AVANCEREDE ANALYSER AF STÅLELEMENTER

Kasper Grønborg Larsen

Afgangsprojekt
4. semester M.Sc

Byggeri og anlæg
School of Engineering and Science

Vejleder
Johan Clausen

Afleveret
30. september 2016

AALBORG UNIVERSITY
STUDENTERRAPPORT

AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Institut for Byggeri og Anlæg
Thomas Manns Vej 23
9220 Aalborg Ø
Telefon: 99 40 84 84

Titel:
Avancerede analyser af stålelementer

Tema:
Afgangsprojekt

Projektperiode:
Juni - September 2016

Forfatter:
Kasper G. Larsen

Vejleder:
Johan Clausen

Synopsis:

Projektet omhandler anvendelsen af metode 6.3.3 og 6.3.4 af stålnormen DS/EN 1993-1-1 for tryk- og bøjningspåvirkede konstruktionselementer. Metode 6.3.3 anvender komplicerede analytiske udtryk til bæreevneeftervisning, der medtager interaktionen mellem udknækning og kipning, og er gældende for elementer med konstant tværsnit. For elementer der ikke hører herunder, henvises til den generelle metode 6.3.4, der lægger op til numeriske analyser. I projektet anvendes metode 6.3.3 og 6.3.4 på et stålelement med konstant tværsnit samt for et udfliget element. Herunder diskuteres understøtningsforhold samt lastvariationer ved grafiske præsentationer af resultaterne.

Oplagstal: 3
Sidetal: 58
Bilag:
Sider: 16

Afsluttet den 30-09-2016

Forord

Denne rapport er udarbejdet af Kasper Grønborg Larsen, studerende på M.Sc. Structural and Civil Engineering. Rapporten er resultatet af projektarbejdet i forbindelse med 4. semester af kandidatuddannelsen i Byggeri og Anlæg på Aalborg Universitet. Projektet er udført i perioden start juni til og med september 2016 under vejledning af Johan Clausen.

Læsevejledning

Kildehenvisningerne er samlet i en litteraturliste bagerst i rapporten. Henvisningerne er udarbejdet efter Harvardmetoden således, at en kilde refereres til med [Efternavn, År]. Denne henvisning fører til kildelisten, hvor bøger er angivet med forfatter, titel, udgave og forlag, og internetsider er angivet med forfatter, titel og dato. Figurer og tabeller er nummereret i henhold til kapitel, dvs. den første figur/tabel i kapitel 1 har nummer 1.1, den anden har nummer 1.2 osv. Forklarende tekst forekommer under hver figur eller tabel.

Kasper G. Larsen

Abstract

This project concerns the application of method 6.3.3 and 6.3.4 from DS/EN 1993-1-1 on steel elements that are subjected to pressure and bending. Method 6.3.3 provides an analytical solution to verifying the resistance of such members, and requires a constant cross-section. The construction of steel frames often includes members that have a varying cross-section in order to increase the bearing capacity of the joints. The verification of resistance of such members refer to the usage of method 6.3.4. In this report two types of steel members are verified using both method 6.3.3 and 6.3.4, one of which is beyond the scope of application for 6.3.3. This includes a discussion of the choice of boundary conditions in order to compare the two.

Indholdsfortegnelse

Kapitel

1 Indledning

Siden den industrielle revolution i slutningen af 1800-tallet medførte effektive processer til at producere konstruktionsstål, har materialet været et særdeles populært valg i opførelsen af bygninger på grund af dets fremragende styrkeegenskaber, fleksibilitet og vægt m.m. Stål er derfor et både velundersøgt og veldokumenteret materiale, og dimensioneringen af stålelementer har i efterhånden mange år været udført på baggrund af både simple og avancerede analytiske beregningsmetoder.

For tryk- og bøjningspåvirkede elementer, undertiden kaldet bjælkesøjler, er en sådan bæreevneeftervisning kompliceret. Den aksiale trykkraft giver anledning til udknækning om den svage akse for især lange og slanke elementer, mens bøjningspåvirkningen - fx. forårsaget af en linjelast - også kan forårsage vridning og bøjning ud af planen. Disse instabilitetsfænomener kræver omstændelige undersøgelser, idet små variationer af eksempelvis elementlængde eller lastplacering, kan have stor indflydelse på elementets tilbøjelighed til at deformere ud af planen. Samvirkningen af de destabiliserende laster er derfor en vanskelig størrelse. I stålnormen DS/EN 1993-1-1 [2007] præsenteres en metode for analytisk bæreevneeftervisning af tryk- og bøjningspåvirkede elementer ved afsnit 6.3.3.

Denne metode har dog begræsninger, idet den kun er gældende for elementer med konstant tværsnit. Ved opførelsen af eksempelvis halkonstruktioner, anvendes ofte udfligede elementer med større tværsnit nær samlingerne for at forstærke rammehjørnerne, hvori der opstår store momenter. Sådanne elementer kan principielt set ikke eftervises ved metode 6.3.3. Med teknologiens massive fremgang er der nu et hidtil uset udbud af kommercielle elementprogrammer, der kan modellere konstruktionselementer. I stålnormen er der indført en supplerende metode, der kan anvendes hvor metode 6.3.3 ikke er gældende, kaldet den generelle metode ved afsnit 6.3.4. Her åbnes op for muligheden for at eftervise tryk- og bøjningspåvirkede elementer ved brug af Finite Element-analyser.

Det er dog langt fra givet, at virksomheder i praksis vil investere mange penge i licenser til kommercielle programmer, hvis modifikationer til metode 6.3.3 kan give repræsentative resultater selv uden for gyldighedsområdet af metoden. Derfor er objektet for dette projekt at belyse metodernes formåen for elementer, der både opfylder kriteriet for 6.3.3 samt med varierende tværsnit. I sammenligningen af metoderne forsøges det at skabe ligeværdige forhold for dermed at etablere et fælles sammenligningsgrundlag. Dette kan forårsage en undervurdering af den generelle metode 6.3.4s formåen, idet der med 3D-modellering er mulighed for at skabe meget virkelighedsnære understøtningsforhold, som ikke kan imiteres ved bjælketeorien. Derfor foretages der en diskussion af netop understøtningsforholdene, som inddrages i resultaterne, for de undersøgte konstruktionselementer.

1.1 Problemformulering

På baggrund af det ovenstående fastlægges følgende problemformulering, der er styrende for projektet:

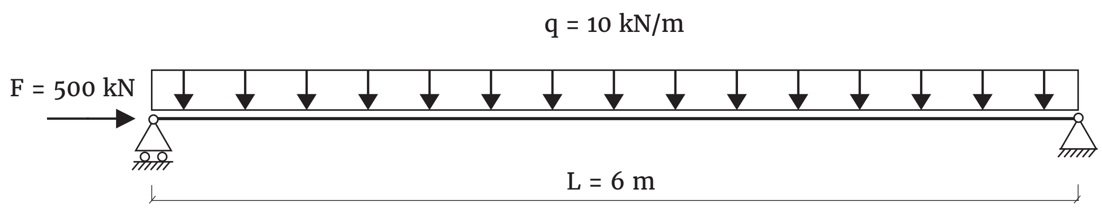
Er det med modifikationer muligt at opnå retvisende resultater ved metode 6.3.3 for elementer, der ligger uden for metodens gyldighedsområde, og hvilke resultater opnås for elementer, der er omfattet af 6.3.3 ved brug af begge metoder. Herunder ønskes det belyst, hvordan den generelle metode kan udføres med randbetingelser, der svarer til dem for metode 6.3.3 for at kunne opnå sammenlignelige resultater.

KAPITEL

2 Materiale- og analyseforudsætninger

For at sammenligne metode 6.3.3 og den generelle metode 6.3.4 af DS/EN 1993-1-1 [2007], er det nødvendigt at skabe et fælles grundlag og dermed have samme præmisser for analyserne, så det i størst mulig omfang kun er beregningsmetoderne, der afviger fra hinanden. Det gælder både for materialevalg, geometri og understøtningsforhold. Her fastlægges materialeparametre, geometri og baggrund for parametervariation.

Det vælges at undersøge en simpelt understøttet tryk- og bøjningspåvirket bjælke. Der anvendes et IPE500 profil, og bjælkelængden fastholdes for hele projektet til $L = 6\,\mathrm{m}$. Der foretages desuden analyser for en bjælke med varierende tværsnit, hvor IPE500-profilet anvendes som udgangspunkt. Tværsnitshøjden er konstant faldende over bjælkelængden til at være 250 mm i enden. Det statiske system, der er styrende for analyserne fremgår af figur 2.1. De viste størrelser af linjelasten q og tryklasten F danner udgangspunktet for en gennemgang af metode 6.3.3 og 6.3.4.



Figur 2.1. Statisk system for analyserne.

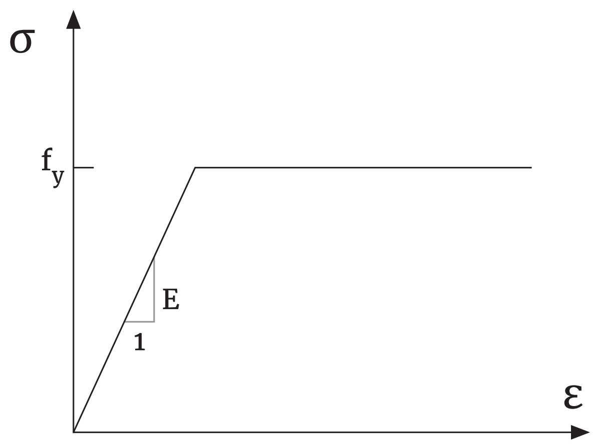
Der anvendes varmvalset konstruktionsstål af styrkeklassen S275. Figur 2.2 viser et udsnit af tabel 3.1 fra DS/EN 1993-1-1 [2007] for DS/EN 10025-2, hvor flydespændingen og trækstyrken aflæses for de forskellige styrkeklasser. Idet flangetykkelsen for IPE500 er $t_\mathrm{f} < 40\,\mathrm{mm}$ er $f_\mathrm{y} = 275\,\mathrm{MPa}$ og $f_\mathrm{u} = 430\,\mathrm{MPa}$.

Tabel 3.1 – Nominelle værdier af flydespænding f_y og trækstyrke f_u for varmvalset konstruktionsstål

Standard og stålkvalitet	Elementets nominelle tykkelse t [mm]			
	$t \leq 40$ mm		40 mm $< t \leq 80$ mm	
	f_y [N/mm²]	f_u [N/mm²]	f_y [N/mm²]	f_u [N/mm²]
EN 10025-2				
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	255	410
S 355	355	510	335	470
S 450	440	550	410	550

Figur 2.2. Stålstyrker for varmvalset konstruktionsstål. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

For metode 6.3.4 anvendes en plastisk analyse til udregning af den ene af lastparametrene heri, som desuden tager højde for ikke-lineariteter og 2. ordens effekter. Ved modelleringen defineres både de elastiske og plastiske egenskaber, og for disse anvendes den bilineære arbejdskurve vist på figur 2.3 jf. DS/EN 1993-1-1 [2007]. Den forudsætter lineær elastisk perfekt plastisk materialeopførsel, hvilket vil sige, at der ses bort fra hærdning af materialet. Derfor er kun flydespændningen f_y anvendt.



Figur 2.3. Bilineær arbejdslinje.

Materialeparametrene for konstruktionsstål sættes i henhold til afsnit 3.2.6 af DS/EN 1993-1-1 [2007], og er givet som:

Parameter	**Symbol**	**Værdi**	**Enhed**
Elasticitetsmodul	E	$2{,}1 \cdot 10^5$	MPa
Forskydningsmodul	G	$8{,}1 \cdot 10^4$	MPa
Poissons forhold	ν	0,3	-

Linjelasten og den aksiale last antages regningsmæssige. For bæreevneeftervisningerne anvendes partialkoefficienter fra Ståbi [2011]. Til eftervisning af tværsnitsbæreevne bruges $\gamma_{M0} = 1{,}10\gamma_3$, som er gældende for bruttotværsnit. Dette afhænger af tværsnitsklassifikationen, som diskuteres og udføres i det følgende kapitel. For (tværbelastede) søjler og kipning, som også undersøges, anvendes $\gamma_{M1} = 1{,}20\gamma_3$. Der antages normal kontrolklasse, for hvilket $\gamma_3 = 1{,}0$, og det giver følgende partialkoefficienter:

Partialkoefficient	
γ_{M0}	1,10
γ_{M1}	1,20

2.1 Parametervariation

For at have større belæg i forhold til at kunne argumentere for metodernes formåen, udføres ikke blot én beregning for hver geometri. Lasttilfælde, tværsnitsgeometri samt overordnet geometri og understøtningsforhold kan have stor indflydelse på resultaterne for metoderne og afvigelserne imellem disse. Derfor udvælges enkelte parametre, der varieres.

For dette projekt vælges det at fastholde geometrien, hvilket vil sige både tværsnitsdimensioner og bjælkelængde. Der udføres dog numeriske analyser for også et IPE500 tværsnit uden afrundinger mellem krop og flanger. I stedet foretages en variation af værdierne for linjelasten q og den aksiale last F, for at undersøge om metodernes resultater afviger mere eller mindre fra hinanden alt afhængig af om den ene eller anden last er dominerende.

Desuden foretages små variationer af understøtningsforholdene for den generelle metode, der alle forsøger i mere eller mindre grad at opfylde det statiske system givet ved figur 2.1. Den grundlæggende tanke bag er, at det ønskes at have så ens forudsætninger i sammenligningen af de to metoder, som de numeriske analyser tillader det. Dette gøres på trods af, at det virker nærliggende at modellere bjælken med understøtninger, der tilsvarer et virkeligt scenarie - noget der kan være svært at opfylde med bjælketeorien, og som således er en af fordelene ved at anvende metode 6.3.4 i praksis.

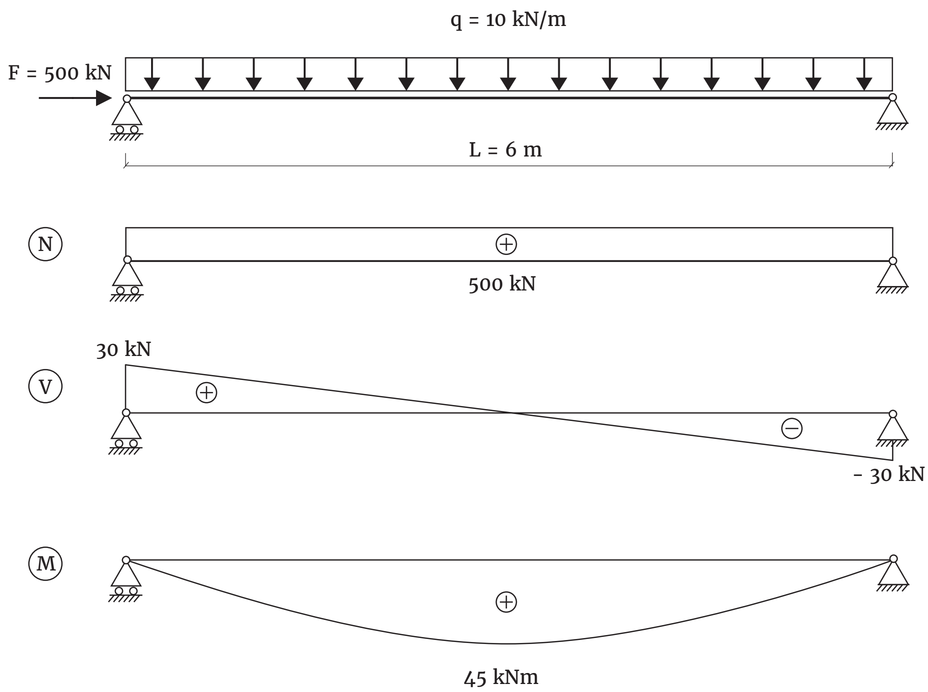
KAPITEL

3 Bjælke med konstant tværsnit

Det følgende kapitel indeholder et fuldstændigt eksempel på beregningsgangen for en bøjnings- og trykpåvirket bjælke med konstant tværsnit efter 6.3.3 i DS/EN 1993-1-1 [2007], samt et tilsvarende eksempel for den generelle metode, 6.3.4, med 3D-modellering udført i FE-programmet Abaqus.

3.1 Håndberegning efter 6.3.3

I sammenligningen af metoderne præsenteres resultater for adskillige lasttilfælde. Denne beregningsgang foretages for lasttilfældet $F = 500\,\text{kN}$ og $q = 10\,\text{kN/m}$. De resulterende snitkraftkurver fremgår af figur 3.1.



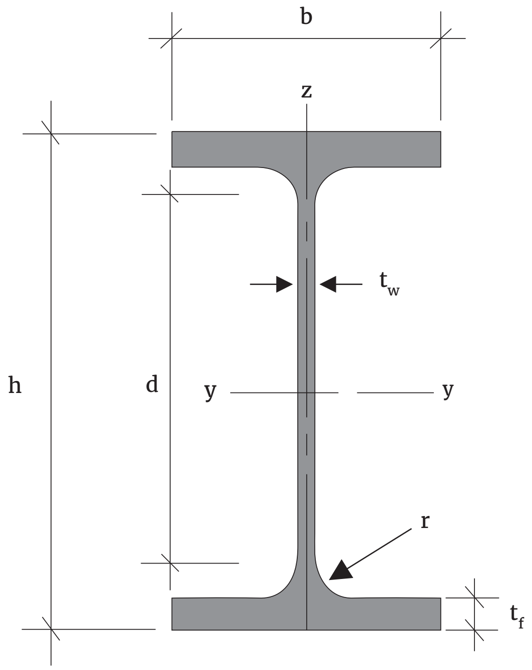
Figur 3.1. Snitkraftkurver for bjælken.

De maksimale snitkræfter, som bjælkens bæreevne eftervises for, fremgår af tabel 3.1.

Snitkraft	Værdi	Enhed
N_{Ed}	500	kN
V_{Ed}	30	kN
$M_{\mathrm{y,Ed}}$	45	kNm
$M_{\mathrm{z,Ed}}$	0	kNm

Tabel 3.1. Maksimale snitkraftværdier.

Der anvendes et IPE500 profil. Af tabel 3.2 og figur 3.2 fremgår de geometriske størrelser for profilet. Disse størrelser er fundet i Ståbi [2011]



Figur 3.2. Væsentlige dimensioner for IPE 500

Tværsnitsgeometri	Symbol	Værdi	Enhed
Højde	h	500	mm
Bredde	b	200	mm
Kropstykkelse	t_w	10,2	mm
Flangetykkelse	t_f	16	mm
Afrundingsradius	r	21	mm
Indvendig højde	h_i	468	mm
Kropshøjde mellem afrunding	d	426	mm

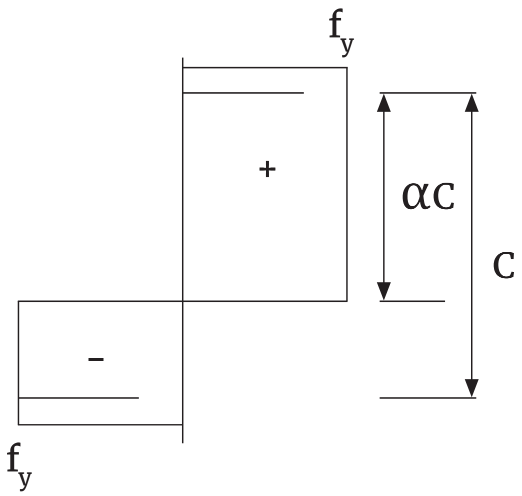
Tabel 3.2. Tværsnitsdata for IPE500.

3.1.1 Tværsnitsklassifikation

Forud for bæreevneeftervisninger af et konstruktionselement er det nødvendigt at undersøge i hvor høj grad tværsnittets bæreevne og rotationskapacitet begrænses af foldning. Det sætter rammerne for, om der kan anvendes plastiske tværsnitsegenskaber, eller om der i værste fald skal regnes med effektive størrelser, hvis der opstår foldning før flydespænding nås i dele af tværsnittet. Derfor foretages en klassifikation af tværsnittet, ved hvilken 4 klasser er defineret som følgende, jf. DS/EN 1993-1-1 [2007]

- *Klasse 1 tværsnit* kan danne flydeled med den rotationskapacitet, der kræves i forbindelse med plastisk beregning uden reduktion af bæreevnen.
- *Klasse 2 tværsnit* kan udvikle plastisk momentbæreevne, men har begrænset rotationskapacitet pga. foldning.
- *Klasse 3 tværsnit* kan opnå flydespænding i de yderste trykpåvirkede fibre under elastisk spændingsfordeling, men foldning forhindrer plastisk momentbæreevne.
- For *Klasse 4 tværsnit* forekommer foldning før flydespændingen nås i dele af tværsnittet.

Idet den aksiale tryklast indgår i beregningerne, kan tværsnitsklassifikationen ændre sig ikke blot ved anvendelse af en anden tværsnitsgeometri men også ved variation af trykkraften. Ved sammenligningen med de numerisk opnåede resultater for bæreevneeftervisningen, foretages en variation af lasterne på bjælken. Derfor beregnes tværsnitsklassen for hver iteration af lastforøgelsen. Der anvendes dog ikke tilfælde hvor tværsnitsklasse 4 opnås, idet det akademiske udbytte heraf ikke tilsvarer den påkrævede mængde ekstra beregninger, der skal inkluderes.



Figur 3.3. Spændingsfordeling for bøjnings- og trykpåvirket krop.

Tværsnittet klassificeres i henhold til tabellerne vist i figur 3.5 og 3.4 fra DS/EN 1993-1-1 [2007]. Først bestemmes størrelsen α, der angiver hvor stor en del af tværsnittet, der er i tryk, som illustreres ved figur 3.3. For tryk- og bøjningspåvirkede I-profiler er α givet som (3.1)

$$\alpha = \frac{1}{c}\left(\frac{h}{2} + \frac{1}{2}\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{t_{\mathrm{w}} f_{\mathrm{y}}} - (t_{\mathrm{f}} + r)\right) \leq 1 \tag{3.1}$$

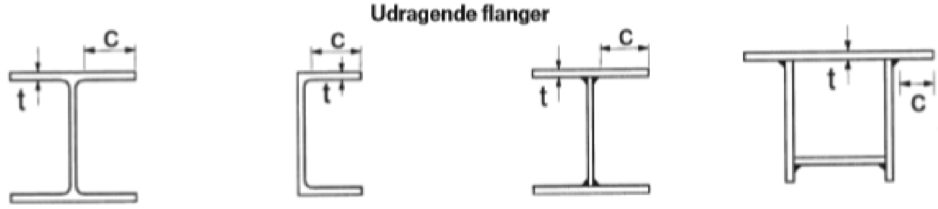
hvor

c	Geometrisk størrelse, se figur 3.5 og 3.4
h	Tværsnitshøjde
N_{Ed}	Regningsmæssig trykkraft
t_{w}	Kropstykkelse
f_{y}	Flydespænding
t_{f}	Flangetykkelse
r	Afrundingsradius

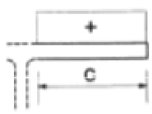
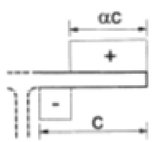
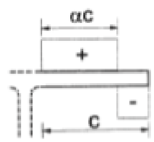
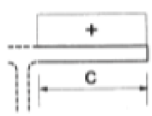
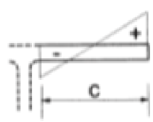
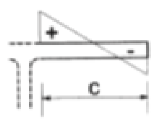
I det pågældende tilfælde, hvor $N_{\mathrm{Ed}} = 500\,\mathrm{kN}$ fås $\alpha = 0{,}74$ for kroppen. Idet der ikke er et bøjende moment om z-aksen, er flangerne kun enten træk- eller trykpåvirkede. Der anvendes S235 stål med flydespændingen $f_{\mathrm{y}} = 235\,\mathrm{MPa}$. Til tværsnitsklassifikationen anvendes også flydespændingskoefficienten $\varepsilon = \sqrt{235/f_{\mathrm{y}}} = 1$.

Tabel 5.2 (blad 2 af 3) – Maksimalt bredde/tykkelsesforhold for trykpåvirkede dele

Udragende flanger



Valsede profiler | Svejste profiler

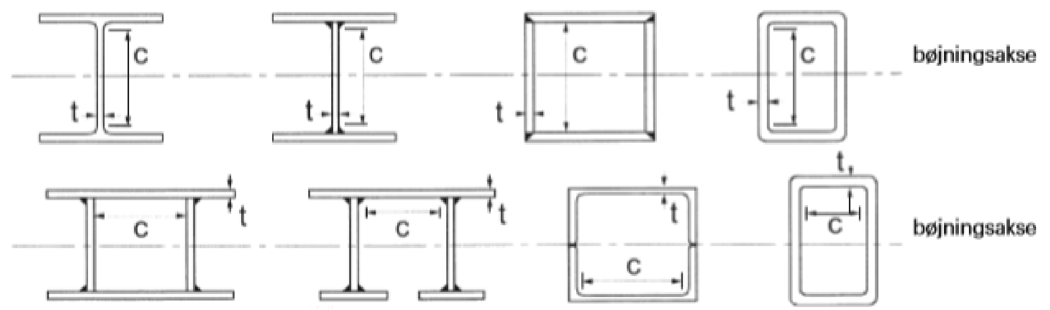
Klasse	Trykpåvirket del	Bøjnings- og trykpåvirket del	
		Trykpåvirket spids	Trækpåvirket spids
Spændings-fordeling (tryk positivt)			
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Spændings-fordeling (tryk positivt)			
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ For k_σ, se EN 1993-1-5	

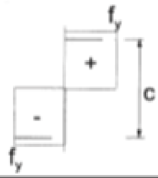
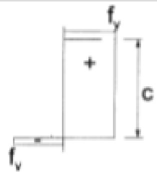
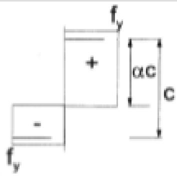
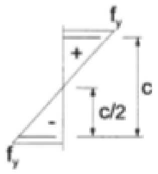
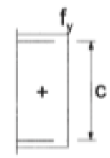
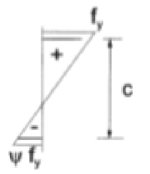
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Figur 3.4. Tværsnitsklassfikation af udragende flanger. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

Tabel 5.2 (blad 1 af 3) – Maksimalt bredde/tykkelsesforhold for trykpåvirkede dele

Indre trykpåvirkede dele



Klasse	Bøjningspåvirket del	Trykpåvirket del	Bøjnings- og trykpåvirket del
Spændings-fordeling (tryk positivt)			
1	$c/t \leq 72\varepsilon$	$c/t \leq 33\varepsilon$	når $\alpha > 0{,}5: c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0{,}5: c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$
2	$c/t \leq 83\varepsilon$	$c/t \leq 38\varepsilon$	når $\alpha > 0{,}5: c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0{,}5: c/t \leq \frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$
Spændings-fordeling (tryk positivt)			
3	$c/t \leq 124\varepsilon$	$c/t \leq 42\varepsilon$	når $\psi > -1: c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0{,}67 + 0{,}33\psi}$ når $\psi \leq -1$*): $c/t \leq 62\varepsilon\,(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \leq -1$ benyttes, når enten trykspændingen $\sigma \leq f_y$ eller træktøjningen $\varepsilon_y > f_y/E$

Figur 3.5. Tværsnitsklassfikation af indre trykpåvirkede del. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

Ved (3.2) tjekkes om kroppen overholder tværsnitsklasse 1.

$$\text{Idet} \quad \alpha > 0{,}5 : c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1} \Rightarrow d/t_w = 41{,}8 < 45{,}6 \text{ , OK} \tag{3.2}$$

Det samme gøres for flangen i henhold til figur 3.4.

$$c/t \leq 9\varepsilon \Rightarrow 6{,}25 < 9 \text{ , OK} \tag{3.3}$$

Det giver, at tværsnittet er klasse 1, og der kan dermed bruges plastiske tværsnitsegenskaber. Der vælges dog ikke en plastisk snitkraftfordeling.

3.1.2 Tværsnitsbæreevne

Som led i beregningsgangen for dette bøjnings- og trykpåvirkede element udregnes også udnyttelsesgrader for de lasttilfælde der i Eurocoden er forud for 6.3.3. Dels fordi flertallet af de størrelser, der anvendes her, også indgår i 6.3.3 og derfor introduceres på en naturlig måde, men også fordi det ved forskellige lastkombinationer er nyttigt at have overblik over tværsnittets udnyttelse i forhold til de enkelte laster.

Tværsnitskonstanterne for det anvendte IPE500 profil er fundet i Ståbi [2011] og fremgår af tabel 3.3. Det plastiske modstandsmoment om z-aksen fremgår ikke af Ståbi [2011] og er fundet på den spanske stålfabrikant *Merle*s hjemmeside.

Tværsnitskonstant	Symbol	Værdi	Faktor	Enhed
Tværsnitsareal	A	11,6	10^3	mm^2
Inertimoment om y-akse	I_y	482	10^6	mm^4
Inertimoment om z-akse	I_z	21,4	10^6	mm^4
Elastisk modstandsmoment om y-akse	$W_{el,y}$	1930	10^3	mm^3
Elastisk modstandsmoment om z-akse	$W_{el,z}$	214	10^3	mm^3
Plastisk modstandsmoment om y-akse	$W_{pl,y}$	2194	10^3	mm^3
Plastisk modstandsmoment om z-akse	$W_{pl,z}$	335,9	10^3	mm^3
Vridningsinertimoment	I_v	897	10^3	mm^4
Hvælvningsinertimoment	I_w	1250	10^9	mm^6
Inertiradius om y-akse	i_y	204	1	mm
Inertiradius om z-akse	i_z	43,1	1	mm

Tabel 3.3. Tværsnitsdata for IPE500.

For hvert lasttilfælde gælder, at den regningsmæssige værdi af lasten i ethvert tværsnit ikke må overstige den regningsmæssige bæreevne.

Bæreevne af tværsnit mht. tryk

For trykkraften N_{Ed} gælder følgende udtryk:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{3.4}$$

hvor

N_{Ed}	Regningsmæssig trykkraft
$N_{c,Rd}$	Regningsmæssig bæreevne mht. trykkraft

Hvor den regningsmæssige bæreevne $N_{c,Rd}$ for klasse 1-, 2- og 3-tværsnit findes ved:

$$N_{c,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}} = 2478\,\text{kN} \tag{3.5}$$

Det giver en udnyttelsesgrad på:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = 0{,}20 < 1{,}0$$

Bæreevne af tværsnit mht. bøjning

Bøjningsmomentet genereret af den lodrette linjelast M_{Ed} skal overholde udtrykket:

$$\frac{M_{\mathrm{Ed}}}{M_{\mathrm{c,Rd}}} \leq 1{,}0 \tag{3.6}$$

hvor

M_{Ed}	Regningsmæssig bøjningsmoment
$M_{\mathrm{c,Rd}}$	Regningsmæssig momentbæreevne

Hvor den regningsmæssige bæreevne $M_{\mathrm{c,Rd}}$ er givet ved

$$M_{\mathrm{c,Rd}} = M_{\mathrm{pl,Rd}} = \frac{W_{\mathrm{pl}} f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M0}}} \qquad \text{for klasse 1- eller 2-tværsnit} \tag{3.7}$$

$$M_{\mathrm{c,Rd}} = M_{\mathrm{el,Rd}} = \frac{W_{\mathrm{el,min}} f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M0}}} \qquad \text{for klasse 3-tværsnit} \tag{3.8}$$

I dette eksempel hvor tværsnitsklassen er 1, beregnes bæreevnen og efterfølgende udnyttelsesgraden til:

$$M_{\mathrm{c,Rd}} = M_{\mathrm{pl,Rd}} = 468{,}8\,\mathrm{kNm}$$

$$\frac{M_{\mathrm{Ed}}}{M_{\mathrm{c,Rd}}} = 0{,}10 < 1{,}0$$

Bæreevne af tværsnit mht. forskydning

Den regningsmæssige værdi af forskydningskraften V_{Ed} skal tilsvarende overholde:

$$\frac{V_{\mathrm{Ed}}}{V_{\mathrm{c,Rd}}} \leq 1{,}0 \tag{3.9}$$

hvor

V_{Ed}	Regningsmæssig forskydningskraft
$V_{\mathrm{c,Rd}}$	Regningsmæssig bæreevne mht. forskydning

For tværsnitsklasse 1 (og 2) er $V_{\mathrm{c,Rd}} = V_{\mathrm{pl,Rd}}$. Idet der ikke forekommer vridning kan den plastiske bæreevne findes ved:

$$V_{\mathrm{pl,Rd}} = \frac{A_{\mathrm{v}}\left(f_{\mathrm{y}}/\sqrt{3}\right)}{\gamma_{\mathrm{M0}}} \tag{3.10}$$

Hvor forskydningsarealet A_{v} for valsede I-profiler belastet parallelt med kroppen bestemmes ved:

$$A_{\mathrm{v}} = A - 2b t_{\mathrm{f}} + (t_{\mathrm{w}} + 2r)\, t_{\mathrm{f}} = 120{,}5 \cdot 10^2 \mathrm{mm}^2$$

Men ikke mindre end:

$$\eta h_{\mathrm{w}} t_{\mathrm{w}} = 47{,}7 \cdot 10^2 \mathrm{mm}^2$$

Her anvendes den af Eurocoden foreslåede konservative værdi af $\eta = 1{,}0$. Det giver en forskydningsbæreevne på:

$$V_{\mathrm{c,Rd}} = V_{\mathrm{pl,Rd}} = 1635\,\mathrm{kN}$$

For tværsnitsklasse 3 eftervises bæreevnen ved (3.11). Selvom der her er tale om tværsnitsklasse 1, inddrages formlen i håndberegningen for de lasttilfælde der måtte give tværsnitsklasse 3.

$$\frac{\tau_{\mathrm{Ed}}}{f_{\mathrm{y}} / \left(\sqrt{3}\gamma_{\mathrm{M0}}\right)} \leq 1{,}0 \tag{3.11}$$

Udnyttelsesgraden for forskydningsbæreevnen fås til:

$$\frac{V_{\mathrm{Ed}}}{V_{\mathrm{c,Rd}}} = 0{,}02 < 1{,}0$$

De ovennævnte udnyttelsesgrader bruges primært til at skabe og fastholde overblik i forbindelse med resultaterne af 6.3.3, når der foretages parametervariation for lasterne. De følgende bæreevneeftervisninger anvendes bl.a. i beregningerne af hjælpestørrelser til 6.3.3.

3.1.3 Bæreevne af trykpåvirkede elementer mht. stabilitetssvigt

Trykpåvirkede elementer skal også eftervises i forhold til stabilitetssvigt, da søjlevirkning - momentet induceret ved flytning i enten y- eller z-aksen - kan forårsage bøjningsbrud af elementet. Det sker især ved lange og/eller slanke trykpåvirkede elementer, der sagtens kan have mere end tilstrækkelig tværsnitsbæreevne.

Bæreevnen eftervises efter afsnit 6.3.1 i DS/EN 1993-1-1 [2007] ved:

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{b,Rd}}} \leq 1{,}0 \tag{3.12}$$

hvor

N_{Ed}	Regningsmæssig værdi for trykkraft
$N_{\mathrm{b,Rd}}$	Regningsmæssig bæreevne mht. stabilitetssvigt

For klasse 1-, 2- og 3-tværsnit beregnes bæreevnen ved

$$N_{\mathrm{b,Rd}} = \frac{\chi A f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} \tag{3.13}$$

χ	Reduktionsfaktor for den relevante udbøjningsfigur

Reduktionsfaktoren tager højde for understøtningsforhold og imperfektioner ift. tværsnit, og beregnes ved:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1{,}0 \tag{3.14}$$

Hvor Φ er en funktion defineret som:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right]$$

hvor

α	Imperfektionsfaktor
$\bar{\lambda}$	Relativ slankhedsparameter

Imperfektionsfaktoren α bestemmes ud fra tværsnittets søjlekurve, som både afhænger af profiltype, geometri, udbøjningsakse samt styrkeklasse. Ved valg af søjlekurve anvendes tabel 6.2 fra DS/EN 1993-1-1 [2007], som fremgår af figur 3.6. Her er der tale om et valset I-profil af styrkeklasse S235 med udbøjning om hhv. y- og z-aksen. Geometriforholdene er således:

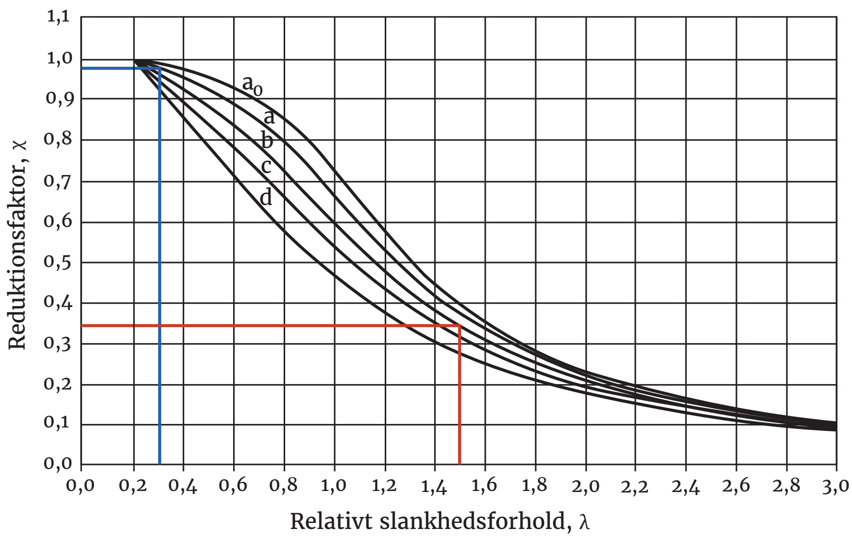
$$h/b = 2{,}5 > 1{,}2 \qquad \text{og} \qquad t_f = 16\,\text{mm} < 40\,\text{mm}$$

Det giver søjlekurve **a** for y-aksen samt **b** for z-aksen, og dermed kan imperfektionsfaktoren aflæses i tabel 3.4 til $\alpha_y = 0{,}21$ og $\alpha_z = 0{,}34$

Søjlekurve	a_0	a	b	c	d
Imperfektionsfaktor α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

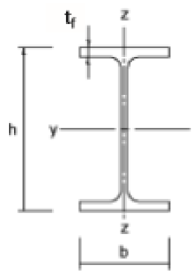
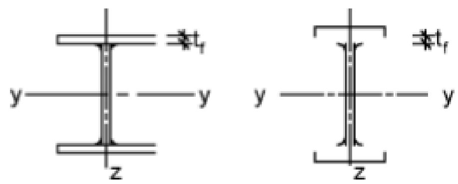
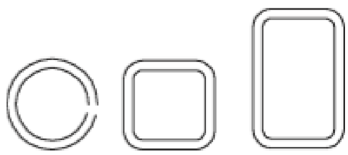
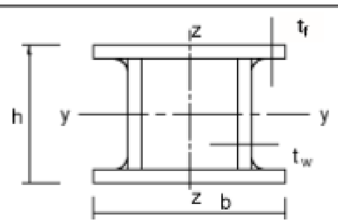
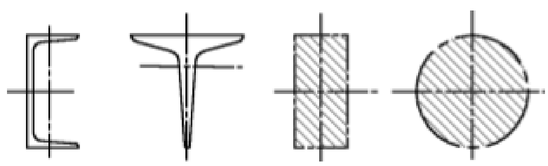
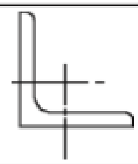
Tabel 3.4. Imperfektionsfaktorer for søjlekurver. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

Figur 3.7 fra DS/EN 1993-1-1 [2007] illustrerer søjlekurvernes indvirkning på reduktionsfaktoren χ som funktion af det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}$. Her er resultaterne for y- og z-aksen diskret markeret med hhv. en blå og rød streg. Det ses, at søjlekurverne har størst indflydelse på reduktionsfaktoren ved slankhedsforhold med værdier mellem ca. 0,4 og 1,6. For lave værdier af slankhedsforholdet har tværsnitsgeometrien således stor indflydelse på reduktionsfaktoren. I det nuværende tilfælde ses det, at for z-aksen (den blå linje) reduceres bæreevnen betragteligt, mens der for y-aksen (den røde) næsten ingen reduktion er.



Figur 3.7. Søjlekurvernes indflydelse på reduktionsfaktoren χ som funktion af $\bar{\lambda}$.

Tabel 6.2: Valg af søjlekurve til et tværsnit

Tværsnit		Begrænsninger		Udbøjning om akse	Søjlekurve	
					S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Valsede profiler		$h/b > 1,2$	$t_f \le 40$ mm	y-y	a	a_0
				z-z	b	a_0
			$40 \text{ mm} < t_f \le 100$	y-y	b	a
				z-z	c	a
		$h/b \le 1,2$	$t_f \le 100$ mm	y-y	b	a
				z-z	c	a
			$t_f > 100$ mm	y-y	d	c
				z-z	d	c
Opsvejste I-profiler		$t_f \le 40$ mm		y-y	b	b
				z-z	c	c
		$t_f > 40$ mm		y-y	c	c
				z-z	d	d
Rørprofiler		varmvalsede		alle	a	a_0
		koldformede		alle	c	c
Opsvejste kasseprofiler		generelt (undtagen som nedenfor)		alle	b	b
		tykke svejsesømme: $a > 0,5t_f$; $b/t_f < 30$; $h/t_w < 30$		alle	c	c
U-, I-profiler og massive profiler				alle	c	c
L-profiler				alle	b	b

Figur 3.6. Tabel 6.2 fra DS/EN 1993-1-1 [2007] til bestemmelse af søjlekurve.

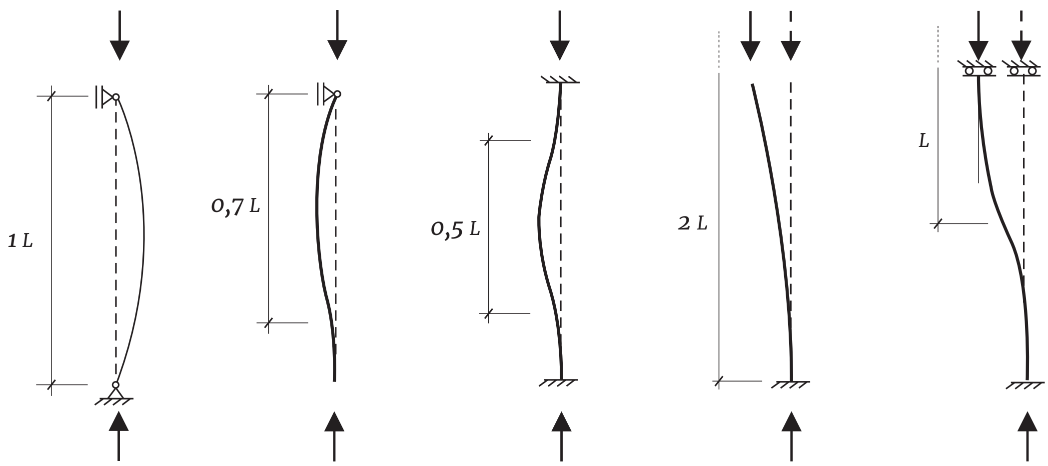
Den relative slankhedsparameter $\bar{\lambda}$ er for klasse 1-, 2- og 3-tværsnit ift. bøjningsudknækning defineret som

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i}\frac{1}{\lambda_1}$$

hvor

L_{cr}	Knæklængde i den betragtede udknækningsplan
i	Inertiradius mht. den relevante akse
$\lambda_1 = 93{,}9\varepsilon$	Slankhedsværdi til bestemmelse af $\bar{\lambda}$

Knæklængden, også kendt som søjlelængden l_s, afhænger af understøtningsforholdene for elementet, se figur 3.8, og kan have stor indflydelse på bæreevnen. I dette tilfælde med en simpelt understøttet bjælke er $L_{cr} = L = 6\,\text{m}$.



Figur 3.8. Teoretisk søjlelængder. [da Silva et al., 2013]

Tværsnittets inertiradius er for både y- og z-aksen defineret i tabel 3.3. Det giver en slankhedsparameter for de to akser på:

$$\bar{\lambda}_y = \frac{L_{cr}}{i_y}\frac{1}{\lambda_1} = 0{,}31$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{L_{cr}}{i_z}\frac{1}{\lambda_1} = 1{,}48$$

Det giver en Φ værdi og efterfølgende reduktionsfaktor på:

$$\Phi_y = 0{,}5\left[1 + \alpha_y\left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_y^2\right] = 0{,}56$$

$$\Phi_z = 0{,}5\left[1 + \alpha_z\left(\bar{\lambda}_z - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_z^2\right] = 1{,}82$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi_y + \sqrt{\Phi_y^2 - \bar{\lambda}_y^2}} = 0{,}97$$

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi_z + \sqrt{\Phi_z^2 - \bar{\lambda}_z^2}} = 0{,}35$$

Der fås den laveste reduktionsfaktor - hvilket vil sige den, der giver den største reduktion i bæreevnen - for z-aksen, idet der her er den laveste inertiradius og største imperfektionsfaktor. Den regningsmæssige bæreevne og tilsvarende udnyttelsesgrad for denne akse beregnes til:

$$N_{\mathrm{b,Rd}} = \frac{\chi_{\mathrm{z}} A f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} = 792{,}2\,\mathrm{kN}$$

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{b,Rd}}} = 0{,}63 \leq 1{,}0$$

3.1.4 Bæreevne af bøjningspåvirkede elementer mht. stabilitetssvigt

For en simpelt understøttet bjælke under påvirkning af en lodret last skal bæreevnen ikke blot eftervises ift. bøjningsmoment men også stabilitetssvigt i form af kipning. Kipning sker når bjælken mister bæreevnen ved vandret udknækning. Der sker således en rotation af tværsnittet omkring enten en tvungen akse, hvis placering afhænger af understøtningsforhold og lastplacering, men som er i tværsnittet, eller en akse placeret udenfor tværsnittet som afhænger af den indre balance, der etableres ved udknækning af bjælken. Bonnerup [2009] Det er således ikke uvæsentligt om lasterne virker øverst i tværsnittet eller nederst, idet lasternes placering enten kan forstærke eller modvirke den destabiliserende effekt. Tilfældet med tvungen akse kaldes bunden kipning, mens det andet kaldes fri kipning, og de afhænger udelukkende af understøtningsforhold. Eftersom ingen af flangerne er fastholdt mod sideværts udknækning er der her tale om fri kipning.

Bæreevnen mht. kipning eftervises som følger:

$$\frac{M_{\mathrm{Ed}}}{M_{\mathrm{b,Rd}}} \leq 1{,}0 \tag{3.15}$$

hvor

M_{Ed}	Regningsmæssigt moment
$M_{\mathrm{b,Rd}}$	Regningsmæssig momentbæreevne mht. kipning

Den regningsmæssige momentbæreevne mht. kipning bør sættes til:

$$M_{\mathrm{b,Rd}} = \chi_{\mathrm{LT}} W_{\mathrm{y}} \frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} \tag{3.16}$$

hvor

W_{y}	Relevant modstandsmoment
χ_{LT}	Reduktionsfaktor mht. kipning

Modstandsmomentet W_{y}, tages som enten det plastiske, elastiske eller effektive modstandsmoment alt afhængigt af tværsnitsklassen:

$$W_{\mathrm{y}} = W_{\mathrm{pl,y}} \qquad \text{for klasse 1- eller 2-tværsnit}$$
$$W_{\mathrm{y}} = W_{\mathrm{el,y}} \qquad \text{for klasse 3-tværsnit}$$

For dette eksempel er modstandsmomentet således $W_{\mathrm{y}} = W_{\mathrm{pl,y}}$.

Kipningskurver

Reduktionsfaktoren mht. kipning kan for det generelle tilfælde bestemmes ud fra:

$$\chi_{\mathrm{LT}} = \frac{1}{\Phi_{\mathrm{LT}} + \sqrt{\Phi_{\mathrm{LT}}^2 - \bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2}} \leq 1{,}0 \tag{3.17}$$

Med funktionen Φ_{LT} er defineret som:

$$\Phi_{\mathrm{LT}} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{\mathrm{LT}}\left(\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2\right]$$

hvor

α_{LT}	Imperfektionsfaktor mht. kipning
$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}$	Relativ slankhed mht. kipning

Imperfektionsfaktoren α_{LT} bestemmes ud fra den relevante kipningskurve, som afhænger af profiltype og geometri. Kipningskurven aflæses af tabel 3.5.

Tværsnit	**Begrænsninger**	**Kipningskurve**
Valsede I-profiler	$h/b \leq 2$	**a**
	$h/b > 2$	**b**
Opsvejste I-profiler	$h/b \leq 2$	**c**
	$h/b > 2$	**d**
Andre tværsnit	-	**a**

Tabel 3.5. Anbefalede værdier for kipningskurver. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

I dette tilfælde med valset I-profil med $h/b = 2{,}5 > 2$ anvendes kipningskurven b. Den tilsvarende imperfektionsfaktor aflæses af tabel 3.6 til $\alpha_{\mathrm{LT}} = 0{,}34$.

Søjlekurve	a	b	c	d
Imperfektionsfaktor α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Tabel 3.6. Anbefalede værdier for imperfektionsfaktorer. [DS/EN 1993-1-1, 2007]

Det relative slankhedsforhold mht. kipning beregnes ved (3.18):

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} = \sqrt{\frac{W_{\mathrm{y}} f_{\mathrm{y}}}{M_{\mathrm{cr}}}} \tag{3.18}$$

hvor

M_{cr}	Kritisk kipmoment

Det kritiske kipmoment er defineret som den last, der netop kan få bjælken til at forblive i udbøjet form i planen - altså uden sideværts udknækning. [Bonnerup, 2009] Der findes flere måder at beregne kipmomentet på, og her anvendes en tabel over forskellige lasttilfælde fra Bonnerup [2009] til bestemmelse af koefficienter, der indgår i formel (3.19) for M_{cr}, se evt. Appendix C.

Kipmomentet beregnes som:

$$M_{\mathrm{cr}} = m_{\mathrm{n}} \frac{EI_{\mathrm{z}}}{l^2} h_{\mathrm{t}} \tag{3.19}$$

hvor

m_{n}	Koefficient der aflæses for det pågældende lasttilfælde
l	Spændvidde
h_{t}	Tværsnitshøjde fra midte af overflange til midte af underflange

Eftersom bjælken kun fastholdes ved understøtningerne, er spændvidden 6 m. Med en tværsnitshøjde på $h = 500\,\mathrm{mm}$ og flangetykkelsen $t_{\mathrm{f}} = 16\,\mathrm{mm}$ er $h_{\mathrm{t}} = 500 - 16 = 484\,\mathrm{mm}$. For at kunne aflæse m-koefficienten anvendes en indgangsparameter kl:

$$kl = \sqrt{\frac{GI_{\mathrm{v}} l^2}{EI_{\mathrm{w}}}} = 3{,}14 \tag{3.20}$$

hvor

E	Elasticitetsmodul
G	Forskydningsmodul
I_{v}	Vridningsinertimoment
I_{w}	Hvælvningsinertimoment

Som tidligere nævnt afhænger bjælkens tilbøjelighed til kipning af lasttilfældet, hvilket inddrages i m-koefficienten. Bjælken påvirkes af en linjelast virkende ovenpå tværsnittet, og med et moment på 0 i enderne. Derfor anvendes tabellen for $n = 4$, så koefficienten m_4 bestemmes. Værdierne inddeles i kipningstabellerne efter hele værdier af indgangsparameteren, hvorfor der interpoleres lineært mellem $kl = 3$ og $kl = 4$.

$$m_4 = 44{,}6 \cdot (4 - 3{,}14) + 54{,}7 \cdot (3{,}14 - 3) = 46$$

Det giver et kritisk kipmoment på:

$$M_{\mathrm{cr}} = m_4 \frac{EI_{\mathrm{z}}}{l^2} h_{\mathrm{t}} = 2783\,\mathrm{kNm}$$

Således kan de resterende størrelser og dermed også reduktionsfaktoren χ_{LT} beregnes:

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} = \sqrt{\frac{W_{\mathrm{y}} f_{\mathrm{y}}}{M_{\mathrm{cr}}}} = 0{,}40 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{\mathrm{LT}} = 0{,}5 \left[1 + \alpha_{\mathrm{LT}} \left(\bar{\lambda}_{\mathrm{LT}} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2\right] = 0{,}62$$

$$\Downarrow$$

$$\chi_{\mathrm{LT}} = \frac{1}{\Phi_{\mathrm{LT}} + \sqrt{\Phi_{\mathrm{LT}}^2 - \bar{\lambda}_{\mathrm{LT}}^2}} = 0{,}92$$

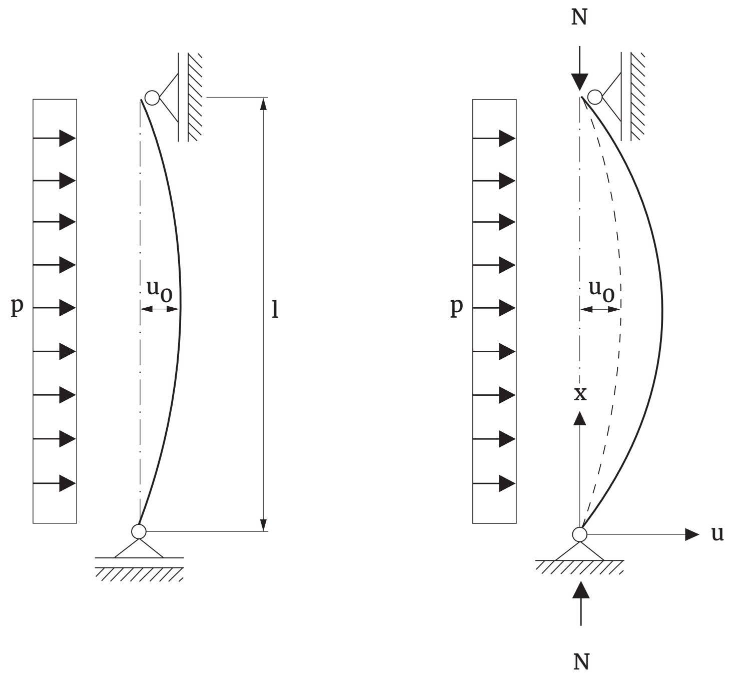
$$M_{\mathrm{b,Rd}} = \chi_{\mathrm{LT}} W_{\mathrm{y}} \frac{f_{\mathrm{y}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} = 392{,}7\,\mathrm{kNm}$$

Det giver en udnyttelsesgrad for momentbæreevnen mht. kipning på:

$$\frac{M_{\mathrm{Ed}}}{M_{\mathrm{b,Rd}}} = 0{,}11 \leq 1{,}0$$

3.1.5 Bøjnings- og trykpåvirkning for konstant tværsnit

Elementer påvirket af både bøjningsmoment og aksialt tryk, også kaldet bjælkesøjler eller momentpåvirkede trykstænger, undergår komplekse effekter fra interaktionen imellem instabilitet og plasticitet. Blandt disse effekter er momentforøgelse, som illustreres ved figur 3.9, hvor det bøjende moment om y-aksen, som introduceres ved linjelasten, resulterer i udbøjningen u_0. Ved påførsel af en aksial trykkraft, introduceres der et momentbidrag på $M = Fu_0$, idet den allerede omtalte udbøjning gør tryklasten excentrisk.



Figur 3.9. Bjælkesøjle med udbøjninger. [da Silva et al., 2013]

Afsnit 6.3.3 af DS/EN 1993-1-1 [2007] fremsætter et eftervisningskrav for bæreevnen af bøjnings- og trykpåvirkede elementer med konstant tværsnit. Her tages der desuden højde for bøjende momenter om begge akser ud af planen - altså y- og z-aksen. Sådanne elementer bør opfylde:

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{\frac{\chi_{\mathrm{y}} N_{\mathrm{Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} + k_{\mathrm{yy}} \frac{M_{\mathrm{y,Ed}} + \Delta M_{\mathrm{y,Ed}}}{\chi_{\mathrm{LT}} \frac{M_{\mathrm{y,Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} + k_{\mathrm{yz}} \frac{M_{\mathrm{z,Ed}} + \Delta M_{\mathrm{z,Ed}}}{\frac{M_{\mathrm{z,Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} \leq 1 \qquad (3.21)$$

$$\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{\frac{\chi_{\mathrm{z}} N_{\mathrm{Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} + k_{\mathrm{zy}} \frac{M_{\mathrm{y,Ed}} + \Delta M_{\mathrm{y,Ed}}}{\chi_{\mathrm{LT}} \frac{M_{\mathrm{y,Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} + k_{\mathrm{zz}} \frac{M_{\mathrm{z,Ed}} + \Delta M_{\mathrm{z,Ed}}}{\frac{M_{\mathrm{z,Rk}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}}} \leq 1 \qquad (3.22)$$

hvor

$N_{\mathrm{Ed}}, M_{\mathrm{y,Ed}}$ og $M_{\mathrm{z,Ed}}$	Regningsmæssige værdier af trykkraften og de maksimale momenter om hhv. y-y- og z-z-aksen langs elementet
$\Delta M_{\mathrm{y,Ed}}$, $\Delta M_{\mathrm{z,Ed}}$	Momenter som følge af flytning af tyngdepunktslinjen for klasse 4-tværsnit.
χ_{y}, χ_{z}	Reduktionsfaktorer svarende til bøjningsudknækning
χ_{LT}	Reduktionsfaktor svarende til kipning
k_{yy}, k_{yz}, k_{zy} og k_{zz}	Interaktionsfaktorer

Reduktionsfaktorerne χ_{y} og χ_{z} er bestemt i afsnit 3.1.3 ved eftervisning af stabilitetssvigt for trykpåvirkede elementer af formlerne (3.14). På samme vis er χ_{LT} defineret i afsnit 3.1.4 af (3.17).

Interaktionsfaktorerne k_{yy}, k_{yz}, k_{zy} og k_{zz} tager højde for samvirkningen af instabilitetsfænomenerne og beregnes på en af to måder - begge beskrevet i hhv. anneks A og B i DS/EN 1993-1-1 [2007]. Her vælges den første metode, hvor faktorerne i anneks A er defineret som:

Interaktionsfaktorer	**Regningsmæssige forudsætninger**	
	Elastiske tværsnitsegenskaber klasse 3, klasse 4	Plastiske tværsnitsegenskaber klasse 1, klasse 2
k_{yy}	$C_{\mathrm{my}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{y}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}}$	$C_{\mathrm{my}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{y}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}} \frac{1}{C_{\mathrm{yy}}}$
k_{yz}	$C_{\mathrm{mz}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{y}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}}$	$C_{\mathrm{mz}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{y}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}} \frac{1}{C_{\mathrm{yz}}} 0{,}6 \sqrt{\frac{w_{\mathrm{z}}}{w_{\mathrm{y}}}}$
k_{zy}	$C_{\mathrm{my}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{z}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}}$	$C_{\mathrm{my}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{z}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}} \frac{1}{C_{\mathrm{zy}}} 0{,}6 \sqrt{\frac{w_{\mathrm{y}}}{w_{\mathrm{z}}}}$
k_{zz}	$C_{\mathrm{mz}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{z}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}}$	$C_{\mathrm{mz}} C_{\mathrm{mLT}} \frac{\mu_{\mathrm{z}}}{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}} \frac{1}{C_{\mathrm{zz}}}$

Tabel 3.7. Interaktionsfaktorer til 6.3.3.

Forud for bestemmelsen af disse faktorer, beregnes en række hjælpestørrelser.

Hjælpestørrelser

$$\mu_{\mathrm{y}} = \frac{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}}{1-\chi_{\mathrm{y}}\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,y}}}} \qquad \text{og} \qquad \mu_{\mathrm{z}} = \frac{1-\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}}{1-\chi_{\mathrm{z}}\frac{N_{\mathrm{Ed}}}{N_{\mathrm{cr,z}}}}$$

hvor

$N_{\mathrm{cr,y}}$	Elastisk bøjningsudknækningskraft om y-aksen
$N_{\mathrm{cr,z}}$	Elastisk bøjningsudknækningskraft om z-aksen

Den elastiske bøjningsudknækningskraft bestemmes ved:

$$N_{\mathrm{cr,y}} = \frac{\pi^2 E I_{\mathrm{y}}}{L^2} = 27\,751\,\mathrm{kN} \qquad \text{og} \qquad N_{\mathrm{cr,z}} = \frac{\pi^2 E I_{\mathrm{z}}}{L^2} = 1233\,\mathrm{kN}$$

Det giver følgende værdier:

$$\mu_{\mathrm{y}} = 0{,}999 \qquad \text{og} \qquad \mu_{\mathrm{z}} = 0{,}692$$

$$w_\mathrm{y} = \frac{W_\mathrm{pl,y}}{W_\mathrm{el,y}} \leq 1{,}5 \qquad \text{og} \qquad w_\mathrm{z} = \frac{W_\mathrm{pl,z}}{W_\mathrm{el,z}} \leq 1{,}5$$

Det giver værdierne:

$$w_\mathrm{y} = \frac{2194 \cdot 10^3 \mathrm{mm}^3}{1930 \cdot 10^3 \mathrm{mm}^3} = 1{,}14 \qquad \text{og} \qquad w_\mathrm{z} = \frac{335{,}9 \cdot 10^3 \mathrm{mm}^3}{214 \cdot 10^3 \mathrm{mm}^3} = 1{,}57 \Rightarrow w_\mathrm{z} = 1{,}5$$

$$n_\mathrm{pl} = \frac{N_\mathrm{Ed}}{N_\mathrm{Rk}/\gamma_\mathrm{M1}}$$

hvor

N_Rk	Karakteristisk værdi af bæreevne mht. trykpåvirkning

Trykbæreevnen beregnes til:

$$N_\mathrm{Rk} = A f_\mathrm{y} = 2726\,\mathrm{kN}$$

Det giver udnyttelsesparameteren:

$$n_\mathrm{pl} = 0{,}22$$

$$a_\mathrm{LT} = 1 - \frac{I_\mathrm{v}}{I_\mathrm{y}} \geq 0$$

hvor

I_v	Vridningsinertimoment
I_y	Inertimoment om y-aksen

Inertimomenterne er defineret i tabel 3.3. Det giver en værdi på:

$$a_\mathrm{LT} = 0{,}998$$

Af tabel A.2 i DS/EN 1993-1-1 [2007] beregnes en faktor for ækvivalent konstant moment $C_\mathrm{mi,0}$. I dette tilfælde med et parabelformet momentdiagram mht. y-aksen, og intet moment om z-aksen, bestemmes $C_\mathrm{mi,0}$ til:

$$C_\mathrm{mi,0} = 1 + 0{,}03\frac{N_\mathrm{Ed}}{N_\mathrm{cr,i}} \quad \Rightarrow \quad C_\mathrm{my,0} = 1{,}001 \quad \text{og} \quad C_\mathrm{mz,0} = 0$$

Slankhedsforholdet $\bar{\lambda}_{\text{max}}$ er defineret ved:

$$\bar{\lambda}_{\text{max}} = \max \begin{cases} \bar{\lambda}_{\text{y}} = 0{,}31 \\ \bar{\lambda}_{\text{z}} = 1{,}48 \end{cases} = 1{,}48$$

Til beregning af konstanterne, der indekseres C_{mi}, anvendes slankhedsforholdet mht. kipning $\bar{\lambda}_0$, som bestemmes på samme vis som $\bar{\lambda}_{\text{LT}}$ ved formel (3.18), blot for lasttilfældet med konstant bøjningsmoment (dvs. for $\psi = 1$ ihht. tabel A.2 i DS/EN 1993-1-1 [2007]). Indgangsparameteren kl bestemt ved (3.20) er stadig 3,14. For konstant moment ved fri kipning anvendes faktoren m_1 med $\mu = 1$ [Ståbi, 2011]:

$$m_1 = (9{,}22 - 4{,}29\mu)\sqrt{1 + \frac{kl^2}{\pi}} = 6{,}97$$

Det giver kipmomentet bestemt ved (3.19) på $M_{\text{cr}} = 422\,\text{kNm}$, og der fås således et slankhedsforhold på:

$$\bar{\lambda}_0 = 1{,}12$$

Konstanterne beregnes ved:

$$\text{Hvis} \quad \bar{\lambda}_0 \leq 0{,}2\sqrt{C_1}\sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,z}}}\right)\left(1 - \frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,TF}}}\right)} \qquad \begin{cases} C_{\text{my}} = C_{\text{my,0}} \\ C_{\text{mz}} = C_{\text{mz,0}} \\ C_{\text{mLT}} = 1{,}0 \end{cases}$$

$$\text{Hvis} \quad \bar{\lambda}_0 > 0{,}2\sqrt{C_1}\sqrt[4]{\left(1 - \frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,z}}}\right)\left(1 - \frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,TF}}}\right)} \qquad \begin{cases} C_{\text{my}} = C_{\text{my,0}} + (1 - C_{\text{my,0}})\frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{y}}}a_{\text{LT}}}{1+\sqrt{\varepsilon_{\text{y}}}a_{\text{LT}}} \\ C_{\text{mz}} = C_{\text{mz,0}} \\ C_{\text{mLT}} = C_{\text{my}}^2 \frac{a_{\text{LT}}}{\sqrt{\left(1-\frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,z}}}\right)\left(1-\frac{N_{\text{Ed}}}{N_{\text{cr,T}}}\right)}} \end{cases}$$

hvor

C_1	Momentkurvefaktor
$N_{\text{cr,y}}$	Normalkraft svarende til elastisk bøjningsudknækningskraft om y-aksen
$N_{\text{cr,z}}$	Normalkraft svarende til elastisk bøjningsudknækningskraft om z-aksen
$N_{\text{cr,T}}$	Normalkraft svarende til elastisk vridningsudknækning
$N_{\text{cr,TF}}$	Elastisk vridningsbøjningsudknækningskraft
I_{T}	Vridningsinertimoment

Momentkurvefaktoren aflæses i da Silva et al. [2013] til $C_1 = 1{,}12$. Faktoren ε_{y} beregnes ved:

$$\varepsilon_{\text{y}} = \frac{M_{\text{y,Ed}}}{N_{\text{Ed}}}\frac{A}{W_{\text{el,y}}} = 0{,}54 \qquad \text{for klasse 1-, 2- og 3-tværsnit}$$

$N_{\text{cr,T}}$ beregnes ved:

$$N_{\text{cr,T}} = \frac{1}{i_0^2}\left(GI_{\text{v}} + \frac{\pi^2 EI_{\text{w}}}{l_{\text{T}}^2}\right) = 3312\,\text{kN}$$

Hvor

$$i_0 = \sqrt{i_y^2 + i_z^2 + y_0^2 + z_0^2} = 209\,\text{mm}$$

Med $y_0 = z_0 = 0$ idet tværsnittets forskydningscenter ligger i tyngdepunktet. l_T sættes til bjælkelængden L for en simpelt understøttet bjælke.

$N_{cr,TF}$ er givet ved:

$$N_{cr,TF} = \frac{N_{cr,y}}{2\beta}\left(1 + \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}} - \sqrt{\left(1 - \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}\right)^2 + 4\left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 \frac{N_{cr,T}}{N_{cr,y}}}\right) = 3312\,\text{kN}$$

Hvor

$$\beta = 1 - \left(\frac{y_0}{i_0}\right)^2 = 1$$

Det giver følgende værdier for C_{mi}-konstanterne:

$$C_{my} = 1{,}00 \quad \text{og} \quad C_{mz} = 0 \quad \text{og} \quad C_{mLT} = 1{,}41$$

De resterende C-konstanter bestemmes ved:

$$C_{yy} = 1 + (w_y - 1)\left[\left(2 - \frac{1{,}6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1{,}6}{w_y} C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2\right) n_{pl} - b_{LT}\right] \geq \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}$$

$$\text{med} \quad b_{LT} = 0{,}5 a_{LT} \bar{\lambda}_0^2 \frac{M_{y,Ed}}{\chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{yz} = 1 + (w_z - 1)\left[\left(2 - 14 \frac{C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_z^5}\right) n_{pl} - c_{LT}\right] \geq 0{,}6 \sqrt{\frac{w_z}{w_y} \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}}$$

$$\text{med} \quad c_{LT} = 10 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{5 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}}$$

$$C_{zy} = 1 + (w_y - 1)\left[\left(2 - 14 \frac{C_{my}^2 \bar{\lambda}_{max}^2}{w_y^5}\right) n_{pl} - d_{LT}\right] \geq 0{,}6 \sqrt{\frac{w_y}{w_z} \frac{W_{el,y}}{W_{pl,y}}}$$

$$\text{med} \quad d_{LT} = 2 a_{LT} \frac{\bar{\lambda}_0}{0{,}1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{y,Ed}}{C_{my} \chi_{LT} M_{pl,y,Rd}} \frac{M_{z,Ed}}{C_{mz} M_{pl,z,Rd}}$$

$$C_{zz} = 1 + (w_z - 1)\left[\left(2 - \frac{1{,}6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max} - \frac{1{,}6}{w_z} C_{mz}^2 \bar{\lambda}_{max}^2\right) n_{pl} - e_{LT}\right] \geq \frac{W_{el,z}}{W_{pl,z}}$$

$$\text{med} \quad e_{\text{LT}} = 1{,}7 a_{\text{LT}} \frac{\bar{\lambda}_0^2}{0{,}1 + \bar{\lambda}_z^4} \frac{M_{\text{y,Ed}}}{C_{\text{my}} \chi_{\text{LT}} M_{\text{pl,y,Rd}}}$$

Der fås værdierne:

Værdier for C-konstanter			
b_{LT}	0	C_{yy}	0,903
c_{LT}	0,130	C_{yz}	1,155
d_{LT}	0	C_{zy}	0,571
e_{LT}	0,040	C_{zz}	1,200

Dermed kan interaktionsfaktorerne vha. tabel 3.7 beregnes til:

Interaktionsfaktorer			
k_{yy}	k_{yz}	k_{zy}	k_{zz}
1,584	0	0,908	0

De regningsmæssige værdier for lasterne er defineret i starten af dette kapitel, og formel (3.21) og (3.21) reduceres betragteligt idet $M_{\text{z,Ed}} = 0$. Udtrykkene reduceres desuden ved, at der ikke er tale om tværsnit af klasse 4, så momenterne $\Delta M_{\text{y,Ed}}$ og $\Delta M_{\text{z,Ed}}$ udgår. Det resulterer i følgende uligheder og udnyttelsesgrader:

$$\frac{N_{\text{Ed}}}{\frac{\chi_{\text{y}} N_{\text{Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} + k_{\text{yy}} \frac{M_{\text{y,Ed}}}{\chi_{\text{LT}} \frac{M_{\text{y,Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} = 0{,}41 \leq 1 \tag{3.23}$$

$$\frac{N_{\text{Ed}}}{\frac{\chi_{\text{z}} N_{\text{Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} + k_{\text{zy}} \frac{M_{\text{y,Ed}}}{\chi_{\text{LT}} \frac{M_{\text{y,Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} = 0{,}73 \leq 1 \tag{3.24}$$

Til sammenligning med metode 6.3.4 anvendes den største af de to udnyttelsesgrader for hvert lasttilfælde. Altså:

$$\eta_{6.3.3} = \max \begin{cases} \frac{N_{\text{Ed}}}{\frac{\chi_{\text{y}} N_{\text{Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} + k_{\text{yy}} \frac{M_{\text{y,Ed}}}{\chi_{\text{LT}} \frac{M_{\text{y,Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} \\ \frac{N_{\text{Ed}}}{\frac{\chi_{\text{z}} N_{\text{Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} + k_{\text{zy}} \frac{M_{\text{y,Ed}}}{\chi_{\text{LT}} \frac{M_{\text{y,Rk}}}{\gamma_{\text{M1}}}} \end{cases} = 0{,}73$$

3.2 3D-modellering efter den generelle metode 6.3.4

Den generelle metode præsenteret ved afsnit 6.3.4 i DS/EN 1993-1-1 [2007] anvendes hvor afsnit 6.3.3 (samt 6.3.1 og 6.3.2) ikke gælder. Den giver således mulighed for bæreevneeftervisning mht. udknækning og kipning af elementer såsom enkeltelementer med varierende tværsnit, med komplekse eller simple understøtningsforhold eller plane systemer eller delsystemer sammensat af sådanne elementer, der er belastet af tryk og/eller monoaksialt bøjningsmoment i planen, men som ikke indeholder flydeled. For dette projekt anvendes metoden for en bjælkesøjle påvirket af tryk og bøjning, til sammenligning med metode 6.3.3, som præsenteres i dette afsnit, samt for et lignende element med varierende tværsnit.

Bæreevnen for konstruktionselementer, der er dækket af ovenstående anvendelsesområde, mht. udknækning ud af planen kan kontrolleres ved følgende udtryk fra asnit 6.3.4 af DS/EN 1993-1-1 [2007]:

$$\frac{\chi_{\mathrm{op}}\alpha_{\mathrm{ult,k}}}{\gamma_{\mathrm{M1}}} \geq 1{,}0 \tag{3.25}$$

hvor

$\alpha_{\mathrm{ult,k}}$	Mindste lastforøgelse af de regningsmæssige laster til opnåelse af den karakteristiske bæreevne af konstruktionselementets mest kritiske tværsnit under hensyntagen til alle virkninger som skyldes geometrisk deformation i planen og globale og lokale imperfektioner, hvor det er relevant.
χ_{op}	Reduktionsfaktor svarende til det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}_{\mathrm{op}}$.

Det relative slankhedsforhold $\bar{\lambda}_{\mathrm{op}}$ bestemmes ved:

$$\bar{\lambda}_{\mathrm{op}} = \sqrt{\frac{\alpha_{\mathrm{ult,k}}}{\alpha_{\mathrm{cr,op}}}} \tag{3.26}$$

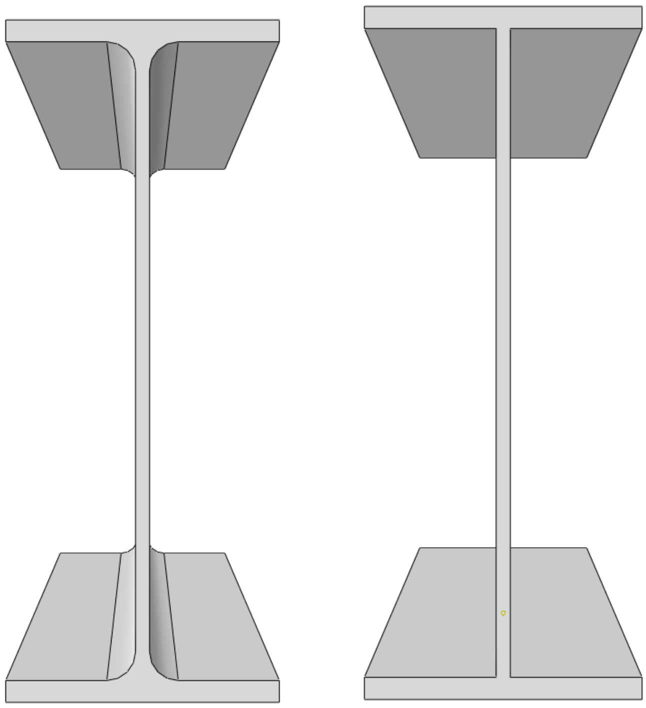
hvor

$\alpha_{\mathrm{cr,op}}$	Mindste lastforøgelse af de regningsmæssige laster i planen til opnåelse af den elastiske kritiske bæreevne af konstruktionselementer med hensyn til sideværts udknækning eller kipning uden at tage højde for bøjningsudknækning i planen.

Reduktionsfaktoren χ_{op} bestemmes i dette tilfælde som mindsteværdien af χ for sideværts udknækning defineret ved formel (3.14) og χ_{LT} for kipning som foreslået i DS/EN 1993-1-1 [2007]. Til bestemmelse af $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ og $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$ anvendes 3D finite element analyse ved programmet Abaqus. Årsagen hertil er, at 2D-elementprogrammer ikke er tilstrækkelige idet, at de ikke kan tage højde for eksempelvis hvælvning. Uddybende dokumentation og beskrivelser for selve udførelsen af analyserne fremgår af Appendix A.

3.2.1 Modeller

For bjælken med konstant tværsnit anvendes, ligesom for håndberegningen, et IPE500 profil med en bjælkelængde på 6 m. Der fremstilles to forskellige modeller til både bestemmelsen af $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ og $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$, altså 4 modeller i alt - hhv. med og uden afrundinger ved samlingen af flanger og krop, se figur 3.10. Dette gøres af to årsager. Først og fremmest kan det ved et dimensioneringstilfælde i praksis være hensigtsmæssigt at simplificere geometrien for at effektivisere modelleringsprocessen og samtidig mindske simuleringstiden. For det andet udføres modellerne for den udfligede bjælke i skalelementer uden afrundinger. Derfor vurderes det som særdeles relevant at undersøge effekten af afrundingerne, hvor det er muligt. Dette indgår således også i sammenligningen med resultaterne for håndberegningen ved 6.3.3.



Figur 3.10. Modeller hhv. med og uden afrundinger.

3.2.2 Analyser

En af forskellene på modellerne for $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ og $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$ er selve analysen. Førstnævnte udføres ved at definere materialets elastiske og plastiske egenskaber. Analysen initieres som en trinvis påførsel af laster, hvor der tages højde for 2. ordens effekter såsom store flytninger. Dvs. at deformationen genereret af et lasttrin medregnes i det næste. For at beregne $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ lastes modellen til brud.

Modellerne til bestemmelse af $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$ udføres ved en elastisk instabilitetsanalyse, hvor de regningsmæssige laster påføres, og instabilitetslasten findes ved løsning af egenværdiproblemet. Den resulterende egenværdi for den passende brudmekanisme svarer til lastforøgelsesfaktoren $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$.

For at sikre konsekvente og pålidelige resultater udføres en konvergensanalyse på meshingen af modellerne og desuden for inkrementstørrelserne i analysen for $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$. Denne fremgår af Appendix A afsnit A.2.

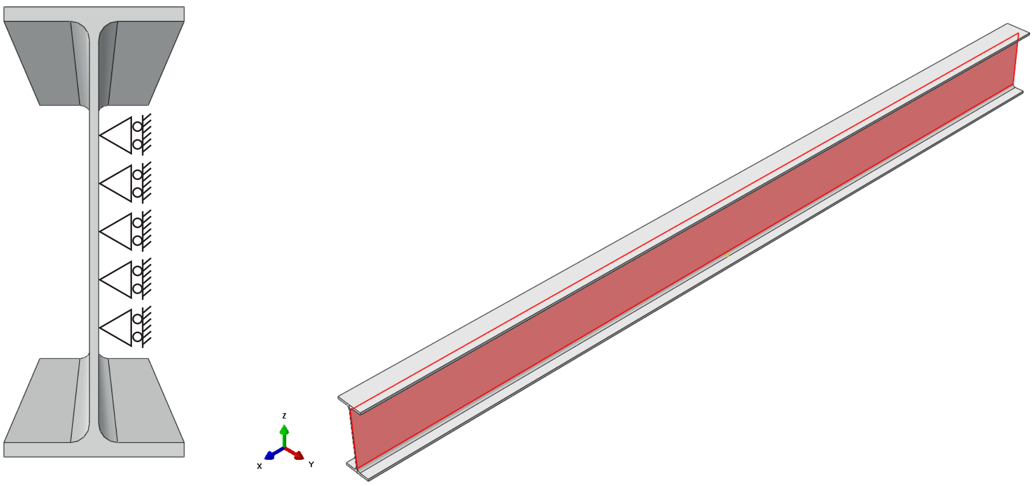
3.2.3 Understøtningsforhold og laster

Et af de væsentligste diskussionspunkter ved den numeriske del af projektet, er understøtningsforholdene. I sammenligningen med håndberegningen for 6.3.3 virker det besnærende at spørge, om det er vigtigst at emulere bjælketeoriens understøtningsforhold eller at opstille et virkelighedstro tilfælde med fordelte understøtninger. Derfor forsøges der med forskellige understøtningsforhold for at se, hvor stor effekt det har på udnyttelsesgraden. Hvis analysens resultater ikke er sensitive over for understøtningsforholdene, er diskussionen uvæsentlig. Det er dog kun for en problemstilling som den, rapporten her fremsætter, at det virker meningsfuldt at forsøge sig med minimale understøtninger. I egentlige dimensioneringstilfælde giver det således kun mening at genskabe virkelige forhold. Netop derfor søges der med denne rapport at give indblik i, om understøtningsforholdene har væsentlig betydning for resultaterne.

Understøtninger for $\alpha_{\text{ult,k}}$

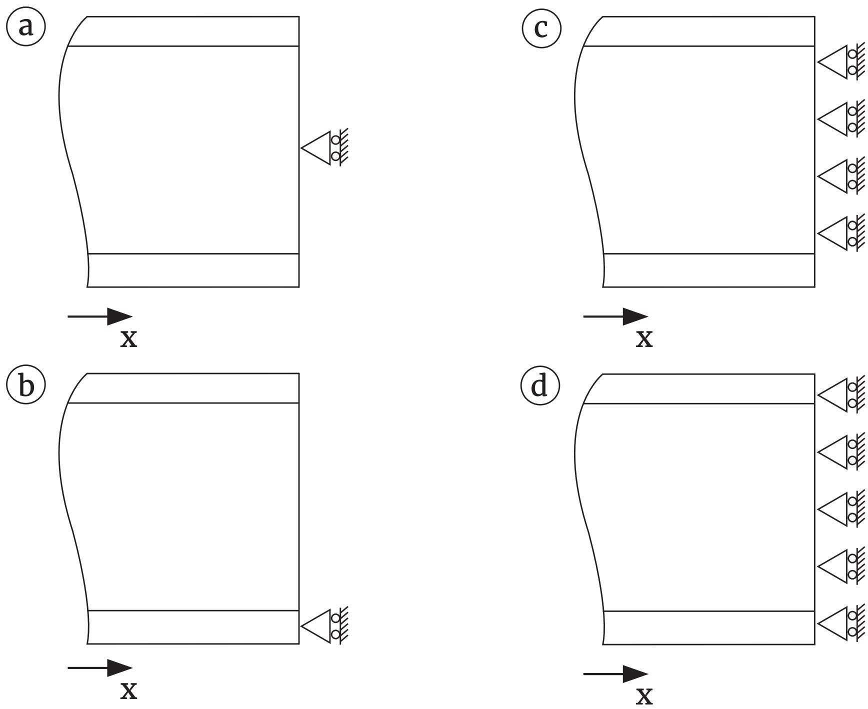
For modellerne til bestemmelse af $\alpha_{\text{ult,k}}$ fastholdes bjælken mod flytninger ud af planen (i y-aksen), idet der ikke skal tages hensyn til udknækning og kipning. Dette gøres i kroppen over hele bjælkelængden, som vist ved figur 3.11. Der forsøges med forskellige typer af understøtning i bjælkens x- og z-akse, som i forskellig grad har til hensigt at efterligne det statiske system, som fremgik af figur 2.1. Fælles for disse understøtninger er, at de påsættes på følgende steder af bjælken:

- Flytningen af enten tværsnittets tyngdepunkt, underflange, krop eller hele tværsnittet mht. x-aksen sættes til nul for $x = L$.
- Flytningen af kroppen mht. y-aksen sættes til nul for hele bjælkelængden.
- Flytningen af enten tværsnittets tyngdepunkt, underflange eller krop mht. z-aksen sættes til nul for $x = 0$ og $x = L$.

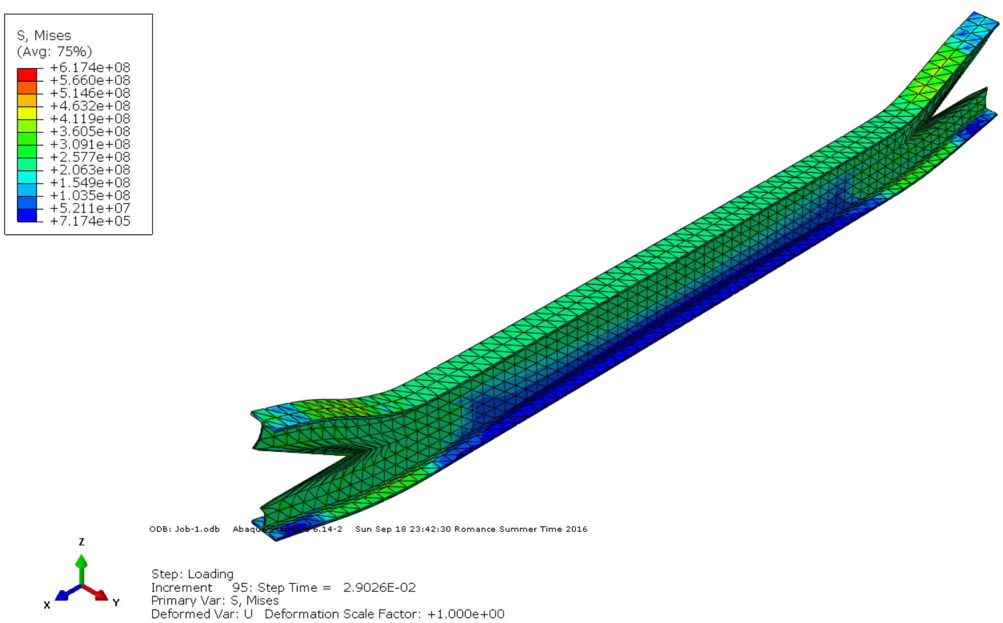


Figur 3.11. Understøtning af kroppen mht. y-aksen for $\alpha_{\text{ult,k}}$.

Der fremstilles en model, der er partitioneret i bjælkeenderne, så understøtningerne for x- og z-aksen kan påføres i tværsnittets tyngdepunkt, se figur 3.12 a). Det stemmer bedst muligt overens med bjælketeoriens understøtningsforhold for en simpelt understøttet bjælke, idet profilet frit kan rotere i enderne - dog ikke ud af planen. Det har dog vist sig at producere ikke-brugbare resultater, idet spændingskoncentrationerne i punkterne er for store til at bjælkens brudbæreevne for udbøjning i planen, som er definitionen på $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$, opnås. I stedet deformerer modellen i enderne som illustreret ved figur 3.13, hvor farverne viser von Mises spændingerne.

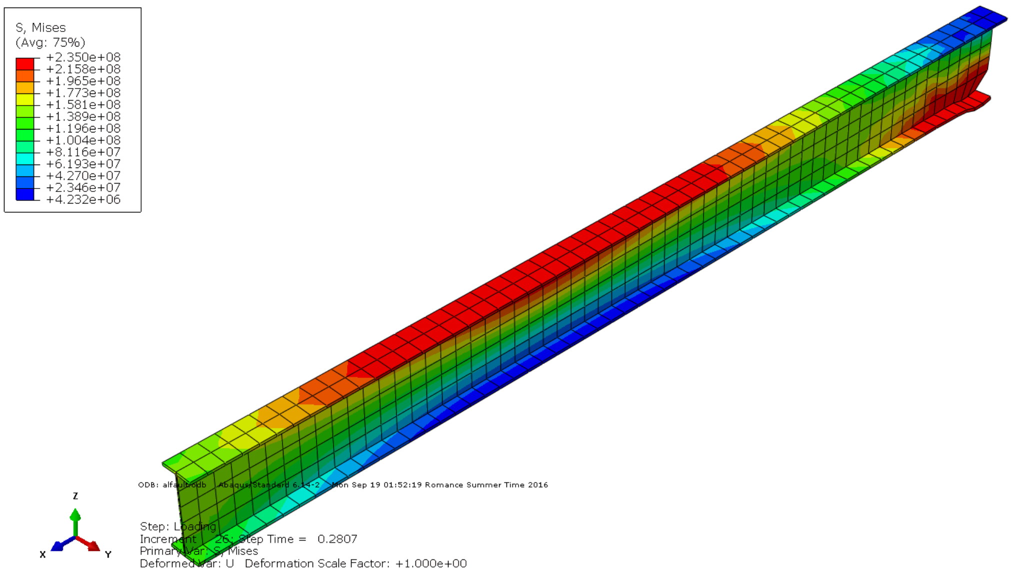


Figur 3.12. Undersøgte understøtningsforhold mht. x-aksen.



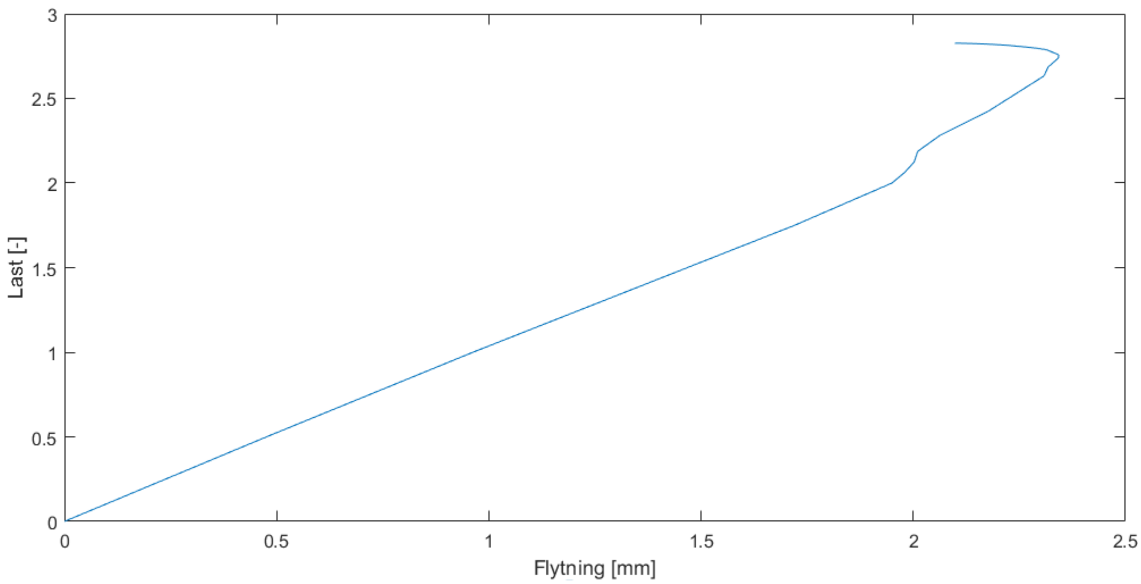
Figur 3.13. Deformeret form af bjælke ved koncentrerede understøtninger.

Næste forsøg på en understøtning, der i væsentlig grad stemmer overens med håndberegningen, udføres ved at understøtte modellen mht. x-aksen i underflangen fordelt over dens bredde, som det ses på figur 3.12 b). Det giver dog heller ikke tilfredsstillende resultater idet modellen deformerer som set på figur 3.14. Der ses kun deformationer ved understøtningen og ingen nedbøjning af bjælken.



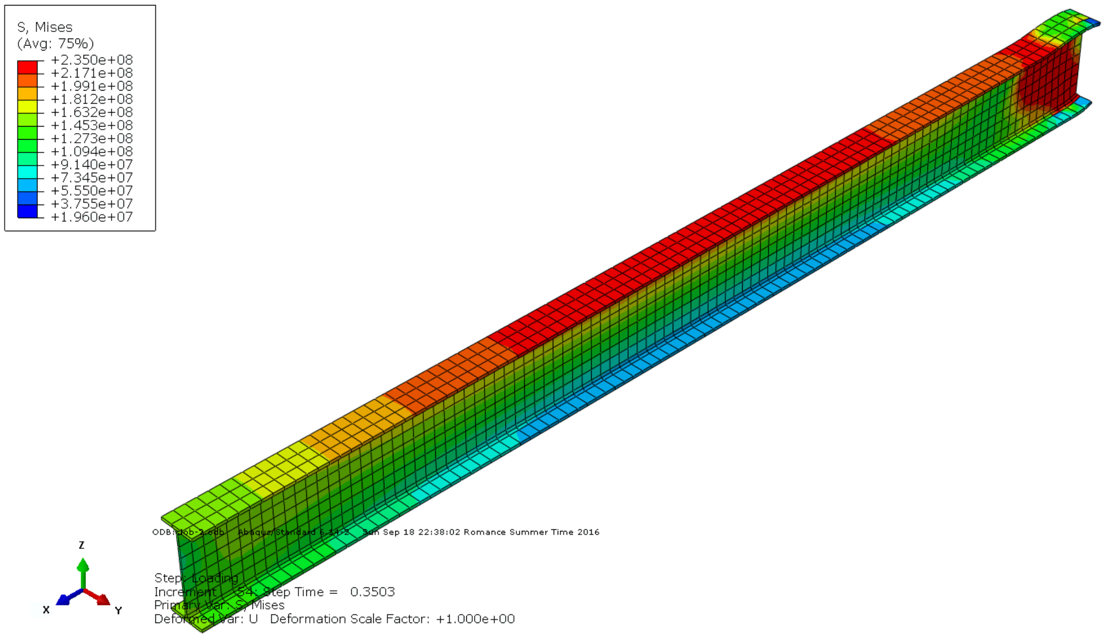
Figur 3.14. Deformeret form af bjælke ved x-aksen understøttet i underflangen.

Flytningen i z-aksen for bjælkemidten - altså nedbøjningen - for modellen plottes mht. lasten, som vist på figur 3.15. Denne kurve skal gerne have stor lighed med den bilineære arbejdskurve vist i kapitel 2 af figur 2.3, hvor der dog her plottes flytning på x-aksen og last på x-aksen, i modsætning til tøjning på x-aksen og spænding på y-aksen. På plottet svarer lastværdien 1 til den regningsmæssige last, som for dette tilfælde er $q = 10\,\text{kN/m}$ og $F = 500\,\text{kN}$. Af denne kurve ses det, at flytningen aftager for store værdier af lasten, hvilket ikke fysisk stemmer overens med den ønskede brudmekanisme.

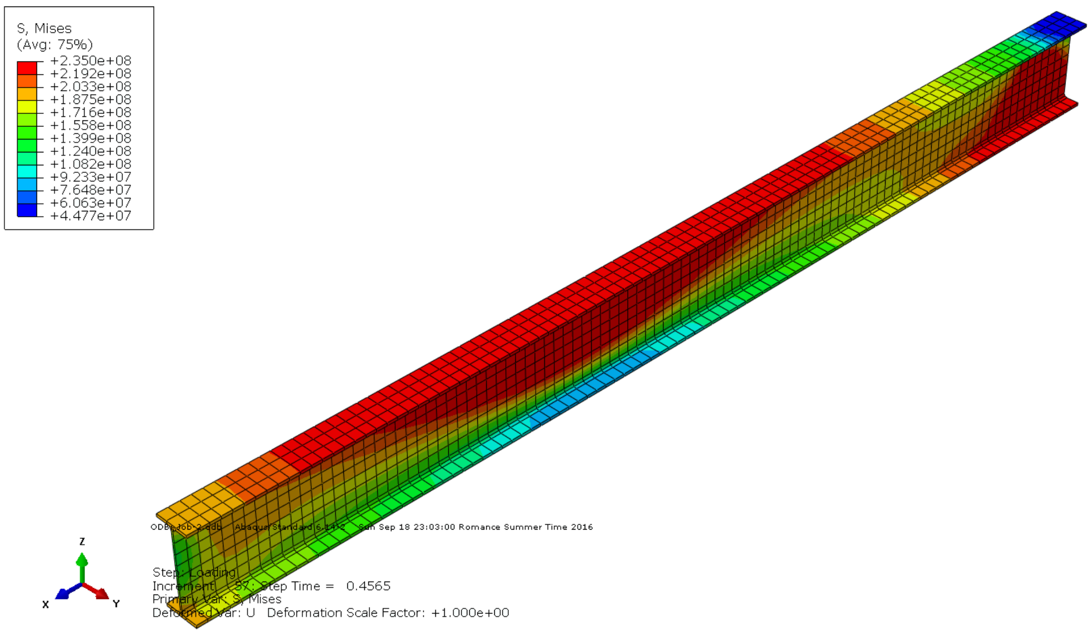


Figur 3.15. Last som funktion af flytning ved understøtning i underflangen.

De sidste to understøtninger af profilet mht. x-aksen, der er undersøgt i dette projekt, er af hhv. kroppen og hele tværsnittet, se figur 3.12 c) og 3.12 d). Begge gav brugbare resultater med brudvisualiseringer der til en vis grad ligner det forventelige, omend førstnævnte i enkelte lasttilfælde med høj aksial last F gav resultater, der tyder på udtømt bæreevne i bjælkeenden. Et tilfælde af dette, ses på figur 3.16. For understøtning af x-aksen i hele tværsnittet, ses et eksempel af responsen på figur 3.17



Figur 3.16. Deformeret form af bjælke ved x-akse fastholdt i krop med høj aksial last.



Figur 3.17. Deformeret form af bjælke ved fordelt understøtning af x-aksen.

Understøtninger for $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$

For disse modeller skal der tages hensyn til udknækning og kipning. Randbetingelserne er således:

- Flytningen i underflangen mht. x-aksen sættes til nul for $x = L$.
- Flytningen i underflangen mht. y-aksen sættes til nul for $x = 0$ og $x = L$.
- Flytningen i kroppen mht. z-aksen sættes til nul for $x = 0$ og $x = L$.

Ved fraværet af plasticitet er det her muligt at understøtte x-aksen i underflangen. Det tillader overflangen at rotere og hvælve i enderne og giver derfor bedst muligt sammenligningsgrundlag med håndberegningerne for et simpelt understøttet element.

Laster

Lastpåførslen og -fordelingen af den aksiale last F afhænger af den anvendte modeltype. I alle tilfælde påføres den naturligvis i bjælkeenden (ved $x = 0$) i overensstemmelse med det statiske system, som er anvendt for projektet. For skalmodellerne benyttes en linjelast, hvor lasten fordeles over kroppens højde. Det vil sige, at lasten angives i N/m, og ved en kropshøjde på 0,5 m og en last på $500 \cdot 10^3$ N er inputtet $1{,}0 \cdot 10^6$ N/m. For solid-modellerne anvendes en aksial last fordelt over tværsnittet, altså en fladelast hvor lasten angives i N/m^2. Der er derfor en svag forskel i lastværdierne for modellerne med og uden afrundinger, idet tværsnitsarealet ikke er ens for de to. Proceduren er tilsvarende, at ved et tværsnitsareal på $115{,}5 \cdot 10^{-4}$ m^2 og en last på $500 \cdot 10^3$ N er inputtet $4{,}3 \cdot 10^7$ N/m^2. Bemærk, at i det enkelte tilfælde med koncentreret understøtning af x-aksen i tværsnittets tyngdepunkt, anvendes en punktlast.

For linjelasten q benyttes lasttypen *Surface Traction* på overflangen over hele bjælkelængden, hvilket er gældende for alle de anvendte modeller. Denne type gør det muligt at have en last der fastholder retning uanset hvordan modellen deformerer. Det vil svare til eksempelvis snelast. Der vælges *Traction: General*, så lastvektoren er normal til planen - i dette tilfælde overflangen, og der defineres en vektor til angrebsretningen. Igen angives lasten i N/m^2, og med en tværsnitsbredde på 0,2 m og last på $10 \cdot 10^3$ N/m fås et input på $50 \cdot 10^3$ N/m^2.

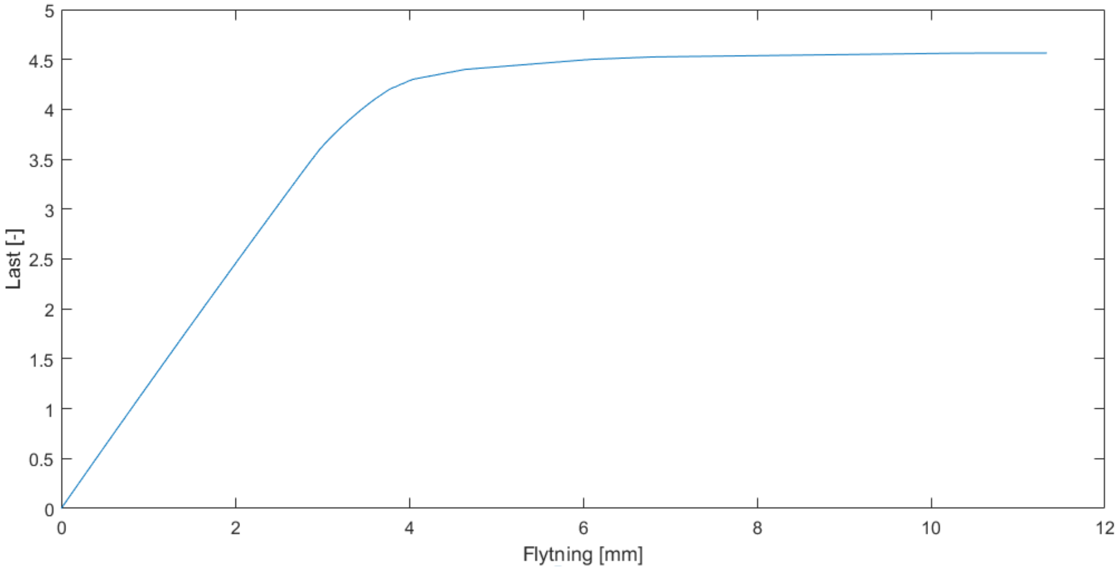
3.2.4 Resultater

Her præsenteres resultaterne for lasttilfældet $F = 500\,\mathrm{kN}$ og $q = 10\,\mathrm{kN/m}$.

Resultater for $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$

Som tidligere nævnt udføres modellen som en trinvis påførsel af de regningsmæssige laster til brud. Resultaterne opnås ved at generere xy-værdier for flytningerne ved bjælkemidten og de tilsvarende laster. $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ findes ved at aflæse hvor kurven asymptotisk nærmer sig en værdi for lasten, der defineres som brudlasten. Idet lasterne for det pågældende lasttilfælde, der undersøges, angives med værdien 1, svarer aflæsningen for brudlasten til den mindste forøgelse af lasterne til at opnåelse af bæreevnen mht. udbøjning i planen, som definerer $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$.

For modellen med afrunding og fordelt aksial understøtning ses plottet ved figur 3.18. Her fremgår det tydeligt, at deformationen sker lineært, og at der sker en pludselig overgang idet bæreevnen udtømmes. Her aflæses brudlasten til 4,53, som derfor giver $\alpha_{\mathrm{ult,k}} = 4{,}53$.



Figur 3.18. Last/flytningsplot for model med afrunding og fordelt aksial understøtning.

For alle de anvendte modeller, fremgår resultaterne af $\alpha_{\text{ult,k}}$ i tabel 3.8. Disse er alle for lasttilfældet hvor $F = 500\,\text{kN}$ og $q = 10\,\text{kN/m}$.

Aksial understøtning	**Afrunding**	$\alpha_{\text{ult,k}}$
Krop	Uden	3,70
Krop	Med	3,50
Fordelt	Uden	4,12
Fordelt	Med	4,53

Tabel 3.8. $\alpha_{\text{ult,k}}$ værdier.

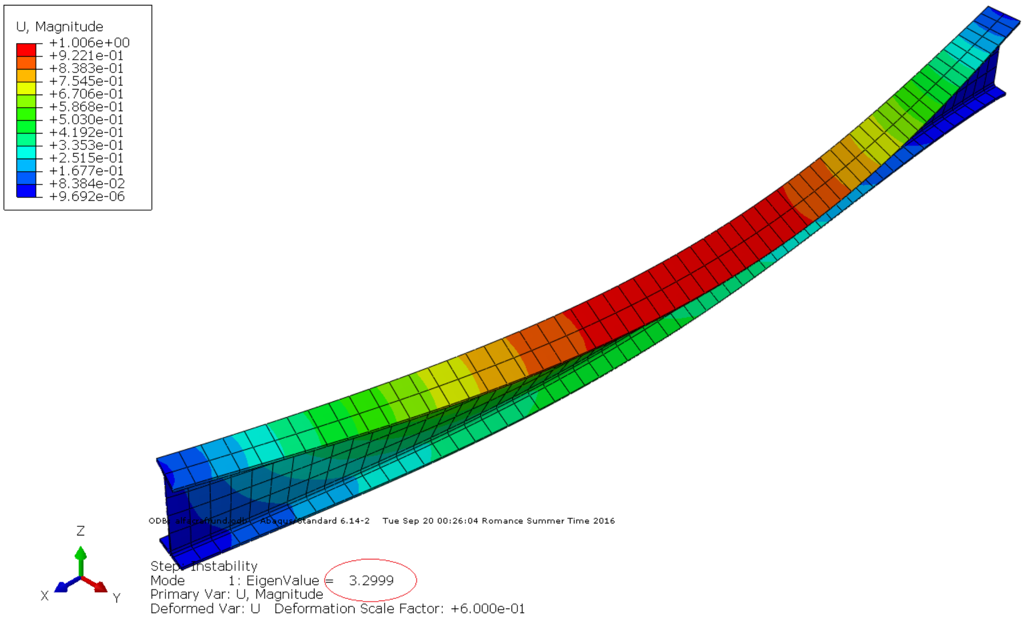
Resultater for $\alpha_{\text{cr,op}}$

Idet analysen udføres som en elastisk instabilitetsanalyse, opnås en egenværdi som svarer til den mindste forøgelse af de regningsmæssige laster til opnåelse af den elastiske kritiske bæreevne med hensyn til udknækning eller kipning, som er $\alpha_{\text{cr,op}}$. Figur 3.19 viser den deformerede model med afrundinger, hvoraf det tydeligt ses, at bjælken kipper. Nederst på figuren angives egenværdien, som er $\alpha_{\text{cr,op}}$. I dette tilfælde er $\alpha_{\text{cr,op}} = 3{,}29\overline{9} \approx 3{,}30$. Resultaterne for de anvendte modeller er:

Afrunding	$\alpha_{\text{cr,op}}$
Uden	3,30
Med	3,30

Tabel 3.9. $\alpha_{\text{cr,op}}$ værdier.

Grunden til, at der kun er to værdier for $\alpha_{\text{cr,op}}$ er, at der her kun anvendes ét understøtningstilfælde. Selvom det ikke er tilfældet her, er der for andre lasttilfælde forskel på resultaterne for modellerne med og uden afrunding.



Figur 3.19. Deformeret model med afrunding mht. kipning.

Udnyttelsgrader

Her vises beregningen af udnyttelsesgraden for modellen med afrundinger og fordelt aksial understøtning. Med $\alpha_{\text{ult,k}}$ og $\alpha_{\text{cr,op}}$ bestemt, kan det relative slankhedsforhold $\overline{\lambda}_{\text{op}}$ beregnes:

$$\overline{\lambda}_{\text{op}} = \sqrt{\frac{\alpha_{\text{ult,k}}}{\alpha_{\text{cr,op}}}} = \sqrt{\frac{4{,}53}{3{,}30}} = 1{,}17$$

χ_{op} bestemmes som mindsteværdien af χ og χ_{LT} beregnet ved slankhedsforholdet $\overline{\lambda}_{\text{op}}$. [DS/EN 1993-1-1, 2007]. Idet slankhedsforholdet er ens, er det eneste, der potentielt adskiller de to, imperfektionsfaktorerne α og α_{LT}, som afhænger af søjlekurverne. Der anvendes samme fremgangsmåde som i afsnit 3.1.3 og 3.1.4 resulterende i imperfektionsfaktorerne $\alpha = \alpha_{\text{LT}} = 0{,}34$. Derved kan reduktionsfaktoren beregnes:

$$\Phi_{\text{op}} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{\text{op}}\left(\overline{\lambda}_{\text{op}} - 0{,}2\right) + \overline{\lambda}_{\text{op}}^{2}\right] = 1{,}35$$

$$\chi_{\text{op}} = \frac{1}{\Phi_{\text{op}} + \sqrt{\Phi_{\text{op}}^2 - \overline{\lambda}_{\text{op}}^{2}}} = 0{,}32$$

Dermed kan bæreevnen eftervises ved metode 6.3.4 af (3.25):

$$\frac{\chi_{\text{op}}\alpha_{\text{ult,k}}}{\gamma_{\text{M1}}} = 1{,}20 \geq 1{,}0$$

Idet uligheden angiver den mindste lastforøgelse til opnåelse af bæreevnen, må den reciprokke værdi heraf tilsvare udnyttelsesgraden, som eksempelvis anvendes til bæreevneeftervisning ved 6.3.3. Der fås altså en udnyttelsesgrad på $\eta_{6.3.4} = 1/1{,}20 = 0{,}83$. Resultaterne for alle modellerne ved dette lasttilfælde er således:

Aksial understøtning	**Afrunding**	**Udnyttelsesgrad**
Krop	Uden	0,91
Krop	Med	0,94
Fordelt	Uden	0,87
Fordelt	Med	0,83

Tabel 3.10. Udnyttelsesgrader for 6.3.4.

3.3 Resultater for konstant tværsnit

Resultaterne for analyserne ved anvendelse af 6.3.3 og 6.3.4 på elementet med konstant tværsnit præsenteres her for flere lasttilfælde. Beregningsgangen for 6.3.3 indeholder størrelser, der kræver tabel-aflæsninger. De afhænger af tværsnit, understøtningsforhold og lastfordeling, og det er således muligt at automatisere beregningerne for variable laster, så længe det statiske system er uændret. Derfor opnås resultater for alle variationer af lasterne i intervallet:

	Trykkraft F [kN]	**Linjelast** q [kN/m]
Minimum	1	1
ΔF el. Δq	10	1
Maksimum	1000	100

Tabel 3.11. Lastværdier for håndberegning

Med ovenstående intervaller fås en 100×100 matrix med udnyttelsesgrader for variable værdier af trykkraften og linjelasten. Ved anvendelse af den generelle metode 6.3.4 udføres simuleringer også for flere lasttilfælde. For at se effekten af de to anvendte understøtningsforhold, samt for effekten af profilets afrunding mellem krop og flanger, foretages simuleringer af modellerne for følgende lasttilfælde:

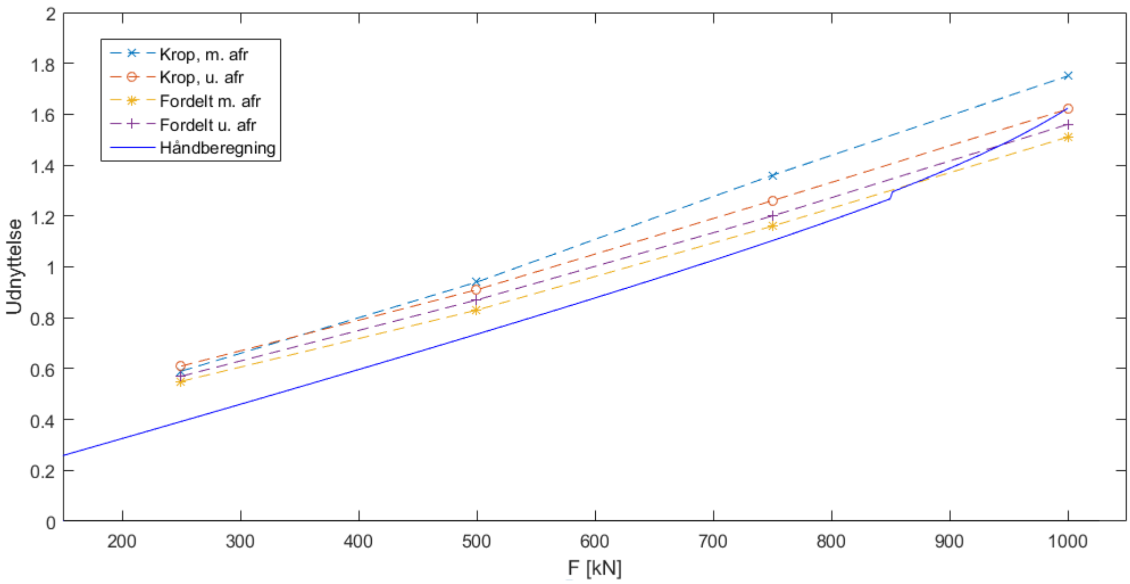
Ved variation af den aksiale last:

For linjelasten $q = 10\,\mathrm{kN/m}$				
Aksial last F	250 kN	500 kN	750 kN	1000 kN
For linjelasten $q = 20\,\mathrm{kN/m}$				
Aksial last F	250 kN	500 kN	750 kN	1000 kN

Ved variation af linjelasten:

For den aksiale last $F = 250\,\mathrm{kN}$				
Linjelast q	10 kN/m	20 kN/m	30 kN/m	40 kN/m
For den aksiale last $F = 500\,\mathrm{kN}$				
Linjelast q	10 kN/m	20 kN/m	30 kN/m	40 kN/m

For en variabel last med en linjelast på $q = 10\,\text{kN/m}$ fremgår udnyttelsesgraderne af figur 3.20. Her plottes værdierne for de numeriske modeller hhv. med og uden afrunding mellem krop og flanger samt for tilfældene med aksial understøtning i kroppen og fordelt aksial understøtning.

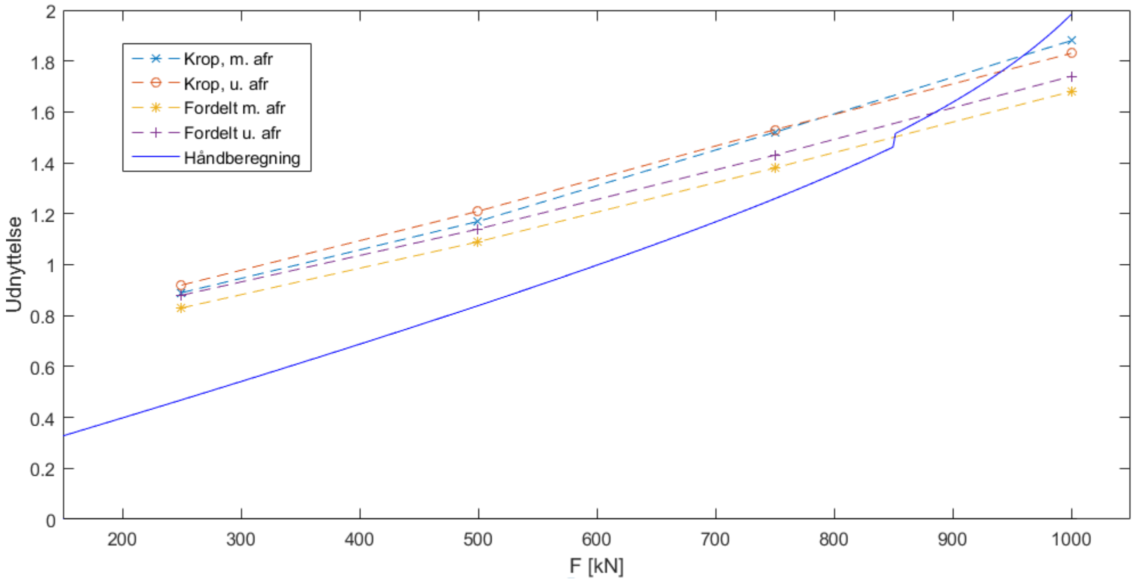


Figur 3.20. Udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 og 6.3.4 ved variabel aksial last og $q = 10\,\text{kN/m}$.

Af grafen ses det, at resultaterne for metoderne 6.3.3 og 6.3.4 afviger en smule, hvor 6.3.4 giver de højeste udnyttelsesgrader, og derfor i et dimensioneringstilfælde vil fremstå som den mest konservative af de to. Afvigelserne er dog relativt små, og det kan samtidig konstateres, at kurverne har næsten samme hældning. Det pludselige spring i udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 ved omtrent $F = 850\,\text{kN}$ skyldes, at tværsnittet her overgår til et klasse-3 tværsnit, hvorfor der anvendes elastiske tværsnitsparametre, jf. afsnit 3.1. For højere værdier af den aksiale last, fås højere udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 end 6.3.4.

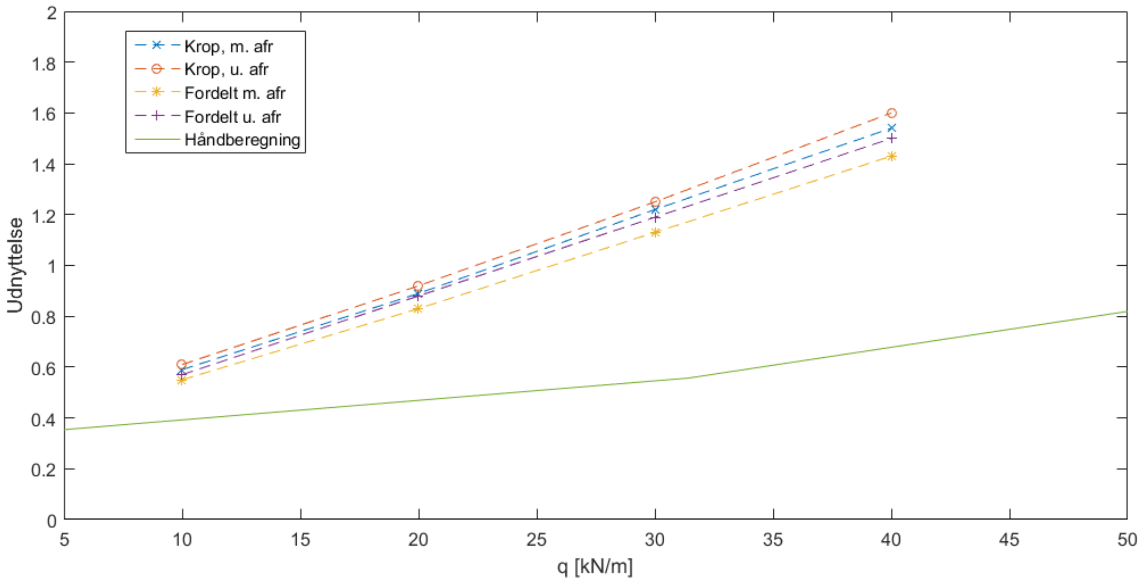
Ud fra de fire modeller for 6.3.4 viser punkterne, at forskellen i understøtningsforhold har større indflydelse på resultaterne end afrundingerne. Forskellen er dog kun signifikant for meget høje værdier af den aksiale last, hvilket formentlig skyldes de føromtalte spændingskoncentrationer, der opstår ved understøtningen for denne model. For udnyttelsesgrader under 1, er forskellen i resultater for de fire undersøgte modeller minimal.

Figur 3.21 viser en lignende variation af F for linjelasten $q = 20\,\text{kN}$. Her ses nogenlunde samme mønster, men med en mere markant forskel i resultaterne mellem 6.3.3 og 6.3.4 ved lav aksial last. For de numeriske resultater kan det konstateres, at modellerne med aksial understøtning i kroppen krydser hinanden som F stiger, mens de ved fordelt aksial understøtning er fuldstændigt parallelle. Det indikerer, at spændingskoncentrationerne ved understøtningen har negativ indflydelse på pålideligheden af resultaterne.



Figur 3.21. Udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 og 6.3.4 ved variabel aksial last og $q = 20\,\text{kN/m}$.

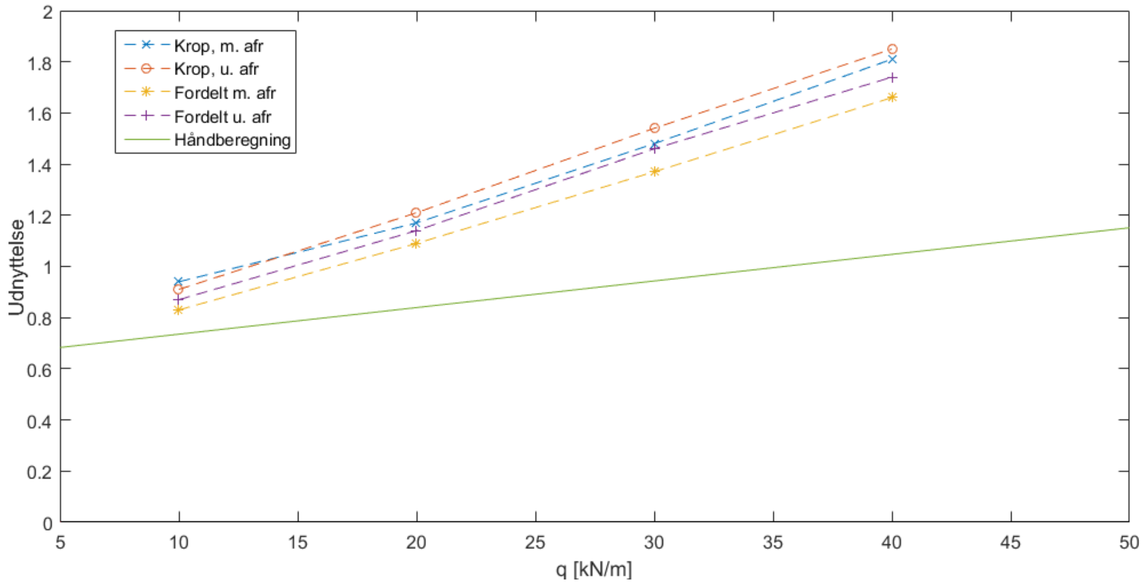
For bedre at kunne vurdere, hvorfor resultaterne for 6.3.3 og 6.3.4 afviger mere for $q = 20\,\text{kN/m}$ præsenteres resultaterne for varierende værdier af linjelasten. Figur 3.22 viser udnyttelsesgraderne som funktion af q med $F = 250\,\text{kN}$.



Figur 3.22. Udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 og 6.3.4 ved variabel linjelast og $F = 250\,\text{kN}$.

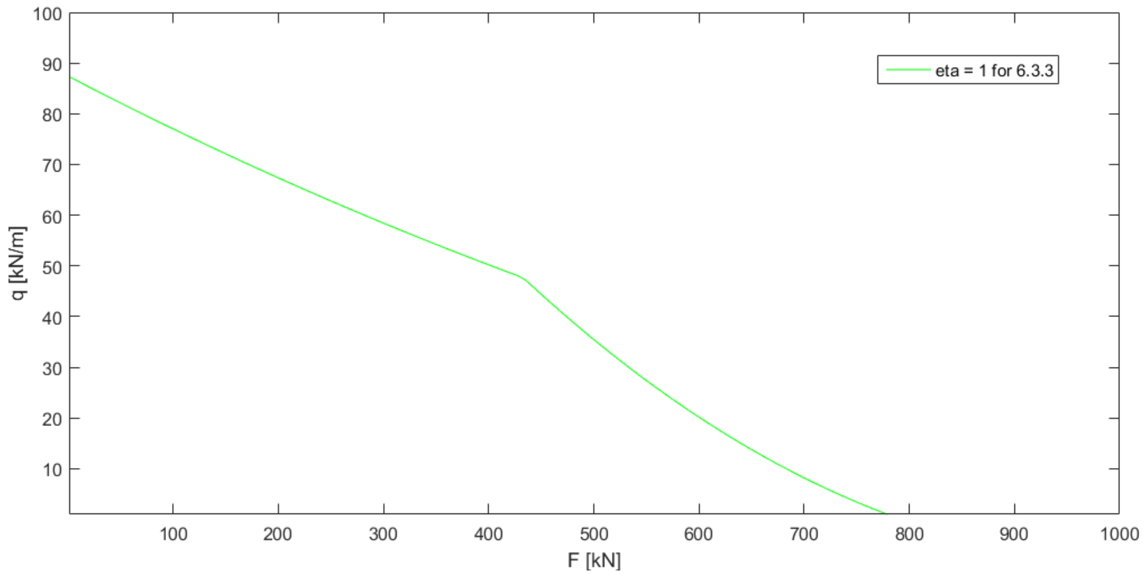
Her ses det, at forskellen på resultaterne mellem 6.3.3 og 6.3.4 er markant større ved varierende værdier for linjelasten. I modsætning til før har kurverne her ikke samme hældning, og forskellen bliver derfor kun større, proportionalt med, at q stiger. Kigges der udelukkende på resultaterne for 6.3.4 ses det, at forskellen mellem de fire modeller er næsten konstant. Derfor kan det konkluderes, at understøtningsforholdenes indvirkning på resultaterne ikke afhænger af q, men udelukkende af den aksiale last F.

Figur 3.23 viser samme variation af linjelasten med $F = 500\,\text{kN}$.



Figur 3.23. Udnyttelsesgrader for metode 6.3.3 og 6.3.4 ved variabel linjelast og $F = 500\,\text{kN}$.

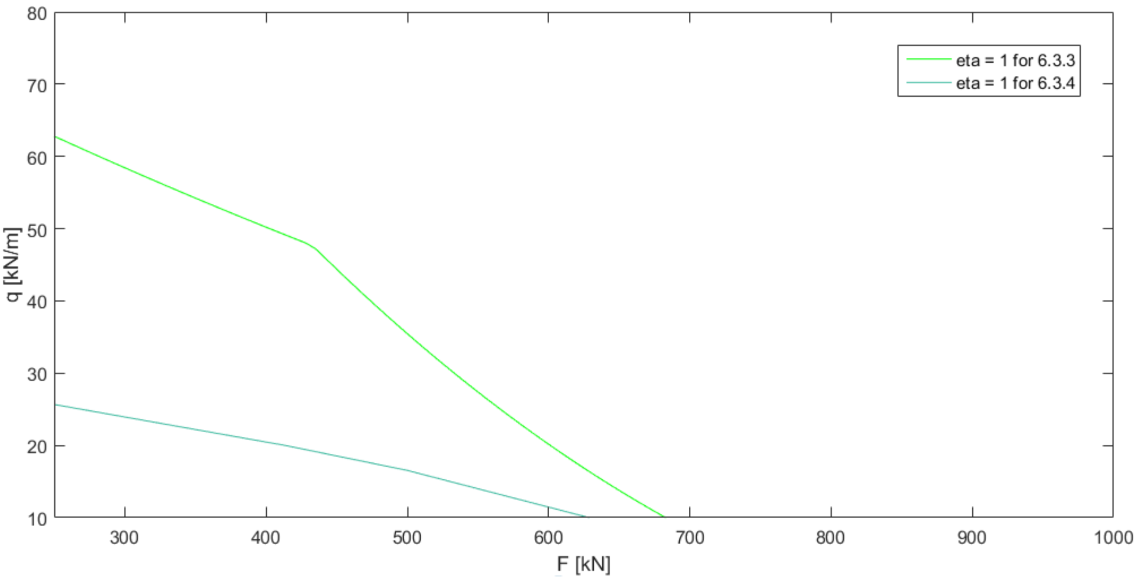
Her ses samme mønster. For resultaterne ved 6.3.4 ses en større variation imellem modellerne, hvilket også var tilfældet for større værdier af aksiale laster ved figur 3.20 og 3.21. Idet metode 6.3.3 er anvendt for lasttilfældene beskrevet ved tabel 3.11, er det muligt at vise resultaterne for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ som funktion af lasterne F og q. Kurven kan derfor anvendes til at aflæse, hvilken kombination af lasterne, der medfører brud, og ses på figur 3.24.



Figur 3.24. Kurve for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ ved anvendelse af 6.3.3.

For ren linjelast ses det, at der vil opstå brud ved $q = 88\,\text{kN/m}$ mens det for ren aksial last sker ved $F = 785\,\text{kN}$. I midten af kurven ses et tydeligt knæk, der formentlig markerer overgangen af brudmekanisme fra at ske ved kipning for de lavere værdier af den aksiale last til at ske ved udknækning. Det er interessant, at kurverne ikke er lineære, idet det nær overgangen i brudmekanisme kræver større absolut last - som her defineres som en summering af de to laster - for at opnå brud. Det giver således også et indtryk af den kompleksitet, der er inkluderet i 6.3.3 i form af interaktionskoefficienterne.

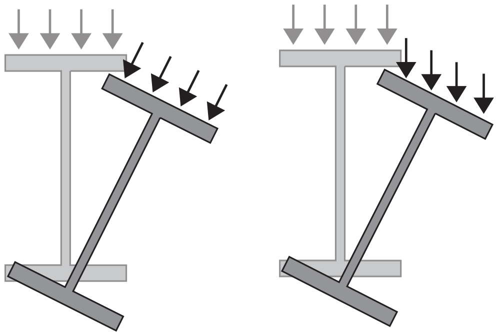
For at sammenligne med metode 6.3.4 udføres simuleringer af modellen med fordelt aksial understøtninger med afrundinger for flere lasttilfælde. Figur 3.25 viser resultaterne for $\eta = 1$ for metode 6.3.3 og 6.3.4.



Figur 3.25. Kurver for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ ved 6.3.3 og 6.3.4.

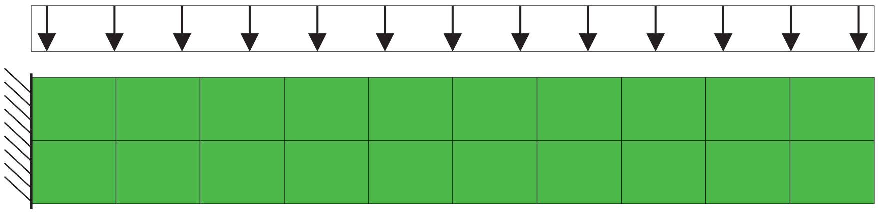
Her fremgår det tydeligt, at udnyttelsesgraderne ved 6.3.4 er markant mest sensitive over for ændringer i linjelasten. Dette står i kontrast til resultaterne for 6.3.3. Ved anvendelsen af den generelle metode, er det forsøgt at genskabe forholdene givet ved det styrende statiske system, der anvendes ved håndberegningen. Alligevel tages et af valgene for den numeriske model til revurdering, for at se, hvor stor indflydelse det har på resultaterne.

Ved lastpåførslen vælges typen *Surface traction* for linjelasten, der gør det muligt at fastholde angrebsretningen som lodret selvom modellen deformerer. Der forsøges i stedet med lasttypen *Pressure*, som forbliver vinkelret på modellen, se figur 3.26. Ved anvendelse af metoden i praksis, kan det være særdeles anvendeligt at modellere lasterne præcist. I tilfældet med en bjælkesøjle kunne tværlasten være vind, som virker vinkelret på fladen. I dette tilfælde antages lasten, dog at forblive lodret, og derfor betragtes de ekstra undersøgelser udelukkende som spekulative. Forudsætningerne for håndberegningen kræver da også, at lasterne forbliver lodrette.



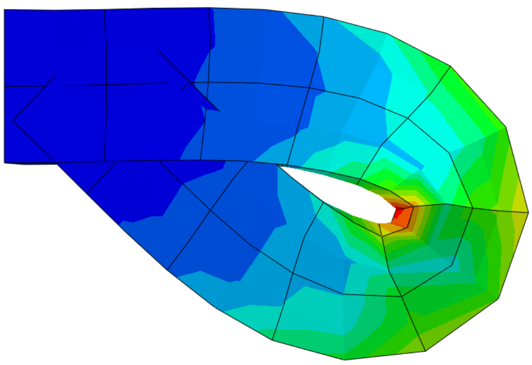
Figur 3.26. Angrebsretning for hhv. pressure og surface traction.

For at illustrere forskellen på de to lasttyper, udføres en simpel model for en indspændt udkraget bjælke med linjelasten som vist på figur 3.27



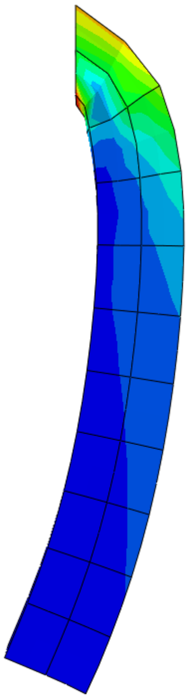
Figur 3.27. Udkraget bjælke med linjelast.

Udføres en statisk analyse med lasten påført som *pressure*, deformerer bjælken som vist i figur 3.28



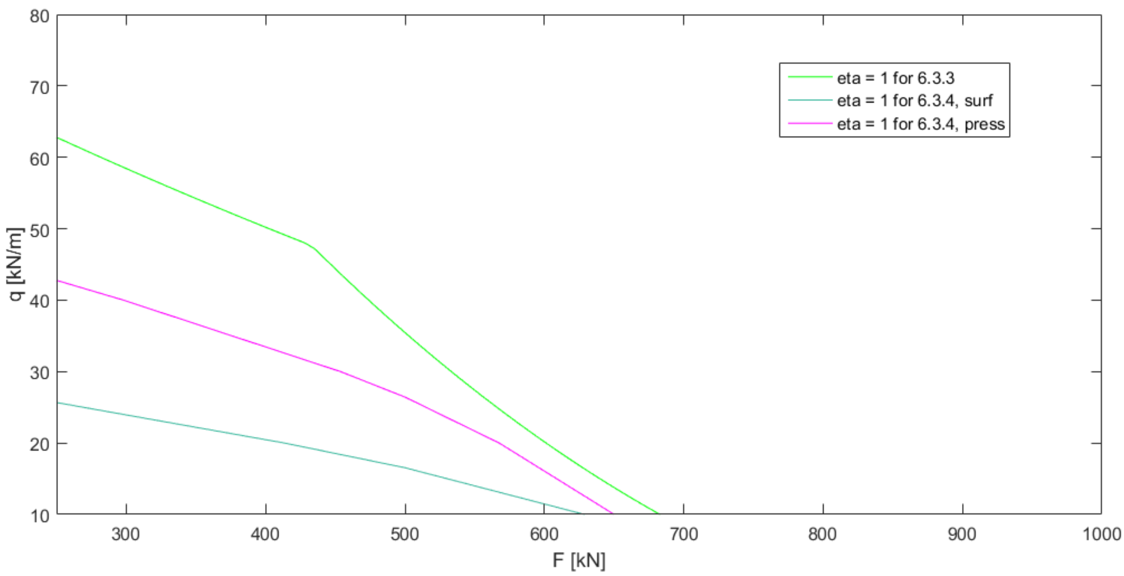
Figur 3.28. Deformeret bjælke ved pressure.

Her er bjælken bukket rundt om sig selv, hvilket kun vil kunne lade sig gøre, hvis lasten virker vinkelret på bjælken. Udføres samme analyse med lasten påført som *surface traction*, fås resultatet vist på figur 3.29.



Figur 3.29. Deformeret bjælke ved surface traction.

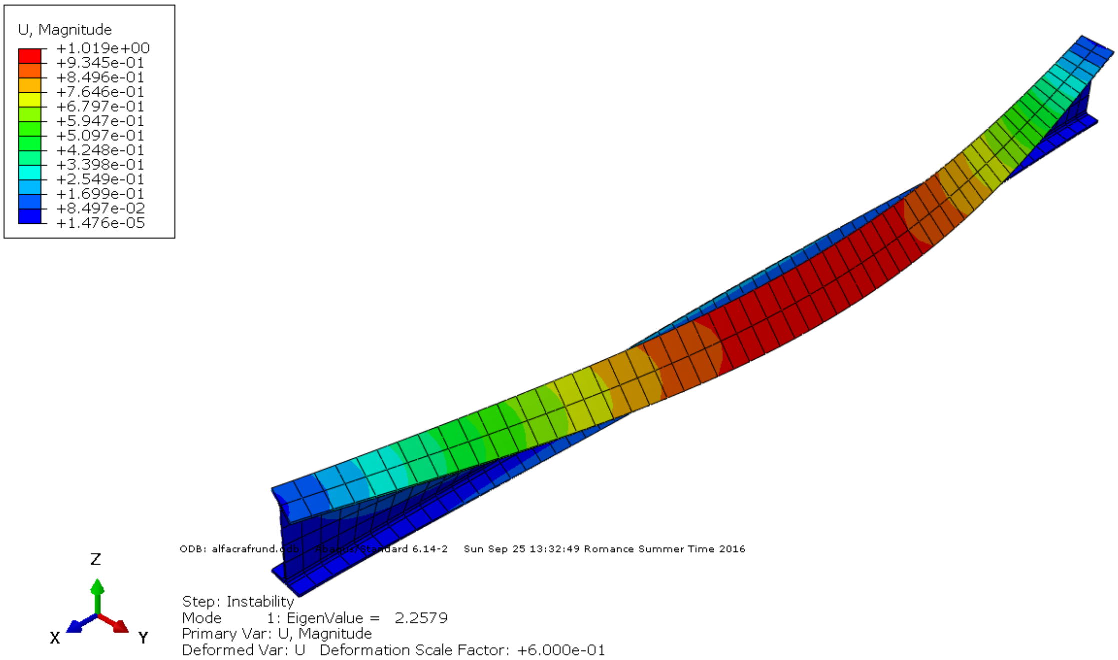
Resultaterne af metode 6.3.4 udført med *pressure* præsenteres som kurven for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ og sammenholdes med resultaterne fra 6.3.4 udført med *surface traction* og metode 6.3.3 i figur 3.30.



Figur 3.30. Kurver for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ ved 6.3.3 og 6.3.4.

Her stemmer resultaterne ved brug af pressure bedre overens med dem for metode 6.3.3. Årsagen til, at der ved pressure kræves højere laster, før der sker brud, er at som bjælken begynder at kippe, vil lasten virke stabiliserende. Resultaterne opnået ved 6.3.4 er relativt konservative i forhold til for 6.3.3. Det vurderes, at ved anvendelse af den generelle metode i praksis, er det bedst at modellere efter virkelighedsnære understøtningsforhold i stedet for at imitere det statiske system, der ligger til grund for håndberegningen.

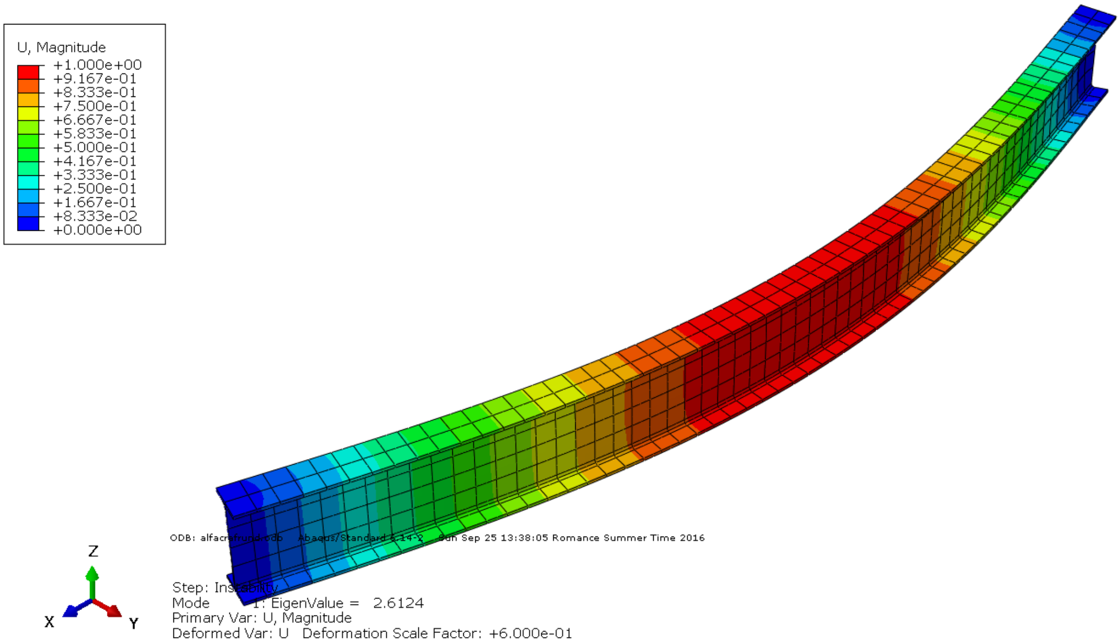
For at kigge nærmere på hvad der i dette tilfælde giver en stor afvigelse mellem metoderne, undersøges de kritiske laster mht. instabiliteterne kipning og udknækning. Der foretages derfor en elastisk buckling-analyse, hvor bjælken kun påvirkes af linjelasten q for at finde eulerlasten mht. kipning. Lasten påføres som $q = 30\,\mathrm{kN/m}$ og deformationen samt egenværdien fremgår af figur 3.31



Figur 3.31. Deformeret tilstand af bøjningspåvirket bjælke ved $q = 30$.

Egenværdien fås til 2,26, hvilket giver den kritiske last $q_{\mathrm{cr}} = 30\,\mathrm{kN/m} \cdot 2{,}26 = 67{,}8\,\mathrm{kN/m}$. For håndberegningen udtrykkes denne last ved det kritiske kipmoment, der fås til $M_{\mathrm{cr}} = 2783\,\mathrm{kNm}$. Det kritiske kipmomentet kan udtrykkes som en kritisk last, og er i Ståbi [2011] givet som: $q_{\mathrm{cr}} = 2783/L^2 = 77\,\mathrm{kN/m}$, hvilket er lidt højere end for den elastiske analyse, men ikke så meget som plottet på figur 3.30 indikerer. Den store forskel må derfor skyldes interaktionen mellem linjelasten og trykkraften.

For udknækning udføres en lignende analyse, hvor kun den aksiale trykkraft F er til stede. Figur 3.32 viser egenværdien for $F = 500\,\mathrm{kN}$.



Figur 3.32. Deformeret tilstand af trykpåvirket bjælke ved $F = 500$.

Her fås den kritiske last $F_{\text{cr}} = 500\,\text{kN} \cdot 2{,}61 = 1305\,\text{kN}$. For håndberegningen sammenholdes denne størrelse med den elastiske bøjningsudknækningskraft mht. z-aksen $N_{\text{cr,z}} = 1233\,\text{kN}$. For denne brudmekanisme er de to kritiske laster næsten ens, og tilmed en anelse større for den numeriske analyse. Forskellen mellem de to metoder forklares således ved modellens følsomhed overfor bøjningspåvirkning.

KAPITEL

4 Bjælke med varierende tværsnit

Hvor det forrige kapitel indeholder et fuldstændigt eksempel på beregningsgangen for en bøjnings- og trykpåvirket bjælke efter 6.3.3, gennemgås her de afvigelser, der findes i forbindelse med en lignende beregning for en udfliget bjælke - selvom denne type bjælke er uden for gyldighedsområdet for 6.3.3. Ligeledes præsenteres afvigelserne fra det forrige kapitel ved den numeriske analyse.

4.1 Håndberegning efter 6.3.3

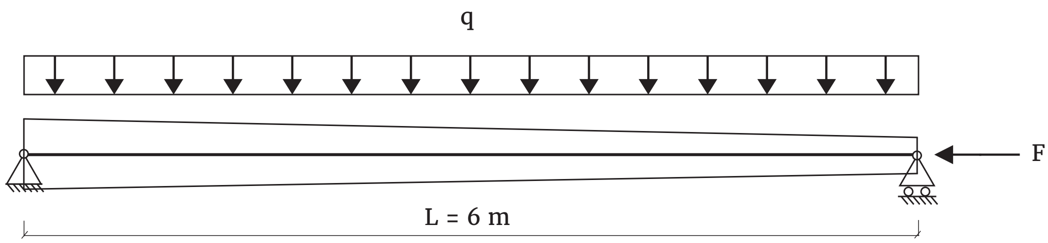
Ved stålkonstruktioner anvendes i nogle tilfælde elementer med ikke-konstant tværsnit. Det kan være i form af udfligede tværsnit, hvor kropshøjden varierer over hele elementlængden, eller ved påsvejsning af forstærkning nær rammehjørnerne. Sådanne elementer er dog ikke omfattet af beregningsmetoden for bøjnings- og trykpåvirkede elementer ved 6.3.3 og heller ikke for bæreevneeftervisning mht. instabilitet ved udknækning eller kipning, beskrevet ved 6.3.1 og 6.3.2 i DS/EN 1993-1-1 [2007]. I da Silva et al. [2013] præsenteres en forklaring på, hvorfor stabilitetseftervisninger for elementer med ikke-konstant tværsnit er mere komplekse end for elementerne omfattet af 6.3.1 til 6.3.3. Dels fordi der ikke foreligger analytiske udtryk til bestemmelse af de elastiske kritiske laster, og desuden fordi valget af kritisk tværsnit, der har indflydelse på valg af søjlekurver mm., til anvendelse for stabilitetseftervisningerne ikke er ligetil.

I dette tilfælde betragtes en simpelt understøttet udfliget bjælke med varierende kropshøjde over hele bjælkelængden, som ses på figur 4.1, påvirket af linjelasten q og trykkraften F. Kropshøjden varieres fra $h = 500\,\text{mm}$ ved $x = 0$ til $h = 250\,\text{mm}$ ved $x = L = 6\,\text{m}$. De resterende tværsnitsdimensioner svarer til et IPE500 profil, som anvendt i forrige kapitel, uden afrundinger, idet udfligede profiler oftest er sammensvejste. Det tilsvarer også 3D-modellerne lavet til analysen, som heller ikke udføres med afrundinger.

Tværsnitshøjden er derfor givet ved:

$$h(x) = 500 - x \cdot 250/L$$

De resterende tværsnitsdimensionerfremgår af tabel 4.1.



Figur 4.1. Statisk system for udfliget element.

Tværsnitsgeometri	Symbol	Værdi	Enhed
Bredde	b	200	mm
Kropstykkelse	t_w	10,2	mm
Flangetykkelse	t_f	16	mm
Afrundingsradius	r	0	mm
Indvendig højde	$h_i(x)$	$h(x) - 2 \cdot t_f$	mm
Kropshøjde mellem afrunding	$d(x)$	$h_i(x)$	mm

Tabel 4.1. Tværsnitsdata for udfliget element.

4.1.1 Beregning af tværsnitskonstanter

Ved dimensionering og bæreevneeftervisninger af konstruktionselementer, har valget af tværsnit naturligvis afgørende betydning. I dette tilfælde foreligger, der ikke entydige tværsnitskonstanter, idet geometrien ændrer sig over elementets længde. Derfor er det nødvendigt at estimere et tværsnit, der skal være repræsentativ for den udfligede bjælke. Dette kan forsøges på adskillige måder, og for dette projekt vælges to:

- Der tages gennemsnitlige værdier for tværsnitskonstanterne over elementlængden.
- Værdierne beregnes ud fra den gennemsnitlige højde, altså $h(L/2) = 375\,\text{mm}$.

Gennemsnitlige værdier af tværsnitskonstanter

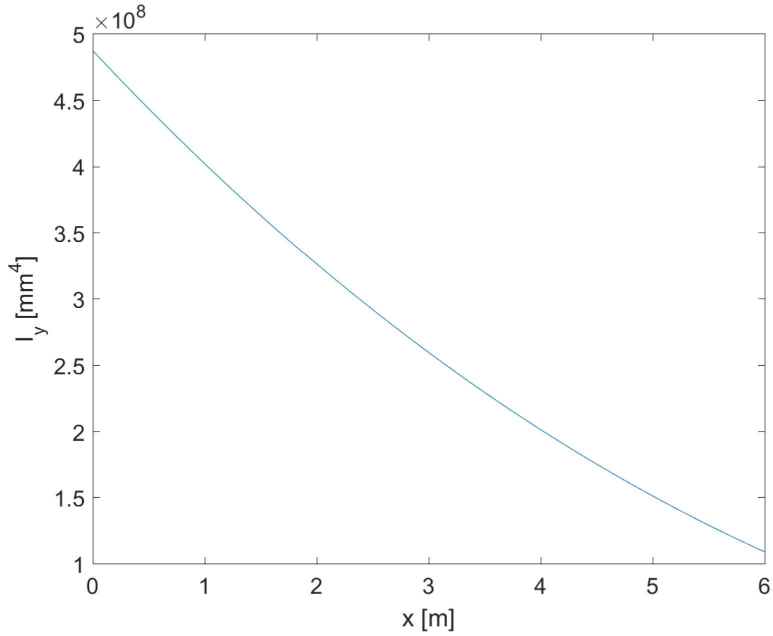
Forskellen på de to måder er udelukkende forårsaget ved, at de fleste af konstanterne udregnes som ikke-lineære funktioner af højden. Optegnes inertimomentet for y-aksen I_y som funktion af positionen på bjælken x, som det ses på figur 4.2, er kurven således ikke lineær. Tværsnitskonstanterne beregnes ud fra skønsformler for I-profiler af Bonnerup [2009].

Inertimomentet for y-aksen beregnes ved:

$$I_\text{y} = \frac{1}{12} t_\text{w} h^3 + 2 t_\text{f} b \left(\frac{h}{2}\right)^2 \tag{4.1}$$

Den gennemsnitlige værdi for inertimomentet beregnes ved at integrere over hele bjælkelængden L mht. x og dividere med L:

$$I_{y,\mu} = \frac{1}{L} \int_0^L I_y(x)\, dx = 283 \cdot 10^6 \text{mm}^4$$



Figur 4.2. Inertimoment som funktion af x.

I visse udtryk for bæreevneeftervisningen, er det nødvendigt at have en værdi for tværsnitshøjden h og -arealet A. Det vælges at tage udgangspunkt i det netop fundne inertimoment for y-aksen, og beregne en ækvivalent højde, som svarer til tværsnitshøjden af det sted på bjælken, hvor det gennemsnitlige inertimoment optræder.

$$2{,}83 \cdot 10^8 \mathrm{mm}^4 = \frac{1}{12} t_\mathrm{w} h_\mathrm{equ}^3 + 2 t_\mathrm{f} b \left(\frac{h_\mathrm{equ}}{2} \right)^2 \quad \Leftrightarrow \quad h_\mathrm{equ} = 383{,}4\,\mathrm{mm}$$

Denne højde optræder ved $x = 2{,}80\,\mathrm{m}$. Det ækvivalente tværsnitsareal fås til $A_\mathrm{equ} = 99{,}8 \cdot 10^2 \mathrm{mm}^2$.

Inertimomentet for z-aksen beregnes ved:

$$I_\mathrm{z} = \frac{1}{12} h t_\mathrm{w}^3 + \frac{1}{6} t_\mathrm{f} b^3 \tag{4.2}$$

Det gennemsnitlige inertimoment bliver således:

$$I_{z,\mu} = \frac{1}{L} \int_0^L I_z(x)\, dx = 21{,}4 \cdot 10^6 \mathrm{mm}^4$$

De elastiske modstandsmomenter $W_\mathrm{el,y}$ og $W_\mathrm{el,z}$ udregnes ved at multiplicere tværsnittes delarealer med deres respektive afstande til tyngdepunktsaksen. Idet inertimomenterne er beregnet, anvendes disse, og modstandsmomenterne fås til hhv:

$$W_{\mathrm{el,y},\mu} = \frac{1}{L} \int_0^L I_\mathrm{y}(x) / \left(h(x)/2\right) dx = 1448 \cdot 10^3 \mathrm{mm}^3$$

Og for z-aksen:

$$W_{\mathrm{el,z},\mu} = \frac{1}{L}\int_0^L I_{\mathrm{z}}(x)/(b/2)\,dx = 215\cdot 10^3\mathrm{mm}^3$$

Inertimomenterne anvendes ligeledes til beregningen af inertiradierne, idet:

$$i^2 = \frac{I}{A} \tag{4.3}$$

Det giver de gennemsnitlige værdier for i_{y} og i_{z} på:

$$i_{\mathrm{y},\mu} = \frac{1}{L}\int_0^L \sqrt{I_{\mathrm{y}}(x)/A(x)}\,dx = 164{,}6\,\mathrm{mm}$$

$$i_{\mathrm{z},\mu} = \frac{1}{L}\int_0^L \sqrt{I_{\mathrm{z}}(x)/A(x)}\,dx = 46{,}7\,\mathrm{mm}$$

Det plastiske modstandsmoment for y-aksen defineres som:

$$W_{\mathrm{pl,y}} = 2\left(z_1\,t_{\mathrm{w}}\left(\frac{h}{2} - t_{\mathrm{f}}\right) + z_2\,b\,t_{\mathrm{f}}\right) \tag{4.4}$$

hvor

$$z_1 = \frac{(h/2) - t_{\mathrm{f}}}{2} \qquad \text{og} \qquad z_2 = h/2 - t_{\mathrm{f}}/2$$

Og for z-aksen:

$$W_{\mathrm{pl,z}} = 2\left(y_1(h - 2t_{\mathrm{f}})\frac{t_{\mathrm{w}}}{2} + 2y_2\,t_{\mathrm{f}}\frac{b}{2}\right) \tag{4.5}$$

hvor

$$y_1 = t_{\mathrm{w}}/4 \qquad \text{og} \qquad y_2 = b/4$$

Gennemsnitsværdierne er således:

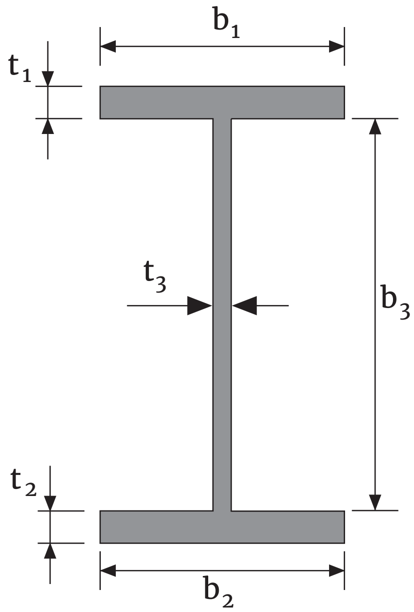
$$W_{\mathrm{pl,y},\mu} = 1462\cdot 10^3\mathrm{mm}^3 \qquad \text{og} \qquad W_{\mathrm{pl,z},\mu} = 329\cdot 10^3\mathrm{mm}^3$$

Til bestemmelse af vridningsinertimomentet I_{v} for sammensatte profiler anvendes formel (4.6). De geometriske benævnelser ses på figur 4.3 fra Bonnerup [2009].

$$I_{\mathrm{v}} = \frac{1}{3}\sum_{n=1}^{a} b\,t^3 \tag{4.6}$$

hvor a er lig antallet af rektangler. I dette tilfælde fås:

$$I_v = \frac{1}{3}\left(2\cdot b\,t_{\mathrm{f}}^3 + h_{\mathrm{i}}\,t_{\mathrm{w}}^3\right)$$



Figur 4.3. Symboler for vridningsinertimoment.

Det giver gennemsnitsværdien:

$$I_{v,\mu} = \frac{1}{L}\int_0^L I_v(x)\,dx = 668\cdot 10^3\text{mm}^4$$

Netop for denne tværsnitskonstant ses en stor forskel på sammensatte profiler og valsede profiler som det anvendt i forrige kapitel, pga. afrundingerne. Ifølge Bonnerup [2009] giver rundingerne for almindelige standardprofiler et tillæg på omtrent 10-20% i forhold til (4.6). I dette tilfælde beregnes forskellen til 25%, hvor vridningsinertimomentet er beregnet for $h = 500$.

Hvælvningsinertimomentet beregnes ved:

$$I_w = 2I_\text{f}\left(\frac{h}{2}\right)^2 \tag{4.7}$$

hvor

$$I_\text{f} = \frac{1}{12}t_\text{f}b^3$$

Der fås en gennemsnitlig værdi på:

$$I_{w,\mu} = \frac{1}{L}\int_0^L I_w(x)\,dx = 778\cdot 10^9\text{mm}^6$$

Tværsnitskonstanter for gennemsnitlig højde

Her beregnes tværsnitskonstanterne ved samme tilnærmelsesudtryk som er opstillet ovenfor, hvor der anvendes den gennemsnitlige højde. Idet tværsnitshøjden varierer lineært over bjælkelængden, er gennemsnitshøjden $h(L/2) = 375\,\text{mm}$. De resulterende tværsnitskonstanter er opstillet i tabel 4.2.

Tværsnitskonstant	Symbol	Værdi	Faktor	Enhed
Tværsnitsareal	A	9,9	10^3	mm^2
Inertimoment om y-akse	I_y	259	10^6	mm^4
Inertimoment om z-akse	I_z	21,4	10^6	mm^4
Elastisk modstandsmoment om y-akse	$W_{el,y}$	1383	10^3	mm^3
Elastisk modstandsmoment om z-akse	$W_{el,z}$	214	10^3	mm^3
Plastisk modstandsmoment om y-akse	$W_{pl,y}$	1449	10^3	mm^3
Plastisk modstandsmoment om z-akse	$W_{pl,z}$	328,9	10^3	mm^3
Vridningsinertimoment	I_v	667	10^3	mm^4
Hvælvningsinertimoment	I_w	750	10^9	mm^6
Inertiradius om y-akse	i_y	162	1	mm
Inertiradius om z-akse	i_z	46,6	1	mm

Tabel 4.2. Tværsnitsdata for gennemsnitlig højde.

4.1.2 Søjle- og kipningskurver

Valget af søjle- og kipningskurve afviger fra bjælken med konstant tværsnit, idet der her er tale om et opsvejst I-profil. Det har indflydelse på imperfektionsfaktorerne α og α_{LT}. Søjlekurverne aflæses af figur 3.6, og idet $t_f < 40\,\text{mm}$ fås søjlekurve **b** for y-aksen samt søjlekurve **c** for z-aksen. For kipning anvendes tabel 3.5. I tabel 4.3 ses kipningskurverne for udvalgte sektioner af bjælken.

Position	$x = 0$	$x = L/4$	$x = L/2$	$x = L3/4$	$x = L$
h/b	2,5	2,19	1,88	1,56	1,25
Kipningskurve	d	d	c	c	c

Tabel 4.3. Kipningskurver for bjælken.

Selvom kipningskurve **c** observeres for størstedelen af bjælken, optræder den mere kritiske kurve **d** for en anseelig del af elementet. Det vælges derfor at interpolere lineært mellem imperfektionsfaktorerne for kipningskurve c og d. Højdebreddeforholdet 2 optræder ved $x = 2{,}4\,\text{m}$. Idet $\alpha_{LT} = 0{,}49$ for kipningskurve c og $\alpha_{LT} = 0{,}76$ for kurve d, fås:

$$\alpha_{LT} = \frac{0{,}49 \cdot (6 - 2{,}4) + 0{,}76 \cdot 2{,}4}{6} = 0{,}60$$

Dermed anvendes imperfektionsfaktorerne:

Imperfektionsfaktorer	
α_y	0,34
α_z	0,49
α_{LT}	0,60

4.1.3 Udnyttelsesgrader

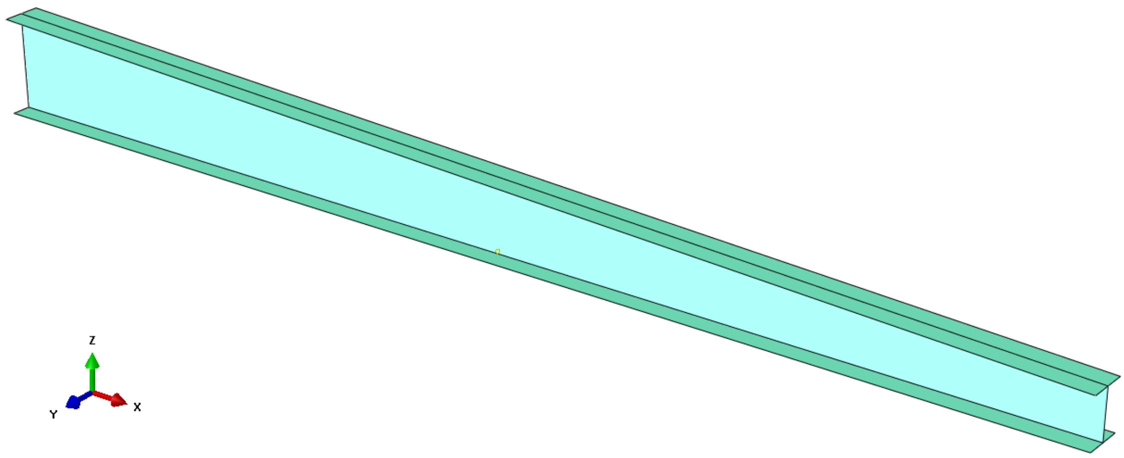
Resultaterne for håndberegningen ud fra antagelsen om et repræsentativt tværsnit ved to måder udføres ved en lastvariation af både linjelasten q og trykkraften F ligesom for elementet med konstant tværsnit. For lasttilfældet, der anvendtes til at eksemplificere beregningsgangen for 6.3.3 med $F = 500\,\mathrm{kN}$ og $q = 10\,\mathrm{kN/m}$ fås en udnyttelsesgrad for den udfligede bjælke på $\eta = 0{,}99$ for de gennemsnitlige værdier af tværsnitskonstanterne, og $\eta = 1{,}01$ for den gennemsnitlige højde. I et dimensioneringstilfælde vil anvendelsen af tværsnitskonstanterne for den gennemsnitlige højde for netop dette lasttilfælde således give anledning til brug af et større tværsnit.

4.2 3D-modellering efter den generelle metode 6.3.4

Som for elementet med konstant tværsnit, modelleres og analyseres en bjælke med udfliget tværsnit til eftervisning af bæreevnen ved den generelle metode 6.3.4. For dette element er der tale om en geometri, der ligger uden for gyldighedsområdet for metode 6.3.3, og i praksis kan sådanne elementer eftervises ved 6.3.4. Der anvendes samme profil som for håndberegningen, altså et IPE500 profil med varierende højde langs elementlængden.

4.2.1 Modellering og analyser

Modellen opbygges af skalelementer, der her er udført ved at lave tre seperate dele. De to flanger og kroppen, som har form af en trapez, samles til én del. Udførelsen af dette er nærmere beskrevet i Appendix A. Denne opbygning gør det muligt - i modsætning til en ekstrudering af skalelementer - at have varierende tværsnitshøjde og desuden at tildele forskellig skaltykkelser, som er nødvendigt idet $t_\mathrm{f} \neq t_\mathrm{w}$. Geometrien og opbygningen ved skalelementer fremgår af figur 4.4. Det er vigtigt, at flangerne udføres en anelse længere end den vandrette bjælkelængde pga. den varierende kropshøjde. Den halve forskel i kropshøjde er $(500\,\mathrm{mm} - 250\,\mathrm{mm})/2 = 125\,\mathrm{mm}$. Derfor fås flangelængden $L_\mathrm{f} = \sqrt{(0{,}125\,\mathrm{m})^2 + (6\,\mathrm{m})^2} = 6{,}0013\,\mathrm{m}$. Selvom forskellen er så lille, er den nødvendig at inkludere i modellen. Ellers vil der opstå store spændingskoncentrationer i den ene millimeter af kroppen, der stikker ud, som forhindrer modellen i at opnå den rette brudfigur.



Figur 4.4. Udfliget bjælke modelleret ved skalelementer.

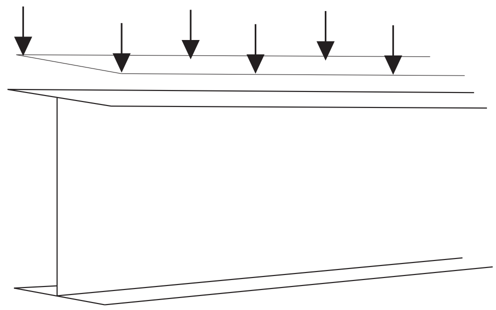
Analyserne til bestemmelse af $\alpha_\mathrm{ult,k}$ og $\alpha_\mathrm{cr,op}$ udføres på samme vis som i afsnit 3.2. En plastisk analyse med inkrementvis pålastning til brud i planen til bestemmelse af $\alpha_\mathrm{ult,k}$, og en elastisk buckling analyse til bestemmelse af mindste forøgelsesværdi af de regningsmæssige laster mht. udknækning og kipning for $\alpha_{\text{cr,op}}$.

4.2.2 Laster og understøtningsforhold

Den valgte geometri for den udfligede bjælke har, set over hele bjælken, mindre tværsnitsareal end den med konstant tværsnit. Den har derfor naturligt også lavere bæreevne, og lasttilfældene, der anvendes i simuleringerne, tilpasses den nye geometri, så der opnås sigende resultater. Det ønskes at fremskaffe en brudlinje for lastvariationerne, som kan sammenlignes med den for håndberegningen, og derfor anvendes lastværdierne vist i tabel 4.4.

Lasttilfældene, der simuleres for, er samtlige kombinationer af tabel 4.4. Det vil sige, at fx for linjelasten $q = 10\,\text{kN/m}$ beregnes udnyttelsesgraden for $F = 50$, 100, 250, 500 og 750 kN.

Trykkraften F påføres som linjelast i bjælkeenden ved $x = L$. Linjelasten q påføres som fladelast på overflangen, hvor angrebsretningen fastholdes som lodret, så modellen har tilsvarende lastforhold som det statiske system, der ligger til grund for håndberegningen. Idet overflangen hælder, ser lastpåførslen ud som på figur 4.5.



Figur 4.5. Angrebsretning for fladelast q.

For understøtningsforholdene gælder de samme betragtninger som for det konstante tværsnit. Der udføres simuleringer for to variationer af understøtningen af bjælkeenden mht. x-aksen. For den ene fastholdes kroppen ved $x = 0$ mod flytninger i x-aksen, mens den anden fastholder hele bjælkeenden ved $x = 0$ mod flytninger i x-aksen. Dette er dog kun gældende for den plastiske model til beregning af $\alpha_{\text{ult,k}}$, mens for modellerne til $\alpha_{\text{cr,op}}$ understøttes bjælkeenden i underflangen, så tværsnittet kan hvælve.

4.2.3 Udnyttelsesgrader

For lasttilfældet $q = 10\,\text{kN/m}$ og $F = 500\,\text{kN}$, der er anvendt gennem rapporten til beregningseksemplerne, fås resultaterne:

Lastværdier							
q [kN/m]	10	20	30	40	50	60	70
F [kN]	50	100	250	500	750		

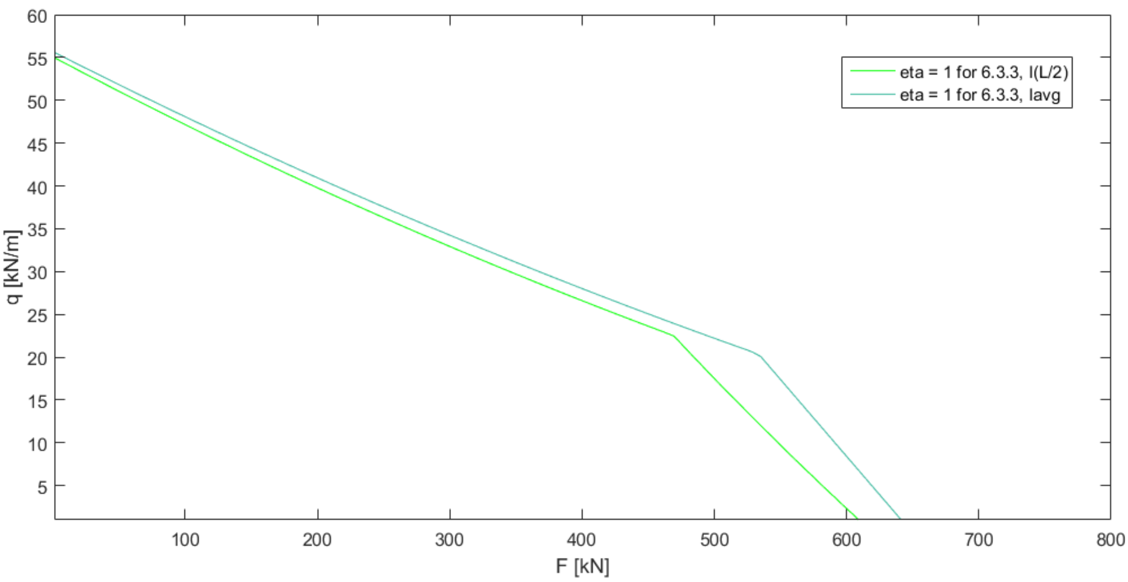
Tabel 4.4. Anvendte lastværdier for q og F.

Aksial understøtning	$\alpha_{\text{ult,k}}$	$\alpha_{\text{cr,op}}$	**Udnyttelsesgrad**
Krop	3,08	1,16	**1,64**
Fordelt	3,10	1,16	**1,63**

Her anvendes samme interpolerede værdi for imperfektionsfaktoren, $\alpha_{\text{LT}} = 0{,}60$, som er tilfældet for håndberegningen. Igen for dette lasttilfælde ses en højere udnyttelsesgrad ved brug af den generelle metode end for de analytiske udtryk ved 6.3.3.

4.3 Resultater for varierende tværsnit

Som tilfældet var for bjælken med konstant tværsnit, præsenteres her resultater for metode 6.3.3 og 6.3.4 ved variable værdier af linjelasten q og tryklasten F. For metode 6.3.3 udregnes repræsentative tværsnitskonstanter for den udfligede bjælke ud fra hhv. gennemsnitshøjden og gennemsnitsværdierne for tværsnitskonstanten. Forskellen på de to anvendte metoder illustreres bedst ved at plotte kurven, der definerer brudlasten, for de to. Dvs. med lasterne ud ad x- og y-akserne og kurven der viser udnyttelsesgraden $\eta = 1$. Denne fremgår af figur 4.6.

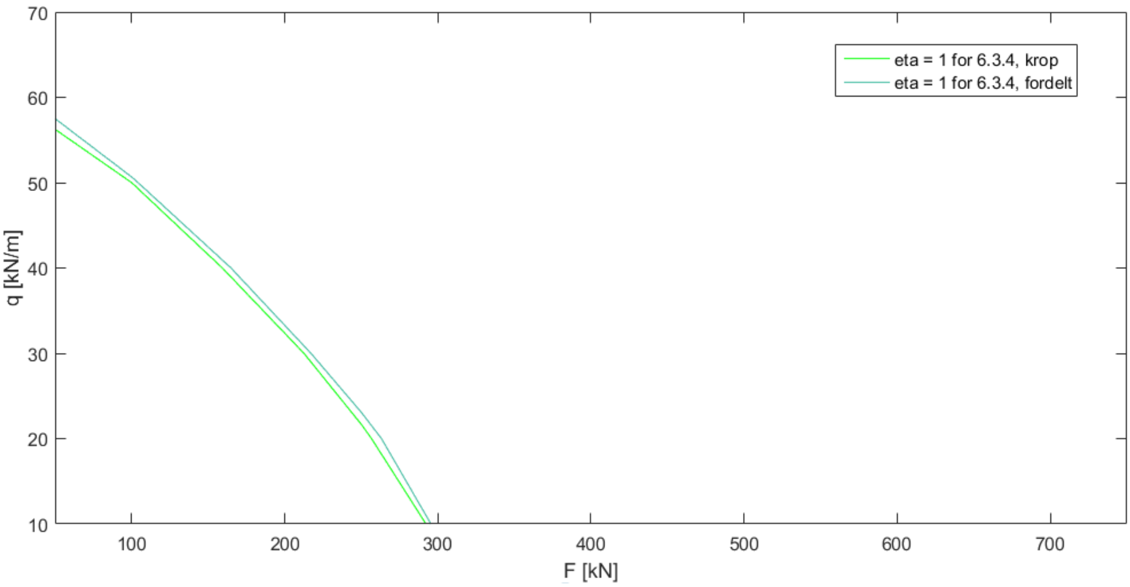


Figur 4.6. Resultater for udfliget bjælke ved metode 6.3.3.

Figuren viser, at der ved lave værdier af trykkraften F næsten ingen forskel er på de to metoder. Forskellen er dog tydelig efter kurvernes distinktive knæk, hvor trykkraften er styrende for bruddet - formentlig fordi bruddet opnås ved udknækning snarere end kipning. Brudlinjen ved anvendelse af gennemsnitshøjden er naturligt nederst, og udgør dermed det mest konservative skøn af de to, idet der her findes de laveste værdier for inertimomenterne.

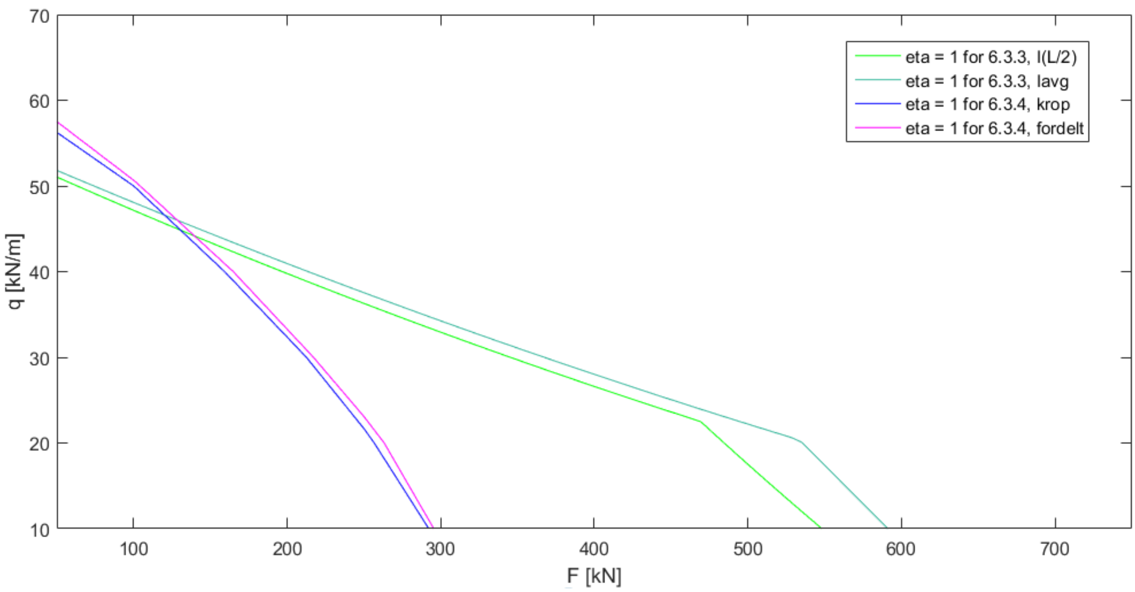
For den generelle metode undersøges to tilfælde af understøtningsforhold - aksial understøtning i kroppen samt fordelt aksial understøtning. Resultaterne heraf præsenteres ligeledes ved en kurve for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ og fremgår af figur 4.7

Resultaterne viser, at der her næsten ingen forskel er på de to understøtningsforhold, samt at forskellen er den samme for næsten alle kombinationer af linje- og tryklasten. I modsætning



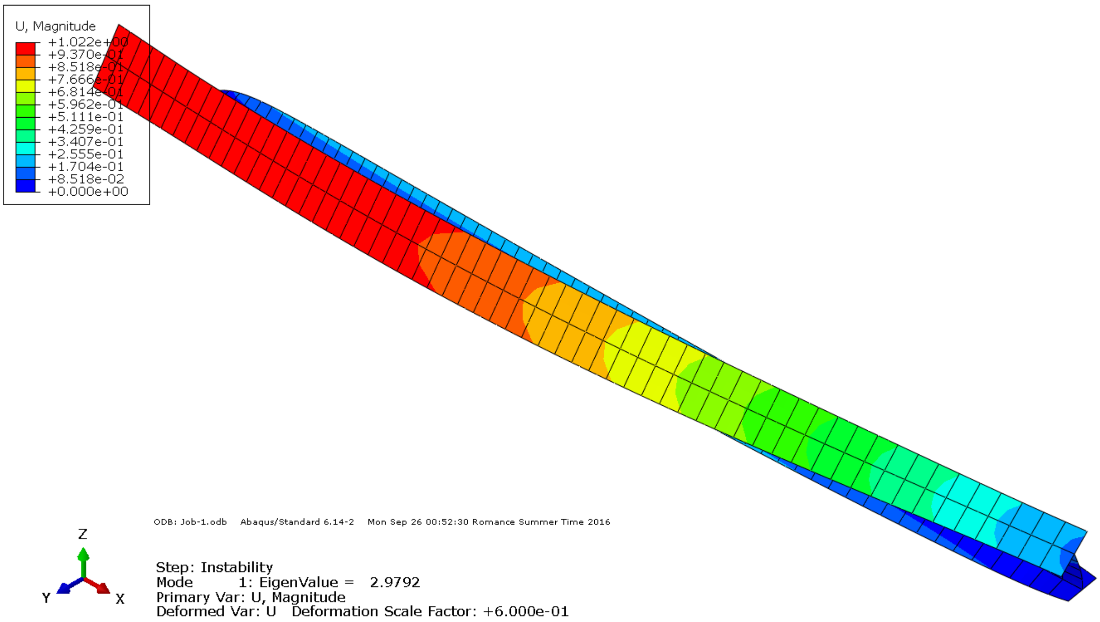
Figur 4.7. Resultater for udfliget bjælke ved metode 6.3.4.

til de tilsvarende kurver for konstant tværsnit er resultaterne her ikke i samme grad sensitive over for øget linjelast, mens det modsatte gør sig gældende for den aksiale last. Resultaterne fra metode 6.3.3 og 6.3.4 sammenholdes i figur 4.8, hvor kurverne for udnyttelsesgraden $\eta = 1$ plottes for de fire undersøgte tilfælde.



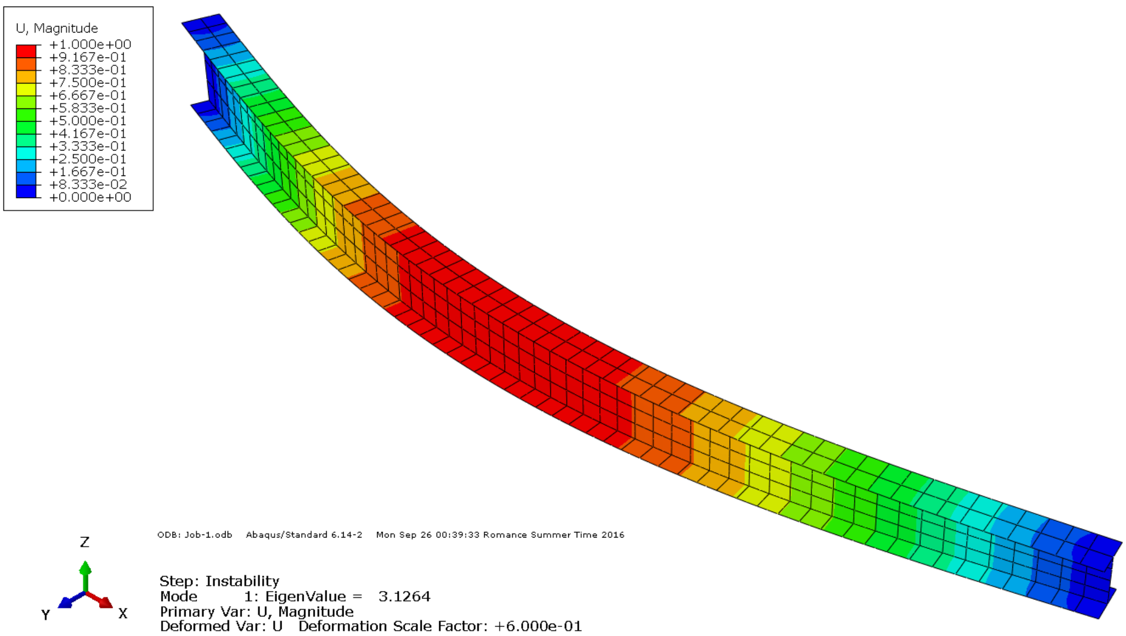
Figur 4.8. Resultater for udfliget bjælke ved metode 6.3.3 og 6.3.4.

Her ses det, at for relativt lave værdier af den aksiale last F, er metode 6.3.3 mest konservativ, idet bruddet sker for lavere værdier af q end for metode 6.3.4. I sådanne lasttilfælde indikerer resultaterne, at metode 6.3.3 kan anvendes, omend det kun er undersøgt for én tværsnitsvariation, bjælkelængde og tværsnitstype. For større værdier af F giver metoderne vidt forskellige resultater. For metode 6.3.4 kræves en aksial last på omtrent 290 kN for at opnå brud, mens der for metode 6.3.3 ved anvendelse af den gennemsnitlige højde kræves det dobbelte. Det er derfor interessant at se på forskellen i kritiske lastværdier for de to metoder. For kipning udføres en elastisk bucklinganalyse af den udfligede bjælke, hvor kun linjelasten påføres. Egenværdien og brudfiguren for $q = 30\,\text{kN}$ fremgår af figur 4.9.



Figur 4.9. Egenværdi for kritisk kiplast.

Her fås egenværdien til 2,98, hvilket svarer til en kritisk kiplast på $q_{\text{cr}} = 2{,}98 \cdot 30\,\text{kN/m} = 89{,}4\,\text{kN/m}$. For håndberegningen ved anvendelse af gennemsnitlige værdier for tværsnitskonstanterne fås $M_{\text{cr}} = 2252\,\text{kNm}$, hvilket svarer til $q_{\text{cr}} = 62{,}6\,\text{kN/m}$. Ligeledes udføres en bucklinganalyse mht. udknækning, hvor kun den aksiale last påsættes. Figur 4.10 viser resultatet for $F = 250\,\text{kN}$.



Figur 4.10. Egenværdi for kritisk udknækninglast.

Med egenværdien 3,13 fås den elastiske bøjningsudknækningskraft om z-aksen til $N_{\mathrm{cr,z}} = 3{,}13 \cdot 250\,\mathrm{kN} = 783\,\mathrm{kN}$. For håndberegningen ved brug af de gennemsnitlige tværsnitskonstanter fås bøjningsudknækningskraften om z-aksen til $N_{\mathrm{cr,z}} = 1230\,\mathrm{kN}$. Resultaterne for de kritiske lastværdier stemmer overens med kurverne på figur 4.8, idet den kritiske kiplast - hvor kun linjelasten er påført - giver den højeste værdi ved den numeriske model, mens der for ren normalkraft opnås en markant højere kritisk lastværdi ved håndberegningen.

KAPITEL

5 Konklusion

I opførelsen af de numeriske modeller er der forsøgt forskellige variationer af understøtningsforholdene for de undersøgte bjælker, som alle i mere eller mindre grad forsøger at genskabe de forudsætninger, der ligger til grund for en simpelt understøttet bjælke. Det viste sig, at det ikke var muligt at anvende understøtninger i tværsnittets tyngdepunkt, idet spændingskoncentrationerne blev for store til, at analysen kunne producere retvisende resultater. Det var muligt at opnå resultater for metode 6.3.4 ved to af de undersøgte understøtningsforhold, som blev brugt i sammenligningen med metode 6.3.3. Her var enten kroppen eller hele tværsnittet i den ene bjælkeende fastholdt mod flytninger i x-aksens retning. For den elastiske model var det muligt at påsætte understøtningen mht. flytninger i x-aksen i underflangen, så bjælken kunne hvælve.

Resultaterne for bjælken med konstant tværsnit viste, at metode 6.3.4 gav meget konservative resultater, idet elementets brudbæreevne blev opnået ved lavere værdier af den aksiale last og linjelasten end for metode 6.3.3. I særdeleshed var denne metode sensitiv over for stigninger i linjelasten, mens resultaterne for større værdier af den aksiale last lå tættere på hinanden. Dette står i kontrast til redegørelsen for anvendelsen af metode 6.3.4 i afsnit 3.2, hvor trykkraften for især den plastiske analyse skabte komplikationer. For metode 6.3.4 fremstod det også tydeligt, at der ikke var markant forskel på at medtage afrundinger mellem tværsnittets krop og flanger, samt at forskellen var næsten konstant for alle variationer af lasterne. Dette kan anvendes til at simplificere modelleringen af konstruktionselementer, hvilket kan have væsentlig betydning for det overordnede tidsforbrug, hvis metoden anvendes i praksis.

For det udfligede element er der foretaget to vurderinger af et repræsentativt tværsnit ved anvendelse af metode 6.3.3. Den ene med gennemsnitsværdier for alle tværsnitskonstanterne, mens den anden bruger gennemsnitshøjden som reference-tværsnit, hvoraf den sidste er markant hurtigere at udføre. Resultaterne gav ikke stor forskel ved de fleste lasttilfælde, men ved store værdier af F var forskellen markant. Resultaterne fra 6.3.4 viste, at ved høj aksial last, er det ikke anbefalelsesværdigt at anvende metode 6.3.3, idet den undervurderer udnyttelsesgraderne. Ved lavere aksial last, viser resultaterne, at metode 6.3.3 kan anvendes, idet der opnås højere udnyttelsesgrader end ved den generelle metode. Naturligvis bør det nævnes, at resultaterne metoderne imellem kan ændre sig ved brug af en anden tværsnitsgeometri eller anden bjælkelængde.

Generelt kan det konkluderes at begge metoder er meget krævende på hver sin måde. Metode 6.3.3 kræver udregning af enormt mange parametre, og det kan pga. kompleksiteten af beregningsprocessen og anvendelsen af mange hjælpestørrelser være svært at fastholde det ingeniørmæssige overblik over beregningerne. Beregningsmetoden er således også sårbar over for fejl og kræver megen korrektur for at være sikker på resultaterne. Omvendt er metode 6.3.4 markant mere ligetil i sin beregningsgang, men det har sin pris. Metoden virker en anelse inkonsistent idet, der lægges meget over på analytikeren selv i forhold til valg af laster, understøtningsforhold og aflæsning af brudlast. I modsætning til metode 6.3.3 kan det antages, at der med metode 6.3.4 opnås forskellige resultater alt afhængig af om person A eller B foretager bæreevneeftervisningen. Eksempelvis fordi den ene finder det som den bedste løsning at vælge randbetingelser og laster ud fra et klassisk statisk system, mens den anden vælger at kigge på tegninger og se, hvordan elementet indgår i konstruktionen. Resultaterne har da også vist, at metoden i nogen grad er sensitiv over for både understøtningsforhold og lastpåførsel. I forhold til udførelse af metoderne, er det formentlig individuelt hvilken metode, der er at foretrække, hvis de ligger inden for samme gyldighedsområde. For elementer med varierende tværsnit, vurderes det i forhold til de opnåede resultater, at anvendelse af metode 6.3.3 med en af de anvendte repræsentative tværsnit, ikke er anbefalelsesværdig.

Litteratur

Bonnerup, B. (2009). Stålkonstruktioner efter DS/EN 1993. Nr. 978-87-571-2683-9 i Handbook. Nyt Teknisk Forlag.

Clausen, J. (2010). Abaqus. URL: `http://homes.civil.aau.dk/jc/AbaqusTing/AbaqusSide.htm`. Downloadet: 10-06-2016.

da Silva, L. S., Simões, R. og Gervásio, H. (2013). Design of Steel Structures. Nr. 978-92-9147-115-7 i Book. ECCS.

DS Simulia (2014). Abaqus 6.14 Documentation. URL: `http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/index.html`. Downloadet: 05-09-2016.

DS/EN 1993-1-1 (2007). Eurocode 3 1-1 - Stålkonstruktioner - Generelle regler samt regler for bygningskonstruktioner. Nr. DS/EN 1993. Dansk Standard.

Merle (2016). Merle Irons, scrap metal, profiles, tubes, plates, fences and technical resources for construction. URL: `http://merle.es/perfiles-ipn-ipe-upn-hea-heb/`. Downloadet: 10-09-2016.

Ståbi (2011). Teknisk Ståbi 21. udgave. Nr. 978-87-571-2729-4. Nyt Teknisk Forlag.

APPENDIX

A Abaqus

Det følgende kapitel indeholder en step-by-step redegørelse for og diskussion af opførelsen af de anvendte FE-modeller i programmet Abaqus CAE.

I kapitel 3.2 indgår Abaqus som hovedelementet i udførelsen af den generelle metode 6.3.4 til udregning af brudgrænsetilstanden for udknækning og kipning af konstruktionselementer. Her var formålet at vise et eksempel på en beregning efter 6.3.4 med kun de væsentligste problemstillinger fra Abaqus inkluderet. Der er således mange parametre og valg for modellerne, der går ubemærket hen, hvorfor det synes nærliggende at inkludere en redegørelse for modellerne med højere detaljeringsgrad. Udover en trinvis forklaring indebærer dette også en konvergensanalyse for modellerne idet meshing teknik og finhed samt inkrementstørrelser kan have stor indflydelse på resultaterne.

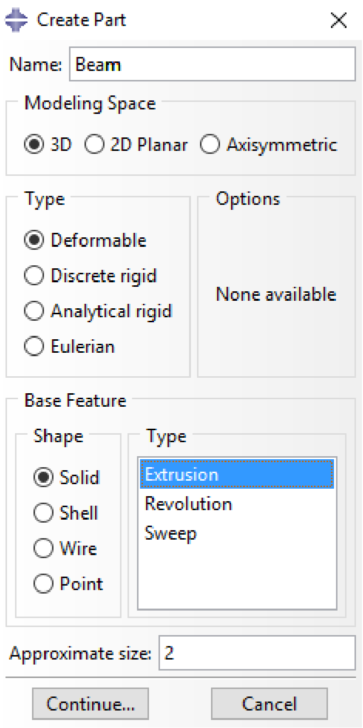
A.1 Procedure

De til projektet opførte Abaqus modeller har taget udgangspunkt i den tilhørende dokumentationsmappe til programmet, online dokumentation via DS Simulia [2014] samt tutorials af Johan Clausen på Clausen [2010]. Desuden har YouTube videoer været særdeles behjælpelige i forhold til konstruktionen af udfligede profiler. Abaqus modellerne bygges op efter programmets såkaldte moduler, der hver især definerer et specifikt område eller egenskab for modellen - fx. geometri eller mesh. Modulerne, der anvendes for disse modeller, er som følger:

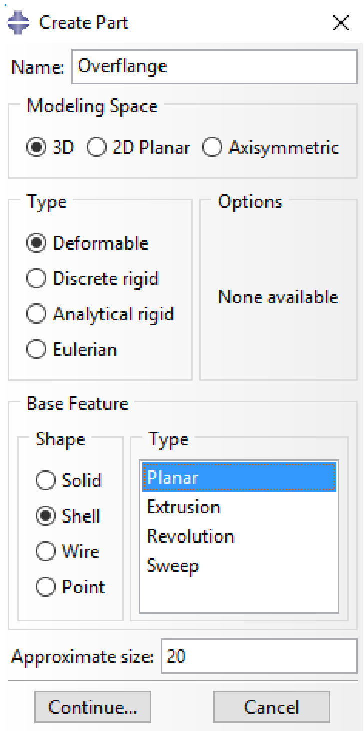
- **Part:** Definerer geometrien for elementer og/eller delelementer for modellen.
- **Property:** Definerer og tildeler materialeegenskaber til elementerne. For skalelementer defineres også tykkelsen her.
- **Assembly:** Samler delene/elementerne til en samlet global geometri.
- **Step:** Definerer hvilke analyser der skal operere.
- **Load:** Tildeling af laster og randbetingelser.
- **Mesh:** Diskretisering af modellen til finite elements.
- **Job:** Udførelsen af analyserne.
- **Visualization:** Visualisering af resultaterne fra jobbet.

A.1.1 Part

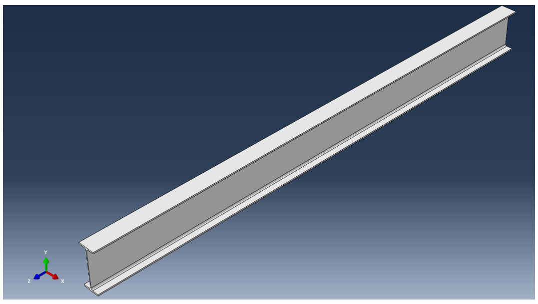
Etableringen af modellens geometri er forskellig for de anvendte modeller. For soliderne tegnes et tværsnit af profilet som ekstruderes til bjælkens længde på 6 m, se figur A.5. For skalmodellerne anvendes 3 plane elementer for over- og underflange samt for kroppen, hvor skaltykkelsen defineres under *Assembly*-modulet. Det gør det muligt at lave skalmodeller for tværsnit, hvor flangetykkelse og kropstykkelse ikke er ens.



Figur A.1. Solid ekstrudering af tværsnit.



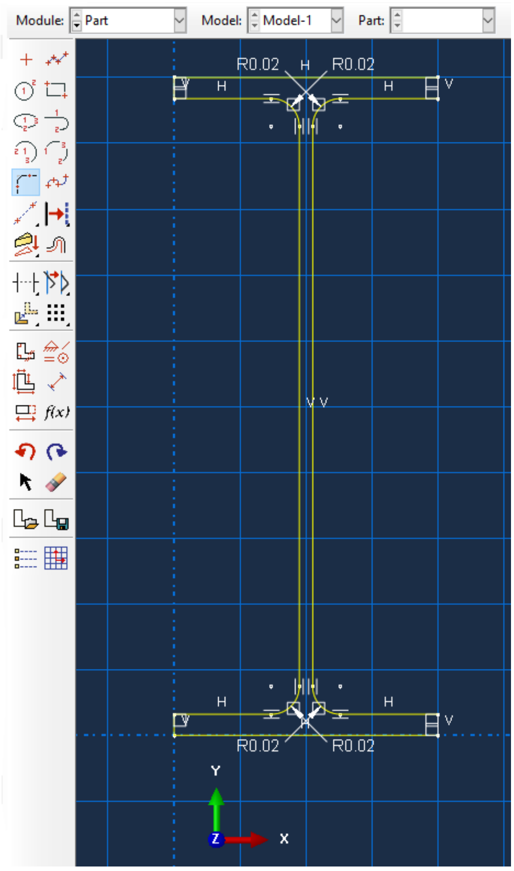
Figur A.2. Skalelement for flange.



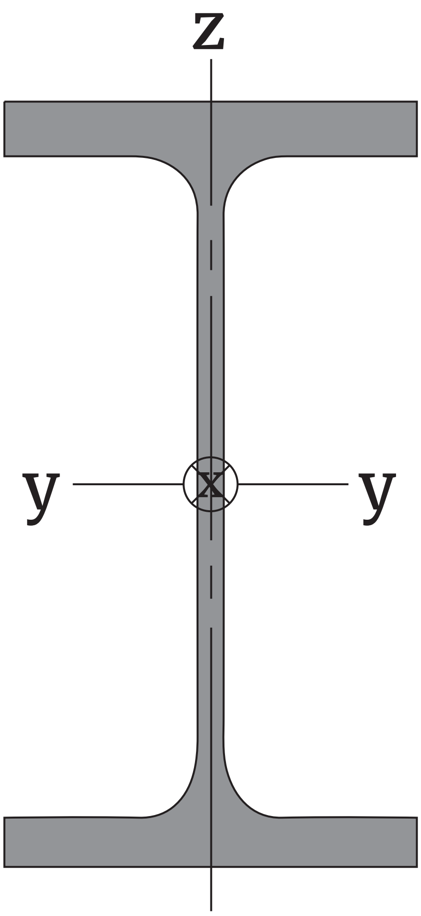
Figur A.3. Solid ekstrudering med afrunding.

Figur A.4. Skalelement for flange.

Tværsnittet for solidmodellerne optegnes, og her tilføjes også afrundingerne mellem flange og krop. Den forskellige måde at opbygge skalmodeller og solider gør, at akserne i Abaqus er inkonsekvente. Som det fremgår af figur A.5 angives bjælkens længdeakse som z-aksen i Abaqus for solid-modellerne mens x-aksen er bjælkens svage akse og y-aksen den stærke. Derfor anvendes den traditionelle aksenotation som fremgår af figur A.6 for rapporten i forhold til resultater og forklaringer af understøtninger, laster mm., og den inkonsekvente notation fra Abaqus optræder kun sporadisk i figurer i dette kapitel.



Figur A.5. Optegning af tværsnit for solid.

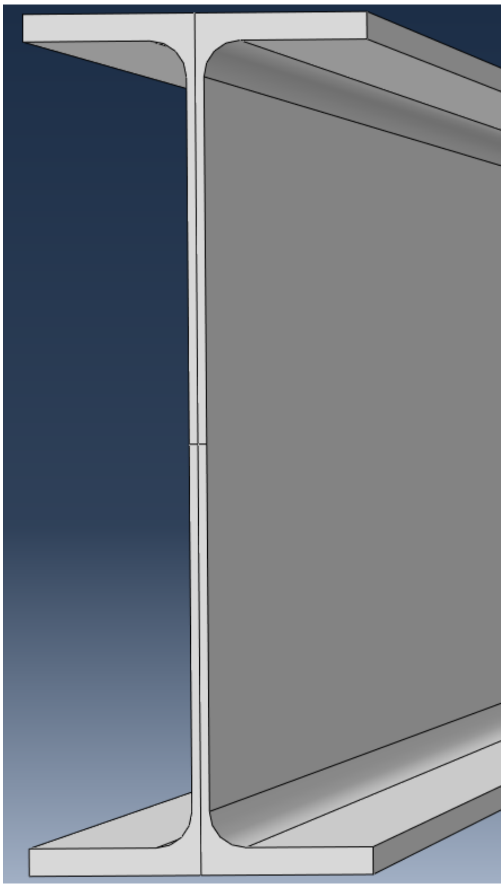


Figur A.6. Anvendt aksenotation.

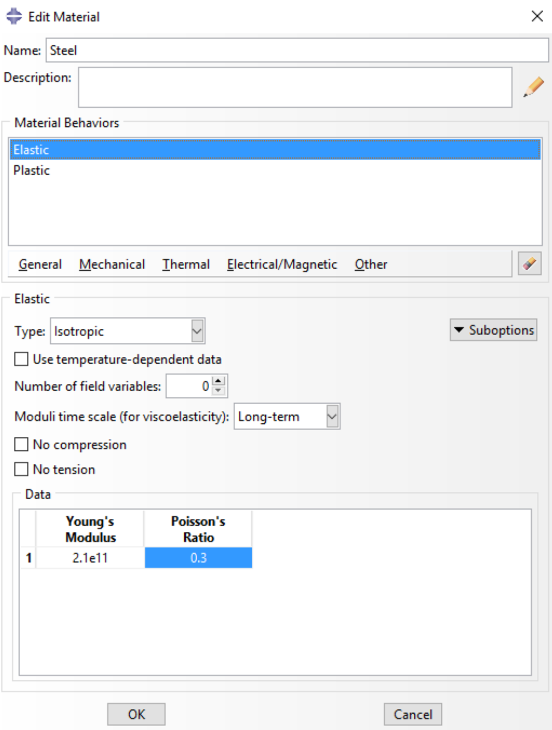
For at implementere punkt-understøtninger i tværsnittets tyngdepunkt er det nødvendigt at partitionere bjælkens ender. Dette gøres ved at dele endefladerne i to, to gange, med et resultat som fremgår af figur A.7.

A.1.2 Property

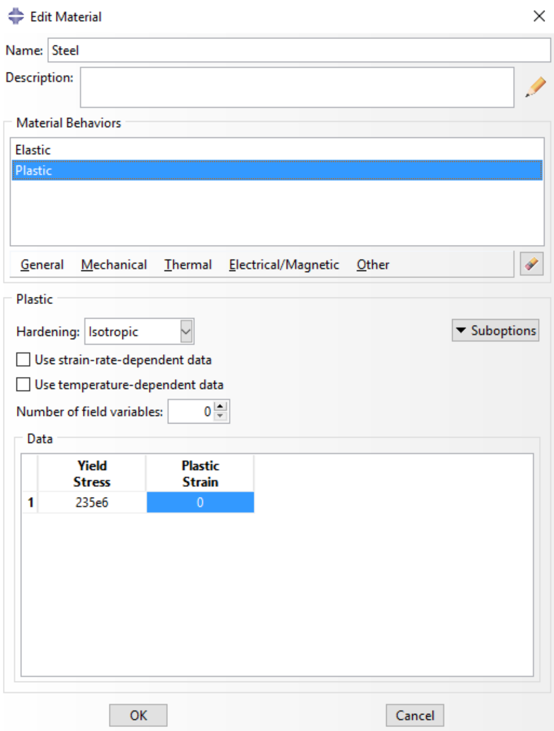
I property modulet defineres materialeegenskaber og de kan tildeles forskellige dele eller hele modellen alt efter behov. Det anvendte stål defineres ved *create material* hvor de elastiske og plastiske egenskaber angives. De plastiske parametre anvendes kun til beregning af $\alpha_{\text{ult,k}}$, idet $\alpha_{\text{cr,op}}$ er for den elastiske kritiske bæreevne. Modellen opbygges efter SI-enheder, så geometrien er fastlagt i meter, mens elasticitetsmodulet og flydespændingen angives i Pascal, se figur A.8 og A.9. Poissons forhold er 0.3, og idet materialet antages lineært elastisk perfekt plastisk skal modellen ikke hærdne ved opnåelse af flydespændingen. Dette gøres ved at sætte *plastic strain* til 0. For skalmodellen laves to sektioner under dette modul; en for kroppen og en for flangerne. Den eneste forskel på de to er parameteren *shell thickness* der skal stemme overens med hhv. krops og flangetykkelsen. Her er det desuden muligt at tildele forskellige materialer til seperate konstruktionselementer, hvilket dog ikke er relevant for dette projekt.



Figur A.7. Partition af bjælkeende.



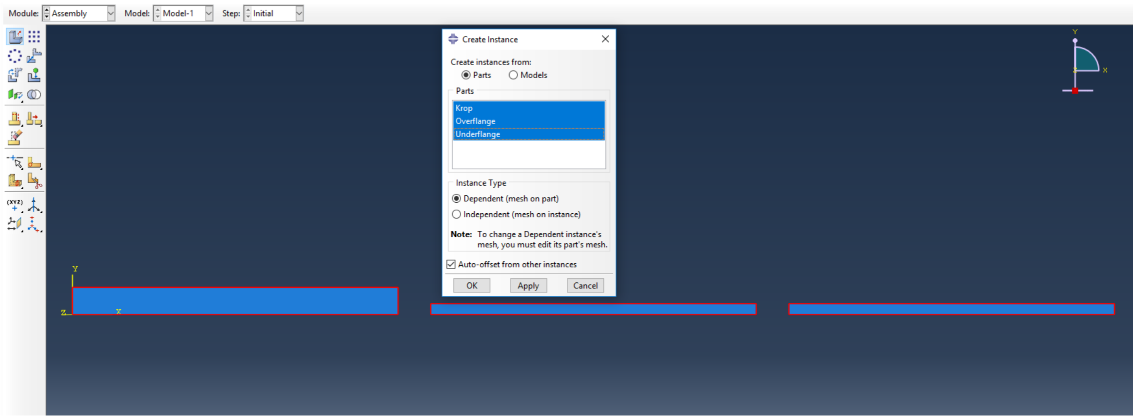
Figur A.8. Elastiske materialeparametre.



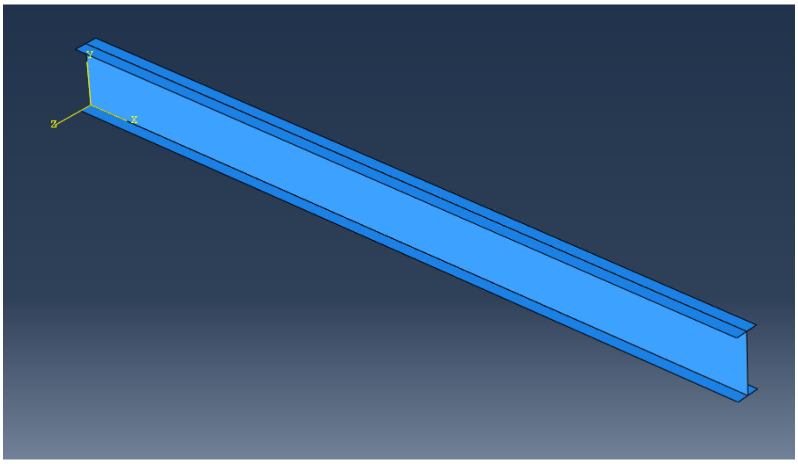
Figur A.9. Plastiske materialeparametre.

A.1.3 Assembly

Assembly modulet er primært relevant for skalmodellerne, idet flangerne og kroppen på nuværende tidspunkt blot er tre seperate dele, som skal samles. Der laves en *instance* med delene krop, overflange og underflange, med opsætningen som fremgår af figur A.10. Flangerne roteres 90° om længdeaksen og flyttes hen på hhv. oversiden og undersiden af kroppen. Herefter anvendes *merge* værktøjet til at danne en samlet del angivet som bjælke, der bruges i den videre modellering, se figur A.11.



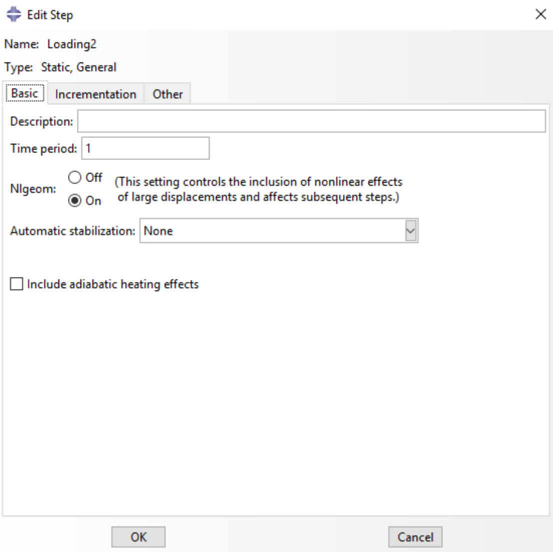
Figur A.10. Samling af dele.



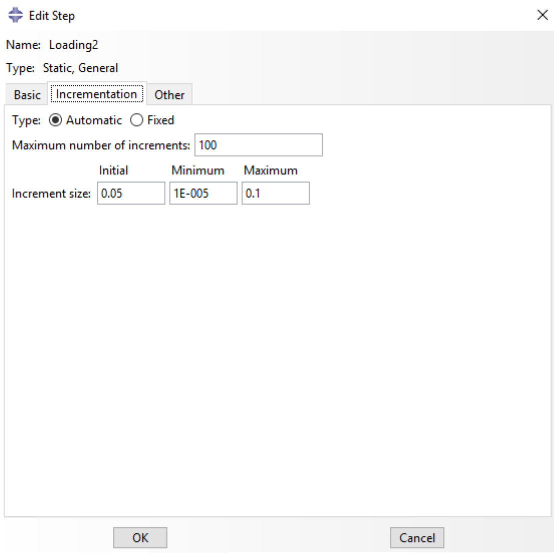
Figur A.11. Bjælken efter samling.

A.1.4 Step

I stepmodulet defineres den eller de analyser, der ønskes udført for modellen. Det er især her, der er forskel på de to modeller for udledning af hhv. $\alpha_{\text{ult,k}}$ og $\alpha_{\text{cr,op}}$. Modellen for $\alpha_{\text{ult,k}}$, hvor bjælken fastholdes mod sideværts udknækning, laves en generel statisk analyse, der angives som Loading og optræder efter det obligatoriske Initial step, hvor randbetingelserne påføres modellen. Det vil sige, at der sker en inkrementvis påførsel af en defineret last. Her skal rammerne for inkrementstørrelserne sættes, så modellen giver konsekvente og brugbare resultater. Dette diskuteres i konvergensanalysen. Idet analysen foregår iterativt, er det muligt at tage højde for ikke-lineære effekter som store flytninger og 2. ordens effekter. Dette gøres ved at aktivere funktionen *Nlgeom*, så bjælkens respons for ét lasttrin medregnes i det næste, se figur A.12. I afsnit 3.2 beskrives en generel metode at opnå resultater for anvendelse af metode 6.3.4. Her beskrives den metode, der specifikt anvendes for Abaqus. I stepmodulet sættes tidsperioden, der er styrende for lastpåførslen, til 1. Det vil sige, at lasterne påføres inkrementvis fra $t = 0$ til at den fulde last optræder ved $t = 1$. For at finde brudgrænsen ved denne metode, og altså $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$, sættes lasterne høje nok til at forårsage plastisk flytningsbrud i planen inden $t = 1$, dvs. de regningsmæssige laster multipliceres med en faktor. Brudlasten findes ved at aflæse det tidsskridt, ved hvilket der er opnået fuld plasticitet, og modregne lastfaktoren for at finde den faktiske lastværdi der svarer til brudgrænsen.



Figur A.12. Nlgeom og tidsperiode.



Figur A.13. Tilpasning af inkrementstørrelser.

For modellen til bestemmelse af $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$ anvendes en buckling analyse. Her sættes lasterne til deres reelle værdi, altså uden en forøgelsesfaktor. Selve analysen forløber således, at modellen lastes til elastisk brud under hensyntagen til kipning. Den resulterende egenværdi for den passende brudmekanisme tilsvarer den mindste lastforøgelsesfaktor til opnåelse af den elastiske kritiske bæreevne, som er definitionen på $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$.

A.1.5 Load

Loadmodulet sørger for påførsel af randbetingelser og laster. For at imitere betingelserne for håndberegningen bedst muligt, er modellerne udført med adskillige kombinationer af understøtningsforhold, der forsøger at fastholde bjælkeenderne så lidt som muligt. Problemet ved det er, at der let opstår store spændingskoncentrationer, der i visse tilfælde afbryder analysen uden, at den rette brudmekanisme er opnået. Derfor har et af temaerne ved dette projekt været at undersøge effekten af forskellige grader af distribuerede understøtninger. Disse betragtninger indgår i hovedrapporten med høj detaljeringsgrad, hvorfor de ikke medtages her.

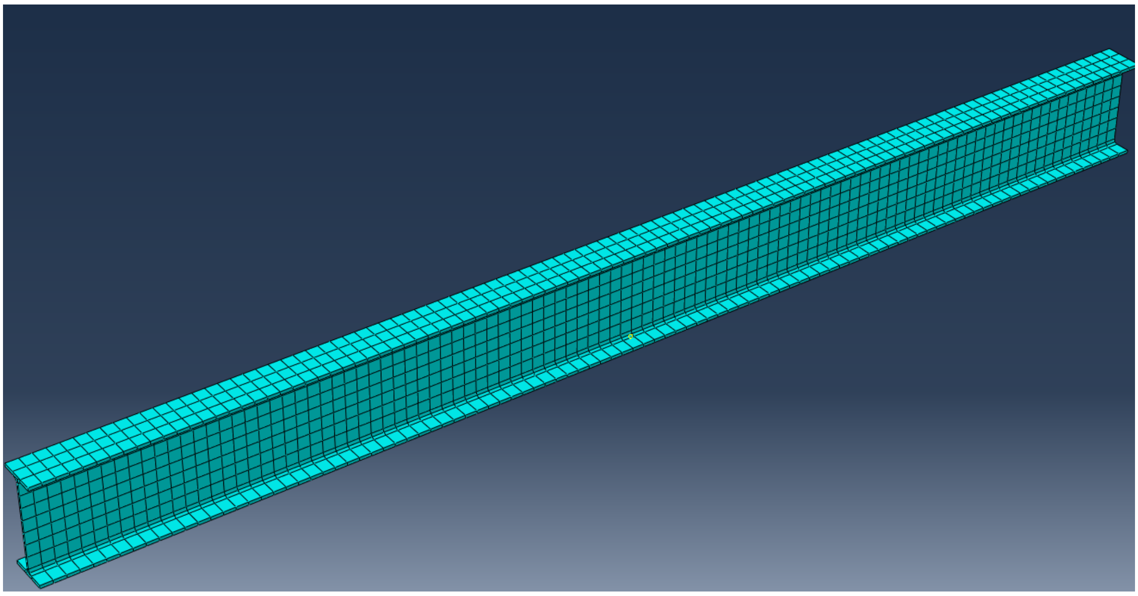
Laster

Lastpåførslen og opnåelse af de hensigtsmæssige værdier er ligeledes beskrevet i hovedrapporten. Specifikt for Abaqus påføres linjelasten q ved fladelast-værktøjet *Surface Traction*, der gør det muligt at have lastens angrebsretning til at forblive lodret selvom bjælken deformerer. Der vælges *Traction: General*, så lastvektoren er normal til planen - i dette tilfælde overflangen, og der defineres vektoren $(0,-1,0)$ til angrebsretningen. Denne last angives i $\mathrm{N/m^2}$.

Den aksiale trykkraft F påføres for skalmodellerne ved en *Shell edge load*, i kroppen af den ene bjælkeende for modellen med konstant tværsnit. For den udfligede model er det nødvendigt at fordele lasten til hele den ene bjælkeende (stadig med Shell edge load), idet analysen ellers afbrydes inden brudmekanismen opnås. For solidmodellerne anvendes en overfladelast fordelt over bjælkeenden ved *Pressure*. For det enkelte tilfælde med koncentreret understøtning af x-aksen i tværsnittets tyngdepunkt, anvendes en *Concentrated force*.

A.1.6 Mesh

I mesh modulet styres diskretiseringen af modellen til finite elements. For alle modellerne foretrækkes elementtypen *Hex*, der især er anvendelig i dette tilfælde med en relativt simpel geometri. Afrundingerne afføder dog et behov for et finere mesh end modellerne uden. Der vælges 2. ordens interpolation *(quadratic)* med reduceret integration, som resulterer i 20-node 3D-elementer med betegnelsen *C3D20R*. Med værktøjet *Seed part* angives størrelsen af mesh-elementerne, og dermed finheden af meshet. For modellen med afrundinger fremgår et eksempel på meshinddelingen af figur A.14.

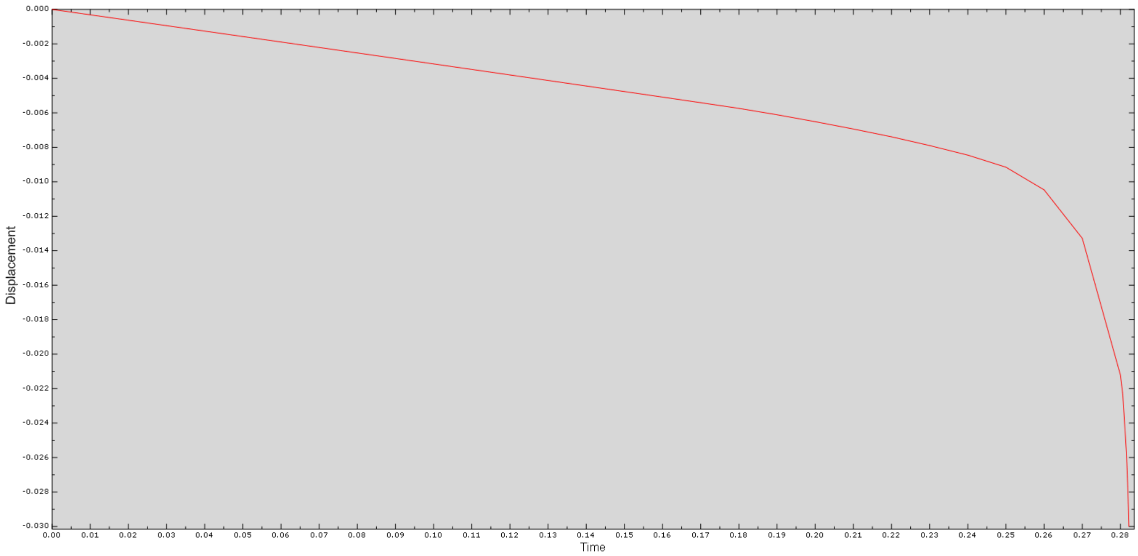


Figur A.14. Mesh med hex-elementer for model med afrundinger.

Idet diskretiseringen kan have stor indflydelse på resultaterne af analysen, foretages en konvergensanalyse af mesh-seedningen i afsnit A.2, der blotlægger hvor mange elementer, der er behov for, for at give konsekvente resultater. Resultaterne for $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ opnås ved hjælp af en kurve, der viser den lodrette flytning midtfags af bjælken som funktion af tid. Derfor laves et *node set* på midten af bjælken, forneden underflangens midte, for at lave et referencepunkt til aflæsning af flytningen.

A.1.7 Job og visualization

Det sidste skridt i processen foretages under job-modulet, der initierer og kører analysen. Idet lasterne ved bestemmelse af $\alpha_{\text{ult,k}}$ er forstærket for at opnå fuld plasticitet, afbrydes jobbet undervejs med en fejlmelding. Resultaterne for den gennemførte del af analysen er gemt og frembringes under *visualization*. Her er det muligt at vise bl.a. spændinger og flytninger ved konturer for at illustrere modellens respons til lasterne, og dermed give indikationer om, hvorvidt analysen er forløbet som forventet. Resultaterne fås ved at lave et *XY-plot* over flytningerne i bjælkemidten ($x = L/2$) via det før-definerede set-punkt, som funktion af tid, se figur A.15. Lastforøgelsesfaktoren $\alpha_{\text{ult,k}}$ bestemmes ved at aflæse tiden, hvorved kurvens hældning er tilnærmelsesvis asymptotisk. Idet lasten ved tiden $t = 1$ er den reelle last ganget med en kendt lastforøgelse, vil aflæsningspunktet angive forholdet mellem den kendte lastforøgelse og den mindste lastforøgelse til opnåelse af den karakteristiske bæreevne, som er $\alpha_{\text{ult,k}}$. Dvs. at hvis den karakteristiske bæreevne opnås ved tiden $t = 0{,}28$ og lasten er forøget med en faktor på 10, vil $\alpha_{\text{ult,k}} = 0{,}28 \cdot 10 = 2{,}8$ altså 2,8 gange de regningsmæssige laster.

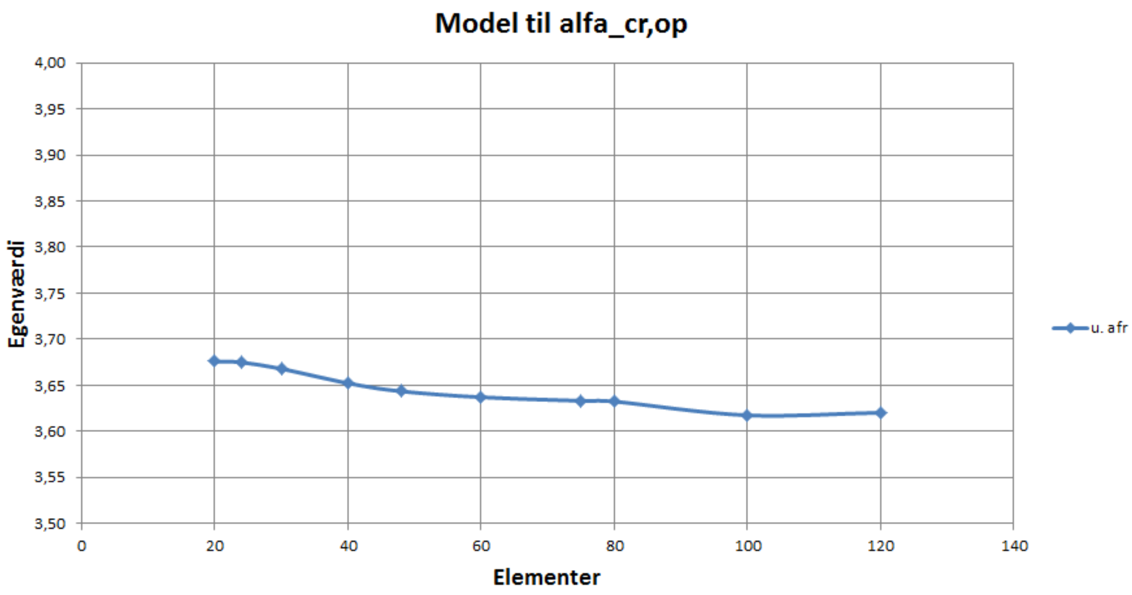


Figur A.15. Eksempel på XY-plot af $\alpha_{\text{ult,k}}$ analyse.

A.2 Konvergensanalyse

A.2.1 Mesh

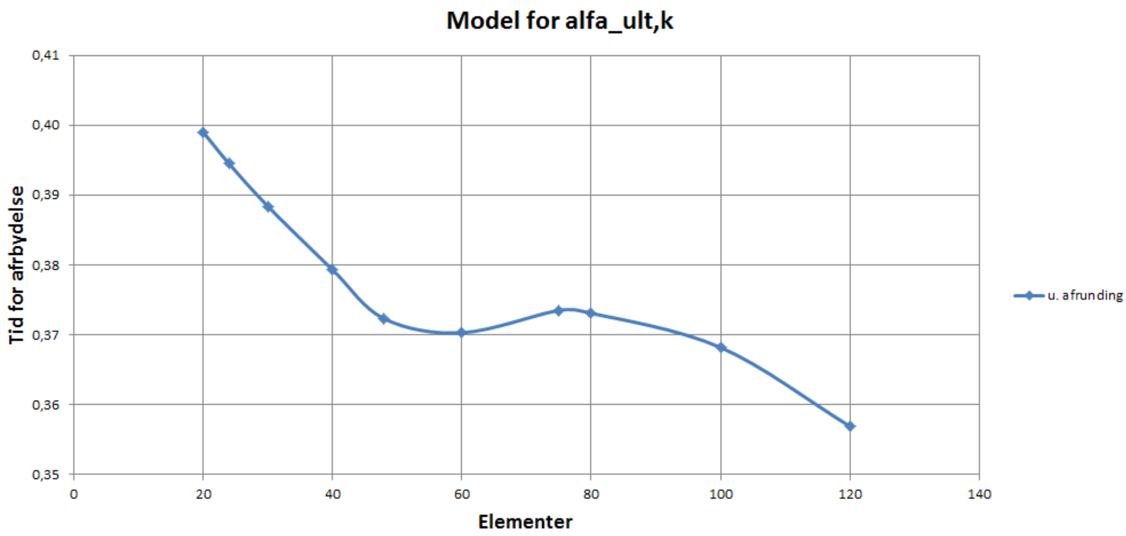
Ved en numerisk analyse kan diskretiseringen af modellen til finite elements have indflydelse på resultaterne. I dette tilfælde anvendes et mesh af hex-elementerne beskrevet i forrige afsnit. Derfor undersøges det om meshets finhed, eller med andre ord de enkelte elementers størrelse, påvirker analysens resultater. Parameteren, der varieres, er *Approximate global size* under *Seed part* menuen. For den elastiske model til bestemmelse af $\alpha_{\text{cr,op}}$, foretages konvergensanalysen med globale seed størrelser i intervallet 0,3 og 0,05, som svarer til hhv. 20 og 120 hex-elementer over bjælkelængden. Resultaterne heraf præsenteres ved egenværdien, som svarer til $\alpha_{\mathrm{cr,op}}$. Resultaterne for varierende finhed af meshet fremgår af figur A.16. Det valgte lasttilfælde er $F = 500\,\mathrm{kN}$ og $q = 10\,\mathrm{kN/m}$.



Figur A.16. Egenværdier som funktion af meshfinhed.

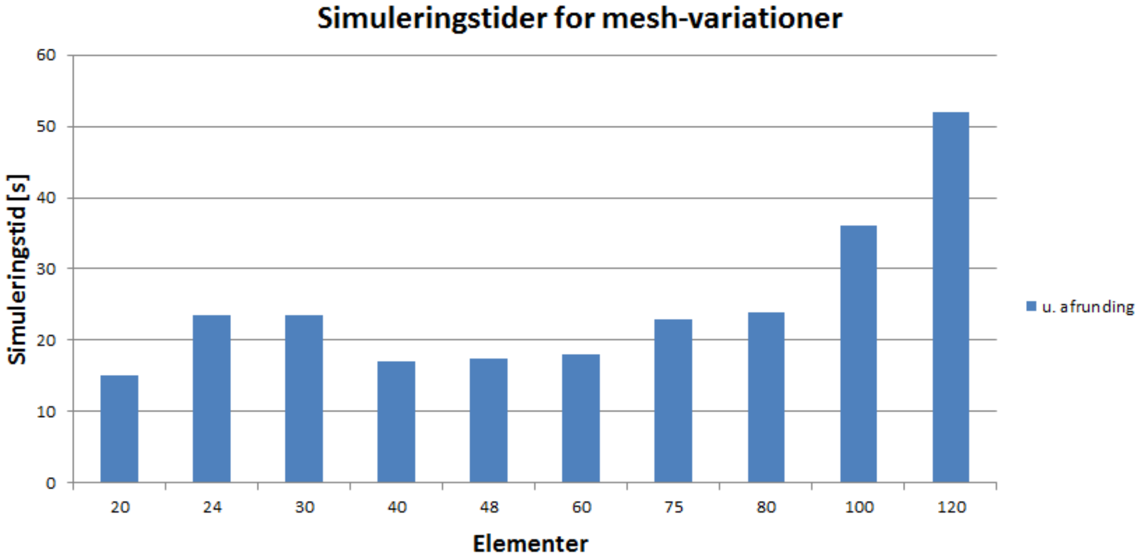
Som det fremgår af figuren, er der næsten ingen variation i resultaterne uafhængigt af meshets finhed. Denne model er således ikke følsom overfor valget af diskretisering. Der vælges en global seed størrelse på 0,1, svarende til 60 elementer over bjælkelængden.

For analysen til bestemmelse af $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ foretages en lignende variation af meshets finhed. Resultaterne fremgår af figur A.17. Her plottets tiden for afbrydelse af analysen, hvilket svarer til brudlasten. Igen anvendes $F = 500\,\mathrm{kN}$ og $q = 10\,\mathrm{kN/m}$.



Figur A.17. Last som funktion af meshfinhed.

Her er der ikke i samme grad tale om en uafhængighed af meshets størrelse. Især for de grove mesh er der variation i resultaterne, og ved 60 elementer, begynder resultaterne at konvergere. Anvendelsen af de finere mesh ved 100 og 120 elementerne viser dog igen små afvigelser i resultaterne. Det skal dog nævnes, at variationen er i størrelsesordenen 0,01 til 0,013 mellem 60 og 120 elementer. En variation af denne størrelse har praktisk talt ingen indflydelse på udnyttelsesgraden opnået ved 6.3.4. For at foretage et valg af mesh skeles til simuleringstiderne for de forskellige finheder, som fremgår af søjlediagrammet i figur A.18.



Figur A.18. Simuleringstider for varierende meshfinhed.

Først ved anvendelse af 100-120 elementer over bjælkelængden begynder meshet at have mærkbar indflydelse på simuleringstiden. Ved et dimensioneringstilfælde, hvor kun få simuleringer er nødvendige, forekommer valget uden betydning. I dette tilfælde med mange simuleringer som følge af lastvariationerne og forskellige understøtningsforhold, vælges en global seed størrelse på 0,06, svarende til 100 elementer over bjælkelængden. Denne finhed anvendes for både modellen med og uden afrundinger.

A.2.2 Inkrementstørrelser

Idet modellen til bestemmelse af $\alpha_{\mathrm{ult,k}}$ anvender en inkrementvis påførsel af lasterne, kan valget af minimum og maksimum af disse inkrementer have indflydelse på resultaterne.

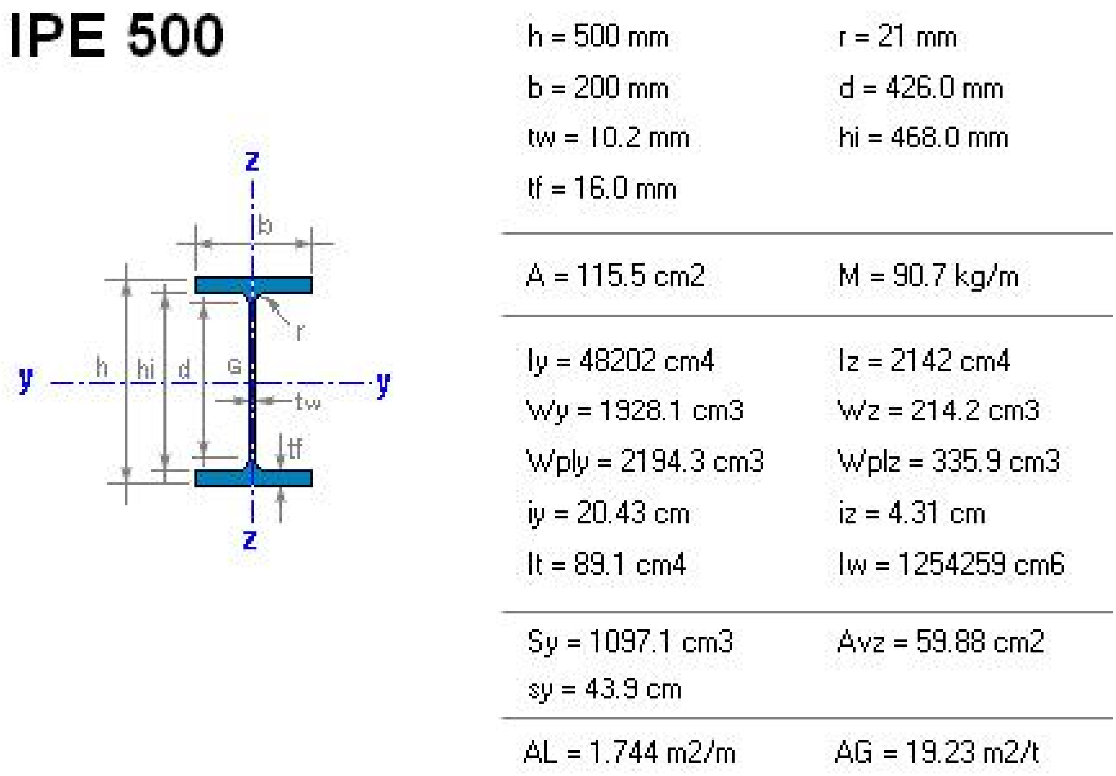
Det har dog vist sig, at for det undersøgte lasttilfælde ved denne model, har en variation af hhv. initial, minimal og maksimal inkrementstørrelse ikke indflydelse på resultaterne. Selvom der er en forskel i simuleringstiden på omkring 12 sekunder fra de største inkrementværdier til det laveste, vælges lave værdier. Dette skyldes, at det er vigtigt at have en lav minimumsværdi, idet tilstedeværelse af plasticitet i nogle last- og understøtningstilfælde kræver små inkrementværdier for at kunne køre analysen.

Inkrementstørrelser	
Initial	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$
Minimum	$1{,}0 \cdot 10^{-5}$
Maksimum	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$

APPENDIX

B Tværsnitsdata

Her fremgår de anvendte tværsnitskonstanter for et IPE500 profil af figur B.1 og B.2.



Figur B.1. Tværsnitsdata fra Merle [2016]

6.3.2 IPE-profiler

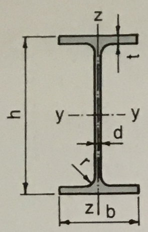


Fig 6.3

Tabel 6.6 IPE-profiler. Efter Euronorm 19:1957. Normallængder 10, 12 og 14 m.
Tabelværdierne skal multipliceres med de i tabellens hoved anførte faktorer.

profil nr.	h mm	b mm	d mm	t mm	r mm	A mm^2	u m^2/m	g kg/m	I_y mm^4	$W_{el,y}$ mm^3	i_y mm	I_z mm^4	$W_{el,z}$ mm^3	i_z mm	I_v mm^4	I_w mm^6	W_{pl} mm^3
faktor	1	1	1	1	1	10^3	1	1	10^6	10^3	1	10^6	10^3	1	10^3	10^9	10^3
80*	80	46	3,8	5,2	5	0,764	0,328	6,00	0,801	20,0	32,4	0,085	3,69	10,5	7,00	0,118	23,2
	100	55	4,1	5,7	7	1,03	0,400	8,10	1,71	34,2	40,7	0,159	5,79	12,4	12,1	0,351	39,4
120*	120	64	4,4	6,3	7	1,32	0,475	10,4	3,18	53,0	49,0	0,277	8,65	14,5	17,4	0,890	60,8
140*	140	73	4,7	6,9	7	1,64	0,551	12,9	5,41	77,3	57,4	0,449	12,3	16,5	24,5	1,98	88,4
160*	160	82	5,0	7,4	9	2,01	0,623	15,8	8,69	109	65,8	0,683	16,7	18,4	36,2	3,96	123,8
180*	180	91	5,3	8,0	9	2,39	0,698	18,8	13,2	146	74,2	1,01	22,2	20,5	48,0	7,43	166,4
200*	200	100	5,6	8,5	12	2,85	0,768	22,4	19,4	194	82,6	1,42	28,5	22,4	70,2	13,0	220
220*	220	110	5,9	9,2	12	3,34	0,848	26,2	27,7	252	91,1	2,05	37,3	24,8	91,0	22,7	286
240*	240	120	6,2	9,8	15	3,91	0,922	30,7	38,9	324	99,7	2,84	47,3	26,9	129	37,4	366
270*	270	135	6,6	10,2	15	4,59	1,04	36,1	57,9	429	112	4,20	62,2	30,2	160	70,6	484
300*	300	150	7,1	10,7	15	5,38	1,16	42,2	83,6	557	125	6,04	80,5	33,5	202	126	628
330*	330	160	7,5	11,5	18	6,26	1,25	49,1	117,7	713	137	7,88	98,5	35,5	283	199	804
360*	360	170	8,0	12,7	18	7,27	1,35	57,1	162,7	904	150	10,4	123	37,9	375	314	1020
400*	400	180	8,6	13,5	21	8,45	1,47	66,3	231,3	1160	165	13,2	146	39,5	514	490	1308
450*	450	190	9,4	14,6	21	9,88	1,61	77,6	337,4	1500	185	16,8	176	41,2	671	791	1702
500*	500	200	10,2	16,0	21	11,6	1,74	90,7	482,0	1930	204	21,4	214	43,1	897	1250	2200
550*	550	210	11,1	17,2	24	13,4	1,88	106	671,2	2440	223	26,7	254	44,5	1240	1880	2780
600*	600	220	12,0	19,0	24	15,6	2,01	122	920,8	3070	243	33,9	308	46,6	1660	2850	3520
faktor	1	1	1	1	1	10^3	1	1	10^6	10^3	1	10^6	10^3	1	10^3	10^9	10^3

* Profilet er normalt lagervare.

Figur B.2. Tværsnitsdata fra Ståbi [2011]. Billedet er taget af en fysisk kopi af bogen.

APPENDIX

C Kipningstabeller

Ståbi [2011] indeholder tabeller til bestemmelse af eulerlasten - eller i dette tilfælde det kritiske kipmoment. Der vælges de relevante lasttilfælde og understøtningsforhold, som tilsvarer en tabel for m_{n}, og der udregnes en værdi for indgangsparameteren kl. Derefter aflæses m_{n}, og indsættes i formel (3.19).

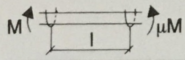
Figur C.1 viser formlen for kl samt udtrykket for m_1, der anvendes i beregningen af interaktionskonstanter i metode 6.3.3.

Figur C.2 viser tabellen anvendt til bestemmelse af m_4, som er den faktor, der tilsvarer det givne lasttilfælde med en jævnt fordelt last, der virker ovenpå tværsnittet. Idet bjælken er simpelt understøttet, er momentet i enderne lig 0, og derfor er $\mu = 0$. Indgangsparameteren er for både elementet med konstant tværsnit og det udfligede profil indenfor intervallet $3 \leq kl \leq 4$. Derfor interpoleres der i alle tilfælde mellem de fremhævede værdier for m_4.

Tabel 6.38 Eulerlast

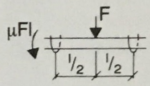
I tabellerne for $m_1 - m_8$ er $kl = \sqrt{\frac{GI_v\, l^2}{EI_w}}$

m_1



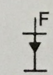
$$m_1 = (9{,}22 - 4{,}29\,\mu)\sqrt{1 + \left(\frac{kl}{\pi}\right)^2}$$

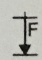
$-1 \leq \mu \leq 1$



m_2

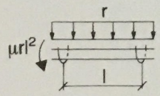
	kl									
μ	0	1	2	3	4	6	8	10	15	20
0	15,8	16,9	20,2	25,0	30,9	44,5	59,4	75,0	115	157
$^1/_{12}$	17,6	19,0	22,9	28,7	35,8	52,6	71,1	90,6	141	193
$^1/_8$	18,6	20,1	24,3	30,7	38,6	57,4	78,2	100	157	216
$^3/_{16}$	19,9	21,6	26,4	33,7	43,0	65,2	90,2	117	187	259
$^1/_4$	20,9	22,7	28,0	36,2	46,7	72,3	102	133	217	305
0	26,9	28,3	31,9	37,2	43,5	57,9	73,3	89,3	130	172
$^1/_{12}$	34,1	35,8	40,4	47,1	55,1	73,2	92,7	113	164	217
$^1/_8$	39,0	40,9	46,1	53,8	62,9	83,5	106	129	187	247
$^3/_{16}$	48,0	50,4	56,9	66,3	77,6	103	130	159	231	305
$^1/_4$	57,9	60,8	68,6	80,0	93,6	125	158	192	280	369
0	45,7	46,8	50,1	55,0	61,0	74,9	90,1	106	147	188
$^1/_{12}$	65,4	66,8	70,8	76,7	84,0	101	120	140	191	243
$^1/_8$	80,5	82,0	86,3	92,9	101	120	142	164	222	281
$^3/_{16}$	113	114	119	127	137	160	185	213	284	357
$^1/_4$	149	151	156	165	176	202	233	265	351	439



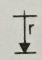


Figur C.1. Indgangsparameter kl og kipningsfaktor m_1. [Ståbi, 2011]

Tabel 6.40 Eulerlast



m_4

μ	kl 0	1	2	3	4	6	8	10	15	20	
0	28,7	30,7	36,3	44,6	54,7	78,0	103	130	198	267	
$1/16$	33,8	36,4	43,7	54,5	67,8	98,8	133	169	261	355	
$1/12$	35,7	38,5	46,4	58,3	73,0	108	146	186	289	395	
$1/8$	39,3	42,6	52,1	66,4	84,4	127	176	226	359	494	
$1/6$	41,9	45,6	56,3	72,7	93,7	145	204	266	430	599	
0	44,7	46,9	53,0	61,8	72,3	96,2	122	149	217	287	
$1/16$	61,1	64,1	72,4	84,4	98,8	131	166	203	296	390	
$1/12$	69,0	72,4	81,7	95,2	111	148	187	226	333	439	
$1/8$	89,4	93,8	106	123	144	191	242	294	429	566	
$1/6$	112	118	133	155	181	241	305	370	539	710	
0	69,6	71,6	77,2	85,5	95,5	119	144	170	238	308	
$1/16$	110	112	119	130	143	174	208	243	335	429	
$1/12$	132	134	142	154	168	202	240	279	382	487	
$1/8$	197	201	210	224	241	283	330	380	511	646	
$1/6$	294	297	308	323	344	393	449	510	670	836	

Figur C.2. Kipningstabel for m_4. [Ståbi, 2011]