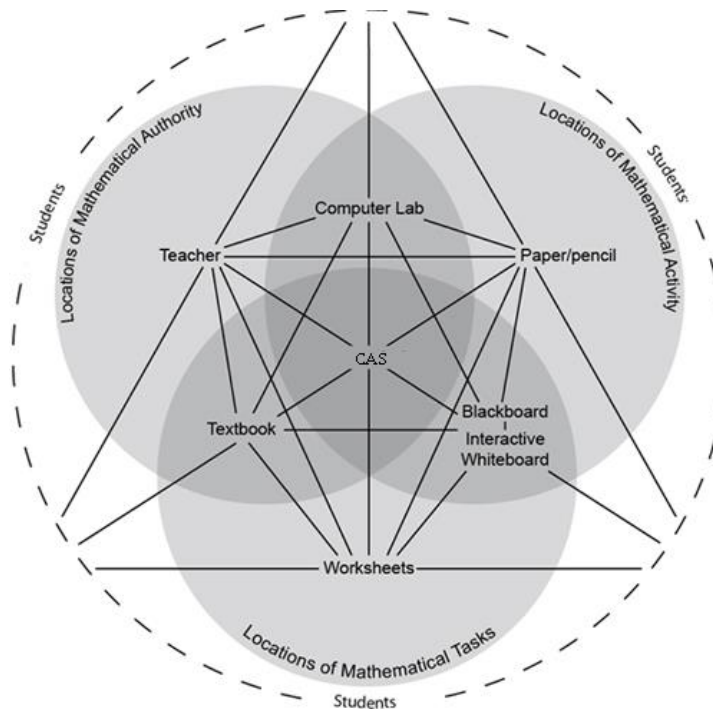


CAS som Merværdi for Læring

CAS as Added Value for Learning



MASTEROPGAVE MIL 2017

Vejleder: Christian Dalsgaard

Anslag: 142499

Jesper Estrup Larsen: 20121795

It-vest - samarbejdende universiteter



Indhold

1	Indledning	1
1.1	Hvad der menes med begrebet »merværdi«	2
2	Problemformulering	3
3	Overblik over de anvendte kilder	6
3.1	Introduktion	6
3.1.1	Indholdet af emnet under drøftelse	6
3.1.2	Søgestrategi og inklusionskriterier:	7
3.1.3	Grundlaget for valg af litteratur	7
3.1.4	De empiriske studier	8
3.1.5	De teoretisk funderede studier	8
3.1.6	Sammenfatning	8
4	Hvad er Computeralgebra?	10
4.1	Hvad er CAS? (Computer Algebra System)	10
4.2	Legimitering i folkeskolen	11
4.3	Pædagogiske overvejelser	12
4.4	Teorier der støtter op om anvendelsen af CAS	13
4.5	Nabbs bokse	14
5	Hvad er læring?	17
5.1	Et overordnet syn på Læring	17
5.2	Sammenfatning	19
5.3	Hvad Undervisningsministeriet skriver	20
5.4	To læringssyn i folkeskolen?	21
5.5	To relationsmodeller	24
5.6	Undervisningsministeriets relationsmodel	25
5.7	Hiim & Hippes didaktiske realtionsmodel	26

6	Læring i matematik	28
6.1	Læring i matematik	28
6.2	Læsning i faget	29
6.3	CAS og læring i matematik	31
7	Didaktiske perspektiver af CAS	33
7.1	SOLO-taksanomien	34
7.2	Symbiosen mellem maskine og individ	35
8	Metode og undersøgelse	36
8.1	Undersøgelsesmetodikken	37
8.2	Kriterier for undersøgelsen	38
9	Præsentation af undersøgelserne	38
9.1	Den kvalitative og kvantitative undersøgelsesmetode	39
9.2	Observationerne	39
9.3	Fokusgruppeinterview af lærere	45
9.3.1	Analyse af Deltagernes Holdning, Fordele og Ulemper	46
9.3.2	Anvendelse og Rolle CAS Indtager i Undervisningen	47
9.3.3	Motivation	48
9.4	Indsats med et CAS-system	49
9.4.1	Indledning	49
9.4.2	Hvad resultaterne fortalte:	49
9.4.3	Om Eleverne Self-efficacy.	49
9.4.4	Om Elevernes Anvendelse af Hjælpemidler	50
9.4.5	Om Elevernes Syn på Matematik	51
9.4.6	Om Kommunikation og Elevens Reflektion i Faget	51
9.4.7	Om Undervisningens Didaktik	52
9.5	Konklusion på »Indsats med et CAS-system«	53
9.6	Lydoptagelser og Screendump	54
9.7	Fokusgruppeinterview af eleverne.	55
9.7.1	Hvilken holdning har eleverne til CAS, fordele og ulemper, hindring eller merværdi?	56
9.7.2	Gruppearbejde	57
10	Den generelle undersøgelse	57
10.0.1	Metode	58
10.0.2	Karakter Versus Forståelse	58
10.0.3	Kønssforskelle	61
11	Konklusion og refleksion	66

Resumé

COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS known as CAS, have been implemented for nearly nine years now in the danish curriculum, but still have to make their way into mathematics classrooms.

Their inclusion has accelerated in the last couple of years through investments in computers. The potential impact on the curriculum, on teaching and learning and on assessment has been the subject of numerous studies and has already received a considerable amount of attention in the literature.

To start with this paper guide you trough theoretical reflections on learning, and make use of articles that give examples of how particular topics can be treated using a CAS.

Included in this paper is also recently empirical inquiry, the ICMI-studies, where pedagogy have been associated with the use of the CAS, assessment and key skills. In this paper I present an overview with regard to these topics and detail both the issues and proposed courses of action. Therefore will I also look into the state's view of mathematics with CAS.

The key element in this paper however, is the discussion about the core value of CAS, is it possible for the students to discover »added value« to there own learning, this topic is discussed and investigated through surveys and interviews.

1

Indledning

AT INDDRAGE Computer Algebra System (CAS) i undervisningen, har været til genstand for diskussion gennem længere tid. CAS er en del af begrebet "Digitale Værktøjer", som er nævnt i Forenklede Klare mål (FKM). Tilhængere betoner, at CAS er et medie der anskueliggør og understøtter kommunikation og den tekst, som eleven arbejder med og fortolker. Modstandere mener modsat, at it-værktøjet skjuler løsningsprocesserne, således de ikke forstår, hvorledes opgaverne egentlig skal løses. Trods det, at debatten ikke er bragt til ende, er de digitale værktøjer indskrevet i FKM som et middel, ikke et mål, til at understøtte de seks kompetencer.

Hvis man ser efter begrebet 'Digitale Værktøjer' anvendes det 24 gange fra første til niende klasse, i Undervisningsministeriets anvisning til folkeskolens matematikundervisere. I de Forenklede Klare Mål¹ (FKM) står skrevet at „digitale værktøjer skal indgå i matematikundervisningen gennem hele skoleforløbet fra indskoling til udskoling“³. I udskoling fra syvende til niende alene, anvendes begrebet i forbindelse med modellering, i forbindelse med formler og algebraiske udtryk, geometrisk tegning, samt måling og statistik. Med digitale værktøjer mener undervisningsministeriet det dynamiske geometriprogram GeoGebra, regneark som fx Excel, Google Sheets eller det regneark der er indbygget i GeoGebra og CAS-værktøjer som fx Wordmat eller Fastfig.

FKM klarlægger, hvor og hvornår undervisning med et computeralgebrasystem giver mening, og Undervisningsministeriet anviser på deres hjemmeside

¹UVM(2017) [http://www.emu.dk/sites/default/files/Matematik - januar 2016.pdf](http://www.emu.dk/sites/default/files/Matematik%20-%20januar%202016.pdf)

CAS-systemer matematiklæreren kan overveje at anvende² - men der mangler et »hvordan?«.

Et digitalt værktøj som CAS skal måles på, hvilken betydning for elevens læring værktøjet har, og hvilke bidrag til de seks kompetencer³ værktøjet kan give eleven. Det gælder især når nye værktøjer inddrages, netop her skal underviseren være på vagt, og kritisk overveje, hvilken didaktisk merværdi der kan tilføjes elevens læreprocesser. Den pædagogiske begrundelse skal dermed ikke hvile på, om værktøjet er gratis, som jeg har set anvendt som et argument på en del skoler, men kan først begrundes anvendt i undervisningen, når det er afprøvet, analyseret for muligheder og det er overvejet, hvordan det didaktisk skal indgå i undervisningen af eleven.

Netop derfor finder jeg det vigtigt at beskæftige sig med, hvordan aktiv didaktisk inddragelse af CAS kan tilføje elevens læring og læringsprocesser merværdi.

1.1. Hvad der menes med begrebet »merværdi«

Når jeg i indledningen anvender begrebet »merværdi«, anvendes det i betydningen *merværdi for elevens læring og læreprocesser*. Jeg vil senere kigge på, hvad læring er og derigennem komme ind på begrebet læreprocesser.

Et udtryk for merværdi for elevernes læring og læreprocesser, undersøges gennem fem forhold; (1) om hvor vidt CAS kan motivere elevens syn positivt på faget, og derved (2) styrke elevens self-efficacy og self-determination, med udgangspunkt i Banduras og Deci & Ryans teorier. (3) Om CAS kan motivere eleven for faget, og om (4) CAS motiverer eleven. Inddragelsen af CAS ændrer nødvendigvis undervisningens didaktik og indhold, så det femte forhold der undersøges er, (5) om en ændret didaktik, øger elevens læringsudbytte.

Motivation og følelsen af at lykkedes (self-efficacy), er også et udtryk for lærings-merværdi, fordi så er lysten og troen på at læringen kan lykkedes til stede i eleven.

Self- efficacy beliefs determine how people feel, think, motivate themselves and behave. (Bandura, 1994, s.72)

Den ændrede didaktik som følge af inddragelsen af CAS som et middel, har det formål at støtte op om elevens læring. CAS, som det vil vise sig, kan befordre kommunikationen, og gennem interaktion eleverne imellem i arbejdsfællesskaber øge bevidstheden om faget og dets faglige termer, dette er også en lærings-merværdi.

²<http://www.emu.dk/modul/cas-værktøjer-i-matematik>

³De seks kompetencer Undervisningsministeriet omhandler; problembehandling, modellering, ræsonnement og tankegang, repræsentation og symbolbehandling, kommunikation og hjælpemidler. (<http://www.emu.dk/>)



2

Problemformulering

UNDERSVISINGSMINISTERIETS Fælles Klare Mål er både præskriptiv og deskriptiv i sin udformning. Dermed opstilles der på den ene side regler for, hvordan faget bør udøves samt evalueres i forhold til klassetrin og delmål. På den anden side forsøger Undervisningsministeriet så objektivt som muligt, at redegøre for fagets genstande og metoder.

Undervisningsministeriets præskriptive forordninger skal følges. De er et udtryk for samfundets begrundelser mht. fagenes formål, fx ligger i matematikfaget den forudsætning, at eleverne kan forholde sig til den faglige videns samspil med andre former for viden. (Winsløw, 2006, s.8)

Matematikfagets deskriptive beskrivelse af genstande og metoder er åbne for fortolkninger. Når Undervisningsministeriet fx skriver at „eleven har viden om metoder til at tegne enkle plane figurer, herunder med et dynamisk geometriprogram“ (Undervisningsministeriet, 2013, s.3) efter 3. klasse, skriver de ikke hvilket dynamisk tegneprogram, og når der i Fælles Klare Mål står; „Eleven har viden om statistiske deskriptorer, diagrammer og digitale værktøjer, der kan behandle store datamængder“ (Undervisningsministeriet, 2013, s.6), står der ikke hvilket eller *hvordan* det digitale værktøj skal anvendes.

Der er mange undersøgelser der tager udgangspunkt i dette »hvordan« og følgelig er budende mange. Fx i Australien undersøgte de i CAS-CAT (Computer Algebra Systems in Schools - Curriculum, Assessment and Teaching)-projektet,

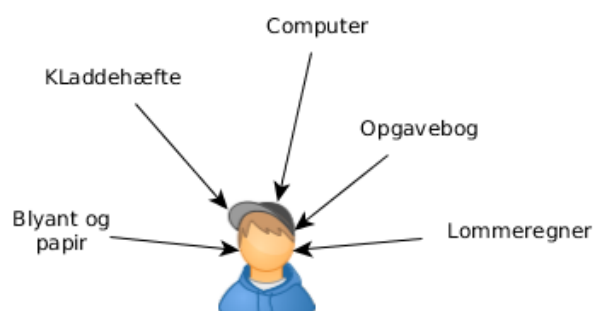
hvilke konsekvenser implementeringen af CAS havde på curriculum og elevernes karakterer, og i Singapore undersøgte de hvilke faktorer der kunne have indflydelse på matematikundervisningens integration af CAS. Begge gode undersøgelser, men begge væsensforskellig fra dansk undervisningskultur - men alligevel, kan vi bruge nogle af deres observationer til at slutte ud fra. Danske og tyske undersøgelser, som af Uffe Jankvist, Morten Misfeldt og Bärbel Barzel ligger mere lige for at anvende og sammenligne med.

Min egen undersøgelse tager udgangspunkt i elever med lav målt intelligenskvotient for seks år siden (2011). Konventionel undervisning svigtede og rådvildheden som underviser var til at aflæse, når jeg og mine kollegaer slæbte os ind til kaffekruset på lærerværelset. Rådvildheden fik mig derfor til at undersøge alternative undervisningsmetoder og materialer.

Ud fra observationer, bemærkedes to ting der havde indflydelse på elevernes matematiklæring.

- Manglende tro på sig selv.
- Manglende evne til at multi-taske.

Det første punkt er ikke svært at forstå. Mange forsøg og nederlag fjernede elevernes self-efficacy. Det andet punkt, elevernes evne til at multi-taske, altså evnen til at veksle mellem matematikfagets værktøjer (bøger, kladdehæfte, lommeregner, computer, blyanter og linealer. (Figur 2.1)) under elevens selvstændige arbejde, medførte den tanke, om det mon var muligt, at finde en metode og et materiale, hvor elevens fokus var samlet ét sted? Og vigtigst af alt, var der et materiale der

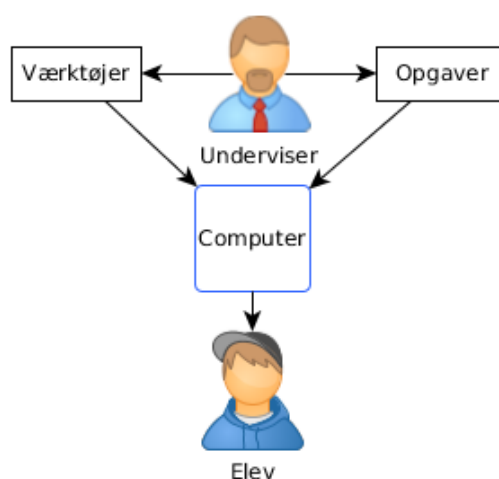


Figur 2.1: Eleven skal finde rundt i mange materialer

kunne gavne alle?

Valget faldt på et multimedialt CAS-system, fordi underviseren dér havde mulighed for at indbinde alle de værktøjer, som regneark (Excel) og et dynamisk geometriværktøj (Geogebra) eleverne var vandt til at arbejde med. Skolen købte

rettighederne til at indscanne lærebogsmateriale, og lægge i ind i CAS-softwaren således, at alt materiale som eleven skulle anvende, og alle de metoder eleven skulle anvende i arbejdsprocessen, blev præsenteret et sted - på elevens computerskærm (Figur 2.2). Ydermere kunne underviseren bestemme, hvilke værktøjer og opgaver eleven skulle have adgang til, og kun lade én opgave være »tændt« ad gangen.



Figur 2.2: Læreren 'doserer' materiale og værktøjer til eleven.

Processen er blevet gentaget og ændret i indhold og metode hen over årene, dels fordi CAS-software ikke er statiske men dynamiske i deres udvikling, og dels fordi Undervisningsministeriet har anvist nye mål og metoder.

Den overordnede problemstilling kan dermed formuleres som følgende:

Kan CAS (Computer Algebra Systemer) give matematikundervisningen en merværdi - og hvordan?

Det er vigtigt at slå fast, at det ikke er ét bestemt CAS-system men et vilkårligt CAS-system der er genstand for problemformuleringen, selv om der i undersøgelsesmateriale der præsenteres, er anvendt Maple-CAS. Dermed også sagt, for at belyse problemstillingen analyseres ikke de forskellige CAS-systemers mange funktioner, men der tages udgangspunkt i fælles muligheder, der er gældende for (de fleste) CAS-programmer.

Jeg har valgt kun at anvende den overordnede problemformulering på udskolingsens elever, dvs. 7. til 9. klasse.

Den overordnede problemstilling afkaster fem underspørgsmål som følge af den definition af begrebet »merværdi«, som står beskrevet i indledningen.

1. Hvordan kan CAS skabe merværdi for elevernes arbejde med matematikfaget?
2. Hvordan kan CAS påvirke elevernes arbejde med matematikfaget?
3. Hvordan kan underviseren arbejde med CAS?

Jeg har valgt disse tre undersøgelsesspørgsmål som et udtryk for merværdi, og til at belyse den overordnede problemstilling fordi, der i folkeskolelovens §2 stk. 2 af 2016 står: „Folkeskolen skal udvikle arbejdsmetoder og skabe rammer for oplevelse, fordybelse og virkelyst, så eleverne udvikler erkendelse og fantasi og får tillid til egne muligheder og baggrund for at tage stilling og handle“. Det vil sige, at ud over det rent præskriptive og deskriptive, skal eleven på samme tid understøttes og motiveres for faget med det formål at maximere læringsudbyttet og elevens tro på sig selv.

3

Overblik over de anvendte kilder

CAS ER INDSKREVET i Fælles mål, som et redskab elever skal have kendskab til og kunne anvende, dog uden at de i Fælles Mål gør rede for, i hvilket omfang. I dette litteraturreview kigges der på tekster der handler om, hvor og hvornår indsatsen med CAS giver mening.

3.1. Introduktion

3.1.1 Indholdet af emnet under drøftelse

Hvilken forskningsbaseret viden kan identificeres om sammenhænge mellem inddragelse af CAS i matematikundervisningen og elevernes læringsmæssige udbyt-

te? Kan man i litteraturen finde evidens for at CAS tilfører matematikundervisningen en *merværdi*?

3.1.2 Søgestrategi og inklusionskriterier:

CAS er en platform der i folkeskolesammenhænge er begyndt at vinde frem, og på det sidste har undervisningen med CAS, dets muligheder og begrænsninger, været behandlet i en del artikler og bøger. I forbindelse med undersøgelsen i denne opgave, har jeg med hjælp fra søgning i Aalborg Universitetsbiblioteks database, og ved at anvende kilder primært fra artikler og bøger der behandler emnet, udført en søgning på CAS og læringsudbytte og lignende begreber, for at klarlægge omfanget af publicerede artikler og andre tekster om emnet.

Som resultat af søgearbejdet, begrænsede jeg udvalget til Springers udgivelser, som omhandler undersøgelser og sammenfatninger af emnet »matematik og CAS i den digitale æra« gennem databaserne Scopus, ProQuest og Primus, og artikler om emnet fra MONA (Matematik og Naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere).

Der blev søgt på tre sprog, dansk, tysk og engelsk. De anvendte søgestrengene inkluderede begreberne CAS, læring (learning / lernen), merværdi (Added value, Mehrwert) og didaktik (didactic, Didaktik), hvilket i alle tre databaser resulterede par hundrede tekster indenfor forskellige emner, hvorfor en filtrering blev nødvendig.

3.1.3 Grundlaget for valg af litteratur

I den fundne litteratur, blev der oftest målt summativt på elevernes læringsudbytte, mens denne undersøgelses fokus er elevernes læring med CAS, og om det i situationen giver merværdi, så udvælgelsen af litteratur afgrænsedes af følgende parametre; at litteraturen beskrev undervisning, og gav eksempler på undervisning med CAS, at didaktik og begrundelse for den anvendte didaktik var beskrevet og sat i forhold til en læringsteoretisk tilgang. Det medførte bla. følgende litteraturudvalg:

- MONA (Matematik og Naturfagsdidaktik - tidsskrift for undervisere, forskere og formidlere).
- Sammenstillinger af materiale fra forskellige kilder og meta-studier. som fx ICM Study Series eller Goos (2014).
- Litteratur om læring og didaktik, som Illeris et al. (2009), Carl Winsløw (2006), Säljö(2000) og Michael Wahl Andersen (2008)

Til sidst blev ud af de mange kilder udvalgt 52 artikler og 6 kompilationer, ud over de teoretiske grundbøger anvendt i undersøgelsen. Ved udvælgelsen blev

der lagt vægt på at skabe et tematisk mangefacetteret og bredt udvalg, for at kunne beskrive indsatsen med CAS. Det medførte fx at jeg inddrog tyske og australske undersøgelser, som fx CAS-CAT projektet fra Australien og Bärbel Barzels studier. Gruppen af tekster kunne deles i to hovedgrupper; de empiriske studier og de teoretisk funderede tekster.

Efter at have udvalgt teksterne, blev de sorteret efter deres *abstract*, fokuspunkter og citater, der efterfølgende blev sorteret og indordnet, som støtte for den afsluttende skriveproces.

3.1.4 De empiriske studier

Til de empiriske studier hører videnskabelige undersøgelser, set ud fra forskning og litteratur, der med udgangspunkt i forskningsspørgsmål på grundlag af indsamlede data, vurderer disse ud fra teoretiske principper. Herunder hører fx artikler såsom Mogensen et al. (2016) og Lindhardt (2011).

3.1.5 De teoretisk funderede studier

I denne række af tekster medregnes meta-undersøgelser eller de litterære undersøgelser, der undersøger forskellige facetter af indsatsen med CAS, fx Stacey (2003), Carreira et al. (2016) eller Watson and Ohtani (2015), men også tekster om teorier oprettet som følge af empiri, fx teorien om »instrumental genesis« Artigue (2002), Hutchins (1995) og forskellige didaktiske tekster af fx Hattie (2013) og Winsløw (2013), didaktiske koncepter fra de simple som Heimanns struktur- og faktoranalyse til RIPA (reasons, Information, Plan, Answers) af Ball and Stacey (2004) eller om kønsforskelle i anvendelsen af CAS, Hornæs and Røyrvik (2000).

3.1.6 Sammenfatning

De empiriske studier har alle det til fælles, at de prøver at opstille undervisningsmodeller ud fra studier og analyser af undervisning. Gennem videre undersøgelser prøver de at validere og modificere deres modeller. Erkendelserne og teorierne opnås grundlæggende på to måder, de kvalitative og kvantitative måder.

(1) De kvalitative undersøgelser. I de kvalitative undersøgelser tages typisk udgangspunkt i bestemte situationer, der analyseres og bearbejdes. Ofte anvendes forskellige metoder, dvs. en blandning af interview, lyd- eller videooptagelser og observationer af klasseundervisning, en gruppe elever eller fx en underviser.

(2) De kvantitative undersøgelser. Her opnås erkendelse om undervisningen på baggrund af et stort antal af undersøgt statistisk repræsentativt materiale. Typisk for de kvantitative undersøgelser, er at de undersøger »målbare« forhold, der kan omsættes til tal, såsom testresultaterne fra de nationale test, eller optællinger af karaktergennemsnit, målt og vejret gennem brillerne af de socioøkonomiske forhold.

Anvendes i en undersøgelse både kvalitative og kvantitative metoder, taler man om »mixed methods«.

Fællestræk og forskelle

Hvad der synes fælles for både de kvalitative og kvantitative undersøgelser, er Piagets forståelse af, *„Læring finder altid sted i mødet mellem nye impulser og den viden, kunnen eller forståelse, der er etableret i forvejen“* Illeris et al. (2009), og en bred enighed om, et konstruktivistisk læringssyn, dvs. at det er gennem elevens egen deltagelse og aktivitet, der konstrueres læring og viden, forståelse og kunnen. Således har Illeris fx eleven i centrum, og Mogensen et al. (2016) læner sig op af Artigue (Artigue (2002)) og mener; *„...som konsekvenser for undervisningen anbefaler vi udvikling af en ny didaktisk kontrakt, der fremmer en kollektiv instrumentering gennem fælles diskussioner og demonstrationer i klassen, og at man drøfter kongruens eller inkongruens mellem papir-og-blyant og CAS- teknikker.“* Fælles er altså, at de alle betragter læring som en individuel bearbejdnings- og tilegnelsesproces, der finder sted i en given social praksis i et praksisfællesskab - i vores tilfælde, fx klassen eller arbejdsgrupperne.

Forskellen mellem de to typer undersøgelser, ligger i inddragelsen af en social dimension, hvor videndeling i de kvantitative undersøgelser foregår mellem sociale væsener i en indbyrdes afhængighed, herunder hvordan eleverne betragter vidensdeling med hinanden som en af de vigtigste motivationer i et samhørighedsforhold. I Task Design in Mathematics Education ((Watson et al., 2012, s. 41)), løser opgavedesignet en del af problematikken; *„...tasks or problems that students are asked to solve, the kinds of discourse that are encouraged, the norms of participation that are established,..“*, og i Youngsters Solving Mathematical Problems with Technology går man endda så vidt, at man påstår; *„...students who take advantage of them will surely become better prepared citizens.“* (Carreira et al., 2016, s. 1). Barzel (Barzel, 2007, s.84) redegør for en hel række af faktorer, der har betydning for elevernes indbyrdes vidensdeling, hvor deling - og dermed, ifølge hendes undersøgelser, bidrager til at eleverne føler sig motiveret.

Begge inddragede typer, den kvalitative og kvantitative bidrager med teoretisk og empirisk funderet indsigt i elevers arbejde med digitale værktøjer, herunder anvendelse af CAS. Interessant er i den forbindelse den australske CAS-CAT undersøgelse, der beskæftiger sig med implementeringen af CAS i undervisningen,

og kommer til følgende resultater Barzel (2012a):

1. Elever der anvender CAS, tenderer mod at skrive kortere løsninger.
2. CAS-elever begynder at anvende CAS-programmets sprog og notationsform, når de snakker matematik

Begge er resultater, som kan genkendes i mine egne observationer af eleverne.

4

Hvad er Computeralgebra?

I DETTE afsnit diskuteres, hvad der gemmer sig bag begrebet computeralgebra, hvilken plads den har i folkeskolen og kort hvilke teorier der støtter op om anvendelsen af CAS i folkeskolens matematikundervisning.

4.1. Hvad er CAS? (Computer Algebra System)

CAS er en forkortelse for Computer Algebra System, og er i reglen en software, en app eller et online-senarium der gør eleven i stand til at beregne ting, som eleven før havde ville skulle bruge flere trin på.

CAS skal altså ikke kun forstås som en interaktion mellem en computer og sin bruger, men dækker også over lommeregnerne med computeralgebra-funktioner, og Smartphonens mange muligheder for at indhente funktionelle apps som fx MalMath ¹, der ikke alene giver eleven et facit, men også vejen til resultatet. I folkeskolen finder CAS indpas, ved især at understøtte elevernes udregninger af tekstproblemer, tegning af diagrammer og funktioner, samt gøre eleverne i

¹Se: <http://www.malmath.com/>

stand algebraiske manipulationer. CAS kan fx løse ligninger med en eller flere ubestemte, symbolsk som eksakt numerisk, fx som $\sqrt{5}$ eller tilnærmelsesvis som fx 2.236067977.

4.2. Legimitering i folkeskolen

CAS nævnes i undervisningsvejledningen Fælles Mål(UVM, 2009, s.68) første gang i 2009, hvor der står; „It anvendes som hjælpemiddel i problemløsning og anden opgaveløsning. Med redskaber som CAS-programmer, dynamiske geometriprogrammer . . . “, mens der på Undervisningsministeriets hjemmeside omkring Forenklede Klare Mål (2017) står; „Det er især igennem arbejde med problembehandling og modellering, at eleverne i matematik får mulighed for at udvikle digitale færdigheder som kritiske undersøgere. Som led heri skal eleverne anvende digitale værktøjer som regneark, CAS og dynamiske geometriprogrammer(UVM, 2016, s.24). Set i den tidsramme kan det derfor forekomme besynderligt, at der stadig diskuteres for og imod i folkeskolen, som det fx ses på undervisernes fælles vidensdelingplatform². Her diskuterer man ikke kun om, om it i skolen virker, og om indsatsen står mål med, hvad underviserne forventer mht. elevens udbytte, men også om, hvad eleverne havde kunne få ud af de samme ressourcer - tid, kræfter og penge? Der er altså modstandere og tilhængere.

CAS har været genstand for diskussioner og undersøgelser længe, og mange af de undersøgelser har vist en øget læringseffekt i matematik. Betalt produktunderstøttet forskning af fx Ti-Nspire³, Maple eller Mathematica, har (overraskende nok!) vist et forhøjet læringsudbytte, men også andre studier har understøttet konklusionerne (Mogensen et al., 2016), og kun ganske få har vist mindre eller ingen effekt⁴.

Man kan med udgangspunkt i ovenstående sige, at CAS i folkeskolen overordnet legitimeres gennem lovgivningen og Undervisningsministeriets anvisninger, sekundært gennem undersøgelser der påviser en positiv effekt på elevernes undervisning, men også i en påstand om, at skolerne skal 'adapte' til fremtiden⁵ (men hvad ved vi om, hvilke kompetencer der bliver vigtige?).

²Folkeskolen.dk[<https://www.folkeskolen.dk/603233/ingen-evidens-for-at-it-i-undervisningen-virker-eller>

<https://www.folkeskolen.dk/595128/nu-skal-it-ind-i-matematikundervisningen-alle-steder>

³Se fx: [http://ti-researchlibrary.com/Lists/TI Education Technology Research Library/Case Studies.aspx](http://ti-researchlibrary.com/Lists/TI%20Education%20Technology%20Research%20Library/Case%20Studies.aspx)

⁴<https://www.folkeskolen.dk/601660/phd-studerende-ingen-evidens-for-at-it-i-undervisningen-virker>

⁵<http://www.itifolkeskolen.dk/> (2017)

4.3. Pædagogiske overvejelser

På Undervisningsministeries læringsportal (emu.dk) fremgår det at; „*Digitale værktøjer skal indgå i matematikundervisningen gennem hele skoleforløbet, fra indskolingen til udskolingen*“ (emu.dk), endvidere at: „*I de forenklede Fælles Mål i matematik indgår brugen af digitale værktøjer i cirka hvert fjerde mål.*“ Ikke desto mindre, trods undervisningsministeriets målsætning, må det konstateres, at i kommunerne afsættes ikke midler til folkeskolen, således der kan efteruddannes underviserne, for at opruste til en pædagogisk anvendelse af CAS-værktøjet. Kommunerne modtog ellers sidste i 2016 64,1 millioner kroner til efteruddannelse af lærere og pædagoger i forbindelse med folkeskolereformen. Ifølge tal fra Undervisningsministeriet brugte kommunerne kun 7,4 millioner kroner af puljen. Ifølge Kommunernes Landsforening (KL) er forklaringen, at kommunerne selv skal betale lærernes løn under uddannelsesforløb (fx til vikardækning), hvilket vanskeliggøres af, at KL i økonomiaftalen med regeringen samtidigt har besluttet at holde udgiften i ro. Derfor kan det ikke undre, at nogle lærere vælger at kigge skeptisk på værktøjet, frem for at omfavne CAS som en ny mulighed i elevernes værktøjkasse.

Argumenter for eller imod brugen af CAS er mange, nogle er pædagogiske, nogle er praktiske. En af de mest brugte argumenter **for** brugen af CAS, minder til forveksling om nogle af de samme argumenter man anvendte, da folkeskolen indførte anvendelsen af lommeregneren i matematikundervisningen. Som positivt argument fremføres ofte; *CAS kan fjerne gentagelsens kedsomhed og vanskelighederne i algebraiske udregninger, så eleven får mere tid til matematisk modellering og problemløsning - eleven ville kunne udføre komplicerede matematiske udregninger, og mindre tid brugt på algebra færdigheder, giver mere tid til at arbejde med den vigtigste del af læringen, begreber.*

Blandt dem, der er skeptiske over for CAS, bruges ofte det modsatte argument; *at arbejde mindre med de algebraiske færdigheder, resulterer i en reduceret forståelse af de matematiske begreber.*

Der er forskel på at undervise **i** CAS og **med** CAS. At undervise **i** CAS tager tid, men tiden er en nødvendig investering for at kunne undervise **med** CAS. Det tager tid at mestre et program, tid, der kunne have været anvendt i elevernes træning af elementære færdigheder, noget som også kan frustrere eleverne (og forældrene). Især svagere elever har problemer med at forstå, at CAS kan hjælpe dem.

Flere undersøgelser har vist, at svagere elever har positivt læringsudbytte af CAS. Mette Andreasen⁶ konkluderer bla. „*Eleverne får et stort løft ved at bruge*

⁶Matematik og naturfag i verdensklasse II, Slutrapport 2004 - 2006, <https://science-gym.dk/oldweb/matnat/eval/slutrapp06.pdf>

CAS i matematikundervisningen“.

- Eleverne får større selvtillid og tror på, at de kan løse selv vanskelige opgaver.
- Der kan arbejdes med flere emner i matematikundervisningen. CAS betyder, at det er lettere at introducere nye begreber, og at der er mere tid til at fokusere på overordnede problemstillinger. Der er sket en god forskydning af vægtningen i matematikundervisningen.

Netop det, at CAS kan understøtte de svage elever, bruges som argument for indførelse af matematik med CAS, men der findes også undersøgelser der peger i modsat retning. Morten Misfeldt(Nielsen et al., 2016, s.120 ff) påpeger; *„It gør altså matematikundervisningen til et mere komplekst foretagende, og øger på en gang muligheden for at forbedre og udvikle matematikundervisningen og risikoen for, at matematikundervisningen bliver uklar og ikke udvikler elevernes matematiske forståelse“* og *„... Et af de mest typiske problemer handler om, at it kan være med til at blackboxe centrale matematiske processer“*.

Et er i hvert fald sikkert, inddragelse af CAS i undervisningen påvirker læringen og den pædagogiske og didaktiske tænkning.

CAS er et system der venter på en pædagogik. Vi skal have et bud på en tænkning der omfavner anvendelse og integration i undervisningen, med formålet at eleverne maksimerer deres læringsudbytte. Vi bliver nødt til som undervisere at have en viden om, hvordan elever af begge køn lærer ved brug af CAS.

4.4. Teorier der støtter op om anvendelsen af CAS

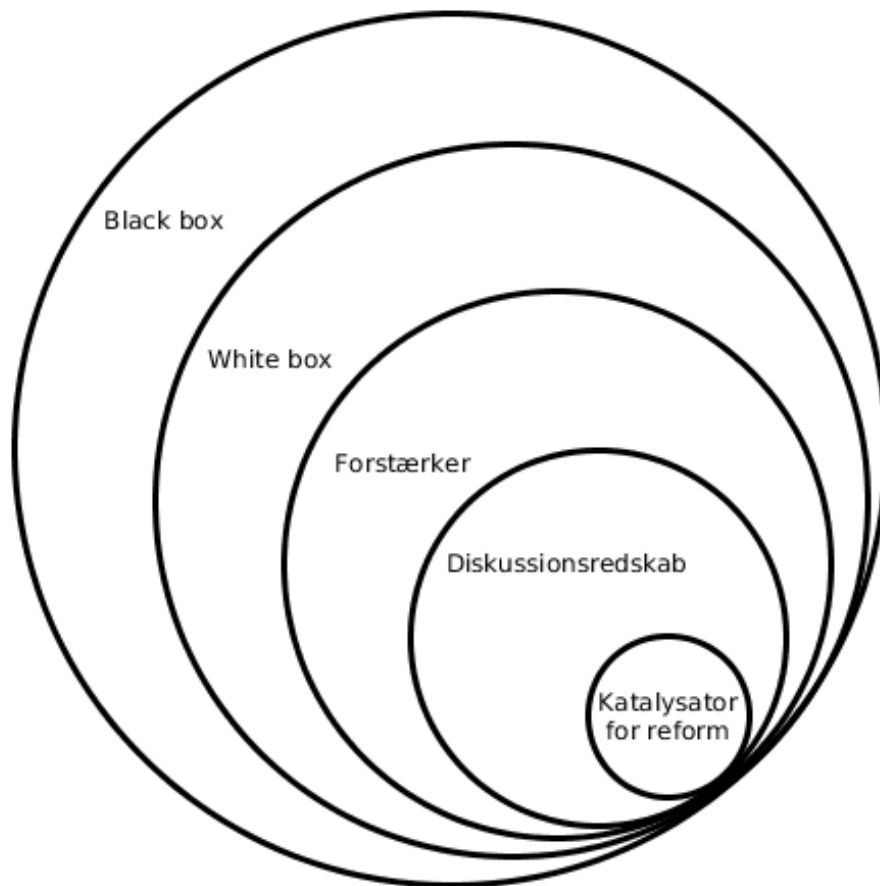
Ganske kort gennemgås her antydningsvis de teorier, der støtter op om anvendelsen af CAS i folkeskolens matematikundervisning, teorier der bliver taget op senere i forbindelse med undersøgelser foretaget på en folkeskole.

Egentlige teorier der kun omhandler CAS findes ikke, vi vil derfor ty til de mere almene teorier, teorier om didaktiske overvejelser og teorier om læring sat ind i undersøgelsesernes undervisningsmæssige sammenhænge.

I og med undersøgelserne tager udgangspunkt i en samarbejdsorienteret undervisningsdidaktik, anvendes Wenger og Laves teori om *praksisfællesskaber* som forklaringsmodel. Læringsteoriene og de didaktiske overvejelser indrammes motivationsmæssigt af Deci & Ryans teori om *self-determination* og Banduras teori om *self-efficacy*, dannelsesmæssigt af Kalfki og Dewey og teorierne om læringen og dens væsen af Knud Illeris og Roger Säljö.

4.5. Nabbs bokse

Man kan ikke komme uden om Keith Nabbs model for brugen af CAS, og i dette afsnit diskuteres Nabbs inddeling i fem kategorier for brug af CAS; black-box, white-box, CAS som forstærker, CAS som diskussionsredskab og som katalysator for reform (fig. 4.1). Artiklen jeg henviser til, er skrevet i 2009, men oversat af Niels Johnsen og kommenteret af Morten Misfeldt (Nabb, 2016, MONA s. 8 -19)



Figur 4.1: En model for brugen af CAS, Nabb (2016)

Nabbs introduktion af begreberne omkring CAS-brug, kan kædes sammen med *instrumental genesis* og kognitive teknologier, og danner dermed et fint skelet for forståelsen af brugen af CAS i undervisningen.

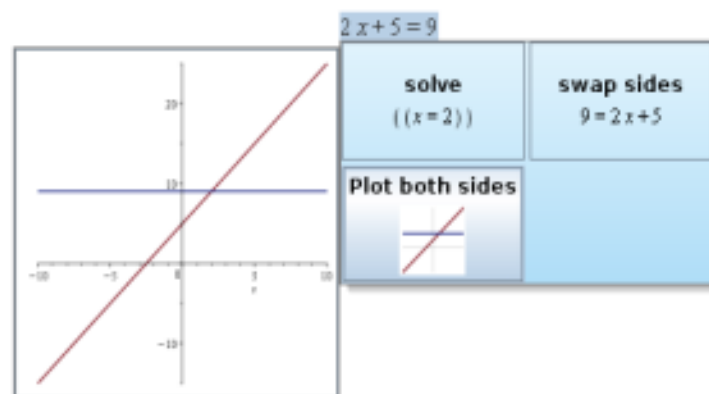
I artiklen "CAS som omstrukturingsværktøj i matematikundervisningen" fremfører Nabb, at brugen af CAS giver anledning til en række af nye begreber og forståelser for, hvad der er på spil, når IT inddrages i en læringssituation.

Med **Black boxing**: menes, når brugen af CAS: „...frembringer svar på matematiske spørgsmål uden opmærksomhed på ræsonnementerne ... som frembringer resultater uden noget hvorfor eller hvordan“. ((Nabb, 2016, s.14).

CAS overtager styringen og udtømmer læringspotentialer for eleven. „I helt reel forstand kaprer CAS brugerens inputs og udføre mystiske og nogle gange uønskede operationer“ ((Nabb, 2016, s.14). Samtidigt ligger der også et potentiale for, at eleven kan udføre beregninger som eleven under andre omstændigheder, ikke ville kunne udføre.

Begrebet **White boxing** referer til CAS' strukturelle opbygning. „Et CAS-program ... vil gøre nøjagtigt som eleven beder om.“ (Nabb, 2016, s.15), skulle eleven vælge en forkert strategi, ville CAS-systemet gøre opmærksom på, at denne strategi ikke bidrager til at løse problemstillingen, men samtidigt ikke give et andet forslag - modsat den situation, hvor eleven fx befinder sig i en dialog med en lærer eller en klassekammerat. Her ville de gøre opmærksom på, at den valgte strategi var forkert og foreslå en korrekt.

White boxing giver altså rum for, at eleven genovervejer sin strategi og forsøger nye tilgange, det er „umiddelbarheden og neutraliteten i computerens svar der giver grobund for læring“ (Nabb, 2016, s.15) - på den måde bliver tænkningen beriget, og stimuleret på et højere niveau. Begrebet **Forstærkere** dækker over CAS's mulighed for at præsentere eleven en række af variationer over samme tema, se figur 4.2



Figur 4.2: Maple-CAS giver tre muligheder til ligningen.

Nabb beskriver White boxing som særligt befordrende i en begyndende begrebsdannelse situation. „... det er CAS'evne til at give øjeblikkelig og ikkedømmende feedback, der åbner døre for nybegyndere som kæmper med begreberne.“ (Nabb, 2016, s.15)

Nabb mener, at de forskellige repræsentationer forstærker elevens intellektuelle aktivitet, fordi repræsentationerne giver mulighed for, at få øje på sammenhænge, der ellers ville forblive skjult, og fordi det giver eleven mulighed for at bruge CAS „som et generelt eksperimentielt redskab“ (Nabb, 2016, s.16). Nabb udtrykker fordelene ved at eleverne kan eksperimentere således: „rykker en sådan brug »manuelt arbejde« ... ned på et nogle gange usynligt niveau, sådan at brugeren kan træde et skridt tilbage og generalisere i bredere forstand“ (Nabb, 2016, s.16), man kan sige at CAS nemt lader eleverne teste deres forskellige modeller, og at CAS giver dem mulighed for at læse, hvad de faktisk tester.

Begrebet CAS som **diskussionsredskab**, dækker over „eksternalisering af matematiske ideer for at fremme dialogen ... Pea slår fast, at kognitive teknologier gør mellemtænkning til noget eksternt ... som man derefter kan analysere, reflektere over og diskutere“ (Nabb, 2016, s.16). Nabb påpeger hermed, at CAS som diskussionsredskab har et særligt potentiale til at gøre tænkningen, i og om matematik tilgængelig, fx ved at „CAS virker som en katalysator for diskussioner om, hvad der optræder på skærmen.“ (Nabb, 2016, s.17).

Det sidste begreb; CAS som **katalysator for reform**, kan skal kort her defineres som „enhver bevægelse der fører til en ikke-traditionel måde at gribe læring af et emne an på, uanset om forandringen kanaliseres gennem undervisningen eller gennem elevernes aktivitet.“ (Nabb, 2016, s.17).

Hvor ses boksene i undersøgelsen?

I undersøgelseerne i kapitel ni (se dette), kan vi af observationerne se, at eleverne anvender CAS enten som kontrol eller diskussionsredskab. Vi beskæftiger os altså med Black og White box, når fx de gennem GeoGebra CAS efterprøver deres opgaver, med Forstærkere og CAS som diskussionsredskab, når eleverne anvender Maple CAS'funktioner til at skabe sig et overblik over deres muligheder (jvf. fig 4.2). I observationen beskæftiger vi os ikke *CAS som katalysator for reform*, primært fordi lærernes didaktiske kunnen endnu ikke er tilstrækkelig til at tage hul på dette aspekt.

Morten Misfeldt argumenterer for, at man kan se på CAS med en værktøjstankegang, „der fokuserer på opgaveløsning og distribuering af kognitive processer“ (Nielsen et al., 2016, s. 123), og påpeger samtidigt det dialektiske mellem opgave, elev og værktøj.

Observationerne og interviewet af lærerne, påpeger at de netop anvender en værktøjstankegang, dels set i lyset af curriculum, idet i nogle af de opgaver underviserne tilrettelægger, hvor CAS skal anvendes, er planlagt opgaver som eleverne jvf. Fælles Mål skal arbejde med, og dels set i lyset af de formelle

undervisningskrav underviserne er pålagt af deres arbejdssted.

5

Hvad er læring?

INDLEDNINGSVIS for at danne os et overblik over begrebet *læring*, før vi skal diskutere *læring i matematik*, beskæftiger dette kapitel sig med et konstruktivistisk overordnet blik på, hvad læring er gennem Knud Illerís to modeller, den ene om læringens processer (fig: 5.1) og den anden om læringens hovedelementer (fig: 5.2). For at skabe en sammenhæng mellem det overordnede syn på læring og ministeriets forståelse, gennemgås derefter det to-delte syn, den *strukturelle læringsteori* og den *sociale læringsteori* (fig:5.3). Begge læringssyn er til stede og fungerer side om side i Fælles Mål, der er Undervisningsministeriets syn på, hvad der skal læres, og hvorledes de digitale værktøjer indgår.

For at følge op på ministeriets syn, gennemgås den *relationsmodel* (fig:5.4) ministeriet anvender som grundlag for, hvorledes læring skal forstås og indlæringen indordnes under de fire overordnede begreber *læringsmål*, *undervisningsaktiviteter*, *evaluering* og *tegn på læring*.

Til sidst rundes kapitlet af, ved at samle de tre afsnit og hovedsynspunkter i Hiim & Hippes didaktiske relationsmodel (fig:5.5) som en model, der repræsenterer og forener synene på læring.

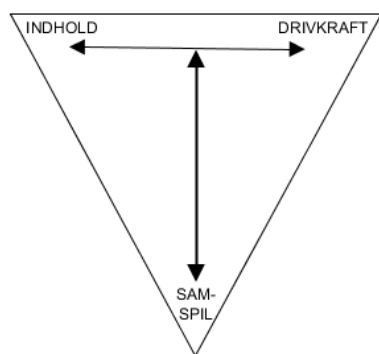
5.1. Et overordnet syn på Læring

„Alle kognitive aktiviteter sættes i gang af tilpasningsgrunde(Hermansen, 1996, s.48 (Piaget))“, med andre ord kan læring udtrykkes som mødet mellem nye viden og allerede etableret viden, og overordnet defineres som „*enhver proces*,

der hos levende organismer fører til en varig kapacitetsændring, og som ikke kun skyldes glemsel, biologisk modning eller aldring.(Illeris et al., 2009, s.12)“, eller som Dewey udtrykker det, „Når aktiviteterne gennemføres, og man underkaster sig konsekvenserne - når den forandring, handlinger forårsager, reflekteres i en forandring - er bevægelsen ladet med betydning. Vi lærer noget. (Dewey, 2006, s.157)“

Knud Illeris's figur 5.2 opdeler og opstiller et overblik over de faktorer der påvirker på individets mulighed for læring.

Med udgangspunkt i modellens centrum (**læring**), skriver Illeris om fire faktorer; proces, dimension, læringstype og læringbarriere - jeg vil her kort forsøge at opridse modelens centrum, ved at anvende Illeris's læringstrekant fig:5.1, og de tre overskrifter; *indhold*, *drivkraft* og *samspil*. Tilegnelsesprocessen er i læringstrekanten tegnet som en vandret dobbelt pil mellem indhold og drivkraft.



Figur 5.1: Læringens processer og dimensioner (Illeris et al., 2009, s.17)

Med dobbelt-pilen mellem **indhold** og **drivkraft**, peger Illeris på, at tilegnelsesprocessen fungerer på det individuelle niveau i det enkelte menneske, mens drivkraften i tilegnelsesprocessen er ønsket om mestring og samspillet med omverdenen (Illeris et al., 2009, s.16-17). Hos folkeskolens elever vil samspillet fx dreje sig om aksen mellem kammerater, lærere og forældre.

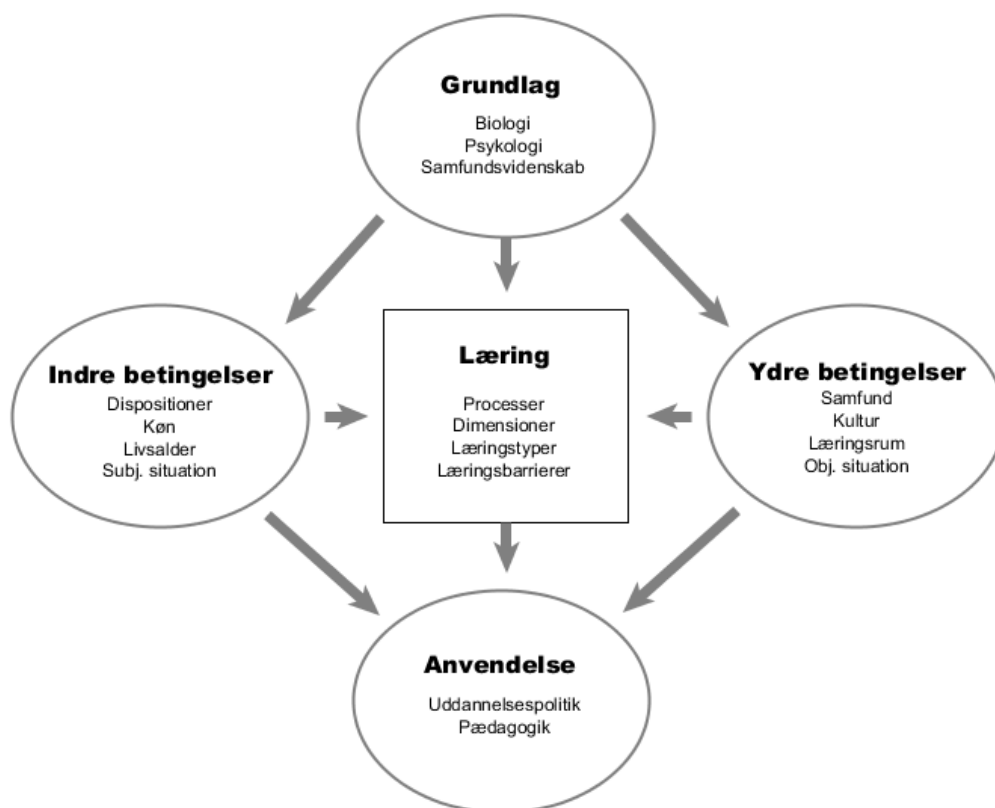
Den lodrette akse, drejer sig om individets **samspil** med omgivelserne. Iflg. Illeris kan læring ikke forstås uden at medtænke den kontekst eller sammenhæng, hvori individet indgår, fordi individet gennem tilegnelsen „*udvikler sin socialitet*“(Illeris et al., 2009, s.18)“ gennem kommunikation og samarbejde. Individet skal ikke opfattes som en passiv modtager af information (*tankpasser-modellen*), men gennem sin egen aktivitet konstruere en egen meningsgivende opfattelse af omverdenen.

I figur 5.2 finder vi læringens **grundlag**, med det mener Illeris at biologiske, psykologiske og socioøkonomiske faktorer modarbejder eller ligefrem stilladserer mulighederne for læring. „*På den ene side samspiller læringen med den umiddelbare situation*“ ... „*på den anden side [med] den samfundsmæssige baggrund og ramme*“(Illeris et al., 2009, s.15)“

I figurens venstre og højre side befinder sig de **indre betingelser** og de **ydre betingelser**. Med begrebet de indre betingelser taler Illeris om individets forudsætninger for læring, altså det enkelte individs læringsmuligheder og måder at

lære på, og med begrebet de ydre betingelser mener han elementer fra individets aktuelle situation, samt de samfundsmæssige og kulturelle forhold individet befinder sig i og under. (Illeris et al., 2009, s.23-31)

I figurens bund, finder vi læringens anvendelse. Her opstiller Illeris de samfundsmæssige betingelser, hvor det i uddannelsessektoren, „drejer sig om udvikling af samfundsmæssig nødvendig eller hensigtsmæssig læring hos samfundets medlemmer (Illeris et al., 2009, s.32)“, der påtvinges individet direkte eller indirekte, gennem institutioner eller uddannelsesforløb, for at opnå bestemte muligheder og positioner i samfundet.



Figur 5.2: Læringens hovedelementer (Illeris et al., 2009, s.36)

5.2. Sammenfatning

Knud Illeris's læringsopfattelse har afsløret sig selv som (social)konstruktivistisk, ved at fremhæve, at det er individet tilegner sig viden, ved at konstruere deres egen opfattelse gennem deltagelse og aktivitet, dermed stiller han sig på linje

med Wenger & Lave der mener at læring er en social proces. Læring kan dermed opfattes både som en individuel og en social proces.

Modellen kan tages som gidsel Undervisningsministeriets opfattelse af uddannelse og læring som mestring af kompetencer. Jeg vil i det næste afsnit kigge på ministeriets holdning til læring, ved at kigge på deres relationsmodel og de to tilsyneladende læringssyn der lægger sig hen over folkeskolens virke, hvor skrivebord møder underviseren.

5.3. Hvad Undervisningsministeriet skriver . . .

I FKM 2017 udtrykkes en overordnet målsætning, mål som alle elever skal nå, og opstilles fokuspunkter for elevernes færdigheder og kunnen. I det følgende vil vi kun beskæftige os med »3. trinforløb for 7. - 9. klasse«, begrundet i, at de efterfølgende præsenterede undersøgelser tager udgangspunkt i udskolingen. Ved at anviser fokuspunkter og slutmål for elevernes læring, lægges der op til at eleverne besidder en »kernefaglighed«, som kan forstås som *„den kerne af indsigter og metoder i faget, uden hvilket det mister sin sammenhæng og identitet“* (Winsløw, 2013, s.77)

I indledningen kan man læse: *„I dette trinforløb bygger undervisningen i stadig stigende grad på den viden og kunnen, som eleverne har opnået i skole-sammenhæng, men elevernes matematikrelevante erfaringer fra hverdagen skal stadig have mulighed for at spille en rolle i undervisningen.“* (UVM, 2016, s.16). Undervisningsministeriet forudsætter dermed en taksanomisk opbygning af undervisningsens elementer, og afspejler en holdning til, at ved at bruge matematikken kontekstbestemt, og binde undervisningen op om elevernes egne erfaringer, støttes der op om elevens læring, således at undervisningen *„...skal samlet set gøre eleverne i stand til at handle hensigtsmæssigt i situationer, hvori matematik indgår.“* (UVM, 2016, s.17). Implicit ligger ligledes her fagets dannelsesbegreb.

Undervisningsministeriet om it og medier

Der er tre tværgående temaer i FKM, som læreren skal integrere i undervisningen: It og medier, sproglig udvikling, innovation og entreprenørskab.

Mål for it og medier er indarbejdet i målene for fagene, og der er udarbejdet en undervisningsvejledning.

„De (it-værktøjerne) skal fungere stilladserende for elevernes læring af matematik bl.a. gennem undersøgende arbejde, som hjælpemiddel i løsning af problemer og opgaver, til informationssøgning og til kommunikation om og med matematik.“ (UVM, 2016, s.24). Det er gennem det undersøgende arbejde understøttet af de digitale værktøjer, at eleven skal gøres til *„kritiske undersøgere“*

og ikke bare bevidstløse (for)brugere, gennem matematisk analyse, modellering, kommunikation og problembehandling.(UVM, 2016, s.24)

5.4. To læringssyn i folkeskolen?

Ingen jeg går igang med at beskrive Undervisningsministeriets syn på læring, vil jeg lægge ud med at diskutere begreberne det funktionalistiske og sociale læringssyn.

Strukturfunktionalisme

Læringsbegrebet er kulturbestemt, og afspejler det til enhver tid gældende samfund, fordi der er en økonomisk og/eller ideologisk en politisk interesse i læringsspørgsmålet. Dette nævnt fordi, det er min opfattelse, at elever i den Danske Folkeskole udsættes for to læringssyn, den strukturfunktionalistiske ministerielle ideologiske løsning og det praksisorienterede sociale læringssyn.



Figur 5.3: Det funktionalistiske- og den sociale læringssyn

De klassiske læringsteorier - behaviorisme og kognitivismen - beskriver, hvordan et individ tilpasser og indpasser sig til sine omgivelser, det funktionalistiske

læringssyn beskriver i forlængelse heraf, hvad og med hvilket formål individet skal lære og underviseren undervise. Det behavioristisk læringssyn observerer en forandring af den ydre og observerbare adfærd (Säljö, 2005, s.53), og det kognitivistiske læringssyn befatter sig med det målbare, idet man antager, at der „eksisterer en grundlæggende mekanisme (eller apparat), som udgør tænkningens centrum, og at dette fænomen og dets processer kan undersøges i sig selv“ (Säljö, 2005, s.58). Vi nærmer os her noget centralt for Fælles Mål, nemlig at elevernes læring skal gøres observerbar og målbar, med det formål at 'skubbe' eleverne op gennem taksanomien, således at eleven bliver motiveret for at lære mere og være aktivt deltagende i undervisningen. (Danmarks Evalueringsinstitut, 2014, s.25) Vi har hele pakken af de klassiske læringssyn repræsenteret - observerbar, målbar og adfærdsændring - og værktøjet er underviseren.

Det strukturfunktionalistiske læringssyns ophav er Talbot og Luhmann. Synet bygger på en antagelse om, „...daß das Umweltverhältnis des Systems durch die Struktur des Systems reguliert wird;“ at systemernes strukturer udvikles på baggrund af systemets funktion. (Bednarz and Luhmann, 1987, s.250)

Det strukturfunktionalistiske læringssyn læses i Undervisningsministeriets anvisninger af metoder og i folkeskolelovens indhold. Her står skrevet, hvad eleverne skal undervises i, som det kommer til udtryk på ministeriets hjemmesider¹, hvordan (målstyret undervisning) og hvorfor de skal undervises (resultatstyring). Dette kan bedst udtrykkes i følgende citat af Claus Holm DPU:

„Skolereformen flytter fokus fra undervisningens indhold til undervisningens resultater i form af elevudbytte. Det betyder at lærerens didaktiske ekspertise fremover forventes at knytte sig til, hvad den enkelte elev skal lære, og ikke til en bestemt og fagligt kanoniseret viden ... Den indholdsstyrede didaktik er død, længe leve den læringsmålstyrede pædagogik“ (Holm, 2014, s.2)

Telos betyder overordnet, *en retning for læring*. I strukturfunktionalismen og de klassiske læringsteorier er telos tilpasning, social accept og social orden - eleven skal tilpasse sig skolen og dens normer for at kunne modtage læring, som det fremgår af fig: 5.3. Man forklarer de „*sociale strukturegeneskaber, normer og institutioner ved at vise deres gavnlige virkninger for samfundet som helhed*“. (Andersen and Kaspersen, 1996, s.235)

Overfor strukturfunktionalismen står det sociale læringssyn præsenteret bl.a. gennem Lave & Wenger og Engeström.

¹se fx: <http://www.emu.dk/modul/kom-godt-i-gang-med-arbejdet-med-læringsmål>

Det sociale læringssyn

Lave & Wenger beskriver læring som en mellemmenneskelig aktivitet og som et allestedsnærværende aspekt af menneskelig handling og praksis. Læring finder dermed ikke kun i et statsstyret system, som fx skoler, men også ukontrollabelt uden for systemerne. Det er en salgs »læring-til-folket-teori«. For Lave & Wenger er læring ikke en individuel, mental aktivitet. Læring handler om at udvikle praksisfællesskaber i organiserede miljøer. Det at lære, vide eller tænke beskrives i en social og situeret sammenhæng. (Wenger, 2004, s.4). Her har telos skiftet fokus fra social accept og indordning til *engagement og deltagelse i praksisfællesskaber*, se fig: 5.3.

Engeström mener i forlængelse deraf, at *„læring forstås som læringsvirksomhed, der har sine egne typiske handlinger og redskaber. Genstanden for læringsvirksomhed er hele det virksomhedssystem, som den lærende er engageret i. Ekspansiv læringsvirksomhed frembringer nye kulturelle virksomhedsmønstre.“* (Engeström, 2007, s.90). Alle tre giver med andre ord udtryk for, at individet deltager i et fællesskab, den lærende er ikke alene - individet interagerer med sin omverden. Hermed trækkes der tråde tilbage til afsnittet om det overordnede syn på læring.

Virkeligheden mellem de to stole - en opsamling på to læringssyn

Her placerer 'virkeligheden' sig mellem de to stole. Med virkeligheden menes, den undervisning der finder sted i den danske folkeskole. Den kan bl.a. af socioøkonomiske som politiske og kulturelle forhold, ikke altid underordnes de strukturer der fra statens side er ønskelige, men må tillempes netop de vilkår, skolen og dens elever eksistere under, fx kolliderer virkeligheden med strukturen der, hvor undervisningen gøres afhængig af it-platforme (de er billigere end bøger) og kommunernes trængte økonomi, der tvinger dem ud i *Bring Your Own Device*. Således har alle elever ikke adgang til fornuftige devices, der giver dem den fornødne adgang, til de materialer de skal arbejde med. Så der hvor strukturen skulle forene, splitter den i stedet.

Lærernes undervisning tillempes virkeligheden til de strukturelle systemer, således både testes, evalueres, vejes og prøves eleverne - som de skal - men eleverne mødes også af engagement, tilhørsforhold og fællesskaber anvendt aktivt som stilladsering af deres læring.

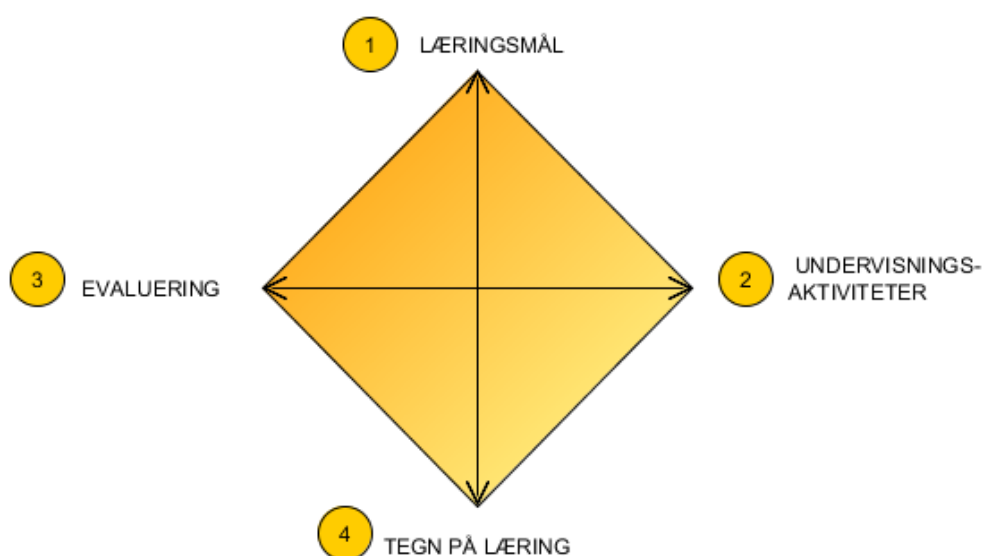
Eleverne møder i skolen flere praksisfællesskaber, de møder klassefællesskabet og de møder kammeratlige fællesskaber der bygger på fælles interesser, venskaber og påtvungent gruppearbejde, og i undersøgelserne skal vi bl.a. kigge på det *påtvungne-frivillige* praksisfællesskabs mulige lærings-merværdi.

Efter således at have diskuteret, hvad Undervisningsministeriet skriver om matematik og it, og diskuteret de to læringssyn eleverne bliver mødt med i folkeskolen, vil vi nu vende blikket mod to relationsmodeller, Undervisningsministeriets relationsmodel og Hiim & HIPPES relationmodel, før vi diskuterer, hvad *matematisk læring* er.

5.5. To relationsmodeller

Indeledningsvis introduceres Undervisningsministeriets relationsmodel (fig:5.4) der sammenholdes med Him & HIPPES læringsmodel, for helt færdige med Undervisningsministeriet blev vi alligevel ikke.

Undervisningsministeriet stiller følgende relationsmodel op (fig:5.4), som en tydeliggørelse af, hvorledes undervisningen bør bygges op for at maksimere elevernes læringsudbytte, og henviser i den forbindelse til John Hattie, hvilket ikke er så mærkeligt, fordi hans meta-undersøgelse handler om, hvorledes og hvilke strukturer der har en læringsmæssig effekt, og hvorfor han derfor også inddrages her, sammen med EVA ² og ministeriets hjemmeside.



Figur 5.4: Relationsmodellen. Undervisningsministeriet 2016.

²Danmarks Evalueringsinstitut

5.6. Undervisningsministeriets relationsmodel

John Hattie peger på, vigtigheden af at arbejde med **læringsmål** (1) (Hattie, 2013, s.88). Lærerne skal planlægge elevernes undervisning og forholde sig til målene for de undervisningsaktiviteter, der gennemføres, og til, hvordan det er muligt at evalueres på elevernes læring. Ifølge Hattie er de ligeledes vigtigt, at læringsmålene løbende tilpasses de enkelte elevers forudsætninger for læring. (Hattie, 2013, s.176)

De overordnede mål fra Fælles Mål skal oversættes til konkrete læringsmål og konkrete **undervisningsaktiviteter** (2) , således at der er en sammenhæng mellem Fælles Mål, sammensætningen af undervisningsforløbet, undervisningsaktiviteter og læringsmål med det formål at maksimere elevernes læringsudbytte.

Aktiviteterne skal understøtte målet for undervisningen, og give undervisere som elever viden om læringsudbyttet med henblik på formativ eller en summativ **evaluering** (3), evalueringen skal finde sted løbende under og efter undervisningsforløbet og i planlægningsfasen.

Sidst (men ikke mindst) så skal aktiviteterne være med til at understøtte trivsel (EVA, 2014, s.12),(Hattie, 2013, s.176) ³. Her afspejles både det strukturelfunktionalistiske og sociale læringssyn.

Tegn på **læring** (4) er målet med undervisningen, elevens viden og kundskaber skal kunne vejes og måles. Det har to formål: at fortælle underviser som elev, om de er på vej eller har nået målet. I læringsmålstyret undervisning forstås *tegn på læring* altså som elevens synlige handlinger, sproglige tilkendegivelser eller produkter - ting der kan måles på. Læreren kan samle disse synlige tegn op på to måder; gennem en formativ evaluering (der i parentes bemærket ifølge Hattie har stor effekt (Hattie, 2013, s.289)), og så har det også stor effekt summativt at måle elevernes niveau, for at se, om der er en udvikling i elevernes læring (Hattie, 2013, s.289).

Opsamling af Undervisningsministeriets relationsmodel

Det fremgår tydeligt af modellen, at læring opfattes som en produktionsproces af kompetencer, der kan måles og vejes på, og dermed er læring ikke et individuelt (privat) anliggende, men et socialt og samfundsmæssigt anliggende. Hermed peger modellen samtidigt tilbage på det konstruktivistiske læringssyn, som beskrevet gennem Illeris og det overordnede syn på læring.

Det er her på nærliggende at sammenligne Undervisningsministeriets model med Hiim & HIPPES didaktiske relationsmodellæringsmodel, og deres bud på

³Se også: <http://www.emu.dk/modul/læringsmål-relationsmodel-og-evaluering-i-fællesfaglig-naturfagsundervisning>

hvordan den optimale undervisningssituation opnås.

5.7. Hiim & Hippes didaktiske relationsmodel

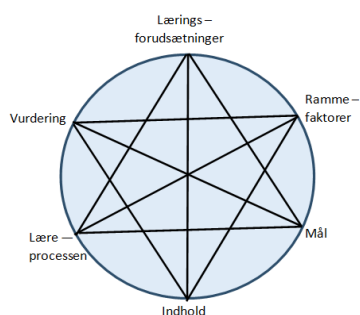
Hiim og Hippes didaktiske relationsmodel er et forsøg på en model til analyse af et undervisningsforløb, og samlet set et billede af skolens overordnede mål (Hiim and Hippe, 1997, s.114). Den didaktiske relationsmodel handler om relationerne mellem læringsforudsætninger, rammefaktorer, mål, indhold, læreprocessen og evaluering.

Modellens begreb Læringsforudsætninger, der dækker over elev- og lærerforudsætninger kan sammenholdes med figur 5.4 og dets begreber undervisningsaktiviteter, læringsmål og evaluering, hvor man også i Hiim og Hippes model kigger nærmere på undervisernes kompetencer og elevernes interesser og kompetencer i forhold til undervisningsforløbet. (Hiim and Hippe, 1997, s.119-120)

Når Hiim og Hippe taler om rammefaktorer, menes de selvsamme elementer såsom samfund, kultur mm. som i figur 5.2, som gennemgået hos Illeris. „*Rammefaktorer er altså forhold, som kan fremme eller hæmme undervisning og læring på forskellige måder*“. (Hiim and Hippe, 1997, s.155). Rammerne skal forstås og vurderes i forhold til, hvad undervisningen og læringen drejer sig om - dvs. i forhold til målene for undervisningen.

Målene i den didaktiske relationsmodel, fastlægger lærerens hensigt med undervisningen, og beskæftiger sig hermed med undervisningens indhold, retning og formål (Hiim and Hippe, 1997, s.179). Dette lægger godt i tråd med Hatties beskrivelse af hvad der har læringsmæssig effekt og ministeriets beskrivelse af målstyret undervisning, som det fremgår af afsnittet om Undervisningsministeriets relationsmodel- figurens begreb indhold, beskriver i forlængelse, kan man fristes til at sige, deraf, hvad undervisningen handler om, ud fra hvad man mener er værdifuld viden i skolen, og hvordan den er tilrettelagt ud fra de fastlagte undervisningsmål. Hvad der anses for værdifuldt kan vurderes i forhold til samfundets værdier og interesser (som påpeget at Illeris og i FKM), elevernes egne behov og interesser samt fagenes egenart og kultur. (Hiim and Hippe, 1997, s.195-196).

Hiim og Hippe arbejder her med to former for indhold i undervisningen, det



Figur 5.5: Den didaktiske relationsmodel (Hiim and Hippe, 1997, s.114)

skjulte og det åbne (Hiim and Hippe, 1997, s.209). Det åbne indhold, er det indhold eleven mødes med i undervisningen, læreplanens ansigt ud ad til - "du skal lære at læse, du skal lære at regne!" Det skjulte indhold er uudtalte forudsætninger og uskrevne love - det siges fx ikke, „at skolen også er en sorteringsmaskine til videre uddannelse og arbejdsliv“ (Hiim and Hippe, 1997, s.210) eller man ikke må prutte timerne!

Modellens begreber vurdering og evaluering kan her ses ækvivalente med ministeriets begreber: Evalueringen foregår løbende af både af undervisningsprocessen og elevernes læring.

Hiim og Hippe fokuser på to typer af vurdering; en vurdering af elevens præstationer og arbejde sat op mod undervisningens indhold og elevens sociale baggrund. En vurdering af lærerens planer og læringen i forhold til planen, samt gennemførelse af undervisningen. (Hiim and Hippe, 1997, s.278).

Læreprocessen beskriver hvordan læringen foregår og hvem der tilrettelægger forløbet. Læringsforløbet kan være tilrettelagt enten af læreren eller af læreren og de lærende i fællesskab. Ifølge Hiim og Hippe, er der tre principper som bidrager til en succesfuld læringsproces; medbestemmelse, oplevelsesorienteret undervisning der giver de eleverne mulighed for at danne egne erfaringer, og sammenhæng mellem teori og praksis. (Hiim and Hippe, 1997, s.236). Undervisningsstrategier, såsom målstyret undervisning, som anbefalet af Undervisningsministeriet, Hattie mfl. understøttes hermed også i Hiim og Hippes model, der samlet set derfor godt kan anvendes som et analyseredskab til '*den gode undervisning*' gennem „*praktisk – teoretisk planlægning, gennemførelse, vurdering og kritisk analyse af undervisning og læring*“ (Hiim and Hippe, 1997, s.248). - læring gennem oplevelse forståelse og handling.

Opsamling af de to relationsmodeller

Undervisningsministeriets model sammenholdt med Hiim, Hippe, Illeris og Hattie og deres modeller og syn på læring, understøtter tilsyneladende et langt stykke hen af vejen hinanden. Alle har de det grundsyn, at læring er et individuelt projekt i en socialafhængig kontekst, og alle har de en holdning til, at undervisning skal planlægges og udføres med et (for)mål - de åbne eller de skjulte - eller som Hiim & Hippe udtrykker det; de manifesterede eller latente mål. De mål eleverne 'ser' de skal lære, fremgår fx af bøger og underviserens fremlægning. De mål eleverne 'ikke ser', er fx den politiske dagsorden der former læringens indhold, som at flytte fokus fra verdenshistorie til danmarkshistorie, for nu at tage et eksempel fra dansk kulturpolitik. Og hvad har alt dette så med CAS og læring i matematik at gøre?

I det følgende afsnit vil jeg beskæftige mig med begrebet *læring i matematik*

i sammenhæng med it, og om det overhovedet er foreneligt med ovenstående modeller og grundsyn på læring. Kan forståelsen af, hvad læring er anvendes på læring i matematik og it i en konstruktivistisk sammenhæng?

6

Læring i matematik

EFTER AT have kigget på læringsbegrebet overordnet gennem brillerne på Undervisningsministeriet, Knud Illeris og Him & Hippe, vil vi nu dykke ned i læring i matematik og CAS. Først skal vi diskutere, hvad begrebet *læring i matematik* dækker over, dernæst skal vi diskutere hvorledes CAS kan understøtte begrebet, før vi kigger på de undersøgelser der enten understøtter eller begraver nogle af udsagnene.

Som allerede nævnt, skal vi inddrage Wenger & Laves teori om praksisfællesskaber, teorier om self-determination og self-efficacy og kigge på det dannelsesmæssige aspekt, efter vi nu har kigget på teoretikerne (og praktikerne) omkring læringsteoriene.

6.1. Læring i matematik

Matematik er, sammen med den nye dreng i klassen *naturfag*, det næststørste fag i skolen – eleverne ved det er vigtigt, men mange synes det er svært. Men kan alle lære det?

Læring i matematik skal ses i lyset af begrebet læring, her anvendt social-konstruktivistisk, og Undervisningsministeriets hvad, hvordan og hvorledes, som beskrevet i foregående kapitel. For at forstå læring i matematik må vi også kigge på fagets didaktik, her især med henblik på CAS.

Fagets mål er på længere sigt at opbygge en sammenhængende systematik med regler, begreber og metoder, som senere kan benyttes til at skabe ny viden og ny indsigt.(UVM.2017)

Med viden om matematik menes, at eleven kan anvende fagets begreber og metoder, og vide hvorfor begreberne og metoderne er vigtige, i hvilke situationer de kan anvendes, og hvorledes forskellige begreber og metoder kan anvendes overfor det samme problem. Denne sammenknytning mellem begreber og metoder lader matematikken forme et grundlag, hvorpå der kan tilføjes ydeligere begreber og metoder. Samtidigt kan denne udbygning uddybe allerede kendt viden.

Dermed handler læring i matematik om, *„at kunne gøre sig erfaringer i miljøer, hvor fysiske og interlektuelle redskaber stilles til rådighed på en for individet rimelig måde, og hvor de bruges som led i konkrete virksomheder. Og der er stor forskel på, at indhente information på den ene side og gøre erfaringer, som muliggør tilegnelse af begrebssystemer og færdigheder på den anden“.* (Sáljós s. 258)

Båndbredden af relevante digitale artefakter der eleverne kan stilles til rådighed i matematikundervisningen og elevernes læring er uoverskuelig - de rækker lige fra læringsplatforme til digitale værktøjer med specifikke formål. Til den række af værktøjer hører CAS. En af kendetegnene ved CAS er dets evne til at regne symbolsk og videnskabeligt. CAS er indkrevet i FKM, og dermed et vigtigt redskab for elever og undervisere at kunne mestre, og dermed er CAS blevet en del af læring i matematik.

Men CAS taler med to tunger! CAS lokker med, at eleverne kan regne ting ud de ellers ikke ville kunne, men fortæller ikke, at CAS i sig selv skal læres - studier har påvist, at CAS-systemer som Maple, Wirus, Mathematica mfl. tager op til et halvt år at kunne mestre i fornødent omfang (kildeangivelse), og dette tidsforbrug skal af underviseren medregnes i elevernes undervisningsplan ud over de faglige mål angivet i FKM. Forbløffende må man konstatere, at godt nok er CAS skrevet ind i FKM, men ikke ind i curriculum.

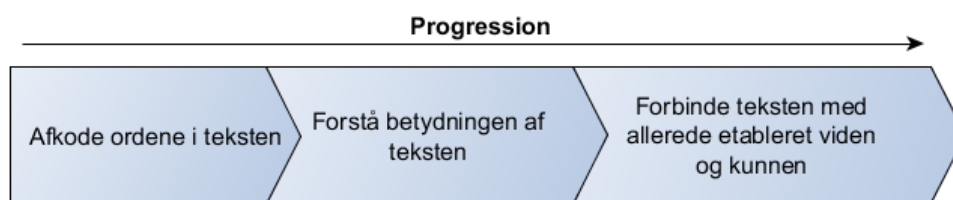
6.2. Læsning i faget

Skriftlig transfer af viden og dermed elevens evne til at læse, er og har altid været afgørende for elevens læring i folkeskolen, hvorfor der også er hjælpemidler i stort set alle fag, til netop dette formål.

Også i Matematikfaget er læsning centralt. I FKM står at faglig læsning er en del af det centrale kundskabs- og færdighedsområde. I slutmålene står, at undervisningen skal lede frem mod, at undervisningen *„skal lede frem mod, at eleverne har tilegnet sig kundskaber og færdigheder, der sætter dem i stand til*

at læse faglige tekster og kommunikere om fagets emner.” (UVM, 2009). I matematik handler det om, at eleverne udvikler deres kompetence i faglig læsning af tekster. Eleverne skal kunne læse i matematik – læse tekster med matematikfaglige udtryk. (UVM, 2016) - og kunne tilegne sig viden ved at læse, dvs. afkode tekstens indhold, dens form og struktur. Matematiktekster ligner netop ikke de tekster eleverne ellers mødes med i folkeskolen, her er eventyr og noveller afløst af diagrammer, tabeller og forklarende tekster.

Eleven møder teksten med den forhåndsviden, den enkelte har på baggrund af sine erfaringer og oplevelser. Læsningen skulle gerne resultere i dannelsen af *mentale repræsentationer*, der sætter eleven i stand til at omsætte tekstens indhold, diagrammer og tabeller til matematik, og udvikle begrebsforståelse samt forbinde teksten med allerede etableret viden og kunnen. Man kan opfatte matematik som et fremmedsprog, hvor ”tekst” skal afkodes, bearbejdes og omsættes. Det drejer sig om en fornuftig balance mellem at ”tale matematisk” og at ”tale i hverdagsprog”. Det drejer sig om oversættelse af hverdagsprog til symbolsprog og omvendt. (Lindhardt, 2011)



Figur 6.1: Læseprogression i matematik

En af de faktorer der har størst betydning for, hvad eleven forstår og husker af det læste, er den forhåndsviden eleven møder teksten med, så for at skabe en forståelse, en progression i læsningen, skal eleven evne at kunne hente den intention forfatteren har lagt i teksten, og samtidigt er det forfatterens pligt at forfatte en tekst således, at der skabes et fælles forståelsesgrundlag. Denne øvelse er svær, for som vi allerede har diskuteret, møder eleverne verden med en forforståelse, og de konstruere en ny forståelse i mødet mellem de teksten og deres eget bidrag, og den er ikke nødvendigvis fælles. (Beck et al., 2012, s.468)

Man kan indvende at læse matematik i et CAS-program, er ikke vanskeligere end at læse matematik i en bog. Nogle ville endda gå så vidt og påstå, at det er nemmere, fordi eleven har hele computerens, tablettens eller smartphonens ubegrænsede muligheder for, at slå det op eleven læser om, og derigennem opnå en større forståelse. (Pedersen et al., 2016, s.47 (artikel af Rikke Teglskov)) Anden forskning viser, at læsning på skærm ikke er godt til dyb og varig indlæring (Curtis and Karp, 2007), og Undervisningsministeriet skriver da også, at „en undersøgelse

af elevers læsning viser, at de læser dårligst på skærm. Skriftlig eksamen er baseret på, at eleverne læser godt og hurtigt på dette medie, så skærlæsning må trænes!"(Undervisningsministeriet, 2016) Undervisningsministeriet angiver som begrundelse; *„At læse digitale tekster er ikke det samme som at læse tekster analogt. Digitale tekster kan være meget forskellige, og hver teksttype kræver sin egen læsestrategi. Digital læsning er vanskeligere end på papir, så du er nødt til at læse mere bevidst. Hjernen foretrækker desuden papir, så du får ikke hjælp til at orientere dig i teksten fra dine sanser."*(Undervisningsministeriet, 2016). Så i første omgang, er det måske ikke her vi skal søge merværdien?

6.3. CAS og læring i matematik

Morten Misfeldt har allerede flere gange påpeget, at der er behov for at omtænke fagets didaktik, fordi det er under indflydelse af digitale værktøjer. (Kildeangivelse). Vi vil i dette afsnit kigge på, hvad CAS gør ved faget og læringen i matematik.

At elevernes viden om matematik forandrer sig i løbet af historien er velkendt, og det skal vi ikke nærmere ind på her, men CAS er en af de faktorer der er med til at omdefinere læring i matematik. B. K. Waits (Mescher, 2005, s.2) inddeler elevernes viden om matematik i den forbindelse således:

„some mathematics becomes more important because technology requires it, some mathematics becomes less important because technology replaces it, and some mathematics becomes possible because technology allows it“.

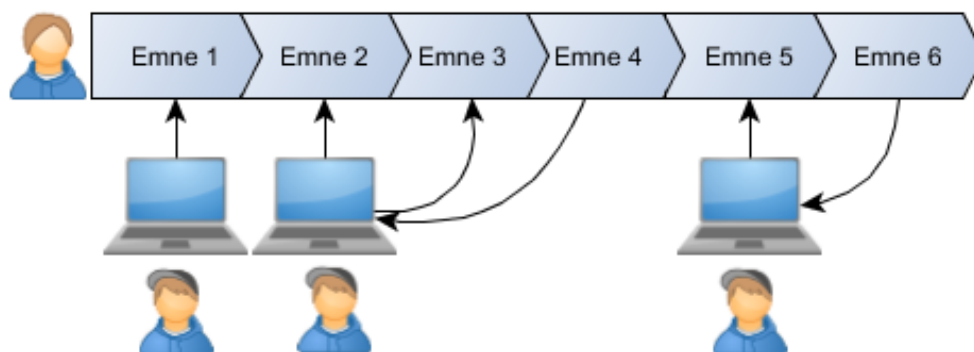
I de to første punkter beskæftiger Waits sig med matematikfagets indhold, og, uddyber Morten Misfeldt, *„endvidere kan de værktøjer og repræsentationer som man benytter sig af i matematik, få en særlig betydning for matematiklæring, fordi de kommer til at spille en metaforisk rolle for dannelsen af matematiske begreber“*(Mona 14-4). I det tredje punkt beskæftiger Wait sig med de nye muligheder CAS tilføjer matematikfaget, CAS har eksempelvis givet nye muligheder for at inddrage visualiseringer og eksperimenter i undervisningen.

(citater fra bog)

Dermed kan vi begynde at ane en kompetenceudvikling fra et kontinuerligt udvalg af matematiske undersøgelser der bygger på forudgående viden, til genkendelse af mønstre der kræver bestemte metoder, der kan slås efter, bearbejdes og forstås efterfølgende.

Man kan sige at CAS fremmer den induktive arbejdsform, altså konklusioner baseret på specielle eksempler, på bekostning af den deduktive arbejdsform, dvs. konklusioner baseret på generelle sammenhænge (figur 6.2). .

O. J. Thomas (Stacey et al., 2004, s.157) skriver:



Figur 6.2: Kontinuitet kontra punktnedslag (JEL 2017)

„While the availability of CAS apparently devalues the learning of rules, it offers possibility to focus the selection of appropriate techniques, the anticipation of general patterns, and the interpretation of results and application to real life problems. In addition, explicit provision must be made in the curriculum for students to learn to use CAS effectively...“

Man kan påstå, at det sidste punkt er affødt af, at undervisningen i matematik har fået et bredere sigte. Dens primære formål er ikke længere kun at forberede eleverne på en videregående uddannelse, men også at ruste dem til hverdagens problemer. (UVM, 2016)

Tilbage står spørgsmålet, om det er muligt at påvise, at elever der undervises og arbejder med CAS, lærer mere og lader sig *teste bedre* end andre elever? Hvis vi tager udgangspunkt i PISA-undersøgelsen, så er der ingen forskel på elever undervist med CAS eller uden CAS, faktisk så viste det sig, at viden om matematik var lidt ringere hos elever der var blevet undervist med CAS. Robert Neumann foretog en undersøgelse, hvor han ligeledes sammenlignede elever der var undervist med eller uden CAS, og kom til følgende resultat: *„der Einsatz von CAS wurde ohne eine unterrichtliche Veränderung vollzogen, zeigen nur geringe oder keine Auswirkungen auf die Schülerkompetenzen“* (Barzel, 2012a, s.32)

Han berører dermed en meget vigtig pointe. CAS som redskab har ingen læringsmæssig værdi, hvis værktøjet bare tilføjes som et ekstra lag, uden en ændring af undervisningens didaktik. *„Vigtigheden af CAS-værktøjer kan ikke diskuteres, men når elevernes it-færdigheder ikke er tilstrækkelige er programmerne ubrugelige. Der bør indføres et særskilt fag, der skal tage sig af dette problem – det er ikke et sekund for tidligt og matematiklærerne har travlt nok med at lære*

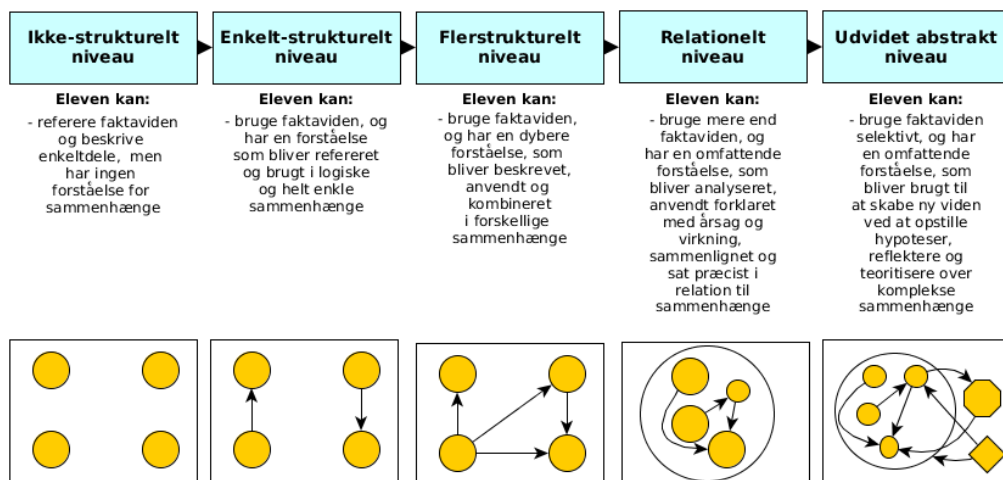
eleverne matematik.“(Bruun, 2015)

–

7

Didaktiske perspektiver af CAS

CAS HAR i et eller andet forhold, for længst holdt sit indtog i matematikundervisningen. Måske som et selvstændigt program off- eller online, måske mere subtilt skjult som i it-værktøjet GeoGebra. Nyhedens interesse burde have lagt sig, for, som allerede nævnt, har CAS været indskrevet i Fælles Mål længe, således at vi nu kan koncentrere os om de faglige mål og de didaktiske principper. De faglige mål kiggede vi på i kapitel 4, så i dette kapitel vil vi kigge mere specifikt på den didaktiske anvendelse af CAS i matematikundervisningen med udgangspunkt i Carl Winsløv og instrumentering, samt Morten Misfeldt diskussion af, hvor meget it der skal bruges i matematikundervisningen. Vi skal i den forbindelse diskutere solo-taksanomien og Kieth Nabb som peger på undersøgelser der viser, at CAS ikke svækker elevernes evner til at lave algebra, og dennes model *Model of CAS Use*.



Figur 7.1: Structure of Observed Learning Outcome, (efter Møhring og Ludvigsen, Studievaner i HF, 2016)

7.1. SOLO-taksanomien

De to mest anvendte taksonomier er Blooms taksonomi og SOLO-taksanomien. I denne undersøgelse, vil vi kun diskutere SOLO-taksanomien, idet, som den ene begrundelse, at det er den taksonomi, der normalt anvendes til at beskrive læringsprogression i naturfag.

Begge taksonomier anvender forskellige begreber og modeller om arbejdet med viden og læring. Begge taksonomier inddeler viden og læring på forskellige niveauer eller som et forløb med en progression, men hvor Bloom beskæftiger sig med undervisningsmål, beskæftiger SOLO-taksanomien med en elevs forståelse af et givent emne eller given opgave. I sagens natur, da denne undersøgelse handler om elevens forståelse og arbejde med et emne og en opgave med CAS som værktøj, er det den anden begrundelse for, at beskæftige sig med SOLO-taksanomien. SOLO-taksanomien blev udarbejdet af J. Biggs og K. Collins, og dens fulde navn er *Structure of Observed Learning Outcome*, dvs. et system, hvor resultatet af en læringsproces kan følges, se fig: 7.1.

Som det ses af figur 7.1, er taksonomien bygget op i 5 trin. Hvert trin forudsætter de tidligere trin - tankegangen er, at viden udvikler sig fra det *ikke-strukturelle niveau* til de højere niveauer, hvor det forudgående niveau udgør grundlaget for det næste niveau.

De første tre trin betegnes som overfladisk læring, hvor elevens viden begrænser sig til enkle og konkrete problemstillinger og redegørelser. Eleven formår ikke andet end at reproducere basal viden, mens eleven på de to sidste trin derimod

Unistrukturel	Multistrukturel	Relationel Verber der forbinder idéer	Udvidet abstrakt Verber der udvider idéer
Definere, identificere navngive rubricere udføre huske genkende tegne finde referere efterligne	Beskrive nævne forbinde skitsere opdele	Formulere spørgsmål sammenligne forklare årsag forklare effekt klassificere relatere drage parallel anvende integrere argumentere organisere	Evaluer teoretisere generalisere forudsige skabe forestille antage reflektere komponere bevise ud fra fremføre ny påstand

Figur 7.2: SOLO taksonomien i den digitale tidsalder (UVM, 2016)

selvstændigt tilegner sig den nødvendige viden, skaber selv meningsfulde sammenhænge, arbejder på et højt abstraktions-niveau og er i stand til at anvende sin viden generelt og ikke kun specifikt. (Føge and Hegner, 2009, s.231).

Undervisningsministeriet anvender også SOLO-taksonomien, somderes bud på, hvorledes taksonomien „*kan bruges i fagligt samarbejde, til synlig læring og i undervisningen i øvrigt*“, ¹ omend den i deres repræsentation kun er bygget op i fire trin (figur 7.2),

7.2. Symbiosen mellem maskine og individ

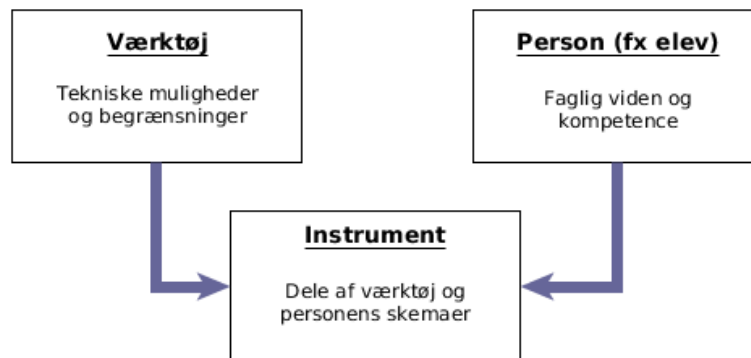
Symbiose her ment i betydningen, at eleven er den aktive, er symbionten, og it-værktøjet den passive, er værten, og sammen udgør de en enhed, et instrument.

Skolen ønsker at transmittere en matematisk kultur og værdierne af denne kultur: en måde at nærme sig verden og en måde at argumentere på, og de er bla. betinget af de relationer, som eleven udvikler med it-værktøjerne.(fig 7.3)

Læring handler hermed ikke længere om at få del i information, men om „*at kunne gøre erfaringer i miljøer, hvor fysiske og intellektuel og redskaber stilles til rådighed, og hvor de bruges som led i konkret videnstilegnelse*“(Säljö, 2005, s.258). Der er forskel på at indhente information på den ene side og gøre sig erfaringer, som muliggør tilegnelse af begreber og færdigheder på den anden.

Dermed kan CAS ses som et instrument der kan inddrages i elevernes arbejde med matematik idet, at CAS tillægges både en epistemiske og pragmatiske værdier; CAS skal være nyttigt til at producere resultater, men dets brug skal også understøtte og fremme matematisk læring og forståelse. Det er almindeligt

¹<http://www.emu.dk/modul/solo-taksonomien-i-den-digitale-tidsalder>



Figur 7.3: Relationen mellem symbioten og værten

anerkendt, at kernen i denne forståelse er ideen om, at en samtidig brug af mentale ordninger og værktøjsteknikker, mens man arbejder med digital teknologi, er afgørende for læring. (Drijvers et al., 2016, s. 6)

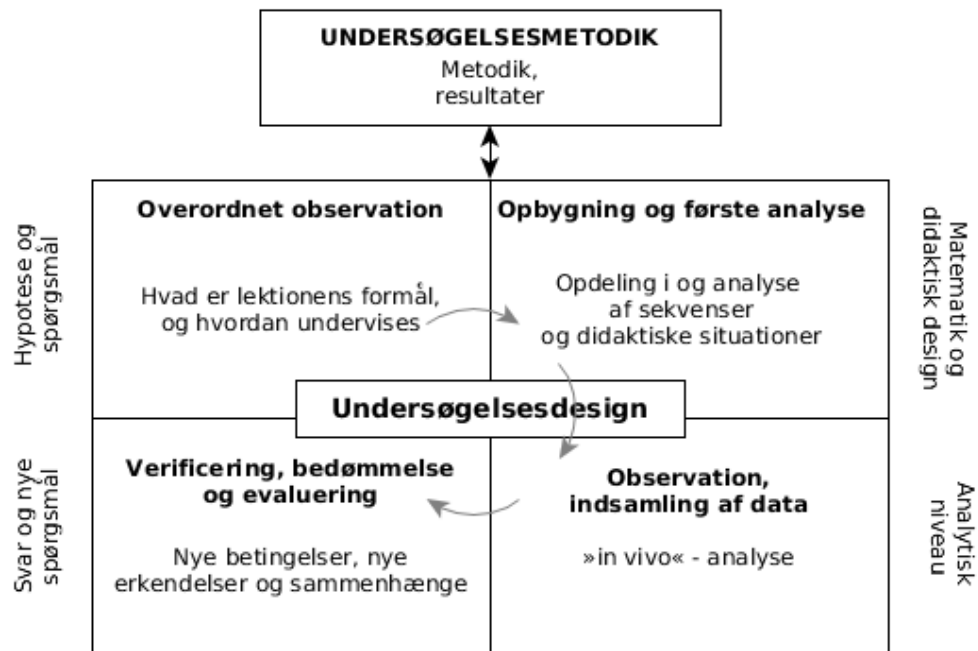
8

Metode og undersøgelse

I DETTE KAPITEL præsenteres kort metoden bag undersøgelsen. Indledningsvis præsenteres metodik og ud fra hvilke kriterier undersøgelsen er foretaget.

8.1. Undersøgelsesmetodikken

Udgangspunktet har været et feltarbejde der har deltagerobservation som hovedmetode, hvor metoderne tilpasses kontekst og vidensinteresse og omdefineres når denne ændrer sig (fig. 8.1). Undersøgelsen afspejler dermed en antropologisk pædagogisk arbejdsmetode, som beskrevet i Pædagogisk antropologi af ?. Undersøgelsesmodellen (fig: 8.1) er bearbejdet og oversat fra Task Design in Mathematics Education af (Watson et al., 2012, s.252). Formålet er at undersøge, hvorledes eleverne arbejder og bliver undervist med CAS, for at afgøre om CAS tilføjer undervisningen nogen merværdi, og i så tilfælde, hvilken?



Figur 8.1: Diagram over undersøgelsesmetode(Watson et al., 2012)

Undersøgelsesudkommet er baseret på de observationer, interviews og spørgeskemaundersøgelser foretaget »in-vivo«, dvs. at jeg har forsøgt at betragte undervisningen, digitale redskaber, de underviste og underviserne som én sammenhængende indbyrdes afhængig organisme. Man kan også tale om at undersøge »symbiosen« i ordets oprindelige forstand; altså samliv mellem forskellige arter, hvor den aktive part kaldes *symbionten*, og den passive part *værten*.

Undervejs i mine undersøgelser, har jeg anvendt figur 8.1 som bagvedliggende forståelse for min undersøgelsesspørgsmål. Når jeg har observeret klasser, undervisningen og underviserne har jeg forholdt mig passivt, således at jeg kunne

foretage og beskrive en **overordnet observation**(fig.8.1) af lektionens indhold, formål og undervisning, fordi det er i det samspil at eleverne agerer og reagerer. Efter observationen, har jeg **foretaget den første analyse**, dermed menes inddelt mine observationer i sekvenser og situationer, med det formål at forstå mekanismerne (didaktikken) bag undervisningens motiver og elevernes modtagelse af undervisningens mål.

Med en ny forståelse, er jeg vendt tilbage og har foretaget nye observationer, som enten underbygger min foreløbige analyse eller tilføjer nye informationer, men denne gang ikke som passivt deltagende, men som aktiv deltager, hvor jeg samtaler med eleverne og underviserne i undervisningssituationen for **at indsamle yderligere data** og foretage en »in-vivo« analyse, i forståelsen beskrevet ovenfor.

Til sidst har jeg **verificeret, bedømt og evalueret** mine observationer - er der kommet nye erkendelser, betingelser og sammenhænge, har jeg udviklet en ny forståelse? Man kan sige, at observationerne i sidste ende medfødte nye spørgsmål, der har haft indflydelse på metodikken og dens resultater.

8.2. Kriterier for undersøgelsen

Undersøgelsen har skulle repræsentere elever der ikke var blevet undervist med CAS, dem som lige var startet med CAS og dem som var vant til at arbejde i CAS. Derfor valgte jeg at undersøge udskolingsafdelingen på en åben-plan-skole i Holbæk med deltagelse af 7., 8. og 9. klasser. Det fordelte sig således, at 7. klasserne endnu ikke havde arbejdet med eller i CAS, en af 8. klasserne var lige startet, i en af 8. klasserne var det frivilligt om eleven ville, og i den sidste 8. klasse havde eleverne arbejdet med CAS siden 6. klasse. Begge 9. klasserne var blevet introduceret for CAS i 7. klasse, og CAS var samtidigt en del af deres naturfagsværktøj.

Undersøgelsens formål har været at kigge på CAS i almindelighed, og ikke Maple-CAS, som anvendes på skolen, i særdeleshed, og undersøgelsen har derfor taget udgangspunkt i almene betragtninger om CAS som undervisningsværktøj.

Der er foretaget flere typer af undersøgelser, mixed-methods - forstået som en kombination af forskellige metoder i det samlede projekt, og der er anvendt både kvalitative og kvantitative undersøgelsesmetoder.

9

Præsentation af undersøgelserne

I DETTE KAPITEL præsenteres undersøgelserne, samt de forskningsspørgsmål og resultater der danner grundlag for undersøgelserne af elevernes og undervisernes anvendelse af CAS.

Kapitlet er delt op i fire afsnit. Et afsnit der omhandler observationer, et om survey-undersøgelser og et om fokusgruppeinterview. Det sidste afsnit samler op på undersøgelsen, og hvad den viser. I øvrigt henvises til bilagene, hvis man ønsker at læse alle udsagn.

9.1. Den kvalitative og kvantitative undersøgelsesmetode

I dette korte afsnit gennemgås de valgte metoder, der er anvendt i denne undersøgelse.

Metoden er baseret på Justesens og Mick Meyers bog Kvalitative metoder. (Justesen and Mik-Meyer, 2010, s.15-18).

I den kvantitative undersøgelsesmetode er anvendt en survey i Google Analyse som arbejdsredskab, for at få et billede, eller en beskrivelse af elevernes aktuelle holdning til matematikfaget og CAS. Surveyens formål er at frembringe et talmateriale, der muliggør en analyse på *kvantificeringen*. De indsamlede data er blevet behandlet i regneark og analysesoftwarens Tinker Plots, og omsat til statistiske tabeller og diagrammer.

Den kvalitative undersøgelsesmetode, der anvendes, er lydoptagelse, screen-dump og interview. Denne metode har jeg fundet velegnet til at beskrive elevernes og undervisernes arbejde med CAS i matematikundervisningen, og på baggrund af en eftertønkning, opnå en øget forståelse.

9.2. Observationerne

Der er foretaget tre typer af observationer; observationer af undervisningen og underviserne, observationer af eleverne og observationer af elevernes arbejdsme-

toder understøttet af lydfiler og screendumps. Ikke alle observationer inddrages af forskellige årsager. Dels fordi de ikke alle bidrager til undersøgelsens sigte, og dels fordi, at ikke alle inddragede ønskede, at observationen blev offentliggjort, men dog tilladt en overordnet beskrivelse - så den starter vi med.

Observation af undervisningen og underviserne.

Her skal fremdrages tre typer af undervisere, den der lader eleverne selv bestemme, om de ønsker at anvende CAS eller ej og ikke selv har indsigt i det valgte Maple-CAS, den underviser der selv er i gang med at lære Maple-CAS sammen med eleverne og den type af undervisere, der har godt kendskab til Maple-CAS og eleverne allerede selv er forankret trygge og hjemmевandt i softwaren. Alle observationer har udgangspunkt i, at eleverne anvender, eller har mulighed for, CAS. (se bilag: 6, 7, 8 og 11)

De frivillige

Undervisningssituationen tager udgangspunkt i Pengeugen, som er et online-materiale der distribueres af bankerne i Danmark, og løber af staben i uge 11. Eleverne bliver bedt om gruppevis arbejde med materialet i eget tempo, og er kort forinden blevet introduceret til materialet på en interaktiv tavle. Læreren har gennemgået metoder til at beregne procent og ÅOP i et regneark, og beder eleverne om selv at arbejde med materialet. Selv bliver han siddende i klasseværelset, mens eleverne går ud i det fælles arbejdsområde. På den måde ved eleverne, hvor de skal finde ham, hvis de har brug for hjælp.

I de 45 minutter lektionen varer, er der ingen der søger hjælp hos læreren.

Man skulle tro, at nu hvor læreren har gennemgået materialet og metoder i et regneark, ville det også være elevernes valg. Men sådan forholder det sig ikke. Eleverne vælger flere forskellige løsningsmodeller. Nogle bruger selvfølgelig regnearket til at løse opgaverne, men på den måde, at der oprettes et fælles dokument for alle gruppens medlemmer, og en taster opgave og løsning ind, men de andre entenn 'kigger over skulderen' eller småsnakker om noget andet.

Nogle af eleverne har valgt at anvende papir, blyant og lommeregner. Typisk er gruppen mindre - en to stykker - og de regner og skriver sammen. Også her kan man observere, at eleverne arbejder koncentreret i portioner, og giver hinanden mentale pauser ved at snakke om andre ting.

En gruppe af elever vælger at arbejde i Maple-CAS, ikke fordi det er nemmere, men fordi; „*det er noget vi skal kunne!*“, og sætter sig for at lære det selv, samtidigt med, at de beskæftiger sig med det nye begreb ÅOP. Grupperne er typisk bestående af to og to, men til modsat fra regnearksgruppen, har alle

eleverne i denne gruppe, valgt at finde en computer frem, så alle skriver og lærer.

Klokken ringer ud, underviseren rejser sig samtidigt med at eleverne kommer ind. Han spørger interesseret til, hvordan det er gået? Han får 'halvtomme' svar tilbage, som „*det er gået godt*“, eller „*det er gået fint*“.

Efterfølgende spurgte jeg vedkommende om, hvorfor han ikke gjorde mere ud af, at eleverne havde kendskab til CAS, når han selv i fokusgruppeinterviewet gav positivt udtryk for dets muligheder? Hertil svarede han, at han så nogle hindringer, hvoraf den væsentligste var tid - tid til at sætte sig ind i programmet, tid til at undervise i programmet, samtidigt med at målene skulle opfyldes.

De nye 1

Den åbne plan for undervisningen tager udgangspunkt i, at eleverne skal arbejde med ligninger og metoder til at løse dem, den skjulte plan er, at de i den kommende uge skal arbejde med ligninger i Maple, for at se, hvor let det er at arbejde med CAS-programmet.

Undervisningssituationen er en anden (se bilag x) i og med, at eleverne forbliver siddende i klasseværelset, mens underviseren enten hjælper eller tysser fra sin plads.

Også her, er det tydeligt at eleverne arbejder i portioner, dvs. de taler om alt muligt andet indtil de 'bliver opdaget' og kaldt til orden, for så at arbejde lidt igen. Computeren i dette tilfælde, er for de fleste kun en substitut for formelsamlingen, men også et samlingspunkt parvis for matematisk samtale om, hvordan det der står på siden, skal forstås.

Eleverne har haft en kort introduktion til Maple, og fået det installeret, også på deres private computere, og nogle har allerede fundet kommandoen til at løse ligninger -de efterprøver deres resultater sammen med sidekammeraten, og der opstår små snakke om, hvis løsning der er rigtig, og hvorfor.

Læreren slutter timen af med at samle til orden, og give en fælles meddelelse om den kommende undervisning.

De nye 2

I en anden undervisningssituation (se bilag xx), hvor eleverne er startet med at anvende Maple-CAS, kan vi observere at eleverne her anvender CAS-delen i GeoGebra til at kontrollere, om de løser ligningerne korrekt eller ej.

Det har to begrundelser, dels at der i klassen er en modvilje mod matematik som fag, og mange af eleverne derfor ikke har haft incitament til, at få installeret Maple-CAS på deres computer, og derigennem blevet fortrolig med programmet, dels fordi at skolens computere er chrome-books, og der er webudgaven af

GeoGebra anvendelig og især hurtigt tilgængelig.

Her lader underviseren eleverne gå ud i små selvvalgte grupper, og også her kan man observere, at eleverne gentager samme mønster allerede observeret i de to andre klasser; at arbejde i portioner med indlagte mentale pause.

De garvede

I gruppen af *garvede elever* medregnes elever, der har arbejdet med CAS i to eller tre år, ud fra en betragtning af, at det kan tage op fra et til to år, før CAS har en signifikant indflydelse på elevernes ydelser (Barzel, 2012b, s.25).

Først beskrives undervisningen i en 8. klasse og derefter i en 9. klasse.

8. klasse: Lige efter teaterringningen, træder læreren ind i klassen, og sætter computeren til den interaktive tavle. Han har forberedt et emne i Maple-CAS om *tid, længde og fart*. Idet han træder ind af døren, begynder eleverne at finde deres computere frem, og gør sig parat til at modtage undervisning mens de snakker og pjatter.

Da klokken ringer, sænker roen sig i klassen, og underviseren går ud(!) for at komme tilbage et minut senere, han havde glemt sin kaffe. Med den ene hånd i lommen og den anden hånd om kaffekoppen, samler han først op på undervisningen fra forrige lektion, og begynder derefter at fortælle eleverne, hvad dagens mål med undervisningen er; at lære og arbejde med de tre begreber *tid, længde og fart*. Der er helt ro i klassen, og alles opmærksomhed er rettet mod tavlen under gennemgangen (figur: 9.1).

Undervejs i gennemgangen beder læreren om, selv at finde gennemgangen og de tilhørende opgaver inde i deres fælles mappe, således at de både kan se tavlegennemgangen og samtidigt evt. tage noter i dokumentet til senere brug - det er der nu få der gør brug af.

Efter 10 minutter er gennemgangen slut, og læreren beder eleverne om at gå ud og løse opgaverne. Næsten alle rejser sig for at gå ud i det fælles område, en mindre del bliver inde i klasseværelset, sætter sig sammen og snakker om opgaverne. Læreren siger, at det måske var en ide, at de arbejdede alene i denne opgave, hvilket får en af eleverne til at udbryde; „... *vi ikke lære jo noget ved at sidde med det selv*“, og en mindre diskussion mellem lærer og elever bryder frem, om det at arbejde alene eller i grupper.

Eleverne arbejder i grupper rundt omkring i og uden for fællesområdet, og underviseren hjælper ved at løbe rundt og høre til, hvordan det går - det tager eleverne som en opfordring til at afbryde deres arbejde eller snak, og fortæller hvor langt de er nået eller stiller spørgsmål til opgaven.

Betrakter man eleverne, arbejder de i portioner, dvs. de arbejder lidt og snakker lidt, hele tiden veksellende. Samtidigt holder de øje med om læreren er i



Figur 9.1: Underviserens forberedelse i Maple-CAS

nærheden, for er han det, afbrydes den løse snak og eleverne lader som om de er dybt koncentrerede om opgaven.

Fælles for denne gruppe af elever er, at selv om de arbejder i grupper, anvender næsten alle elever Maple-CAS på egen computer samtidigt, kun et par enkelte elever vælger, at kigge hen over skulderen på de andre.

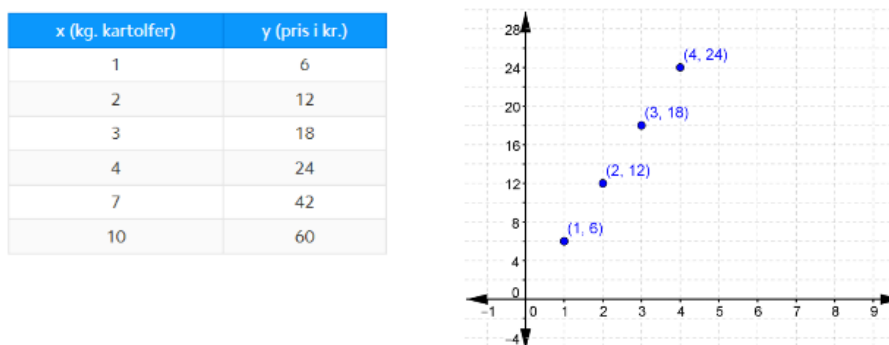
Timen slutter da det ringer ud. Der er ingen opsamling og alle går hver til sit. „... jeg talte og evaluerede jo med eleverne undervejs“, siger underviseren, „... og så gennemgår vi altid, hvad vi arbejdede med i starten af timen og samler op på den måde“. Han fortæller senere, at det er sjældent han evaluerer undervisningen sammen med eleverne på klassen, men foretrækker *den lille snak* undervejs - det mener han giver mere.

9. klasse Læreren kommer ind i klassen lige efter teaterringning, og sætter sin computer til den interaktive tavle, og åbner for en Power-Point om linære funktioner, som klassen skal have genopfrisket.(fig. 9.2)

Eleverne fortsætter med at snakke, og gør sig ikke parat til at modtage undervisning, hvilket får læreren til at udbryde højt; „Så, kan I godt sætte jer, for nu skal vi igang!“ Det hjælper og alle sætter sig, og åbner for deres computer. I denne klasse har alle elever fået tildelt en computer af skolen.

Der er helt ro, mens læreren gennemgår Powerpointen, og hun slutter af med at spørge, om alle har forstået gennemgangen, og da ingen reagerer på spørgsmålet, siger hun, at Powerpointen er lagt i deres fælles mappe på Google Drev, hvor de kan finde den, hvis de ikke ved, hvad de skal gøre.

$$F(x)=x*6$$



Figur 9.2: Powerpoint-intro til linære funktioner.

Hun fortæller så, hvilke opgaver de skal løse, og at de ligger i Maple.

Eleverne rejser sig og sætter sig ud i det fælles arbejdsområde i grupper af tre til fire elever, og arbejder mere eller mindre koncentreret samtidigt med de hører musik, snakker og tjekker facebook når underviseren ikke er i nærheden.

Læreren sætter sig ud til sine elever, dels for at signalere at hun er ledig, hvis de har brug for hjælp og dels for at holde øje med dem. Nogle elever kommer og får hjælp, andre arbejder uden hjælp. Elevernes indsats er meget spredt, men også her arbejder eleverne i portioner.

Timen ringer af, og eleverne går ind i klassen, mens underviseren går op til lærerværelset.

Opsummering af observationerne

Ud fra de fire beskrevne observationer kan vi se, at det at arbejde med CAS ikke afhænger af softwaren, om de anvender GeoGebras CAS-del eller om de anvender Maple, har her ikke den store betydning for eleverne. Eleverne anvender CAS som Black box når efterprøver regnede opgaver eller fx løser ligninger, de anvender CAS som White box eller diskussionsredskab i deres grupperarbejde.

Vi kan også se, at underviserens valg af værktøj spiller ind på elevernes valg. I de 8. og 9. klasse, hvor underviseren holdt fast i, at de skulle anvende Maple-CAS, blev det foretrukket. I den 8. klasse, hvor de lige var startet op med Maple, valgte de fleste at anvende GeoGebra, fordi det var hurtigere og i den sidste klasse, hvor det var frivilligt, blev der anvendt de værktøjer eleverne synes gav mest mening.

Vi vil nu kigge lidt på de to fokusgruppeinterview, for at se hvilke holdninger der ligger bag deres arbejde med CAS. Vi starter med underviserne.

9.3. Fokusgruppeinterview af lærere

Meningskondensering, mål og metode.

Udgangspunktet er et fokusgruppeinterview foretaget på Holbæk By Skole.. Meningskondensering består i, at den mening, der udtrykkes af interviewpersonerne, er skrevet sammen til et kortere udtryk.

Den interviewform, jeg her anvender, er et halvstruktureret fokusgruppeinterview. Det har en række emner, korresponderende med den multiple-choice-undersøgelse givet til elever, og som behandles nedenfor. (se bilag 14 og 15)

Jeg prøver at forfølge følgende fire emner under interviewet. Hvert af de fire emner er underopdelt;

- 1) Hvilken holdning har underviserne til at eleverne anvender CAS, 2) og hvilke fordele og ulemper kan de se.

- **3)** Om de selv anvender CAS og **4)** hvilken rolle CAS indtager i undervisningen.
- **5)** Hvordan motiveres eleverne for faget, **6)** hvorledes evalueres eleverne, og **7)** hvordan holdes eleverne aktive gennem hele lektionen.
- **8)** Efter hvilke kriterier opbygges undervisningen og **9)** lektier og deres formål.

Definition af de begreber der anvendes i interviewet:

- **CAS:** Forkortelse af **C**omputer **A**lgebra **S**ystem. Et program eleven kan anvende til at løse visse algebraiske opgaver.
- **Maple:** Det på Absalonskolen Holbæk anvendte CAS-system. CAS-programmet kan anvendes både på Linux og Mac samt i Windows.
- **Power Point:** Når underviserne i interviewet anvender begrebet Power Point menes Google Slides. Skolen anvender Google-suite pakken til sine elever, og dokumenter distribueres og deles automatisk i elevernes skoledrev.

Maple er én blandt mange CAS-systemer, man som underviser kan anvende og vælge blandt på skolen. I og med man har valgt at anvende Maple CAS i udskolingen, medfører det, at undervisernes kendskab til andre CAS-programmer (som fx wxMaxima eller SMATH) er perifer, af den simple grund, at der ikke er tid nok til som fagperson at sætte sig ind i udvalget af andre muligheder. En typisk underviser, i udskolingen i Holbæk, underviser i tre til seks fag. Alle fag kræver, at man som underviser forbereder faget, og holder sig ajour med nyheder og tiltag. Derfor beror valget af IT-værktøjer, ofte på anbefalinger fra enten ildsjæle der afsætter tid, eller fra fagpersoner, som fx en pædagogisk it-vejleder eller matematikvejleder, der har fået denne arbejdsopgave.

Fokusgruppens adspurgte har ikke selv aktivt valgt, eller fravalgt en CAS-software med udgangspunkt i deres gruppe af elever, men følger en anbefaling fra skolens pædagogiske it-vejleder. Derfor kan man også i fokusgruppens svar se det forhold, at nogle af dem »omfavner« softwaren, mens andre er mere forbeholdne.

9.3.1 Analyse af Deltagernes Holdning, Fordele og Ulemper

Overvejende afslører interviewet at meningene er delte, vedrørende brugen af CAS i undervisningen. To af underviserne mener, at det er en fordel for eleven, og at ulemperne ved at anvende Maple CAS opvejes af fordelene, fordi ulemperne

er af teknisk karakter, der løses, når først eleven får kendskab til programmet. Fordelene kan opsummeres således; at Maple CAS gør det lettere for eleven at holde fokus, og koncentrere sig om det, de skal beskæftige sig med, ulemperne kan opsummeres ved, at de er af teknisk karakter og programmet kan være en tidsrøver.

To af underviserne forholder sig til, at det er et ufravigeligt forhold, at eleverne skal beskæftige sig med at kunne anvende et CAS-system. En finder programmet Maple-CAS anvendeligt, også til egne studier, en anden erkender, at programmet volder problemer. Alligevel er begge positive, og har et positivt syn på programmet. Begge påpeger manglende tid og arbejdspress som årsagen til, at deres elever ind til videre, kun er blevet introduceret for Maple.

Endelig kommer gruppen ind på begrebet *Black Box*, hvor tre af underviserne giver udtryk for, at det, at softwaren kan løse opgaver for eleverne, uden at de egentlig ved hvad de foretager dem, kan være et læringsmæssigt problem, den ene af de tre udtrykker dog, at det kan give svage elever en oplevelse af, at kunne noget de ellers aldrig ville kunne, og en underviser påpeger, at problemet kan løses, ved at indrage problemstillingen i planlægningen af undervisningen.

9.3.2 Anvendelse og Rolle CAS Indtager i Undervisningen

I fem af skolens udskolingens syv klasser, anvendes Maple-CAS i undervisningen, i de sidste to har underviserne endnu ikke fundet tid til at anvende værktøjet didaktisk.

Lærerne er selv blevet introduceret for softwaren, vejledt og guidet i forbindelse med undervisningen af den pæd. it-vejleder. Bemærkelsesværdigt er det her, at de tager vejlederens historie til sig, og bruger den som argument for at anvende Maple - selv hos de to, der endnu ikke anvender Maple-CAS sammen med deres elever - historien om, at ved at samle alle elevens artefakter (papir, kladdehæfte, blyant, lommeregner etc.) i én brugerflade, så fokuseres eleven på læringen, og dette hjælper også den svage elev. Fx siger en af de to lærere; *„ja, altså de har mange ting samlet et sted, så de behøver ikke at sidde med alt muligt, øhh ved siden af på den måde.“*

Af samtalen kan man også udlede, at underviserne har taget Maple CAS til sig og fortolket, hvorledes det gavner eleverne bedst forskelligt. Mens den ene udarbejder bevidste valg og 'tvinger' eleverne til at anvende Maple, lader den anden lærer eleverne selv vælge arbejdsmetode, og om de vil anvende softwaren eller ej. To af underviserne ved, at de vil anvende Maple CAS sammen med deres elever, den ene fordi „det er der ikke så meget diskussion om“, den anden fordi hun gennem sit eget arbejde med programmet, kan se visse fordele, „... det er faktisk et rigtig godt redskab, når man lærer at bruge det.“

9.3.3 Motivation

Underviserne har meget forskellige tilgange til, hvad der skal til at motivere eleverne, men også en del fælles synspunkter. Fx mener de, at differentiering i og af undervisningen, er et af midlerne, samt det at lokke med, at hvis de (eleverne) yder en koncentreret indsats, skal de ikke lave noget hjemme.

Nogle af underviserne taler med deres elever om, hvorfor de ikke kan lide matematik, med henblik på at forøge deres deltagelse og udbytte af undervisningen. De finder det er i orden, at eleverne udtrykker, at de ikke kan lide matematik.

Derefter giver underviserne forskellige bud på, hvorledes de motivere eleverne: ved selv at vise glæde ved faget, ved at være opmærksom på elevernes læringssselvtilid, være varieret i sin undervisning og ved ikke at give „*eleverne firs træningsopgaver af samme slags*“ der skal løses hjemme. Man er i lærergruppen sig bevidst om, at der er stor forskel på eleverne, deres arbejdsindsatser og evner, og at disse to ting ikke nødvendigvis hænger sammen. Man må „*erkende, at de ikke når lige langt*“.

Undervisning og Lektier

Undervisningen foregår på mange måder. Nogle af lærerne fungerer som 'privatpraktiserende' undervisere, der ikke samarbejder om undervisningen, mens andre indgår i et teamsamarbejde. Således forholder det sig også med denne gruppe af lærere.

Kigger man på deres udsagn i fokusgruppeinterviewet, er det tydeligt at se, hvem der samarbejder og hvem ikke. Således fremgår det at KAB og NAJ indgår i et teamsamarbejde, mindre tydeligt fremstår det, at GIN og KRJ ligeledes burde indgå i et teamsamarbejde. KRJ er en lærer, der har svært ved at bryde med 40 års privatpraktiserende undervisningsrutine. KAB og NAJ er to yngre lærere, hvor det at undervise i team, har været en del af deres ansættelses og undervisningsvilkår - GIN deltager i to team, og indgår i et teamsamarbejde med undervisere der.

Alle underviserne er underlagt Holbæk Kommunes krav om Synlig Læring, og alle, omend på forskellig vis, orienterer deres elever om læringsmål og hvorledes disse mål skal opnås. Men her holder samhörigheden også op. Mens to af de tre planlægger den synlige læring i Power Points, viser dem til deres elever og har dem som udgangspunkt for en læringsstrategi, anvender de to andre mundtlig fremstilling overfor eleverne. Den ene i hver lektion, den anden for hvert nyt emne der skal gennemgås.

Den ene underviser, den med mindst undervisningserfaring, er meget struktureret i sin undervisning, og kører den i et form af et fast skema. Det er hun instrueret i, fordi klassen ellers ikke var modtagelige for undervisning. De andre tre undervisere med længere (og meget længere) erfaring, stilladserer undervis-

ningen på en anden måde, der bygger på deres erfaringer, og viser derfor et mere afslappet forhold til strukturen og en omskiftelighed til læringsstrategier.

9.4. Indsats med et CAS-system

9.4.1 Indledning

Følgende handler om elevernes oplevelse af skolens indsats med Maples computer algebra system (Maple-CAS). Til grund ligger en spørgeskemaundersøgelse foretaget i Google Analyse, og de opgavetyper og besvarelser der ligger i elevernes porte-folie, som udgøres af en online samlemappe på Maple, som alle elever kan tilgå. I projektet deltog elever fra fem klasser, tre ottende og to niende klasser, på en åben-plan-skole i Holbæk. Eleverne har arbejdet med Maple CAS mellem to og tre år, tre af klasserne som et dagligt arbejdsredskab, en af klasserne sporadisk som nedslag i og en del af forskellige emner hvor underviseren fandt det nyttigt, og i den tredje klasse, har underviseren ladet det være op til eleverne selv, om de ville anvende Maple CAS eller noget andet, fx. regneark eller lommeregner. (se bilag 5)

9.4.2 Hvad resultaterne fortalte:

	ALDRIG	SJÆLDENT	OFTE	ALTID
Self-efficacy (en persons tro på sig selv i forskellige situationer)	10%	34%	46%	10%
Anvendelse af hjælpemidler (CAS)	11%	35%	42%	9%
Elevers syn på matematik	8%	35%	50%	7%
Kommunikation og elevers refleksion i faget	8%	28%	52%	12%
Undervisningens didaktik	10%	30%	49%	11%
Motivation	8%	18%	49%	25%

Figur 9.3: Den *Generelle* undersøgelse)

9.4.3 Om Eleverne Self-efficacy.

Undersøgelsen afslører at 44 % af de elever der deltog i undersøgelsen, mangler tro på (manglende self-efficacy) egne evner i matematik, og at 56 % generelt set

tror på deres egne evner¹. Groft taget fifty-fifty, hvad kan der være på spil her?

Forskning har vist ² at lærerens ekspertise i form af viden og kompetencer, er den væsentligste enkeltfaktor til forklaring af elevers udbytte af undervisningen, og at fagligheden først får sin fulde virkning når den indgår i, og kombineres med lærerens fagdidaktiske viden og kompetence. Så når man kigger på elevernes self-efficacy, finder vi her en af de faktorer, der har en indflydelse på eleverne. Samtidigt viser undersøgelser, at der ikke er en entydig sammenhæng mellem lærerens undervisning og det, eleverne lærer: „i princippet er det umuligt at vide, om det, man siger og gør som lærer, har effekt på det, eleverne lærer“.³

Måske er det ikke lykkedes at skabe et *trygt og positivt læringsmiljø*, hvor at begå fejl er en anderkendt metode til at lære, måske mangler der elevinddragelse og dermed autonom? Dykker vi ned i tallene, svarer 73 % af eleverne, at „læreren tror på, at jeg kan løse opgaverne“ og 52,7 % at; „jeg kan mærke, at læreren der underviser os i matematik, kan lide at undervise os“. At føle sig tryk i fællesskabet i skolen, er en forudsætning for elevens positive udvikling. Tryghed betyder, at der er plads til alle, *men ikke at der er plads til alt*. Tryghed er en forudsætning for, at eleven kan klare hverdagens udfordringer men der er forskel på at føle sig set og mærket i undervisningen af læreren, og det at føle sig tryk i klassen.

9.4.4 Om Elevernes Anvendelse af Hjælpemidler

Skolens fem klasser er en del af en lokal, men kommunalt bestemt skolekultur der satser på undervisningsportaler og computere som arbejdsredskab. Virkeligheden består en blanding af portaler, lærernes selvproducerede undervisningsmaterialer og fotokopier. Således forholder det sig i skolens matematikundervisning, og er nok ikke anderledes end på så mange andre folkeskoler. Fælles for fire af de fem klasser er, at den fælles platform for aflevering og beregning af opgaver sker i Maple. Derfor kan det forekomme som en overraskelse, at 44 % af eleverne angiver, at de sjældent eller aldrig anvender CAS(!).

I undersøgelsen bliver de spurgt til to forhold; (1) om de bruger computeren eller lommeregner i skolens daglige arbejde med matematik, og (2) om underviseren præsenterer og anvender værktøjerne på den interaktive tavle. Og måske ligger en del af svaret hos de 11 % der svarer at de **aldrig** anvender CAS i, at 5.4 % af eleverne finder det sværere at forstå matematik, når de skal anvende en computer som redskab, og 7.4 % har svært ved at huske CAS-specifikke kommandoer.

¹Spørgsmål der er indgået i undersøgelsen, kan læses her: <http://kortlink.dk/q86u>

²Hattie, J. Synlig læring - for lærere, Dafolo. 2013

³Lars og Birthe Qvortrup: "Undervisningens Mirakel", Dafolo 2006

I et fokusgruppeinterview foretaget blandt undervisningspersonalets matematiklærere i de fem klasser, mener alle tre lærere, at de anvender værktøjerne dagligt eller sporadisk som en del af klassens undervisning. Så, hvad kan forklaringen være på, at eleverne har en anden opfattelse?

Dykker vi ned i undersøgelsens tal, svarer gennemsnitligt 10,45 % af eleverne, at deres underviser aldrig anvender værktøjerne, 28,75 % sjældent, 48,3 % ofte og 12,5 % ofte. Forklaringen hænger måske sammen med skolens undervisningskultur. Eleverne modtager besked, information om og gennemgang af dagens læringsmål, før de i grupper eller alene fordeler sig i huset og arbejder. Eleverne formår måske ikke at holde fokus eller opretholde en interesse under gennemgangen?

9.4.5 Om Elevernes Syn på Matematik

Af tallene i Figur 9.3 fremgår det, at 43 % har et negativt syn på faget, og 57 % et positivt syn på faget. En af de vigtigste didaktiske virkemidler i matematikundervisningen er, at undgå at skabe nederlag. Derfor er underviserens rolle, som i Hatties forskning, af stor betydning for elevernes self-efficacy. Læreren har ligeledes af stor betydning for elevernes Self-Determination, altså behovet for at føle kompetence, at føle et tilhørsforhold og at have en vis portion autonomi.

Af undersøgelsens tal fremgår det, at i det store hele føler eleverne sig trygge ved deres lærer, eleverne føler, at underviseren ser og hjælper dem. Eleverne er ligeledes en del af et klassefællesskab. To ting kan påvirke undersøgelsens resultater negativt; (1) elevernes autonomi, fordi underviserne er presset af et pensum (klare mål) og nationale test, der mere lægger op til udenadslære end processer og forståelse, og (2) til dels elevens eget syn (self-efficacy) på egne evner, som gennemgået ovenfor.

9.4.6 Om Kommunikation og Elevens Refleksion i Faget

I undersøgelsen kan man se, at eleverne mener, at der er kommunikation om læring mellem lærer og elev, og at eleven generelt opfatter, at underviseren opfordrer dem til at reflektere over, hvad de har lært. Kun 8 % mener, at der ikke finder kommunikation om læring sted, mens 64 % af eleverne oplever det ofte eller altid.

Undervisningsmetoden kan ligeledes her spille en afgørende rolle, idet undervisningen foregår på en åben-plan-skole med introduktion i klasseværelset og gruppe- eller enkeltarbejde i huset. Dette giver eleverne rig mulighed for at gemme sig væk, og undgå at blive konfronteret.

9.4.7 Om Undervisningens Didaktik

Begrebet didaktik anvendes her i forbindelse med elevernes opfattelse af matematikundervisningens mål og indhold. Med udgangspunkt i Holbæk Kommunes mål om *synlig læring*⁴, som et værktøj til at elevernes læring og trivsel, er det almindeligt, at eleverne forud for hvert emne, optimalt før hver lektions begyndelse, oplyses om de undervisningsmål der skal nås samt undervisningens struktur, hvorledes de skal (eleverne) evalueres, og på hvilken måde de selv kan bidrage til (inddrages i) deres egen læreproces.

Af tabellen i Figur 9.3 fremgår det at ca.40 % af eleverne ikke føler sig inddraget, evalueret eller forstår strukturen, mens 60 % gør det ofte eller altid.

Der kan være flere sammenhænge. Eksempelvis, hvis eleven føler, at faget er svært, og det ikke er velanset at fejle i matematikunderlektionerne, eller hvis lektierne ikke evalueres på anden vis end summativt, fordi lektier anses for at være øvelse og cementering af den foretagede undervisning. Netop disse to punkter, er kritikpunkter hos eleverne i undersøgelsen. Cirka $\frac{1}{3}$ af eleverne mener ikke, at „det er i orden, at lave fejl i matematiktimerne“, og ca. $\frac{2}{3}$ af eleverne oplever, at lektier kun gives „med det formål at øve det vi har gennemgået i matematiktimerne“. Elever der har det svært i faget, vil ikke føle sig ikke motiveret for at lade sig inddrage, og lektiesituationen er som regel ekstararbejde suverænt bestemt af læreren.

Om Motivation

Uden motivation, ingen læring - elever skal være motiveret for at flytte fokus fra *bare at være villige* til at gøre noget, til at have intentionen om at være fokuserede. „*Motivation er de faktorer i et individ, som vækker, kanaliserer og vedligeholder adfærd i retning mod et mål*“.⁵ Underviseren er ansvarlig for at vække motivationen på elevernes arbejdsplads, skolen, *de voksne* (forældre, værger mv.) ansvarlige for at støtte op om at motivere for læring under deres opvækst, og de selv, som de modnes, overtager en del af ansvaret. Man må håbe, at ingen led svigter undervejs!

Underviserens mål er, at motivere eleven til at opnå *matematisk kompetence*, her forstået som; „*at have viden om, at forstå, udøve, anvende og kunne tage stilling til matematik og matematikvirksomhed i en mangfoldighed af sammenhænge, hvori matematik indgår eller kan komme til at indgå*“.⁶ Og der er mange motivationsfaktorer underviseren kan trække på, evalueringsformene (summativ

⁴Holbæk Kommune, Holbæk Danner Skole, 2014

⁵Weiner, B. Human Motivation. Metaphors, Theories and Research. Sage, 1992.

⁶Winsløw, C: Didaktiske elementer - en indføring i matematikkens og naturfagenes didaktik, biofolia. 2006

og formativ), værktøjerne, undervisningens temaer - med andre ord, det som skaber en »god lærer« , den gode lærer behersker suverænt det undervisningsstof, som skal formidles, og behersker et bredt repertoire af undervisningsformer. og viden om deres anvendelse i forhold til det faglige stof og den enkelte elev⁷. Den gode lærer formår at møde eleven i zonen for nærmeste udvikling⁸

Ifølge Figur 9.3, formår de fem klassers tre undervisere, generelt at eleverne føler sig motiveret for faget (74 % mod 26 %). Eleverne kan mærke, at underviseren har et positivt indtryk af dem, læreren kan lide at undervise dem (85 %), og at de bliver mødt i zonen for nærmeste udvikling (ca. 70 %), idet der, som det fremgår af undersøgelsen, lægges stor vægt på, at forklare sammenhængen i de matematiske emner. De oplever generelt, at få hurtig hjælp, og finder niveauet passende (ca. 81 %). Sammenholdt med ovenstående negative udsagn om elevernes syn på faget, kan dette jo godt undre, men det bør det ikke - der er forskel på, at bryde sig om faget og at bryde sig om undervisningssituationen!

Lærerne har alle stor undervisningserfaring, og besidder derfor alle et stort repertoire af metoder og former. De kan arbejde med en ro og et overskud der bygger på mellem 20 og 40 års undervisning i faget, det smitter af på eleverne.

Slutteligt, men en vigtig pointe, så føler $\frac{3}{4}$ af eleverne, at computerens værktøjer motiverer dem, og 56,8 % mener Maple hjælper dem med at lære matematik.

9.5. Konklusion på »Indsats med et CAS-system«

Undersøgelsens tal viser positive og negative effekter, af at anvende CAS i matematikundervisningen som læringsværktøj.

Det er målet, at eleverne skal få en bedre forståelse for matematik ved at anvende CAS, og i de klasser, hvor indsatsen med Maple CAS har været målrettet, førte undervisningen til, at eleverne kunne løse for klassetrinnet komplicerede opgaver. Det gavner også de svage elever, der ad denne vej kan notere sig lidt succes, som de ellers ikke har kunnet opnå af konventionel vej. Derfor aflæses også et forholdsvis positivt svar, når ca. 80 % af eleverne fortæller, at de anvender Maple i et eller andet omfang.

En af indvingerne mod anvendelse af CAS til matematiklæring, er at it-værktøjerne risikerer at skjule løsningsprocesserne for eleverne, så de ikke fortsår, hvordan opgaven egentlig løses. Når eleverne bruger CAS i matematik, når de i mange tilfælde frem til det korrekte svar på deres opgaver, „uden at det fremgår, hvor meget de egentlig forstår af den underliggende algoritmiske tænkning“⁹

Undersøgelsen kan konkludere, at der stadig er en del af eleverne, for hvem an-

⁷Hattie, J. Synlig læring - for lærere. Dafolo. 2013

⁸Vygotskij, L.

⁹Lakoff & Nùnes. Where the mathematics come from. Basic Books.2000

vendelsen af Maple CAS ikke giver læringsmæssigt udbytte, og dermed efterlader eleverne i en *black box*, når de uden at forstå, hvad de har lavet er medproducent af et svar på en problemstilling. Om det er selve softwarens design og opbygning, om det er undervisningen, elevernes evner eller manglende motivation eller andre ydre påvirkninger der er afgørende, vil jeg i første omgang lade stå usagt.

Undersøgelsen viser også at eleverne, for de flestes vedkommene (heldigvis), ikke længere befinder sig i zonen for Black Box, men befinder sig i White box og i CAS som diskussionsredskab. Det forekommer iflg. Nabb ofte, at samtalen fylder meget, når elever arbejder med CAS. Muligheden for at udføre undersøgelser øges, og de forskellige resultater, der fremkommer, er tydelige for alle og dermed genstand for diskussion.

9.6. Lydoptagelser og Screendump

Eleverne producerede deres egne lydfiler og screendumps ud fra følgende regler; **(1)** diskussioner (og snak) skulle optages på elevernes Smartphones og deles med mig uredigeret. **(2)** screendumps af deres arbejde, skulle tages hvert 10. minut. Der blev anvendt fire grupper med hver tre elever i undersøgelsen. (se bilag 3, 9 og 10. Se desuden mappen; Bilag til elevproduktioner)

Oplægget til opgaven var, at producere en opgave i tekst og billed (omvendt matematik) til ordet *blyanter*, der skulle indgå fem overordnede emner klassen havde gennemgået i løbet af året. Underviseren havde valgt grupperne eleverne skulle samarbejde i.

Formålet med lydoptagelserne var at optage hvordan eleverne arbejdede når de anvendte et CAS-system, i det her tilfælde Maple-CAS, og efterprøve en tidligere samtale med eleverne, hvor de gav udtryk for, at de arbejdede i portioner - snakkede, hjalp hinanden, snakkede etc.

Spørgsmålet var også, hvor meget matematik der blev snakket i sådanne situationer, og jeg har valgt to yderpunkter. Den ene gruppe talte matematik 60 % af den samlede tid de havde til rådighed, den anden 80 %. De andre to grupper brugte 70 og 75 % af tiden.

Lydoptagelserne viste rigtigt nok, hvad eleverne selv påstod, at de arbejdede i portioner når de anvendte Maple-CAS (eller GeoGebra), forstået på den måde, at de vekslede mellem seriøsitet og mentale pauser, hvor de talte om andet. At de alligevel som oftest fik lavet deres ting, hang sammen med, hvilke krav de blev mødt med fra underviserens side, og hvad de havde af andre planer - mødes med venner, sport etc.

9.7. Fokusgruppeinterview af eleverne.

Meningskondensering, mål og metode.

Udgangspunktet er et fokusgruppeinterview foretaget på Holbæk By Skole. Meningskondensering består i, at den mening, der udtrykkes af interviewpersonerne, skrives sammen til et kortere udtryk.

Den interviewform, jeg her anvender, er et halvstruktureret fokusgruppeinterview. Jeg prøver at forfølge følgende tre emner under interviewet. (se bilag 1 og 2)

- 1) Hvilken holdning har eleverne til CAS,
- 2) og hvilke fordele og ulemper kan de se.
- 3) Om eleverne mener CAS er en fordel for deres arbejde med matematik, eller nærmere en hindring.

I samtalen i gruppeinterviewet definerer og indfører jeg (intervieweren) samtaleemnerne og styrer interviewforløbet ved hjælp af supplerende spørgsmål.

Emnet tager udgangspunkt i begrebet *CAS (Maple) og læring*, og om CAS kan *tilføje matematikundervisningen en merværdi*.

Tidsrammen er styret af elevernes tålmodighed.

Interview foretaget d. 02.05 2017

Eleverne er udvalgt ud fra evner med CAS og i hvor lang tid, de har været undervist med CAS, således er det forsøgt at vælge et forholdsvis repræsentativt udsnit af den samlede elevmængde.

9.7.1 Hvilken holdning har eleverne til CAS, fordele og ulemper, hindring eller merværdi?

Af interviewet fremgår det, at eleverne har en positiv opfattelse af Maple-CAS, og de mener det hjælper dem i deres daglige arbejde, ved at spare dem for at redegøre for en masse mellemregninger, dette kommer klart til udtryk i linje 78, hvor eleverne alle udtrykker et; „... tidsbesparende, helt klart tidsbesparende“, og efterfølgende uddyber det med, at de slipper for at udføre mellemregninger og „... skrive alle deres udregninger ned“ (linje 79: ff)

Eleverne mener, at Maple-CAS både hjælper dem med at lære matematik, men forholder sig også til, at i mange tilfælde er det en læring af en metode, og der opstår en black-box (jvf. definition af K. Nabb) situation, som de gerne tager med i købet, fordi de ad den vej sparer tid. (linje 27:ff)M;„... for hvis man lærer at regne med procenter, så er det ikke altid, at man lige lære at gøre det..“, (linje: 60); „... altså, det der med at man lærer en metode, og så ved man ikke sådan helt, hvordan man skal regne ... det ud.“ og (linje: 185:ff);„... man lærer jo metoden til at regne det ud, men det kan godt gøre det svært, når man fx skal lave færdighedsregning.“

Eleverne er godt klare over, at teori og metoder hænger sammen, og er klare over, at forståelsen er gennemgået før de arbejder i Maple-CAS. (linje:73):„... for det meste lærer vi det jo, før vi går igang med emnet.“

Eleverne finder softwarens kommandoer svære at huske, når eleverne skal lave diagrammer, plots etc.: (linje:84),„... det kan også være sværere, fx at huske alle de der ting, og ... som fx når man skal lave diagrammer og sådan noget, det er måske så lettere at lave det på papir“, og fordi syntaksen skal være korrekt (linje: 111); „... fordi, hvis du skriver det forkert ned, så regner den det ikke.“ og (linje 147); „Nogle af de der ting der, er svære at huske, alt det, så skal man lige pie-charte og så skal man kolon, og så skal der være lille bogstav i stedet for stort bogstav ...“

Alligevel, ser det ikke ud til, at denne gruppe af elever har sat sig ind i muligheden for, at definere egne genveje, således de ikke skal huske kommandoerne. (linje: 150:ff) - som [SBB] halvt i spøg bemærker, så skal Maple være tidsbesparende, og det er det ikke at oprette genveje, men også fordi, at eleverne er medlem af en gruppe, hvor de kan slå op, hvordan man kan gøre forskellige ting, og hvad man skal skrive, i Maple.

Eleverne opfattede det som en begrænsning for deres fælles arbejde i Maple-CAS, at der ikke var en funktion lig den, de var vant til i Google Docs, at to (eller flere) samtidigt kunne arbejde i samme dokument.

9.7.2 Gruppearbejde

De fleste af de interviewede elever, foretrækker at samarbejde i grupper, kun en enkelt elev [MAR] foretrak at arbejde alene, fordi; „... så bliver der snakket for meget“ og det er let at *falde i*, og fordi (linje 47:) „... man lærer af sine egne fejl“.

Resten foretrak at arbejde i grupper, og gjorde alle opmærksom på, at snakken afhang af to faktorer: 1) Hvem de var i gruppe med og gruppens størrelse, og 2) deadline for arbejdet (hovedsagligt med begrundelsen, at undgå lektiearbejde, så man havde fri efter skole).

Gruppearbejdet foregår i *portioner*; (linje: 134); „... det er sådan man laver det i portioner.“, og (linje 137); „... så laver man lige lidt, og så snakker man lige lidt, og så laver man lige lidt..“

10

Den generelle undersøgelse

Indledning

FOLKESKOLENS IT-tilbud i Danmark er et resultat af digitaliseringsstyrelsens og undervisningsministeriets samarbejde, og bygger på en observation af, at medieforbruget i samfundet, herunder elevernes, vokser. Det anbefales derfor, at folkeskolen inddrager IT i undervisningen, og at inddragelsen af IT i undervisningen samtidigt opfattes som en dannelsesopgave. Skolerne skal inddrage de forskellige medier, på sådan en måde, at der skabes rum for samtidsfortolkning og normdannelse, herunder også etiketten omkring brugen af medier (Digitalstyrelsen). Forskellige digitale medier understøtter forskellige læringsmetoder og -miljøer. (Undervisningsministeriet)

I denne Undersøgelse har jeg valgt at fokusere på eleverne i folkeskolens

udskoling (8. - 9. klasse på en åben-plan-skole), da disse mere eller mindre allerede anvender og regner i et CAS-værktøj (Maple).

10.0.1 Metode

Eleverne har deltaget i to spørgeskemaundersøgelser. Spørgeskemaerne drejer sig om den undervisning de modtager, den motivation de har for faget, og om deres brug af Maple. (se bilag 13)

Spørgeskemaerne er begge udformet og besvaret i Google Analyse, idet Holbæk Kommune har valgt, at Google Suite skal være elevernes almindelige arbejdsredskab. Eleverne havde ikke nogen tidsgrænse til besvarelsene.

Den første *generelle undersøgelse* indeholdt 95 spørgsmål, *Maple-undersøgelsen* indeholdt 11 spørgsmål. Alle spørgsmål der er indgået i undersøgelsen, har været udformet som multiple-choice spørgsmål.¹

Målet er at undersøge forskellene i elevernes anvendelse af CAS, baseret på evner, køn og holdninger til værktøjet. I undersøgelserne indgår henholdsvis 74 (*den generelle*) og 81 (*den maplespecifikke*) elever. Svarene er blevet sammenfattet i 12 tabeller. I hver tabel fremgår den procentvise fordeling af alle elever.

Til optælling og beregning er anvendt data- og visualiseringssoftwaren Tinkerplots ([/www.tinkerplots.com](http://www.tinkerplots.com))

10.0.2 Karakter Versus Forståelse

For eleverne er Karakterer et tilbagevendende af to årsager; de vil på den ene side ikke stilles til skue over for deres kammerater, for det andet skaber det en bevidsthed om en placering i klassen, der for nogle ikke svarer til deres selvbillede.

Af denne årsag, afklaredes for eleverne begreberne under- og overmiddel samt middel, ved at inddele forståelsen i karakterbunker: Karaktererne -3, 00 og 02 = under middel

Karaktererne 4 - 7 = middel

Karaktererne 10 - 12 over middel

I spørgsmål 5 (*Mener du, at Maple hjælper dig med at forstå matematik ?*) blev eleverne spurgt, hvorvidt de følte, at brugen af CAS øger deres forståelse af matematik. Elevernes svar blev grupperet i henhold til ovennævnte grove inddeling af eleverne i tre grupper; over middel, middel eller under middel i matematik (med udgangspunkt i spørgsmål 2: *Hvordan bedømmer din lærer dig ?*).

¹Spørgeskemaerne kan ses her: Generelt: kortlink.dk/q7sp , Maple: kortlink.dk/q7sq

	Ja	Nej	Ved ikke	i alt
Under middel	14%	29%	57%	7
Middel	42%	21%	37%	57
Over middel	70%	18%	12%	17
i alt				81

Figur 10.1: Karakter versus matematisk forståelse

Tre ting er værd at bemærke i Figur 10.1; 1) at elever der befinder sig i gruppen »over middel«, overvejende mener at CAS hjælper dem med at forstå matematik, og 2) at flertallet af elever i grupperne »middel« og »over middel« viser en positiv holdning til brugen af CAS. 3) Det ses også, at i gruppen »under middel« er eleverne i tvivl om værktøjets værdi til at hjælpe dem med at forstå matematik.

	Meget nyttigt	Nyttigt	Mindre nyttigt	Spild af tid	i alt:
Under middel	14%	14%	45%	27%	7
Middel	14%	60%	16%	10%	57
Over middel	53%	41%	0%	6%	17
i alt:					81

Figur 10.2: Karakter versus Maple som et nyttigt værktøj

Tabellen i figur 10.2 viser, at ca. 75 % af eleverne i de 5 klasser, mener at CAS generelt er et nyttigt værktøj (60 ud af 81 elever). Det er opmuntrende med hensyn til fortsat brug af CAS, at et klart flertal af eleverne har denne positive holdning. Resultaterne i tabel 2 (som i tabel 1), viser ligeledes, hvad vi forventede; gode elever er mere tilbøjelige til at tro, at CAS er et nyttigt værktøj end eleverne i gruppen »under middel«.

Figur 10.3 viser elevernes karakterer kontra at forstå Maples syntaks (sprgm. 6; *Har du problemer med, at finde ud af at bruge Maples kommandoer ? (fx solve, PieChart, plot etc)*)

Af tabellen fremgår det, at 40 elever ud af de 81, svarende til ca. 50 %, har svært ved, eller kan ligefrem ikke forstå, hvorledes de skal anvende Maple, 18 elever, svarende til 23 %, kan anvende CAS med hjælpemidler (tasks og

	Synes det er let.	For det meste huske kommandoerne	Med tasks	Med Cheat-sheet	Kan ikke huske kommandoerne	Ved ikke, hvordan det fungerer	i alt:
Under middel	0%	0%	14%	0%	28%	60%	7
Middel	7%	18%	9%	17%	34%	15%	57
Over middel	14%	30%	18%	6%	18%	14%	17
i alt:							81

Figur 10.3: Karakter versus Maples syntaks

cheat-sheet) og 22 elever, svarende til 27 %, anvender CAS uden eller med få problemer.

En stor del af de elever der befinder sig i gruppen »under middel«, synes som forventeligt, at CAS-systemet Maple er svært at anvende som hjælpemiddel, men overraskende fandt 32 % af de gode elever ligeledes CAS-systemet Maple svært at anvende. Direkte spurgt, svarer de fleste af eleverne, at der er to ting der er 'irriterende' ved CAS-syntaksen; et er at kommandoerne er svære at huske, og det opfatter de som et problem, hvis de ikke sidder ved deres egen maskine, hvor de kender genvejene og har oprettet *tasks* (egne genvejesknapper til kommandoer), et andet er, at kommandoerne skal skrives helt korrekt, og at softwaren ikke intelligent kan gætte, hvad det er eleven ønsker.

	Nej	Sjældent	Ja, men jeg ved hvordan...	Ja	i alt:
Under middel	0%	29%	14%	57%	7
Middel	7%	32%	35%	26%	57
Over middel	12%	59%	24%	5%	17
i alt:	6	30	25	20	81

Figur 10.4: Karakter versus at forstå Maples resultater

Figur 10.4 viser elevernes karakterer sat op imod at forstå Maples resultater (sprgm. 7; *Har du problemer med at tolke resultaterne i Maple ?*)

Som matematikkens dagligdagsværktøj, er det selvsagt af stor betydning, at eleverne kan aflæse og forstå resultaterne. Som forventet, har en stor del af eleverne der karaktermæssigt ligger »under middel« svært ved at aflæse og forstå Maples resultater. Samlet set kan det i tabellen aflæses, at det er 20 ud af den samlede gruppe på 81 elever, der har besvær tolke og aflæse Maples facitter. Resten af gruppen ved, hvad de skal gøre for at afhjælpe problemet, har sjældent problemer eller ingen problemer.

Maples synlige brugerflade tilbyder ikke hjælp til uforståelige resultater. Løsningen for eleverne ligger i en engelsk tekstmenu, fremkaldt ved et højreklik på opgavens resultat.

	Meget nyttigt	Nyttigt	Mindre nyttigt	Spild af tid	total
Altid	33%	66%			3
Meget	37%	50%	13%		30
Sjældent	18%	61%	14%	7%	28
Aldrig	10%	40%	15%	35%	20
Total					81

Figur 10.5: Anvendelse hjemme versus elevernes opfattelse af nytteværdi

Som man kunne formode, anser et flertal af eleverne Maple for at være nyttig, selv blandt dem, der aldrig bruger CAS på eget initiativ (Figur 10.5). Den skuffende kendsgerning i disse data er, når man sammenholder tallene fra Figur 9.3 er, at så mange elever sjældent, eller aldrig, bruger CAS med undtagelse til nødvendige afleveringsopgaver.

Samtidigt viser undersøgelsen, at de elever der anvender Maple ofte, har en tendens til at finde programmet mere nyttigt end dem som ikke gør, hvilket er selvforstærkende når eleverne skal sætte pris på softwarens positive aspekter.

Figur 10.6 viser, at elever, der synes Maple hjælper dem med at forstå matematik, også finder Maple nyttig i almindelighed. Det er interessant, at $\frac{1}{3}$ af de elever, der ikke mener, at Maple hjælper deres matematiske forståelse, alligevel mener, at Maple er et nyttigt redskab.

10.0.3 Kønsforskelle

Vi ved meget lidt om, hvordan folkeskoleelevers matematiklæring, bliver påvirket med eller uden brug af CAS.

	Meget nyttigt	Nyttigt	Mindre nyttigt	Spild af tid	i alt:
Ja	42%	50%	8%		38
Nej	5%	24%	29%	42%	17
Ved ikke	7%	20	79%	7%	26
					81

Figur 10.6: *Nytteværdi versus Maple hjælper eleven med at forstå matematik*

I en artikel fra Mona 2016(1)², er beskrevet en undersøgelse, hvor CAS-værktøjet anvendes som en undervisningsstrategi. Artiklens undersøgelse viser en klar evidens for, at brug af CAS-værktøjer har haft en positiv påvirkning på især drenges udbytte af matematikundervisningen. Undersøgelsen viser, at drengene inspireres mere af CAS-værktøjerne end pigerne i deres matematiklæring.

Undersøgelser har påvist³, at man ofte vælger, hvad man er bedst til. Hvis piger mener de er bedre til noget andet end matematik, vælger de dette, og vice versa for drengene. Det betyder, at selvom mange piger er gode til matematik, vælger de det ikke, hvis der er andet de er bedre til, eller der er noget der interesserer dem mere.

Lisser R. Ejersbo pointerer i en kommentar til artiklen⁴; „*Piger scorer faktisk højere i algebratests hvilket jo også må siges at være matematik. Nogle forklarer denne scoring med pigers større sproglige formåen til at afkode tekster idet algebraopgaver ofte indeholder sproglige instruktioner. Piger scorer også gennemgående højere i dagligdagens klasseværelser, men af uransagelige grunde lavere til prøver. Ser man på gennemsnittet af drenges og pigers score, er der faktisk heller ikke den store forskel, alligevel er der så mange flere drenge der scorer højere end piger i matematik. Grunden til dette er at spredningen af drenges scoringsresultater er langt større end pigernes. Der er mange drenge der scorer lavt, og mange der scorer højt hvorfor der er flere højtscorende drenge end piger selvom gennemsnittene ikke er så forskellige*“

I nedenstående figurer 8 til 12, kigger jeg på hvorledes kønsforskellene afspejler sig i undersøgelsen i elevernes brug af Maple. Er der den forskel på piger og drenge, som der er beskrevet i ovenstående citat, er de lige dygtige eller stikker pigerne af ?

²Mogensen, A., Bull, A. og Hesselholt, M., CAS i folkeskolens matematikundervisning med øget læringsudbytte for drenge på mellemtrinnet, Mona. 2016

³Geary, C., Gur, C., Hyde, J.S. & Gernsbacker. Why Do Men Dominate the Fields of Science, Engineering and Mathematics? Scientific America. 2007

⁴MONA 2016-2, Kønsforskelle i brugen af CAS-værktøjer – hvad kan det mon skyldes?

Det skal lige påpeges, at der er en markant forskel i antallet af drenge- og pigelever i undersøgelsesmateriale. I undersøgelsen besvares spørgematerialet af 56 piger (69,1 %) og 25 drenge (30,9 %).

Karakter	Under middel	Middel	Overmiddel	i alt:
Dreng	8%	64%	28%	25
Pige	9%	73%	18%	56
i alt:				81

Figur 10.7: Karakterer fordelt på køn

Figur 10.7 viser samme tendens hos både drenge og piger, der er en forholdsvis stor gruppe der scorer højt, en mindre gruppe der scorer lavt og en meget stor middelgruppe.

Det er en målsætning med folkeskolereformen, at alle elever forlader skolen med mindst karakteren 2 i dansk og matematik. Grundlæggende færdigheder i dansk og matematik har således stor betydning for elevernes muligheder for efterfølgende at gennemføre en ungdomsuddannelse. Det ses ligeledes ud af Figur 10.7, at dette tilstræbes med succes.

	Ja	Nej	Ved ikke	i alt:
Dreng	56%	20%	24%	25
Pige	43%	21%	36%	56
i alt:				81

Figur 10.8: Køn versus om Maple hjælper eleven med at forstå matematik

Figur 10.8 viser, ca. halvdelen af eleverne, både drenge og piger, mener at Maple hjælper dem med at forstå matematik, men også, at der er en stor gruppe af elever, der ikke kan tage stilling. I gruppen af drenge og piger, mener ca. 20 % at Maple ikke beforder forståelsen.

Figur 10.9 viser, at både drenge og piger finder Maple er et nyttigt fagligt værktøj, mens ca. 11 % mener, at Maple er spild af tid.

Figur 10.10 Viser at procentvis, er der et større antal piger der ikke kan anvende Maples syntaks, 56 % altså over halvdelen, mens den procentvise andel af drengene udgør 36 %, altså godt og vel en tredjedel.

	Meget nyttig	Nyttig	Mindre nyttig	Spild af tid	I alt:
Dreng	36%	48%	4%	12%	25
Pige	18%	54%	18%	10%	56
I alt:					81

Figur 10.9: *Køn versus nytteværdi*

	Nej, det er let	Nej, for det meste huske kommandoer	Nej, med cheatsheet	Nej med tasks	Kan ikke huske kommandoer	Ved ikke, hvordan det fungerer	i alt:
Dreng	8%	28%	4%	24%	20%	16%	25
Pige	7%	18%	14%	5%	38%	18%	56
I alt:							81

Figur 10.10: *Køn versus Maples syntaks*

Tabellen viser også, at der er flere drenge der anvender, og dermed har oprettet, *tasks* end piger og dermed har automatiseret en del af kommandoerne. dette antyder også, at drengene er mere motiveret for at bruge programmet, fordi de har brugt tid og kræfter på at sætte sig ind i, at lave egne genveje. Til gengæld har flere piger end drenge valgt at anvende et cheat-sheet som understøttelse.

Procentvis kan det også aflæses, at det ser ud til, flere drenge end piger, synes at kunne huske Maples kommandoer i den daglige brug. Måske kan man også disse tal, aflæse drengenes motivation for at bruge det computerunderstøttede værktøj.

	Godt	Mindre	Ikke	i alt:
Dreng	36%	28%	36%	25
Pige	25%	19%	46%	56
i alt:				81

Figur 10.11: *Køn versus Maples syntaks (2)*

Figur 10.11 understøtter udsagnene fra figur 10.10. Flere drenge end piger, mener de kan anvende Maples syntaks i det daglige, og at ca. halvdelen af pigerne ikke finder de kan finde ud af syntaksen modsvarende drengenes ca. en tredjedel.

Figur 10.12 viser, at størstedelen af drengene og pigerne ved, hvordan de skal

	Nej	Sjældent	ved hvordan	ved ikke hvordan	i alt:
Dreng	8%	13%	28%	12%	25
Pige	7%	30%	18%	17%	56
I alt					81

Figur 10.12: *Køn versus tolkning af Maples resultater*

tolke og aflæse Maples resultater, mens kun en lille gruppe ikke ved hvorledes.

11

Konklusion og refleksion

SOM FØR antydnet, udgør undersøgelsen ikke et repræsentativt tværsnit af alle Danmarks folkeskolelever, men udgøres af en gruppe af elever i 8. og 9. klasse på en åben-plan-skole i Holbæk. I denne gruppe, synes der at være en forskel mellem drenge, og piger i deres anvendelse af og interesse for at anvende værktøjet Maple.

En del undersøgelser viser en positiv effekt, når eleverne undervises i matematik og anvender CAS, at det kan fortolkes som, at den forbedrede indlæring, er et resultat af elevernes brug af CAS. Enkelte undersøgelser viser også, at det ingen effekt har, men i det mindste ikke gør skade, og få undersøgelser viser endda, at undervisningen med CAS ligefrem har et læringsmæssigt negativt resultat for eleven. Mange af disse undersøgelser bygger på elevernes karakterer, altså en summativ evaluering af undervisningsforløbet, og er slutteligt også det, at undervisningsministeriet måler undervisningen (og reformens succes) og elevernes udbytte på. Man kan argumentere for, at i de undersøgelser, hvor der påvises en positiv årsagssammenhæng, hænger det ikke nødvendigvis sammen med brugen af CAS, men er et resultat af den ekstra indsats, der følger af at foretage en undersøgelse, og som resulterer i en ekstra opmærksomhed omkring eleverne i forhold til de normale undervisningssituationer. En andet forhold der spiller ind, og som gør det vanskeligt at foretage sådanne sammenligninger er, at brugen af CAS uvægerligt medfører en ændring af undervisningssituationen, metode og læringsteoretisk tænkning, med andre ord en ændring af undervisningspædagogikken.

En metode til at undersøge resultatet af at anvende CAS i undervisningen,

og som jeg har forsøgt anvendt her, er at kortlægge elevernes egne opfattelser af, hvor let de lærer matematik og hvad de får ud af faget, når de anvender CAS. I spørgeskemaet, delt med eleverne på deres skoledrev i Google, spurgte jeg eleverne om deres mening om undervisning med CAS, og deres brug af CAS. Vi ved ud fra motivationsteorierne (Bandura (1994), Deci and Ryan (2002)), at en elevs positive holdning og erfaring, er en vigtig forudsætning for læring. En negativ holdning derimod, ender næsten sikkert med en modvillig og uinteresseret elev.

De data, der er blevet indsamlet i denne undersøgelse viser, at eleverne generelt, dem *over middel* såvel som elever *under middel*, synes at CAS er et nyttigt værktøj, og kan anvendes til at hjælpe dem med, at forstå matematik, selv om der er en forskel i, at eleverne *over middel* har en mere positiv holdning til CAS end elever *under middel*. Undersøgelsen viser også, at eleverne *over middel*, drenge som piger, har færre problemer med at bruge Maple, og de synes også at Maples syntaks, input som output, er lettere at forstå. Netop omkring i, at forstå og anvende mulighederne i Maples brugerflade, ligger en af de store kønsforskelle. Det ser ud til, at en procentvis større andel drengene motiveres af softwaren og undersøger dens muligheder, frem for pigegruppen, som mere tendere mod at anvende opskrifter (cheat-sheet - se bilag 4).

Det fremgår ikke klart af svarene, om problemet eleverne synes at have med syntaksen, virkelig er et syntaks-problem eller et skjult modellerings problem, altså, hvorledes eleverne er blevet stilladseret i undervisningen. I betragtning af, at så mange af eleverne har problemer med syntaksen, kan netop dette komme på tale. Hvis denne tolkning af resultaterne er korrekt, må det konkluderes, at underviserne først og fremmest skal arbejde med at anvende en pædagogik hvor brugen af CAS-værktøjet er indtænkt. Lærerne skal være klar over, hvordan og hvornår det er hensigtsmæssigt at anvende det i forhold til curriculum, og finde en metode til stilladseringen, fx introduktion af Maple gradvist i sammenhæng med emner, der understøtter målet og elevernes læring. Man kan heller ikke se bort fra 'mestringsaspektet', nogle af elevernes problemer omkring syntaksen, kan muligvis også løses ved at anvende Maple regelmæssigt.

Man kan undrer sig over, hvorfor elevgrupperne *over middel* og *middel* har lettere ved at acceptere brugen af Maple, end gruppen *under middel*, nogle synes endda det er »spild af tid«, og det selv om eleverne er vidende om, at det til afgangsprøven forudsættes, at de har kendskab til og kan anvende CAS. Det kunne være fordi, at den elevgruppe der ikke har noget ønske om at lære at bruge CAS og opfatter det som spild af tid, opfatter det som *yderligere ekstra arbejde*, oven i de emner de i forvejen er påduttet at beskæftige sig med.

Spørgsmålet kan også stilles anderledes; hvad kommer først, *relevans* eller *motivation* ? Med folkeskoleelever, er det min helt klare opfattelse, som også antydnet ovenfor, at relevans kommer før motivation. Kan de ikke se relevansen,

er de svære at motivere for at anvende CAS.

Mine undersøgelse viser, at pigegruppen har større forbehold over for anvendelse af CAS og computere end drenge. Dette kommer til udtryk på flere måder; under elevsamtaler giver pigerne udtryk for, at de tvivler mere på deres computerfærdigheder, eller som lærergruppen har observeret, at pigegruppen har en mere kritisk holdning til CAS i undervisningen, og det selvom, at der er en forholdsvis stor gruppe piger, der kan *lide at pusle med opgaver*.

Undersøgelsen har ligeledes vist, at både gode og dårlige elever - pige- og drengegrupper - mener, at brugen af CAS tilføjer merværdi og forøger deres forståelse af matematik.

Daglige samtaler med eleverne i vores relationsarbejde afslører, hvad undersøgelsen også viser, at eleverne arbejder med Maple CAS på mange måder. Eleverne foretrækker at arbejde med Maple i grupper, hvor de kan diskutere og dele resultater og metoder med hinanden. Her er pigegruppen stærkere og mere rummelige end drengegruppen. Pigerne har en større evne til, at *få arbejdet gjort* samtidigt med, at de plejer deres sociale omgang, drengene har det sværere og har en tendens til at aflede hinanden fra arbejdsopgaven - derfor søger en del drenge over i pige-grupperne. Pigerne har en forholdsvis stor middelgruppe (karakter 4 - 7), hvor de fastholder hinanden (og nogle drenge) i gode arbejdsmønstre.

CAS er blevet et krav i den danske folkeskole, og er kommet for at blive om end, at funktion og form givetvis vil ændre sig løbende. Allerede nu er der mange varianter, udgaver og løsninger på en brugerflade. Lærerne bliver nødt til at tage stilling til, hvilken software, hvilken tilgang og hvad de mener værktøjet skal anvendes til - CAS er et stykke software, der venter på en pædagogik. Man kan ikke CAS-bade eleverne, sink or swim, og så forvente, at de lærer det af sig selv.

Bilag

Alle undersøgelsers bilag, fulde ordlyd, lydfiler og screendumps anvendt i denne undersøgelse kan tilgås på: kortlink.dk/qr9x

- Bilag 1: Meningskondensering af elevinterview
- Bilag 2: Interview af elever (transkribering)
- Bilag 3: Beskrivelse af lydoptagelse af elevarbejde.
- Bilag 4: Maple Cheat Sheet
- Bilag 5: Indsats med Maple - undersøgelse
- bilag 6: lærerobservation
- Bilag 7: lærerobservation
- Bilag 8: lærerobservation
- Bilag 9: Beskrivelse af lydoptagelse af elevarbejde
- Bilag 10: Eleverne arbejder - beskrivelse af lydoptagelse
- Bilag 11: Lærerobservation
- Bilag 12: Lærernes brug af Maple - spørgeskemaundersøgelse
- Bilag 13: Mapleundersøgelse
- Bilag 14: Transkription af lærer-fokusgruppe
- Bilag 15: Meningskondensering af transkription

Dertil findes en mappe, med de elev producerede emner, såsom lydfiler og screendumps.

Figurer

2.1	Eleven skal finde rundt i mange materialer	4
2.2	Læreren 'doserer' materiale og værktøjer til eleven.	5
4.1	En model for brugen af CAS, Nabb (2016)	14
4.2	Maple-CAS giver tre muligheder til ligningen.	15
5.1	Læringens processer og dimensioner (Illeris et al., 2009, s.17) . .	18
5.2	Læringens hovedelementer (Illeris et al., 2009, s.36)	19
5.3	Det funktionalistiske- og den sociale læringssyn	21
5.4	Relationsmodellen. Undervisningsministeriet 2016.	24
5.5	Den didaktiske relationsmodel (Hiim and Hippe, 1997, s.114) . .	26
6.1	Læseprogression i matematik	30
6.2	Kontinuitet kontra punktnedslag (JEL 2017)	32
7.1	Structure of Observed Learning Outcome, (efter Møhring og Ludvigsen, Studievaner i HF, 2016)	34
7.2	SOLO taksonomien i den digitale tidsalder (UVM, 2016)	35
7.3	Relationen mellem symbioten og værten	36
8.1	Diagram over undersøgelsesmetode(Watson et al., 2012)	37
9.1	Underviserens forberedelse i Maple-CAS	43
9.2	Powerpoint-intro til linære funktioner.	44
9.3	Jesper Estrup, Generel	49
10.1	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	59
10.2	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	59
10.3	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	60
10.4	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	60
10.5	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	61
10.6	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	62
10.7	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	63

10.8	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	63
10.9	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	64
10.10	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	64
10.11	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	64
10.12	Jesper Estrup, Mapleunderøgelse	65

Litteratur

- Andersen, H. and Kaspersen, L. B. (1996). *Klassisk og moderne samfundsteori*. KBH.
- Artigue, L. E. (2002). Learning Mathematics in a Cas Environment: the Genesis of a Reflection About Instrumentation and the Dialectics Between Technical and Conceptual Work. (July 2001):245–274.
- Ball, L. and Stacey, K. (2004). A new practice evolving in learning mathematics : differences in students' written records with CAS. *A new practice evolving in learning mathematics : differences in students' written records with CAS.*, 2:87–94.
- Bandura, A. (1994). Self-Efficacy. *Encyclopedia of human behavior*, 4(1994):71–81.
- Barzel, B. (2007). New Technology? New ways of Teaching - No Time Left for That! *International Journal for Technology in Mathematics Education*, (2):77–85.
- Barzel, B. (2012a). *Computeralgebra im Mathematikunterricht*. Waxmann Verlag, Münster, 1 edition.
- Barzel, B. (2012b). *Computeralgebra im Mathematikunterricht - Ein Mehrwert - aber wann?* Waxmann, Berlin.
- Beck, H. J., Jørgensen, A., Kristiansen, H., Kaas, T., and Vedelsby, M. (2012). *Matematik for lærere (3)*. Gyldendal, KBH, 1. edition.
- Bednarz, J. and Luhmann, N. (1987). *Soziale Systeme.*, volume 16. Suhrkamp, Frankfurt am Main, 4 edition.
- Bruun, M. (2015). It i matematik tackles forkert.
- Carreira, S., Jones, K., Amado, N., Jacinto, H., and Nobre, S. (2016). *Youngsters Solving Mathematical Problems with Technology*. Springer Verlag, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 1 edition.

- Curtis, D. M. and Karp, J. R. (2007). In a case on the screen, do they remember whar they've seen? Critical electronic reading in the law classroom. *Hamline Law review*, (c):1–41.
- Danmarks Evalueringsinstitut (2014). *Et bevidst blik på alle elevers læring*. Rosendahls Forlag, København.
- Deci, E. L. and Ryan, R. M. (2002). *Handbook of Self-Determination Research*. The University of Rochester Press, Rochester, NY 14620, USA.
- Dewey, J. (2006). Dewey - Erfaring og tænkning. In *Demokrati og uddannelse*, chapter IX, pages 157–168. Forlaget Klim, Aarhus.
- Drijvers, P., Ball, L., Barzel, B., Heid, M. K., Cao, Y., and Maschietto, M. (2016). *Uses of technology in lower secondary mathematics education*.
- Engestrom, Y. (2007). Ekspansiv læring. pages 81–109.
- EVA (2014). Et trygt og positivt læringsmiljø.
- Føge, P. and Hegner, B. (2009). *Primus - grundbog og håndbog til almen studieforberedelse*. Systime, Aarhus.
- Goos, M. (2014). *The Mathematics Teacher in the Digital Era*, volume 2.
- Hattie, J. (2013). *Synlig læring - for lærere*. Dafolo, Frederikshavn, 1 edition.
- Hermansen, M. (1996). *Læringens Univers*. Forlaget Klim, Aarhus, 5. udg. 2. edition.
- Hiim, H. and Hippe, E. (1997). *Læring gennem oplevelse, forståelse og handling - en studiebog i didaktik*. Gyldendal, København, 1. udg. 4. edition.
- Holm, C. (2014). Asterisk. (72).
- Hornæs, H. P. and Røyrvik, O. (2000). Aptitude, Gender, and Computer Algebra Systems. Technical report, Gjøvik College, Gjøvik, Norge.
- Hutchins, E. (1995). How a cockpit remembers its speeds. *Cognitive Science*, 19(3):265–288.
- Illeris, K., Jarvis, P., Wenger, E., Engeström, Y., Mezirow, J., and Thomas, Z. (2009). *Læringsteorier - seks aktuelle forståelser*. Roskilde Universitetsforlag, Roskilde.

- Justesen, L. and Mik-Meyer, N. (2010). *Kvalitative metoder i organisations- og ledelsesstudier*. Hans Reitzels Forlag, 1 edition.
- Lindhardt, B. (2011). Hvad er faglig læsning i matematik? LFMK-blade(2):1–6.
- Mescher, B. (2005). Teaching with Technology in Elementary Mathematics. 3(1):2–5.
- Mogensen, A., Hesselholt, M., Hansen, H., and Bull, A. (2016). CAS i folkeskolens matematikundervisning. *Mona*, 1:7–20.
- Nabb, K. (2016). CAS som omstruktureringsredskab i matematikundervisningen. *MONA*, 3:8–19.
- Nielsen, G. B., Spahn, K. S., and Pedersen, J. U. (2016). *Matematik med it*. Nordby, Samsø, 1 edition.
- Pedersen, J. U., Spahn, K. S., and Nielsen, G. B. (2016). *Matematik med it. Baggrund - metoder - eksempler*. Forlaget Matematik, Nordby, Samsø, 1 edition.
- Säljö, R. (2005). *LÆRING I PRAKSIS - et sociokulturelt perspektiv*. Gyldendal, København, 1 edition.
- Stacey, K. (2003). Using computer algebra systems in secondary school mathematics: Issues of curriculum, assessment and teaching. *8th Asian Technology Conference in Mathematics*, pages 40–54.
- Stacey, K., Chick, H., and Kendal, M. (2004). The Future of the Teaching and Learning of Algebra: The 12th ICMI Study. pages 155–161. Springer Verlag, Boston.
- Undervisningsministeriet (2013). Fælles Mål for Matematik.
- Undervisningsministeriet (2016). Vælg læsestrategi efter medie.
- UVM (2009). Fælles Mål 2009. Matematik. Faghæfte 12. (14):90.
- UVM (2016). Læseplan for faget matematik.
- Watson, A. and Ohtani, M. (2015). *Task Design in Mathematics Education*. Springer Verlag, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 1 edition.
- Watson, A., Ohtani, M., Ainley, J., Bolite Frant, J., Doorman, M., Kieran, C., Leung, A., Margolinas, C., Sullivan, P., and Thompson, D. R. (2012). *Task design in mathematics education*, volume 22.

- Wenger, E. (2004). *Praksisfællesskaber*. Hans Reitzels Forlag, København, 1 edition.
- Winsløw, C. (2006). Matematiklærerprofessionen i et institutionelt perspektiv. pages 1–11.
- Winsløw, C. (2013). *Didaktiske Elementer*. Biofolia, Frederiksberg C, 1 edition.