Skemp. Han inddelte elevernes forståelse for et emne i to kategorier; relationel og instrumentel forståelse. Instrumentel forståelse definerede han, som at eleven kunne anvende en teori eller en metode, men ikke forstod den dybdegående eller i relation til andet teori, hvorimod relationel forståelse var, hvor eleven både forstod hvad vedkommende skulle gøre og hvorfor.¹²

4.2 Lærebogsanalyse

Frameworket "TIMSS" (Trends in International Mathematics and Science Study) er et af de før-ende forskningsprojekter i lærebogsanalysen af matematikbøger. TIMSS er et stort internationalt studie i matematiske og naturvidenskabelige lærebøger med meget empiri, og præsenterer blandt andet tre analysepunkter til analysen af matematiske lærebøger: indhold, struktur og forventning.¹³ TIMSS er et centralt og ofte anvendt studie af lærebøger i forskellige lande.¹⁴ Forskeren O'Keeffe der forsker i lærebogsanalyse beskrev i en oversigtsartikel fra 2013 hendes metologi til at analysere lærebøger, og hun er tilhænger af idéen om lærebøger som en oversættelse af

¹⁰Lucas og Mladenovic 2009, s. 260

¹¹Brabrand og Dahl 2009, s. 534-535

¹²Brabrand og Dahl 2009, s. 533

¹³Gilbert A. Valverde m.fl. 2002. *According to the Book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic Publishers.

¹⁴Matic og Gracin 2016, s. 350

pensum, bestemt af Undervisningsministeriet.¹⁵ O’Keeffe giver et overblik over forskningsfeltet, og præsenterer et framework til denne analyse. Dette framework består af fire analysepunkter til lærebøger: indhold, struktur, forventning og sprog.¹⁶ Hver af disse analysepunkter præsenterer O’Keeffe ud fra eksisterende forskning, og til de tre første af disse bruger O’Keeffe TIMSS-frameworket.¹⁷ At TIMSS udgør tre ud af fire centrale analysepunkter til analysen af lærebøger ifølge O’Keeffe understreger, hvor centralt studiet er.

En anden måde at analysere lærebøger på er ved at analysere lærebogens opgaver. Til dette område har Zhu Yan og Fan Lianghuo skrevet artiklen "Focus on the representation of problem types in intended curriculum".¹⁸ Zhu og Fan bygger delvist deres forskning ovenpå TIMSS-frameworket, og deres interesse i opgaver kan derfor ses som en udvidelse af dette framework, da de mener, at forskningen på området stadigvæk er mangelfuld.¹⁹

4.3 Uddannelseshistorie

Da dette speciale beskæftiger sig med historien om den danske gymnasieuddannelse og specielt matematikundervisningen, er det relevant at præsentere den eksisterende forskning på området. Nogle af disse værker beskæftiger sig med hele vores periode, og beskriver et bredt tidsinterval, og andre værker beskriver mere specifikt én af de tre reformer. Ifølge professor i matematikdidaktik fra RUC, Mogens Niss, var der i 2008, ikke skrevet meget om netop matematikundervisningens historie i gymnasiet, og derfor er der også skrevet endnu mindre om netop de matematiske lærebøgernes historie i gymnasiet.²⁰

Et værk om uddannelseshistorie er kapitlet "Træk af matematikundervisningens historie" i bogen "Matematik for lærerstuderende", hvor der fokuseres på matematikundervisningens historie i Danmark i det 20. århundrede.²¹ Bogen er egentligt lavet til folkeskolelærere, og fokuserer derfor mest på matematikundervisningen i folkeskolen, men der bruges også nogle sider på

¹⁵Lisa O’Keeffe. 2013. „A Framework for Textbook Analysis“. *International Review of Contemporary Learning Research* 2 (1): 1–13. doi:[10.12785/irclr/020101](https://doi.org/10.12785/irclr/020101), s. 1.

¹⁶Vi bruger dog kun de tre punkter fra TIMSS (hvor forventning slås sammen med "struktur af forventning"), og dermed ikke sprog. Grunden til, at vi ikke fokuserer på sprog er af hensyn til specialet omfang

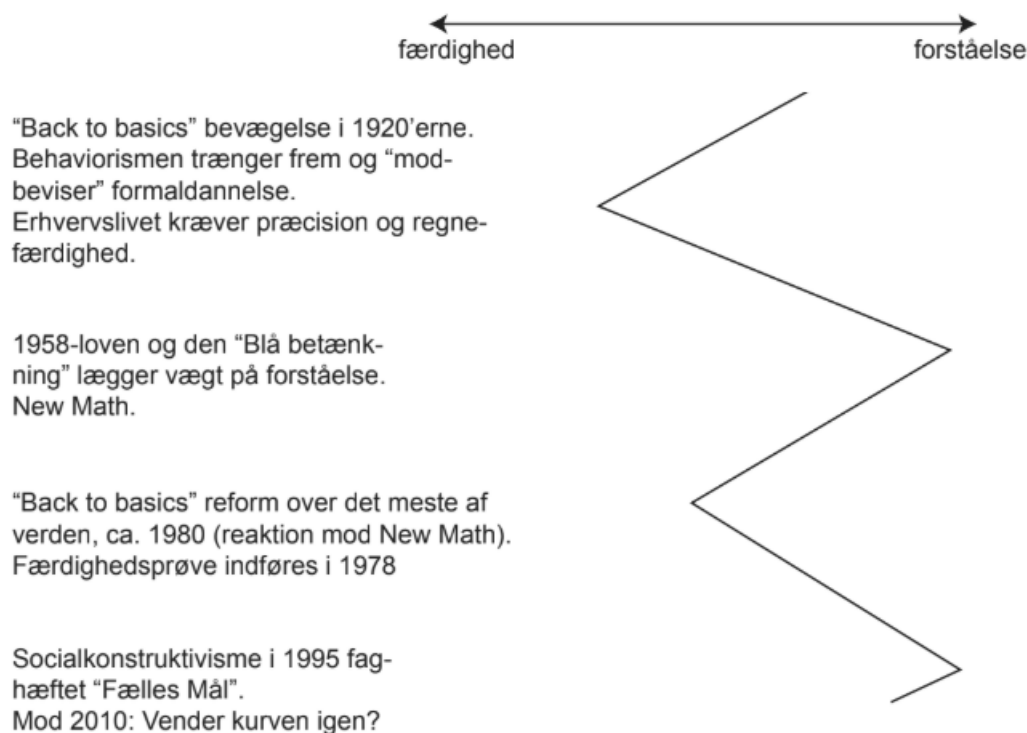
¹⁷O’Keeffe 2013, s. 7,10

¹⁸Zhu Yan og Fan Lianghuo. 2006. „Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States“. *IJSME* 4:609–626. doi:<https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>.

¹⁹Zhu Yan og Fan Lianghuo 2006, s. 609

²⁰Niss 2009, s. 99

²¹Jeppe Skott, Kristine Jess og Hans Christian Hansen. 2008. *Matematik for lærerstuderende : Delta : fagdidaktik: Kapitlet "Træk af matematikundervisningens historie"*. Samfundslitteratur, s. 447.



Figur 1: Et udsnit af bølgemodellen fra "Træk af matematikundervisningens historie"

gymnasieundervisningen, og derudover beskriver forfatterne også udviklingen i matematikundervisning generelt. En interessant model i bogen, som set på figur 1, skal afspejle, at matematikfaget fra skoleloven 1814 og frem til 2000 har bølget mellem et fokus på færdigheder på den ene side og forståelse på den anden side.²²

Et andet værk, "Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet" er en central bog på dette område, som flere andre værker og forskere bruger. Bogen er udgivet i to bind, og i andet bind findes kapitlet "Gymnasiet 1960 og frem" der handler om matematikundervisningen fra 1960 til før reformen i 2005, og der fokuseres altså modsat "Træk af matematikundervisningens historie" på gymnasiet.²³ Kapitlet gennemgår de vigtigste udviklinger og reformer i matematikfaget på gymnasiet gennem årene, og beskriver ikke mindst aktørerne bag disse udviklinger. Bogen beskriver tilmed gymnasiets generelle udvikling, og delvist hvordan denne spillede ind på netop matematikfaget. Førnævnte Mogens Niss, skriver tilmed i en anmeldelse, at:

Værket er ikke – og giver sig heller ikke ud for at være – en forskningspublikation, men det fremlægger som det første af sin art et umådelig righoldigt og informativt materiale der er en

²²Skott, Jess og Hansen 2008, s. 449. Figur 1 er et udsnit af en større bølge-figur

²³Munkholm 2008

guldgrube for den som vil sætte sig ind i rammer, vilkår og omstændigheder for matematikundervisningen på snart sagt alle trin i det 20. århundrede.

, hvilket understøtter bogens brugbarhed.²⁴

Et tredje værk er rapporten "Den faglige udvikling i gymnasiet" af Danmarks Evalueringsinstitut, der fokuserer på udviklingen i flere forskellige gymnasiefag fra 1960'erne til nu.²⁵ Rapporten er bestilt af Undervisningsministeriet og er skrevet i forbindelse med gymnasireformen fra 2017. Forfatterne undersøgte gymnasiets historie for at kunne sige noget om det faglige niveau i nogle bestemte fag, inklusiv matematik, i perioden.²⁶ Derfor omhandler rapporten først den generelle udvikling på gymnasiet, hvorefter den beskriver de faglige udviklinger i blandt andet matematik.

Et fjerde værk er Ph.D.-afhandlingen "Gymnasiematikfagets fagidentitet" af Kasper Bjering Søby Jensen fra RUC. Med begrebet fagidentitet mener Jensen et ... *helhedssyn på hvilke objekter og problemstillinger der kan behandles selvstændigt i faget*.²⁷ Jensens måde at analysere fagidentiteten på minder om vores på flere forskellige måder. Jensen inddeler sin analyse op i forskellige reformperioder, der afgrænses af de forskellige gymnasireformer, og han analyserer både læreplaner og bekendtgørelser, et område som han kalder "systemet", og lærebøger, et område som han kalder "lærebogssystemet", for at besvare sin problemformulering. Jensens bidrag er altså det eneste fundne litteratur til dette speciale, der fokuserer på en analyse af matematiske læse-/læreplaner og lærebøger, hvilket rent metodisk gør afhandlingen relevant for dette speciale. Når det er så er sagt er Jensens hovedfokus, "fagidentiteten", ikke et begreb vi beskæftiger os med i dette speciale.

Et sidste, lidt ældre, værk af Helge Christiansen fra 1981, der gennem flere år var matematisk lærebogsanmelder for *Gymnasieskolen*, handler om de matematiske lærebøgers historie fra 1920'erne, og er også relevant for i dette forskningsfelt.²⁸ Med sin jobbeskrivelse var Christiansen i god position til at beskrive udviklingerne i de matematiske lærebøger. Christiansen belyste dog udviklingen uden brug af TIMSS-frameworket eller noget lignende teori, og beskrev også kun nogle af årene i vores periode, hvormed brugbarheden af hans værk også har grænser.

²⁴Niss 2009, s. 99

²⁵Danmarks Evalueringsinstitut. 2017. „Den faglige udvikling i gymnasiet“.

²⁶Danmarks Evalueringsinstitut 2017, s. 20

²⁷Kasper Bjering Søby Jensen. 2016. „Gymnasiematikfagets Fagidentitet“. Ph.d.-afhandling, Roskilde Universitetscenter, s. 4.

²⁸Helge Christiansen. 1981. „Matematikbogen - undervisningsredskab“. Kap. 7 i *Matematiklærerforeningen 1931-1981*, udg. af Bent Hirsberg m.fl., 45–57. Jelling Bogtrykkeri.

Alt i alt danner disse værker en forskningsmæssig baggrund for dele af vores metode og dele af vores problemfelt, men dette speciale går ud over disse værker forstået på den måde, at det kombinerer dele af Jensens metode med fokuspunkter fra de andre værker.

5 Teori

I dette afsnit vil vi præsentere teorien om analysen læse-/læreplaner og lærebøger.

5.1 Læse-/Læreplaner

Der findes flere teoretiske måder at analysere en læse-/læreplan på. Én måde er ved at bruge Richard Skemp's teori om relationel og instrumentel forståelse, mens en anden måde er ved at benytte SOLO-taksonomi. Disse to metoder præsenterer vi i det følgende.

Skemp's teori om forståelse handler om, hvordan elever lærer at forstå forskellige matematiske emner. Som tidligere skrevet kan forståelse ifølge Skemp inddeles i to kategorier, hvor den ene er relationel forståelse og den anden er instrumentel forståelse. En elev, der lærer noget instrumentelt, lærer en fast plan at benytte til en specifik opgave, og dermed lærer eleven en metode til at komme fra start til slut. Relationel læring er anderledes fra dette på den måde, at eleverne opbygger en begrebsmæssig struktur, et såkaldt skema, i faget, hvorfra læreren kan udvide elevens viden. Sagt på en anden måde kan instrumentel forståelse defineres, som at eleven kan anvende en teori eller en metode, men ikke forstå den dybdegående eller i relation til andet teori, hvorimod relationel forståelse er, hvor eleven både forstår, hvad vedkommende skal gøre og hvorfor.²⁹

SOLO-taksonomien blev udviklet af Biggs og Colin, og i 1982 udkom bogen "Evaluating the Quality of Learning: The SOLO Taxonomy". Taksonomien kan bruges til at definere et fags forventede læringsudbytte, som beskriver, hvilket niveau det forventes, at eleven opererer på. Derudover kan SOLO-taksonomien også bruges til at evaluere resultatet, som eleverne præsterer individuelt.³⁰

²⁹Richard R. Skemp. 1987. *The Psychology of Learning Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, s. 20, 25.

³⁰John Biggs og Catherine Tang. 2011. *Teaching for Quality Learning at University*. 4. udg. Open University Press, s. 87.

I løbet af et undervisningsforløb lærer eleverne mere og mere, og samtidig stiger kompleksiteten af det lærte stof. I denne proces sker to store ændringer. Først sker den kvantitative ændring (SOLO-niveau 2-3), hvor eleverne bliver i stand til at behandle flere aspekter, og derefter sker den kvalitative ændring (SOLO-niveau 4-5), hvor eleverne bliver i stand til at integrere oplysninger i strukturelle mønstre.³¹ Taksonomien er inddelt i fem niveauer:

1. **SOLO-niveau 1** *Prestructural level* (Før-strukturelt niveau)

Eleven har ingen forståelse for emnet, men kan muligvis vise små tegn på læring.

2. **SOLO-niveau 2** *Unistructural level* (Et-strukturelt niveau)

Eleven kan håndtere et enkelt aspekt. Desuden kan eleven bruge terminologi, identificere og udføre simple instruktioner med mere.

3. **SOLO-niveau 3** *Multistructural level* (Fler-strukturelt niveau)

Eleven kan behandle flere aspekter, men kan ikke se en sammenhæng mellem disse.³² Eleven kan beskrive, klassificere, kombinere og anvende metoder med mere.

4. **SOLO-niveau 4** *Relational level* (Relationsniveau)

Eleven har ikke længere bare en liste af oplysninger og detaljer, men kan nu også lave en sammenhæng og danne en struktur mellem aspekterne.³³ Eleven kan sammenligne, anvende teori og kan forklare med årsager og virkninger med mere.

5. **SOLO-niveau 5** *Extended abstract level* (Udvidet abstrakt niveau)

Eleven kan anvende abstraktioner, som er ud over det givne, og kan anvende det til nye og større sammenhænge. Her kan eleven hypotesere, kritisere med mere.³⁴

Bettina Dahl beskriver i artiklen "Kompetencer i matematik ved overgangen mellem det almene gymnasium og universitet", hvordan en SOLO-analyse kan bruges til at se efter progression i elevernes/studerendes matematiske kompetencer. Disse kompetencer kan være læringsmålene fra læreplanerne for stx og kursusbeskrivelserne fra universiteterne. Klassificeringen af nogle SOLO-verberne fra artiklen kan ses på figur 2.

³¹Biggs og Tang 2011, s. 87

³²Biggs og Tang 2011, s. 89

³³Biggs og Tang 2011, s. 89

³⁴Biggs og Tang 2011, s. 88-90 ; Bettina Dahl. 2010. „Kompetencer i matematik ved overgangen mellem det almene gymnasium og universitet: En SOLO-analyse af progression og vidensformer i læreplaner og kursusbeskrivelser“. *Dansk Universitetspædagogisk Tidsskrift* 9:24–29, s. 25-26

SOLO 2	SOLO 3	SOLO 4	SOLO 5
Angive (Be)regne Bestemme Danne Definere Finde Gengive Genkende Håndtere Identificere Navngive Omformulere Opstille Oversætte Referere Skitsere Søge (Ud)vælge	Afgøre Anvende/benytte metode Behandle/-arbejde Beskrive Bevise Demonstrere Formulere Gennemføre Give overblik over Illustrere Karakterisere Klassificere Kombinere Konvertere Løse Redegøre for Simulere Udtrykke	Analysere Anvende/benytte teori Argumentere Begrunde Eksemplificere Forklare Implementere Konkludere Konstruere Modellere Relatere Sammenfatte Sammenligne Strukturere Tilpasse Tolke Udlede Udnytte	Afgrænse Bedømme Diskutere Ekstrapolere Estimere Evaluere Fortolke Generalisere Hypotesere Kritisere Reflektere Refutere Perspektivere Rationalisere Ræsonnere Skønne Teoretisere Vurdere

Figur 2: Forskellige ords taksonomiske niveauer

Disse SOLO-verber har ikke en entydig tilknytning til Biggs' oprindelige klassificering af verberne, og verberne er tilmed ikke entydige på den måde, at det samme verbum kan få tilknyttet forskellige SOLO-værdier alt efter konteksten. Tilblivelsen af verberne set på figur 2 bygger blandt andet på en analyse af 632 kursusbeskrivelser fra det naturvidenskabelige fakultet på Aarhus Universitet og Syddansk Universitet, samt samtaler med Cathrine Tang og John Biggs. Selvom klassificering af SOLO-verberne ikke var lavet til stx, så viste det sig overordnet set i praksis, at verberne passede godt til en undersøgelse af læreplaner på stx.³⁵

For at sammenfatte SOLO-taksonomien og Skemps teori kan man betragte SOLO-niveauerne ud fra Skemps forståelsesopdeling. Niveau 2 og 3 svarer til en instrumentel forståelse, mens niveau 4 og 5 svarer til en relationel forståelse. En overordnet forskel mellem disse er derfor, at Skemps teori ikke klart fastlægger, hvordan en gradvis udvikling mellem relationel og instrumentel sker. Dette har Biggs derimod gjort med SOLO-taksonomien, hvor der findes forskellige inddelinger af forståelsesniveau.

5.2 Lærebøger

I "According to the book", der beskriver TIMSS-frameworket, beskrives blandt andet to analysepunkter til at analysere af lærebøger: strukturen af lærebøgerne og indeholdet i dem.³⁶ Denne

³⁵Dahl 2010, s. 24-27

³⁶I "According to the book" beskrives flere analysepunkter ud over disse to, men da vores analyse kun kommer til at bruge strukturen og indholdet, beskriver vi i teorien ikke de andre punkter. Grunden til, at vi kun har valgt disse

opdeling af analyseemner betyder ikke, at de forskellige tilgange ikke har noget med hinanden at gøre. I TIMSS undersøger man en bogs struktur delvist ud fra bogens indhold og forventninger, og generelt er der også forskellige overlap mellem analysepunkterne. I "According to the Book" skelnes der mellem tre forskellige "populationer", der kendetegner forskellige grupperinger af klassetrin, hvor population 3 svarer til det danske gymnasieniveau.³⁷

I TIMSS-frameworket skelner man mellem matematiske emner, ud fra hvor generelle de er. Et emne som trekantsregning er for eksempel mere generelt end et emne om lige præcis retvinklede trekanter, mens et emne om funktioner er mere generelt end et emne om lineære funktioner. Denne skelnen bruger vi også i dette speciale: de generelle emner, som funktioner, kaldes fra nu af "temaer", og de mere specifikke emner som lineære funktioner kaldes fra nu af "emner". Med det sprogbrug kan det siges, at et matematisk tema består af nogle matematiske emner.

5.2.1 Struktur

Når stukturen af lærebøger analyseres i TIMSS-frameworket gøres det ud fra tre forskellige kategorier: 1. "block types" ; 2. indhold og 3. forventninger. Block types betegner de forskellige dele af en lærebog, der er karakteriseret af forskellige præsentationsformer, og vil derfor fremover blive kaldt præsentationsformer. Én præsentationsform kan for eksempel være brug af figurer/grafer og en anden kan være brug af eksempler.³⁸ Lærebøger inddeles i, hvordan de strukturerer deres præsentationsformer. Nogle bøger fokuserer på én præsentationsform, og andre bøger har også specifikke måder at præsentere stoffet på, men gør det ud fra to eller flere præsentationsformer hele bogen igennem. En tredje kategori af bøger har struktureret hvert kapitel på samme måde i forhold til præsentationsformer, så hvert kapitel for eksempel først beskriver matematikken og bagefter opgaver.³⁹ Præsentationsformer, indhold og forventninger kan man danne overblik over ved at sætte det op skematisk, som ses på figur 3.⁴⁰

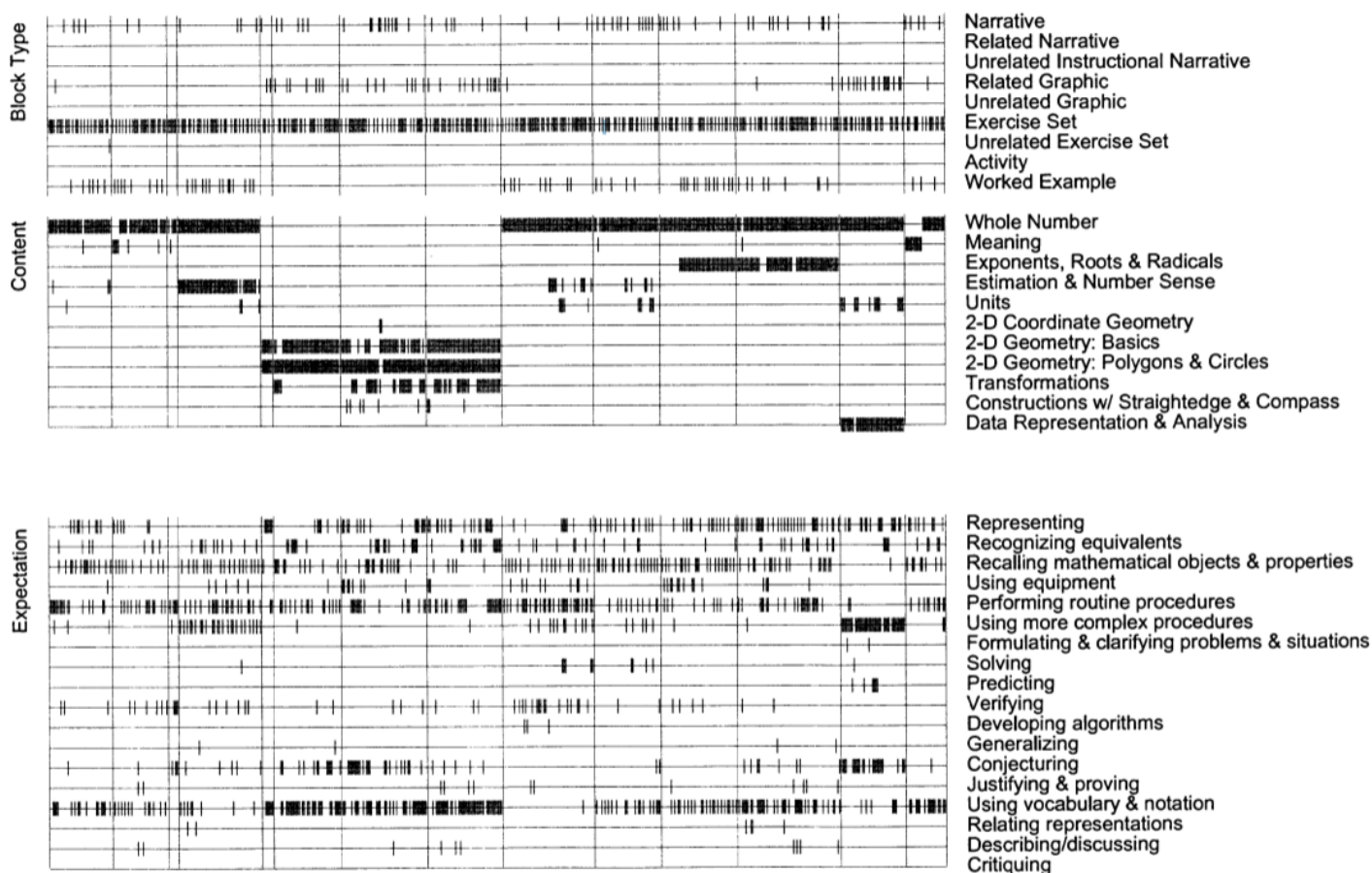
to er, at de var de eneste, vi vurderede brugbare til at besvare vores problemformulering.

³⁷ IEA. TIMSS - 1995. <https://tinyurl.com/u75ksry>. Konsulteret d. 18. november 2019.

³⁸ Valverde m.fl. 2002, s. 55

³⁹ Valverde m.fl. 2002, s. 84-89

⁴⁰ Valverde m.fl. 2002, s. 56



Figur 3: En lærebogs struktur fra tre forskellige synsvinkler

Ved at stille disse observationer op skematisk får man et overblik over, hvad der karakteriserer bogen for hver af de tre kategorier. For eksempel bruger bogen på figur 3 i høj grad øvelser som en præsentationsform. Det skematiske overblik over strukturen af henholdsvis bogens indhold og dens forventninger kan bruges til at placere en given bog i forskellige kategoriseringer inden for de to emner. En dybdegående forklaring af sådan et skematisk overblik kommer i afsnit 6.2.1.3 side 22.

Lærebøger kan inddeles i, hvordan de strukturerer deres indhold ifølge TIMSS-frameworket. TIMSS kategoriserer bøger med flere temaer, som kommer på skift i bogen i tre forskellige kategorier. Den første underkategori, "multiple topic themes", betegner bøger, der ikke altid holder sig til ét tema ad gangen. Dette kunne for eksempel være en bog, der i et kapitel beskriver funktioner og differentialregning i den samme kontekst. Den anden underkategori, "recursive single-topic themes", betegner bøger, der har ét hovedtema, som bogen som regel vender tilbage til efter at have beskrevet andre temaer. Den sidste underkategorisering, "single-topic themes", betegner

bøger, der, som regel, kun behandler et tema ad gangen, og hopper fra tema til tema.⁴¹

Udover dette kan lærebøger også inddeles i, hvordan de strukturerer deres forventninger ifølge TIMSS. Nogle lærebøger forventer mest af alt én ting fra deres læsere gennem hele bogen, mens andre lærebøger har flere skiftende forventninger, men for det meste kun én forventning ad gangen. En tredje kategori har flere forventninger, hvor mange af disse kommer på én gang, konsekvent gennem store dele af bogen.⁴² TIMSS fremlægger 21 forskellige typer forventninger og kategoriserer disse inden for seks kategorier: 1. Viden om og brug af fagterminologi; 2. Brug af redskaber og rutinemæssige procedurer; 3. Komplekse procedurer; 4. Undersøgelse og problemløsning; 5. Matematisk argumentation og 6. Diskussion.⁴³ Nogle af disse 21 emner kan ses nederst på figur 3.

5.2.2 Indhold

I TIMSS-frameworket analyseres en bogs indhold ud fra flere forskellige faktorer, men overordnet handler analysen af indhold i dette framework om de temaer, som lærebogen indeholder.⁴⁴

Først og fremmest undersøges det, *hvor meget* indhold en bog præsenterer, det vil sige, hvor mange emner bogen beskriver. Ved at tælle disse emner får man en indsigt i, hvor alsidige ambitionerne fra forfatterne er. Man bør dog også have for øje, at antallet af emner i en lærebog ikke nødvendigvis indikerer, hvor meget eleverne bliver undervist i, da forfatterne naturligvis vil fokusere mere på nogle emner og mindre på andre. Derfor undersøger TIMSS-frameworket også hvor stort fokus, der er på de forskellige emner i en lærebog. Dette gøres ved at undersøge, hvor mange emner, der skal til for at dække 80% af bogen. Når dette tal er småt tyder det på en bog, der overordnet set har et snævert fokus, uanset hvor mange emner bogen sammenlagt præsenterer. Når tallet er stort kan bogen i højere grad minde om et matematisk opslagsværk, da de fleste emner kun dækkes kursorisk.⁴⁵

Til sidst undersøges indhold i TIMSS-frameworket også ud fra, hvordan selve indholdet præsenteres. I TIMSS skelnes der mellem at præsentere noget nyt på en abstrakt og en konkret måde. Når et emne præsenteres på en konkret måde, er det fordi præsentationen relaterer til de studerendes egen verden, og til velkendte eksempler, mens en abstrakt præsentation ikke gør

⁴¹ Valverde m.fl. 2002, s. 67-73

⁴² Valverde m.fl. 2002, s. 78-84

⁴³ Valverde m.fl. 2002, s. 127

⁴⁴ Valverde m.fl. 2002, s. 91

⁴⁵ Valverde m.fl. 2002, s. 96

dette. At præsentere koncepter visuelt med billeder og grafer anses også som en konkret præsentation, mens det at præsentere koncepter symbolsk (også kaldet algebraisk) anses som abstrakt.⁴⁶

Alt i alt undersøges indholdet af lærebøger i TIMSS-frameworket altså ud fra følgende faktorer: antal emner, antal emner for at dække 80% af bogen og andelen af konkret henholdsvis abstrakt præsentation.

5.2.3 Opgaver

Artiklen "Focus on the representation of problem types in intended curriculum", skrevet af Zhu Yan og Fan Lianghuo, handler om forskellige typer opgaver i kinesiske og amerikanske matematikbøger. Zhu og Fan definerer en opgave, som: ... *a situation that requires a decision and/or answer...*, og disse opgaver kan karakteriseres ud fra en række forskellige kategorier.⁴⁷

En opdeling af opgaver er i "traditionelle opgaver" og "ikke-traditionelle opgaver". En traditionel opgave er at udregne noget numerisk eller at bevise noget, mens en ikke traditionel opgave kan være: at eleven selv skal finde ud af, hvad opgaven er; at eleven skal løse en gåde; at eleven skal lave et projekt, hvor vedkommende undersøger et matematisk emne, samler data og så videre; at eleven i prosa skal beskrive noget lært matematik.

En anden opdeling er i "lukkede" og "åbne" opgavetyper. En åben opgave er en med flere forskellige acceptable løsninger, mens en lukket opgave er en med kun én løsning, uanset hvilken metode man bruger til at løse den. Om en opgave klassificeres som åben eller lukket afhænger kun af, hvor mange acceptable svar der er, og ikke hvor mange løsningsmetoder der er.

En tredje opdeling er "anvendelses-" og "ikke-anvendelsesopgaver". Anvendelsesopgaver relaterer sig til eller kommer på baggrund af et problem fra den virkelige verden. Oftest vil disse opgaver være formuleret på en måde, så det er forståeligt af lægmænd. Ikke-anvendelsesopgaver er derimod ofte mere specifikke til den matematiske verden. Anvendelsesopgaver kan herudover yderligere underinddeles i fiktive praktiske opgaver, hvor læreren eller bogen leverer data, og i egentligt praktiske opgaver, hvor eleverne i nogle tilfælde selv skal samle data, og løse en bestemt opgave derudfra.

En fjerde opdeling er ud fra, hvordan opgaverne formuleres. Hvis en opgave formuleres

⁴⁶I vores analyse anses en side også som værende konkret, hvis det har med konkrete taleksempler at gøre, hvilket kan ses i afsnit 6

⁴⁷Zhu Yan og Fan Lianghuo 2006, s. 612. I Zhu og Fans teori præsenteres flere opgavekategorier end vi gør brug af i den efterfølgende tekst. Dette gøres af hensyn til specialets omfang.

kun ved matematiske begreber og symboler klassificeres den som en "ren matematisk opgave". Hvis en opgave bliver stillet udelukkende verbalt og i prosa kaldes det en "verbal opgave". Hvis en opgaveformulering beror på noget visuelt, som en graf, et billede, en tabel eller lignende, kaldes det en "visuel opgave". Opgaver kan dog også præsenteres på to eller alle tre af disse måder på samme tid.⁴⁸

6 Metode

I dette speciale vil vi undersøge den historiske udviklingen i matematikfaget på tværs af tre reformer, og især hvordan vi kan se udviklingen i de matematiske læse-/læreplaner og lærebøger. Vi opdeler perioden i de tre reformperioder 1963-1988, 1988-2005, 2005-2017 og til hver af de tre reformer, der startede perioden, laver vi en analyse. I hver af disse analyser vil vi analysere, hvad der historisk ledte til den pågældende reform, blandt andet fra forskellige kilder, hvordan den blev udført set ved hvilken læse-/læreplan faget fik, og hvad der kendetegnede bøgerne, der blev skrevet til den, og til sidst hvilke effekter reformen havde i de følgende år. Til hver af de tre reformperioder vælger vi et lærebogssystem med tre bøger i hver serie. Et betragteligt fokus i hver af disse analyser vil være på karaktertrækkene af lærebogssystemer fra den pågældende reformperiode. De tre valgte lærebogssystemer er alle udgivet kort efter en af de tre reformer blev vedtaget, og er derfor skrevet til reformen. Fordi vi kun analyserer ét bogsystem per reform er vores boganalyse kvalitativ frem for kvantitativ, og vi har derfor øje for, at et andet bogsystem fra den samme reformperiode ikke nødvendigvis deler de samme karaktertræk, som den valgte. Vi betragter dog vores valgte bogserier som værende repræsentanter for en bestemt reformperiode, og vi vil derfor også konkludere noget generelt ud fra de specifikke bogserier.

Til hvert analyseafsnit bruger vi teorien fra afsnit 5 til at analysere læse-/læreplaner og lærebøger, men vi gør det dog med modifikationer, hvilket vi præsenterer senere i dette afsnit. Dette gør vi for efterfølgende at kunne karakterisere henholdsvis læse-/læreplanerne og lærebøgerne til hver reformperiode på flere forskellige områder. Disse karakteriseringer tolker vi på ud fra historiske kilder og faglitteratur for at forklare dem, og karakteriseringerne bruger vi herefter til at bestemme nogle udviklingstræk i matematikundervisningen, på tværs af de tre reformperioder. I de følgende afsnit beskriver vi, hvordan vi griber analysen af henholdsvis læse-/læreplaner

⁴⁸Zhu Yan og Fan Lianghuo 2006, s. 613-615

og lærebøger an.

6.1 Læreplaner

I analysen af læse-/læreplaner vil der til hver reformperiode være én læse-/læreplan. Dette er altid den første læse-/læreplan til en ny reform, hvilket vil sige, at det er den læse-/læreplan, som hele reformen bygger på fra start. Til at analysere dem vil der blive taget udgangspunkt i verberne, som Dahl har opstillet til brug i sin artikel. På figur 2 ses et uddrag af verberne, som kan ses på hjemmeside lavet af Brabrand og Dahl.⁴⁹

Når vi undersøger SOLO-verber, så gør i vi det i konteksten, som verberne indgår i. Det samme verbum kan altså få flere forskellige SOLO-niveauer tilskrevet sig afhængigt af konteksten. Derfor er vores vurdering af SOLO-niveauet til de forskellige verber heller ikke entydige, da det flere steder er en vurderingssag.

6.2 Lærebøger

6.2.1 Struktur

I TIMMS-frameworket undersøger man, som sagt, strukturen af en bogs præsentationsformer, dens indhold og dens forventninger til læseren. Derfor undersøger vi i dette speciale disse tre områder, når vi analyserer matematikbøgernes struktur. Dette vil i høj grad bestå i at notere bøgernes sider for deres præsentationsform, deres indhold og deres forventninger. I forbindelse med dette skal man have for øje, at vores tildeling af temaerne ud på de forskellige sider naturligvis er en vurderingssag, hvilket fører to problemer med sig. For det først er vores måde at notere siderne på derfor ikke den eneste måde at gøre det på, og for det andet er der muligheder for småfejl, da der er flere vurderinger på hver enkelt side. Med tilstrækkelig omhyggelighed og med opmærksomhed på disse fejlkilder vurderer vi alligevel, at det ikke er et større problem, og at det store billede af vores sidenoteringer vil give et godt overblik over lærerbøgerne.

⁴⁹Claus Brabrand og Bettina Dahl. 2007 - 2008. *SOLO-nummerering af forskellige verber*. <https://tinyurl.com/tzpy9v5>. Konsulteret d. 1. december 2019.

6.2.1.1 Strukturen af præsentationsformer

For at analysere lærebøgers præsentationsformer vil der i dette speciale være fokus på følgende ni præsentationsformer: narrativ, relateret grafik, urelateret grafik, aktivitet, øvelse, eksempel, definition, sætning og bevis. Et narrativt stykke i teksten vil blive vurderet på om tekststykket er mere end tre linjer, og samtidig skal selve teksten være det dominerende element, frem for matematiske udregninger og lignende. Relaterede og urelaterede figurer er to vidt forskellige ting, da relateret grafik er matematiske tabeller, figurer og grafer, mens at urelateret grafik kan være et billede af en cykel eller en mosaik, hvilket vil sige, at det er billeder, som ikke matematisk relaterer sig til tekstens indhold. En aktivitet er, hvis der i lærebogen eksempelvis står, at eleverne skal lave et spil, mens at en øvelse er, hvis eleverne eksempelvis skal udregne eller bevise noget matematisk i selve lærebogen. I nogle lærebøger er der en tilhørende arbejdsbog med øvelser og opgaver, mens der i grundbogen er en henvisning til øvelsen i selve brødteksten.⁵⁰ Derfor vil der i præsentationsform-strukturen blive angivet de steder i grundbogen, hvor der bliver henvist til den specifikke øvelse. Når det kommer til eksempler, medtager vi kun eksempler, der tydeligt fremgår som eksempler, fordi det enten er afgrænset af en boks eller klart angives som et eksempel i bogen. På lignende måde som med eksempler vil definitioner, sætninger og beviser kun blive noteret i præsentationsforms-strukturen, hvis det fremgår tydeligt, at en af disse tre typer eksisterer på en givet side i bogen. Fortsatte definitioner sætninger og beviser fra tidligere sider noteres kun for den første side, de er på. Det noteres også som en sætning, når der står "vi vil nu vise" eller "vi har nu vist følgende sætning".

6.2.1.2 Strukturen af indholdet

Når strukturen af indholdet i lærebogssystemer analyseres i dette speciale, gør vi det ved at vurdere hvilket tema, en pågældende side omhandler. Temaerne, som vi har valgt at fokusere på er: geometri, funktioner, differentialregning, integralregning, statistik, sandsynlighedsregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d. Vi har valgt netop disse temaer, fordi vi mener, at disse vil dække størstedelen af de omtalte emner i de forskellige lærebogssystemer i de forskellige reformer. Hvis en side præsenterer et, for eleven, nyt resultat inden for en af disse temaer, eller hvis den bruger noget at det tidligere beskrevne inden for det pågældende tema til at beskrive noget andet, så

⁵⁰Når vi siger øvelse mener vi en opgave, som eleverne skulle løse sideløbende med læsningen af bogen, mens en opgave typisk er mere kompliceret og regnes efter læsning.

tælles den side med til det tema. Med andre ord tælles en side med som tilhørende et bestemt tema, hvis den præsenterer om *eller* bruger det pågældende tema, og flere temaer kan derfor også godt noteres til den samme side. Et tema behøver derfor heller ikke være det dominerende på en side for at blive noteret på den side - det skal bare kunne findes på siden.

I vores valg af temaer, opstår der en problemkilde, vi skal have in mente. I valget af disse temaer er der risiko for, at temainddelingen er ufuldstændig. Dette kan gøre, at sider, der ikke falder ind under en af de otte temaer, slet ikke ville blive noteret som noget, hvilket kan gøre, at vi kommer til at se huller i vores inddeling af siderne efter temaer. Vi har dog vurderet, at en fuldstændig inddeling af temaer på tværs af tre reformer ville betyde, at vi skulle undersøge så mange temaer, at denne lille del af vores analyse af lærebøgerne vil blive for omfattende i forhold til resten af specialet.

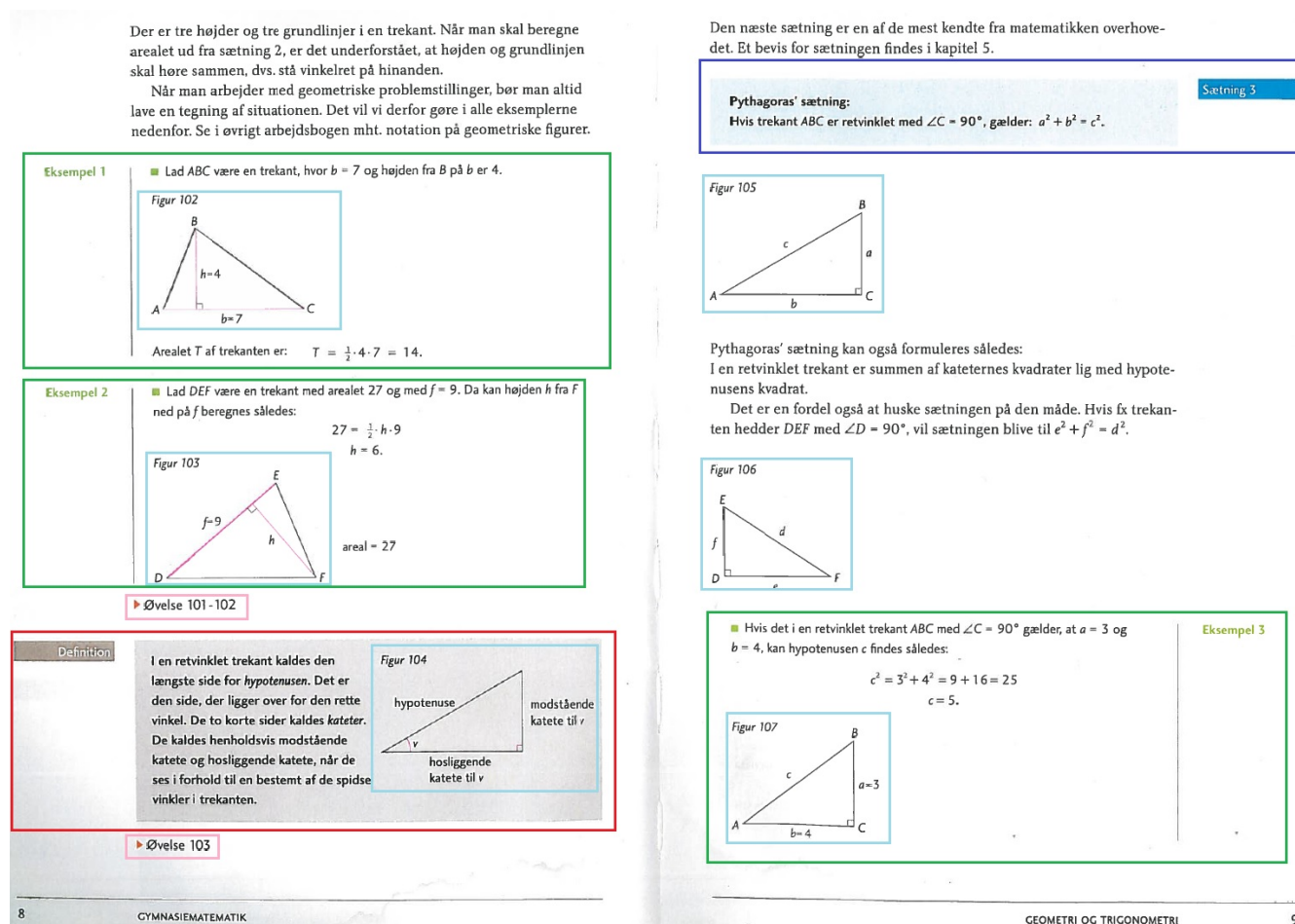
6.2.1.3 Strukturen af forventninger

I TIMSS-frameworket er forventningsanalyse og strukturen af forventningerne enestående analysepunkter for sig, men i dette speciale slås disse to sammen til ét afsnit, fordi vi vurderer, at de to afsnit stort set beskriver det samme. Når vi undersøger forventninger gør vi det ud fra langt færre emner, end TIMSS-frameworket selv bruger. Vi fokuserer nemlig kun på forståelse af tidligere nævnt stof, problemløsning og matematisk argumentation, både af hensyn til overskuelighed og simplicitet samt afsnittets omfang. Med problemløsning mener vi alle øvelser og eksempler, og med matematisk argumentation mener vi alle beviser, og lignende abstrakte matematiske motivationer.

Vi noterer en forventning om forståelse af tidligere nævnt stof, når bogens forfattere til en bestemt side forventer, at læserne kan forstå og bruge et matematisk emne eller notation, som er præsenteret tidligere i bogserien. Fordi en matematikbog naturligvis har matematik på alle sider har vi dog måttet begrænse, hvad vi tæller med. Vi tæller ikke forventning med i vores data, hvis noget teori bruges eller uddybes i det samme kapitel, som det blev præsenteret i. Dette vil for eksempel sige, at en side med en formel om differentialregning ikke tælles som forventning til forståelse af det tidligere, hvis siden er i det kapitel, hvor differentialregning bliver præsenteret første gang. Dermed tælles kun de ting, som er nævnt tidligere i bogen, og som omhandler et andet emne, end det som sidens kapitel omhandler.

6.2.1.4 Visualisering af strukturen

For at få overblik over, hvad strukturen er af alle de sider, vi har noteret ud fra præsenteringsform, indhold og forventninger, skriver vi vores data op skematisk, på lignende måde som på figur 3. På den måde kan vi nemmere danne os et overblik over strukturen af de tre områder, hvilket vi kan kommentere og analysere på. For at gøre det mere klart, hvordan vi udfylder sådan en figur, eksemplificeres det her ved brug af figur 4 og figur 5.⁵¹



Figur 4: Side 8 og 9 i "Gyldendals Gymnasiematematik B1"

På figur 4 er de forskellige præsenteringsformer på to sider i "Gyldendals Gymnasiematematik", som er en af de bøger, vi analyserer i dette speciale, markeret med firkanter af forskellige farver.⁵² En grøn firkant er et eksempel, lyseblå er en relateret figur, lyserød er en

⁵¹Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2005a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog B1*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag, s. 8-9.

⁵²Clausen, Schomacker og Tolnø 2005a, s. 8-9

øvelse, rød er en definition og blå er en sætning. Ud fra disse markerer vi her relateret figur og eksempel på begge sider, hvorudover øvelse og definition markeres på side 8 og sætning markeres på side 9. Dermed har vi bestemt de forskellige præsentationsformer på de to sider. Temaet, der skal markeres her, er for begge sider geometri, da de handler om trekantsregning, og dermed er indeholdet på siderne også noteret. Til sidst er siderne nogle af de første i bogen, så der er ingen forventning til forståelse af det tidligere i bogen ifølge vores metode, og derudover er der heller ingen forventning til matematisk argumentation, da der ikke fremgår beviser eller lignende på siderne. Her er dog en forventning om problemløsning, da der er eksempler på begge sider og øvelse på den første af siderne. Disse noteringer markerer vi med små streger på figur 5.

På figur 5 indikerer vandrette (i forhold til figurteksten) sorte linjer forskellige analysepunkter. Disse forskellige analysepunkter hører til henholdsvis præsentationsformer, indhold og forventninger, og disse analysepunkter opdeles af de røde linjer. En lille sort streg, som der er 11 af på figur 5, indikerer en observation til en bestemt side. Hvis vi observerer noget på side ét kommer der en streg helt til venstre på figuren (i forhold til figurteksten), og de efterfølgende sider følger til højre for denne streg-position. De lodrette linjer indikerer sider, hvor bogen skifter kapitel, og et kapitel afgrænses altså af to lodrette linjer. Efter man har sat streger for alle andre sider i bogen, kan man danne et overblik over strukturen af bogens præsentationsformer, indhold og forventninger.

Den endelige strukturfigur (se for eksempel figur 7 på side 41) kommer til at ligne en udfyldt figur 5, bort set fra, at den netop viste figur er en oversigt over én bog, hvor de endelige figurer bliver oversigter over tre bøger på én gang. For at afgrænse bøgerne tydeligt laver vi lodrette røde linjer til at indikere, at en ny bog starter derfra. Hvis vi laver en observation på den første side af den anden bog i en bogserie, for eksempel, tegner vi derfor en streg lige efter den første røde linje. Vores strukturfigurer afviger også en del fra figurerne i TIMSS, som set på figur 3, især i forhold til forventninger, hvor vi kun beskriver tre forventninger, mens de fire røde linjer for at adskille forskellige bøger og analyser heller ikke ses på figur 3.

	Kap. 1	Kap. 2	Kap. 3	Kap. 4	Kap. 5	Kap. 6	Kap. 7
Forventning							Narrativ
	=						Relateret figur
							Urelateret figur
	-						Øvelse
	=						Eksempel
							Aktivitet
	-						Definition
	-						Sætning
Indhold							Bevis
	=						Geometri
							Funktioner
							Differentialregning
							Integralregning
							Statistik
							Sandsynlighedsregning
							Vektorer i 2d
							Vektorer i 3d
Problemløsning							Forståelse af tidligere
	=						Problemløsning
							Matematisk argumentation

Figur 5: Strukturen af en matematikbog efter notering af siderne 8 og 9

6.2.2 Indhold

I analysen af lægebogssystemers indhold undersøger vi antallet af emner, antallet af emner for at dække 80% af bogseriens sider og om præsentationen af stoffet er abstrakt eller konkret. Alle disse analysepunkter har vi fra TIMSS-frameworket.

Når vi bestemmer, hvor mange emner, en serie lærebøger indeholder, tager vi udgangspunkt i kapitlerne og tæller hvor mange forskellige emner, vi mener, der er repræsenteret her. Forskellige kapitler kan vurderes til at beskrive emner så tæt på hinanden, at det kun tælles som ét emne, og andre kapitler kan have lignende emner, der alligevel tælles som to, fordi de vurderes til at være tilstrækkeligt forskellige. Det er altså derfor en vurderingssag at bestemme, hvor mange emner en lærebog indeholder, og i det omfang udgør dette analysepunkt en vis fejlkilde. Dette afhjælpes dog af, at vores metode til vurderingen af emner i én bogserie videreføres til analysen af alle de andre bogserier, hvormed vores valg bliver konsekvente.

Når vi analyserer, hvor mange emner der skal til for at dække 80% af bogen, tæller vi sidetallene sammen fra de emner med flest tilhørende sider og ned, indtil 80% af sidetallene er dækket. Herefter regnes det ud, hvor stor en procentdel af bogens emner, der kunne dække 80% af bogens sider. Antallet af emner i en bogserie, og antallet af emner til at dække 80% af siderne i bogserien bruger vi til at sige noget om bogens fokus. Hvis bogserien har et højt antal emner, og/eller hvis der skal mange emner til for at dække 80% af bogen, så ses det som tegn på et bredt fokus i bogen. Sådan en bog er ambitiøs om bredden af den matematiske viden, eleverne skal have. Modsat betyder få emner, og få emner til 80%, en bogserie, der er snævert fokuseret, og som i højere grad vægter fordybelse af færre emner end en bred viden.

I indholdsanalysen vurderer vi også, i hvor høj grad bøgerne præsenterer sit stof konkret eller abstrakt. Figurer, tabeller og lignende tæller vi som konkrete præsentationsformer, men hvis disse skal repræsentere et generelt tilfælde, det vil sige et uden konkrete tal, så tælles figuren som både konkret og abstrakt. På samme måde er eksempler som regel konkrete, med mindre de beskriver et generelt tilfælde, hvor de tælles som både konkret og abstrakt. Hver gang noget beskrives med bogstaver og uden konkrete tal, og hver gang der er en definition, sætning eller et bevis, så tælles det som abstrakt. Ud fra dette vurderes det, om siden er overvejende abstrakt eller konkret. Hvis siden vurderes som omtrent halvt konkret og halvt abstrakt, så tælles siden som begge dele. Denne vurderingsproces er omfattende, og derfor vurderer vi kun dette aspekt i forhold til tre temaer i hver bogserie: differentialregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d. Når

vi har valgt netop disse tre temaer, er det, fordi de spiller en rolle i alle tre bogserier. Efter alle sider er blevet talt som abstrakte, konkrete eller begge dele, kan der gives et generelt billede af, hvordan bogserien bruger en konkret eller abstrakt præsentation.

6.2.3 Opgaver

I analysen af opgaver i lærebøgerne vil vi af hensyn til specialets omfang fokusere på de samme temaer, som vi gør, når vi undersøger om nogle sider er konkrete eller abstrakte, nemlig differentialregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d. Når vi analyserer opgaver, vil vi fokusere på de følgende analysepunkter:

- Traditionelle og ikke-traditionelle opgaver
- Åbne og lukkede opgaver
- Anvendelse og ikke-anvendelses opgaver
- Ren matematik opgave, verbal opgave og visuel opgave
- Udregningsopgave og bevisopgave

De øverste fire af disse fem analysepunkter fås fra Zhu og Fans analysepunkter til opgaver. Det sidste af de overstående fem analysepunkter har vi selv tilføjet, fordi vi observerede store forskelle mellem reformerne på dette niveau, og da denne forskel ikke fanges af Zhu og Fans punkter.

Mange opgaver i bøgerne består af delopgaver, så derfor bestemmes de enkelte kategorier til hver delopgave, hvorefter flertallet noteres i vores optælling. Hvis en opgave består af tre delopgaver, hvor to ud af tre er åbne opgaver for eksempel, vil vi notere den som én åben opgave. I analysen af opgaver vil øvelserne, som findes i grundbøgerne ikke blive medtaget, hvilket vil sige, at det udelukkende er opgaveformuleringer fra opgavebøger, der fulgte med en bestemt bogserie, vi analyserer på. For overskuelighedens skyld vil der til hver opgavesamling blive lavet en figur, som viser fordelingen af kategorierne på en overskuelig måde. Ligesom for de tidligere analysepunkter er kategoriseringen af opgavetyperne også en vurderingssag.

7 Kildepræsentation

For at besvare dette speciales problemformulering bruger vi primært tre typer kilder: 1: matematiske lærebøger (og dertilhørende opgavebøger), 2: love fra Folketinget eller betænkninger, herunder læse-/læreplaner, fra Undervisningsministeriet om en gymnasireform, og 3: artikler fra aviser, fagblade og så videre. At vores kildemateriale er todelt mellem kilder, der på ene side omhandler det gymnasie- eller faginterne (for eksempel lærebøger, læse-/læreplaner, reformforslag), og som på den anden side omhandler omverdenens blik på gymnasiet (for eksempel avisartikler, artikler fra *Gymnasieskolen*, artikler fra "LMFK") hænger sammen med, at vores problemformulering også er todelt. Her sætter vi os nemlig også for at undersøge *både* udviklingen i matematikfaget, *og* omverdenens påvirkning af gymnasiet og derigennem matematikfaget.

7.1 Matematiske lærebøger

I dette speciale gør vi brug af et lærebogssystem til hver af de tre reformer. Disse tre er "Matematik 1", "- 2" og "- 3" af Erik Kristensen og Ole Rindung til 1963-reformen, "Matematik 1", "- 2" og "- 3" af Jens Carstensen og Jesper Frandsen til 1988-reformen og til sidst "Gyldendals Gymnasiematematik B1", "- B2" og "- A" af Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø til 2005-reformen.⁵³ Vi har valgt disse værker, da de delvist repræsenterer den reformperiode, de kommer fra, og de er også valgt så tæt på reformårene som muligt, så vi får den første implementering af læse-/læreplanerne i lærebogsregi at se. Der kom både flere lærebøger, men også ændringer af gymnasiet, mellem reformerne, så disse tre lærebøger udgør ikke det fuldendte billede af matematikfagets udvikling i perioderne. Derimod repræsenterer disse lærebøger nedslag i gymnasiernes reformår. En mere udførlig præsentation af bøgerne, og kildekritikken af dem kommer i afsnittene 8.1.2.3, på side 39, 8.2.2.2, på side 58, og 8.3.2.3 på side 76 i analysen.

⁵³De første bøger i de tre serier er: Erik Kristensen og Ole Rindung. 1964a. *Matematik 1*. 3. udg. København: Gads forlag; Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1988a. *Matematik 1: for obligatorisk niveau*. 1. udg. Systime; Clausen, Schomacker og Tolnø 2005a

7.2 Betænkninger, reformer og læreplaner

I dette speciale kommer vi til at bruge kilder i form af betænkninger, reformer og læreplaner. Fælles for disse kilder er, at de er skrevet af vigtige aktører på undervisningsområdet i Danmark. For eksempel undersøger vi betænkninger udarbejdet af læseplansudvalget til reformen 1963, der havde som opgave at komme med et forslag til en reformering af gymnasiet. Udover dette har vi kilder fra Folketinget i form af forslag til en gymnasireform og kilder fra Undervisningsministeriet i form af betænkninger om gymnasireformer. Da disse kilder er skrevet af centrale aktører på området, anses de for at være repræsentative for større aktørers tanker bag og ønsker om gymnasireformerne generelt, og specielt reformernes indvirkning på matematik. Denne kilde-type bruges altså primært til at belyse Undervisningsministeriets tanker bag og udførelse af udviklinger i matematikfaget og læse-/læreplaner.

7.3 Artikler

Til at belyse det omkringliggende samfunds indvirkning på og tanker om gymnasiet generelt og på matematikfaget bruger vi primært artikler. Disse artikler er primært fra to områder: 1: medlemsblade, eller årlig udgivelser, hvis fokus enten er på gymnasieverdenen eller matematikfaget og 2: avisartikler.

I den første af disse to kategorier har vi medlemsbladene *Gymnasieskolen*, der er lavet af GL, "LMFK"-bladet, som er et blad for "Landsforeningen for Matematiklærere, Fysiklærere og Kemilærere", "MONA"-bladet, hvor MONA står for "Matematik- og naturfagsdidaktik", og årbøger fra "Selskabet for skole- og uddannelseshistorie". De mange forskellige artikler i disse blade og årbøger fokuserer alle på enten gymnasiet, matematikfaget, eller uddannelseshistorie, og er derfor gode til at belyse uddannelses-, gymnasie- og matematikverdenens syn på udviklingerne i det gymnasiale matematikfag. Da vi har udvalgt mange forskellige udgivelser, får vi en bred og varieret belysning af dette speciales fokusområde, når vi kombinerer dem. Noget problematisk er dog, at ikke alle disse udgivelser eksisterede i hele perioden, som vi undersøger, hvorfor vi kun bruger MONA-bladet til 2005-reformen. LMFK-bladet har eksisteret i flere årtier før 2005, men de tidligste digitaliserede artikler er fra 2004, og LMFK-artikler fra før det år bruges derfor ikke.⁵⁴

⁵⁴LMFK. 29. november 2019. *Udvalgte artikler fra LMFK-bladet*. <https://tinyurl.com/vybop15>. Konsulteret d. 7. december 2019.

I den anden af disse to kategorier har vi avisartikler fra primært "Morgenavisen Jyllands-Posten", "Aktuelt" og "Politiken". Disse tre aviser er udvalgt, fordi vi mener, at de forskellige politiske holdninger, som de tre aviser, sat på en spids, repræsenterer, fint dækker de forskellige modstridende holdninger og tanker bag den gymnasiale udvikling og udviklingen af matematik på gymnasiet. I perioden, vi arbejder med, var der nemlig kun undervisningsministre fra tre partier: Venstre, Socialdemokratiet og Radikale Venstre, og disse tre partier kan, groft sagt, repræsenteres i aviserne ved henholdsvis Jyllands-Posten, Aktuelt og Politiken.⁵⁵ Ved brugen af alle tre aviser fås derfor et overblik over holdningerne til gymnasieskolen og matematikfaget fra flere forskellige politiske ståsteder, som kunne komme fra meningsdannere så vel som vigtige aktører på området.

⁵⁵ Statsministeriet. 2019. *Regeringer fra 1953 til i dag*. <https://tinyurl.com/qu43bpj>. Konsuleret d. 7. december 2019; Jens Jørgen Madsen. 30. maj 2011. *Læserne vælger avis efter egen partifarve*. <https://tinyurl.com/qlcdmz6>. Konsuleret d. 21. november 2019

8 Analyse

I dette afsnit analyserer vi tankerne bag de tre gymnasireformer i perioden fra før 1963 til efter 2005, samt hvordan gymnasireformen blev implementeret, primært set i læreplaner og lærebøger. Til sidst analyserer vi, hvilke eftervirkninger de forskellige reformer havde. I analysen vil vi både have et perspektiv på gymnasiets udvikling generelt, og et perspektiv på matematikkens udvikling, der ofte kan ses som en del af den mere generelle udvikling.

8.1 Gymnasireformen 1963

8.1.1 Optakt til gymnasireformen 1963

I 1958 blev der indgået et politisk forlig om både en ny skole- og gymnasielov, hvor gymnasieloven blev vedtaget i §22 i lov nummer 165 af den 7. juni 1958. Til reformeringen af uddannelsessystemet blev der den 27. februar 1959 nedsat et læseplansudvalg af Undervisningsministeriet med undervisningsinspektør Sigurd Højby i spidsen. Læseplansudvalgets overordnede formål var at udgive en betænkning til Undervisningsministeriet, og resultatet endte med at blive kendt under navnet *Den røde betænkning*.⁵⁶ Betænkningen skulle udføres af læseplansudvalget på følgende måde:

*Udvalget har til opgave på grundlag af skolelovene af 7. juni 1958 at tage gymnasieskolens (herunder studenterkursernes) linie- og fagfordeling, indholdet og omfanget af undervisningen samt eksamensordningen op til kritisk gennemgang for derefter til undervisningsministeren at afgive en betænkning, som indeholder forslag om sådanne ændringer i liniedelingen, fagenes fordeling og timetal, undervisningens form og indhold og eksamensordning, som udvalget måtte anse for formålstjenlige for at gøre gymnasieundervisningen og studentereksamen tidssvarende, uden at dens kvalitet som grundlag for videregående studier forringes.*⁵⁷

En årsag til behovet for en ny gymnasireform kan ses i en artikel af undervisningsminister Jørgen Jørgensen, som han skrev nogle år senere:

⁵⁶Knud Holch Andersen. 1992. *Fremtidens gymnasium - set fra 1960*. <https://tinyurl.com/v76dgol>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsuleret d. 21. december 2019, s. 62, 64; Undervisningsministeriet. 1961. *Bekendtgørelse om undervisningen i gymnasiet*, s. 1

⁵⁷Sigurd Højby. 30. oktober 1959. „Betragtninger over gymnasiesituationen“. *Gymnasieskolen*: 733–747, s. 742. Det høje sidetal skyldes, at de fundne artikler fra *Gymnasieskolen* kommer fra årlige samlinger af Gymnasieskolens blade, konsuleret på GL's kontorer i København, som derfor er meget tykke bøger. I bøgerne til de to første reformperioder er der én nummerering i bogen, men til reformperioden 2005 er sidetallene nummereret efter bladene.

*Når et læseplansudvalg arbejder med gymnasieskolens problemer, er det for så vidt ganske uafhængigt af den nye skolelov, men fordi man har fundet det nødvendigt at overveje en fornyelse af gymnasieskolens undervisning i det hele taget bedre stemmende med vor tids krav. Men dette har ingen forbindelse til skolelovens ikrafttræden. Udarbejdelsen af læseplaner for gymnasiet sker ikke under pres af skolelovens gennemførelse. Disse læseplaner ville være nødvendige og ønskelige under alle forhold, selv om den nye skolelov ikke var vedtaget.*⁵⁸

Her er det bemærkelsesværdigt, at undervisningsministeren mente, at undervisningen skulle leve op til tiden. Dermed må der, ifølge Jørgensen, været sket en udvikling siden gymnasiet sidst blev reformeret, der gjorde, at der nu var behov for en fornyelse af gymnasiet. Netop denne pointe går igen i flere avisartikler og i *Gymnasieskolens* artikler fra samtiden. Det var ikke udelukkende aviserne og *Gymnasieskolen*, som fokuserede herpå, da der i den røde betænkning fra 1960 stod:

*Ikke desto mindre er en gennemgribende revision af læseplanerne nødvendig, fordi hele samfundsstrukturen og vort syn på hjemlige og udenlandske problemer på mange måder er stærkt ændret - to verdenskrige og den enorme tekniske udvikling har afgørende forandret vore livsvilkår og gjort op med enhver form for national selvtilstrækkelighed.*⁵⁹

Særligt de tekniske forandringer i hele verden blev der i samtiden lagt stor vægt på, da de politisk-økonomiske forhold i verden var afhængige af blandt andet: *udviklingen af nye våbentyper, nye energikilder, kunstige satellitter, elektronisk automatik og regneudstyr ...*⁶⁰ Danmark fandt sig selv i en ny og anderledes global situation, og i denne nye sammenhæng, blev der derfor behov for at forny undervisningssystemet.

I forbindelse med at lave den ny reform lavede læseplansudvalget tre faglige udvalg til hver af deres tre faggrupper: almene, sproglige og naturvidenskabelige fag. Underinddelingen blev endnu mere specifik, da der også blev nedsat faglige arbejdsgrupper indenfor hvert fag, der på baggrund af læseplansudvalgets og hovedudvalgenes anvisninger skulle forsøge at udarbejde undervisningsplanerne i de specifikke fag.⁶¹ I matematik blev arbejdsgruppen sammensat af følgende fem mænd: Professor dr. phil. Mogens Pihl, adjunkt H. J. Helms, professor H. Højgaard

⁵⁸Jørgen Jørgensen. 8. marts 1960. „Der skal nok blive tid til at drøfte læseplanerne“. *Aktuelt*, s. 6.

⁵⁹Læseplansudvalg for gymnasiet. 1960. *Det nye gymnasium: Betænkning afgivet af undervisningsministeriet under 27. februar nedsatte læseplansudvalg for gymnasiet*. Undervisningsministeriet, s. 15.

⁶⁰Svend Bundgaard. 22. november 1963. „Uddannelse af lærere i matematik“. *Gymnasieskolen*: 1233–1236, s. 1233.

⁶¹Højby, 30. oktober 1959, s. 742-743

Jensen, lektor Henrik Meyer og lektor Ole Rindung.⁶² Udvalgenes arbejde udmundede i den røde betænkning. Denne betænkning blev næsten direkte oversat til bekendtgørelse 293 fra 1961, som trådte i kraft i gymnasiet fra skoleåret 1963-1964. Dermed dimitterede de første studenter efter den nye reform i sommeren 1966.⁶³

Et mål som læseplansudvalget ikke ændrede meget på, var det overordnede formål med gymnasiet. Dette var omtrent det samme som i loven om højere almenskoler af 1903. Formålet var helt specifikt at give de unge i gymnasiet en almindelig undervisning, som skulle danne grundlag for de videregående studier.⁶⁴ For at opfylde det overordnede formål blev det besluttet at lave to linjer, hvor den ene var sproglig, og den anden var matematisk. På matematisk linje havde eleverne udelukkende fællesfag i 1.g, hvorefter de i slutningen af 1.g skulle vælge en gren. Her kunne de vælge mellem den matematisk-fysiske gren, den samfunds-faglige gren og den naturfaglige gren. På den matematisk-fysiske gren havde eleverne mest matematik med fem timer om ugen i 1.g og seks timer i både 2.g og 3.g. På de to andre grene havde de også matematik i fem timer om ugen i 1.g, mens det i 2.g var fire timer, og i 3.g kun tre timer.⁶⁵ På figur 6 ses en sammenfatning af opbygningen af timetallet i de forskellige fag i gymnasiet.

⁶²Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 8

⁶³Andersen 1992, s. 62

⁶⁴Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 20

⁶⁵Undervisningsministeriet 1961, s. 1,11

Fag	Sproglig linje				Matematisk linje			
	Fællesfag	Særfag			Fællesfag	Særfag		
		Nysproglig gren II-III	Samfunds- faglig gren II-III	Klassisk- sproglig gren II-III		Matema- tisk-fysisk gren II-III	Samfunds- faglig gren II-III	Natur- faglig gren II-III
	I-II-III	II-III	II-III	II-III	I-II-III	II-III	II-III	II-III
Religion.....	1- 1- 1				1- 1- 1			
Dansk.....	4- 4- 4				4- 4- 4			
Engelsk.....	4-	- 6- 5	- 4- 3		4- 3- 0			
Tysk.....	3-	- 5- 4	- 2- 0					
Fransk (russisk)....	5- 3- 4				5- 3- 4			
Latin.....	4-	- 3- 3	- 3- 3	- 7- 5				
Græsk mod oldtids- kundskab				- 8- 8				
Oldtidskundskab ...	1-	- 1- 1	- 1- 1		1- 1- 1			
Historie.....	4- 3- 3				4- 3- 3			
Samfundsfag og samfundslære....		- 0- 1	- 5- 5	- 0- 1		- 0- 1	- 5- 5	- 0- 1
Geografi.....	2- 1		- 2		2- 2		- 2	- 2
Biologi.....	0- 0- 4					- 0- 4	- 0- 4	- 4- 7
Biokemi.....								
Kemi.....					2-	- 2- 2	- 1- 1	- 2- 2
Fysik.....					3-	- 5- 4	- 3- 2	- 3- 2
Matematik.....	3- 3- 0				5-	- 6- 6	- 4- 3	- 4- 3
	31-15-16	-15-14	-15-14	-15-14	31-17-13	-13-17	-13-17	-13-17
Legemsøvelser.....	3- 3- 3				3- 3- 3			
Fællestimer.....	0- 1- 1				0- 1- 1			
Musik.....	2- 2- 2				2- 2- 2			
	(2)-(0)-(0)				(2)-(0)-(0)			
Formning og kunst- forståelse.....	(0)-(2)-(2)				(0)-(2)-(2)			
	36-21-22	-15-14	-15-14	-15-14	36-23-19	-13-17	-13-17	-13-17

I alt 36 ugentlige timer.

1963/1964

Figur 6: Oversigt over opbygningen af gymnasiet gældende fra august 1963

Opbygningen af det nye gymnasium blev sammensat med fællestimer og særfag. Læseplansudvalget fandt på denne opbygning, som også skulle opfylde det overordnede formål med almendannende og studieforbedrende undervisning. Dette mente undervisningsinspektør Sigurd Højby var lykkedes. Denne holdning skal dog tages med et gran salt, da Højby, som formand for læseplansudvalget, havde interesse i at forsvare sin egen plan. Højby skrev:

Det er udvalgets opfattelse at denne opbygning af gymnasiet, hvor de mange fællesfag viser gymnasieundervisningens enhed, og hvor man gennem valgmulighederne imødekommer kravet om en vis specialisering efter evne og lyst, giver mulighed for at opfylde gymnasiets formål.⁶⁶

⁶⁶Sigurd Højby. 24. januar 1961. „Gymnasiebetænkningen“. *Jyllands-Posten*, s. 11.

Dermed gik man efter, at eleverne skulle få en almindelig undervisning med fællesfagene og en specialisering med særfagene, hvor de kunne bruge den viden, som de lærte i disse timer, hvis de skulle læse videre på universitet.

Det var ikke udelukkende de ydre rammer, både generelt og fagligt, som blev reformeret, men også de individuelle fags indhold, såsom matematik. Mogens Pihl, som var med i underudvalget i matematik til læseplansudvalget, udtalte i forbindelse med skolelovens ændring i 1958, at: *Naar jeg ser paa mit eget fagomraade, fysikken og matematikken, er det klart, at den heftige udvikling, som her har fundet sted i de sidste aartier, i høj grad maa sætte sit præg paa de undervisningsplaner, der nu skal udarbejdes.*⁶⁷ Dermed ses igen, at fokus i matematikfaget, ligesom gymnasiet generelt, var på, at der var sket en udvikling i samfundet, som burde sætte sit præg på undervisningen, og i dette tilfælde på matematikundervisningen. Mere specifikt blev læseplanernes tilblivelse i naturfagene og matematik stærkt præget af den videnskabelige udvikling i hele verden.⁶⁸

En videnskabelig begivenhed, som siges at have stor betydning for den internationale, og særligt amerikanske, udvikling af skolesystemet i 1950-1960'erne, var Sovjetunionens opsendelse af satellitten Sputnik. Der blev ligefrem skrevet i *Gymnasieskolen*, at Sputnik havde haft større indflydelse på USA end på Sovjetunionen selv.⁶⁹ I den vestlige verden så man Sovjetunionen som en trussel, og derfor medførte opsendelsen af Sputnik, at man i vesten begyndte at betvivle om egne undervisningsmetoder kunne måle sig med Sovjetunionens. Derfor blev sproget russisk indført for nogle elever i stedet for fransk, da man mente, at det kunne gavne Danmark, hvis landets naturvidenskabsmænd kunne forstå russisk.⁷⁰ Opfattelsen af Sovjetunionens videnskabelige kunnen gav også incitament til en nytænkning af matematikundervisningen i vesten, hvilket medførte bevægelsen "New Math".⁷¹ Med new math ville man fokusere på de grundlæggende strukturer i matematikken, og som udgangspunkt fokusere meget på mængdelære.⁷² Man ville nøje opbygge matematikken ud fra få grundlæggende grundantagelser (kaldet "aksiomer"), og fokus var på forståelse frem for færdigheder.⁷³

⁶⁷Mogens Pihl. 10. juni 1958. „Gymnasieskolen er ikke en sort skole“. *Politiken*, s. 13.

⁶⁸Iac. 18. november 1960. „Spændende muligheder i den nye gymnasireform“. *Politiken*, s. 4.

⁶⁹Peter Maaløe. 18. august 1967. „Amerikanske skoletanker“. *Gymnasieskolen: 753–759*, s. 755-756.

⁷⁰Højby, 24. januar 1961, s. 11

⁷¹Munkholm 2008, s. 587

⁷²Jürgen Maasz m.fl. 2006. *New mathematics education research and practice*. Udg. af Jürgen Maasz og Wolfgang Schloeglmann. Sense Publishers, s. 1.

⁷³Skott, Jess og Hansen 2008, s. 449

Lektor og medlem af faggruppeudvalget i matematik Ole Rindung og professor i matematik Svend Bundgaard⁷⁴ deltog også i 1959 i konferencen "New Thinking in School Mathematics" i Paris, som handlede om, hvordan matematikundervisningen skulle/kunne reformeres. Konferencen kan delvist ses som en konference om new math. Måske af denne grund så man også idéerne fra new math gøre sig gældende i matematikfaget efter reformen i 1963, som ses i det følgende. Dermed var reformeringen i matematikundervisningen ikke udelukkende en dansk begivenhed, men også en international begivenhed.⁷⁵

8.1.2 Gymnasireformens udførelse 1963

8.1.2.1 Læseplan

I betænkningen fra 1960 gjorde læseplansudvalget det klart, hvad formålet med gymnasiet skulle være. Som tidligere nævnt var primært to ting i højsædet, nemlig det almendannende aspekt og det studieforberegende aspekt.⁷⁶ Da dette var formålet med gymnasieundervisningen generelt var disse derfor også mål for matematikundervisningen. Mere specifikt skrev man om målet med matematik, at:

Det er undervisningens formål på alle grene af denne linie både at give eleverne et fond af konkrete matematiske kundskaber, som kan være dem til nytte, og hvis anvendelse i og uden for matematikken de skal opøves i, og at lade dem indleve sig i nogle karakteristiske sider af matematisk metode.⁷⁷

Her er "kundskaber" et bemærkelsesværdigt ordvalg, der sammen med målet om at lade eleverne indleve sig i matematisk metode synes at medføre en undervisning, der både gav eleverne en instrumentel og en relationel forståelse.

I betænkningens beskrivelse af matematikfaget ser man også spor af Rindungs og Bundgaards deltagelse i konferencen om new math. I betænkningen står:

Man har derved taget hensyn til, at den nyere udvikling af matematikken har medført, at den måde, hvorpå matematiske emner i vore dage behandles og beskrives, i flere henseender

⁷⁴Henrik Meyer. 1981. „Læseplansrevisioner omkring 1960“. Kap. 5 i *Matematiklærerforeningen 1931-1981*, udg. af Bent Hirsberg m.fl., 30–34. Jelling Bogtrykkeri, s. 30.

⁷⁵Munkholm 2008, s. 589

⁷⁶Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 21

⁷⁷Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 46

*adskiller sig fra de klassiske former, præget som den er af en række nye generelle begrebsdannelser.*⁷⁸

Altså kan der argumenteres for, at visionen i matematikfaget på gymnasiet i denne reform repræsenterede en del af den større matematiske udvikling new math, fordi man sigtede efter at give eleverne et meget generelt og abstrakt grundlag. Dette grundlag skulle komme i form af afsnit om mængdelære og algebra, som efterfølgende mindre abstrakte matematiske emner kunne bygge på.⁷⁹ Anders Bagger, en tilhænger af idéen om grundlæggende matematik som basis, beskrev i en GL-artikel fra 1961 denne basis som det, der fasteholdte enheden i matematik. Bagger eksemplificerede tilmed idéen, man havde, med en generel matematisk basis ved at skrive: *Det har været udvalget særlig magtpåliggende at understrege det almene afbildningsbegreb i modsætning til det snævrere begreb reel funktion af én reel variabel...*⁸⁰ Udvalget ønskede altså, ifølge Bagger, en generaliseret gennemgang af funktioner, hvilket igen viser idéerne om generelle begrebsdannelser i new math. Idéen om de grundlæggende matematiske begreber, algebra og mængdelære, ses tilmed i læseplanen for matematik, hvor disse angives som det første kerneformål med faget. Herefter fulgte de andre mål med faget, som var: 2. *Hele, rationale og reelle tal*; 3. *Kombinatorik*; 4. *Ligninger og uligheder*; 5. *Plangeometri*; 6. *Rumgeometri*; 7. *Elementære funktioner*; 8. *Infinitesimalregning*; 9. *Anvendelser af infinitesimalregning*; 10. *Valgfrit emne*.⁸¹

8.1.2.2 SOLO-taksonomien af læseplanen

Efter at have beskrevet de overordnede mål med gymnasiet, og specielt matematik, og efter at have opremset de matematiske temaer, eleverne skulle lære om, er det relevant at undersøge de faglige mål. De faglige mål beskrives kun ganske kort i betænkningen og lyder:⁸²

⁷⁸Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 46

⁷⁹Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 46

⁸⁰Anders Bagger. 3. marts 1961. „Det nye gymnasium - matematik“. *Gymnasieskolen*: 214–217, s. 214.

⁸¹Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 58-59

⁸²Læseplansudvalg for gymnasiet 1960 s. 58-59. Her er nummereringen blev tilføjet for klarhedens skyld

”...[1:] *at give eleverne kendskab til en række fundamentale matematiske begreber og tankegange,*
[2:] *at vække deres sans for klarhed og logisk sammenhæng i bevisførelse og udtryksform,*
[3:] *at søge deres fantasi og opfindsomhed udviklet,*
[4:] *at øve dem i behandlingen af konkrete problemer, herunder udførelse af numeriske regninger, samt*
[5:] *at gøre dem fortrolige med anvendelser af matematikken inden for andre fagområder.”*

I vurderingen af de taksonomiske niveauer af disse faglige mål er det problematisk, at flere er formuleret som, hvad lærerne skal gøre for eleven, frem for hvad eleven skal kunne. I disse tilfælde sker der derfor nogle *gæt* på de tilsigtede færdigheder. Med dette sagt kan det første mål mest af alt karakteriseres med SOLO-niveau 2, fordi det lægger op til kendskab af nogle matematiske emner og ikke nødvendigvis lægger op til, at eleverne skulle kunne bruge denne kendskab eller sætte den i relation til anden matematisk viden. Det andet mål vurderer vi til at have SOLO-niveau 4, fordi det lægger op til, at eleverne skulle lære og få indøvet matematisk argumentation og bevisførelse. Denne færdighed kræver mere end konkrete udregninger gør, fordi den er forudsat af en mere abstrakt og generel anskuelse. Derudover veksler man ofte, i matematisk argumentation, mellem flere forskellige regler og formler fra forskellige matematiske discipliner, og denne vekslen kræver en forståelse af relationen mellem disse discipliner. I det tredje mål kunne ordene "fantasi" og "opfindsomhed" eventuelt lægge op til et ønske om, at eleverne kunne formulere egne matematiske sætninger og selv finde et bevis til dem. For at finde på sit eget bevis kræver det nemlig en matematisk fantasi og opfindsomhed til, hvordan dette skulle gøres. Med den optik vurderes det tredje mål, som havende SOLO-niveau 5. Det fjerde mål har vi vurderet SOLO-niveau 3, fordi eleverne ifølge dette skulle kunne løse forskellige problemer ud fra forskellige passende metoder. Med denne evne kunne eleverne nemlig *behandle* flere matematiske emner, men de forstod ikke nødvendigvis deres relation til hinanden. Det femte og sidste mål vurderes til at have SOLO-niveau 5, fordi eleverne her skulle kunne forstå anvendelser af matematikken, hvilket vil sige, at de skulle kunne anvende de lærte abstraktioner i andre sammenhænge end rent matematiske. Ofte vil man også, ved anvendelse af matematik i "den virkelige verden" skulle vurdere og kritisere denne anvendelses evne til at beskrive et bestemt fænomen.

Alt i alt tyder denne vurdering af SOLO-abstraktionsniveauet i læseplanen på, at læseplansudvalget havde høje forventninger til, hvad eleverne skulle kunne. Tre ud af fem mål havde SOLO-niveau 4 eller højere, og to af disse havde SOLO-niveau 5. Dette høje observerede SOLO-niveau synes at understøtte Bent Rye Olsens vurdering af matematikken efter reformen, hvor man ifølge ham for alvor skulle *forstå* matematikken frem for *bare* at kunne læse og bruge den.⁸³ Det høje SOLO-niveau kan sættes i relief til Skemps begreb om relationel læring.

8.1.2.3 Præsentation af Kristensen og Rindungs lærebogssystem

Som det altid er, når en ny gymnasireform er blevet indført, skulle der i tiden efter reformen 1963 laves nye lærebøger, der var tilpasset de nye læseplaner. I matematik blev et sådant nyt lærebogssystem lavet af Erik Kristensen og Ole Rindung. De udgav lærebogssystemet "Matematik", som bestod af tre bind og blev skrevet til den matematisk-fysiske gren. "Matematik 1" udkom i 1962, og var til 1.g i det matematiske gymnasium, mens at "Matematik 2" og "Matematik 3" udkom i henholdsvis 1963 og 1964.⁸⁴ De to sidste bøger var henvendt specifikt til den matematisk-fysiske gren i gymnasiet, hvor andre grene fik andre bøger.⁸⁵ Til de tre lærebøger kom tre opgavebøger. Lærebøgerne var lange og omfattende, hvilket en anmelder af "Matematik 1" bemærkede. Anmelderen var nervøs for, om arbejdspresset for eleverne blev for stort, men mente alligevel, at indholdet af bogen godt kunne nås i 1.g. Derimod mente vedkommende, at bogen var godt skrevet ud fra et matematisk synspunkt og med en god rækkefølge i opbygningen af stoffet.⁸⁶ En artikel i *Gymnasieskolen* fra 16. september 1960 skrev også om de nye bøger, at: *... flere simple og lette afsnit er udgået, de svære er udvidet og nye er kommet til. Nu skal eleverne ikke længere læse matematik, de skal forstå faget. Alle afsnit, hvor regnefærdighed og teknik var en stor hjælp udgår, mens forståelsesafsnittene udvides....*⁸⁷ Med "forståelsesafsnittene" menes der her de rent teoretiske afsnit, som ofte havde en mere abstrakt natur.

Ole Rindung var lektor, undervisningsinspektør og fagkonsulent i matematik fra 1958 til 1965. Yderligere var han også med i læseplansudvalget for gymnasiet.⁸⁸ Rindung havde dermed en stor finger med i spillet i udarbejdelsen af læseplanen i matematik i den nye gymnasire-

⁸³Olsen, 16. september 1960, s. 618

⁸⁴Kristensen og Rindung 1964a; Erik Kristensen og Ole Rindung. 1965a. *Matematik 2*. 2. udg. København: Gads forlag; Erik Kristensen og Ole Rindung. 1967. *Matematik 3*. 2. udg. København: Gads forlag

⁸⁵Munkholm 2008, s. 606-607

⁸⁶E. Mo. 2. november 1962. „Matematik“. *Gymnasieskolen*: 907–908, s. 907-908.

⁸⁷Bent Rye Olsen. 16. september 1960. „Læseplaner og forhandlingsret“. *Gymnasieskolen*: 618–622, s. 618.

⁸⁸Munkholm 2008, s. 594, 607

form. Dette ses blandt andet, da han ifølge en artikel fra *Gymnasieskolen*, beskrev fem hovedmål med matematikundervisningen, som bortset fra omformuleringer var identiske med målene set i læseplanen.⁸⁹ Lektor Henrik Meyer, som også var med i læseplansudvalgets underudvalg for matematik, skrev efterfølgende i 1981, at: *Uden at forklejne nogen, må det nok siges, at Rindung var den, som trak det store læs, og hvem æren for resultatet først og fremmest tilkommer*⁹⁰.

Bogserien "Matematik" blev udgivet i mange udgaver og opslag i de efterfølgende årtier og blev desuden normdannende og dominerende i matematikundervisningen på matematisk linje.⁹¹ Lærebøgerne blev af nogle ligefrem opfattet, som at de *var* bekendtgørelsen.⁹² I en anmeldelse kom en anmelder med sit bud på, hvilken status han mente, at lærebogssystemet ville få: *...der er ingen tvivl om, at dette dygtigt forfattede lærebogssystem er et vægtigt bidrag til skabelsen af en god og værdifuld undervisningstradition i faget efter de nye læseplaner*.⁹³ Dermed var der allerede, inden de første matematiske studenter sprang ud, en forventning om, at lærebogssystemet ville få høj status.⁹⁴

Efter at have gennemgået lærebogseriens tilblivelse og forfattere kan vi nu analysere bogens karaktertræk.

⁸⁹Frans Handst. 11. december 1959. „Matematiklærerforeningens efterårsmøder“. *Gymnasieskolen*: 934–938, s. 935.

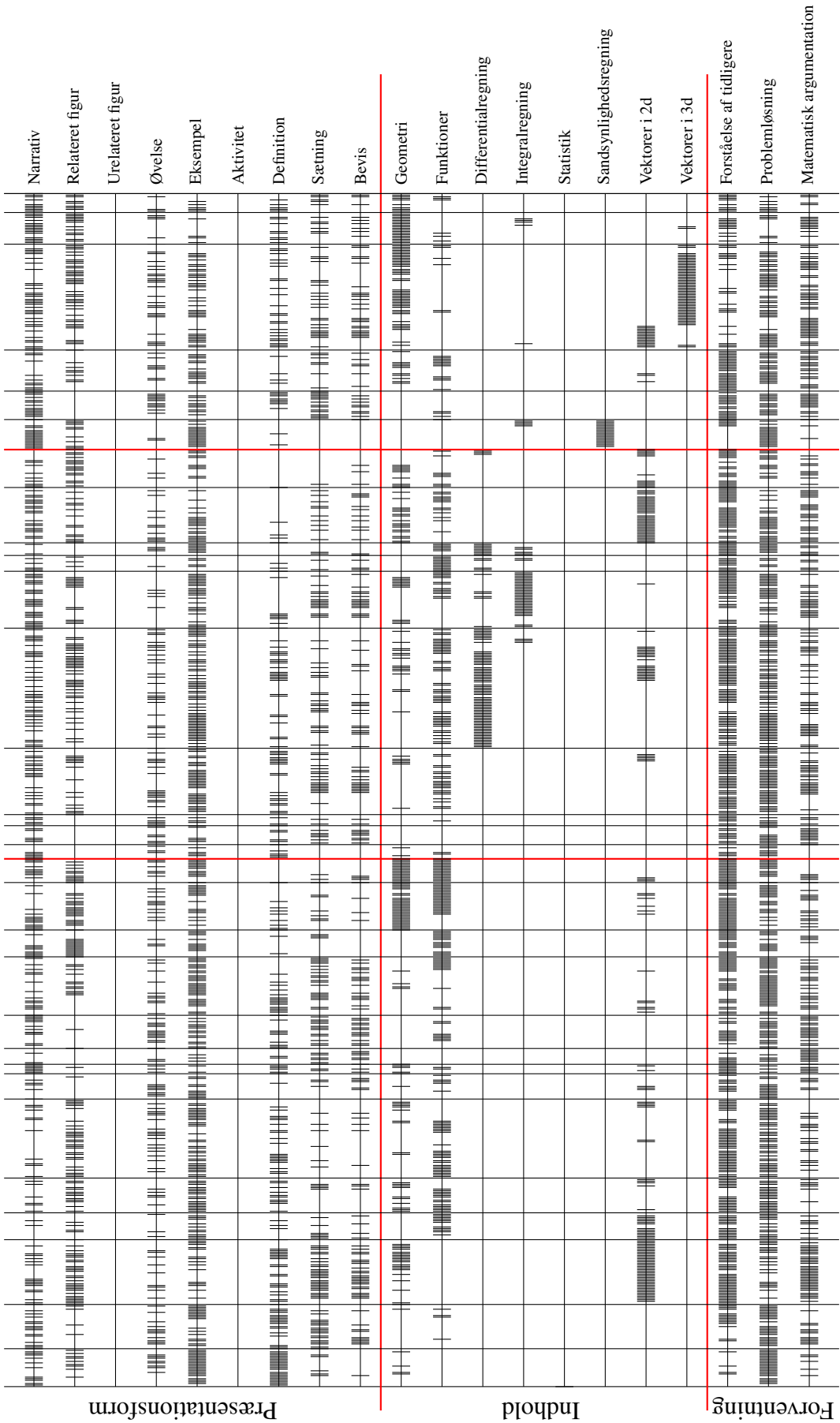
⁹⁰Meyer 1981, s. 31

⁹¹Jensen 2016, s. 69

⁹²Munkholm 2008, s. 611

⁹³E. Balle. 15. januar 1965. „Kristensen og Rindung: Matematik 3“. *Gymnasieskolen*: 48, s. 48.

⁹⁴Balle, 15. januar 1965, s. 48



Figur 7: Strukturen i Kristensen og Rindung

8.1.2.4 Struktur

Figur 7 stemmer godt overens med bekymringerne, som nogle gav udtryk for om længden af den første bog i Kristensens og Rindungs lærebogssystem. Den første bog havde 334 sider, mens de to andre kun havde 259 og 162 sider.⁹⁵ Dette kan eventuelt hænge sammen med, at det første år var fælles på matematisk linje, hvorefter eleverne skulle vælge en gren til 2.g, som kan have haft betydning, at den første bog skulle agere fundament for tre forskellige grene efter 1.g på én gang.

Struktur af præsentationsformer

Alle syv fundne præsentationsformer på figur 7 findes i, mere eller mindre, alle bogens kapitler, og bogen viser altså flere gennemgående præsentationsformer. Særligt kategorien "eksempel" synes at være dominerende i forhold til de andre kategorier. Her er der ikke udelukkende anvendelsesorienterede, men også mere teoretiske eksempler i bogserien. Dette synes at understøtte Bent Rye Olsens kommentar i *Gymnasieskolen*, hvor han skrev, at gymnasireformen ikke fokuserede på det praktiske element, men derimod på den teoretiske forståelse. I den sammenhæng er det nemlig oplagt ofte at lave abstrakte teoretiske eksempler frem for eksempler fra den virkelige verden. Bogen har flere øvelser, og antallet af disse varierer fra afsnit til afsnit. I dette tilfælde er der også flere teoretiske øvelser, fokuseret på bevis eller lignende.

Bogserien indeholder tilmed mange sætninger og beviser. Dette skyldes sandsynligvis, at et af hovedmålene med matematik ifølge betænkningen var det teoretiske aspekt. Generelt er bøgerne gennemsyret af matematisk argumentation og bevisførelse, som præger en stor del af siderne i bogen. Dermed er beviserne, og dermed også det teoretiske aspekt af matematikken, uundgåelige i læsningen af bogen.

I bogserien er der mange relaterede figurer, og ingen urelaterede figurer. Antallet af urelaterede figurer kan hænge sammen med, at bogserien er tætskrevet. Når en figur er repræsenteret i bogen gøres det for at fremme den teoretiske matematiske forståelse, og ikke for at perspektivere matematikken til et billede eller figur fra den virkelige verden.

Struktur af indhold

Strukturen i Kristensen og Rindung kan bedst beskrives som et "recursive topic theme", hvor der vel at mærke ikke er tale om ét hovedtema men to, nemlig geometri og funktioner, som ses på

⁹⁵De her sidetal betegner antal sider med matematik, og dermed ingen sider med stikordsregister for eksempel.

figur 7. Disse to temaer er spredt ud over de fleste kapitler på tværs af bøgerne, og aspekter af disse temaer bliver beskrevet gennem stort set hele bogen. Dette fokus på relativt få temaer kan sandsynligvis tilskrives, at: *Udvalget har udarbejdet sit forslag ud fra et ønske om at begrænse sig til nogle få centrale emner.*⁹⁶ Ifølge læseplanen skulle store dele af stoffet også bygge på et abstrakt fundament mest bestående af mængdelære og algebra. Dette er måske med til at forklare, at denne bogserie fokuserer mest på få temaer, fordi store dele af stoffet i bogen sættes i relation til det grundlæggende fundament.

De andre temaer dækkes i højere grad i afgrænsede sideintervaller i bøgerne. For eksempel spillede differentialregning og integralregning i denne periode en relativt lille og afgrænset rolle. Udover dette ses det også, at statistik slet ikke dækkes, og at sandsynlighedsregning stort set ikke berøres.

Struktur af forventninger

Som det fremgår af figur 7 fremgår alle forventningstyper hyppigt i dette lærebogssystem i stort set alle kapitler. For eksempel er der matematisk argumentation på cirka 47% af bogseriens sider.⁹⁷ Disse hyppige forventninger kan måske tolkes som, at bogserien er "tætskrevet", eller sagt med andre ord, at den indeholder relativt meget information og ny viden per side.

Vores observationer tyder på en bogserie, der i høj grad trækker på det tidligere stof, da der er så mange forventninger til forståelse af det tidligere stof. Ny viden blev altså som udgangspunkt bygget ovenpå og sat i relief til tidligere viden, hvilket stemmer godt overens med, læseplanens fokus på grundlæggende emner.⁹⁸

Hyppigheden af de sidste to forventninger kan forklares med de grundlæggende mål i læseplanerne. Disse var for det første at give eleverne færdigheder til at løse matematiske problemer, og for det andet at lære dem at bruge matematisk metode, det vil sige argumentation og bevisførelse.⁹⁹ Her er det bemærkelsesværdigt, hvordan målet om færdigheder blev opfyldt i oversættelse fra læseplan til lærebøger. Der er relativt få øvelser og eksempler, hvor der skal udregnes noget konkret og håndgribeligt fra hverdagen og relativt mange, hvor man i løsningen af øvelsen eller eksemplet får en større abstrakt matematisk indsigt. Hvorom alting er, repræsenterer

⁹⁶Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 45

⁹⁷Egne beregninger

⁹⁸Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 46

⁹⁹Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 45-46

disse to mål fra læseplanen naturligvis henholdsvis forventning til problemløsning og forventning til matematisk argumentation, og dette er måske årsagen til, at disse to forventningstyper er så hyppige gennem bogserien.

8.1.2.5 Indhold

Dette lærebogssystem indeholder 26 forskellige emner. For at dække 80% af bogens sider skal man bruge 18 emner. Bogserien kan derfor karakteriseres som at have et bredt fokus, hvor man vil give eleverne en bred viden.

Derudover bruger bogserien generelt mest abstrakt præsentation af det matematiske stof frem for konkret. Der er relativt mange sider med abstrakt matematisk argumentation og bevisførelse, og mange af eksemplerne i bogen er også abstrakte. Det viser sig også alt i alt, at kun cirka 25% af siderne i de undersøgte kapitler er omtrent halvt eller mere konkrete, mens dette tal for abstrakte er på 91%.

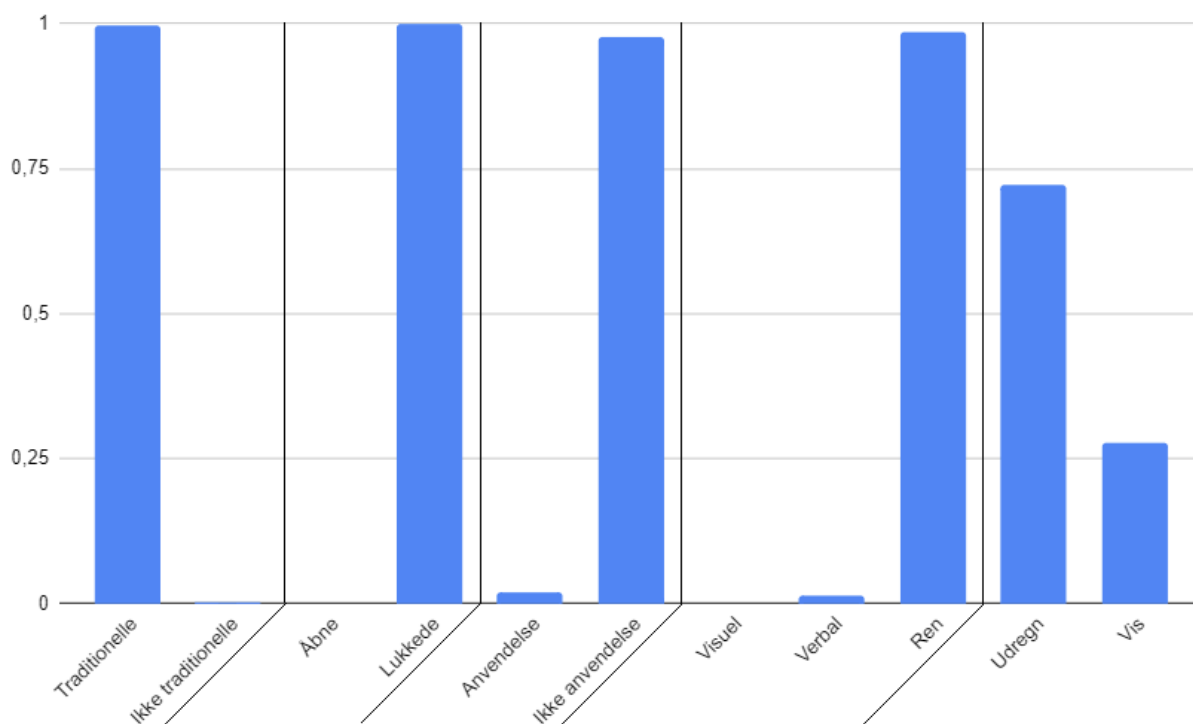
8.1.2.6 Opgaver i Kristensen og Rindung

Kapitlerne "Vektorer", "Differentialregning" og "Geometri" i Kristensen og Rindungs lærebogssystem var til henholdsvis første, andet og tredje år på den matematisk-fysiske gren. Dermed er opgaver fra alle tre gymnasieår repræsenteret i analysen af opgaverne fra denne reform.¹⁰⁰ Kristensen og Rindung skrev om, hvad meningen var med opgaverne i deres bøger: *Samlingen indeholder både rene øvelsesopgaver - i et omfang, der skulle være tilstrækkeligt til at dække undervisningens behov for opgaver af denne art - og opgaver af mere teoretisk karakter.*¹⁰¹ I en anmeldelse af deres opgavebog til "Matematik 2" fremgår det også, at anmelderen vurderede, at eleverne ville kunne få trænet deres basale begreber og færdigheder i opgavebogen, så de ville have nemmere ved mere komplicerede opgaver.¹⁰² At der både er øvelsesopgaver og teoretiske opgaver kan også ses på figur 8. Her fremgår det, at omkring 25% af opgaverne er bevisopgaver, og 75% er udregningsopgaver. Målene om matematiske kundskaber og metoder kan derfor begge ses i lærebogsserien.

¹⁰⁰Erik Kristensen og Ole Rindung. 1962. *Opgaver til matematik 1*. Gads forlag; Erik Kristensen og Ole Rindung. 1964b. *Opgaver til matematik 2*. Gads forlag; Erik Kristensen og Ole Rindung. 1965b. *Opgaver til matematik 3*. Gads forlag

¹⁰¹Kristensen og Rindung 1962, s. 5

¹⁰²E. Balle. 20. marts 1964. „Kristensen og Rindung: OPGAVER TIL MATEMATIK II“. *Gymnasieskolen*: 971, s. 971.



Figur 8: Andel af forskellige opgavetyper om differentialregning, vektorer i 2d og i 3d i bogssystemet af Kristensen og Rindung.

Tankegangen om, at matematik i gymnasiet med reformen i 1963 skulle være anvendeligt uden for matematikfaget afspejles ikke i opgavebøgerne, da det er tæt på 0% af opgaverne, som er vurderet til at være anvendelsesorienterede. Et andet punkt på figur 8 nemlig "visuel, verbal og ren matematik" er også med til at understøtte påstanden om, at matematikken med reformen i 1963 ikke blev særligt anvendelsesorienteret. Opgaver med verbalt sprog kan nemlig bero mere på den virkelige verden.

Alle opgaver, som det ses på figur 8, er vurderet til at være traditionelle. Dette hænger fint sammen med, at alle opgaverne er vurderet til at være lukkede, altså opgaver, hvor der kun er én acceptabel løsning.

8.1.3 Gymnasireformens eftervirkninger 1963

De første elever, der skulle undervises efter de nye læseplaner, begyndte i gymnasiet i sommeren 1963. I de efterfølgende år var der debatter om, hvorvidt gymnasireformen havde den tiltænkte effekt generelt, men også specifikt i matematikundervisningen. Det blev for eksempel diskuteret, om der var sket en forringelse af gymnasiet.

Der var i foråret 1966 flere debatter om gymnasiets formål: både om det overordnede formål, men også om formålene i de individuelle fag. Adjunkt Jens Højmark-Jensen luftede sine tanker i en kronik om, hvorfor gymnasiet syntes at være forældet og have begyndervanskeligheder.¹⁰³ Han skrev, at:

Det er interessant, at debatten kun i ringe grad har drejet sig om det egentligt nye. (Hvor det har været tilfældet, har den hyldet specialiseringen, indset at tværfagligt samarbejde stadig svigter, og kritiseret pensakravene for at være for store og for snævert formulerede). Det kunne tyde på, at problemerne er at finde inden for det dobbelte formål, som var betækningsudvalgets udgangspunkt, og som præger hele betækningsindhold: at gøre gymnasiet tidssvarende samtidig med at bevare gymnasiets såkaldt rige tradition.[...] I forholdet mellem det moderne og det traditionelle, især som det kommer til udtryk i praksis, ligger for mig den egentlige problemstilling.¹⁰⁴

Det vil sige, at han ikke så det moderne eller traditionelle aspekt i gymnasiet som et problem, men nærmere kombinationen af disse. Hans tese var, at der var taget så mange traditioner og fordomme med til det nye gymnasium, at det forblev gammelt. De almindelige fag eksempelvis dansk og historie fik kun få nye aspekter, mens eksempelvis sprog, matematik og fysik fulgte udviklingen indenfor forskningen, ifølge Højmark-Jensen. Dermed var dansk og historie blevet ved med at være traditionelle fag i hans optik, hvilket han mente, var et af problemerne med gymnasireformen.¹⁰⁵

Undervisningsministeriet virkede til at vide, at en ny gymnasireform kunne skabe problemer. Der blev nemlig i 1964 nedsat et nyt udvalg i stedet for det gamle læseplansudvalg. Det nye udvalg skulle stå til rådighed for de skiftende undervisningsministre.¹⁰⁶ Det kunne virke som, at Undervisningsministeriet var klar over, at en ny gymnasireform ikke ville løse alle problemer, da der i en artikel stod: *En læseplan er ikke en afsluttet ting. Der vil hele tiden dukke nye problemer op, og derfor ønsker man et organ, der kan tage stilling til disse.*¹⁰⁷

En anden bekymring, man havde om gymnasireformen fra 1963, var, at den kunne forringe gymnasiet. En forringelse var tænkelig grundet en større tilstrømning af elever til gymnasiet

¹⁰³ Jens Højmark-Jensen. 11. juni 1966. „Det nye, gamle gymnasium“. *Politiken*, s. 16.

¹⁰⁴ Højmark-Jensen, 11. juni 1966, s. 16

¹⁰⁵ Højmark-Jensen, 11. juni 1966, s. 16-17

¹⁰⁶ sør. 3. juni 1964. „Læseplansudvalg permanent organ“. *Aktuelt*, s. 10.

¹⁰⁷ sør., 3. juni 1964, s. 10

og generelt en ny reform med mange nye aspekter, som var ukendte. Allerede før indførelsen af den nye reform udtalte Jakob Jensen, at: *Hvis studentertallet (endda procentisk) skal omtrent fordobles, er en devaluering uundgåelig.*¹⁰⁸ Dette blev også nødvendigt, hvilket Sigurd Højby skrev om i *Gymnasieskolen* i 1968:

*Da prognoserne viser, at der til sommer kan forventes en så betydelig forøgelse af tilgangen til l.g - foruden nye HF-klasser - at der vil ske en stærk forværring i lærermangelsituationen, kan det blive nødvendigt at begrænse gymnasieklassernes ugentlige timetal... Samtidig er de faglige udvalg blevet anmodet om at stille forslag om de ændringer i bekendtgørelserne vedrørende undervisningen og eksamenskravene samt undervisningsvejledningen, som i medfør af ovennævnte timeplan må anses for uomgængelig, idet det understreges, at undervisningens kvalitet som studieforbedrende må opretholdes, og at ændringerne derfor må være så få og små som muligt*¹⁰⁹

Det endte med, at der kom en nødplan, som gjorde, at timetallene blev skåret ned fra 36 til 31 timer om ugen, hvormed der skete en forringelse af gymnasiet, som der var forudset fra starten.¹¹⁰

I sommeren 1968 blev der nedsat et udvalg, som skulle arbejde med fire forskellige områder omkring gymnasireformen. Det vigtigste i denne sammenhæng var at ajourføre gymnasiet både pædagogisk og strukturelt i forhold til indførelsen af femdagesugen. Desuden var der et underudvalg, som havde arbejdet med en ændring af gymnasiet til et tilvalgsgymnasium. Dette blev ikke til noget i første omgang, da regeringen i stedet ville koncentrere sig om lovgivningen for erhvervsuddannelserne. Dog kom der den 16. juni 1971 en ny bekendtgørelse for gymnasiet, som endte med at blive kaldt "den lille gymnasireform". Der skete ingen strukturelle ændringer i den lille reform - kun ændringer i de enkelte fags indhold. Ændringerne i matematik var meget små, da det udelukkende var formuleringer, som blev ændret og uddybninger, der blev tilføjet.¹¹¹

I årene efter gymnasireformens indførelse i 1963 var der en del diskussioner om matematikundervisningen i bladet *Gymnasieskolen*. Lektor Jakob Jensen skrev i en artikel, at han brugte lærebogen af Kristensen og Rindung, men at han så visse problemer heri og i matematikundervisningen generelt. Han skrev:

¹⁰⁸Jakob Jensen. 1. april 1960. „Statistik er farlig, hr. formand“. *Gymnasieskolen*: 299–300, s. 299.

¹⁰⁹Munkholm 2008, s. 618

¹¹⁰Munkholm 2008, s. 618

¹¹¹Munkholm 2008, s. 618-621

Man har allerede fremhævet som den mat.-nat. linies styrke, at det i hovedfagene matematik og fysik var muligt i rimeligt omfang at fordybe sig i stoffet, så eleverne f.eks. blev fortrolige med matematikkens ånd og metode. Det er derfor yderst uheldigt, hvis dette nu skal afløses af et åndeløst jag gennem et meget krævende stof, så kundskaberne let får præg af formalisme og mekanik, idet eleverne ikke får tid til at besinde sig på sammenhæng i rækkevidden af det gennemgåede og i det hele taget ikke får tid til at fordøje hele det vældige ny stof.¹¹²

Jensen mente altså, at matematikundervisningen var blevet for instrumentel, da eleverne ikke fik mulighed for at fordybe sig nok til, at en relationel forståelse af emner var opnåelig. Højby forsvarede, ikke overraskende, matematikundervisning og lærebøgerne med følgende:

Når der foretages en så gennemgribende ændring i et fags stofområde og metode som den, der er foretaget i gymnasiets matematikundervisning, er det selvsagt svært på forhånd med sikkerhed at beregne, hvilket omfang lærebøgerne vil få, og hvor meget der kan nås i den afsatte tid. Det er heller ikke overraskende, at der i første omgang kan opstå nogen tidsnød, fordi det hele er nyt og uvant for såvel lærere som elever.¹¹³

Her er det vigtigt at bemærke, at der med reformen kom en stor forandring i matematikundervisningen både med læsestoffet og metoderne. Rindung bakkede Højbys påstande op, hvilket ikke er overraskende, da han var en af forfatterne til bogserien. Rindung argumenterede for, at bogen "Matematik 1" ikke nødvendigvis hørte til i 1.g, og at lærerne dermed bare kunne udvide dele af bogen til at blive gennemgået i 2.g. Desuden skrev han, at der ville være visse overgangsproblemer ved en ny reform, som man ikke kunne kende på forhånd, hvilket Højby også argumenterede for.¹¹⁴ Det viste sig dog, at pensumkravene alligevel var lidt for store i matematik, så der blev givet nogle dispensationer, hvilket eksempelvis var, at man blev dispenseret fra det valgfrie emne, som var på matematisk-fysiske gren.¹¹⁵

8.1.4 Opsamling

I 1961 udgav Undervisningsministeriet bekendtgørelsen til et nyt gymnasium. Denne reform kom delvist på baggrund af en forestilling om, at omverdenen havde udviklet sig politisk og teknisk,

¹¹²Jakob Jensen. 6. marts 1964. „Matematiksituationen i 1gm.“ *Gymnasieskolen*: 248–249, s. 248.

¹¹³Sigurd Højby. 20. marts 1964. „Den nye matematikundervisning“. *Gymnasieskolen*: 304, s. 304.

¹¹⁴Ole Rindung. 20. marts 1964. „Nogle bemærkninger vedrørende matematikken i 1gm.“ *Gymnasieskolen*: 304–305, s. 304–305.

¹¹⁵Munkholm 2008, s. 617

så at en reform var nødvendig. Især opsendelsen af Sputnik i 1958 igangsatte ambitioner om fornyelse af matematikfaget i den vestlige verden - ambitioner, der blev kendt under begrebet new math. Denne strømning glorificerede en matematikundervisning, der vægtede den teoretiske forståelse frem for praktiske færdigheder, og som ville arbejde ud fra et abstrakt fundament af især mængdelære. En af forfatterne til læseplanen for matematik i det nye gymnasium, Ole Rindung, deltog i en konference om new math, hvilket også satte sit præg i reformens læseplan og lærebogssystemet, som han også var medforfatter til. Reformen blev starten på *grengymnasiet*, hvor elever kunne vælge mellem to linjer og til hver af disse linjer tre grene. De faglige mål, der var i læseplanen til reformen, var ikke mange, men de havde et relativt højt SOLO-niveau med et gennemsnit på 3,8.

I analysen af lærebogssystemet af Kristensen og Rindung viste det sig, at bøgerne brugte mange forskellige præsentationsformer, som blev brugt ofte gennem hele serien. Bogserien var derudover en recursive-topic-theme til temaerne geometri og funktioner, der begge kan ses gennem hele bogserien. Systemet indeholdt 26 forskellige emner, og der skal 18 til at dække 80% af bogens sider. Bogserien forventede derudover ofte alle tre forventningstyper af eleverne, og på cirka 47% af siderne var der matematisk argumentation. Der var klart mest abstrakt frem for konkret præsentation i de undersøgte sider, da 91% af siderne er omtrent halvt eller mere abstrakte, hvor det tal for konkret kun er 25%. Dette høje abstraktionsniveau i selve lærebøgerne stemmer godt overens med bogseriens tilhørende opgaver, da størstedelen af disse opgaver var ikke-anvendelsesorienterede, og en fjerdedel af dem var opgaver, hvor eleverne skulle bevise et matematisk resultat. Mange af disse karaktertræk er tegn på en matematikundervisning, som vægter den teoretiske forståelse og argumentation, hvor denne skal fungere som et fundament af grundlæggende teori, som resten bygger på.

Efter reformen var der debat om en eventuel forringelse af gymnasiet, målt på i timer og niveau, delvist på grund af lærermangel koblet med et stigende elevtal. Specielt i matematikfaget mente kritikere, at faget var blevet for teoretisk, så eleverne i højere grad havde en instrumentel forståelse af faget frem for relationel.

8.2 Gymnasireformen 1988

8.2.1 Optakt til gymnasireform 1988

Allerede i 1981 var der debat om at reformere gymnasiet, og i denne diskussion deltog flere politikere, gymnasielærere og meningsdannere. I denne diskussion blev der beskrevet forskellige problemer med det datidige gymnasium. De største diskussionsemner var dels, at gymnasiet var blevet for opdelt i forhold til de to linjer, i forhold til karakterer og i forhold til køn, og dels, at gymnasiets rolle i samfundet havde ændret sig.

To gymnasielærere, Dorte Fogh og Esper Fogh, skrev den 4. maj 1984 i Politiken en artikel, hvor de beskrev, at det datidige gymnasium var for kønsopdelt på linjerne, og krævede i den forbindelse en gymnasireform til at afhjælpe problemet. De skrev:

*Det nysproglige gymnasium er en gammeldags, højere pigeskole med mere end 80 pct. kvindelige elever. Den matematiske studentereksamen er forbundet med mere prestige. Hvad kan der gøres for at rette op på misforholdet? Ikke lapperier, men en dybtgående reform der kan gøre fremtidens gymnasium både almindannende og studieforberedende.*¹¹⁶

En artikel i *Gymnasieskolen* to år senere beskrev derudover en ulighed i karaktererne på både grenene og linjerne.¹¹⁷ Til sidst mente Elisa Nielsen, i en artikel i *Aktuelt* fra 1985, at: *I gymnasiestarten ligner de sproglige drenge og piger hinanden. Men det forhold gælder slet ikke på den matematiske linje. Her har drengene klart deres bedste karakterer i de matematisk-fysiske fag*¹¹⁸ Af disse årsager var der i denne tid blandt nogle ønsker om at afskaffe gymnasiets linjedeling, og komme tættere på en enhedsskole - altså en skole, hvor de forskellige elever på tværs af blandt andet køn og faglig interesse fik en ens skolegang.

Det andet store problem ved gymnasiet, som mange skrev om, var, at gymnasiets rolle i samfundet var forældet. Dette belyses blandt andet i en artikel fra *Aktuelt*: *Gymnasiet var, indtil for 20-30 år siden ganske velfungerende - men det var naturligvis stadig en eliteskole. Det har vist sig at være meget vanskeligt at omforme gymnasiet, så det er en lige så stor succes for det nye klientel, som den gamle skole var det for eliten.*¹¹⁹ Med "det nye klientel" henviser Bak til

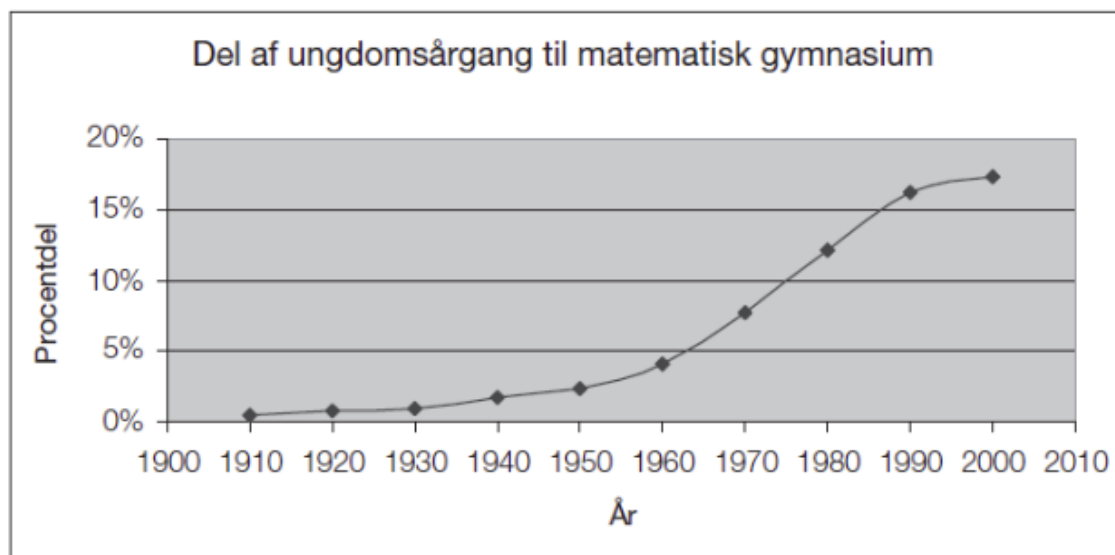
¹¹⁶Dorte Fogh og Esper Fogh. 4. maj 1984. „Fruentimmerskolen“. *Politiken*, s. 5.

¹¹⁷Anne Thøger og Marianne Didriksen. 26. juni 1986. „Elitegrene og tabergrene“. *Gymnasieskolen*: 558–559, s. 558.

¹¹⁸Elisa Nielsen. 21. november 1985. „Gymnasiet diskriminerer pigerne“. *Aktuelt*, s. 28.

¹¹⁹Thor A. Bak. 1. august 1985. „Debat om det nye gymnasium“. *Aktuelt*, s. 11.

det stigende antal elever, der kom på gymnasiet disse år, så det ikke længere kun var forbeholdt eliten. I forbindelse med dette blev gymnasiets *rolle*, som en elite- eller masseskole blev også diskuteret i tiden.¹²⁰ I disse år skete nemlig en stor tilvækst i procentdelen af unge, der tog på den matematiske linje, som kan ses på figur 9.¹²¹



Figur 9: Udviklingen af andelen af gymnasieelever på matematisk gymnasium

Disse mange nye elever i gymnasierne kan have medført, at niveauet dalede på uddannelsen. Dette understøttes, især på den matematiske linje, af, at hver fjerde elev på matematisk-fysiske gren, ifølge en artikel fra 1981, dumpede matematik, og at halvdelen af dem, der startede på gymnasiet i denne tid ikke kom videre på videregående uddannelser.¹²² I pjecen *Kampen om Gymnasiet*, som var et debatoplæg om gymnasiets struktur af Bertel Haarder, lektor Jørgen Granum-Jensen og fagkonsulent Asger Sørensen, står der også, at der i stigende grad kom problemer på den matematiske linje, da: *Elevforudsætningerne har ændret sig mærkbart bl.a. på grund af øget tilgang til gymnasiet og specielt til den matematiske linje.*¹²³ At elevernes kunnen

¹²⁰Ellen Nørgaard. 1984. *Skole og uddannelse i pressen 15.6.83 til 30.4.84*. <https://tinyurl.com/rdbsgnx>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 25. oktober 2019, s. 131.

¹²¹Skott, Jess og Hansen 2008, s. 470; Palle Bak Petersen og Søren Vagner. 2003. *Studentereksamensopaver i matematik 1806-1991*. 1. udg. Matematiklærerforeningen, s. 304. Denne figur er blevet udregnet af Skott et al. ud fra tal af Petersen og Vagner, og er udregnet på en måde, man ikke nødvendigvis forventer. Den angivne andel i figuren er blevet udregnet for et givet år ved at sammenligne antallet af matematiske studenter det år med det samlede antal 18-årige det år. Udregningen tager altså *ikke* højde for, at nyudklækkede studenter kan have andre aldre end 18, og tager kun højde for antal færdige studenter, frem for det samlede antal matematiske elever et givet år.

¹²²„Rimelighed i gymnasiet?“ 25. november 1981. *Jyllands-Posten*, s. 14.

¹²³Bertel Haarder, Jørgen Granum-Jensen og Asger Sørensen. 1982. *Kampen om Gymnasiet*. 1. udg. Forlaget liberal, s. 22.

nødvendigvis faldt, som følge af den stigende andel af unge i gymnasiet, kan dog betvivles, da karaktergennemsnittet på gymnasiet steg mellem 1980 og 1992, hvilket kan indikere, at eleverne blev dygtigere.¹²⁴ Det kan dog også tolkes som, at niveauet blev lavere.

På grund af debatten om gymnasiet og de netop beskrevne problemer, man mente gymnasiet havde, kom der i 1984 to store forslag til en gymnasiereform, der på nogle punkter var modstridende. Det første forslag kom i september 1984 fra det såkaldte UGP-udvalg (UGP stod for rektoren Uffe Gravers Pedersen, som var arbejdsgruppens formand), som var et udvalg nedsat af Bertel Haarder i 1983, og som udover Gravers Pedersen bestod af to rektorer og tre lektorer.¹²⁵ Kort efter denne, udkom der i november 1984 en rapport fra Undervisningsministeriets Direktorat (udarbejdet af tre rektorer, en lektor og fire ansatte i Direktoratet), som var et alternativt forslag til en gymnasiereform. De to forslag adresserede begge spørgsmålet om gymnasiets førømtalte opdelte natur, men gjorde det forskelligt, og Direktorats rapport kunne derfor på en måde ses som et modspil til UGP-udvalgets.¹²⁶ Begge forslag ville sikre mere fleksibilitet mellem linjerne i form af valgfag, men i rapporten fra UGP-udvalget foreslog man en blanding af et tilvalgs- og et linjegymnasium, så de gamle linjer blev bevaret, hvorimod Direktoratet foreslog et gymnasium, hvor der var en fælles 1.g, og hvor skellet mellem de sproglige og de matematiske blev ophævet.¹²⁷ Direktoratet gik altså i højere grad end UGP-udvalget ind for en enhedsskolen. Hermed kan det ses, at UGP-udvalget i et omfang repræsenterede Bertel Haarders holdninger, som han sarkastisk viste i pjecen *Kampen om Gymnasiet: At mennesker har forskellige ønsker, og at drenge og piger vælger forskelligt, kan naturligvis ikke i længden gå an. Derfor går forsøget* [Et forsøg på Gentofte Statsskole] *ud på 'en ligelig sammensætning af sproglige og matematikere og drenge og piger i den enkelte klasse' i 1.g og 2.g, hvor alle skal tvinges til at gennemgå det samme pensum.*¹²⁸

Da Haarder personligt havde nedsat UGP-udvalget, blev han kritiseret for, på topstyret vis at ville gennemføre en gymnasiereform, hvorimod den forrige gymnasiereform, ifølge kritikerne, blev udarbejdet af forskellige udvalg uden ministerens indblanding.¹²⁹ Denne kritik understøttes i øvrigt af, at beskrivelser af fagene i udvalgets rapport blev udarbejdet af gymnasi-

¹²⁴Orla Borg. 16. juni 1992. „Karaktererne topper i år“. *Jyllands-Posten*, s. 3.

¹²⁵UGP-udvalget. 1984. *Rapport fra arbejdsgruppen om gymnasiets fremtid*, s. 3.

¹²⁶Tom Høyen. 20. marts 1985. „Kampen om og kampen i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*, s. 13.

¹²⁷Munkholm 2008, s. 629

¹²⁸Haarder, Granum-Jensen og Sørensen 1982, s. 11

¹²⁹Jens Højmark. 21. august 1986. „Er ’gymnasiejusteringen’ lærernes gymnasiereform?“ *Gymnasieskolen*: 672–674, s. 673.

elærere, som udvalget selv udpegede, og som derfor måske delte deres holdninger om gymnasiet.¹³⁰ UGP-udvalget blev tilmed ikke offentligt nedsat af Bertel Haarder, hvilket gjorde, at det var en overraskelse for de fleste, da udvalget præsenterede sin rapport i 1984.¹³¹ Udover kritikken om topstyring blev UGP-udvalgets rapport kritiseret for, at den søgte at bibeholde og endda gå tilbage til det gamle elitegymnasium, da udvalget dels foreslog at afskaffe grenene på linjerne og dels foreslog at øge mængden af det obligatoriske stof.¹³² Socialdemokratiets gymnasiepolitiske ordfører Poul Erik Korneliussen mente, at elever fra ikke-boglige familier ville blive ramt hårdt, og Danske Gymnasieelevers Sammenslutning mente, at stigningen i det obligatoriske stof ville: ... *skabe en gammeldags eliteskole...*¹³³ Generelt blev det faglige niveau i de nye forslag diskuteret meget i tiden, og i en artikel fra Morgenavisen Jyllands-Posten står: *Begge forslag [til gymnasiereform] er en enig styrelse i gymnasielærerforeningen bange for. Og i begge tilfælde er man bange for, at færre elever vil søge til gymnasiet. Gravers Pedersen-forslaget fordi der undervises på for højt niveau. Og Direktoratets forslag er man bange for vil sænke niveauet, så nogle unge i stedet vil foretrække mere specialiserede uddannelser...*¹³⁴

På grund af de forskellige uenigheder, der var med Bertel Haarders UGP-udvalg og dets rapport, og fordi der i Folketinget var en tradition for brede forlig på uddannelsesområdet, blev den endelige gennemførte gymnasiereform en meget revideret udgave af det originale forslag.¹³⁵ Loven til gymnasiereform blev foreslået i april 1986, og der kom flertal for den i januar 1987.¹³⁶ At den endelige reform blev en revideret udgave af det originale forslag kan for eksempel ses ved, at timetallet i engelsk kun steg én time for matematikere, hvilket ifølge formanden for GL, Lavst Riemann Hansen, slet ikke levede op til forslagens originale intentioner.¹³⁷ Den nye reform betød en vedligeholdelse af opdelingen i linjer, men til gengæld en afskaffelse af grenene på linjerne. Fra nu af skulle der være tre typer fag: obligatoriske fællesfag (fag som begge linjer skulle have), obligatoriske linjefag og valgfag. Herudover indførte reformen en niveaudeling i

¹³⁰UGP-udvalget 1984, s. 3

¹³¹Munkholm 2008, s. 629

¹³²UGP-udvalget 1984, s. 8

¹³³Elisa Nielsen. 13. januar 1986. „Små gymnasier bliver sorte per i gymnasiereform“. *Aktuelt*, s. 5; Britta Lund Nielsen. 22. september 1984. „Flere timer til gymnasieeleverne“. *Jyllands-Posten*, s. 4

¹³⁴Britta Lund Nielsen. 21. januar 1985. „Haarder udebliver fra møde om reform i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*, s. 11.

¹³⁵M. Blaksteen. 1987. *Skolen i årets løb 1987*. <https://tinyurl.com/r64q9b3>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019, s. 172.

¹³⁶Munkholm 2008, s. 630

¹³⁷Lavst Riemann Hansen. 12. juni 1986. „Gymnasiereformen - en mislykket øvelse“. *Gymnasieskolen*: 502–505, s. 503.

Skoleskemaet for de nye gymnasie-elever

Matematisk linie

3.g	Idræt 2 timer	Dansk 4 timer	Historie 3 timer	Religion 3 timer	Billed- kunst 2 timer	Oldtids- kundskab 3 timer	Valgfag 4-5 timer	Valgfag 5 timer	Valgfag 5 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	---------------------	-----------------------------	---------------------------------	----------------------	--------------------	--------------------

2.g	Idræt 2 timer	Dansk 3 timer	Historie 3 timer	Sprog 2 4 timer	Geografi 3 timer	Engelsk 4 timer	Matematik 5 timer	Fysik 3 timer	Valgfag 4-5 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	--------------------	---------------------	--------------------	----------------------	------------------	----------------------

1.g	Idræt 2 timer	Dansk 3 timer	Historie 3 timer	Sprog 2 4 timer	Biologi 3 timer	Musik 3 timer	Engelsk 3 timer	Matematik 5 timer	Fysik 3 timer	Kemi 3 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	--------------------	--------------------	------------------	--------------------	----------------------	------------------	-----------------

Sprog 2 er enten fortsættersprog (tysk) eller begyndersprog (fransk, spansk eller russisk). Fra 1990 kan fortsættersproget også være fransk og begyndersproget også være tysk.

Sproglig linie

3.g	Idræt 2 timer	Dansk 4 timer	Historie 3 timer	Religion 3 timer	Billed- kunst 2 timer	Oldtids- kundskab 3 timer	Valgfag 4-5 timer	Valgfag 5 timer	Valgfag 5 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	---------------------	-----------------------------	---------------------------------	----------------------	--------------------	--------------------

2.g	Idræt 2 timer	Dansk 3 timer	Historie 3 timer	Fortsætter- sprog 4 timer	Geografi 3 timer	Begynder- sprog 4 timer	Engelsk 4 timer	Naturfag 4 timer	Valgfag 4-5 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	---------------------------------	---------------------	-------------------------------	--------------------	---------------------	----------------------

1.g	Idræt 2 timer	Dansk 3 timer	Historie 3 timer	Fortsætter- sprog 4 timer	Biologi 3 timer	Musik 3 timer	Begynder- sprog 4 timer	Engelsk 4 timer	Naturfag 3 timer	Latin 3 timer
-----	------------------	------------------	---------------------	---------------------------------	--------------------	------------------	-------------------------------	--------------------	---------------------	------------------

Fortsættersprog er tysk. Begyndersprog er enten fransk, spansk eller russisk. Fra 1990 kan fortsættersproget også være fransk og begyndersproget også være tysk. Naturfag består af elementer fra matematik, fysik og kemi.

	Fag der er ens for de to linjer		Fag der er forskellig for de to linjer
--	---------------------------------	---	--

Valgfag på højt niveau

Begge linjer:

Samfundsfag
Musik
Engelsk
Tysk
Fransk
Spansk
Russisk

Kun sproglig linje

Latin
Græsk

Kun matematisk linje

Matematik
Fysik
Kemi
Biologi

Valgfag på mellemniveau

Begge linjer:

Latin
Samfundsfag
Geografi
Biologi
Kemi
Datalogi
Teknikfag
Erhvervsøkonomi
Filosofi
Dramatik
Musik
Idræt
Billedkundskab
Film- og TV-kundskab

Kun sproglig linje

Matematik
Fysik

Begge linjer:

Eleven skal vælge mindst to valgfag på højt niveau

Grafik: Agnete Holk

Figur 10: Timefordelingen og fagene på det nye gymnasium

nogle fag, så de kunne læses på enten højt niveau eller mellemniveau.¹³⁸ På figur 10 kan den nye gymnasiestruktur ses.¹³⁹

Hvilken effekt fik denne gymnasireform så på matematikfaget? Først og fremmest blev fagets timetal mindre: fra 415 timer for alle tre år før reformen til 390 timer.¹⁴⁰ Faget fik dog fastsat nogle obligatoriske skriftlige skriftlige timer, men ifølge Torben Christoffersen, i en artikel i *Gymnasieskolen*, skete der alligevel et reelt dyk i antallet af timers skriftligt arbejde.¹⁴¹ Udover dette var det højeste niveau af matematik ikke længere et krav på den matematiske linje, da faget matematik ikke var obligatorisk i 3.g, hvilket også kan ses på figur 10. Dette gjorde, at timetallet for matematikere kunne falde endnu mere, hvis eleverne ikke valgte faget på højt niveau i 3.g. Samtidigt blev matematik ikke obligatorisk i nogle af årene på den sproglige linje. Denne nedgang i timer i matematikfaget var en del af en større afspecialisering af linjerne efter reformen, da sprog styrkedes på matematisk linje og naturvidenskab styrkedes på sproglig linje. Dette kan skyldes, at gymnasiets klientel i mindre og mindre grad var eliten, som tidligere nævnt, hvilket gjorde, at eleverne formentligt var mindre og mindre specialiserede i starten af

¹³⁸ Danmarks Evalueringsinstitut 2017, s. 31

¹³⁹ Britta Lund Nielsen. 4. august 1988. „Flere valg og flere timer“. *Jyllands-Posten*, s. 2.

¹⁴⁰ Danmarks Evalueringsinstitut 2017, s. 94. Disse tal er henholdsvis fra årene 1988 (før reformen) og 2000

¹⁴¹ Torben Christoffersen. 14. april 1988. „Matematik i den nye gymnasiestruktur“. *Gymnasieskolen*: 409–410, s. 409.

gymnasiet.¹⁴² Elever fra gymnasiefremmede hjem havde ikke læger, ingeniører og så videre som forældre, og havde nemlig derfor en vis sandsynlighed for et mindre specialiseret udgangspunkt i 1.g. Dermed kan der argumenteres for, at matematikfaget betalte prisen for, at gymnasireformen søgte at imødekomme det for opdelte gymnasium, sådan at matematikerne og de sproglige blev mere sammenblandede.

Flere mente, at det faldende timetal og den faldende specialisering ville betyde et dyk i niveauet i matematik. For eksempel står der i en artikel i Morgenavisen Jyllands-Posten:

*Gymnasireformen, der træder i kraft efter sommerferien, vil svække undervisningen i matematik alvorligt. [...] Det mener to lærere ved Espergærde gymnasium, forfatteren, adjunkt Mogens Nørgaard Olesen ... og adjunkt Ole Frey [...] Deres begrundelse er, at undervisningstiden ikke kan sættes ned, uden at det går ud over det pensum, gymnasieeleven skal igennem.*¹⁴³

Udover dette mente Matematiklærerforeningen, at: ... *den forelagte struktur og tidsfordelingen gjorde det umuligt at opretholde det niveau, der karakteriserer faget i det nuværende gymnasium.*¹⁴⁴

Matematikfaget blev også mere verdensnært. På *valgfagsgymnasiet* var fokuset stadig på matematisk teori, men matematisk modellering kom til at fylde mere. En matematisk model er en matematisk beskrivelse af et fænomen fra virkeligheden: befolkningstilvæksten i Danmark kan for eksempel forudsiges med en matematisk model. Denne ambition om matematisk modellering skrev Haarder et al. også om i *Kampen om Gymnasiet*, så dette havde været et ønske flere år før reformen.¹⁴⁵ Dette kom også til udtryk til eksamen, som Danmarks Evalueringsinstitut beskrev: *Herudover bærer en stor del af opgaverne i eksamenssættene præg af et anvendelses- og virkelighedsorienteret perspektiv.*¹⁴⁶

¹⁴²Blaksteen 1987, s. 172

¹⁴³Uffe Lindum. 10. februar 1988. „Flere valg og flere timer“. *Jyllands-Posten*, s. 5.

¹⁴⁴Munkholm 2008, s. 631

¹⁴⁵Haarder, Granum-Jensen og Sørensen 1982, s. 23

¹⁴⁶Danmarks Evalueringsinstitut 2017, s. 96

8.2.2 Gymnasireformens udførelse 1988

8.2.2.1 Læseplan

I gymnasireformen fra 1988 blev der formuleret et overordnet formål med gymnasiet. Formålet var, at eleverne skulle få almindelig og studiekompetence, så de kunne læse på videregående uddannelser efter gymnasiet.¹⁴⁷ Matematikfaget blev også revurderet i denne sammenhæng. Der blev med bekendtgørelsen fra 4. november 1987 udgivet et hæfte, hvis indhold var bekendtgørelsen for matematik og de dertilhørende vejledende retningslinjer. I de vejledende retningslinjer stod, hvad det overordnede formål med matematikundervisningen i gymnasiet var:

Undervisningen sigter mod, at eleverne erhverver et matematisk grundlag, der øger en alsidig omverdensforståelse og udbygger forudsætningerne for en meningsfuld og kvalificeret deltagelse i det moderne teknologiske samfund. For mange elever er gymnasiets matematikundervisning deres sidste egentlige uddannelse i matematik. Med samfundets anvendelse af matematik, ikke kun i teknik og produktion, men også som baggrund for prognoser, planlægning, beslutningstagen og styring, er det derfor af almenbetydning, at eleverne på den ene side bliver i stand til hensigtsmæssigt selv at udnytte matematiske betragtningsmåder og på den anden side bliver i stand til at tage stilling til andres anvendelse heraf.¹⁴⁸

Formålet med matematikundervisningen blev specificeret yderligere under bekendtgørelsesteksten under de forskellige niveauer. For obligatorisk niveau var formålet: *Formålet med undervisningen er, at eleverne erhverver indsigt i en række fundamentale matematiske tankegange, begreber og metoder, og at eleverne opnår fortrolighed med matematik som middel til at formulere, analysere og løse problemer inden for forskellige fagområder.*¹⁴⁹ Yderligere havde formålet for matematik på højniveau endnu et punkt tilføjet: *... at eleverne videreudvikler deres evne til selvstændigt at benytte matematiske begreber og metoder og bliver i stand til at sætte sig ind i, analysere og vurdere problemkredse, der kan formuleres og bearbejdes ved brug af matematiske begreber og metoder.*¹⁵⁰ Her ses en sammenhæng mellem matematikkens overordnede

¹⁴⁷Peter Henrik Raae. November 2007. „Effektivisering og demokrati: om reformens design og rummet for demokratisk praksis“. Udg. af Jakob Ditlev Bøje m.fl. *Gymnasiepædagogik* 66:13–37, s. 15.

¹⁴⁸Undervisningsministeriet. 1988. *Matematik: Bekendtgørelse og vejledende retningslinier*, s. 354.

¹⁴⁹Undervisningsministeriet 1988, s. 350

¹⁵⁰Undervisningsministeriet 1988, s. 351

formål og de mere specifikke formål til matematik på obligatorisk niveau og højniveau, nemlig at matematik skulle kunne anvendes til at formulere, analysere og løse problemer. Dermed var der et fokus på anvendelsesperspektivet på begge niveauer i matematikfaget. Formuleringen "fundamentale matematiske tankegange" kunne dog eventuelt referere til, at eleverne også skulle få indsigt i matematikkens mere teoretiske aspekt. Det tilføjede punkt til højniveau gav måske også matematikundervisningen et noget mere teoretisk islæt end obligatorisk niveau, fordi eleverne ikke længere bare skulle have indsigt i matematiske begreber og metoder, men også skulle kunne anvende dem selvstændigt. Man kan derfor argumentere for, at læseplanen til matematik højniveau både var anvendelses- og forståelsesorienteret.

SOLO-taksonomien af læseplanen

På både obligatorisk niveau og højniveau skulle læreren sørge for, at formålet blev opfyldt, og derudover skulle læreren lave forløb, hvor henholdsvis fem og tre hovedemner var inkluderet i læseplanen. De fem hovedemner på obligatorisk niveau var tal, geometri, funktioner, differentialregning samt statistik og sandsynlighedsregning. På højniveau var de tre yderligere hovedtemaer: plan- og rumgeometri, integralregning og differentiaalligninger, samt et matematisk-datalogisk emne.¹⁵¹ I hvert hovedtema er det forklaret, hvordan eleverne skulle erhverve sig viden indenfor det givne område, og ud fra disse forklaringer kan vi tildele SOLO-tal. Vurderingerne af de enkelt SOLO-verber kan ses i bilaget. På figur 11 ses, hvor mange verber, der er til hvert SOLO-niveau.

SOLO-niveau	1	2	3	4	5
Antal	0	2	7	6	0

Figur 11

Alt i alt giver vores vurdering af verberne et gennemsnitligt SOLO-niveau på 3,26 for læseplanen i matematik i 1988. Dette vil sige, at læseplanen har et SOLO-niveau mellem "multistructural level" og "relational level". Dette svarer til, at eleverne skulle være på stadiet mellem at kunne forstå og behandle flere emner, og kunne se en sammenhæng mellem de forskellige emner. Læseplanen ligger altså et sted imellem at ville give eleverne anvendelsesfærdigheder og mere analytiske forståelsesfærdigheder. Dermed stemmer SOLO-niveauet fint overens med læseplanens ambition om både være at anvendelses- og forståelsesorienteret. Med Skemps termer

¹⁵¹ Undervisningsministeriet 1988, s. 350, 352

er læseplanen altså mest instrumentel men også en del relationel.

8.2.2.2 Præsentation af Carstensen og Frandsens lærebogssystem

I denne reformperiode var det, ifølge Kasper Jensen, ikke længere sådan, at der var ét dominerende lærebogssystem.¹⁵² Munkholm skriver dog, at vores valgte lærebogssystem til denne reform, "Matematik 1", "- 2" og "-3" af Jens Carstensen og Jesper Frandsen var et af de mest anvendte efter reformen.¹⁵³ Derfor betragter vi dette lærebogssystem som repræsentativt for de lærebøger, som eleverne fik efter reformen i 1988.¹⁵⁴ Denne bogserie består af tre bøger, der hver dækkede et år på gymnasiet. En af de største ændringer efter reformen i forhold til lærebogssystemerne blev indførelsen af mellem- og højniveau i matematik, hvor den tredje bog i dette lærebogssystem blev skrevet til matematik på højniveau i 3.g, mens de to første blev skrevet til obligatorisk niveau i 1. og 2.g. De to første bøger var altså til *hele* den matematiske linje.

Noget nyt i denne bogserie var, at der kom afsnit om matematikkens historie med.¹⁵⁵ Dette hænger sammen med det første af de tre hovedaspekter i læseplanen til matematik, der hedder "Det historiske aspekt".¹⁵⁶ Derudover gør bogserien brug af flere pædagogiske redskaber i form af farver, bokse og "perspektiverende rammer". Disse rammer perspektiverer nogle sider om et bestemt emne til en anvendelse eller historie om dette emne.

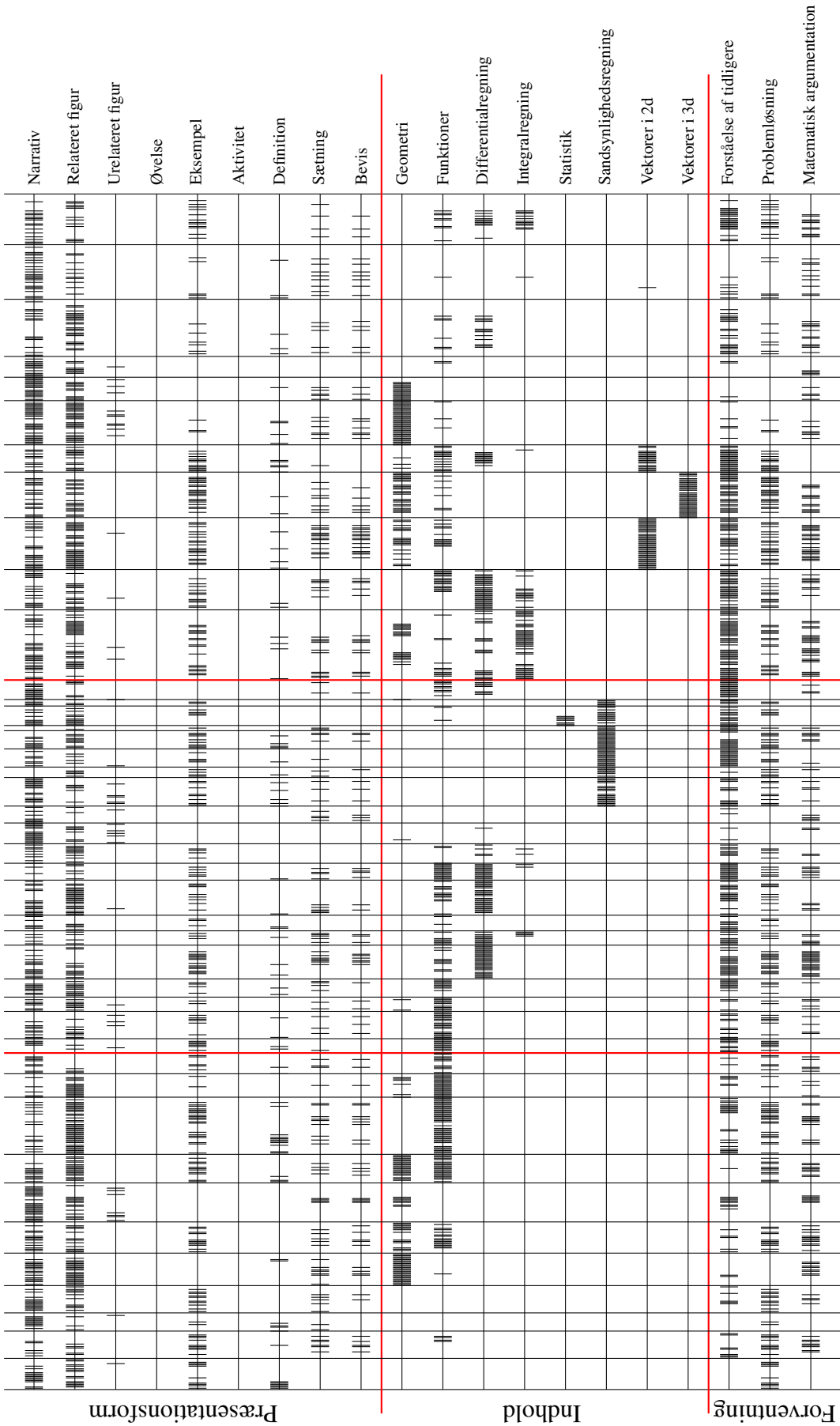
¹⁵²Jensen 2016, s. 69

¹⁵³Munkholm 2008, s. 637

¹⁵⁴Carstensen og Frandsen 1988a; Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1989a. *Matematik 2: for obligatorisk niveau*. 1. udg. Systime; Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1990a. *Matematik 3: for højt niveau*. 1. udg. Systime

¹⁵⁵Carstensen og Frandsen 1988a, s. 137-166; Carstensen og Frandsen 1989a, s. 167-182

¹⁵⁶Undervisningsministeriet 1988, s. 352



Figur 12: Strukturen i Carstensen og Frandsen

8.2.2.3 Struktur

Først og fremmest kan det ses på figur 12, at en relativt stor del af stoffet i matematik, målt i sider, blev dækket i 3.g. Lærebogen til 1.g er 272 sider lang, mens bogen til 2.g er 293 sider lang, men bogen til 3.g er noget større, med 380 sider. Dette kan skyldes det dobbelte mål i gymnasireformen, nemlig at der på den ene side var mindre specialisering på linjerne, mens Bertel Haarder på den anden side havde udtalt, at: *De faglige niveauer skal som minimum holdes og om muligt forhøjes.*¹⁵⁷ Dette kunne have gjort, at de første års matematik blev mindre omfattende og på et lavere niveau end tidligere på grund af afspecialiseringen, hvilket så skulle hentes i det tredje år, hvis man valgte det på højt niveau. Dette understøttes af, at Matematiklærerforeningen, som en kommentar til reformen, skrev: ... *et samlet 2-årigt forløb med matematik på højt niveau erstattes af et 1-årigt forløb.*¹⁵⁸

Strukturen af præsentationsformer

På figur 12 fremgår det, at der ikke er øvelser og aktiviteter i bogserien, men at der er meget narrativ tekst, relateret figur og til dels eksempler. Bogsystemet har altså flere gennemsyrende præsentationsformer. De urelaterede figurer kan indikere, at matematikken blev mere virkelighedsorienteret og mindre gennemført teoretisk, da disse figurer ofte relaterer til den virkelige verden og aldrig er decideret matematik-teoretiske. Dette stemmer overens med, at læseplanen omtalte anvendelsesperspektivet. Som tidligere skrevet var matematisk teori stadig en prioritet i *valgfagsgymnasiet*. Derfor fylder sætninger og beviser en del i næsten alle afsnit, som set på figur 12. Det er dog ikke til alle sætninger, at der efterfølgende eller før er et tilhørende bevis.

Strukturen af indhold

Af samme grund som før kan man på figur 12 se markante forskelle på indholdet, når man sammenligner de to første bøger med den tredje. Udover at være noget kortere end den tredje bog ses det, at de to første bøger både beskriver færre temaer og tilmed færre temaer *ad gangen* sammenlignet med den tredje. I den første bog beskrives kun matematik inden for to temaer, og disse beskrivelser overlapper relativt sjældent, og i den anden bog beskrives kun tre temaer i et omfang større end nogle få kapitler, som også sjældent overlapper. I den tredje bog beskrives

¹⁵⁷Søren Bald, 21. februar 1986. „Hvad skal der ske med gymnasiet?“ *Politiken*, s. 5.

¹⁵⁸Munkholm 2008, s. 632

derimod seks forskellige temaer i et stort omfang, og i store dele af bogen er der overlap mellem forskellige temaer. De to første bøger vurderes derfor som "single topic theme"-bøger, mens den tredje vurderes som "multiple topic theme". Det temamæssige fokus i de to første bøger virker altså skarpere end i den tredje. Herudover kan det ses på figur 12, at den tredje bog introducerer tre nye temaer, som ikke var blevet nævnt endnu i de to første: integralregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d, hvilket igen understreger, at den tredje bog var en del mere kompleks end de to første.

Ud fra figur 12 kan det tyde på, at den før omtalte afspecialisering af matematik var tydeligst i de to første bøger, fordi de var kortere, omhandlede færre temaer og sjældent lod disse temaer overlappe, mens ambitionen om at beholde det høje faglige niveau, primært kom til udtryk i den tredje bog. Når der beskrives klart flest temaer i den tredje bog, kan det derfor skyldes, at de modstridende ambitioner skabte så stort et hop mellem de første to år og det tredje, at den tredje bog nødvendigvis skulle indhente en masse.

Strukturen af forventninger

Som det ses på figur 12 er alle tre forventningstyper godt repræsenterede i alle tre bøger. De eneste bemærkelsesværdige afvigelser fra dette er, at der er færre forventninger til forståelse af det tidligere i første bog og anden halvdel i tredje bog, og at der i den anden halvdel af den tredje bog er færre problemløsningsforventninger.

Grunden til de få forventninger til forståelse af det tidligere i den første bog er, at der endnu ikke er præsenteret mange nye matematiske emner. En del af forklaringen til de færre forventninger i den anden halvdel af den *tredje* bog er, at stoffet fra og med kapitel syv var der for at opfylde nogle af kravene fra læseplanen, som ikke handlede om specifikke matematiske emner eller temaer, men nærmere var en slags perspektivering til matematikken. Kapitel syv omhandlende matematikhistorie, mens kapitlerne 8-11 omhandlede matematikkens forbindelser med den datalogiske verden, der var et af emnerne på matematik højniveau.¹⁵⁹ Derfor bliver indholdet herfra ikke bygget ovenpå det tidligere, og dette forklarer den mindre hyppige forventning til forståelse af det tidligere i disse kapitler.

Disse kapitlers specielle natur kan måske også forklare, hvorfor der i disse kapitler er færre forventninger til problemløsning. Udover disse kapitler kan vi dog på figur 12 se et bil-

¹⁵⁹Carstensen og Frandsen 1990a, s. 5

lede af en bogserie, der ofte forventer, at læserne skal kunne bruge bogens matematiske viden til problemløsninger. Dette går hånd i hånd med, at matematikfaget i denne periode blev mere verdensnært, som beskrevet i afsnit 8.2.1, hvilket også var et af Haarders ønsker til matematikfaget i den nye reform. Til sidst kan den gennemsyrende ambition om matematisk argumentation forklares med, at dette stadig i denne reform var et af formålene med faget. Forventningerne til argumentation er dog nogenlunde ligeligt fordelt i de tre bøger og fokuserer altså ikke mest på den tredje bog, som man måske ellers kunne forvente. I bøgerne er der matematisk argumentation på cirka 25% af bogseriens sider.¹⁶⁰

8.2.2.4 Indhold

Denne bogserie indeholder 34 forskellige emner, og man skal bruge cirka 21 emner for at dække 80% af siderne i bogen. Dette vidner om en emnemæssigt relativt bred bogserie, som sigter efter at introducere dens læsere for mange forskellige matematiske emner. Disse mange emner skyldes især, at den anden bog i bogserien indeholder 20 forskellige kapitler til bogens 294 sider. Med så mange kapitler dækker bogen naturligvis også mange emner, selvom der ikke taltes lige så mange emner som kapitler.

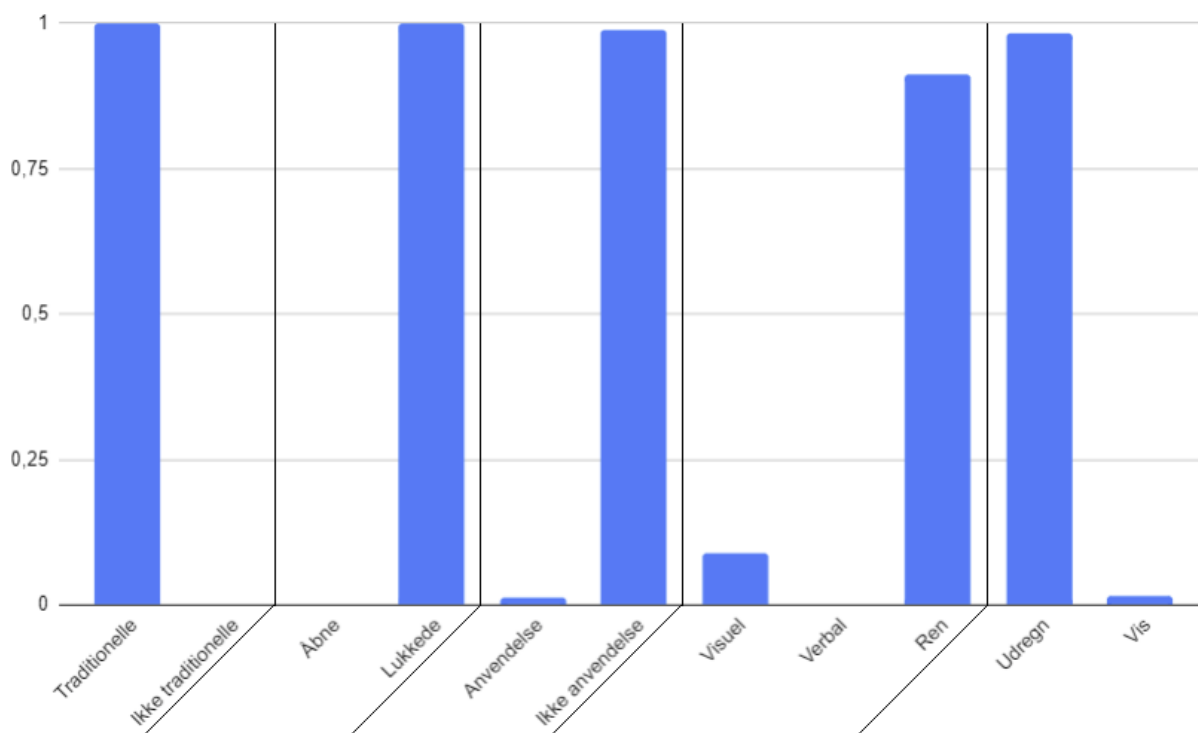
Indholdet i bogserien med emnerne differentialregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d præsenteres både konkret og abstrakt, men dog lidt mere abstrakt end konkret. Præsentationen er omtrent halvt eller mere konkret i cirka 61% af de læste sider, mens cirka 63% af siderne er abstrakte. Bogserien virker dermed til at være en mellemtung mellem abstrakt og konkret. Balancegangen mellem konkret og abstrakt skyldes formentlig, at man både søgte at bibeholde niveauet fra før reformen, så det abstrakte stadig skulle fylde meget, mens at matematikfaget også i højere grad blev verdensnært, og at eksempelvis modeller kom til at fylde mere i faget, som nævnt tidligere.

8.2.2.5 Opgaver

Til analysen af opgaverne i lærebogssystemet af Carstensen og Frandsen er følgende kapitler udvalgt: "Differentialregning 1", "Differentialregning 2", "Vektorer i planen" og "Rumgeometri". Kapitlerne "Differentialregning 1" og "- 2" findes i arbejdsbogen "Matematik 2 - opgaver", som var henvendt til andet år med matematik på obligatorisk niveau, mens at opgaverne til vektorer

¹⁶⁰Egne beregninger

findes i "Matematik - 3 opgaver", som var til matematik på højniveau.¹⁶¹



Figur 13: Andelen af forskellige opgavetyper om differentialregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d i bogssystemet af Carstensen og Frandsen

Af figur 13 fremgår det, at der i flere af kategorierne eksisterer en klar overvægt. Det ses, at der er flest traditionelle, lukkede, anvendelsesorienterede opgaver, opgaver som er skrevet udelukkende med et matematisk sprog samt opgaver, hvor eleverne skal udregne facit. Der er flere af kategorierne, hvor der er fin sammenhæng - eksempelvis mellem traditionelle og lukkede opgaver. De mange udregningsopgaver kan hænge sammen med, at der i læseplanen til obligatorisk niveau var mindre fokus på matematisk teori.

8.2.3 Gymnasireformens eftervirkninger 1988

Efter gymnasireformens indførelse var der delte meninger om, hvor god den var. *Gymnasieskolen* viste på den ene side, at politikere, erhvervslivet, uddannelsesinstitutioner, elever og forældre i 4000 spørgeskemaer i gennemsnit gav det nye gymnasium karakteren 10,5, og skrev: ... *ikke engang de mest spidsfindige spørgsmål kunne ændre ved det faktum, at gymnasiet faktisk er en*

¹⁶¹ Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1988b. *Matematik 1 - Opgaver*. Systime; Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1989b. *Matematik 2 - Opgaver*. Systime; Jens Carstensen og Jesper Frandsen. 1990b. *Matematik 3 - Opgaver*. Systime

*succes, og at eventuelle ønskelige ændringer er i småtingsafdelingen.*¹⁶² På den anden side kritiserede lærere gymnasireformen to dage efter, Bertel Haarder havde meddelt, at det var lykkedes at nå til enighed om en gymnasireform. Kritikken lød på, at det faldende timetal i fag som fysik og matematik ville gøre Danmark til et andetklassesland uddannelsesmæssigt, og at pigerne ville blive skræmt væk fra de naturvidenskabelige fag.¹⁶³ I en artikel blev det vurderet, at: *Mange fag er blevet mere anvendelsesorienterede...*, hvilket stemmer godt overens med den tidligere viste udvikling i matematikfaget, hvor blandt andet modellering kom til at spille en rolle.¹⁶⁴

En effekt, som gymnasireformen havde, skyldtes måske måden den blev udført på. Det var nemlig sådan, at Bertel Haarder havde som mål, at den nye gymnasireform skulle være udgiftsneutral, hvilket betyder, at der ikke skulle tilføres flere penge til gymnasierne efter reformen.¹⁶⁵ Dette ønske hang sammen med datidens Schlüter-regerings politik om, at det offentlige forbrug ikke skulle stige.¹⁶⁶ Spareambitionerne stødte dog sammen med, at gymnasiets elevantal havde vokset kraftigt i størrelse de sidste årtier, hvilket allerede i 1983 havde resulteret i, at: *Gymnasiernes klassekvotienter ønskes hævet i besparelsesøjemed.*¹⁶⁷ En høj klassekvotient kunne medføre flere negative konsekvenser, som blev beskrevet i en artikel i *Gymnasieskolen: På baggrund af vores erfaringer med overbelægningen kan vi konstatere at fastholdelsen af klassekvotienten har følgende konsekvenser: Undervisningens niveau og effektivitet sænkes, samtidig med at der sker større elevfrafald.*¹⁶⁸ En anden effekt, disse spareønsker havde, var Haarders overvejelser om at indføre et taxametersystem til gymnasiet, sådan at bevillingerne til skolerne var bestemt af deres elevtal. På den måde kunne det: *... sikres, at udgifterne ville falde i takt med et faldende elevtal*, hvilket med tiden ville spare penge.¹⁶⁹ Dette er relevant, fordi der sidenhen er blevet argumenteret for, at taxametersystemet kan have den negative konsekvens, at undervisningens kvalitet daler, i en ambition om at få flest muligt elever igennem.¹⁷⁰

¹⁶²Dorrit Barrett. 21. februar 1991. „Topkarakterer til gymnasiet“. *Gymnasieskolen*: 167, s. 167.

¹⁶³Eva Schulsinger. 24. januar 1987. „Lærere kritiserer gymnasireform“. *Politiken*, s. 6.

¹⁶⁴Jørgen Ebbesen. 13. februar 1987. „Gymnasie-reformen ødelægger klimaet“. *Politiken*, s. 7.

¹⁶⁵M. Blaksteen. 1988. *Skolen i årets løb 1988*. <https://tinyurl.com/r26jq9t>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019, s. 113.

¹⁶⁶Helge Paludan m.fl. 2011. *Danmarks historie - i grundtræk*. 2. udg. Udg. af Steen Busck og Henning Poulsen. Aarhus Universitetsforlag, s. 408.

¹⁶⁷Ellen Nørgaard. 1983. *Skolen og samfundet fra ca. 15/6-82 til 15/6-83*. <https://tinyurl.com/vmp5abe>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019, s. 82.

¹⁶⁸Zsuzanna A. Dyhr. 10. maj 1984. „Undervisningens niveau og effektivitet sænkes“. *Gymnasieskolen*: 382, s. 382.

¹⁶⁹M. Blaksteen. 1989. *Skolen i årets løb 1989*. <https://tinyurl.com/unhfwyw>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019, s. 91.

¹⁷⁰DEA. 2011. „Taxametersystemet under lup: En analyse af taxameterstrukturens påvirkning af effektivitet og

Uanset om spareambitionerne havde en indvirkning på undervisningens kvalitet eller ej, konstaterede fagkonsulenten i matematik Bent Hirsberg i 1992 følgende:

*På de videregående uddannelser får man nu studenter, som generelt er svagere funderet i matematik end tidligere. Omend de matematiske studenter efter reformen udgør en i faglig henseende mere homogen gruppe end før reformen, har reformen betydet nedskæring af fagets timetal og en ændret opbygning, hvilket sammen med utilstrækkelige forudsætninger hos eleverne ved indgangen til gymnasiet gør problemerne mere mærkbare end tidligere*¹⁷¹

I tiden efter reformen var der da også en mindre andel af de matematiske elever, der havde matematik alle tre år på gymnasiet, da en femtedel af dem *ikke* valgte matematik på højniveau i 3.g, og dette førte næsten uden tvivl til et lavere gennemsnitligt niveau i matematik for de matematiske studenter efter 1988.¹⁷² Der kan dog også argumenteres for, at reformen ikke var primus motor for et dalende niveau i gymnasiet, men at dette niveau i forvejen havde dalet i flere år, da karaktergennemsnittet som nævnt steg allerede fra 1980 og frem til 1992. Dette kan tolkes på flere forskellige måder, men én tolkning er, at karaktererne blev højere, fordi niveauet dalede. Gravers Pedersens tolkning af karakterstigningerne efter reformens indførsel var dog, at elevernes større frihed til at vælge efter interesse gjorde, at eleverne var dygtigere til deres fag, da de selv havde valgt nogle af dem.¹⁷³ Denne forklaring er plausibel, men skal tages med en gran salt, da det må forventes, at Gravers Pedersen havde interesse i at forsvare dueligheden af den reform, han bidrog til.

Problematikken om det faldende niveau i matematik var så presserende ifølge SF, Venstre og Det Konservative Folkeparti, at disse partier i 1996 foreslog en opstramning af gymnasiet generelt, som også fokuserede på matematik. Partierne foreslog at hæve niveauet på matematik A-niveau til samme niveau som før reformen, og man ville derudover gøre matematik C-niveau obligatorisk for de sproglige. Disse foreslåede ændringer trådte i kraft i 1997.¹⁷⁴

kvalitet for de videregående uddannelser“, s. 48.

¹⁷¹Bent Hirsberg. 23. november 1992. „Matematik - et samfundsproblem“. *Jyllands-Posten*: 1–19, s. 11.

¹⁷²(RB). 31. maj 1989. „Matematik og kemi går frem i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*, s. 3.

¹⁷³Borg, 16. juni 1992, s. 3

¹⁷⁴Munkholm 2008, s. 639

8.2.4 Opsamling

Debatten om en ny gymnasiereform startede allerede tidligt i 1980'erne, hvor diskussionen gik på, om gymnasiet for det første var for opdelt, og om det stigende elevtal havde gjort, at gymnasiet nu reelt havde fået en ny rolle i samfundet. I forlængelse af disse diskussioner kom der i 1984 to rapporter om en gymnasiereform, først fra UGP-udvalget, og dernæst fra Undervisningsministeriets Direktorat, som reaktion på UGP-udvalgets rapport. Begge rapporter ville have et valgfagsgymnasium, men Direktoratet ville tættere på en enhedsskole end UGP-udvalget. Derudover mente meningsdannere, at UGP-udvalget ville hæve niveauet og gøre gymnasiet mere elitært, mens Direktoratet ville sænke niveauet og gøre gymnasiet mere folkeligt. Gymnasierformen i 1988 markerede starten på *valgfagsgymnasiet*, hvor linjerne blev bevaret, men grenene ophævet. I faget matematik betød reformen en nedgang i timetallet, samt at faget ikke længere var obligatorisk i alle tre år på matematisk linje. I læseplanen til matematik vægtede man stadig det teoretiske aspekt, men som noget nyt blev den mere anvendelsesorienterede matematik også vægtet. SOLO-niveauet af de faglige mål i den nye læseplan var i gennemsnit 3,26.

I lærebogssystemet af Carstensen og Frandsen var der en klar forskel på matematik på obligatorisk niveau, repræsenteret af de to første bøger i serien, sammenlignet med matematik på højniveau, repræsenteret ved den tredje bog. Den tredje bog havde både flere temaer, flere temaer på samme tid, og var markant længere end de to første. Disse forskelle skyldtes formentlig, at linjerne blev mindre specialiserede efter reformen, hvilket kom til udtryk i matematik på obligatorisk niveau, og derved de to første bøger, samtidigt med at man ville beholde det faglige niveau, hvormed meget skulle hentes på højniveau og dermed i den sidste bog. Udover dette var der dog de samme præsentationsformer og forventninger med mere eller mindre lige stor hyppighed gennem hele bogserien, og på 25% af siderne var der forventninger til matematiske argumentation. Bogserien indeholdt 34 forskellige emner, mens der skulle 21 emner til at dække 80% af bogseriens sider. Udover dette var godt 61% af de observerede sider omtrent halvt eller mere konkrete, og 63% abstrakte. At siderne både var konkrete og abstrakte afspejler ønsker om, at matematik fortsat skulle være teoretisk, samtidig med at det skulle blive mere virkeligheds- og anvendelsesorienteret. Denne balancegang mellem det abstrakte og det konkrete var ikke tydelig i bogseriens opgaver. Disse var relativt homogene, med en klar overvægt af traditionelle, lukkede, ikke-anvendelses-, rene og udregningsopgaver.

Efter reformen var mange glade for det nye gymnasium, men der var også kritikere,

der mente, at gymnasiet var blevet for anvendelsesorienteret, og at niveauet var faldet for meget. Dette kunne delvist skyldes, at en ambition fra Haarder var, at reformen skulle være udgiftsneutral. Dette stødte sammen med det stigende elevtal, hvilket førte større klassekvotienter med sig, og dette mente flere gik ud over det faglige niveau, som for matematiks vedkommende tilmed blev værre på grund af det mindre timetal. Uanset om disse faktorer førte til et lavere niveau i matematik, blev den gennemsnitlige elev på matematisk linje højest sandsynligt svagere funderet i matematik efter reformen. Nu valgte nemlig kun 80% af eleverne matematik på højniveau, og dermed matematik alle tre år, hvilket var obligatorisk på matematisk linje før reformen.

8.3 Gymnasiereform 2005

8.3.1 Optakt til gymnasiereform 2005

I 2002 udsendte den daværende VK-regering handlingsplanen *Bedre uddannelser*, som havde til formål at fremlægge regeringens ønsker med uddannelsessektoren. Regeringen fremlagde handlingsplanen, fordi de ønskede at styrke det faglige niveau på ungdomsuddannelserne, de videregående uddannelser og voksen- og efteruddannelserne.¹⁷⁵ I handlingsplanen var der afsnit, som både omhandlede forslag til en ny reform af gymnasiet, og hvorfor en gymnasiereform var nødvendig. I disse afsnit var der flere kritikpunkter af den eksisterende gymnasieordning - blandt andet rekrutteringen af elever, fagligheden og fagbeskrivelserne. Forfatterne af handlingsplanen mente, at gymnasiet optog for bredt, så nogle elever ikke var interesseret i undervisningen, da de fandt den ... *uvedkommende og alt for teoretisk i forhold til deres overvejelser om fremtidig uddannelse, mens andre elever føler, at uddannelsen ikke byder på tilstrækkelige udfordringer*.¹⁷⁶ Forfatterne mente altså, at gymnasiet ikke levede op til målet om studieforbereelse, og de antyder også et andet sted i handlingsplanen, at den ikke var almindelig. For at komme blandt andre de nævnte problemer til livs listede regeringen seks punkter op, som de mente var nødvendige for, at eleverne kunne få en styrkelse af deres studiekompetence.¹⁷⁷ De seks punkter var følgende:

- "Vægt på samspil mellem fag (faglighed frem for fag)
- Vægt på fordybelse.
- Målstyring frem for indholdsstyring.
- Progression i arbejds- og prøveformer med henblik på øget studiekompetence.
- Styrkelse af de naturvidenskabelige fag og naturvidenskabelige dannelseselementer.
- Nuværende linjedeling ophæves, og der indføres en kort fælles indledende periode før valg af endelig fagsammensætning (linjer/fagpakker)."¹⁷⁸

¹⁷⁵Undervisningsministeriet, juni 2002. *Bedre uddannelser - forord*. <https://tinyurl.com/sdzpxu4>. Konsuleret d. 9. november 2019.

¹⁷⁶Undervisningsministeriet. 2002. *Bedre uddannelser - De almene uddannelser - Reform af det almene gymnasium*. <https://tinyurl.com/r8wfbdc>. Konsuleret d. 9. november 2019.

¹⁷⁷Undervisningsministeriet 2002

¹⁷⁸Undervisningsministeriet 2002

Regeringen ønskede at diskutere disse seks mål, samt generelle spørgsmål om indholdet og målet med den kommende gymnasireform for gymnasiet, på en konference i efteråret 2002, sådan at Folketinget kunne blive orienteret i januar 2003 med henblik på et lovforslag.¹⁷⁹ For at imødekomme en diskussion om en ny gymnasireform blev der på gymnasier rundt om i landet lavet forsøg med undervisningen og strukturen. Blandt de deltagende gymnasier var Greve Gymnasium, som eksempelvis havde fokus på at lave fagpakker til eleverne, som de mente kunne styrke elevernes faglighed og studiekompetence, som, ifølge kritikere fra erhvervslivet og universiteterne, var for lav. Til at støtte projektet på Greve Gymnasium økonomisk havde både Undervisningsministeriet, Roskilde Amt og GL doneret penge.¹⁸⁰

Der var ikke de store diskussioner blandt regeringen og GL, da de var enige om, at gymnasiet trængte til en reform, hvilket understreges i det følgende:

Der er ikke den store diskrepans mellem GLs ønsker til en gymnasireform og de tanker, der ligger til grund for regeringens udspil til samme i den uddannelsespolitiske handlingsplan »Bedre uddannelser«. Begge taler om fagpakker/linjer, om progression fra elev til studerende, og begge taler om en fælles introduktionsperiode.¹⁸¹

Netop de tre tanker om fagpakker, opnåelse af studiekompetencer og en introduktionsperiode var tre emner, som fyldte i debatten om den nye reform af gymnasiet. Dette ses blandt andet i en artikel fra Politiken skrevet af en tidligere elev, Niels-Ole Frederik Galmar. Denne omhandlede, hvordan han så regeringens handlingsplan *Bedre Uddannelser*, som en samling af dårlige løsninger, der ikke ville hjælpe på gymnasiets problemer. Et af hans kritikpunkter til reformforslaget omhandlede netop studiekompetencegivende undervisning, hvilket vil sige eksempelvis gruppearbejde og projektarbejde, som han ikke mente ville øge studiekompetencen, da eleverne i forvejen var fagligt svage, da alt for mange, ifølge ham, blev optaget i gymnasiet.¹⁸² Yderligere kritiserede rektoren for Frederiksborg Gymnasium og HF, Peter Kuhlman, i en artikel regeringens forslag om fagpakker:

Til sidst skal man se på spørgsmålet om undervisningsministerens forslag om fagpakker. Der er tale om en god og en sammenhængende model, der passer fint på et stort gymnasium som det,

¹⁷⁹Undervisningsministeriet 2002

¹⁸⁰Tina Rasmussen. 2002b. „Stort forsøg med fagpakker“. *Gymnasieskolen* 12:8–11, s. 8-10.

¹⁸¹„GL: Flere linjer og fælles intro“. 2002. *Gymnasieskolen* 17:7, s. 7.

¹⁸²Niels-Ole Frederik Galmar. 12. august 2002. „Den gymnasiale knude“. *Politiken*, s. 5-6.

*jeg er rektor for. Men modellen kan meget vel blive dødsstødet for Fjerritslev, Lemvig og andre små gymnasier, der vil få et meget meget lille udbud af fagpakker.*¹⁸³

Trods kritikpunkterne til indførelsen af fagpakker, endte det dog med, at gymnasiet med forskellige fagpakker, som eleverne kunne vælge imellem, blev vedtaget.¹⁸⁴

Et andet vigtigt aspekt af reformplanen af gymnasiet var det tværfaglige indhold i undervisningen. Dette blev også nævnt, som et af regeringens seks punkter i handlingsplanen. I et forslag fra Danske Gymnasieelevers Sammenslutning (DGS) delte de regeringens ønske om, at eleverne arbejdede på tværs af fagene.¹⁸⁵ Det var dog ikke alle, der var tilhængere af det tværfaglige aspekt. Akademiet for de Tekniske Videnskaber, historielærere og borgerligt intellektuelle var tre grupper, som mente, at gymnasiet blev svækket ved den nye reform. Disse mente, at særligt historie og naturfag ville blive svækket fagligt, samt at det tværfaglige projektarbejde ville gøre skade.¹⁸⁶

Natten mellem den 27. og 28. maj 2003 blev et bredt forlig om en ny gymnasireform indgået med opbakning fra alle Folketingets partier, bort set fra Enhedslisten. Herefter blev den nye gymnasireform, i februar 2004, underskrevet af undervisningsministeren fra Venstre, Ulla Tørnæs. Loven indebar, at eleverne skulle have et fælles grundforløb på et halvt år, som skulle give faglig indsigt og give dem nye arbejdsmetoder, som var anvendelige i gymnasiet. Dette skulle danne grundlag for deres valg af studieretningsforløb, som eleverne skulle gennemføre på 2,5 år, så at en studentereksamen i alt tog tre år. Opbygningen af gymnasiet med de forskellige fag i både grundforløbet og studieretningsforløbet kan ses på figur 14. Grundforløbet skulle være med til at sikre, at eleverne frit kunne skifte mellem stx, htx og hhx.¹⁸⁷ På stx kom grundforløbet til at bestå af fagene, som ses på figur 14. Desuden skulle 20% af tiden i grundforløbet bruges på forløbet "almen studieforbereelse" (AT), som skulle sikre sammenhæng og samarbejde mellem fagene. Dette var et led i det tværfaglige samarbejde, som var et omdiskuteret emne under reformens tilblivelse.¹⁸⁸

¹⁸³Peter Kuhlman. 8. juli 2002. „Kampen om gymnasiet“. *Politiken*, s. 5.

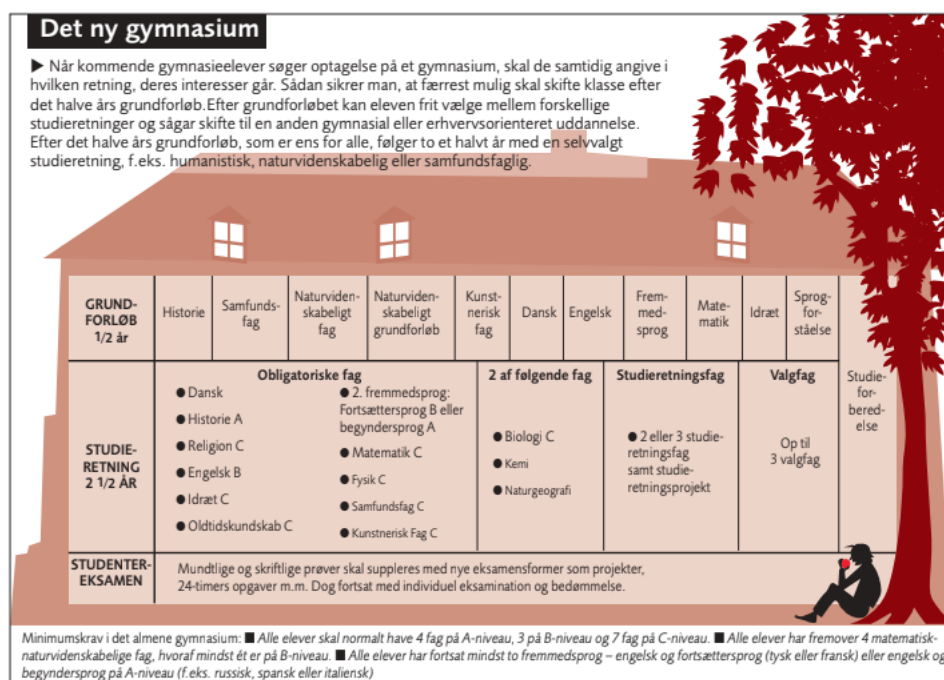
¹⁸⁴Ulla Tørnæs. 18. februar 2004. *Lov om uddannelsen til studentereksamen (stx) (gymnasieloven)*. <https://tinyurl.com/ubq53zp>. Konsulteret d. 18. december 2019.

¹⁸⁵Matias Seidelin og Mikkel Dalum. 3. april 2002. „De unge vil have nye fag på skemaet“. *Politiken*, s. 5.

¹⁸⁶Line Aarsland. 20. april 2004. „Den isolerede gymnasielærer er død“. *Politiken*, s. 12.

¹⁸⁷Signe Holm-Larsen. 2003. *Skolen i årets løb: Folketingsåret 2002-2003*. <https://tinyurl.com/sew6dpw>, s. 226-227.

¹⁸⁸Tørnæs, 18. februar 2004



Figur 14: Gymnasiets opbygning efter reformen

I studieretningsforløbet skulle eleverne have en blanding af obligatoriske fag, studieretningsfag og valgfag. Derudover skulle mindst fire af fagene være på A-niveau, som udgangspunkt tre på B-niveau og syv på C-niveau. Blandt de obligatoriske fag var matematik på mindst C-niveau. Eleverne kunne hæve matematik enten ved valgfag eller ved at vælge matematik, som en del af deres studieretningsfag. Udbuddet af studieretninger sammensatte gymnasierne selv, og de skulle udbyde mindst fire studieretninger, hvor mindst én af studieretningerne var med overvejende humanistisk-sproglige fag, en anden med overvejende samfundsfaglige fag og en tredje med overvejende naturvidenskabelige fag.¹⁸⁹ Dermed kom studieretningerne til at fylde meget i denne reform, og reformperioden 2005-2016 blev også kendt under navnet *studieretningsgymnasiet*.

I tiden op til gymnasireformen i 2005 var der en kritik af matematikfaget og særligt niveauet i matematik. Dette hang ifølge kritikere sammen med, at niveauet i folkeskolen faldt. I en artikel i *Gymnasieskolen* stod:

Landets gymnasielærere har i de senere år ofte klaget over, at elevernes matematiske færdigheder er for dårlige, når de begynder i gymnasiet, og den udvikling kan Joen Holm bekræfte: Flere og flere elever har store problemer med blandt andet brøkregering, ligninger og

¹⁸⁹Tørnæs, 18. februar 2004

*beviser, når de begynder i 1.g.*¹⁹⁰

Joen Holm var underviser i matematik på Niels Steensens Gymnasium, og havde dermed et kendskab til elevernes niveau. Begreber som brøkgregning, ligninger og beviser var færdigheder, som hun forventede, at de havde stiftet bekendtskab med i folkeskolen, hvilket ifølge hende ikke var tilfældet. Derudover nævner Holm i artiklen en anden vigtig forskel mellem matematik i folkeskolen og gymnasiet: *Og mens bøgerne i gymnasiet indeholder meget teori og har en klar adskillelse mellem teori, eksempler og opgaver, er der i folkeskolens bøger lidt teori og ingen adskillelse mellem teori og opgaver.*¹⁹¹ Dermed var der en forskel mellem lærebøgerne i folkeskolen og gymnasiet, hvilket gjorde overgangen i matematik fra folkeskolen til gymnasiet svær for eleverne. Et skridt for at hjælpe eleverne til bedre forståelse af matematik var ifølge lærerne, Joen Holm og Anette Gyllinge, at ændre på læreplanerne, både i folkeskolen og i gymnasiet, så læreplanerne passede bedre til hinanden.¹⁹² Efterfølgende kom der en revision af læreplanerne både for folkeskolen og gymnasiet. Hvad skulle en ny læreplan for gymnasiet så indeholde? Dette var efterfølgende til debat. Kresten Bremer fra Østre Borgerdyd Gymnasium skrev i et indlæg til *Gymnasieskolen: Diskussionen om faget matematiks indhold og pædagogik bølger frem og tilbage for tiden. Skal det være teoretisk præget med beviser? Eller en slags 'laboratoriebaseret matematikundervisning'?*¹⁹³ Der var i samtiden nemlig en diskussion i matematikverdenen om faget skulle være laboratoriebaseret eller teoretisk præget. Med laboratoriebaseret matematik mente man, at matematikundervisningen skulle indeholde eksperimentel matematik, som for eksempel kunne være at lave modeller og at arbejde mere induktivt. En af de store foretalere for laboratoriebaseret matematikundervisning var Allan Tarp, som mente, at denne tilgang kunne genoplive interessen for faget.¹⁹⁴ Tarp var ifølge Christiansen allerede i 1970'erne en tilhænger af et holdningsskifte til matematikfaget, hvor flere lærebogsforfattere havde: *...den opfattelse, at matematik er en adfærd, der har som formål at lave en modelbygning af virkeligheden...*, og Tarp skrev også selv bogen "Matematiske vækstmodeller".¹⁹⁵ Derimod var Kresten Bremer foretaler

¹⁹⁰Tina Rasmussen. 2002a. „Forkerte forventninger ødelægger elevers lyst til matematik“. *Gymnasieskolen* 20:8–10, s. 8.

¹⁹¹Rasmussen 2002a, s. 9

¹⁹²Rasmussen 2002a, s. 10

¹⁹³Kresten Bremer. 23. november 2004. *Abstrakt matematik en absolut nødvendighed*. <https://tinyurl.com/v4sbr5c>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 18. november 2019.

¹⁹⁴Steen Kentved. 23. november 2004. *Laboratoriebaseret matematik øger ikke interessen*. <https://tinyurl.com/r6rrocr>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 8. december 2019.

¹⁹⁵Christiansen 1981, s. 51

for at faget skulle bevare det abstrakte teoretiske aspekt med bevisførelse og ræsonnementer.¹⁹⁶ Udover Bremer var Lars Bo Kristensen fra Tørring Gymnasium, heller ikke tilhænger af idéen om indførelsen af laboratoriebaseret matematik. Kristensen skrev:

*Hvis vi er tvunget til overvejende at lave forsøg, induktiv undervisning og underholdning, for at motivere til læring i vores fag, bliver jeg træt. Meget træt. [...] Jeg vil IKKE acceptere, at mit fag bliver frataget sine grundværdier. Jeg vil have lov at undervise i bevisteknik, analyse, deduktioner, logik og matematiske områder som differentialregning og differentialligninger. Og bruge tavlen til det, selvom det måske keder eleverne undervejs. Fordi det er matematik. Fordi det er vigtigt og svært.*¹⁹⁷

Til trods for kritikken til den laboratoriebaserede matematik endte det dog med at blive delvist indført på gymnasierne. Der kom nemlig forløb i løbet af gymnasietiden efter reformen, som skulle være præget af en eksperimenterende tilgang til matematikken. Anvendelsesaspektet overtog dog ikke matematikfaget, da reformen blev en blanding mellem anvendelsesorienteret og teoretisk matematik. På B-niveau skulle fokus være på anvendelsesmatematik, og på A-niveau skulle fokus lægges på teori og på mere komplekse anvendelser af matematikken.¹⁹⁸

Ligesom ved den generelle gymnasiedebat blev matematikundervisningen på introduktionsforløbet både rost og kritiseret. Peter Boile Nielsen kritiserede i en artikel i *Gymnasieskolen* introduktionsforløbet:

*Jeg har ikke mødt nogen lærere, der synes, det er en god ide med en introduktionsperiode, for det er umiddelbart indlysende, at det fører til et lavere fagligt niveau i gymnasiet som helhed. Hvad vil et introduktionsår fx betyde for faget matematik? Elever med udpræget flair for og engagement i matematik vil komme til at sidde sammen med elever helt uden evner og interesse for faget*¹⁹⁹

Boile Nielsen så altså ikke noget positivt i, at forskellige matematikelever med forskellige kunnen blev sammenblandede. Derimod mente Aage Frandsen fra SF, at en fælles introduktionsperiode ville være til gavn for alle, da det ville være med til at styrke og sikre de to hovedformål med gymnasiet, nemlig det almindendannende og studieforberedende aspekt.²⁰⁰

¹⁹⁶Bremer, 23. november 2004

¹⁹⁷Lars Bo Kristensen. 9. november 2004. *Den unødvendige matematik*. <https://tinyurl.com/rs4pcou>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 12. november 2019.

¹⁹⁸Bjørn Grøn. 2009. „Matematik efter reformen“. *LMFK-bladet*: 22–27, s. 22.

¹⁹⁹Peter Boile Nielsen. 2003. „Niveau og indhold i fokus - tak!“ *Gymnasieskolen* 2:25–26, s. 25–26.

²⁰⁰Aage Frandsen. 2003. „Fremtidens gymnasium“. *Gymnasieskolen* 4:27, s. 27.

8.3.2 Gymnasireformens udførelse 2005

8.3.2.1 Læreplan

I bekendtgørelsen for stx fra den 15. december 2004 findes det overordnede formål med gymnasiet, som skulle gælde fra august 2005. Uddannelsens overordnede formål var: *...at forberede eleverne til videregående uddannelse, herunder at de tilegner sig almindannelse, viden og kompetencer gennem uddannelsens kombination af faglig bredde og dybde og gennem samspillet mellem fagene.*²⁰¹ Disse mål skulle de opnå både ved faglighed og tværfaglighed, hvilket var centrale principper i den nye reform. Kompetencebegrebet var en af de store ændringer ved reformen, da læreplanerne ikke længere skulle være styret af pensummet, som eleverne skulle igennem, men af hvilke kompetencer, som de skulle opnå i faget.²⁰²

Formålet til matematikundervisningen på A-niveau på gymnasiet var følgende:

*Gennem undervisningen skal eleverne opnå kendskab til vigtige sider af matematikkens vekselvirkning med kultur, videnskab og teknologi. Endvidere skal de opnå indsigt i, hvorledes matematik kan bidrage til at forstå, formulere og behandle problemer inden for forskellige fagområder, såvel som indsigt i matematisk ræsonnement. Herved skal eleverne blive i stand til bedre at kunne forholde sig til andres brug af matematik samt opnå tilstrækkelige kompetencer til at kunne gennemføre en videregående uddannelse, hvori matematik indgår.*²⁰³

Som citatet viser, påvirkede gymnasireformens centrale begreb, kompetence, altså også matematikfaget, da eleverne skulle opnå kompetencer i matematik, så de kunne anvende dem til gennemførelsen af en videregående uddannelse. I citatet er det vigtigt at understrege de forskellige forventninger til henholdsvis problemløsning og ræsonnement. Eleverne skulle kunne "forstå", "formulere" og "behandle problemstillinger" i forskellige emner, men kun "få indsigt" i matematisk ræsonnement. At man her kun krævede en indsigt gjorde, at eleverne ikke skulle have dyb kendskab til matematisk teori. Dette tyder på, at matematikundervisningen blev mere instrumentel, og meget lidt relationel. Målet om større kendskab til blandt andet kultur tyder også på, at matematikken i gymnasiet skulle kunne bruges i den virkelige verden. Noget andet interessant i læreplanen er, at den omdiskuterede idé om laboratoriebaseret matematik kom til

²⁰¹Undervisningsministeriet. 15. december 2004. Retsinformation læreplaner fra 2004. <https://tinyurl.com/vh2lnm2>. Konsulteret d. 16. november 2019.

²⁰²Line Aarsland. 19. april 2004. „Kompetencer skal ind istedet for pensum“. *Politiken*, s. 4.

²⁰³Undervisningsministeriet, 15. december 2004

udtryk. I læreplanen stod nemlig: *Gennem en eksperimenterende tilgang til matematiske emner, problemstillinger og opgaver skal elevernes matematiske begrebsapparat og innovative evner udvikles.*²⁰⁴

Noget nyt ved 2005-reformen var, at målene og indholdet som undervisningen skulle indeholde ikke længere skulle stå i en såkaldt læseplan, hvor pensummet, som skulle gennemgås, stod oplistet, men i en "læreplan", som skulle indeholde, hvad eleverne skulle lære, og hvilke kompetencer de skulle tilegne sig.²⁰⁵ Sagt på en anden måde udspecificerede læseplanerne før 2005 groft sag, hvad eleverne skulle lære om, mens læreplanerne i 2005 udspecificerede, hvad eleverne skulle lære. Dette ligger i forlængelse af overgangen fra det pensumstyrede gymnasium til det kompetencestyrede.

8.3.2.2 SOLO-taksonomi af læreplan

Målene for eleverne er i denne læreplan delt op i "Faglige mål", "Kernestof" og "Supplerende mål". De to sidste af disse beskrev, hvilke specifikke matematiske temaer, eleverne skulle arbejde med i løbet af uddannelsen, men ikke nødvendigvis hvordan der skulle arbejdes med disse. Det er udelukkende de faglige mål, som SOLO-niveauet vurderes ud fra her, og vores vurdering af de enkelte mål ses i bilaget. Disse forskellige SOLO-niveauer opsummeres på figur 15, hvilket i gennemsnit giver et SOLO-niveau på cirka 3,1.²⁰⁶

SOLO-niveau	1	2	3	4	5
Antal	0	2	15	4	0

Figur 15

Her ses det, at det klart hyppigste SOLO-niveau er det tredje, hvilket peger på en læreplan, der fokuserer på anvendelse af forskellige matematiske metoder og værktøjer uden at lægge for meget vægt på en dybere analytisk stillingtagen til disse værktøjer. Dette SOLO-niveau stemmer altså overens med det mere anvendelsesorienterede matematikfag i de nye læreplaner, hvor færdigheder og problemløsning kom i højsæde, og hvor der kun var krav om en "indsigt" i matematisk ræsonnement. Alt i alt ville Skemp betegne det gennemsnitlige SOLO-niveau som værende instrumentelt med meget lidt fokus på relationel læring.

²⁰⁴Undervisningsministeriet, 15. december 2004

²⁰⁵Anders Skov, 4. december 2004. „Læreplan, læseplan, ja, det er rent reformrod“. *Politiken*, s. 4.

²⁰⁶Undervisningsministeriet, 15. december 2004

8.3.2.3 Præsentation af lærebogssystemet af Clausen et al.

Til gymnasireformen i 2005 udkom "Gyldendals Gymnasiematematik", som var et fuldkommen lærebogssystem til matematik på A-niveau. Dette var ifølge Jensen et af de to mest dominerende lærebogssystemer i reformperioden.²⁰⁷ Lærebøgerne blev udgivet løbende fra 2005 til 2007, og den første bog udkom lige inden, gymnasielærerne skulle til at undervise efter den nye reform. Bogen "Gyldendals Gymnasiematematik B1", der var beregnet til 1.g, udkom i 2005, bogen "Gyldendals Gymnasiematematik B2" udkom i 2006, mens at bogen "Gyldendals Gymnasiematematik A", til matematik på A-niveau i 3.g, udkom i 2007. Bøgerne B1 og B2 dækkede kravene til matematik på B-niveau, mens at både B1, B2 og A-bogen tilsammen dækkede kravene til kernestof og supplerende stof, som læreplanen stillede, på A-niveau. Derudover var der til hver grundbog en arbejdsbog med resumé til forskellige kapitler, samt øvelser og opgaver, som skulle træne elevernes matematiske færdigheder.²⁰⁸

Anmelderen Jesper Udsen skrev i *Gymnasieskolen* en anmeldelse af grundbogen B1 med tilhørende arbejdsbog. Han skrev, at lærebogen virkede til at være en fornøjelse for lærerne, men at eleverne ville få det hårdt, da bogen var svær. Han skrev: *Tjah, det er en indbydende bog, men det er jo ikke altid nok at føre hesten til truget, den skulle jo helst også drikke lidt.*²⁰⁹ Dermed mente han, at eleverne godt ville kunne læse dele af bogen, men at de ville have svært ved at forstå indholdet.²¹⁰

8.3.2.4 Struktur

Struktur af præsentationsformer

Der er særligt tre dominerende præsentationsformer i denne bogserie, som set på figur 16; relateret figur, øvelse og eksempel. De relaterede figurer er meget brugt i alle afsnit, hvilket er med til at gøre bogen visuel, og mindre teksttung. I hver bog er der en vis struktur i forhold til præsentationsformerne aktivitet, sætning og bevis. I alle tre bøger er de sidste kapitler dedikerede til aktiviteter og kapitlerne før det dedikeret til beviser. I disse specielle kapitler er der kun få ek-

²⁰⁷Jensen 2016, s. 70

²⁰⁸Clausen, Schomacker og Tolnø 2005a; Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2006a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog B2*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag; Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2007a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog A*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag

²⁰⁹Jesper Udsen. 31. oktober 2005. *Grundbog B1 + Arbejdsbog B1*. <https://tinyurl.com/vdtpf23>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 26. november 2019.

²¹⁰Udsen, 31. oktober 2005

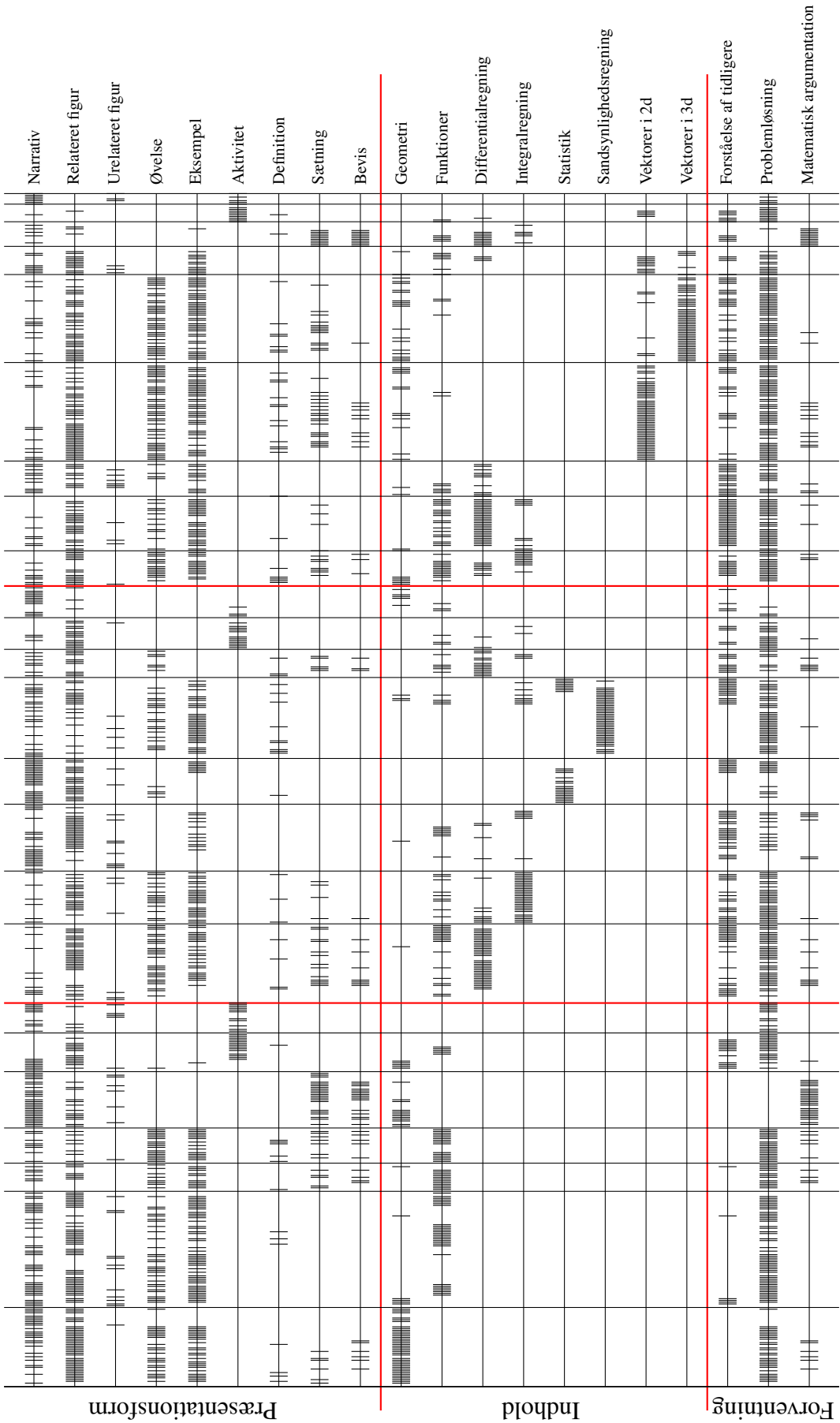
sempler og øvelser. Der kan argumenteres for, at denne struktur afspejler idéerne bag reformen. Kapitlerne med aktiviteter kan ses som en afspejling af den laboratoriebaserede matematik, hvor eleverne skulle udføre matematiske eksperimenter. At de sidste kapitler i bøgerne herudover præsenterer idéer til tværfaglige projekt- og emneforløb, afspejler reformens fokus på tværfaglighed. Der er i det hele taget en begrænset mængde af definitioner, sætninger og beviser i en del afsnit i bogen, og dem der er, er stort set indskrænket til specifikke kapitler: kapitel fem i første bog, kapitel seks i anden bog og kapitel syv i tredje. Dette er et tegn på, at bøgernes forfattere i denne reform nedprioriterede teoretisk argumentation til fordel for mere anvendelig matematik.

Øvelserne findes ikke i selve grundbogen, men i en tilhørende arbejdsbog, men det er noteret i grundbogen, når øvelserne skal laves - i de tilfælde noterer vi det som øvelse på figur 16. Øvelserne i bogen peger på, at forfatterne ønskede, at eleverne skulle være aktive under læsningen. Bogen har mange eksempler og øvelser, hvilket vil sige, at den ikke udelukkende består af teori og matematisk argumentation.

Struktur af indhold

Clausen et al. beskriver, som set på figur 16, flere forskellige temaer, men gør det ét tema ad gangen, og er derfor "single-topic theme". I den sidste bog er der dog flere fokuser i de første kapitler, hvilket delvist kan forklares med, at det andet kapitel handler om differentialligninger, som både bruger differential- og integralregning.

At bogens temaer er klart opdelt kan måske forklares med, at man havde en idé om, at eleverne var blevet svagere de seneste år. Dette kan være en bidragende faktor til, at matematikken i denne reform var blevet mere anvendelsesorienteret end tidligere, på bekostning af det klassiske fokus på den matematiske teori og argumentation, herunder beviser. Når der er færre beviser, anvender man mindre det tidligere, hvilket kan forklare, at der sjældent i denne bogserie fokuseres på et bestemt tema mere end én gang.



Figur 16: Strukturen i Clausen et al.

Struktur af forventninger

Som det kan ses på figur 16 er den mest gennemgående hyppige forventning i bogserien problemløsning. Dette hænger sammen med, at matematikken blev mere anvendelsesorienteret i de nye læreplaner, og mere drevet af eksperimenter, i linje med idéerne om laboratoriebaseret matematik. Udover dette er det bemærkelsesværdigt, at der i løbet af de tre bøger forventes mere og mere forståelse af tidligere nævnt teori. Dette skyldes, at kapitlerne i den første bog kun beskriver to temaer: geometri og funktioner. Disse to temaer er relativt urelaterede, hvilket gør, at de sjældent vil trække på teorien fra hinanden, og herudover er der mindre teori at trække på i de første par kapitler af den første bog i en serie. Fra den anden bog og frem trækkes der i langt højere grad på tidligere teori, hvilket hænger sammen med strukturen af indholdet, der efter den første bog, som tidligere nævnt, i højere grad beskriver eller bruger to temaer ad gangen.

Til sidst viser figur 16, at der i bogserien er langt mindre hyppige forventninger til matematisk argumentation. Dette vidner om, at forfatterne af bøgerne forventede af eleverne, at de havde svært ved det tunge teoretiske stof og bevisførelse, hvilket stemmer overens med forestillingen om elevernes lave niveau dengang. I denne bogserie er der også kun matematisk argumentation på cirka 13% af bogseriens sider.²¹¹

8.3.2.5 Indhold

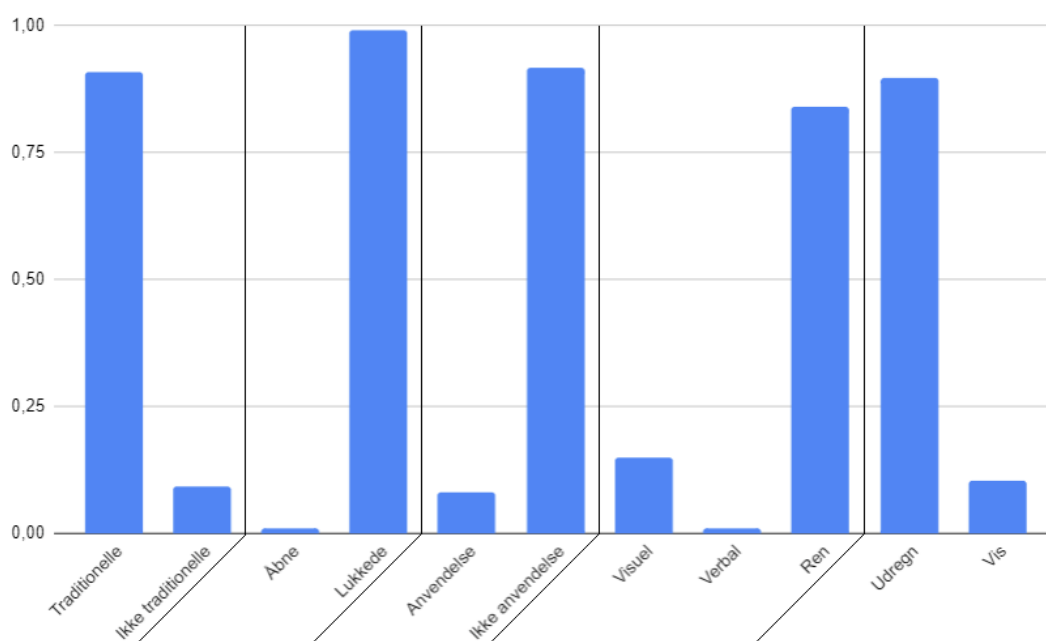
For det første indeholder bogserien som helhed 15 forskellige emner. Det viser sig, at ni af bogens 15 emner dækker cirka 80% af bogens indhold. Dette vidner om en emnemæssigt relativt fokuseret bogserie, da der i løbet af uddannelsens tre år kun skal bruges ni forskellige emner til at dække 80% af siderne. En del af forklaringen til dette er, at flere af emnerne går igen i bogseriens tre bøger. Alle tre bøger har et metodekapitel og et kapital med tværfaglige projektrammer, mens både anden og tredje bog har et kapitel om modellering. Dette er altså otte forskellige kapitler i bogserien, der kun tælles som tre emner. Angående præsentationen laver bogserien en omtrent halvt eller mere konkret præsentation på 82% af siderne, og en omtrent halvt eller mere abstrakt præsentation på 51% af siderne.

²¹¹Egne beregninger

8.3.2.6 Opgaver

Når vi noterer opgaver i dette lærebogssystem er øvelserne til kapitlerne ikke medregnet, da de er i et andet kapitel i arbejdsbogen. Forskellen mellem øvelserne og opgaverne er beskrevet i forordet til arbejdsbøgerne: *Øvelserne er normalt relativt simple og direkte knyttet til det sted i grundbogen, hvor der henvises til dem [...]. Opgaverne kan være af samme karakter som øvelserne, men har ofte en større kompleksitet.*²¹² At omkring 10% af opgaverne lægger op til matematisk argumentation, som set på figur 17, kan hænge sammen med, at opgaverne netop i Clausen et al. er af større kompleksitet.

Det fremgår af figur 17, at der er en klar overvægt til den ene del af flere af de forskellige kategorier.²¹³ Der er flest traditionelle opgaver, lukkede opgaver, ikke anvendelsesorienteret opgaver, samt flest opgaver, der er formuleret udelukkende med matematisk sprog, hvor en del opgaver dog har en visuel karakter. Disse visuelle opgaver kommer dog fra geometriske opgaver, hvor det visuelle kan fylde mere.



Figur 17: Andelen af forskellige opgavetyper om differentialregning, vektorer i 2d og vektorer i 3d i bogserien af Clausen et al.

²¹²Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2007b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog A*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag, s. 5.

²¹³Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2005b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog B1*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag; Flemming Clausen, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2006b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog B2*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag; Clausen, Schomacker og Tolnø 2007b

8.3.3 Gymnasireformens eftervirkninger 2005

Gymnasireformen blev indført i 2005, hvor Ulla Tørnæs ikke længere var undervisningsminister. Det var tværtimod Bertel Haarder, og han var ikke tilfreds med Tørnæs' reformering af gymnasiet. Han udtalte endda i et interview, at hvis han havde siddet ved bordenden, så havde reformen nok set anderledes ud, men at den nu også skulle have en chance. Med Tørnæs' reform blev der indført tværfagligt arbejde og gruppearbejde, og dette var netop, hvad Haarder havde kæmpet imod i 1980'erne med indførelsen af gymnasireformen i 1988. Måske derfor havde Haarder igen til denne reform indkaldt Uffe Gravers Pedersen til ministeriet, som skulle overvåge udførelsen af den nye reform. Yderligere havde Haarder også udskiftet departementschefen Henrik Nepper-Christensen, som var hovedmanden bag Tørnæs' reform. Dermed kan der argumenteres for, at Haarder forsøgte at vinkle gymnasireformen på en måde, som han bedre selv kunne stå inde for den.²¹⁴

Der var blandede meninger om gymnasireformen. På Greve Gymnasium, hvor Karl Henrik Jørgensen var rektor, havde man eksperimenteret med indholdet i gymnasireformen siden 2000, og her var rektoren begejstret for reformen. Man ændrede indretningen på gymnasiet, så der var plads til gruppe- og projektarbejde, hvilket ifølge Jørgensen fungerede godt og gav liv på skolen. Eleverne arbejdede med flere forskellige tværfaglige projekter om blandt andet Cuba og Science fiction. En elev udtalte: »*Det er meget rart at opleve, at fagene kan arbejde sammen*«...²¹⁵, og det var netop det, som det tværfaglige samarbejde skulle. En, som til gengæld kritiserede gymnasireformen, var lektor Tom Sinding, som havde mange kritiske spørgsmål til politikerne om reformen. Han mente, at de naturvidenskabelige fag blev svækket frem for styrket, som ellers var en af målene med reformen, når de elever som ønskede flere timer til naturvidenskab ikke kunne få det, mens at andre skulle have flere naturvidenskabelige timer, end de ønskede.²¹⁶ En anden, som var bekymret for naturvidenskabens fremtid var rektor på DTU Lars Pallesen. Han var bekymret for, om nok unge valgte en naturvidenskabelig studieretning på gymnasiet, for hvis ikke nok valgte det, ville Danmark ikke kunne uddanne nok på de naturvidenskabelige fakulteter ifølge Pallesen. Dansk Industri delte også rektorens holdning.²¹⁷ En artikel fra 2007 i Politiken vidner om, at eleverne alligevel valgte naturvidenskab til:

²¹⁴Line Aarsland. 8. maj 2005. „Bertel holder øje med, at eleverne ikke skejer ud“. *Politiken*, s. 1.

²¹⁵Aarsland, 8. maj 2005, s. 1

²¹⁶Tom Sinding. 15. juni 2005. „Samarbejdspolitik og en gymnasireform“. *Politiken*, s. 6.

²¹⁷Line Aarsland. 31. januar 2005. „Gymnasier nedtoner naturvidenskab“. *Politiken*, s. 10.

Siden gymnasireformen blev gennemført, har gymnasieeleverne fået øjnene op for de naturvidenskabelige fag i en grad, så godt 4.800 gymnasieelever sidste år valgte naturvidenskab, da de efter 1.g skulle vælge studieretning. Det er ifølge Nordjyske Stiftstidende næsten en fordobling i forhold til de 2.500- 3.000 gymnasieelever om året, der i en årrække har valgt at lægge vægten på de naturvidenskabelige fag.²¹⁸

Efter de førte studenter fra det nye gymnasium blev færdige i 2008, lavede man evalueringer af gymnasiet i 2009. I artiklen "Matematik efter reformen", fra 2009, skrev fagkonsulent i matematik Bjørn Grøn om evalueringen af matematikfaget, hvor han skrev, at reformen blandt andet havde haft til sigte at:

Arbejdsformerne skulle være mere elevaktiverende med tilrettelæggelse af forløb med eksperimenterende tilgang til dele af matematikken og med betydelig anvendelse af projektarbejdsformer eller andre former, hvor eleverne arbejder selvstændigt med større temaer.²¹⁹

Her fremgår det, at undervisningen efter reformen skulle indeholde elementer af eksperimentelt arbejde i matematik. I det efterfølgende afsnit i artiklen diskuteres problemerne med reformen i matematiksammenhæng, og hvilke justeringer og initiativer, der kunne tages for at forbedre matematikundervisningen. Diskussionen om disse justeringer i matematikundervisningen kom i forbindelse med en kommende generel justering af gymnasireformen fra 2005 i 2009, hvortil der blev lavet evalueringer af blandt andet de forskellige fag, ovenpå de første studenter efter den nye reform blev færdig i 2008.²²⁰ En del af grunden til disse evalueringer var ifølge Laursen, at Haarder ønskede at: *skaffe en del af de "klassiske" enkeltfagligheder tilbage i gymnasiet.*²²¹ I faget matematik blev der derfor også lavet evalueringer, og i disse fortalte en del lærere at: ... *den eksperimenterende tilgang til matematikken samt den øgede brug af værktøjsprogrammer til at støtte begrebsindlæring fylder lidt mere end tidligere. Men for de fleste kun lidt mere.*²²² Grøn mente, at dette skyldes, at der ikke var blevet skabt nok undervisningsmateriale til eksperimenterende forløb, og at det undervisningsmateriale, der var, ikke var tilstrækkeligt overbevisende

²¹⁸ „Naturfagsinteresse giver lærermangel“. 17. januar 2007. *Politiken*, s. 12.

²¹⁹ Grøn 2009, s. 22

²²⁰ Kjeld Bagger Laursen. 2009. „Gymnasireformen efter justeringerne - ro nu?“ *MONA* 3:53–68, s. 53.

²²¹ Laursen 2009, s. 66

²²² Grøn 2009, s. 25

ifølge lærerne.²²³ Evalueringen af matematikfaget i forbindelse med gymnasiejusteringen i 2009 medførte flere forskellige forslag til faget fremover, og om disse opsummerede Grøn til sidst:

*De justeringer vi ender med at blive enige om forventer jeg indføres i læreplanerne før sommeren, så de gælder for de elever, der starter i gymnasiet og på hf sommeren 2009. Men det afhænger naturligvis af den politiske proces. På samme måde er de konkrete ændringer i læreplaner også i sidste ende en beslutning i det politiske system.*²²⁴

Dermed var det ikke udelukkende fagkonsulenten Bjørn Grøn, som havde det sidste ord i en ændring af læreplanen for matematik, da politikerne også havde noget at sige. En generel justering for gymnasiet efter disse evalueringer blev en nedjustering af AT, og i matematik skulle sandsynlighedsteori og statistik være kernestof.²²⁵

8.3.4 Opsamling

I 2002 udsendte regeringen handlingsplanen *Bedre uddannelser*. For at styrke elevernes studiekompetence listede regeringen seks punkter, hvoraf blandt andet ønskerne om tværfaglighed og ophævelsen af linjedelingen blev betydningsfulde. De seks punkter ville man sætte på prøve, og efter en prøveperiode var GL og regeringen enige om, at Danmark burde få en ny gymnasireform. Idéerne om studiekompetencegivende undervisning, fagpakker og tværfaglighed blev diskuteret og kritiseret i tiden op til reformen. På trods af diskussionen blev et bredt forlig i Folketinget dog enige om en ny gymnasireform, som i 2004 blev underskrevet af undervisningsminister Ulla Tørnæs. Nu skulle eleverne have et fælles grundforløb på et halvt år, hvorefter de skulle på et studieretningsforløb. Linjerne blev ophævet, og det nye gymnasium, som trådte i kraft i 2005 blev kaldt *studieretningsgymnasiet*. I matematik blev idéen om grundforløb kritiseret, fordi forskellige elever med forskellige matematiske udgangspunkter nu skulle undervises sammen, og andre var bekymrede for niveauet i faget. En vigtig diskussion i matematikfaget i tiden var, om faget skulle være teoretisk med mange beviser, eller anvendelsesorienteret med få beviser - altså laboratoriebaseret matematik. Læreplanerne fokuserede nu generelt på, at eleverne skulle lære kompetencer frem for at fokusere på udelukkende at opnå forståelse for pensum. I læreplanen stod de enkelte ting, som man forventede af eleverne, nøje skrevet ud, og disse mål havde et gennemsnitligt SOLO-niveau på cirka 3,1.

²²³Grøn 2009, s. 25

²²⁴Grøn 2009, s. 27

²²⁵Laursen 2009, s. 61

Lærebogssystemet af Clausen et al. havde mange forskellige præsentationsformer, men især relateret figur, øvelse og eksempel var hyppige. Der var få beviser, og dem der var, var stort set indskrænket til enkelte kapitler i hver bog. Derudover var formålet med de sidste tre kapitler i hver bog at leve op til kravene om eksperimentel matematik og tværfaglighed. Analysen viste også, at bogserien var single-topic, hvilket kan være en struktur, man valgte for at lette læsningen for eleverne, som man mente var blevet fagligt svagere. Bogserien viste også relativt mange forventninger til forståelse af det tidligere i anden og tredje bog, og rigtig mange forventninger til problemløsning, men relativt få forventninger til matematisk argumentation, hvilket kan skyldes tanker om laboriebaseret matematik. Kun på 13% af siderne var der forventninger om matematisk argumentation. Bogserien indholdt 15 forskellige emner hvoraf ni af disse udgjorde 80% af siderne, og 82% af de undersøgte sider var omtrent halvt eller mere konkrete, mens 51% var abstrakte. Denne vægtning på det konkrete frem for det abstrakte kunne også ses i opgaverne af bogserien. Her var størstedelen af opgaverne udregnings- frem for bevisopgaver. Udover dette var opgaverne overvejende traditionelle, lukkede, ikke-anvendelsesorienterede, og skrevet med ren matematik. Der ses dog alligevel nogle ikke-traditionelle opgaver, anvendelsesorienterede opgaver, visuelle opgaver, og opgaver hvor eleverne skulle bevise noget.

Da reformen skulle indføres i 2005 var ophavsmanden Ulla Tørnæs blevet erstattet af Bertel Haarder som undervisningsminister. Dette skabte problemer, da flere af reformens elementer gik imod Haarders personlige holdninger, og tilmed imod nogle af idéerne fra reformen i 1988, som Haarder stod for. Derfor blev Uffe Gravers Pedersen hevet ind igen i forbindelse med implementeringen af den nye reform. Nogle var uenige med Haarder og mente, at gruppearbejdet var gavnligt for gymnasiet, og andre, herunder Dansk Industri og DTU, mente, at det nye gymnasium havde medført en svækkelse af de naturvidenskabelige fag. Faget matematik fik efter reformen et eksperimenterende element i forlængelse af tanker om laboriematematik. Efter de første studenter efter reformen i 2005 blev færdige i 2008 begyndte man at evaluere gymnasiet og de forskellige fag, herunder matematik, som medførte justeringer i gymnasiet, herunder matematik.

9 Diskussion

For at besvare problemformuleringen fyldestgørende skal vi sætte udviklingerne i matematikfaget i en større kontekst. Dette gør vi ved at starte afsnittet på et generelt plan og derefter komme tættere og tættere på de specifikke udvikling i matematikfaget, sådan at diskussionen delvist bliver struktureret efter kausalitet. Den generelle udvikling i første delafsnit kan nemlig påvirke mere specifikke udviklinger i de næste delafsnit, der i sig selv kan påvirke de endnu mere specifikke udviklinger i kommende delafsnit og så videre. De tre første delafsnit er primært udviklinger i gymnasiet generelt, og de to sidst er udviklinger i matematikfaget, der delvist følger af de generelle udviklinger.

9.1 Mindre tiltro og øget involvering

En generel udvikling, vi har observeret i forbindelse med udarbejdelsen af dette speciale, er en øget involvering gymnasiets forvaltning fra 1963 til 2005. Med dette mener vi, at de fagligt kvalificerede - fra lektorer til fagkonsulenter - for det første fik mindre magt i reformsituationer gennem vores periode, mens skolernes frihed i forhold til forvaltning og opfyldelse af faglige mål for det andet også blev indskrænket.

Som tidligere nævnt beskrev Jens Højmark udarbejdelsen af gymnasiereformer til 1963:

... den daværende minister bad et udvalg i direktoratet tage gymnasiet op til 'kritisk gennemgang' og gøre det 'tidssvarende'. Dette udvalg nedsatte så tre hovedudvalg og 18 underudvalg, hvor alle tænkelige faglige foreninger og institutioner var repræsenterede...

[Disse udarbejdede grengymnasiet] helt uden ministerens eller andre politikeres indblanding²²⁶

Idéerne bag *grengymnasiet* blev altså i høj grad udarbejdet af de faglige specialister og ansatte i Direktoratet frem for politikere, og det var derfor en faglig frem for en politisk proces. Gymnasiereformen blev altså lavet af folk fra gymnasieverdenen, hvor den omkringliggende verden ikke spillede en stor rolle. Dette ses også ved, at Ole Rindung havde enormt meget at skulle have sagt i udarbejdelsen af læseplanen til matematik. Herudover forekommer ambitionerne om den abstrakte begrebsdannelse fra new math tilmed ret matematikintern, hvilket peger på, at de faglige eksperter, blandt andet i matematikfaget, satte kursen i gymnasiereformen i 1963.

²²⁶Højmark, 21. august 1986, s. 673

Anderledes var situationen dog med reformen i 1988. Her nedsatte Bertel Haarder sit eget udvalg, UGP-udvalget, og gik udenom Direktoratet i den forbindelse. Medlemmerne i UGP-udvalget var blevet valgt af Bertel Haarder selv, og som nævnt i analysen afspejlede disse hans holdninger på uddannelsesområdet. Haarder mente, at der eksisterede en kulturkamp i gymnasiet i denne periode, hvor hans modstandere i kampen ifølge Haarder havde følgende overvejelser: *I lighedens navn overvejes gymnasiets forskellige grene nedlagt. I lighedens navn har man krævet en 12 årig enhedsskole, og i lighedens navn overvejer man en sammenlægning af gymnasiets sproglige og matematiske linje...*²²⁷ Denne kulturkamp forsøgte Haarder at vinde ved at nedsætte et udvalg, der delte hans holdninger og ambitioner.²²⁸ Reformprocessen i 1988 var derfor i langt højere grad end i 1963 blevet politiseret. Udover at politikerne fik mere involvering i udarbejdelsen af reformen og læseplanen, begyndte der også at komme antydninger til, at staten ville have større involvering i gymnasiets forvaltning, da Bertel Haarder som sagt i 1989 arbejdede med planer om at indføre et taxametersystem på gymnasierne. Denne plan lå i forlængelse af new public management, som havde sine rødder i det neoliberale tankegods fra 1980'erne, og som Foucault beskrev som: ... *scrutinizing every action of the public authorities in terms of the game of supply and demand...*²²⁹ Dette indebar blandt andet et ideal om, at offentlige arbejdspladser skulle fungere mere som virksomheder af effektivitetshensyn. Disse idéer kom også senere til at spille en rolle på uddannelsesområdet, som Vibeke Normann Andersen beskriver: *Slut- og trinomål, elevplaner, nationale test, offentliggørelse af karakterer, internationale undersøgelser og kvalitetsrapporter er nogle af de redskaber, som kommunerne og folkeskolerne for nyligt er pålagt under overskriften evaluering.*²³⁰

Til gymnasiereformen i 2005 kan der argumenteres for, at folk fra gymnasieverdenen havde endnu mindre frihed til at lave en gymnasiereform og læreplaner, og at new public management var blevet mere omfattende på gymnasieområdet. Den første af disse to udviklinger ser vi for det første ved, at Dansk Industri og rektor på DTU Lars Pallesen beskrev en bekymring om gymnasiereformen i 2005, og for det andet ved at Kjeld Bagger Laursen skriver, at: *Den politiske proces [Omkring en justering af gymnasiereformen fra 2009] har været under indflydelse*

²²⁷Haarder, Granum-Jensen og Sørensen 1982, s. 8

²²⁸Haarder, Granum-Jensen og Sørensen 1982, s. 7

²²⁹Michel Foucault. 2004. *The birth of biopolitics: Lectures at the College de France, 1978-79*. Udg. af Michel Senellart. Palgrave, s. 246.

²³⁰Vibeke Normann Andersen. 2012. „Evaluering som omdrejningspunkt - om New Public Management på dansk“. Kap. 2 i *Der styres for vildt - om paradokser i styring af pædagogik*, udg. af Katrin Hjort, Ane Qvortrup og Peter Henrik Raae, 27–48. Klim, s. 28.

af ministeren samt de involverede interesseorganisationer og faglige grupperinger.²³¹ At Dansk Industri og rektoren fra DTU udtrykte en bekymring om gymnasireformen, og at udarbejdelsen af denne blev påvirket af interesseorganisationer, vidner om en mindre tiltro til at de faglige eksperter havde evne til at lave en god gymnasireform, og denne indblanding fra interesseorganisationer fandt vi ikke til 1963 og 1988. I forbindelse med justeringerne af 2005-reformen i 2009 blev der lavet: ... *over hundrede evalueringer af fag og processer...* med hjælp fra Danmarks Evalueringsinstitut, og med disse evalueringer gik man også gymnasiets drift og effektivitet i sømmene.²³² I forlængelse heraf blev "new public management" på gymnasierne også udbygget efter 2005, da der i 2007 kom et såkaldt "styringsparadigme" på gymnasierne. Dette paradigme medførte blandt andet en indførelse af taxametersystemet, som Bertel Haarder overvejede i 1989, samt at gymnasiernes nu blev selvejende institutioner.²³³ Dermed var forvaltningen af gymnasierne altså kommet tættere på noget lignende en privat virksomhed, hvor taxametersystemet skulle effektivisere virksomheden.

I læse-/læreplanernes faglige mål kunne vi se en udvikling. I læseplanen til matematik i 1963 stod de faglige mål skrevet meget kort i ti små punkter, som ofte ikke var mere end et enkelt matematisk tema.²³⁴ Dermed overlod man meget ansvar og frihed til læreren i forhold til valg af de forskellige emner, og viste dermed høj tiltro til, at læreren selv ville undervise om relevante emner, inden for temaerne.

I læseplanen til 1988 blev de generelle temaer også skrevet op, men herefter fulgte en uddybelse af emnerne. Til temaet funktioner stod der for eksempel: *Emner: Lineære funktioner. Polynomier. Trigonometriske funktioner. Eksponentialfunktioner. Løsning af simple ligninger og uligheder, hvori de nævnte funktioner indgår.*²³⁵ Da der i 1988 blev specificeret specifikke emner, lærerne skulle undervise i under de forskellige temaer, var der altså mere kontrol end i 1963, og mindre tiltro til, at lærerne selv kunne vælge gode emner.

I 2005 blev temaerne en smule mere udspecificerede. Her stod der til funktioner: - *begrebet $f(x)$, karakteristiske egenskaber ved følgende elementære funktioner: lineære funktioner, polynomier, eksponential-, potens- og logaritmefunktioner, cosinus og sinus, karakteristiske*

²³¹Laursen 2009, s. 53

²³²Laursen 2009, s. 53

²³³Tænketaenken Cevea. 2013. „Utsigtete konsekvenser af taxameterstyringen på ungdomsuddannelserne: Problemer og mulige løsninger“, s. 5.

²³⁴Læseplansudvalg for gymnasiet 1960, s. 58-59

²³⁵Undervisningsministeriet 1988, s. 350

*egenskaber ved disse funktioners grafiske forløb, anvendelse af regression.*²³⁶ Denne beskrivelse minder meget om beskrivelsen fra 1988, bortset fra, at der her også udspecificeres, at det er de "karakteristiske egenskaber" og deres "grafiske forløb" og "regressionen" af hver funktionstype, man skal fokusere på. Den stigende udspecificering vidner om en øgende kontrol over emnevalg, hvilket går hånd i hånd med den dalende tiltro til gymnasiet og lærerne. Udover dette kan det stigende fokus på anvendelse i læreplanerne, som beskrevet i analysen, eventuelt forklares med, at verden udenfor gymnasiet, herunder erhvervslivet, som ofte har brug for elever, der kan anvende deres viden, fik mere at sige i udarbejdelsen af læse-/læreplanerne.

Alt i alt dalede, fra 1963 til 2005, tiltroen til fagfolkenes evne til at udarbejde gymnasiereformer og læse-/læreplaner på den ene side, og gymnasiernes evne til egen effektiv forvaltning på den anden side, hvilket kan ses i læse-/læreplanerne for matematik.

Hvad var så årsagen til udviklingen af new public management, inklusiv i gymnasiet, og den stigende involvering? Generelt voksede den offentlige sektor dramatisk i 1960'erne og op til Schlüters regeringsperiode, der startede i 1982, og en del af denne vækst ramte gymnasierne. De offentlige udgifter steg fra 25% i 1960 til 45% i 1973.²³⁷ Den voksende offentlige sektor skete sideløbende med et større og større skattetryk.²³⁸ Man kan argumentere for, at udvikling af new public management, eller en anden type evaluerings-/effektiviseringskultur i den offentlige forvaltning delvist var berettiget og uundgåelig, uanset om Bertel Haarder var undervisningsminister. Når flere og flere penge gik til de forskellige offentlige institutioner og når dette skete med stigende skatter sideløbende, vil det være naturligt at sikre, at man fik noget for pengene så at sige. Bertel Haarder et al. skrev også i *Kampen om Gymnasiet*, at: *Når samfundet stiller store ressourcer til rådighed, og ungdommen investerer sin tid, må der også stilles krav om, at gymnasieårene giver maximal mulighed for beskæftigelse med noget væsentligt og værdifuldt.*²³⁹ Dette er med til at forklare den stigende offentlige indblanding i skrivningen af læreplanerne.

9.2 Fra elite- til masseskole

En anden generel udvikling er gymnasiets udvikling fra en elite- til en masseskole. For at undersøge dette kan man først se på det samlede antal elever i gymnasiet i vores periode, som ses på

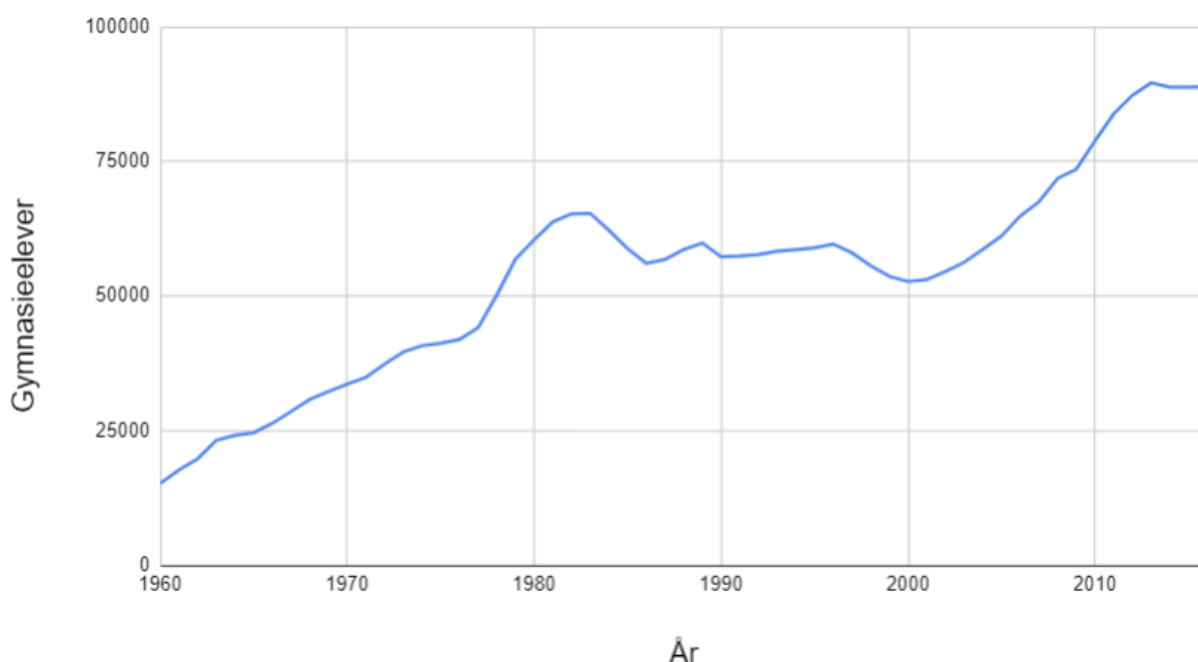
²³⁶Undervisningsministeriet, 15. december 2004

²³⁷Paludan m.fl. 2011, s. 378-379

²³⁸Paludan m.fl. 2011, s. 381

²³⁹Haarder, Granum-Jensen og Sørensen 1982, s. 10

Gymnasieelever på alment gymnasium i forhold til år



Figur 18

figur 18.²⁴⁰

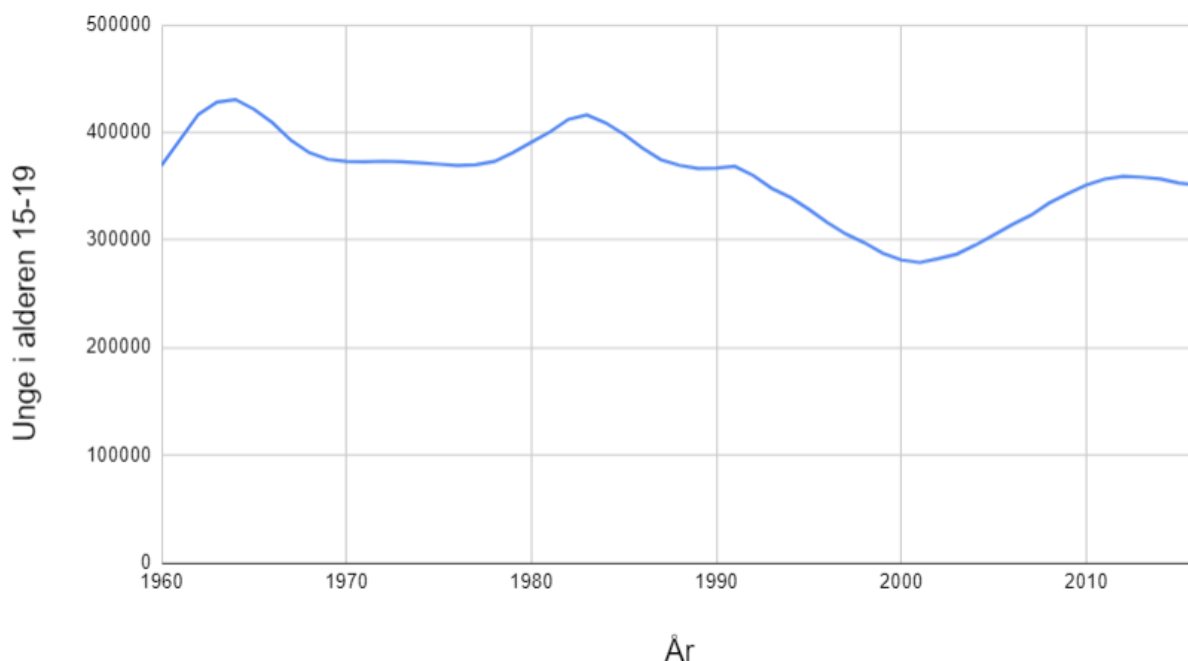
I perioden 1960-2016 steg antallet af gymnasieelever altså, hvilket kunne tyde på, at gymnasiet blev mindre forbeholdt eliten i løbet af vores periode. Fra 1980 til 2000 stiger elevtallet dog stort set ikke, og et stigende antal elever betyder desuden ikke nødvendigvis, at skolen blev mindre forbeholdt for eliten, fordi den danske befolkning steg sideløbende. Når udviklingen syntes at stoppe mellem 1980 og 2000 skyldtes dette dog, at årgangenes størrelse faldt i disse år, så der var færre unge til at tage på gymnasiet, hvilket ses på figur 19.²⁴¹

Direktoratet, amterne og Bertel Haarder mente, at dette fald i årgangene burde medføre en besparelse på gymnasieområdet efter reformen i 1988, da man forudså, at antal elever i gym-

²⁴⁰Gymnasieelever i årene 1960-2000: Danmarks Statistiks Årbøger; Gymnasieelever i årene 2001-2004: Danmarks Statistik. 2006. *U191: Elever ved gymnasiale uddannelser efter område, herkomst, national oprindelse og køn (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/v6s3vb8>. Konsulteret d. 26. november 2019; Gymnasieelever i årene 2005-2016: Danmarks Statistik. 2019b. *UDDAKT30: Uddannelsesaktivitet på gymnasiale uddannelser efter uddannelse, bopælsregion, herkomst, national oprindelse, køn og status*. <https://tinyurl.com/u7srqdj>. Konsulteret d. 26. november 2019

²⁴¹Unge i alderen 15-19 i årene 1960-1970: Danmarks Statistik. 2001. *HISB4: Folketal 1. januar efter køn og alder (5-års intervaller) (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/wtrkog2>. Konsulteret d. 26. november 2019; Unge i alderen 15-19 i årene 1971-1979: Danmarks Statistik. 2002. *BEF1: Folketal 1. januar efter kommune, køn, alder og civilstand (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/wr39375>. Konsulteret d. 26. november 2019; Unge i alderen 15-19 i årene 1980-2016: Danmarks Statistik. 2019a. *Folk2: Folketal 1. januar efter køn, alder, herkomst, oprindelsesland og statsborgerskab*. <https://tinyurl.com/u7dl9u8>. Konsulteret d. 26. november 2019

Unge i alderen 15-19 i forhold til år



Figur 19

nasiet ville falde fra cirka 58.000 i 1988 til cirka 40.000 i 2000.²⁴² På figur 18 ses dog, modsat denne forudsigtelse, at antal gymnasieelever holdt sig relativt stabilt fra 1988 til 2000. Denne stabilitet eksisterede på trods af faldende årgange, fordi andelen af de unge, der tog på gymnasiet steg, som figur 20 illustrerer.²⁴³

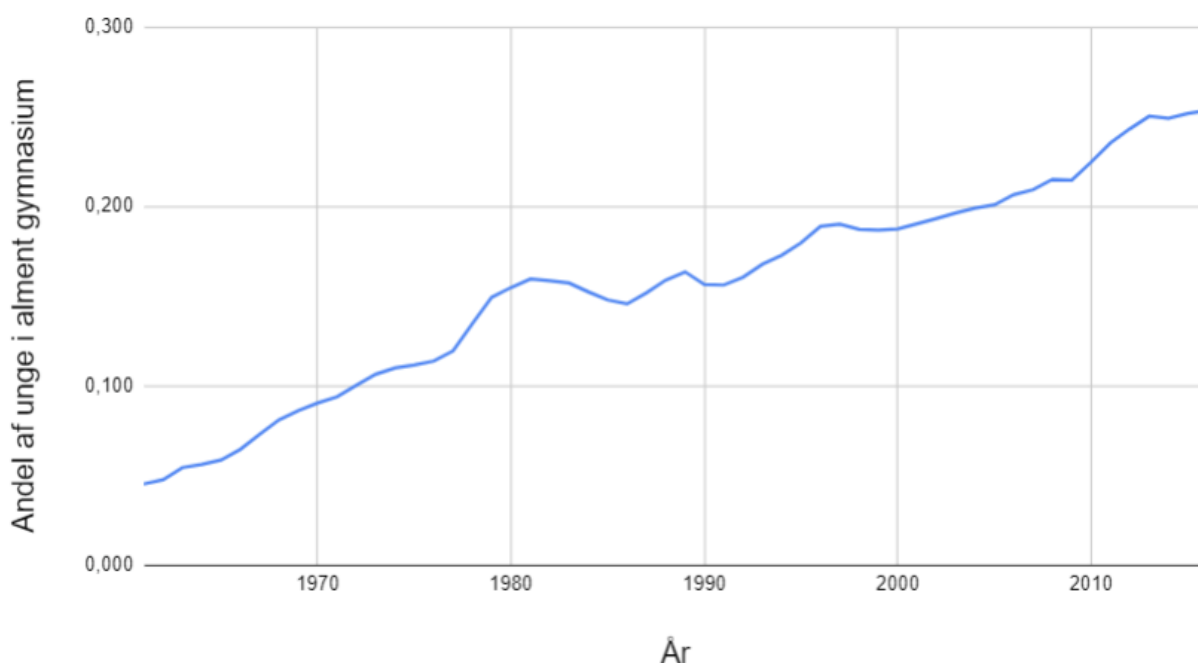
Figur 20 viser, at andelen af unge, der gik på gymnasiet, steg stort set hvert år i perioden. I 1963 gik cirka 5% af unge på alment gymnasium, i 1988 var det cirka 16%, og i 2005 var det cirka 20%.²⁴⁴ Hvad gjorde denne udvikling ved gymnasiet? Da gymnasiet tilbyder en teoretisk og boglig uddannelse har det altid været mest oplagt for de boglige unge at gå på gymnasiet. Da kun 5% af unge gik på det almene gymnasium i 1963 må det antages, at disse 5% var blandt de bogligt dygtigste. Derimod kan man, sat lidt på spids, sige, at det i 1988 ikke længere var de 5% mest boglige, men nu 16% mest boglige, der kom på gymnasiet og så videre. Hvis man antager, at de bogligt dygtigste unge oftest kom fra familier, hvor forældrene var veluddannede,

²⁴²Dorte Thomsen og Martin Salmonsens. 17. august 1989. „Taldemografi“. Debat, *Gymnasieskolen*: 745, s. 745.

²⁴³Egne beregninger ud fra netop nævnte tal fra Danmarks Statistik. Det er blevet udregnet ved at dividere antal gymnasieelever med antal unge i alderen 15-19. Der kan forekomme små fejl i disse tal, da ikke alle gymnasieelever havde alderen 15-19, men da klart størstedelen af gymnasieelever var i dette aldersinterval antages de eventuelle fejl for ubetydelige i det store billede

²⁴⁴Egne beregninger

Andel af unge (alderen 15-19) i alment gymnasium i forhold til år



Figur 20

vil dette betyde, at antallet af gymnasieelever fra uddannelsesfremmede hjem må have steget i perioden. Denne udvikling så man også i matematikfaget. Som beskrevet i analysen steg andelen af de matematiske gymnasieelever også mellem årene 1960-2000, som set på figur 9 på side 51. Passende med denne udvikling skriver Skott et al. også: *Hvis man skal karakterisere udviklingen i matematikundervisningen i Danmark i det sidste århundrede kortest muligt må det blive med slagordet 'Matematik for alle'. I den periode er matematik gået fra at være et fag, som næsten ingen blev undervist i til at være for alle.*²⁴⁵ Denne udvikling gjaldt ifølge forfatterne i gymnasiet så vel som på folkeskolen.²⁴⁶

Hvilke årsager var der til denne vækst i gymnasierne? Industrialiseringen var i voldsom vækst i perioden, så maskiner overtog flere og flere jobs, og dette gjorde formentligt, at den relative efterspørgsel efter boglige uddannelser steg i samfundet.²⁴⁷ Ved siden af dette steg kvindernes andel af arbejdsstyrken i perioden med 29% omkring 1960 til 47% i 1986, og det gælder formentligt, at en relativt stor andel af disse kvinder ville have boglige uddannelser, hvilket understøttes af, at avisartikler op til reformen i 1988, som sagt kaldte det nysproglige gymnasium

²⁴⁵Skott, Jess og Hansen 2008, s. 458

²⁴⁶Skott, Jess og Hansen 2008, s. 467

²⁴⁷Paludan m.fl. 2011, s. 382

en pigeskole.²⁴⁸ Det understøttes yderligere af, at Petersen og Vagner der viser, at 2496 drenge og 1937 piger havde bestået studentereksamen i 1960, mens disse tal var henholdsvis 6567 og 10389 i år 2000.²⁴⁹ Den største elevvækst i perioden kom altså fra kvinder. Til sidst kom der som nævnt med new public management siden 1980'erne også ting som taxametersystem og en evaluering af, hvor mange elever et gymnasium uddanner, og i den optik var der incitament til at få flere elever i gymnasiet. Den stigende industrialisering, kvindernes indtræden på arbejdsmarkedet og incitamenterne fra new public management var dermed formentligt bidragende faktorer til elevvæksten i gymnasiet.

9.3 Stigende faglig integration

Med gymnasiets overgang fra udelukkende at være elitens skole til også at inkludere elever fra flere lag i samfundet ændrede gymnasiets strukturelle opbygning sig, og vi kan også argumentere for, at denne overgang førte faglige forandringer med sig. Med det stigende antal elever fra uddannelsesfremmede hjem kan der blandt andet nemlig argumenteres for, at fagene måtte afspecialiseres.

Gymnasiet har altid været inddelt i forskellige retninger på en eller anden måde, men måden dette er gjort på har ændret sig siden 1960'erne. Med reformen i 1963 blev gymnasiet, som skrevet i analysen, inddelt i to linjer, hvor hver linje havde tre grene, så eleverne alt i alt havde seks grene at vælge imellem. Alle fag på grenene var bestemt på forhånd, så eleverne ikke selv skulle vælge nogle fag. Ændringerne, som kom med 1988-reformen, gjorde, at gymnasiet stadigvæk var inddelt i en matematisk og sproglig linje, hvor der var nogle fag og niveauer, som var besluttet på forhånd. Derudover kunne eleverne frit vælge mellem en række fag, som de kunne tænke sig at specialisere sig i, og dermed kunne eleverne i højere grad sammensætte deres eget gymnasieforløb. Dermed kunne de matematiske elever blive mere sproglige og de sproglige kunne blive mere matematiske, hvis de havde lyst, hvilket også var et mål med reformen. Med 2005-reformen blev *studieretningsgymnasiet* introduceret, hvor eleverne ikke længere skulle vælge mellem matematisk og sproglig linje, men nu eksempelvis kunne vælge både engelsk og matematik på højt niveau på samme studieretning, sådan at det sproglige/matematiske skel i højere grad blev udvisket. Studieretningerne medførte dog færre valgfag, så at der på den front,

²⁴⁸Paludan m.fl. 2011, s. 390

²⁴⁹Petersen og Vagner 2003, s. 304

blev der indført en lidt mere fast struktur, end der var med *valgfagsgymnasiet* fra 1988. Alt i alt ses det altså i løbet af perioden fra 1960'erne til 2000'erne, at gymnasiet gennemgik en udvikling mod at blive mindre opdelt i faglige grupperinger, da eleverne med tiden kom til at kunne blande forskellige faglige områder, og i stigende grad kunne være hybrider mellem sproglige og matematiske, så delingen mellem de to linjer blev mere og mere udvisket. Dette kunne måske hænge sammen med, at gymnasiet i samme periode i højere grad blev en skole for massen.

Med reformen i 1963 blev der indført, at begge linjer havde fælles 1.g på tværs af linjens grene, så eleverne først i slutning af 1.g skulle vælge en gren til 2.g. Noget lignende ses også i *studieretningsgymnasiet* fra 2005, hvor det første halve år i 1.g var fælles for alle elever uanset retning, hvilket vil sige, at alle havde de samme fag og skulle lære det samme. En lighed mellem disse to reformer er altså, at de sigtede efter, at nogle elever skulle have et fælles fundament, men i 1963 var dette fundament linjeopdelt, mens det i 2005 var et fælles fundament for alle skolens elever. Dette peger i retningen af, at gymnasiet blev mindre opdelt fra 1963 til 2005. Den stigende faglige integration kunne også ses ved en sammenligning af tværfaglighed i 1963 og 2005. I 2005 blev almen studieforberedelse (AT) indført, og dette fag skulle sikre sammenhæng og samarbejde mellem fagene, samtidig med, at styrkelsen af tværfaglighed var et centralt mål for reformen. Dermed blev der også internt blandt fagene en mindre opdeling.

Der kom delvist også en stigende faglig integration internt i matematikfaget, som set i lærebøgerne. Den faglige forandring i matematik i de tre reformperioder ses blandt andet udtrykt i lærebøgerne - ikke kun i indholdet, men også i gymnasiernes anvendelser af lærebøgerne. Dette skete ved, at bøgernes målgruppe blev mindre og mindre specifik. Med 1963-reformen blev det obligatorisk at have matematik på matematisk linje i alle tre gymnasieår. På hver gren blev der udgivet et lærebogssæt af Ole Rindung og Erik Kristensen, som var tilpasset efter indhold og niveau på grenen. Det var nemlig, som nævnt, forskelligt hvor mange matematiktimer, eleverne havde på de forskellige grene på matematisk linje. Fra 1988 var det ikke længere obligatorisk at have matematik på sproglig linje, og dermed kunne de sproglige elever kun vælge matematik som valgfag. På matematisk linje havde eleverne obligatorisk matematik i 1.g og 2.g, hvorefter de kunne vælge matematik på højniveau i 3.g. Carstensens og Frandsens to første lærebøger var beregnet til matematik på obligatorisk niveau på matematisk linje, mens den tredje bog var beregnet til matematik på højniveau. Endnu en udvikling mod en mere ensartet matematikundervisning uafhængigt af linje og retning ses herefter i 2005-reformen. Her blev det obligatorisk at

have matematik på C-niveau, hvilket blev indført i 1997. Uanset hvilken studieretning eleverne valgte, var det den samme matematiske lærebog, de havde, hvis det ellers var det samme niveau. Læreplanen var også kun inddelt i matematik på enten A, B eller C-niveau, hvilket viser, at læreplanerne heller ikke varierede alt efter studieretning. Alt i alt vil det sige, at man i brugen af lærebøgerne kan se, at matematikken blev mindre og mindre specialiseret i løbet af årene.

9.4 Matematikfagets domænetab

Matematikfaget har gennem tiden ændret sig på flere måder fra at være et fag, som alle linjer og grene med 1963-reformen skulle have i minimum to år til at være et fag, som for nogle i en overgang slet ikke var obligatorisk. Herudover har opbygningen, eksempelvis timetal, og indholdet i faget også ændret sig gennem tiden.

Der kan argumenteres for, at den stigende faglige integration delvist medførte et domænetab i matematikfaget. Da gymnasiet som netop vist gik fra at være meget opdelt i de to forskellige linjer, hvor eleverne var mere specialiserede, til at komme tættere på en enhedsskole, hvor skellet mellem matematiske studenter og sproglige studenter blev udvisket som et led i en afspecialisering, fik faget matematik nemlig færre timer. Dette giver mening, da man må forvente, at de relativt specialiserede linjer og grene tildelte mange timer til grenens fokus, mens den faldende specialisering gjorde at timerne blev fordelt mere ligeligt mellem forskellige fagområder, som tiden gik.

Denne udvikling kom til udtryk ved, at matematik led et domænetab i ugentlige timer. Timetallet i matematik ændrede sig fra at være 490 timers undervisning med 1963-reformen på den matematisk-fysisk gren indtil indførelsen af *valgfagsgymnasiet*, hvor timetallet blev sænket til 390 timers undervisning for tre års matematik. Timetallet blev i 2005 sænket yderligere til 375 timer.²⁵⁰ Før vi konkluderer noget på disse timetal, er det vigtigt at understrege, at den betydelige andel af timefaldet fra 1963 til 1988 skyldtes overgangen fra en seksdagesuge til en femdagesugen. Da timetallet i matematik faldt med mere end en sjettedel (nemlig 20%, det vil sige tæt på en femtedel) mellem 1963 og 1988, var det dog ikke kun overgangen til femdagesugen, der var skyld i timetalsfaldet. Dermed ses igennem hele reformperioden en sænkning i timetallet.

En anden måde at se, at matematikfaget har tabt noget af sin betydning er ved at vurdere de forskellige SOLO-niveauer, som er blevet vurderet ud fra læse-/læreplaner i alle tre reform-

²⁵⁰Danmarks Evalueringsinstitut 2017, s. 94. Alle timetal er regnet i klokketimer

perioder. Det fremgår af analysen, at SOLO-niveauet i 1963 var 3,8, i 1988 var 3,26 og i 2005 var 3,1, hvormed der er sket et fald i abstraktionsniveauet gennem hele reformperioden. Dette kan også hænge sammen med det faldende timetal, da der ikke længere var samme tid til at gå i dybden med fagets problemstillinger.

9.5 Matematikfagets udvikling fra abstrakt forståelse til konkret færdighed

Flere meningsdannere udtrykte, som nævnt i analysen, en bekymring om, at et fald i timetallet ville føre til en niveaunedsættelse eller ændring af matematikfaget. Denne udvikling kan derfor sandsynligvist være med til at forklare den næste og sidste observerede udvikling i matematikfaget i dette speciale - en udvikling fra et abstrakt matematikfag til et konkret matematikfag.

9.5.1 Udviklingen set i læse-/læreplaner

Læseplanerne fra 1963 og 1988 samt læreplanen fra 2005 viser en overgang fra abstrakt til konkret matematik. For det første ses dette i det angivne formål med matematikundervisningen. I 1963 var formålet både at give eleverne en teoretisk forståelse, og at lære dem om matematikkens anvendelse på forskellige måder. Vi har dog understreget, at det i højest grad var den teoretiske forståelse, der blev ført ud i livet, og det tydelige islæt af new math i denne læseplan, med abstrakte begrebsdannelse, og vægt på forståelse frem for færdighed, støtter denne pointe. Det tyder derfor på, at det primære formål i 1963 var abstrakt teoretisk forståelse.

I læreplanen i 1988 var et centralt formål for matematik på både obligatorisk- og højniveau, at eleverne skulle kunne anvende matematikken i samfundet. Udover de fælles formål for obligatorisk- og højniveau havde matematik højniveau dog også et ekstra formål, der i højere grad lagde vægt på den abstrakte matematikundervisning med fokus på forståelse frem for færdigheder. Denne balancegang mellem abstrakt og konkret manifesterede sig også ved, at modelleringebegrebet kom med i denne reform, samtidig med, at man havde som mål at vedligeholde det faglige niveau. Formålet i 1988 var altså delvist en balancegang mellem den klassiske abstrakte matematikundervisning og den konkrete anvendelsesorienterede matematikundervisning.

Til sidst gik formålene i 2005 endnu mere i retningen af konkret matematik frem for abstrakt matematik. Her var der primært krav til forskellige problemløsningsfærdigheder, mens læ-

replanen kun krævede en: ... *indsigt i matematisk ræsonnement*.²⁵¹ Udover dette var et af hovedmålene med reformen i 2005, at uddannelsen skulle blive kompetencestyret frem for pensumstyret. Denne udvikling gjaldt også for matematik, hvor en del af det angivne formål var kompetencer. Eksperimentel laboratoriematematik kom også i læreplanen, hvilket igen peger på konkret anvendelse frem for abstrakt forståelse.

Denne udvikling fra abstrakt til konkret matematik i læse-/læreplanerne ses også ved et faldende SOLO-niveau. I 1963, 1988 og 2005 målte vi gennemsnitlige SOLO-niveauer på henholdsvis 3,8, 3,26 og 3,1. Dette vidner altså om, at også abstraktionsniveauet, som set i de faglige mål, faldt i vores periode. Det største fald var mellem 1963 og 1988. Faldet i SOLO-niveau passer godt med den gradvise overgang fra abstrakt matematik til konkret matematik.

9.5.2 Udviklingen set i lærebøger

Da lærebøgerne er lavet i kølvandet af læse-/læreplaner, der viser en udvikling fra abstrakt til konkret matematik, må man også forvente at lærebøgerne viser samme udvikling. Dette viser sig også at være tilfældet. Ved først at se på udviklingerne mellem de tre strukturfigurer til de tre reformer (figur 7 på side 41, figur 12 på side 59 og figur 16 på side 78) kan vi se en vis udvikling i forhold til overgangen fra abstrakt til konkret matematik.

På disse figurer kan man først og fremmest se en udvikling i præsentationsformer i de forskellige bogserier. I 1963 blev der ofte observeret flere forskellige præsentationsformer, og stort set gennem hele bogserien. Da vi har vist, at læseplanen til 1963 lagde op til meget abstrakt matematik kan det undre, hvor mange eksempler, der er i 1963, men dette skyldes, at mange af disse eksempler var abstrakte og teoretiske. I 1988 havde fokuset i præsentationsformer øjensynlig skiftet, med færre definitioner, sætninger og beviser, hvilket er et tegn på en udvikling væk fra abstrakt matematik, mens der kom mere narrativ, flere relaterede figurer og endda også nogle urelaterede figurer, hvilket vidner om matematikbøger med mere tekst og flere illustrationer. I bogserien til 2005 skete en udvikling i samme retning, da der nu var endnu færre definitioner, sætninger og beviser, og mange af de beviser der var, var indskrænket til enkelte kapitler i bogserien. Det høje antal relaterede figurer fra 1988 vedligeholdes i 2005, men der kom også flere urelaterede figurer. Til sidst indeholdte denne bogserie som den eneste af de tre aktiviteter, der mest har med det eksperimenterende laboratoriematematik at gøre. Alt i alt viser udviklingen i

²⁵¹ Undervisningsministeriet, 15. december 2004

præsentationsformer en udvikling fra lærebøger der indeholdt mange definitioner, sætninger og beviser, til lærebøger der indeholdte færre og færre definitioner, sætninger og beviser, og hvor der kom flere figurer. Dette antyder en udvikling fra abstrakte til konkrete præsentationsformer.

Udviklingen fra abstrakt til konkret kan også delvist ses i strukturen af indholdet. I Kristensen og Rindungs bogserie definerede vi strukturen som værende rekursiv, fordi der ofte blev vendt tilbage til de samme to temaer, geometri og funktioner, og det gjaldt sjældent, at et tema blev præsenteret alene. I 1988 har vi defineret de to første bøger som single-topic og den sidste som multiple-topic, og den sidste bog minder dermed mere om Kristensen og Rindungs lærebogssystem end de to første. Til sidst definerede vi Clausen et al. som værende single-topic. Derfor er det altså sket en udvikling væk fra bøger der præsenterer flere temaer ad gangen, og vender tilbage til allerede nævnt temaer, og mod bøger der oftest præsenterer ét tema ad gangen. Da abstrakt matematik ofte trækker på flere forskellige matematiske discipliner, hvormed temaer vil gå igen, kan dette også afspejle en udvikling fra det abstrakte mod det konkrete.

Angående strukturen af forventninger kom der i løbet af perioden færre forventninger til at forstå det tidligere samt matematisk argumentation, og nogenlunde lige mange forventninger til problemløsning. I 1963 var der mange forventninger til matematisk argumentation og forståelse af det tidligere, hvilket hænger sammen med, at abstrakt matematik trækker på flere forskellige matematiske discipliner. Forventningerne til argumentation og forståelse af tidligere bliver gradvist mindre i 1988 og senere 2005, da 47% af siderne i 1963, 25% af siderne i 1988 og 13% af siderne i 2005 indeholdte forventninger til matematisk argumentation. Denne forventningstype blev altså sådan cirka halveret for hver ny gymnasireform. Denne udvikling peger på, at bøgerne fik gradvist færre forventninger til elevernes abstraktionsevner. Derfor viser forventningerne altså også en overgang fra abstrakt til konkret matematik.

Indholdet i bogserierne viser også tegn på udviklingen. I de undersøgte kapitler fandt vi i bogserien fra 1963, at 25% af siderne var omtrent halvt eller mere konkrete, mens dette tal for abstrakte sider var 91%. De samme tal for 1988 var 61% og 63%, og for 2005 var de 82% og 51%. Kristensen og Rindung til 1963 var altså overvejende abstrakt og lidt konkret, Carstensen og Frandsen til 1988 var både konkret og abstrakt, og da Clausen et al. var overvejende konkret og i mindre grad abstrakt. I indholdet af de tre bogserier kan man også se tegn på, at matematikfaget ikke kun blev mindre dybt fra 1988 til 2005 og også mindre bredt. Mens der i 1963 og 1988 skulle henholdsvis 18 og 21 emner til at dække 80% af bogens sider, var dette tal i 2005 noget

mindre med kun ni emner. Dette tyder på, at bredden af matematikundervisningen groft sagt også bliver mindre fra 1988 til 2005.

Til sidst antyder opgaverne i bogserien delvist også en overgang fra abstrakt til konkret matematik. I Kristensen og Rindung observerede vi, at cirka 28% af opgaverne var bevisopgaver, mens cirka de restende 72% var udregningsopgaver. Dette ændrede sig i 1988, hvor der nu var en langt mindre andel bevisopgaver med cirka 1,5%, hvor de restende 98,5% var udregningsopgaver. Andelen af bevisopgaver stiger dog fra 1988 til 2005, hvor der er 10% bevisopgaver og 90% udregningsopgaver. Denne udvikling væk fra konkrete opgaver og mod abstrakte går imod mange af de tidligere nævnte parametre. Det kan dog også være en tilfældighed, da vi kun har brugt nogle udpluk af alle opgaverne til hver reform, hvorfor det samlede billede kan se anderledes ud. Uanset hvad, er et fald fra 28% bevisopgaver i 1963 til 10% bevisopgaver i 2005 stadig stort, så dette aspekt af opgaveanalysen støtter stadig overgangen fra abstrakt til konkret matematik. Noget andet, der støtter idéen om denne overgang er, at opgaverne til Clausen et al. viser den største andel af anvendelsesopgaver, på cirka 8% mens opgaverne til 1963 og 1988 har henholdsvis cirka 2% og 1,25%. Dette afspejler måske denne reforms større fokus på eksperimentel matematik, og tyder på, at opgaverne i gennemsnit blev mere konkrete og anvendelsesorienterede.

Alt i alt danner der sig et billede af et matematikfag, der løbende mister sit teoretiske abstraktionsniveau i løbet af perioden, og set i den optik kunne man tolke denne udvikling som en forfaldsfortælling. Det er dog vigtigt at understrege, at denne udvikling formentligt blev udført bevidst, og med sine egne rationelle motiver. I kraft af, at efterspørgslen efter de boglige uddannelser som nævnt steg i perioden, samtidig med fremkomsten af new public management, hvor antal uddannede studenter var et evalueringsparameter på gymnasierne, var der incitamenter til at nedsætte abstraktionsniveauet i matematik for at få flere igennem. Denne nedsættelse har altså i den sammenhæng været en succeshistorie, fordi det uden tvivl har understøttet væksten af elever på matematisk linje og matematiske studieretninger, og fordi det derfor har betydet et større antal gymnasieuddannede unge med forstand på matematik. Selvom de matematiske gymnasieelever i dag har fået en matematikviden, der er mindre abstrakt og generel end eleverne fik i 1963, er der langt flere af dem, og flere af disse kan dermed fortsætte på universitetet, for at få den matematiske viden, som røg ud af gymnasiet i løbet af vores periode.

9.5.3 Perspektivering til eksisterende forskning

Alt i alt viser udviklingen i læse-/læreplaner og lærebøger en tydelig overgang fra abstrakt orienteret og teoretisk matematik til konkret og anvendelsesorienteret matematik. Hvordan passer denne observation ind i den eksisterende forskning på området?

Den observerede udvikling fra abstrakt til konkret matematik synes delvist at være i modstrid med bølgemodellen fra "Træk af matematikundervisningens historie" (se figur 1 side 10), der viser en svingning mellem matematik fokuseret på færdighed og matematik fokuseret på forståelse gennem årene - en begrebspar, der minder om vores abstrakt og konkret. Sådan en forståelse af matematikfagets, og endda matematikbøgernes, udvikling deltes også af lektor Helge Christiansen, der i 1981 skrev: *De veje udviklingen af matematikbøger følger er snare-re bølge- eller spiralformede, end de er lineære*²⁵² Modsat disse bølgeanskuelser antyder vores resultat (bortset fra antal emner i bøgerne) en *fast* udvikling fra abstrakt til konkret matematik uden bølger, med den abstrakte matematik i 1963, konkrete matematik i 2005, og et godt passende midtvejspunkt mellem de to yderligheder i 1988, hvor blandt andet læreplanen lagde op til både anvendelse og teori, SOLO-niveauet lå mellem SOLO-niveauerne fra 1963 og 2005, og der var en omtrent ligelig fordeling af konkrete og abstrakte sider. Uoverensstemmelsen mellem vores resultat og bølgeanskuelserne kan skyldes, at deres undersøgte periode er længere end vores, hvormed en eventuel bølgen frem og tilbage i vores periode måske ikke var synlig, men det kan også skyldes, at vi bruger flere analysepunkter end de andre forskere. Uanset om man mener matematikfaget har bølget frem og tilbage er flere forskere, herunder også Christiansen, enige om, at matematikfaget i det store billede udviklede sig væk fra abstrakt stringent matematik til mere konkret og pædagogisk orienteret matematik. Christiansen skrev:

*En karakteristisk og markant udvikling har der i de sidste 50 år fundet sted med hensyn til den pædagogiske udformning af matematikbøgerne [På gymnasiet]. [...] Man havde erkendt, at den knappe form, der rent matematisk er tilstrækkelig, er ret utilgængelig for skolens elever, og at man ved at komme dem i møde med en mere forklarende fremstilling kunne opnå en dybere faglig forståelse*²⁵³

Vores observation om udviklingen fra abstrakt til konkret matematik i vores periode kan altså på en måde ses som en fortsættelse af en længerevarende udvikling. Til sidst understøtter

²⁵²Christiansen 1981, s. 57

²⁵³Christiansen 1981, s. 55

Jensen også vores observation om udviklingen i matematikfaget, idet han skriver: *Over tid [Fra 1935 til 2005] har ræsonneret retfærdiggørelse fået stadig mindre tyngde, mens anvendelses- og metadimensionen gradvist fylder mere og mere.*²⁵⁴ Med ræsonneret retfærdiggørelse mener Jensen omtrent det samme, som vi i vores speciale kalder abstrakt matematik.

Opsummerende tabel og graf

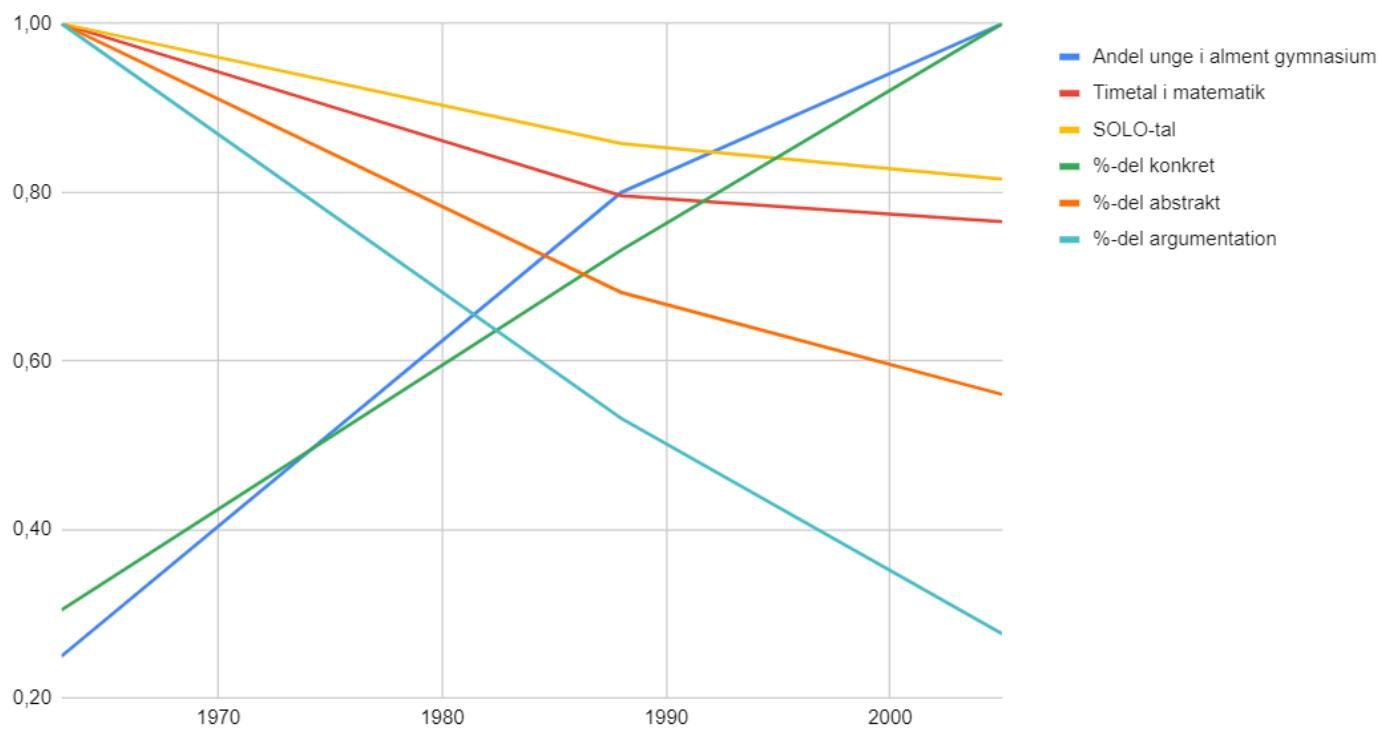
Nogle af de beskrevne udviklinger i gymnasiet generelt og matematikfaget specifikt kan ses i følgende tabel:

	<u>1963</u>	<u>1988</u>	<u>2005</u>
Andel unge i alment gymnasium	5%	16%	20%
Timetal i matematik	490t	390t	375t
SOLO-tal	3,8	3,26	3,1
%-del konkret og abstrakt	25%, 91%	61%, 63%	82%, 51%
%-del sider med matematisk argumentation	47%	25%	13%
Emner i bogserie	26	34	15
Emner til 80%	18	21	9

Figur 21: Nogle forskellige udviklinger opsummeret

Nogle af tallene fra denne tabel kan visualiseres på figur 22.

²⁵⁴Jensen 2016, s. 5



Figur 22: Nogle indekserede variable fra tabellen set grafisk i årene 1963, 1988 og 2005

10 Konklusion

Da Sovjetunionen opsendte Sputnik i 1958 satte det gang i en reformering af uddannelsessystemet i vestlige lande, herunder Danmark. Idéen om Sovjetunionens teknologiske overlegenhed nødvendiggjorde reformeringen af flere faglige områder i Danmark, og især matematik og naturvidenskab blev fornyet. Dette førte til new math i matematik i den vestlige verden, hvor fokus var på abstrakte begrebsdannelser og teoretisk forståelse frem for anvendelsesorienterede færdigheder. Ole Rindung, som deltog i en new-math-konference, spillede en central rolle i udarbejdelsen af både læseplanen for matematik i den nye reform, som blev indført i 1963, og en lærebogsserie, som fulgte deraf. Af denne årsag blev læseplanen præget af new math, og fokuserede derfor på abstrakte begrebsdannelser, og havde et højt SOLO-niveau på 3,8, som indikerer en forventning til at opnå en relationel forståelse. Indholdet i den nye læseplan satte også sit præg i lærebogssystemet af Erik Kristensen og Ole Rindung. Sporene fra new math kunne man se ved, at indholdet havde en rekursiv struktur, sådan at mange sider trak på tidligere nævnt teori, hvilket stemmer overens med at bygge på en abstrakt begrebsdannelse. Det kunne også ses ved, at der var mange beviser, og generelt mange forventninger til matematisk argumentation, med argumentation på 47% af siderne. Dette kunne også ses ved, at eksemplerne i et stort omfang var abstrakte, ved at cirka 25% af opgaverne var bevisopgaver, og ved at cirka 91% af de udvalgte sider var abstrakte.

I årene op til gymnasireformen i 1988 mente kritikere, at gymnasiet både var blevet for opdelt, og havde fået så mange flere elever, at det ikke længere kunne fungere som elitens uddannelse. Undervisningsminister Bertel Haarder meldte sig ind i diskussionen om gymnasiets fremtid, og advokerede, ifølge kritikere, for en delvis vedligeholdelse af gymnasiets elitestatus, og talte også om, at niveauet ikke måtte falde. Denne balancegang mellem Haarders holdninger og behovet for at forny gymnasiet til de mange flere elever skabte i matematikfaget en læseplan, der var en hybrid mellem at være fokuseret på konkrete anvendelser og abstrakte teorier på højniveau. Læseplanerne til det nyindførte matematik på højniveau, efter reformen i 1988, repræsenterede disse to modsætninger, hvor kravene fra obligatorisk niveau var mere konkrete og anvendelsesorienterede, og hvor kravene fra højniveau var mere abstrakte. Dette viste sig også ved et SOLO-niveau på 3,26, som indikerer en forventning mellem anvendelse og forståelse. I lærebogssystemet til 1988 af Carstensen og Frandsen var de to første bøger skrevet til obligatorisk niveau i 1.g og 2.g og den sidste skrevet til højniveau i 3.g. Dette kan være en årsag til,

at de to første bøger var struktureret anderledes end den tredje. De første bøger havde en mere simpel single-topic-theme-struktur, mens den sidste havde en multiple-topic-theme-struktur, samtidig med at den tredje bog var noget længere end de to første. Dette skyldes formentligt, at de to første bøger var simplere på grund af de nye elever, og at den sidste var mere kompleks for at holde niveauet fra før reformen. Mellemstadiet mellem konkret og abstrakt matematik kunne også ses ved, at lærebogssystemet havde omtrent lige mange konkrete og abstrakte sider, og ved at der stadig var mange forventninger til beviser, med argumentation på 25% af siderne, som er noget færre end før reformen.

Fire af de største mål med regeringens forslag til en ny gymnasireform fra 2003 var tværfaglighed, fokus på kompetencer frem for pensum, styrkelse af faglighed og en indførelse af en fælles indledende periode, som et led i afskaffelsen af linjeinddelingen. Kritikere mente, at blandingen af dygtige og svage elever i matematik ville sænke niveauet i faget, og linjernes afskaffelse og det tværfaglige element betød en yderligere sammenblanding af forskellige faglige kundskaber. I matematikfaget handlede en central diskussion i forbindelse med en ny læreplan, om hvorvidt matematikfaget i fremtiden skulle beholde det teoretiske islæt i samme grad, eller om det skulle være laboratoriebaseret. Læreplanen viser tegn på, at den laboratoriebaserede matematik vandt indtog i det nye matematikfag, da det blev et af de didaktiske mål. Læreplanen for matematik, til reformen 2005, blev desuden mest af alt fokuseret på anvendelse, hvor der nu kun skulle være "indsigt" i matematisk ræsonnement. Dette viser sig også ved et SOLO-niveau på 3,1, der mest af alt viser forventninger om anvendelse. Dette ses også i det valgte lærebogssystem til denne reform, Clausen et al., som kan karakteriseres som single-topic-theme, hvilket vidner om, at få kapitler trækker på det tidligere. Disse få forventninger til forståelse af de tidligere er tilstrækkeligt, hvis bogen ikke er fokuseret på abstrakt teori, som trækker på mange andre emner. Svækkelsen af det teoretiske så vi ved, at bogsystemet indeholdt meget få beviser, og forventninger til matematisk argumentation, med argumentation på kun 13% af siderne, og at mange af de beviser der var, var indskrænket til specifikke kapitler i bøgerne. Det ses også ved, at 82% af de udvalgte sider var konkrete, mens kun 51% af dem var abstrakte.

En af de generelle udviklinger på tværs af de tre reformer var en udvikling fra en elite- til en masseskole. I 1963 gik cirka 5% af unge på gymnasiet, hvilket var cirka 16% i 1988 og 20% i 2005. En del af denne udvikling kan tilskrives incitamenterne for et højt elevtal i elementer

fra new public management. Denne udvikling betød sandsynligvis en større og større mængde elever fra uddannelsesfremmede hjem i løbet af vores periode, og dette kunne have medført, at gymnasiet blev mindre opdelt, da eleverne fra uddannelsesfremmede hjem formentligt var mindre specialiserede i et område i 1.g. Denne større faglige integration medførte herefter et domænetab for matematikfaget, hvor timetallet faldt i løbet af perioden. Flere mente, at et lavere timetal ikke kunne gøre andet end at svække matematikundervisningen. Man kunne formentligt gøre to ting for at nedskalere matematikfaget passende til de færre timer: man kunne for det første gøre faget mindre dybt, sådan at abstraktionsniveauet blev mindre, og man kunne for det andet gøre det mindre bredt, så eleverne skulle stifte bekendtskab med mindre pensum. Af disse to valgte man primært at gøre faget mindre dybt, ved at lade det gå fra et abstrakt til et konkret fag.

Udviklingen fra abstrakt til konkret matematik kan ses i læreplanerne, der går fra at fokusere på abstrakte begrebsdannelser i 1963, til at fokusere på både anvendelse og teori i 1988, og til at fokusere mest af alt på anvendelse og problemløsning i 2005. Dette understøttes af et faldende SOLO-niveau fra reform til reform, der var 3,8 i 1963, 3,26 i 1988 og 3,1 i 2005. Udviklingen kan også ses i lærebøgerne, hvor bøgerne i 1963 indeholdt mange beviser og meget matematisk argumentation, hvilket blev mindre i 1988 og blev indskrænket til specifikke kapitler i 2005. Derudover ændrede bøgernes struktur sig også, hvor bøgerne fra 1963 havde en rekursiv struktur, mens bøgerne i 2005 havde en single-topic struktur, og hvor bøgerne i 1988 var en mellemvej mellem disse med de to første havende en single-topic struktur og den sidste havende en multiple-topic. Overgangen fra abstrakt til konkret kunne også ses i andelen af de udvalgte sider, der var abstrakte og konkrete, da bøgerne i 1963 var 91% abstrakt og 25% konkret, bøgerne i 1988 var henholdsvis 63% og 61% og bøgerne i 2005 var 51% og 82%, og den kunne også ses i forventninger til argumentation, der var på 47% af siderne i 1963, 25% i 1988 og 13% i 2005. Udviklingen ses også i opgaverne, hvor andelen af bevisopgaver faldt fra cirka 25% i 1963 til 10% i 2005.

Vores resultat viser en fast overgang fra abstrakt til konkret matematik på mange forskellige parametre, hvor 1988 på flere måder er et midtvejspunkt mellem den abstrakte matematik fra 1963 og den konkrete matematik fra 2005. Denne faste udvikling er i modstrid med dele af forskningen, der i stedet taler om en bølgemodel, men flere forskere er enige om den generelle udvikling fra abstrakt til konkret matematik, herunder set i lærebøgerne, uanset eventuelle bølger.

11 Litteraturliste

11.1 Litteratur

1. Andersen, Vibeke Normann. 2012. „Evaluering som omdrejningspunkt - om New Public Management på dansk“. Kap. 2 i *Der styres for vildt - om paradokser i styring af pædagogik*, udg. af Katrin Hjort, Ane Qvortrup og Peter Henrik Raae, 27–48. Klim.
2. Biggs, John, og Catherine Tang. 2011. *Teaching for Quality Learning at University*. 4. udg. Open University Press.
3. Brabrand, Claus, og Bettina Dahl. 2009. „Using the SOLO taxonomy to analyze competence progression of university science curricula“. *Higher Education* 58:531–549. doi:[10.1007/s10734-009-9210-4](https://doi.org/10.1007/s10734-009-9210-4).
4. Dahl, Bettina. 2010. „Kompetencer i matematik ved overgangen mellem det almene gymnasium og universitet: En SOLO-analyse af progression og vidensformer i læreplaner og kursusbeskrivelser“. *Dansk Universitetspædagogisk Tidsskrift* 9:24–29.
5. Danmarks Evalueringsinstitut. 2017. „Den faglige udvikling i gymnasiet“.
6. DEA. 2011. „Taxametersystemet under lup: En analyse af taxameterstrukturens påvirkning af effektivitet og kvalitet for de videregående uddannelser“.
7. Fan Lianghuo. 2013. „Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks“. *ZDM Mathematics Education* 45:765–777. doi:[10.1007/s11858-013-0530-6](https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6).
8. Foucault, Michel. 2004. *The birth of biopolitics: Lectures at the College de France, 1978-79*. Udg. af Michel Senellart. Palgrave.
9. Jensen, Kasper Bjering Søby. 2016. „Gymnasiematematikfagets Fagidentitet“. Ph.d-afhandling, Roskilde Universitetscenter.

10. Lucas, Ursula, og Rosina Mladenovic. 2009. „The identification of variation in students’ understandings of disciplinary concepts: the application of the SOLO taxonomy within introductory accounting“. *Higher Education* 58:257–283. doi:[10.1007/s10734-009-9218-9](https://doi.org/10.1007/s10734-009-9218-9).
11. Matic, Ljerka Jukic, og Dubravka Glasnovic Gracin. 2016. „The use of the textbook as an artefact in the classroom: A case study in the light of a socio-didactical tetrahedron“. *Journal für Mathematik-Didaktik* 37:349–374. doi:[10.1007/s13138-016-0091-7](https://doi.org/10.1007/s13138-016-0091-7).
12. Maasz, Jürgen, m.fl. 2006. *New mathematics education research and practice*. Udg. af Jürgen Maasz og Wolfgang Schloeglmann. Sense Publishers.
13. Munkholm, Ellen Stengaard. 2008. „Gymnasiet 1960 og frem“. Kap. 3 i *Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet bind II*, udg. af Hans Christian Hansen, Ole Haahr og Hans N. Jensen, 587–695. Syddansk Universitetsforlag.
14. O’Keeffe, Lisa. 2013. „A Framework for Textbook Analysis“. *International Review of Contemporary Learning Research* 2 (1): 1–13. doi:[10.12785/irclr/020101](https://doi.org/10.12785/irclr/020101).
15. Paludan, Helge, m.fl. 2011. *Danmarks historie - i grundtræk*. 2. udg. Udg. af Steen Busck og Henning Poulsen. Aarhus Universitetsforlag.
16. Petersen, Palle Bak, og Søren Vagner. 2003. *Studentereksamensopaver i matematik 1806-1991*. 1. udg. Matematiklærerforeningen.
17. Raae, Peter Henrik. November 2007. „Effektivisering og demokrati: om reformens design og rummet for demokratisk praksis“. Udg. af Jakob Ditlev Bøje m.fl. *Gymnasiepædagogik* 66:13–37.
18. Skemp, Richard R. 1987. *The Psychology of Learning Mathematics*. Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
19. Skott, Jeppe, Kristine Jess og Hans Christian Hansen. 2008. *Matematik for lærerstuderende : Delta : fagdidaktik: Kapitlet "Træk af matematikundervisningens historie"*. Samfundslitteratur.

20. Tænk tanken Cevea. 2013. „Utilsigtede konsekvenser af taxameterstyringen på ungdomsuddannelserne: Problemer og mulige løsninger“.
21. Valverde, Gilbert A., m.fl. 2002. *According to the Book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic Publishers.
22. Zhu Yan og Fan Lianghuo. 2006. „Focus on the representation of problem types in intended curriculum: a comparison of selected mathematics textbooks from mainland China and the United States“. *IJSME* 4:609–626. doi:<https://doi.org/10.1007/s10763-006-9036-9>.

11.2 Kilder

11.2.1 Avisartikler

1. Bak, Thor A. 1. august 1985. „Debat om det nye gymnasium“. *Aktuelt*.
2. Bald, Søren. 21. februar 1986. „Hvad skal der ske med gymnasiet?“ *Politiken*.
3. Borg, Orla. 16. juni 1992. „Karaktererne topper i år“. *Jyllands-Posten*.
4. Ebbesen, Jørgen. 13. februar 1987. „Gymnasie-reformen ødelægger klimaet“. *Politiken*.
5. Aarsland, Line. 8. maj 2005. „Bertel holder øje med, at eleverne ikke skejer ud“. *Politiken*.
6. — . 20. april 2004. „Den isolerede gymnasielærer er død“. *Politiken*.
7. — . 31. januar 2005. „Gymnasier nedtoner naturvidenskab“. *Politiken*.
8. — . 19. april 2004. „Kompetencer skal ind istedet for pensum“. *Politiken*.
9. Fogh, Dorte, og Esper Fogh. 4. maj 1984. „Fruentimmerskolen“. *Politiken*.
10. Galmar, Niels-Ole Frederik. 12. august 2002. „Den gymnasiale knude“. *Politiken*.
11. Højby, Sigurd. 24. januar 1961. „Gymnasiebetænkningen“. *Jyllands-Posten*.
12. Højmark-Jensen, Jens. 11. juni 1966. „Det nye, gamle gymnasium“. *Politiken*.
13. Høyen, Tom. 20. marts 1985. „Kampen om og kampen i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*.

14. Hirsberg, Bent. 23. november 1992. „Matematik - et samfundsproblem“. *Jyllands-Posten*: 1–19.
15. Jørgensen, Jørgen. 8. marts 1960. „Der skal nok blive tid til at drøfte læseplanerne“. *Aktuelt*.
16. Kuhlman, Peter. 8. juli 2002. „Kampen om gymnasiet“. *Politiken*.
17. lac. 18. november 1960. „Spændende muligheder i den nye gymnasiereform“. *Politiken*.
18. Lindum, Uffe. 10. februar 1988. „Flere valg og flere timer“. *Jyllands-Posten*.
19. „Naturfagsinteresse giver lærermangel“. 17. januar 2007. *Politiken*.
20. Nielsen, Britta Lund. 22. september 1984. „Flere timer til gymnasieeleverne“. *Jyllands-Posten*.
21. — . 4. august 1988. „Flere valg og flere timer“. *Jyllands-Posten*.
22. — . 21. januar 1985. „Haarder udebliver fra møde om reform i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*.
23. Nielsen, Elisa. 21. november 1985. „Gymnasiet diskriminerer pigerne“. *Aktuelt*.
24. — . 13. januar 1986. „Små gymnasier bliver sorteper i gymnasiereform“. *Aktuelt*.
25. Pihl, Mogens. 10. juni 1958. „Gymnasieskolen er ikke en sort skole“. *Politiken*.
26. (RB). 31. maj 1989. „Matematik og kemi går frem i gymnasiet“. *Jyllands-Posten*.
27. „Rimelighed i gymnasiet?“ 25. november 1981. *Jyllands-Posten*.
28. Schulsinger, Eva. 24. januar 1987. „Lærere kritiserer gymnasiereform“. *Politiken*.
29. Seidelin, Matias, og Mikkel Dalum. 3. april 2002. „De unge vil have nye fag på skemaet“. *Politiken*.
30. sør. 3. juni 1964. „Læseplansudvalg permanent organ“. *Aktuelt*.
31. Sinding, Tom. 15. juni 2005. „Samarbejdspolitik og en gymnasiereform“. *Politiken*.
32. Skov, Anders. 4. december 2004. „Læreplan, læseplan, ja, det er rent reformrod“. *Politiken*.

11.2.2 Dokumenter

1. Haarder, Bertel, Jørgen Granum-Jensen og Asger Sørensen. 1982. *Kampen om Gymnasiet*. 1. udg. Forlaget liberal.
2. Læseplansudvalg for gymnasiet. 1960. *Det nye gymnasium: Betænkning afgivet af undervisningsministeriet under 27. februar nedsatte læseplansudvalg for gymnasiet*. Undervisningsministeriet.
3. Tørnæs, Ulla. 18. februar 2004. *Lov om uddannelsen til studentereksamen (stx) (gymnasieleven)*. <https://tinyurl.com/ubq53zp>. Konsulteret d. 18. december 2019.
4. UGP-udvalget. 1984. *Rapport fra arbejdsgruppen om gymnasiets fremtid*.
5. Undervisningsministeriet. 2002. *Bedre uddannelser - De almene uddannelser - Reform af det almene gymnasium*. <https://tinyurl.com/r8wfbdc>. Konsulteret d. 9. november 2019.
6. — . juni 2002. *Bedre uddannelser - forord*. <https://tinyurl.com/sdzpxu4>. Konsulteret d. 9. november 2019.
7. — . 1961. *Bekendtgørelse om undervisningen i gymnasiet*.
8. — . 1988. *Matematik: Bekendtgørelse og vejledende retningslinier*.
9. — . 15. december 2004. *Retsinformation læreplaner fra 2004*. <https://tinyurl.com/vh2lnm2>. Konsulteret d. 16. november 2019.

11.2.3 Matematikbøger

1. Carstensen, Jens, og Jesper Frandsen. 1988a. *Matematik 1: for obligatorisk niveau*. 1. udg. Systime.
2. — . 1988b. *Matematik 1 - Opgaver*. Systime.
3. — . 1989a. *Matematik 2: for obligatorisk niveau*. 1. udg. Systime.
4. — . 1989b. *Matematik 2 - Opgaver*. Systime.
5. — . 1990a. *Matematik 3: for højt niveau*. 1. udg. Systime.

6. — . 1990b. *Matematik 3 - Opgaver*. Systime.
7. Clausen, Flemming, Gert Schomacker og Jesper Tolnø. 2005a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog B1*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
8. — . 2006a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog B2*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
9. — . 2007a. *Gyldendals Gymnasiematematik: Grundbog A*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
10. — . 2007b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog A*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
11. — . 2005b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog B1*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
12. — . 2006b. *Gyldendals Gymnasiematematik - arbejdsbog B2*. Gyldendalske Boghandel, Nordisk Forlag.
13. Kristensen, Erik, og Ole Rindung. 1964a. *Matematik 1*. 3. udg. København: Gads forlag.
14. — . 1965a. *Matematik 2*. 2. udg. København: Gads forlag.
15. — . 1967. *Matematik 3*. 2. udg. København: Gads forlag.
16. — . 1962. *Opgaver til matematik 1*. Gads forlag.
17. — . 1964b. *Opgaver til matematik 2*. Gads forlag.
18. — . 1965b. *Opgaver til matematik 3*. Gads forlag.

11.2.4 Statistik

1. Danmarks Statistik. 2002. *BEF1: Folketal 1. januar efter kommune, køn, alder og civilstand (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/wr39375>. Konsulteret d. 26. november 2019.
2. — . 2019a. *Folk2: Folketal 1. januar efter køn, alder, herkomst, oprindelsesland og statsborgerskab*. <https://tinyurl.com/u7dl9u8>. Konsulteret d. 26. november 2019.

3. — . 2001. *HISB4: Folketal 1. januar efter køn og alder (5-års intervaller) (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/wtrkog2>. Konsulteret d. 26. november 2019.
4. — . 2006. *U191: Elever ved gymnasiale uddannelser efter område, herkomst, national oprindelse og køn (afsluttet)*. <https://tinyurl.com/v6s3vb8>. Konsulteret d. 26. november 2019.
5. — . 2019b. *UDDAKT30: Uddannelsesaktivitet på gymnasiale uddannelser efter uddannelse, bopælsregion, herkomst, national oprindelse, køn og status*. <https://tinyurl.com/u7srqdj>. Konsulteret d. 26. november 2019.

11.2.5 Tidsbestemte udgivelser

1. Andersen, Knud Holch. 1992. *Fremtidens gymnasium - set fra 1960*. <https://tinyurl.com/v76dgol>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 21. december 2019.
2. Bagger, Anders. 3. marts 1961. „Det nye gymnasium - matematik“. *Gymnasieskolen*: 214–217.
3. Balle, E. 15. januar 1965. „Kristensen og Rindung: Matematik 3“. *Gymnasieskolen*: 48.
4. — . 20. marts 1964. „Kristensen og Rindung: OPGAVER TIL MATEMATIK II“. *Gymnasieskolen*: 971.
5. Barrett, Dorrit. 21. februar 1991. „Topkarakterer til gymnasiet“. *Gymnasieskolen*: 167.
6. Blaksteen, M. 1987. *Skolen i årets løb 1987*. <https://tinyurl.com/r64q9b3>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019.
7. — . 1988. *Skolen i årets løb 1988*. <https://tinyurl.com/r26jq9t>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019.
8. — . 1989. *Skolen i årets løb 1989*. <https://tinyurl.com/unhfwyw>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019.
9. Bremer, Kresten. 23. november 2004. *Abstrakt matematik en absolut nødvendighed*. <https://tinyurl.com/v4sbr5c>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 18. november 2019.

10. Bundgaard, Svend. 22. november 1963. „Uddannelse af lærere i matematik“. *Gymnasieskolen*: 1233–1236.
11. Christiansen, Helge. 1981. „Matematikbogen - undervisningsredskab“. Kap. 7 i *Matematiklærerforeningen 1931-1981*, udg. af Bent Hirsberg m.fl., 45–57. Jelling Bogtrykkeri.
12. Christoffersen, Torben. 14. april 1988. „Matematik i den nye gymnasiestruktur“. *Gymnasieskolen*: 409–410.
13. Dyhr, Zsuzanna A. 10. maj 1984. „Undervisningens niveau og effektivitet sænkes“. *Gymnasieskolen*: 382.
14. Frandsen, Aage. 2003. „Fremtidens gymnasium“. *Gymnasieskolen* 4:27.
15. „GL: Flere linjer og fælles intro“. 2002. *Gymnasieskolen* 17:7.
16. Grøn, Bjørn. 2009. „Matematik efter reformen“. *LMFK-bladet*: 22–27.
17. Handst, Frans. 11. december 1959. „Matematiklærerforeningens efterårsmøder“. *Gymnasieskolen*: 934–938.
18. Hansen, Lavst Riemann. 12. juni 1986. „Gymnasiereformen - en mislykket øvelse“. *Gymnasieskolen*: 502–505.
19. Højby, Sigurd. 30. oktober 1959. „Betragtninger over gymnasiesituationen“. *Gymnasieskolen*: 733–747.
20. — . 20. marts 1964. „Den nye matematikundervisning“. *Gymnasieskolen*: 304.
21. Højmark, Jens. 21. august 1986. „Er ’gymnasiejusteringen’ lærernes gymnasiereform?“. *Gymnasieskolen*: 672–674.
22. Holm-Larsen, Signe. 2003. *Skolen i årets løb: Folketingsåret 2002-2003*. <https://tinyurl.com/sew6dpw>.
23. Jensen, Jakob. 6. marts 1964. „Matematiksituationen i 1 gm.“ *Gymnasieskolen*: 248–249.
24. — . 1. april 1960. „Statistik er farlig, hr. formand“. *Gymnasieskolen*: 299–300.

25. Kentved, Steen. 23. november 2004. *Laboratiebaseret matematik øger ikke interessen*. <https://tinyurl.com/r6rrocr>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 8. december 2019.
26. Kristensen, Lars Bo. 9. november 2004. *Den unødvendige matematik*. <https://tinyurl.com/rs4pcou>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 12. november 2019.
27. Laursen, Kjeld Bagger. 2009. „Gymnasiereformen efter justeringerne - ro nu?“ *MONA* 3:53–68.
28. Meyer, Henrik. 1981. „Læseplansrevisioner omkring 1960“. Kap. 5 i *Matematiklærerforeningen 1931-1981*, udg. af Bent Hirsberg m.fl., 30–34. Jelling Bogtrykkeri.
29. Maaløe, Peter. 18. august 1967. „Amerikanske skoletanker“. *Gymnasieskolen*: 753–759.
30. Mo., E. 2. november 1962. „Matematik“. *Gymnasieskolen*: 907–908.
31. Nørgaard, Ellen. 1984. *Skole og uddannelse i pressen 15.6.83 til 30.4.84*. <https://tinyurl.com/rdbsgnx>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 25. oktober 2019.
32. — . 1983. *Skolen og samfundet fra ca. 15/6-82 til 15/6-83*. <https://tinyurl.com/vmp5abe>. Årbog Uddannelseshistorie. Konsulteret d. 26. oktober 2019.
33. Nielsen, Peter Boile. 2003. „Niveau og indhold i fokus - tak!“ *Gymnasieskolen* 2:25–26.
34. Niss, Mogens. 2009. „Matematikundervisningen i Danmark i 1900-tallet - et inspireret og imponerende værk“. *MONA* 4:94–101.
35. Olsen, Bent Rye. 16. september 1960. „Læseplaner og forhandlingsret“. *Gymnasieskolen*: 618–622.
36. Rasmussen, Tina. 2002a. „Forkerte forventninger ødelægger elevers lyst til matematik“. *Gymnasieskolen* 20:8–10.
37. — . 2002b. „Stort forsøg med fagpakker“. *Gymnasieskolen* 12:8–11.
38. Rindung, Ole. 20. marts 1964. „Nogle bemærkninger vedrørende matematikken i 1gm“. *Gymnasieskolen*: 304–305.

39. Thøger, Anne, og Marianne Didriksen. 26. juni 1986. „Elitegrene og tabergrene“. *Gymnasieskolen*: 558–559.
40. Thomsen, Dorte, og Martin Salmonsens. 17. august 1989. „Taldemagogi“. Debat, *Gymnasieskolen*: 745.
41. Udsen, Jesper. 31. oktober 2005. *Grundbog B1 + Arbejdsbog B1*. <https://tinyurl.com/vdtpf23>. Gymnasieskolen. Konsulteret d. 26. november 2019.

11.3 Andre hjemmesider

1. Brabrand, Claus, og Bettina Dahl. 2007 - 2008. *SOLO-nummerering af forskellige verber*. <https://tinyurl.com/tzpy9v5>. Konsulteret d. 1. december 2019.
2. IEA. *TIMSS - 1995*. <https://tinyurl.com/u75ksry>. Konsulteret d. 18. november 2019.
3. LMFK. 29. november 2019. *Udvalgte artikler fra LMFK-bladet*. <https://tinyurl.com/vybopl5>. Konsulteret d. 7. december 2019.
4. Madsen, Jens Jørgen. 30. maj 2011. *Læserne vælger avis efter egen partifarve*. <https://tinyurl.com/qlcdmz6>. Konsulteret d. 21. november 2019.
5. Statsministeriet. 2019. *Regeringer fra 1953 til i dag*. <https://tinyurl.com/qu43bpj>. Konsulteret d. 7. december 2019.