Numerisk simulering af temperatur- og spændingstilstanden i hærdnende betonkonstruktioner



Langt afgangsprojekt, 2009 Rikke Poulsen & Morten Christiansen Kandidatuddannelsen i bygge- og anlægskonstruktioner Aalborg Universitet

Numerisk simulering af temperatur- og spændingstilstanden i hærdnende betonkonstruktioner

Langt afgangsprojekt

Deltagere: Rikke Poulsen Morten Christiansen Vejledere: Johan Clausen Eigil V. Sørensen

Oplagstal: 5 **Sidetal inkl. bilag:** 153 **Afsluttet:** 11. juni 2009 DVD er vedlagt

AALBORG UNIVERSITET

Institut for Byggeri og Anlæg Det Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultet

Forord

Denne rapport er udarbejdet som et langt afgangsprojekt på 3. og 4. semester på Kandidatuddanelsen i Bygge- og Anlægskonstruktioner, hjemmehørende under Institut for Byggeri og Anlæg ved Det Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultet på Aalborg Universitet.

Projektet omhandler simuleringen af massive betonkonstruktioners temperatur- og spændingstilstand under hærdning. Projektet består af en rapport med efterfølgende bilag. Bagerst i bilaget findes en beskrivelse af programmet Abaqus, der anvendes til temperatur- og spændingssimuleringerne, samt en dvd, der indeholder udarbejdede programmer, forsøgsdata samt rapporten i pdf-format.

I rapporten henvises til kilder på følgende måde:

['Forfatterens efternavn', 'årstal', 'sidetal']

Supplerende oplysninger om kilderne findes i litteraturlisten.

Undertegnede vil rette en stor tak til ingeniørassistent Per Knudsen, der har hjulpet med det praktiske ved udførelsen af forsøg. Ligeledes rettes en stor tak til Erhvervs-Ph.D. Kasper K. Kratmann, der har været en stor hjælp ved udførelsen af et forsøg på Institut for Maskinteknik, Aalborg Universitet.

Aalborg Universitet, 11. juni 2009

Rikke Poulsen

Morten Christiansen

Resumé

I dette projekt er der udviklet en metode til numerisk bestemmelse af massive betonkonstruktioners temperatur- og spændingstilstand under hærdning, baseret på det kommercielle elementmetodeprogram Abaqus. Simuleringerne er valideret ved forskellige eksperimentelle metoder.

I den første del af projektet er der er arbejdet med endimensional varmetransport i et geometrisk simpelt hærdnende betonemne, idet der er anvendt eksperimentelle, analytiske og numeriske metoder. Der er gennemført et forsøg, hvor det blev forsøgt at sikre en endimensional varmetransport vha. isolering og formplader. Til dette blev der anvendt en beton med en høj varmeudvikling, så temperaturforskellen mellem middel- og randtemperaturen blev størst muligt efter afformningen. Desuden er der udført en adiabatisk kalorimetermåling, hvor betonens varmeudvikling er bestemt som funktion af modenheden.

Idet forsøget er udført med endimensional varmetransport, er det muligt at anvende en analytisk løsning til varmeledningsligningen samt programmet TempSim, der er udviklet af Aalborg Portland, til at bestemme temperaturforløbet i betonen.

Den endimensionale varmetransport er ligeledes bestemt numerisk i Abaqus, hvor der i første omgang er anvendt en todimensional model. Idet varmetransporten i forsøget viste sig ikke at være fuldstændig endimensional, var det nødvendigt at anvende en 3D model for at få sammenlignelige resultater mellem forsøget og de numeriske beregninger. I simuleringerne er nødvendigheden af at modellere formsystemet og varmeudstråling ligeledes undersøgt.

I den anden del af projektet er der udført forsøg med en betonterning med dimensionerne $0,4 \times 0,4 \times 0,4$ m, hvor varmetransporten er tredimensional. Forsøget er ligeledes simuleret i Abaqus med en 3D model, hvor resultatet giver god overensstemmelse med forsøgsresultatet. Temperaturforskellen mellem forsøget og simuleringen antyder dog, at betonens ændring af varmefylden under hærdning har en betydning for resultatet, hvorfor det er forsøgt at anvende en aftagende varmefylde i simuleringen. Generelt kan det konkluderes, at det er muligt at simulere temperaturtilstanden i en massiv betonkonstruktion under hærdning.

I den tredje del af projektet er der gennemført eksperimentelle og numeriske analyser af tøjnings- og spændingstilstanden i betonterningen. Indledningsvis blev der udført et forsøg med den hærdnede betonterning, som blev opvarmet til en høj, ensartet fordelt temperatur, hvorefter tøjningerne blev målt under afkøling af betonen. Der blev anvendt et optisk målesystem, kaldet *Aramis*, der kan måle materialets overfladedeformationer og -tøjninger. Det er fundet, at målesystemet er i stand til at detektere et revnemønster på betonens overflade, men ikke revnevidden.

I Abaqus er der udarbejdet en model svarende til forsøget, hvor tøjnings- og spændingstilstanden i betonterningen bestemmes. Til dette anvendes materialemodellerne *Concrete damaged plasticity* og *modificeret Mohr-Coulomb*. I Abaqus er det ikke muligt at simulere revner, i stedet angiver Abaqus en tøjningslokalisering som kan indikere en revnedannelse. Videre er det undersøgt, hvilken betydning det har for tøjnings- og spændingsresultatet, hvis der i stedet for anvendes en betonterning med dimensionerne $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m eller $1.6 \times 1.6 \times 1.6$ m.

Til sidst er der udført en simulering af temperatur- og spændingstilstanden i et massivt hærdnende betonelement, der anvendes i en bølgebryder ved et aktuelt havneprojekt. I simuleringen er ændringen af betonens mekaniske materialeparametre som funktion af modenheden medtaget. Spændings- og tøjningsresultatet viser, at der med den aktuelle udførelsesmetode er mulighed for revnedannelse i betonen. En alternativ udførelsesmetode, hvor termorevnerne kan reduceres eller helt undgås, kan derfor med fordel evalueres i de udviklede numeriske metoder i Abaqus.

Summary

The present thesis deals with numerical simulations of temperature and stress development in massive concrete structures during hardening. The numerical computations were executed by means of the commercially available finite element software Abaqus. The results obtained have been validated through various experimental work.

The first part of the thesis contains a one-dimensional heat transfer analysis for a plain concrete member by means of experimental, analytical, and numerical methods. An experiment was carried out where the one-dimensional heat transfer was implemented through the formwork and heat insulation arrangement. The employed concrete had a high heat of hydration generation, causing a high temperature level and a large temperature difference between the mean and surface temperatures. The heat development in the concrete was measured by adiabatic calorimetry, by converting the measured adiabatic temperature into heat generation as a function of the maturity.

Due to the one-dimensional heat transfer, the temperature development can be computed by analytical methods. In the thesis the temperature development was computed by solving Fourier's general one-dimensional heat equation as a boundaryvalue problem manually as well as by using the finite-difference program TempSim developed by the company Aalborg Portland.

The one-dimensional heat transfer can also be computed numerically by means of a two-dimensional model in Abaqus. However, in the laboratory it is difficult to ensure a completely one-dimensional heat transfer. Therefore, it was necessary to apply a three-dimensional model in Abaqus in order to obtain identical results from the experiment and the numerical simulation. In the simulations the necessity of modelling the formwork in Abaqus was investigated as well as the influence of thermal radiation. In all simulations of the heat transfer the thermal properties of the concrete were assumed constant, except the heat generation as determined by adiabatic calorimetry. The second part of the thesis presents the results of a three-dimensional heat transfer study on a concrete cube with the dimensions $0.4 \times 0.4 \times 0.4$ m. The threedimensional heat transfer was analysed by means of experimental work and by three-dimensional analysis using Abaqus. In the numerical simulations it was attempted to take a varying specific heat capacity into account. In the end of part two it is concluded that it is possible to simulate the temperature development and heat transfer in a massive concrete structure during curing.

The third part of the thesis is concerned with experimental and numerical analyses of the stress state in the concrete cube. In the experiment the cured cube was heated to an initially high temperature. When the concrete cube subsequently was cooled the strains of the cube were measured using an optical device called *Aramis*. The optical device was also capable of detecting a crack pattern on the cube surface, although it did not provide exact crack widths.

The development of stresses and strains during cooling of the cube have been simulated by means of Abaqus. The material models *Concrete Damaged Plasticity* and *Modified Mohr-Coulomb* have been employed. The strains computed by Abaqus were compared with the test results. In Abaqus it is not possible to simulate the cracks which were actually seen in the experiment. Instead, Abaqus results show a strain localisation that may indicate a crack. In addition, the effect of using a cube with the dimensions $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m and $1.6 \times 1.6 \times 1.6$ m was analysed.

Finally, the temperature and stress development was simulated in a large massive concrete cube during hardening. Such concrete cubes are used in a breakwater structure at an ongoing harbour project. In the simulations the variation of the concrete mechanical properties with maturity are taken into account. The simulations showed that the formwork and curing procedures used did not prevent thermally induced cracking in the concrete. However, the Abaqus facilities developed in the present thesis could be used for evaluating possibilities to avoid or reduce the extent of thermally induced cracking by choosing different execution procedures.

iv

Indhold

1	Indledning 1.1 Problemformulering	1 4
2	Betonrecept 2.1 Teoretisk betonrecept	5 6
	Endimensional varmetransport	6
3	Forsøg3.1Forsøgsbeskrivelse3.2Resultatbehandling3.3Usikkerheder	9 9 13 14
4	Adiabatisk varmeudvikling4.1Forsøgsbeskrivelse4.2Resultatbehandling4.3Sammenligning med endimensionalt forsøg	17 17 18 20
5	Analytisk løsning af varmeledningsligningen	23
6	TempSim	27
7	Numerisk simulering 7.1 Inputparametre 7.2 2D model 7.3 3D model	29 29 31 32
8	Vurdering	37
	Tredimensional varmetransport	39
9	Forsøg9.1Forsøgsbeskrivelse9.2Resultatbehandling	43 43 46

	9.3 Usikkerheder	48
10	Adiabatisk varmeudvikling	49
11	Numerisk simulering 11.1 Inputparametre	51 51 52
	Spændings- og tøjningsanalyse	57
12	Forsøg12.1Forsøgsbeskrivelse12.2Resultatbehandling12.3Usikkerheder	59 59 65 69
13	Numerisk simulering13.1 Indledende temperatursimulering13.2 Spændings- og tøjningssimulering13.3 Størrelseseffekt13.4 Softening i modificeret Mohr-Coulomb	71 71 73 82 84
14	Simulering af betonelement til havneprojekt 14.1 Indledende temperatursimulering	87 88 88
15	Konklusion	95
Lit	tteratur	99
	Bilag	102
Α	Regressionsanalyse	105
В	Numerisk simulering af varmeudvikling	107
С	Varmestråling fra betonkonstruktioner	109
D	Aftagende varmefyldeD.1Adiabatisk varmeudviklingD.2Varierende varmefylde i Abaqus	113 113 115
E	Styrke- og stivhedsudvikling E.1 Cylindertrykstyrke E.2 Spaltetrækstyrke	119 119 120

vi

	E.3 E.4	Egenskabsmodel	121 122
F	Mat F.1 F.2 F.3	erialemodeller Mohr-Coulomb	125 128 132 134
G	Para G.1 G.2	m eterstudium Inkrementundersøgelse	137 137 137
Н	Aba H.1	qus Moduler	149 150

kapitel 1

Indledning

Beton er et af de mest anvendte byggematerialer verden over. Dette skyldes bl.a., at beton har en høj trykstyrke og en god holdbarhed. Samtidig gør en lav pris og den høje trykstyrke beton økonomisk attraktiv i forhold til materialer som stål og træ. Beton fremstilles gennem hydratisering af cement og vand, der er tilsat et tilslag, bestående af sten og sand, samt eventuelle tilsætningsstoffer.

Holdbarheden af betonen afhænger både af de miljømæssige påvirkninger, som den bliver udsat for gennem dens levetid, men især også af de forhold, som den bliver udstøbt under. Betonoverfladers tæthed er af afgørende betydning for, om betonen nedbrydes. I aggressive miljøer er det derfor vigtigt at anvende en beton med et lavt vand/cement-forhold, idet dette giver en tættere beton. Samtidig skal revnedannelser undgås, idet disse ligeledes er en væsentlig årsag til, at beton nedbrydes.

Det er et velkendt problem, at der kan opstå termorevner i betonkonstruktioner under hærdningen. Dette sker, såfremt der ikke foretages den nødvendige planlægning og kontrol af støbearbejdet. Revnedannelser vil være årsag til, at betonens levetid reduceres, idet de danner grundlag for indtrængning af bl.a. vand, oxygen, kuldioxid, klorider, sulfater og alkalier i betonen. Dette kan eksempelvis forårsage frostsprængninger, smuldring, afskalning, springere og armeringskorrosion. Revnedannelser skal derfor forebygges, så der opnås den nødvendige levetid for konstruktionen. Eksempler på, hvordan revner kan nedbryde betonkonstruktioner, kan ses på figur 1.1.

Under hærdningen af betonen, udvikles varme som følge af de kemiske reaktioner mellem vandet og cementen. Dette medfører en temperaturstigning i betonen. Hvis der under hærdningen sker en afkøling ved betonens overflader, kan der opstå en



(a) Overfladerevner.



(b) *Afskalning af betonoverflade, som følge af armeringskorrosion.*

Figur 1.1: Nedbrydning af betonkonstruktioner [Sørensen, 2008].

temperaturtilstand i betonen, hvor overfladetemperaturen bliver lavere end middeltemperaturen, mens temperaturen i midten bliver højere end middeltemperaturen. Disse temperaturforskelle vil medføre en uensartet sammentrækning af betonen, som giver trækspændinger ved overfladen og trykspændinger i midten af betonen. Såfremt trækspændingerne ved overfladen overstiger betonens trækstyrke, vil der dannes revner på overfladerne. I praksis viser det sig, at det kritiske niveau for trækspændinger i en plan udstrakt væg er, når temperaturforskellen mellem middel- og overfladetemperaturen overstiger 13 °C [Sørensen, 2009].

Derudover kan der også dannes revner i betonen under hærdningen som følge af udtørring af overfladerne, kemisk svind eller krybning.

I praksis forebygges termorevner gennem grundig planlægning og kontrol af støbearbejdet. I Danmark er det især i de kolde vintermåneder vigtigt at styre hærdeprocessen for at undgå termorevner. Dette indebærer bl.a. fastlæggelse af udstøbningstemperatur, form- og isoleringsforanstaltninger, afformningstidpunkt, betonsammensætning samt vejrforhold. For simple konstruktionsudformninger, som eksempelvis en plan udstrakt væg eller en lang cikulær søjle, kan der med fordel anvendes *Vinterstøbning af beton* til planlægningsarbejdet [Hansen og Pedersen, 1982].

Forudsætningerne for anvendelse af *Vinterstøbning af beton* begrænser sig til plane udstrakte vægge og søjler, hvor formsystem, lufttemperaturen og vindhastigheden ikke ændres med tiden. Såfremt der skal laves en massiv betonkonstruktion, hvor de plane forhold ikke er gældende, eller at der ønskes at tage højde for tidsafhængige parametre, som f.eks. vejrforholdene, vil analytiske beregninger være nærmest umulige at anvende. Derfor er det nødvendigt at indføre numeriske beregninger.

Numeriske beregninger har gennem længere tid været anvendt til at planlægge komplekse og massive støbearbejder, hvor bestemmelsen af revnedannelser har været vanskelig. Oftest anvendes ikke-kommercielle elementmetodeprogrammer til de numeriske beregninger, som danner grundlaget for planlægningen af en udstøbning. Eksempelvis anvendes i *Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening concrete elements using degree of hydration based material laws* [Schutter, 2002] et ikke-kommercielt elementmetodeprogram, hvor en formstøbt massivt betonelement til en bølgebryder modelleres, mens resultaterne sammenlignes med en in situ støbning. I denne forbindelse er der anvendt en model for betonens termiske egenskaber, som udvikles med hydratiseringsgraden.

I Numerical Early-Age Temperature And Stress Calculations On Hardening Concrete [Nielsen, 2003] og 3D Temperature and Stress Simulations of Hardening Concrete [Pedersen et al., 2003] anvendes kommercielle programmer til at simulere temperatur- og spændingstilstanden i beton under hærdning, hhv. programmerne 4C Temp&Stress og MagmaConcrete. Begge programmer kan bruges som et redskab til planlægning af forskellige konstruktioners udstøbning, idet der kan tages højde for form, isolering, køling og klimatiske forhold. Samtidig indgår betonens egenskabsudvikling, krybning og svind.

4C Temp&Stress, der er udviklet af Dansk Teknologisk Institut, er baseret på en såkaldt 2 1/2-D model, hvor modellen opbygges i to dimensioner, mens der tages højde for spændingerne ved endezonerne gennem en ikke-stationær tværsnitsberegning. MagmaConcrete, der er udviklet af Magma Technologies, er derimod baseret på en 3D model, hvor den virkelige geometri kan modelleres, hvormed der direkte tages højde for endezonernes indflydelse på spændingerne. Ydermere har Aalborg Portland udviklet det kommercielle program TempSim, der er et program som giver mulighed for at simulere temperatur-, modenheds- og stykeudvikling i simple konstruktionsformer. Programmet anvender dog kun en 2D model. [CtO, Aalborg Portland, 2003]

Det har ikke været muligt at finde dokumentation for, at de kommercielle programmer er valideret gennem forsøg. Dermed er der ingen garanti for, at programmerne viser den virkelige temperatur- og spændingsudvikling gennem betonens hærdning. Dog har flere af de nævnte kilder udtaget stikprøver i forbindelse med in situ udstøbninger, hvor det er vist at den simulerede temperatur- og spændingsudvikling har været på den sikre side i forhold til at undgå revnedannelse.

1.1 Problemformulering

Hvordan simuleres temperatur- og spændingstilstanden under hærdning i massive uarmerede betonkonstruktioner med det kommercielle elementmetodeprogram Abaqus, og hvordan valideres beregningsresultaterne?

Det ønskes at validere de numeriske resultater gennem forsøg samt så vidt det er muligt at tage hensyn til betonens egenskaber, der udvikler sig gennem hærdeprocessen.

1.1.1 Løsningsstrategi

Ovenstående problemformulering belyses gennem projektets tre dele.

I første del fokuseres der på endimensional varmetransport, hvor temperaturudviklingen analyseres i et betonemne af simpel geometri. Den simple geometri medfører, at der er gode muligheder for sammenligning af eksperimentelle, analytiske og numeriske metoder.

Erfaringerne, der opnås i forbindelse med analysen, anvendes herefter til projektets anden del, hvor der fokuseres på tredimensional varmetransport. I denne del vil temperaturudviklingen derimod kun blive analyseret vha. eksperimentelle og numeriske metoder, idet det er vanskeligt at anvende analytiske beregningsmetoder. Resultaterne sammenholdes, og det vil blive diskuteret, om det er muligt at simulere betons temperaturtilstand under hærdning.

I projektets tredje del vil spændings- og tøjningstilstanden i et betonemne blive analyseret. Idet det er vanskeligt at undersøge tøjnings- og spændingstilstanden eksperimentelt for en beton under hærdning, vil der i stedet for blive anvendt en hærdnet beton, som opvarmes til en høj, ensartet fordelt temperatur. Dette sammenholdes efterfølgende med en numerisk beregning. Til sidst vil erfaringerne, der opnås, blive anvendt til at forudsige tøjnings- og spændingstilstanden i et massivt betonelement under hærdning, som anvendes til en bølgebryder ved et aktuelt havneprojekt.

1.1.2 Problemafgrænsning

Idet en fuldstændig analyse af massive uarmerede betonkonstruktioner under hærdning er meget omfattende, afgrænses der til udelukkende at se på tøjnings- og spændingstilstanden i betonen, som følge af temperaturforskelle over tværsnittet. Dvs. at fænomener som svind og krybning ikke indgår i analysen, selvom disse kan have en betydning for tøjningerne i betonen under hærdningen.

4

kapitel 2

Betonrecept

I forbindelse med udførelsen af forsøg er det relevant at overveje hvilken betonblanding, der skal anvendes. Generelt ønskes det at anvende en simpel betonsammensætning med høj varmeudvikling, så det er muligt at danne store temperaturforskelle i betonen. Desuden lægges der vægt på at vælge materialer som findes i Laboratoriet for Betonteknologi på Aalborg Universitet.

Der anvendes Rapid cement, som har en hurtig styrkeudvikling og en tidlig varmeudvikling. For at sikre at betonen får en høj varmeudvikling, bør betonen have et cementindhold på over 350 kg/m^3 beton [Herholdt et al., 1985, s. 242]. Det vælges derfor at benytte et cementindhold på 400 kg/m³ beton.

Som tilslag anvendes bakkesand (0-4 mm) og bakkesten (4-8 mm). Den øvre grænse for størrelsen af stenene er lavt sat, idet der til forsøgene anvendes emner med forholdsvis små geometrier, hvorfor sten i størrelsesordenen 4-8 mm vil give en mere homogen beton.

Idet det ikke er nødvendigt, at betonen er frostbestandig, vælges det ikke at indblande luft, hvormed betonens naturlige luftindhold for naturligt forekommende tilslagsmaterialer kan sættes til ca. 1,5% af betonrumfanget. Desuden anvendes der ikke tilsætningsstoffer i betonen.

Betonens vandbehov kan bestemmes ud fra oplysninger om tilslagstype, maksimal kornstørrelse, luftindhold og sætmål. Idet der anvendes bakkematerialer med en maksimal kornstørrelse på 8 mm, naturligt luftindhold samt ønskes en plastisk betonkonsistens med et sætmål på 60-100 mm, kan betonens vandbehov bestemmes til ca. 180 l/m³ beton [Herholdt et al., 1985, s. 671].

Eftersom både vand- og cementindholdet er fundet, kan betonens vand-cement forhold, v/c, bestemmes til 0,45, hvormed betonens middeltrykstyrke kan beregnes af Bolomeys formel:

$$f_c = K \cdot \left(\frac{1}{\nu/c} - \alpha_B\right) \quad \text{for} \quad 0.45 \le \nu/c \le 1.25 \tag{2.1}$$

hvor f_c er betonens middeltrykstyrke, og K er en konstant, der afhænger af cementtype og hærdningsgrad. Idet der anvendes Rapid cement og en 28 døgns modenhed, kan K sættes til 29 og α_B til 0,5 [Herholdt et al., 1985, s. 137]. Hermed kan betonens middeltrykstyrke bestemmes til 50 MPa.

2.1 Teoretisk betonrecept

Idet valg af materialer til betonen foreligger, kan den nødvendige mængde af sten og sand beregnes. Den teoretisk beregnede betonrecept kan ses i tabel 2.1.

Indhold	Beskrivelse	Densitet	VOT-mat
		$[kg/m^3]$	[kg/m ³ beton]
Cement	Rapid-cement	3150	400
Vand	-	1000	180
Sand	Bakkemateriale (0-4 mm)	2632	1160
Sten	Bakkemateriale (4-8 mm)	2575	611

Tabel 2.1: Teoretisk betonrecept (VOT-mat) kg/m^3 beton.

Den teoretisk beregnede betonrecept kan ikke direkte benyttes som blanderecept i laboratoriet, hvilket skyldes, at sandet og stenene har et vandindhold, idet de opbevares udendørs. Dermed er det vigtigt at korrigere for vandindholdet i tilslaget i laboratoriet, og desuden måle og evt. korrigere betonens sætmål. Ændringerne til den endelige betonrecept vil blive belyst under de enkelte forsøgsbeskrivelser.

Endimensional varmetransport



I de følgende kapitler analyseres en endimensional varmetransport samt temperaturudvikling i et betonemne. Til analysen anvendes eksperimentelle, analytiske og numeriske metoder, som til sidst sammenlignes og vurderes. Erfaringer, der opnås gennem dette, anvendes senere til at bestemme tredimensional varmetransport i en betonterning.

kapitel 3

Forsøg

I dette kapitel beskrives og behandles et forsøg omhandlende endimensional varmetransport. Forsøget udføres med det formål at klarlægge temperaturprofilet gennem en betonplade under hærdning. Betonpladen isoleres på en sådan måde, at varmetabet hovedsageligt kommer fra to modstående flader, så varmetransporten kan betragtes som endimensional.

3.1 Forsøgsbeskrivelse

Forsøget udarbejdes i Laboratoriet for Betonteknologi på Aalborg Universitet. Ved forsøget støbes en betonplade i en kasse, der er lavet af formplader med en tykkelse på 21 mm. Støbekassens indvendige mål, og dermed også betonpladens dimensioner, er $0.5 \times 0.5 \times 0.2$ m. For at kunne opnå store temperaturforskelle isoleres alle støbekassens sider, indtil betonen har nået sin maksimaltemperatur. Der anvendes ekspanderet polystyrenplader som isolering med en tykkelse på 150 mm og en varmeledningsevne på $0.14 \text{ kJ/mh}^\circ\text{C}$, hvormed der kun bør ske en mindre varmeudveksling mellem betonen og omgivelserne. Når betonen har nået sin maksimaltemperatur, fjernes isoleringen samt formplader fra to på hinanden modstående flader, hvormed den ønskede temperaturforskel opnås. Forsøget udføres, indtil der ikke længere er en temperaturforskel mellem betonens midte og rande. Gennem hele forsøget måles temperaturen i betonen, så temperaturprofilet efterfølgende kan optegnes.

Temperaturen i betonen måles vha. 15 termoelementer, type K. Termoelementerne kalibreres ved brug af en såkaldt tørbrønd og et præcisionstermometer, hvorefter

de monteres på en træpind, som lakeres for at undgå vandindtrængning. Herefter placeres træpinden i midten af støbekassen. Desuden placeres to termoelementer i omgivelserne for at måle lufttemperaturen i laboratoriet. En skitse af forsøgsopstillingen, hvor også træpinden er indtegnet, kan ses på figur 3.1.



(a) Set ovenfra, hvor placeringen af termoelementerne er angivet ved den stiplede linie, mens A og B angiver de to flader, der afformes ved.



Figur 3.1: Skitse af forsøgsopstillingen. Mål i mm.

Idet temperaturen i betonen falder hurtigst ved randene, er det vigtigt at placere flest termoelementer her. Desuden ønskes det at undersøge, om temperaturen er symmetrisk omkring midten, hvorfor termoelementerne placeres symmetrisk. Træpindens placering i betonterningen samt termoelementernes indbyrdes placering på træpinden kan ses på figur 3.2.

Termoelementerne kobles til to dataloggere, type CR10X fra Campbell Scientific Ltd., der registrerer temperaturen i termoelementerne vha. en referencetemperatur, som måles internt i dataloggeren. Et billede af en datalogger CR10X kan ses på figur 3.3. Termoelementerne består af to metaltråde hhv. chromel (grøn ledning) og alumel (hvid ledning). For at sikre at de måler en korrekt temperatur, skal de forbindes til dataloggerne på en sådan måde, at kromtrådene placeres i H eller L med terminalnumrene 1-12, mens aluminiumstrådene placeres i en AG terminal.

I perioden fra betonen udstøbes i kassen til isolering og formplader fjernes fra de to flader, opsamles temperaturen med dataloggerne hvert femte minut, hvorefter der opsamles hvert minut, idet der forventes et hurtigt temperaturfald ved randene, når isoleringen fjernes. Efter afformningen opstilles desuden to bordventilatorer, som sikrer en cirkulation ved de to flader. Lufthastigheden af de to blæsere måles med et lufthastighedsmeter, type KM4007, der er tilgængelig i Laboratoriet for Betonteknologi. Et billede af forsøgsopstillingen efter afformning af fladerne kan ses på figur 3.4.



(a) Termoelementer monteret på træpinden, som er placeret i støbekassen. Symmetrilinie



(b) Termoelementernes placering på træpinden. Mål i mm.





Figur 3.3: Datalogger CR10X.



Figur 3.4: Forsøgsopstillingen efter afformningen.

Korrigeret betonrecept

I afsnit 2.1 blev den teoretiske betonrecept bestemt, men i forbindelse med udarbejdelsen af forsøget i laboratoriet er recepten blevet korrigeret pga. vandindhold i tilslaget, samt at der i første omgang blev målt et sætmål på 20 mm. Idet der til forsøget skulle anvendes 85 liter beton, blev de forskellige betonrecepter i tabel 3.1 anvendt, hvor der desuden også er opskrevet den endelige betonrecept, som skal anvendes til bestemmelsen af temperaturudviklingen i betonen.

			Cement	Vand	Sand	Sten
Teoretisk recept	(VOT-mat)	$[kg/m^3]$	400	180	1160	611
Lab-blanding	(VOT-mat)	[kg]	34,0	15,3	98,6	51,9
Lab-blanding	(Akt-mat)	[kg]	34,0	11,1	102,6	52,1
Korrigeret pga sætmål	(Akt-mat)	[kg]	39,1	13,4	102,6	52,1
Endelig Lab-blanding	(VOT-mat)	[kg]	39,1	17,6	98,6	51,9
Endelig recept	(VOT-mat)	$[kg/m^3]$	425	191	1073	575

 Tabel 3.1: Betonrecept, der er anvendt ved forsøget.

I forbindelse med udførelsen af forsøget blev der desuden målt de i tabel 3.2 opstillede værdier for betonen.

Densitet	2265 kg/m^3
Sætmål	60 mm
Luftindhold (naturligt)	4,8 %
Udstøbningstemperatur	24,7 °C
Gennemsnitlig lufttemperatur	24,0 °C
Gennemsnitlig lufthastighed	1,0 m/s

Tabel 3.2: Betonegenskaber, der blev målt i laboratoriet.

3.2 Resultatbehandling

Det følgende afsnit omhandler resultatbehandlingen af forsøget. På figur 3.5 er temperaturudviklingen for termoelementerne placeret i midten og ved de to rande optegnet. For at vise hvilken betydning lufttemperaturen har for temperaturudviklingen, er denne ligeledes optegnet. De opsamlede forsøgsdata kan findes på den vedlagte dvd.



Figur 3.5: Temperaturudvikling under forsøget, idet der afformes efter 26,5 timer.

Af figuren ses det, at betonen opnår den højeste temperatur i midten, mens begge rande er lidt køligere. Dette skyldes, at der ikke kan isoleres på en sådan måde, at der fuldstændig undgås varmetab. Dog burde temperaturen ved randene være den samme, hvilket af figuren ses ikke er tilfældet. Dette kan skyldes, at termoelementerne placeret ved randene var koblet til hver sin datalogger. Desuden kan forskellen også skyldes, at der evt. er sluppet varme ud gennem isoleringen ved den ene rand, idet isoleringen ikke har sluttet helt tæt til formen.

Afformningen fandt sted 26,5 timer efter udstøbningen af betonen, hvilket også kan ses på figur 3.5, idet temperaturen falder hurtigt på dette tidspunkt. Dog falder temperaturen hurtigst ved randene, hvilket skyldes, at disse efter afformningen er blotlagte.

Ydermere kan det af figur 3.5 ses, at temperaturen over tværsnittet bliver konstant ca. 75 timer efter udstøbning eller ca. 50 timer efter afformning. Herefter varierer temperaturen i betonen mellem 23 og 25 °C, hvilket er sammenfaldende med lufttemperaturens døgnvariation.



På figur 3.6 er temperaturfordelingen gennem betontværsnittet efter afformning af fladerne optegnet.

Figur 3.6: Temperaturfordeling gennem tværsnittet efter afformning.

Af figuren ses, at betonen ved afformningstidspunktet har en gennemsnitlig temperatur på 65 °C. Figuren tydeliggør ligesom figur 3.5, at temperaturen i de første timer efter afformningen falder hurtigt, samt at efter ca. 50 timer er temperaturen konstant over tværsnittet. Desuden viser figuren, at temperaturen i tværsnittet er symmetrisk omkring midten, hvilket den også burde, idet forsøgsopstillingen er symmetrisk og betonblandingen forventes at være homogen.

3.3 Usikkerheder

I forbindelse med forsøget har der været en række usikkerheder, som var med til at påvirke resultaterne. Isoleringen omkring støbekassen blev samlet af seks plader, som blev holdt sammen med tape, jf. figur 3.4. Under hærdningen af betonen blev det dog observeret, at der mellem enkelte isoleringsplader opstod små luftsprækker på omkring 1-5 mm, hvilket kan have medvirket til forøget varmetab. Desuden blev der efter forsøgets afslutning observeret luft mellem betonen og formpladerne, hvilket skyldes, at der efter afformningen ikke var noget til at holde sammen på den resterende del af støbekassen, hvilket kan ses på figur 3.7. Dette kan ligeledes have medvirket til et større varmetab, især fordi der var en luftcirkulation tilstede.



Figur 3.7: Luftsprække mellem beton og formplade.

Dette er også årsagen til, at forsøget ikke kan betegnes som fuldstændig endimensional, idet der også har været en varmetransport gennem de øvrige sider fra støbekassen.

kapitel 4

Adiabatisk varmeudvikling

I forbindelse med beregningerne i programmerne TempSim og Abaqus, der anvendes senere, jf. kapitel 6 og 7, skal den anvendte betons varmeudvikling benyttes. Til at bestemme betonens varmeudvikling gennem hydratisering anvendes et adiabatisk kalorimeter. Ordet "adiabatisk" betyder, at der ikke udveksles varme med omgivelserne. Dermed vil den varmeudvikling, der sker i betonen under hydratisering, blive omsat til en temperaturstigning i prøven.

4.1 Forsøgsbeskrivelse

De adiabatiske forhold opfyldes ved at reducere temperaturforskellen mellem prøven og dens omgivelser. Princippet ved det anvendte adiabatiske kalorimeter kan ses på figur 4.1.

Systemet er opbygget af to kamre, hvor det inderste kammer anvendes til prøven, mens der i det yderste kammer er et varmelegeme og en ventilator. Ved systemet anvendes termostatstyring, så varmelegemet og ventilatoren aktiveres på det tidspunkt, hvor temperaturforskellen mellem det ydre kammer og betonprøven, $\theta_o - \theta_p$, er forskellig fra nul. Hermed bør der ikke være noget varmetab fra prøven til det termostyrede kammer, hvorfor varmeudviklingen i prøven kan betragtes som adiabatisk. Ventilatoren anvendes til at fordele varmen i kalorimeteret, så der opnås en homogen lufttemperatur.

Temperaturen i det termostyrede kammer styres med en CR10X-datalogger, idet der anvendes en ON/OFF rutine med en cyklus på et sekund. Dataloggeren anvendes også til at opsamle dataene, der er hhv. temperatur i prøven og tid.



Figur 4.1: Adiabatisk kalorimeter

4.2 Resultatbehandling

Det målte temperaturforløb som funktion af tiden kan ses på figur 4.2. På figuren er der fratrukket 1,5 °C fra alle temperaturer, idet der blev fundet en afvigelse ved en kalibrering af kalorimeterets termoelementer efter forsøget. Forsøgsdataene og det tilhørende program kan findes på den vedlagte dvd.



Figur 4.2: *Temperaturforløb,* θ *, som funktion af tiden, t, ved det adiabatiske kalorimeter.*

Temperaturforløbet omregnes til en ækvivalent varmeudvikling, Q, ved:

$$Q = \frac{\rho c (\theta - \theta_B)}{C} \tag{4.1}$$

hvor *c* er betonens varmefylde, der antages at være konstant 1,1 kJ/kg°C [Hansen og Pedersen, 1982], og θ_B er betonens udstøbningstemperatur, der var 23,7 °C. Derudover er ρ og *C* hhv. betonens densitet og cementindhold, der blev bestemt i afsnit 3.1 til hhv. 2265 kg/m³ beton og 425 kg cement/m³ beton.

Tiden omregnes til en modenhed, M, svarende til en konstant temperatur på 20,0 °C ved følgende:

$$M(t_i) = M(t_{i-1}) + \exp\left(\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + \theta}\right)\right)(t_i - t_{i-1})$$
(4.2)

hvor E_a er en karakteristisk aktiveringsenergi, der er 33,5 kJ/mol, da betontemperaturen ikke bliver mindre end 20,0 °C, *R* er gaskonstanten, der er 8,314·10⁻³ kJ/mol°C, og θ er temperaturen i betonen [Hansen og Pedersen, 1982]. Modenheden ved begyndelsen af forsøget var 0,6 timer, idet der gik en halv time mellem vandtilsætning og opstart af forsøg, mens betontemperaturen var 23,7 °C.

Den fundne varmeudvikling som funktion af modenheden optegnet enkeltlogaritmisk kan ses på figur 4.3.

Egenskabsmodel

Forløbet af den adiabatiske varmeudvikling kan analytisk beskrives ved egenskabsmodellen, der både kan beskrive styrke-, stivheds- og varmeudvikling som funktion af modenheden for en beton. I det følgende er det dog kun egenskabsmodellen for varmeudviklingen, der anvendes, som udtrykkes ved:

$$Q(M) = Q_{\infty} \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M}\right)^{\alpha}\right)$$
(4.3)

hvor Q(M) er varmeudviklingen til modenheden, M, Q_{∞} er den totale varmeudvikling for $M \to \infty$, τ_e er en tidskonstant, og α er en krumningsparameter.

For at bestemme de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , der indgår i egenskabsmodellen, laves en regressionsanalyse på de målte data, som er beskrevet i bilag A. På baggrund heraf er de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , bestemt til hhv. 348 kJ/kg cement, 12,4 h og 0,94. Afbildes egenskabsmodellen enkeltlogaritmisk, fås S-kurven, der ligeledes kan ses på figur 4.3.

Aalborg Portland har lavet tilsvarende forsøg af den adiabatiske varmeudvikling for Rapid cement. Ved disse forsøg blev der anvendt et v/c-forhold på 0,46, hvor de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , blev bestemt til hhv. 349 kJ/kg cement, 12,5 h og 1,01. Dette stemmer overens med de i projektet fundne parametre. [Aalborg Portland, 2008, s. 38-40]



Figur 4.3: Enkeltlogaritmisk afbildning af varmeudviklingen, Q, som funktion af modenheden, M, for det adiabatiske kalorimeter og egenskabsmodellen.

4.3 Sammenligning med endimensionalt forsøg

På figur 4.4 kan temperaturforløbet for hhv. forsøget for endimensional varmetransport og det adiabatiske kalorimeter ses. Desuden er der på figuren medtaget temperaturforløbet, der er beregnet ved hjælp af dekrementmetoden, hvor der er anvendt et afkølingstal, a, på 0 h⁻¹, hvilket svarer til de adiabatiske forhold.

Af figuren kan det ses, at det adiabatiske kalorimeter og forsøget for endimensional varmetransport har det samme temperaturforløb, indtil temperaturen bliver ca. 55 °C. Herefter begynder varmetabet i forsøget at gøre sig gældende, mens termostyringen i det adiabatiske kalorimeter sikrer, at der ikke forekommer et varmetab her. Derfor vil der naturligvis blive en forskel i temperaturforløbene for de to forsøg.

Dekrementmetoden anvendes i *Vinterstøbning af beton* til at bestemme hærdediagrammerne for forskellige randbetingelser [Hansen og Pedersen, 1982]. Idet figur 4.4 viser overensstemmende resultater mellem temperaturforløbet for dekrementmetoden, beregnet med et afkølingstal på 0 h⁻¹, og det adiabatiske kalorimeter, kan det konkluderes, at teorien stemmer overens med de opnåede forsøgsresulater.



Figur 4.4: Temperaturforløb for hhv. forsøget for endimensional varmetransport, det adiabatike kalorimeter samt for dekrementmetoden med et afkølingstal, a, på 0 h^{-1} .
Analytisk løsning af varmeledningsligningen

I det følgende beregnes temperaturfordelingen over betontværsnittet ved hjælp af en analytisk løsning til varmeledningsligningen. Temperaturfordelingen beregnes med samme forudsætninger som i forsøget, så resultatet senere kan diskuteres og sammenholdes med den i forsøget fundne temperaturfordeling og de numeriske beregninger. Beregningsprogrammet kan findes på den vedlagte dvd.

Ved beregning af en analytisk løsning betragtes pladen fra forsøget som en homogen udstrakt plan væg med en tykkelse på 2δ . Væggen har i begyndelsestilstanden en konstant temperatur overalt i tværsnittet på $\theta(x,0)$. I forsøget blev det fundet, at under betonens hærdning i isoleret form steg betontemperaturen til 65 °C. Til tidspunktet t = 0 h fjernes isoleringen, og væggen bringes i omgivelser med den konstante lufttemperatur, $\theta_L = 24,0$ °C. En skitse af tværsnittet kan ses på figur 5.1.



Figur 5.1: Skitse af væggens tværsnit.

Temperaturfordelingen, $\theta(x,t)$, over tværsnittet kan for $t \ge 0$ findes som løsningen af varmeledningsligningen:

$$\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2}$$
(5.1)

hvor λ er betonens varmeledningstal lig 8 kJ/mh°C, ρ er betonens densitet lig 2265 kg/m³, og *c* er betonens varmefylde lig 1,1 kJ/kg°C.

Ved at indføre en konvektiv randbetingelse og en begyndelsesbetingelse for betontemperaturen kan løsningen til differentialligningen findes, idet der antages symmetri omkring x = 0:

$$\frac{\theta(x,t) - \theta_L}{\theta(x,0) - \theta_L} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\mu \frac{x}{\delta}) \exp(-\mu_n^2 F_0)$$
(5.2)

hvor μ_n er den n'te egenværdi i ligningen $\frac{\mu}{Bi} = \cot(\mu)$, og A_n er givet ved:

$$A_n = \frac{2\sin(\mu_n)}{\mu_n + \sin(\mu_n)\cos(\mu_n)}$$
(5.3)

Både Fourier-, Fo, og Biottallet, Bi, indgår dermed i formel 5.2. Disse er givet ved:

$$Bi = \frac{k\delta}{\lambda}$$
(5.4)

$$Fo = \frac{\lambda t}{\rho c \delta^2} \tag{5.5}$$

hvor *t* er tiden, og *k* er transmissionstallet. Idet temperaturfordelingen skal beregnes fra tidspunktet, hvor isoleringen fjernes, skal der i stedet for transmissionstallet, *k*, anvendes det konvektive overgangstal, α_k , som afhænger af vindhastigheden, der i forsøget blev målt til 1 m/s. Det konvektive overgangstal bestemmes ved: [Hansen og Pedersen, 1982, s. 68]

$$\alpha_k = 20 + 14\nu \quad \text{for} \quad \nu < 5 \text{ m/s} \tag{5.6}$$

hvor α_k angives i kJ/m²h°C, mens v angives i m/s.

Ved at indsætte de kendte værdier for $\theta(x,0)$ og θ_L i formel 5.2 kan temperaturfordelingen over tværsnittet til forskellige tidspunkter bestemmes, hvilket er optegnet på figur 5.2.

Heraf kan det ses, at der er betydeligt mindre afkøling ved randene, end der blev observeret ved forsøget. Dette kan skyldes, at der ved forsøget ikke var opnået en helt endimensional tilstand, hvormed varmetabet blev større, end det reelt burde være.



Figur 5.2: Temperaturfordelingen over tværsnittet til forskellige tidspunkter.

KAPITEL 6

TempSim

TempSim er et 2D program, der er udviklet af Aalborg Portland, som kan simulere temperatur, modenhed og styrke af en hærdnende beton. Programmet bygger på den brugerflade, der kan ses på figur 6.1, hvor det er muligt at indsætte data for betonrecept og betonegenskaber. Derudover kan forskellige simple konstruktionsformer modelleres. I det følgende anvendes "Bjælke/Søjle", hvor randbetingelser på fire rande kan defineres.

I TempSim kan varme- og styrkeudviklingen udregnes ud fra betonrecepten. Men da der er udført adiabatisk kalorimeterforsøg, anvendes de fundne parametre herfra i stedet for.

Programmet udfører beregningerne ud fra betonemnets geometri, mens formplader og isolering udelukkende beskrives gennem randbetingelserne på betonens fire rande. Idet formplader og isolering ikke modelleres, tages der ikke højde for, at varmetabet kan ske over et større overfladeareal, samt at der kan akkumuleres varme i det ekstra volumen. For at simulere afformningen anvendes forskellige randbetingelser til tiden 0 og 26,5 timer. Programmet, der er anvendt, kan findes på den vedlagte dvd.

Med de anførte data i figur 6.1 samt parametrene for varmeudviklingen er temperaturfordelingen over betontværsnittet til forskellige tidspunkter efter afformning beregnet, hvilket kan ses på figur 6.2.



Figur 6.1: Brugerfladen i TempSim, idet der regnes på en "Bjælke/Søjle".



Figur 6.2: Temperaturfordelingen over tværsnittet til forskellige tidspunkter efter afformning.

KAPITEL 7

Numerisk simulering

I dette kapitel udarbejdes en numerisk simulering af forsøget omhandlende endimensional varmetransport med programmet Abaqus for at undersøge hvor god en sammenhæng, der er mellem resultaterne fra forsøget og en numerisk simulering. Abaqus er et elementmetodeprogram, som både kan løse simple lineære og komplicerede ikke-lineære problemstillinger. I dette kapitel anvendes Abaqus til simulering af varmetransporten gennem et betonemne med de randbetingelser, der var ved forsøget. Programmerne, der er anvendt, kan findes på den vedlagte dvd.

Forsøget simuleres indledningsvist ved hjælp af en 2D model, idet der ideelt set var tale om endimensional varmetransport i forsøget. Dog kan varmetab fra de øvrige sider ikke undgås, hvormed forsøget ikke har været fuldstændig endimensional, og dermed kan det ligeledes være nødvendigt at simulere forsøget med en 3D model.

7.1 Inputparametre

Til alle modellerne anvendes materialeparametrene for hhv. betonen, isoleringen samt formpladerne, der kan ses i tabel 7.1.

For at simulere betonens varmeudvikling er der udarbejdet en subrutine i programmet Fortran, hvor varmeudviklingen beregnes for hvert inkrement i Abaqus modellen ud fra den tidligere fundne egenskabsmodel, jf. kapitel 4, hvor de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , blev bestemt til hhv. 348 kJ/kg cement, 12,4 h og 0,94.

Under hærdningen udvikles betonens termiske egenskaber. Betonens varmeudvikling kan med god tilnærmelse beskrives gennem egenskabsmodellen. Mens der for

	Densitet, ρ	Varmeledningsevne, λ	Varmefylde, c
	$[kg/m^3]$	$[kJ/mh^{\circ}C]$	$[kJ/kg^{\circ}C]$
Beton	2265	6-8	1,1
Isolering	40	0,14	1,3
Formplade	650	0,5	1,2

Tabel 7.1: Materialeparametre i Abaqus for hhv. beton, isolering og formplader [Hansen og Pedersen, 1982].

varmeledningsevnen og varmefylden ikke findes entydige beskrivelser af udviklingerne gennem hærdningen. I *Vinterstøbning af beton* antages det, at varmeledningsevnen og varmefylden er hhv. 8 kJ/mh°C og 1,1 kJ/kg°C for den hærdnende beton, mens de for hærdnet beton antages at være hhv. 6 kJ/mh°C og 0,8 kJ/kg°C [Hansen og Pedersen, 1982].

I Specific heat and thermal diffusivity of hardening concrete konkluderes det, at varmefylden og den termiske diffusivitet aftager lineært med hydratiseringsgraden, idet hydratiseringsgraden udtrykkes som forholdet mellem varmeudviklingen til tiden, *t*, og den totale varmeudvikling [Schutter og Taerwe, 1995]. I Properties of set concrete at early ages behandles to forskellige modeller for varmefylden, hvor den ene model ligeledes anvender en lineær aftagende udvikling, mens den anden model anvender, at varmefylde aftager 3% pr. 10 °C. I denne forbindelse blev det ikke klargjort hvilken af modellerne, der bedst stemmer overens med betonens hærdning [Rilem Technical Committees, 1981].

I det følgende antages varmefylden at have en konstant værdi på 1,1 kJ/kg°C, mens der senere i rapporten gøres et forsøg på at variere varmefylden lineært med hydratiseringsgraden.

Ingen af artiklerne beskriver, hvordan varmeledningsevnen falder gennem hærdningen. Dog vides det, at varmeledningsevnen ændrer sig under hærdningen. I Abaqus beregningerne er det blevet eftervist, at en ændring i varmeledningsevnen fra $8 - 6 \text{ kJ/mh}^{\circ}$ C ikke medfører nogen nævneværdig forskel.

Udover at definere materialeparametre for betonen, isoleringen og formpladerne er det ligeledes nødvendigt at fastlægge begyndelsestemperaturen for de tre materialer, samt at angive det konvektive overgangstal mellem systemet og omgivelserne. Idet der i forsøget blev målt en gennemsnitlig lufttemperatur på 24,0 °C, og den friske betons temperatur blev målt til 24,7 °C, anvendes disse temperaturer i Abaqus som begyndelsesbetingelser. Det konvektive overgangstal, α_k , kan beregnes af følgende: [Hansen og Pedersen, 1982, s. 68]

$$\alpha_k = 20 + 14v \quad \text{for} \quad v \le 5\text{m/s} \tag{7.1}$$

hvor v er lufthastigheden i m/s, og α_k angives i kJ/m²h°C. Inden afformningen af betonen var der ingen luftcirkulation omkring forsøgsopstillingen, mens der ved

afformningstidspunktet blev opsat to bordventilatorer, hvilket gav en lufthastighed på ca. 1 m/s. Hermed kan det konvektive overgangstal inden og efter afformningen bestemmes til hhv. 20 og 34 kJ/m²h°C. I simuleringerne medtages desuden luft-temperaturens døgnvariation, idet denne blev målt under hele forsøgets varighed.

For at simulere forsøget mest præcist anvendes der i Abaqus værktøjet *Steps*, som giver mulig for at inddele den numeriske beregning i flere trin. Ved anvendelse af *Steps* er det muligt at simulere det tidspunkt, hvor isolering og formplade fjernes fra betonoverfladerne. I tabel 7.2 kan de *steps*, der anvendes, ses.

Steps	Varighed [h]	Tidsinterval [h]
Hærdning i støbekasse	26,5	0-26,5
Afformning	1,0	26,5-27,5
Afkøling	72,5	27,5-100

Tabel 7.2: De steps der anvendes til at simulere forsøget.

I bilag B er det blevet bestemt, at de enkelte inkrementer i Abaqus modellerne maksimalt må være 0,2 timer, så betonens varmeudvikling modelleres tilstrækkeligt nøjagtigt. Desuden er det ved simple simuleringer vist, at finheden af modellernes *mesh* ikke har en stor betydning for resultatet af varmeudviklingen.

7.2 2D model

Den simpleste måde forsøget kan modelleres i Abaqus er ved en 2D model, hvor det antages, at der ikke forekommer varmetransport ud af planet. For at undersøge om formpladerne, der blev anvendt i forsøget, har betydning for varmetransporten, modelleres forsøget både med og uden formplader. På figur 7.1 kan den anvendte 2D model med og uden formplader ses.



 $(a) \ Uden \ formplader.$

(b) Med formplader.

Figur 7.1: 2D model i Abaqus.



På figur 7.2 kan resultatet af simuleringerne for hhv. betonens midte og rand ses.

Figur 7.2: Abaqus 2D temperaturudvikling for hhv. betonens midte og rand.

Af figurerne ses det, at 2D simuleringerne giver for høje temperaturer, hvilket kan skyldes, at der ikke er medregnet varmetab ud af planet. Dette varmetab har en betydning, idet der i forsøget ikke blev anvendt en geometri med uendelig udstrækning. Dermed er det nødvendigt med en 3D model for at få en bedre sammenhæng mellem forsøget og en numerisk beregning. Desuden kan der ikke ud fra figur 7.2 gives et entydigt svar på, om det er nødvendigt at modellere formpladerne i 3D modellen, idet hverken 2D simuleringen med eller uden formplader giver et resultat, der er tæt på forsøgsresultatet. Derfor vælges det ligeledes at udarbejde 3D simuleringerne med og uden formplader.

7.3 3D model

Den anvendte 3D model med formplader og isolering kan ses på figur 7.3.



(**b**) Snit i modellen med formplader.

Figur 7.3: 3D model i Abaqus.

I 2D simuleringerne blev udstrålingen til omgivelserne ikke medtaget. For at undersøge om dette kan have en betydning for resultatet, medtages strålingsudvekslingen i 3D simuleringerne. I Abaqus tages der højde for udstrålingen ved at angive omgivelsernes temperatur samt systemets gensidige emissivitet med omgivelserne. Den gensidige emissivitet er et udtryk for to fladers emissivitet og vinkelforholdet mellem dem. Idet der ikke foreligger entydige kilder på isoleringens og betonens emissivitet, vælges det at sætte den gensidige emissivitet til 0,95 i alle *Steps*, både ved udstråling fra isolering og beton. De omgivende overfladers temperaturer kendes ikke, men idet de antages at variere med lufttemperaturen, sættes de lig lufttemperaturen. Varmestråling er nærmere beskrevet i bilag C. På figur 7.4 kan resultater med og uden forplader samt udstråling for hhv. betonens midte og rand ses.



Figur 7.4: Abaqus 3D temperaturudvikling for hhv. betonens midte og rand.

Af figurerne ses det, at modellen med formpladerne giver lavere temperatur indtil afformningstidspunktet end modellen uden formplader. Dette kan skyldes, at modellen med formplader har større overflader, hvor varmen kan transporteres gennem, samt at formpladerne er i stand til at akkumulere varme, hvormed betontemperaturen vil blive lavere end, hvis der ikke var medtaget formplader. Efter afformningstidspunktet er det modellen med formplader, der giver den højeste temperatur, hvilket kan skyldes, at den akkumulerede varme i formpladerne afgiver varme tilbage til betonen.

Strålingsudvekslingen mellem systemet og omgivelserne ses at have betydning for resultatet efter afformningstidspunktet. Inden afformningstidspunktet har overfladen af isoleringen og omgivelserne næsten samme temperatur, hvilket ikke medfører en udstråling af betydning. Derimod har betonen ved afformningstidspunktet en temperatur på ca. 65 °C, hvilket resulterer i temperaturforskelle og dermed også udstråling, hvorfor temperaturen i betonen må forventes at falde.

Af figur 7.4 vurderes det, at det er nødvendigt at medtage både formplader og udstråling i simuleringerne, idet dette giver det bedste resultat i forhold til forsøget. Dog giver forløbet med formplader og stråling ikke et sammenfaldende resultat med forsøget efter afformningstidspunktet. Forskellen kan skyldes, at der i simuleringerne ikke blev medtaget de luftsprækker, som blev observeret i forsøget mellem betonen og formpladerne. Idet der har været luftcirkulation ved sprækkerne pga. de opstillede bordventilatorer, kan der dermed have været et varmetab i forsøget. For at undersøge denne forskel er der udarbejdet en simulering, hvor betonen får fire frie overflader, idet isoleringen og formpladerne på siderne med luftsprækkerne ligeledes fjernes ved afformning. Dog medtages udstråling af de to ekstra overflader ikke, idet disse reelt set ikke er synlige for de omgivende overflader. Resultatet heraf kan ses på figur 7.5.



Figur 7.5: Abaqus 3D temperaturudvikling, hvor formplader og stråling er medtaget.

Af figurerne kan det ses, at luftsprækkerne kan have haft en betydning for varmetabet, idet modellen, hvor isolering og formpladerne er fjernet fra alle fire overflader, stemmer godt overens med forsøget, modsat modellen med endimensional varmetransport. Dog var modellen med fire frie overflader tænkt som et grænsetilfælde, der burde have haft et afkølingsforløb, som lå under afkølingsforløbet ved forsøget. En grund til, at dette ikke er tilfældet, kan være, at udstrålingen mellem overflader er bestemt på et upræcist grundlag. Da det er usikkert hvor stort et varmetab, som luftsprækkerne har medført, bør det ikke tages som givet, at modellen med fire frie betonoverflader er den korrekte løsning. Men det er dog sikkert, at luftsprækkerne har medført et ekstra varmetab, idet der har været luftcirkulation ved sprækkerne.

På figur 7.6 er temperaturfordelingen gennem betontværsnittet efter afformningen optegnet for modellen, hvor formplader og udstråling er medtaget.

Figuren viser, at temperaturen i tværsnittet er symmetrisk omkring midten, hvilket skyldes, at modellen og forudsætningerne er symmetriske. Dermed vil det være en fordel i de efterfølgende simuleringer at anvende symmetrien, så beregningstiden kan nedsættes.



Figur 7.6: Temperaturfordeling gennem betontværsnittet efter afformning med formplader og udstråling.

Vurdering

På baggrund af de foregående kapitler vil der i det følgende blive givet en vurdering af de fundne resultater for betonens temperaturudvikling under hærdning. Resultaterne fra de analytiske og numeriske modeller vil blive diskuteret i forhold til den eksperimentelle fundne temperaturudvikling. På figur 8.1 kan resultaterne for de anvendte modeller ses.

Af figuren ses det, at temperaturudviklingen beregnet vha. programmet TempSim giver det højeste og mest afvigende resultat i forhold til forsøget. Den høje temperatur, som udvikles, kan skyldes, at TempSim er en 2D model, som ikke medregner det ekstra varmetab, der kommer ud af planet. Derudover er beregningerne i TempSim lavet i forhold til betonemnets fire overflader, hvilket medfører, at den akkumulering, der vil være i formplader og isolering, ikke medregnes. Samtidig vil formpladerne og isoleringen medføre et større udvendigt areal, hvor der kan ske et varmetab fra.

Temperaturudviklingen, der er simuleret med en 2D model i Abaqus, hvor formplader er medtaget, giver ligeledes for høje temperaturer. Dette kan ligeledes skyldes, at modellen ikke medregner varmetab ud af planet. Dog tager denne model højde for akkumulering og varmetab ved formplader og isolering, hvorfor modellen giver lavere temperaturer i betonen end TempSim.

Den analytiske løsning giver ikke mulighed for at beregne varmeudviklingen, hvorfor kun afkølingsforløbet kan diskuteres. Idet den analytiske løsning betragter en plan væg, som er uendeligt udstrakt i to dimensioner, medtager den kun endimensional varmetab. Ved beregning af afkølingsforløbet blev der anvendt en begyndelsestemperatur på 65 °C svarende til betonens temperatur i forsøget ved afformningstidspunktet. Idet kurven for afkølingsforløbet er tilsvarende kurven for af-



Figur 8.1: Temperaturudvikling for hhv. midte og rand.

kølingsforløbet fra resultaterne beregnet vha. en TempSim og 2D Abaqus model, ville det analytisk bestemte afkølingsforløb være mere sammenfaldende med disse, hvis der i stedet for var blevet anvendt en højere begyndelsestemperatur.

Det bedste estimat på betonens temperaturudvikling er 3D modellerne, beregnet i Abaqus, hvor både formplader og udstråling er medtaget. Disse modeller opnår stort set samme maksimale temperatur som ved forsøget. I modellen, hvor der fjernes formplader og isolering på to overflader, som tilfældet var ved forsøget, er afkølingsforløbet især ved midten afvigende. Derimod ligger afkølingsforløbet, hvor formplader og isolering fjernes fra fire overflader, tæt på forsøgets forløb. Forsøget var dog ikke udført med fjernelse af formplader og isolering fra fire overflader, men der blev observeret mindre luftsprækker mellem betonen og formpladerne samtidig med, at der var luftcirkulation. Dette kan tyde på, at disse luftsprækker har haft en væsentlig indflydelse på afkølingsforløbet. Derfor er det ikke sikkert, at Abaqus modellen vil give et helt så præcist billede af virkeligheden, hvis et nyt og mere kontrolleret forsøg blev udført. Det kan dog konkluderes, at 3D modellen fra Abaqus giver det bedste resultat i forhold til forsøget.

På figur 8.2 kan temperaturprofilet over tværsnittet for hhv. forsøg, analytisk løsning, TempSim og 3D model i Abaqus ses.

Af figurerne er det tydeligt, at TempSim giver en for høj temperatur på afformningstidspunktet. Derudover kan det ses, at afkølingen ved den analytiske løsning sker langsommere end ved forsøget. 3D modellen, hvor formplader og isolering fjernes fra to sider, giver et bedre resultat kort tid efter afformningen, men bliver senere afkølet langsommere end forsøget. Mens 3D modellen, hvor formplader og isolering fjernes fra fire sider, igen viser et resultat, der stemmer nogenlunde overens med forsøget.

I forbindelse med de efterfølgende kapitler, hvor der fokuseres på tredimensional varmetransport i en betonterning, er det vigtigt at anvende erfaringerne fra den endimensionale problemstilling. For at undgå et ekstra varmetab skal det kontrolleres, at formplader og isolering er tæt fastgjort omkring betonterningen, så simuleringerne i Abaqus bedre kan sammenlignes med forsøget. Derudover er det vigtigt at måle lufttemperaturens variation i døgnet, så denne kan implementeres i Abaqus og medvirke til et mere præcist resultat. I afsnit 3.2 blev det fundet, at temperaturen i tværsnittet, der blev målt i forsøget, var symmetrisk omkring midten. Dermed kan der i efterfølgende forsøg anvendes færre termoelementer, idet symmetrien udnyttes. I Abaqus kan symmetri ligeledes udnyttes, hvormed beregningstiden nedsættes. Dog er det nødvendigt at sikre at både system og randbetingelser er symmetriske. Ydermere blev det fundet, at det bedste numeriske resultat fås ved at medtage både formplader og udstråling, hvorfor dette medtages i de efterfølgende beregninger.



Figur 8.2: Temperaturprofil over betontværsnit.

Tredimensional varmetransport



I de følgende kapitler analyseres tredimensional varmetransport samt temperaturudvikling i en betonterning. Idet det er yderst vanskeligt at anvende en analytisk beregning til bestemmelse af den tredimensionale temperaturudvikling, vil der i denne del kun blive udarbejdet en eksperimentel og numerisk analyse.

Forsøg

I dette kapitel beskrives og behandles forsøget omhandlende tredimensional varmetransport. Forsøget udføres med det formål at undersøge temperaturen i en betonterning under hærdning. Idet der senere skal måles tøjninger på overfladen af betonterningen, er det nødvendigt at sikre, at der ikke opstår termorevner, hvorfor store temperaturforskelle i betonen skal undgås. Dog ønskes det at undersøge tredimensional varmetransport, hvorfor det vælges at anvende en mindre isoleringstykkelse omkring betonterningen end ved forsøget omhandlende endimensional varmetransport.

9.1 Forsøgsbeskrivelse

Forsøget udarbejdes i klimarummet i Laboratoriet for Betonteknologi på Aalborg Universitet, hvor en betonterning støbes i en kasse lavet af formplader med en tykkelse på 21 mm. Støbekassens indvendige mål, og dermed også betonterningens dimensioner, er $0.4 \times 0.4 \times 0.4$ m. Hermed bliver betonterningens egenvægt 150 kg. For at sikre en varmetransport uden at der opstår revner i betonen, isoleres alle terningens flader med en isolering, der har en tykkelse på 50 mm og en varmeledningsevne på $0.14 \text{ kJ/mh}^{\circ}\text{C}$. Betonterningen afformes først, når temperaturen overalt i betonen er tilsvarende lufttemperaturen.

Temperaturen i betonen måles ved hjælp af 19 termoelementer, type K, som kalibreres ved brug af en tørbrønd og et præcisionstermometer. Herefter monteres de på tre lakerede træpinde, som placeres i den ene ottendedel af kassen, idet temperaturen er symmetrisk fordelt omkring tre flader. Desuden placeres et termoelement i omgivelserne for at måle lufttemperaturen. For at kunne fastholde en jævn lufttemperatur under hele forsøget blev betonterningen placeret i et klimarum. En skitse af forsøgsopstillingen, hvor de tre træpinde er indtegnet, kan ses på figur 9.1.



Figur 9.1: Skitse af forsøgsopstillingen set ovenfra. De stiplede linier angiver de tre træpinde. Mål i mm.

For også at undersøge temperaturen i hjørnerne er de tre træpinde placeret forskelligt i betonterningen. Den første træpind, herefter kaldet A, går fra midten af terningen ud til midten af en overflade. Den anden træpind, kaldet B, går fra midten af terningen og til midten af en kant, mens den sidste træpind, kaldet C, går fra midten af terningen og op til et hjørne, hvor tre kanter mødes. På samme måde som ved forsøget omhandlende endimensional varmetransport placeres termoelementerne tættest ved randene. De tre træpindes placering i betonterningen samt termoelementernes placering på pindene kan ses på figur 9.2.

Termoelementerne kobles til to dataloggere, type CR10X, og temperaturen opsamles hvert minut over hele forsøgets varighed. Et billede af forsøgsopstillingen kan ses på figur 9.3.

Korrigeret betonrecept

I afsnit 3.1 blev der fundet en ny teoretisk betonrecept, men i forbindelse med udarbejdelsen af forsøget i laboratoriet er recepten blevet korrigeret pga. vandindhold i tilslaget, samt at der i første omgang blev målt et sætmål på 30 mm. Ved forsøget blev der også støbt 24 cylindre som anvendes til træk- og trykprøvninger, jf. bilag E, hvormed der i alt blev anvendt 140 liter beton. De forskellige betonrecepter, der blev anvendt, kan ses i tabel 9.1, hvor der desuden også er opskrevet den endelige betonrecept. I laboratoriet blev der desuden målt de i tabel 9.2 opstillede værdier for betonen.



Figur 9.2: Termolementernes placering i betonterningen.



Figur 9.3: Billede af forsøgsopstillingen.

			Cement	Vand	Sand	Sten
Teoretisk recept	(VOT-mat)	$[kg/m^3]$	425	191	1073	575
Lab-blanding	(VOT-mat)	[kg]	59,5	26,7	150,2	80,5
Lab-blanding	(Akt-mat)	[kg]	59,5	21,9	154,8	80,8
Korrigeret pga. sætmål	(Akt-mat)	[kg]	65,45	24,57	154,8	80,8
Endelig Lab-blanding	(VOT-mat)	[kg]	65,45	29,41	150,2	80,5
Endelig recept	(VOT-mat)	$[kg/m^3]$	462	208	1060	568

Tabel 9.1:	Betonrecepter.
------------	----------------

Densitet ρ	2298 kg/m^3
Sætmål	50 mm
Luftindhold (naturligt)	2,8 %
Udstøbningstemperatur	23,0 °C
Gennemsnitlig lufttemperatur	20,3 °C
Lufthastighed	0 m/s

Tabel 9.2: Målt i laboratoriet.

9.2 Resultatbehandling

På figur 9.4 er temperaturudviklingen for termoelementerne placeret i midten og ved randen af hhv. pind A, B og C optegnet. Lufttemperaturen er ligeledes indtegnet på figuren. Forsøgsdataene kan findes på den vedlagte dvd.

Af figuren ses det, som forventet, at temperaturen er størst i midten af betonen, mens den er mindst ved pind C's rand. Desuden er temperaturforskellen mindst mellem midten og pind A's rand. Den største temperaturforskel findes mellem midten og pind C's rand på 6,5 °C, hvilket ikke forventes at forårsage termorevner i betonen.

Ydermere kan det ses, at fra udstøbningstidspunktet og indtil ca. 10 timer efter udstøbning er temperaturen i betonen ens over tværsnittet, hvorefter der kommer en forskel. Først ca. 160 timer efter udstøbning bliver temperaturen igen ens i betonen, hvilket skyldes, at afkølingen af betonen sker langsomt, når der ikke afformes. Lufttemperaturen ses desuden at variere mellem 18 og 22 °C.

På figur 9.5 er temperaturfordelingen over de tre pinde til forskellige tidspunkter optegnet.

Af figuren ses det, at temperaturen falder hurtigere over pind C end pind A, hvilket både skyldes, at pind C er længere, samt at pind C er placeret i et hjørne, hvorfra der er flere flader, som varmetabet kan ske fra.



Figur 9.4: Temperaturudvikling under forsøget.



Figur 9.5: Temperaturfordelingen over de tre træpinde til forskellige tidspunkter.

9.3 Usikkerheder

Forsøget blev opstillet i et klimarum, hvor den målte lufthastighed var så lav, at den blev antaget for værende ikke tilstede. Dog vil ventilationsystemet i klimarummet have medført en luftcirkulation, og da forsøgsopstillingen ikke var centralt placeret i rummet, kan dette have medført en uens cirkulation omkring systemet. Desuden har luftcirkulationen ikke været konstant under forsøgets varighed.

Termoelementernes præcise placering har været vanskelig at bestemme, hvilket kan medføre afvigelser i forhold til sammenligning med Abaqus simuleringer. Havde betonterningen derimod været større, ville en mindre præcis bestemmelse af placeringen af termoelementerne ikke have en helt så stor betydning.

Adiabatisk varmeudvikling

I det følgende beskrives resultatbehandlingen af det adiabatiske kalorimeterforsøg, der er udført for den beton, som anvendes under forsøget for tredimensional varmetransport. Forsøget udføres på tilsvarende vis, som det er beskrevet i kapitel 4, mens regressionsanalysen for egenskabsmodellen er beskrevet i bilag A. Forsøgsdataene og det tilhørende program kan findes på den vedlagte dvd.

Det målte temperaturforløb som funktion af tiden kan ses på figur 10.1.



Figur 10.1: *Temperaturforløb,* θ *, som funktion af tiden, t, ved det adiabatiske kalorimeter.*

Af figuren kan det ses, at der til enkelte tidspunkter er udsving i det adiabatiske temperaturforløb, som er afvigende fra de øvrige resultater. Disse udsving skyldes pludselige ændringer i lufttemperaturen, som har påvirket dataloggeren. Udsvingene er ikke repræsentative for forsøget, hvorfor de fjernes fra det adiabatiske forløb.

Temperaturforløbet som funktion af tiden omregnes til en ækvivalent varmeudvikling, idet betonens cementindhold er 462 kg/m³ beton, udstøbningstemperaturen er 23,0 °C, og densiteten er 2298 kg/m³. Tiden omregnes til modenhed, idet modenheden med opstart af forsøget er bestemt ved, at der gik en halv time mellem vandtilsætning og opstart af forsøg, hvor betontemperaturen var 23,0 °C.

Hermed kan den fundne varmeudvikling som funktion af modenheden ses på figur 10.2.



Figur 10.2: Enkeltlogaritmisk afbildning af varmeudviklingen, Q, som funktion af modenheden, M, for det adiabatiske kalorimeter og egenskabsmodellen.

Det fundne forløb beskrives ved egenskabsmodellen med parametrene, Q_{∞} , τ_e og α , på hhv. 327 kJ/kg cement, 12,3 h og 0,91. Den totale varmeudvikling, Q_{∞} , er denne gang lavere end tidligere, hvilket skyldes en ændring i betonens cementindhold og densitet.

Numerisk simulering

I dette kapitel udarbejdes en numerisk simulering af forsøget omhandlende tredimensional varmetransport, hvor sammenhængen mellem resultaterne fra forsøget og en numerisk simulering diskuteres. Simuleringen udføres med de erfaringer, som blev opnået i kapitlet omhandlende endimensional varmetransport, jf. kapitel 7. Programmerne, der er anvendt, kan findes på den vedlagte dvd.

11.1 Inputparametre

Til simuleringen anvendes de samme materialeparametre for hhv. betonen, isoleringen samt formpladerne, som blev anvendt i afsnit 7.1, bortset fra betonens densitet og varmeudvikling. Betonens densitet blev i forsøget målt til 2298 kg/m³, mens parametrene, der indgår i egenskabsmodellen for varmeudvikling, blev fundet til hhv. 327 kJ/kg cement, 12,3 h og 0,91 ved et cementindhold på 462 kg/m³ beton, jf. kapitel 10.

Randbetingelserne fastholdes under hele simuleringen, idet der ikke blev afformet undervejs i forsøget. Da der nærmest ikke var nogen luftcirkulation ved forsøget, sættes det konvektive overgangstal konstant til 20 kJ/m²h^oC, jf. formel 7.1. De pågældende randbetingelser ændres ikke gennem forsøget, hvorfor der kun anvendes ét *step* med en varighed på 200 timer.

Lufttemperaturen varieres mellem 18 og 22 °C, mens betonens begyndelsestemperatur sættes til 23,0 °C, som ligeledes antages at være formpladernes begyndelsestemperatur, mens isoleringens temperatur antages at være lig gennemsnitstemperaturen i klimarummet ved forsøgets begyndelse på 20,3 °C. Derudover indsættes yderligere en begyndelsesmodenhed for betonen, der svarer til, at der gik en time mellem vandtilsætning og placering af den udstøbte beton i klimarummet.

11.2 Model

Til at simulere forsøget anvendes en 3D model, hvilket er nødvendigt, idet varmetransporten var tredimensional. I kapitel 7 blev det fundet, at det i Abaqus simuleringerne er nødvendigt at medtage formplader, idet formpladerne er i stand til at akkumulere varme. Desuden blev det vist, at strålingsudvekslingen mellem systemet og omgivelserne havde betydning for resultatet, hvorfor udstråling også medtages i denne simulering. Dog burde udstrålingen ikke have helt så stor betydning denne gang, idet betonterningen ikke afformes, og der dermed ikke opstår store temperaturforskelle mellem systemet og omgivelserne.

For at nedsætte beregningstiden modelleres kun en ottendedel af systemet, idet temperaturfordelingen er symmetrisk. På figur 11.1 kan den anvendte 3D model ses.



gen med formplader og isolering.

Figur 11.1: Model i Abaqus, idet der grundet symmetri kun modelleres en ottendedel af systemet.

På figur 11.2 kan resultaterne af simuleringen for hhv. betonens midte samt rand A, B og C ses i forhold til de fundne temperaturforløb ved forsøget for tredimensional varmetransport.

Af figuren kan det ses, at simuleringen stemmer nogenlunde overens med forsøget. Dog giver simuleringen for lave temperaturer under opvarmningsforløbet samtidig med, at afkølingen sker langsommere end ved forsøget. Simuleringen giver maksi-



Figur 11.2: Temperaturudvikling for Abaqus 3D og forsøg af hhv. betonens midte og rand A, B og C.

malt en afvigelse fra forsøget ved rand C på 2-4 °C, mens rand A og B maksimalt afviger med 1-2 °C.

Den tendens, som figur 11.2 viser med for lave temperaturer ved opvarmningsforløbet og for høje temperaturer ved afkølingen, kan muligvis skyldes, at betonens varmefylde holdes konstant på 1,1 kJ/kg°C. Såfremt varmefylden derimod aftager proportionalt med hydratiseringsgraden, burde det kunne få den maksimale temperatur til at stige, idet der hermed skal mindre energi til at opvarme systemet. Samtidig vil en lavere varmefylde under afkølingsforløbet få temperaturen til at falde hurtigere.

I bilag D er det fundet, at der i Abaqus simuleringerne med en aftagende varmefylde proportionalt med hydratiseringsgraden tabes energi fra systemet. Dette skyldes, at Abaqus opfatter ændringen i varmefylden som en faseomdannelse. Ved denne faseomdannelse udvikles en latent varme, der i Abaqus afhænger af temperaturen. Men da betons faseomdannelse skyldes en kemisk reaktion, der ikke er afhængig af en bestemt temperatur, er det vanskeligt at indføre den latente varme i Abaqus. Denne problemstilling afgrænses det i nærværende projekt fra at se nærmere på, hvorfor en konstant varmefylde på 1,1 kJ/kg°C accepteres i de efterfølgende beregninger.

På figur 11.3 kan et konturplot af temperaturen efter 20 timer ses, hvor betontemperaturen er maksimal, idet der er anvendt en konstant varmefylde i simuleringen. Af figuren kan det ses, at temperaturen inde i betonen er konstant over tværsnittet, mens formpladerne og isoleringen ses at være køligere grundet varmetransporten.



Figur 11.3: Temperaturplot fra Abaqus efter 20 timer.

På figur 11.4 sammenlignes forsøget og Abaqus simuleringen for de tre temperaturfordelinger over træpindene.



Figur 11.4: *Temperaturfordelingen over de tre træpinde til forskellige tidspunkter, idet forsøget er angivet ved de fuldtoptrukne linier, mens Abaqus er de stiplede linier.*

Af figurerne kan det ses, at der under opvarmningen, svarende til 10 timer, er afvigende resultater mellem forsøget og Abaqus simuleringen, idet temperaturen stiger med forskellig stejlhed. Den største afvigelse ses igen at være ved pind C, hvor temperaturforskellen maksimalt er på 4 °C. Derimod er der god overensstemmelse for de øvrige tidspunkter, hvor det ses, at de bedste resultater fås tættest på betonens midte.

På trods af antagelsen om en konstant varmefylde for betonen på $1,1 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ kan det konkluderes, at det er muligt af simulere temperaturtilstanden i en hærdnende beton vha. elementmetodeprogrammet Abaqus med en nøjagtighed, der er tilstrækkelig til bestemmelsen af termorevner.

Spændings- og tøjningsanalyse



I de følgende kapitler vil spændings- og tøjningstilstanden i den tidligere støbte betonterning blive analyseret. Betonterningen opvarmes til en høj, ensartet fordelt temperatur, hvorefter tøjningerne måles og sammenholdes med en numerisk beregning. Herefter udføres simuleringer til at forudsige spændings- og tøjningstilstanden under hærdning i et massivt betonelement, der anvendes til en bølgebryder ved et aktuelt havneprojekt.
kapitel 12

Forsøg

I dette kapitel beskrives og behandles forsøget omhandlende tøjningsmåling. Forsøget udføres med henblik på at måle tøjninger på overfladen af den tidligere støbte betonterning, jf. kapitel 9.

12.1 Forsøgsbeskrivelse

Eftersom betonterningen er hærdnet, vil der ikke længere udvikles hydratiseringsvarme fra betonen samtidig med, at idet betonen er afkølet, så er temperaturen over hele tværsnittet konstant og lig omgivelsernes temperatur. Derfor opvarmes betonterningen i en ovn for at genskabe en udgangstemperatur, der svarer til den temperatur, hvor betonen er varmest under hærdeforløbet. Dette gør det muligt at genskabe et afkølingsforløb, hvor betonegenskaberne dog vil være fuldt udviklede modsat under hærdningen, hvor egenskaber udvikles.

I Laboratorierne for Betonteknologi og Bærende Konstruktioner på Aalborg Universitet er strain gauges det mest anvendte udstyr til måling af tøjninger. Strain gauges anvendes oftest i forbindelse med mekaniske belastningsforsøg, hvor der måles relativt store tøjninger i forhold til de elektriske forstyrrelser, som måleudstyret medfører, samt hvor tøjninger fra varmeudvidelser fjernes fra forsøgene. Til dette anvendes oftest special gauges, der er designet til det specifikke materiale, hvorpå tøjningerne måles. Disse gauges har tilnærmelsesvis samme varmeudvidelseskoefficient som materialet, der måles på. Dermed er tøjningerne fra varmeudvidelse nærmest ikke synlige, idet begge materialer reagerer ens på temperaturforskelle,

hvormed der ikke sker nogen modstandsændring i gaugen. Til gengæld vil temperaturændringer være årsag til modstandsændringer i forbindelsesledningerne mellem gaugen og dataloggeren, hvilket betragtes som måleusikkerheder i systemet. Ved forsøg, hvor der måles små tøjninger, som er tilfældet ved det pågældende forsøg, kan måleusikkerhederne være så store, at det er vanskeligt at skelne mellem, hvad der er usikkerheder, og hvad der er egentlig varmeudvidelse. På baggrund af dette vurderes det, at der bør anvendes en anden metode til målingen af tøjninger på betonoverfladen.

På Institut for Maskinteknik på Aalborg Universitet findes et optisk målesystem, kaldet *Aramis* type 4M, der kan anvendes til at måle materialers overfladedeformationer og -tøjninger ved statisk og dynamisk belastninger i tre dimensioner. Målesystemet består overordnet af to kameraer samt en kraftig PC med et avanceret software. De to kameraer fotograferer overfladen under belastningen, hvorefter PC'en ved sammenligning af de digitale fotos genkender overflademønsteret samt dets flytninger i forhold til udgangstilstanden. Idet deformationerne registreres gennem kameraer, er måleudstyret ikke i kontakt med forsøgsmaterialet, hvormed udstyret ikke påvirker deformationerne.

Metoden, hvorpå *Aramis* omregner ændringerne i billederne til tøjninger, er illustreret på figur 12.1, hvor overfladen inddeles i facetter (små firkanter), hvis størrelse kan varieres. Facetterne overlapper hinanden, så der er en sammenhæng mellem hver enkel facet på hele overfladen.



(a) Stage 0.



(b) *Stage 5.*

Figur 12.1: Illustration af én facet i udeformeret tilstand (Stage 0) og deformeret tilstand (Stage 5) set fra hvert kamera.

På figurerne er der zoomet ind på én facet, der er vist for hvert kamera. Den udeformerede tilstand af facetten er vist med hvide stiplede linier, mens de grønne linier er den deformerede tilstand. *Stage 0* er udgangspunktet svarende til den udeformerede tilstand, mens *Stage 5* er tilstanden efter belastningen er påført. De deformerede koordinater af facetten bestemmes ud fra hjørnepunkterne på de grønne facetter i forhold til centeret markeret med stiplede linier. Ændringen i koordinaterne fra udeformeret til deformeret tilstand omregnes til tøjninger ved anvendelse af infinitesimal teori, hvor hovedtøjningerne bestemmes ud fra et globalt koordinatsystem. Idet facetterne udelukkende er et beregningsteknisk værktøj, er det muligt at ændre på deres størrelse, efter billederne er registreret.

Aramis anvender mønsteret i betonoverfladen til at beregne deformationerne. Derfor skal overfladen have en høj kontrast samt et mønster uden større ensfarvede områder, så deformationerne kan registreres inden for hver facet. Da betonoverfladen har et meget ensformigt overflademønster, er der udført pilotforsøg på lignende betonoverflader med tilsvarende varmeudvidelse som for betonterningen. Disse pilotforsøg er udført for at undersøge hvilket mønster, der skal påmales overfladen, så måleusikkerheden bliver mindst muligt. Det blev fundet, at der vil opstå mindst måleusikkerhed ved at anvende en sort spraymaling, som vha. en skumsvamp duppes på betonoverfladen. Desuden skal malingen være varmefast, så mønsteret ikke ændres under opvarmningen af betonen. På figur 12.2 kan det anvendte mønster på betonoverfladen ses.



(a) Spraymalingen påføres en skumsvamp, der efterfølgende duppes på overfladen.



(b) Mønsteret påført betonoverfladen.

Figur 12.2: Billeder af det anvendte mønster.

Inden betonterningen opvarmes, er det nødvendigt at opstille og kalibrere *Aramis*, så kameraerne indstilles til at måle i det område, hvor betonoverfladen placeres inden for. Først vælges hvor stort et overfladeareal, der måles på, hvilket ud fra brugermanualen anvendes til at bestemme, hvor stor afstanden mellem kameraerne indbyrdes og til måleområdet skal være. Jo større et overfladeareal, der måles på, desto længere skal afstanden mellem kameraerne og måleområdet være, hvilket gør præcisionen af målingerne mindre. I dette tilfælde udnyttes symmetrien af overfladen, hvorfor der kun måles på 22×22 cm i det øverste venstre hjørne, hvormed måleusikkerhederne mindskes i forhold til, at der blev målt på hele overfladen. Selve kalibreringen udføres vha. en plade med faste referencepunkter, som det kan ses på figur 12.3.



Figur 12.3: Kalibrering af Aramis med referenceplade inden for måleområdet.

Denne referenceplade fotograferes inden for måleområdet i forskellige positioner i forhold til kameraerne, hvilket *Aramis* efterfølgende omregner til en kalibreringsfejl. Når kalibreringen er godkendt af programmet, kan betonoverfladen placeres inden for et bestemt område i forhold til kameraerne.

Efterfølgende opstilles betonterningen, så det kan bedømmes, om den måleusikkerhed, som mønsteret og kameraerne medfører er acceptabel. Usikkerheden kan gøres mindre ved at anvende større facetter, men dette er dog et kompromis med, hvor tæt på kanten af overfladen, der ønskes resultater. Med en facetstørrelse på 54 \times 54 pixels blev måleusikkerheden af den størrelse, der kan ses på figur 12.4, idet der ikke er påført nogen belastning endnu.



Figur 12.4: *Histogram af måleusikkerheden, mens temperaturen i betonen er konstant over tværsnittet svarende til lufttemperaturen.*

Såfremt der ikke var nogen måleusikkerhed, ville hele fladen på figur 12.4a være grøn. Men af figur 12.4b kan det ses, at måleusikkerheden er i størrelsesordenen

-40 til +60 μ m/m, hvilket vurderes at være acceptabel, idet en typisk størrelse på den maksimale hovedtøjning under afkølingen er i størrelsesordenen -500 til +2500 μ m/m. Yderligere ses en høj måleusikkerhed i enkelte punkter på figur 12.4a. Dette skyldes, at der blandt andet er lufthuller i overfladen, som viser sig at medføre ekstreme tøjninger, der dog ses bort fra ved måling af tøjningen under afkølingen.

Efter opstilling af *Aramis* opvarmes betonterningen i en ovn til ca. 90 °C. Idet lufttemperaturen i laboratoriet er ca. 25 °C, opnås en temperaturforskel mellem luften og betonens midte på 75 °C, hvilket vurderes at være realistisk i forhold til en in situ støbt betonkonstruktion, der afformes ved maksimal temperatur fra varmeudvikling på en kold vinterdag. Opvarmningen til de 90 °C skal ske gradvist, så der ikke opstår revner i betonen som følge af temperaturforskelle allerede under opvarmningen. Dette sikres ved at kontrollere, at temperaturforskellen mellem midte og rand ikke overstiger 15 °C. For en plan udstrakt væg sikres der mod revnedannelse, hvis forskellen mellem middel- og randtemperaturen ikke overstiger 13 °C [Sørensen, 2009]. På baggrund af dette samt at middeltemperaturen forventes at være betydelige lavere end temperaturen i midten, vurderes forskellen på 15 °C at være acceptabel. På figur 12.5 ses et billede af betonterningen, der opvarmes i ovnen, mens temperaturen i betonen overvåges vha. to dataloggere.



Figur 12.5: Overvågning af betontemperaturen under opvarmning i ovnen.

På figur 12.6 kan temperaturen ved betonens midte og rande under opvarmningsforløbet ses. Ligeledes er den maksimale temperaturforskel mellem betonens midte og rand C, max $\Delta\theta$, samt temperaturen i ovnen optegnet.

I de første tre timer af forløbet havde ovnen problemer med at fastholde temperaturen, hvilket ses på figuren ved nogle hurtige fald på alle kurverne. Herefter og indtil 17. time blev temperaturen øget med 15 °C for hver tredje time og derefter hver halve time, indtil ovntemperaturen var ca. 90 °C. Af figuren ses det yderligere, at den maksimale temperaturforskel på intet tidspunkt overstiger 15 °C, hvormed betonen ikke forventes at være revnet inden afkølingens begyndelse.



Figur 12.6: Temperatur i betonen og ovnen under opvarmning.

Efter opvarmningen placeres betonterningen inden for måleområdet, som kameraerne blev kalibreret til. For at undgå en større afkøling af betonen under transport mellem ovn og til placering foran kameraerne overdækkes betonen med isolering. Efterfølgende tages et billede af betonoverfladen med et interval på 30 s, hvilket vurderes tilstrækkeligt, idet tøjnings- og revneudviklingen forventes at ske inden for de første par timer. Et billede af forsøgsopstillingen kan ses på figur 12.7



Figur 12.7: Forsøgsopstilling ved tøjningsmåling med Aramis.

Efter ca. seks timer stoppes målingen, og *Aramis* sættes til at beregne tøjningen i alle punkter til hvert tidsskridt ud fra det første billede samt et startpunkt for facetterne.

12.2 Resultatbehandling

Det følgende afsnit omhandler resultatbehandlingen af forsøget. På figur 12.8 kan temperaturforløbet under afkølingen ses for hhv. betonens midte, rand og for den omgivende lufttemperatur.



Figur 12.8: Temperatur i betonen under afkøling.

Af figuren ses det, som forventet, at temperaturen falder hurtigst ved rand C og langsomst i midten. Den største temperaturforskel findes mellem midten og rand C efter 1,5 timer på ca. 42 °C, hvilket forventes at forårsage termorevner i betonen. Ved forsøgets afslutning er temperaturen endnu ikke konstant over tværsnittet, men idet temperaturforskellen i betonen er størst efter 1,5 timer, forventes der ikke at opstå yderligere revnedannelse af betydning. Lufttemperaturen ses af figuren at variere mellem 30 og 35 °C, hvor den er højest i starten af forsøget, hvilket skyldes, at betonen her afgiver en stor mængde varme til omgivelserne.

Under forsøget er der i alt taget 700 billeder af betonterningen, der tilsammen giver et indblik i tøjningsudviklingen. På figur 12.9 er der optegnet fire tøjningsplot til forskellige tidspunkter.

Af figurerne kan det ses, at der ikke er nogen tøjning af betydning efter det første halve minut, hvilket tyder på, at forsøget er blevet sat igang, inden der er opstået revnedannelser. Efter 20 minutter er der begyndende revnedannelser, og efter 1,5 timer er revnerne fuldt udviklede, hvorefter de trækker sig sammen, som det kan ses efter 4,5 timer. Yderligere kan det af figuren ses, at "tøjningen i revnerne" er i



Figur 12.9: *Plots af den maksimale hovedtøjning af den øverste fjerdedel af betonterningen. Den maksimale hovedtøjning er i* $\mu m/m$.

størrelsesordenen +1000 μ m/m, mens den ved de resterende steder er i størrelsesordenen -500 μ m/m svarende til at betonen trækker sig sammen pga. afkølingen.

Reelt set er der ikke tale om en egentlig tøjning de steder, hvor der er revner. Dette skyldes, at hovedparten af tøjningen blot er åbningen af revnen, dvs. revnevidden, som er en flytning. Revnevidden kan i princippet bestemmes vha. *Aramis*, såfremt der anvendes en facetstørrelse i samme størrelsesorden som den forventede revnevidde, hvormed revnerne kan lokaliseres præcist. Dog vil så små facetter betyde, at overflademønsteret skal være meget finere, så det er muligt for *Aramis* at beregne flytningen i facetten. Et sådant mønster vurderes yderst vanskelig at påføre manuelt, hvorfor dette ikke er forsøgt i nærværende projekt. Alternativt ville det være muligt at måle revnevidden manuelt på de digitale fotos ved at lokalisere revnen og direkte måle herpå. På grund af opløsningen af kameraerne samt størrelsen af måleområdet er dette ikke muligt, idet revnerne er utydelige samtidig med, at revnevidden er mindre end størrelsen af en pixel.

For at undersøge sammenhængen mellem temperatur- og tøjningsudviklingen er der på figur 12.10 optegnet sammenhængen mellem tøjningen i et enkelt punkt og temperaturen til hver tidsskridt i det enkelte punkt fratrukket starttemperaturen. De tre punkter svarer til rand A, B og C på figur 9.2a, hvor temperaturen dermed er målt 1 cm under betonoverfladen. På figur 12.10a kan de tre punkters placering ses i forhold til betonoverfladen samt det beregningsnet, der blev anvendt ved *Aramis*.

Det teoretiske udtryk for beregning af tøjningen forårsaget af temperaturpåvirkning er givet ved følgende:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\beta} \Delta \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\beta} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_{\text{start}}) \tag{12.1}$$

hvor ε er tøjningen, $\Delta\theta$ er temperaturen til hver tidsskridt fratrukket starttemperaturen, og β er betonens varmeudvidelseskoefficient. Formel 12.1 kan med god tilnærmelse anvendes for figur 12.10d med en varmeudvidelseskoefficient på $1,1 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$. Derimod er formel 12.1 ikke gældende for tøjningen ved punkt A og B, men ved at sammenholde figur 12.10a med figur 12.9c kan det ses, at punkt A er placeret ved en revne, mens punkt B er placeret ved begyndende revnedannelse, hvormed tøjningen i disse punkter ikke udelukkende skyldes afkølingen af betonen. Ud fra tøjningen ved punkt C, som er placeret, hvor der ingen revnedannelse forekommer, kan det konkluderes, at betonens varmeudvidelseskoefficient kan sættes lig $1,1 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$ eller eventuelt lidt større, hvilket stemmer godt overens med den varmeudvidelseskoefficient for beton, der oftest anvendes i praksis [Herholdt et al., 1985, s. 120].

På figur 12.11 er tøjningen i den revne, der kan ses i betonens venstre side, jf. figur 12.9c samt betegnet som punkt D på figur 12.10a, optegnet sammen med temperaturforskellen mellem betonens midte og rand C.

Af figuren kan det ses, at tøjningen i revnen når op på en størrelse på +2300 μ m/m, mens den største temperaturforskel er på ca. 42 °C. Yderligere ses det, at tøjningen



Figur 12.10: *Sammenhængen mellem den maksimale hovedtøjning og temperaturen i de tre punkter A, B og C.*



Figur 12.11: Sammenhæng mellem tøjningen i en revne og temperaturforskellen mellem betonen midte og rand C.

er størst efter 1,5 timer, hvor også temperaturforskellen er størst. Dette tydeliggør dermed, at revnen skyldes store temperaturforskelle. Efter 1,5 timer falder tøjningen og temperaturen, hvilket bevirker, at revnen lukker sig sammen.

Ved forsøgets afslutning blev betonoverfladen undersøgt for at finde det revnemønster, som blev målt med *Aramis*, jf. figur 12.9c. Dette viste sig midlertidig besværligt, idet mange af revnerne allerede havde trukket sig sammen samtidig med, at det påførte mønster gjorde det væsentlig sværere at se revnerne. Dog lykkedes det at finde én af revnerne, som er den, der ses i betonens venstre side, jf. figur 12.9c. Et billede af den fundne revne kan ses på figur 12.12.



Figur 12.12: Billede af den revne der ses i betons venstre side, jf. figur 12.9c.

Eftersom det var muligt at finde én af de målte revner, konkluderes det, at de resterende revner, som kan ses på tøjningsplottet, jf. figur 12.9c, ligeledes har været tilstede på betonoverfladen. Ved forsøgets afslutning har disse dog trukket sig sammen, hvormed de ikke har været ligeså tydelige. På de øvrige betonoverflader er det muligt at se revnerne ved at påføre sprit på betonoverfladen, idet spritten fordamper langsommere de steder, hvor der er revner. Dette er gjort på en af de betonoverflader, som ikke fik påmalet et mønster, hvilket kan ses på figur 12.13, hvor især én revne er tydelig midt i billedet.

12.3 Usikkerheder

I forbindelse med forsøget har der været en række usikkerheder, som var med til at påvirke resultaterne. Som tidligere skrevet gav det anvendte forsøgsudstyr, *Aramis*, anledning til en vis måleusikkerhed, der var af en størrelsesorden på -40 til



Figur 12.13: Billede af en af de øvrige betonoverflader påført sprit, hvormed revnerne fremstår tydeligere.

+60 μ m/m i forhold til de målte størrelser på -500 til +2300 μ m/m. Størrelsen af måleusikkerheden afhang både af det anvendte mønster på overfladen, men også af hvor store facetter der blev anvendt til beregning af tøjningen. Betonens inhomogenitet i form af lufthuller i overfladen gav ligeledes anledning til måleusikkerhed, idet det ikke var muligt at påføre mønsteret i lufthullerne. Disse lufthuller forårsagede en ekstrem tøjning på flere af tøjningsplottene, som der dog blev set bort fra, idet de ikke påvirkede det øvrige tøjningsplot.

Tiden fra betonterningen blev taget ud af ovnen og til den stod klar foran kameraerne tog ca. fem minutter, hvormed der inden forsøgets begyndelse kan have været begyndende tøjning og revnedannelse som følge af afkøling. For at undgå for stor en afkøling af betonen inden forsøgets begyndelse, blev betonterningen indpakket i isolering. Det vurderes dog, at det ikke vil være muligt at udføre et nyt forsøg, hvor transporten mellem ovn og opstilling foran kameraerne reduceres til under fem minutter, hvorfor de målte resultater accepteres.

kapitel 13

Numerisk simulering

I dette kapitel udarbejdes en numerisk simulering af forsøget omhandlende tøjningsmåling af den opvarmede og hærdnede betonterning. Til simuleringen anvendes forskellige materialemodeller hhv. modificeret Mohr-Coulomb, Concrete smeared cracking og Concrete damaged plasticity. Disse modellers materialeparametre vil i det følgende blive diskuteret, mens der henvises til bilag F for beskrivelse af teorien bag modellerne. Herefter sammenholdes resultaterne fra forsøget og resulaterne fra de numeriske simuleringer. Programmerne, der er anvendt, kan findes på den vedlagte dvd.

13.1 Indledende temperatursimulering

Til simuleringerne anvendes en 3D model, hvor kun en ottendedel af systemet medtages pga. symmetri. På figur 13.1 kan den anvendte model ses.

Indledningsvis udføres en temperatursimulering, der svarer til afkølingen af betonterningen. I denne forbindelse anvendes de i tabel 13.1 opskrevne inputparametre, der svarer til den hærdnede beton, hvor egenskaberne er fuldt udviklede.

En større temperaturændring i betonen kan medføre en ændring i de termiske egenskaber. Denne ændring vurderes dog i dette tilfælde ubetydelig, hvorfor egenskaberne antages konstante. Betonens densitet er sat til den værdi, der i forbindelse med forsøget omhandlende tredimensional varmetransport blev målt i laboratoriet, mens der for varmeledningsevne og varmefylde anvendes værdien angivet i *Vinterstøbning af beton* for hærdnet beton [Hansen og Pedersen, 1982, s. 95].



(b) *3D* model af betonterningen.

Figur 13.1: Model i Abaqus, idet der grundet symmetri kun modelleres en ottendedel af systemet.

Densitet, ρ	2298 kg/m^3
Varmeledningsevne, λ	$6 \text{ kJ/mh}^{\circ}\text{C}$
Varmefylde, <i>c</i>	$0,85 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$
Konvektivt overgangstal, α_k	$20 \text{ kJ/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$
Betonens starttemperatur	91 °C
Lufttemperatur	30-35 °C

 Tabel 13.1: Materialeparametre i Abaqus til den indledende temperatursimulering.

Ved forsøget blev der målt tøjninger på betonoverfladen under afkølingsforløbet i ca. seks timer, mens der blev målt temperaturer i ca. otte timer. Den indledende temperatursimulering udføres i otte timer, idet der er sammenligningsgrundlag herfor. Den efterfølgende spændingsberegning udføres ligeledes i otte timer, men kan kun sammenlignes med forsøget indtil ca. seks timer. Det fundne temperaturforløb ved den indledende temperatursimulering kan ses på figur 13.2.



Figur 13.2: *Temperaturforløb for den indledende temperatursimulering, hvor betonterningen afkøles.*

Af figuren ses det, at det simulerede temperaturforløb stemmer godt overens med det målte. Det vurderes, at det ikke vil være muligt at få et bedre resultat ved at ændre på materialeparametrene, idet det beregnede temperaturforløb ligger over det målte ved betonens midte og rand C, mens det ligger under det målte ved rand A og B. Desuden vurderes præcisionen af det beregnede temperaturforløb at være udmærket i forbindelse med den efterfølgende spændings- og tøjningssimulering.

13.2 Spændings- og tøjningssimulering

Til spændings- og tøjningssimuleringen anvendes den indledende temperatursimulering i Abaqus som et *Predefined Field*, hvormed betonens temperatur er givet i alle punkter til ethvert tidsinkrement. Udover den indledende temperatursimulering er det nødvendigt at angive betonens starttemperatur svarende til 91 °C.

Idet der anvendes en 3D model, hvor kun en ottendedel af systemet er medtaget, er det nødvendigt at sikre, at betonen ikke kan deformere sig ved de to symmetriflader, hvilket gøres ved at indsætte passende randbetingelser på disse flader. I forsøget står betonterningen desuden på en træpalle, hvorfor det er nødvendigt at fastholde modellen i bunden. Udover randbetingelser er det ligeledes vigtigt at medtage tyngdekraften for systemet, idet denne kan få betydning for en spændingsog tøjningssimulering.

Betonens materialeparametre skal ligeledes angives, men idet disse er afhængige af hvilken materialemodel, der benyttes, vil de i stedet for blive forklaret i de efterfølgende afsnit. Til alle modellerne skal dog opgives materialeparametre for betonens densitet, elasticitetsmodul, Poissons forhold og varmeudvidelseskoefficient, hvilke kan ses i tabel 13.2.

Densitet, ρ	2298 kg/m^3
Elasticitetsmodul, E	36,0 GPa
Poissons forhold, v	0,2
Varmeudvidelseskoefficient, β	$1,0 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$

Tabel 13.2: Generelle materialeparametre i Abaqus til spændings- og tøjningssimuleringen.

Betonens elasticitetsmodul og Poissons forhold er bestemt i bilag E, og da betonen til forsøgstidspunktet havde en modenhed på 131 døgn, kan elasticitetsmodulet bestemmes til 36,0 GPa. Idet der ikke foreligger præcise værdier for betonens varmeudvidelseskoefficient sættes denne indledningsvis til $1,0 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹, der blev vurderet at være passende i kapitel 12.

13.2.1 Modificeret Mohr-Coulomb

Mohr-Coulomb modellen er en simpel materialemodel, som antager en lineært elastisk og ideal plastisk opførsel. Denne model er velegnet til friktionsmaterialer og kan anvendes for beton, når der indføres et *tension cut-off*, så trækstyrken ikke overestimeres. Hermed er der tale om den modificerede Mohr-Coulomb model, som anvendes i Abaqus gennem et brugerdefineret materiale ved en subrutine i Fortran. Teorien bag modellen er beskrevet i bilag F.1.

Ud over de førnævnte elastiske materialeparametre skal der i den modificerede Mohr-Coulomb model angives materialeparametre for betonens enaksede trykstyrke, trækstyrken ved *tension cut-off* samt betonens friktions- og dilatationsvinkel. Den enaksede tryk- og trækstyrke sættes til hhv. 66,3 og 5,1 MPa svarende til en modenhed på 131 døgn.

Ifølge *Limit Analysis and Concrete plasticity* har en beton med en trykstyrke større end 65 MPa en friktionsvinkel på 28°, mens friktionsvinklen stiger lineært til 37° for lavere trykstyrker [Nielsen, 1999, s. 42]. For den aktuelle beton anvendes en friktionsvinkel på 28°, idet trykstyrken er på 66,3 MPa.

I den modificerede Mohr-Coulomb model antages associeret flydning, hvorfor betonens dilatationsvinkel, ψ , sættes lig friktionsvinklen på 28°. I bilag G.2.1 er det undersøgt hvilke materialeparametre, der har betydning for spændings- og tøjningsresultatet, hvor det er fundet, at det for den overstående model kun er muligt at ændre på betonens varmeudvidelseskoefficient og trækstyrke for at få en ændring af tøjningsresultatet.

13.2.2 Concrete smeared cracking

Concrete smeared cracking er en materialemodel der er velegnet til monotone belastninger, hvor der risiko for revnedannelser ved trækbrud og knusning ved trykbrud. Teorien bag modellen er beskrevet i bilag F.2.

I Concrete smeared cracking skal materialets arbejdskurve defineres i form af værdier for materialets trykspænding og tilhørende plastisk tøjning. Desuden angives inputparametre omkring materialets *tension stiffening*, forskydningsopførsel efter revnedannelse og forskellige brudforhold som tilsammen definerer flydefladen.

I træk defineres materialet ved at angive betonens trækstyrke, f_t , og brudenergi, G_f , der defineres som den såkaldte *tension stiffening*. For den anvendte model har det dog ikke været muligt at opnå konvergens ved anvendelse af *tension stiffening*, selvom det var muligt at opnå konvergens ved en simpel stang udsat for træk ved anvendelse af de samme materialeparametre. Derfor findes der ingen resultater for anvendelse af denne model.

13.2.3 Concrete damaged plasticity

Concrete damaged plasticity er en materialemodel der tager højde for, at der kommer blivende plastiske tøjninger, som medfører forringelser af stivheden, når der opstår en revne i materialet. Teorien bag modellen er beskrevet i bilag F.3. I Concrete damaged plasticity skal materialets plasticitet samt tryk- og trækegenskaber angives.

Materialets opførsel i tryk defineres ved at angive sammenhængende værdier for betonens trykspænding og plastiske tøjning. Idet det forventes, at spændingerne i betonterningen ikke overskrider trykstyrken, er det kun nødvendigt at angive flydespændingen, f_{c0} . Trykflydespændingen antages at være 30% af trykstyrken, hvilken for en modenhed på 131 døgn svarer til 19,9 MPa, mens den plastiske tøjning er nul.

I træk defineres materialet ved at angive betonens trækstyrke, f_t , og brudenergi, G_f . Trækstyrken sættes til 5,1 MPa svarende til en modenhed på 131 døgn. I *Fracture* *energy of concrete* angives, at betonens brudenergi afhænger af betonens maksimale stenstørrelse, tilslagstype, V/C-forhold, alder og forholdet mellem cementpasta og tilslag. For den pågældende beton vil brudenergien ligge mellem 80 og 120 N/m [Petersson, 1980].

Materialets plasticitet angives ved at definere dilatationsvinklen, ψ , en excentricitetsfaktor, *e*, forholdet mellem den biaksiale trykspænding og den enaksede trykspænding, $\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$, en viskositetsparameter, μ , samt forholdet mellem den anden spændingsinvariant på træk- og trykmeridianen, K_c . Dilatationsvinklen sættes lig 28° som i Mohr-Coulomb modellen, idet det i bilag G.2.2 er fundet, at dilatationsvinklens størrelse ikke har betydning for resultatet. Generelt er det fundet, at det for den ovenstående beskrevne model kun er betonens varmeudvidelseskoefficient og trækstyrke, der har betydning for spændings- og tøjningsresultatet. Dog er det i bilaget vist, at spænding- og tøjningsresultatet ændrer sig i et punkt, hvor der opstår en tøjningslokalisering, ved at sætte brudenergien til 50 N/m. Idet denne værdi ligger uden for de anbefalinger, der er litteratur på, vil denne ændring ikke blive medtaget i sammenligningen med forsøget. Dog vil der senere blive vist et tøjningsplot, hvor ændringen kan ses. De øvrige materialeparametre sættes lig den standardværdi, som Abaqus angiver, idet det er fundet, at disse ikke har en væsentlig betydning for resultatet. Parametrene kan ses i tabel 13.3.

Materialeparameter	Standardværdi i Abaqus
е	0,10
$\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$	1,16
μ	0,00
K_c	0,67

Tabel 13.3: Plastiske materialeparametre som Abaqus anvender som standard.

13.2.4 Resultater

For bedst muligt at kunne sammenligne forsøgsresultaterne med spændings- og tøjningssimuleringen er der udvalgt tre punkter, som kan ses på figur 13.3.

Idet Abaqus ikke kan frembringe revner på samme måde som ved forsøget, er der valgt to punkter, hhv. C og E, hvor der ifølge forsøget ikke opstår revner. Derudover ønskes det ligeledes at se forskellen mellem en Abaqus simulering og et forsøgsresultat i et punkt, hvor der opstår en revne, hvorfor punkt D ligeledes er udvalgt. På figur 13.4 er simuleringsresultatet for den maksimale hovedtøjning og -spænding optegnet. Idet spændinger ikke kan måles, er det kun muligt at sammenligne tøjningsresultatet med forsøget. For punkt C er tøjningen desuden optegnet med en varmeudvidelseskoefficient, β , på hhv. $1,0 \cdot 10^{-5}$ og $0,9 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$.



Figur 13.3: Billede af den fjerdedel af betonen, hvorfra de tre målepunkter er udtaget.

På figur 13.4a er usikkerheden på forsøgsresultatet, jf. afsnit 12.1, optegnet med blå grænser, hvormed simuleringsresultater indenfor disse grænser er tilfredsstillende. Det ses, at Concrete damaged plasticity og modificeret Mohr-Coulomb giver ens resultater, idet de røde og grønne kurver er sammenfaldende, hvilket skyldes, at resultatet i begge modeller kun afhænger af trækstyrken og varmeudvidelseskoefficienten. Desuden kan det ses, at det bedste resultat fås ved anvendelse af en varmeudvidelseskoefficient på $0.9 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$, hvilket ikke stemmer overens med de fundne resultater i kapitel 12, hvor det blev fundet, at varmeudvidelseskoefficienten bør være større end $1,0 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹. Dette kan skyldes, at tøjningen og spændingen er fundet i elementernes Gauss punkter, der ligger under overfladen, mens der i forsøget er målt direkte på overfladen. Årsagen til, at Gauss punkterne anvendes, er, at tøjningerne og spændingerne overestimeres i knudepunkterne på overfladen, idet de ekstrapoleres fra Gauss punkterne til overfladen. Af figur 13.4b kan det for punkt C ses, at den maksimale hovedspænding kun kommer op på 30% af trækstyrken, hvilken indikerer, at der ikke opstår revner, hvilket ligeledes blev observeret i forsøget, jf. figur 12.9.

Simuleringsresultatet for den maksimale hovedtøjning og -spænding i punkt D er optegnet på figur 13.5, hvor der er anvendt en varmeudvidelseskoefficient på $1,0 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$.

Igen ses det, at Concrete damaged plasticity og modificeret Mohr-Coulomb er sammenfaldende, men for punkt D stemmer simuleringsresultaterne ikke overens med forsøgsresultaterne. Dette skyldes, at der i forsøget blev observeret en revne ved punkt D, hvormed den maksimale hovedtøjning fra forsøget har en størrelse på +2000 μ m/m, mens Abaqus ikke indikerer en revne, hvorfor den maksimale hovedtøjning er i størrelsesordenen -500 μ m/m. På figur 13.5b ses det dog, at den maksimale hovedspænding kommer op på trækstyrken, hvilket indikerer, at der kan forekomme revner i betonen på dette sted.

På figur 13.6 er den maksimale hovedtøjning og -spænding i punkt E optegnet. Endnu engang er der anvendt en varmeudvidelseskoefficient på $1,0 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$.



(a) Maksimal hovedtøjning for forsøg og simulering.



(b) Maksimal hovedspænding for simulering.

Figur 13.4: *Punkt C, hvor "DP" angiver Concrete damaged plasticity og "MC" angiver modificeret Mohr-Coulomb.*



Figur 13.5: *Punkt D, hvor "DP" angiver Concrete damaged plasticity og "MC" angiver modificeret Mohr-Coulomb.*



Figur 13.6: *Punkt E, hvor "DP" angiver Concrete damaged plasticity og "MC" angiver modificeret Mohr-Coulomb.*

Af figur 13.6 ses det, at resultatet fra forsøget og simuleringen ikke giver overensstemmende resultater. Ved punkt E blev der i forsøget ikke observeret en revne, men idet punkt E og D ligger tæt på hinanden, giver simuleringen i Abaqus ens resultater ved de to punkter. Abaqus er ikke i stand til at simulere de lokale effekter, som ofte ses i forsøg.

På figur 13.7 er den hindrede tøjning optegnet for punkt C, D og E. Den hindrede tøjning svarer til den tøjning, der beregnes i Abaqus, fratrukket tøjningen stammende fra betonens afkøling, $\beta \Delta \theta$.



Figur 13.7: Den hindrede tøjning i punkt C, D og E. E angiver den maksimale hindrede hovedtøjning.

Af figuren ses det, at den hindrede tøjning er mindst ved punkt C, mens den er størst ved punkt E. Dette skyldes, at betonen nogenlunde frit kan trække sig sammen i betonterningens hjørne, hvilket bliver vanskeligere ind mod midten af overfladen. Yderligere kan det ses, at den hindrede tøjning ved punkt D og E er størst efter ca. 1,5 timer, hvilket også var tidspunktet, hvor de observerede revner i forsøget var størst. På figur 13.8 kan et tøjnings- og spændingsplot fra Abaqus efter 1,5 timer ses. Figuren viser kun tøjnings- og spændingsresultatet fra den modificerede Mohr-Coulomb model, idet Concrete damaged plasticity er tilsvarende. Det skal ligeledes bemærkes, at kun den øverste halvdel kan sammenlignes med forsøgsresultaterne, idet det var denne del, der blev målt på ved forsøget.

På figur 13.8 kan det ses, at der er en overgang fra det øverste venstre hjørne, hvor den maksimale hovedtøjning og -spænding er lavest i forhold til midten af overfladen, hvor tøjningen og spændingen er størst. Figuren indikerer, at der ikke opstår revner i det øverste venstre hjørne pga. de lave spændinger. Denne indikation var også synlig ved forsøget, jf. figur 12.9c. Dette skyldes, at i terningens hjørner kan betonen frit trække sig sammen, hvormed der ikke opstår store hindrede tøjning-



Figur 13.8: Simuleringsresultat fra den modificerede Mohr-Coulomb model efter 1,5 timer.

er, som kan forårsage store trækspændinger. I midten af terningens overflade har betonen derimod ikke mulighed for at trække sig tilsvarende sammen, hvorfor der opstår store hindrede tøjninger, som medfører store trækspændinger samt muligheden for revnedannelser. I Abaqus kan et konturplot kun optegnes vha. elementernes knudepunkter, hvormed tøjningerne og spændingerne, som tidligere skrevet, overestimeres. Dette kan ses ved de grå områder på figur 13.8b, hvor den beregnede maksimale hovedspænding bliver større end trækstyrken. Dette kan naturligvis ikke lade sig gøre, hvorfor de grå områder skal ses som røde svarende til en spænding lig trækstyrken.

I bilag G.2.2 blev det vist, at ved anvendelse af Concrete damaged plasticity med en brudenergi på 50 N/m ændres spændings- og tøjningsresultatet i enkelte punkter. Dette skyldes, at tøjningen i et lokalt område ved randen bliver radikalt større end de øvrige steder, hvilket kan ses på figur 13.9.

Figuren antyder, at der er en begyndende revnedannelse ved betonterningens rand. Denne revnedannelse er dog ikke placeret samme sted, som det blev observeret i forsøget, men i forsøget opstod den største revne også ved terningen rand. Dog er en brudenergi på 50 N/m udenfor det område, som der er fundet litteratur for, hvorfor det ikke er mere korrekt at anvende denne værdi.

Generelt kan det konkluderes, at en spændings- og tøjningssimulering i Abaqus kan give en indikation om, hvor og hvornår betonen risikerer at overskride trækstyrken, så der kan forventes revnedannelser. Idet den modificerede Mohr-Coulomb og Concrete damaged plasticity model giver sammenfaldende resultater, vurderes det i dette tilfælde at være den modificerede Mohr-Coulomb model, som er bedst anvendelig, idet denne er simplest og gør brug af færrest materialeparametre.



Figur 13.9: Den maksimale hovedtøjning ved anvendelse af Concrete damaged plasticity med en brudenergi, G_f , på 50 N/m.

13.3 Størrelseseffekt

I det følgende undersøges, hvilken betydning det vil have på tøjnings- og spændingsresultatet, hvis der i stedet for anvendes en betonterning, hvis ydre mål er enten $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ eller $1.6 \times 1.6 \times 1.6$ m, hvilket herefter betegnes hhv. ×2 og ×4, mens den oprindelige størrelse betegnes, ×1. Simuleringerne foretages med de samme materialeparametre, som er anvendt i det foregående. På figur 13.10 er et spændingsplot af den modificerede Mohr-Coulomb model optegnet efter en halv time for betonterningens oprindelige størrelse samt for ×2 og ×4.

På figur 13.10 kan det ses, at området i venstre hjørne, hvor den maksimale hovedspænding ikke overskrider trækstyrken, bliver mindre i forhold til betonterningens størrelse. Dermed vil der ved anvendelse af en større terning være et større område, hvor der kan forventes revnedannelse. På figur 13.11 er tøjningen og spændingen optegnet i punkt E for hhv. modificeret Mohr-Coulomb og Concrete damaged plasticity modellen. Ved anvendelse af en betonterning, hvis ydre mål er fire gange så store som den oprindelige model, har det ikke været muligt at få Concrete damaged plasticity til at konvergere, hvorfor der kun findes resultater herfra indtil fem timer.

Af figuren kan det ses, at for den oprindelige størrelse af betonterningen falder den maksimale hovedspænding kort tid efter, at den har nået trækstyrken. Desuden kan det ses, at resultatet af de to materialemodeller for den oprindelige betonterning er sammenfaldende. Jo større betonterningen bliver, desto længere tid er temperaturforskellene store, hvilket for modificeret Mohr-Coulomb medfører, at den maksimale hovedspænding holder sig på trækstyrken over længere tid grundet den ideal plastiske opførsel. Concrete damaged plasticity forbliver derimod ikke i ni-



Figur 13.10: Den maksimale hovedspænding ved anvendelse af modificeret Mohr-Coulomb efter en halv time for betonterningens oprindelige størrelse, $\times 1$, samt for $\times 2$ og $\times 4$.



Figur 13.11: *Punkt E ved anvendelse af betonterningens oprindelige størrelse,* \times 1*, samt for* \times 2 *og* \times 4*.* "*DP*" *angiver Concrete damaged plasticity og "MC" angiver modificeret Mohr-Coulomb.*

veau med trækstyrken, idet denne er programmeret til at skulle falde i spænding, når trækstyrken er nået. Dette kan ses på den blå kurve for Concrete damaged plasticity, hvor den maksimale hovedspænding falder til nul, hvorefter den ligger på dette niveau ved yderligere belastning. Jo større betonterningen bliver, desto større bliver de maksimale hovedtøjninger også for de to materialemodeller, hvilket ligeledes skyldes, at afkølingen sker over længere tid, hvorfor tøjningen kan udvikles mere.

På figur 13.12 kan et tøjningsplot af betonterningen, hvis ydre mål er $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m, ses ved anvendelse af Concrete damaged plasticity.



Figur 13.12: Den maksimale hovedtøjning i en betonterning, hvis ydre mål er dobbelt så store som den oprindelige model ved anvendelse af Concrete damaged plasticity efter tre timer.

Af figuren kan det ses, at ved anvendelse af en betonterning, hvis ydre mål er dobbelt så store som den oprindelige, fremkommer en tøjningslokalisering som indikerer en revnedannelse ved betonterningens rand. Dette tydeliggør dermed, at betonterningens størrelse er af stor betydning for simuleringsresultatet. Ved anvendelse af den modificerede Mohr-Coulomb model er det dog ikke muligt at opnå en tøjningslokalisering som ved Concrete damaged plasticity modellen.

13.4 Softening i modificeret Mohr-Coulomb

For at opnå en tilsvarende tøjningslokalisering er den modificerede Mohr-Coulomb model omskrevet, så der optræder en svækkelse i materialet, når trækstyrken overskrides. Denne svækkelse er vist på figur 13.13, hvor Mohr-Coulomb modellens oprindelige arbejdskurve ligeledes er vist.



Figur 13.13: Materialemodellen Mohr-Coulomb med softening, hvor den oprindelige ideal plastiske opførsel er stiplet.

 Tojning ε

 2830 μm/m

 2468 μm/m

 2106 μm/m

 1743μm/m

 1381 μm/m

 1381 μm/m

 1019μm/m

 657 μm/m

 294 μm/m

 -68 μm/m

 -430 μm/m

Ved anvendelse af den modificerede Mohr-Coulomb model med softening på den oprindelige betonterning fås simuleringsresultatet, der kan ses på figur 13.14.

Figur 13.14: Den maksimale hovedtøjning på betonterningen efter en time, idet der er anvendt modificeret Mohr-Coulomb med softening.

Af figuren kan det ses, at der opstår flere tøjningslokaliseringer på betonoverfladen der indikerer revnedannelse. Dog har den ultimative tøjning, ε_{tu} , en stor betydning for, hvor tydelige disse tøjningslokaliseringer bliver. I forhold til Concrete damaged plasticity initieres tøjningslokaliseringen på midten af den venstre side længere oppe, hvilket kan forklares ved, at de to materialemodeller er programmeret forskelligt, idet belastningen fra temperaturforskellene er ens i begge modeller. Ved anvendelse af et finere *mesh* i de to modeller vil denne forskel muligvis minimeres.

Det er ligeledes forsøgt at indlægge elementer i modellen, som er svagere end de øvrige elementer. Dette skulle have givet anledning til en lokal instabilitet i simuleringerne, som ligeledes burde fremvise tøjningslokaliseringer på betonoverfladen. Dog har det ikke været muligt at opbygge modellen på denne måde, hvorfor analysen ikke er udført.

kapitel 14

Simulering af betonelement til havneprojekt

I forbindelse med et aktuelt havneprojekt skal der anlægges en større bølgebryder, hvortil der skal anvendes massive betonelementer med en dimension på $4,0 \times 4,0 \times$ 4,0 m og en egenvægt på ca. 150 tons. Det ønskes undersøgt, om der kan opstå termorevner i betonen under hærdning, hvorfor der i det følgende udføres en analyse af hhv. temperatur-, tøjnings- og spændingstilstanden i betonelementerne. Til analysen anvendes den modificerede Mohr-Coulomb model, idet der i kapitel 13 blev fundet, at denne er bedst anvendelig. Temperatur- , tøjnings- og spændingstilstanden undersøges for betonelementerne under hærdningen, hvorfor betonens styrkeog stivhedsparametre skal varieres som funktion af modenheden. Programmerne, der anvendes, kan findes på den vedlagte dvd.

Da der ikke foreligger oplysninger om det egentlige formsystem, der anvendes på lokaliteten, antages det, at betonelementerne støbes direkte på et eksisterende betongulv i en stålform, mens der hverken anvendes isolering eller overdækning af formen. Stålformens tykkelse antages at være 20 mm, mens betongulvet antages at have en tykkelse på 300 mm. Betonelementerne afformes efter 24 timer, hvorefter de står ubeskyttet hen mod naturens påvirkninger. Under støbningen af ét betonelement er temperaturen i betonen blevet målt, hvor der blev fundet en maksimal temperatur på 53 °C i midten af elementet efter ca. fire dage. Det vurderes, at de største temperaturforskelle i betonelementerne opstår inden for de første seks dage efter udstøbning, hvorfor simuleringerne også kun udføres med denne varighed.

14.1 Indledende temperatursimulering

Den indledende temperatursimulering udføres på tilsvarende vis som ved den tredimensionale varmetransport, jf. kapitel 11. Den anvendte beton har et cementindhold på 316 kg/m³ beton, mens varmeudviklingen er fundet ved et adiabatisk kalorimeter forsøg, hvor de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , er bestemt til hhv. 338 kJ/kg cement, 13,7 h og 0,91. Betonens udstøbningstemperatur er målt til ca. 12 °C. Derudover anvendes de i tabel 14.1 opskrevne materialeparametre for hhv. betonen, stålformen og betongulvet.

	Densitet, ρ	Varmeledningsevne, λ	Varmefylde, c
	$[kg/m^3]$	$[kJ/mh^{\circ}C]$	$[kJ/kg^{\circ}C]$
Beton	2264	6-8	1,1
Stålform	7900	200	0,5
Betongulv	2400	6	0,8

Tabel 14.1: *Materialeparametre i Abaqus for hhv. beton, stålform og betongulv [Hansen og Pedersen, 1982].*

Betonelementerne er støbt sidst i februar, hvor den omgivende lufttemperatur har været 10 ± 3 °C. Formsystemet og betongulvet antages at have en starttemperatur på 10 °C. Den målte lufthastighed varierer en del, hvorfor der anvendes en gennemsnitlig lufthastighed på 4 m/s, svarende til en normal februar måned på lokaliteten [Weather Online, 2009]. Det konvektive overgangstal bestemmes dermed til 76 kJ/m²h°C, jf. formel 7.1.

På figur 14.1 ses den anvendte model, samt de punkter hvor simuleringsresultaterne udtages fra, og på figur 14.2 kan resultatet af den indledende temperatursimulering ses i punkterne A, B, C, D og midten.

Af figur 14.2 kan det ses, at betonen i midten når en maksimal temperaturen på 51,7 °C efter ca. 100 timer. Derudover ses det, at temperaturen i punkterne A, B og C varierer sinusformet, hvilket skyldes, at de er placeret ved betonoverfladen, som påvirkes af lufttemperaturens døgnvariation. Stålformen fjernes efter 24 timer, hvilket dog ikke kan ses på temperaturforløbet i de udvalgte punkter, idet stålformen ikke har haft nogen isolerende virkning på betonen.

14.2 Spændings- og tøjningssimulering

Til spændings- og tøjningssimuleringen modelleres kun selve betonterningen, hvorfor det ikke er nødvendigt at angive styrke- og stivhedsegenskaber for stålformen og betongulvet. For den anvendte beton foreligger der kun resultater for betonens trykstyrke for en modenhed på hhv. 2, 7 og 28 døgn, hvilket kan ses i tabel 14.2.



(a) Skitse af den ottendedel af betonterningen, der modelleres, idet punkt D ligger omtrent 0,5 m under overfladen.

(b) *3D* model af betonterningen med stålform og betongulv.

Figur 14.1: Model i Abaqus, idet der grundet symmetri kun modelleres en ottendedel af systemet.



Figur 14.2: Simulering af temperaturen i betonterningen i punkterne A, B, C, D og midte

Modenhed [døgn]	Trykstyrke, f _c [MPa]
2	25,0
7	35,0
28	51,5

 Tabel 14.2: Udvikling af trykstyrken.

Ved anvendelse af egenskabsmodellen kan de tre parametre, $f_{c,\infty}$, τ_e og α , dermed bestemmes til hhv. 58,5 MPa, 47,6 h og 0,7. Idet der ikke foreligger resultater for betonens trækstyrke og elasticitetsmodul, er det nødvendigt at lave antagelser herom. I forbindelse med det tidligere udførte forsøg, jf. bilag E, er det fundet, at forholdet mellem træk- og trykstyrken er 0,75. Hvis det antages, at det samme gør sig gældende for den anvendte beton, kan trækstyrken, $f_{c,\infty}$, bestemmes til 4,4 MPa. Trækstyrken udvikler sig anderledes end trykstyrken under hærdning, hvorfor τ_e og α i stedet sættes lig 18,8 h og 0,5, som det blev fundet i det tidligere udførte forsøg. På samme måde kan elasticitetsmodulet, E_{∞} , bestemmes til 31,0 GPa. Elasticitetsmodulet antages at udvikle sig tilsvarende trykstyrken, hvorfor τ_e og α ligeledes sættes til hhv. 47,6 h og 0,7. I simuleringen er der indført en initial modenhed på to timer, idet styrke- og stivhedsparametrene ellers er for lave til, at materialemodellen kan konvergere.

For den pågældende beton findes der ligeledes ikke oplysninger om Poissons forhold, men i forbindelse med det tidligere udførte forsøg blev Poissons forhold fundet til 0,2 ved en modenhed på 35 døgn. Det vurderes at denne værdi er et godt estimat for den anvendte beton. Under hærdning overgår betonen fra at være delvist flydende til et fast stof, hvorfor Poissons forhold ligeledes vil variere under hærdningen. I *Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete* beskrives udviklingen af Poissons forhold for forskellige betoner under hærdning, hvor følgende udtryk er opstillet: [Schutter og Taerwe, 1996]

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{2}\alpha_{\rm hyd}\right) + \mathbf{v}_0 \exp\left(-10\alpha_{\rm hyd}\right) \tag{14.1}$$

hvor v_0 er Poissons forhold ved modenheden lig 0, v_{∞} er Poissons forhold for den hærdnede beton, og α_{hyd} er hydratiseringsgraden, der bestemmes på baggrund af varmeudviklingen, Q. I flydende tilstand vurderes Poissons forhold til at være 0,5, mens den i hærdnet tilstand er 0,2.

Idet det ikke har været mulig at finde oplysninger om, hvordan friktions- og dilatationsvinklen varierer under hærdning, vælges det at holde begge konstant lig 28° .

Randbetingelserne i modellen skal svare til de to symmetriflader, der anvendes, samt at betonen er understøttet af betongulvet i bunden. Det antages, at friktionen mellem betonelementet og betongulvet er minimal, hvorfor den undlades i simuleringerne. Derudover burde der have været anvendt en randbetingelse ved betonens overflade, hvor stålformen er placeret de første 24 timer. Denne randbetingelse er ligeledes undladt i simuleringerne, idet det vurderes, at dens indflydelse på betonelementet er minimal.

På figur 14.3 er simuleringsresultatet for den maksimale hovedspænding optegnet i punkterne A, B og C, der er placeret ved betonens overflade. På figuren er egenskabsudviklingen for betonens trækstyrke ligeledes indtegnet.



Figur 14.3: Maksimal hovedspænding for punkt A, B og C som funktion af modenheden.

Af figuren kan det ses, at den maksimale hovedspænding kommer op på trækstyrken i punkt A og B efter en modenhed på ca. 12 timer, hvilket i dette tilfælde svarer til ca. 17 timer i virkelig tid. Dette indikerer, at der kan forekomme revner i betonen bl.a. på disse steder. Desuden kan det ses, at det tyder på, at der ikke kommer revnedannelser ved punkt C, der er placeret i betonens hjørne, idet den maksimale hovedspænding ikke når op på trækstyrken. I alle tre punkter ses den maksimale hovedspænding at variere nærmest sinusformet efter en modenhed på ca. 25 timer. Denne variation er sammenfaldende med lufttemperaturens døgnvariation, hvilket skyldes, at de tre punkter er placeret på betonens overflade. På figur 14.4 er den maksimale hovedspænding for punkt D og midten optegnet.

Af figuren kan det ses, at der i betonens midte er trykspændinger, men idet trykstyrken udvikler sig væsentlig hurtigere, opstår der ikke trykbrud. Punkt D, der er placeres under betonens overflade, ses ligesom punkt A og B at komme op på trækstyrken, hvilket dog først sker efter en modenhed på ca. 200 timer, som svarer til ca. 122 timer i virkelig tid. Dette skyldes, at afkølingen ved dette punkt sker langsommere, hvormed der er en højere temperatur i længere tid, hvorfor også den kritiske temperaturforskel først sker senere. I midten, hvor temperaturen er højest, opnår betonen ligeledes en større modenhed på ca. 450 timer. Variationen af hovedspændingen i punkt D ses desuden at være mindre end ved punkt A, B og C, idet lufttemperaturen ikke påvirker betonen helt så meget under betonoverfladen, mens den er ubetydelig ved betonens midte.

På figur 14.5 kan de plastiske tøjninger ved betonens overflade og top ses efter ca. 40 timer.



Figur 14.4: Maksimal hovedspænding for punkt D og midten.



Figur 14.5: Plot af de plastiske tøjning ved betonelementets overflade og top efter ca. 40 timer.

Af figuren kan det ses, at der ikke er plastiske tøjninger ved betonterningens hjørner, hvormed der ikke opstår revnedannelser her. De største plastiske tøjninger findes ved betonterningens kanter og midte, hvor der er sandsynlighed for revnedannelser.

På baggrund af denne analyse kan det ses, at der bør anvendes en anden udførelsesmetode, så det undgås, at der opstår termorevner som følge af store temperaturforskelle. For at bestemme en passende udførelsesmetode bør der laves tilsvarende analyser i Abaqus, som kan dokumentere, at der ikke opstår termorevner i betonen.
kapitel 15

Konklusion

Formålet med dette projekt har været at undersøge, hvorvidt det er muligt at anvende det kommercielle elementmetodeprogram Abaqus til at simulere temperaturog spændingstilstanden i hærdnende massive betonkonstruktioner. Simuleringerne blev sideløbende valideret gennem forsøg.

I projektet blev der først fokuseret på at kunne simulere temperaturtilstanden i beton under hærdning. Til dette blev der udført to forsøg med hhv. en- og tredimensional varmetransport. I forbindelse med forsøgene blev der ligeledes udført et adiabatisk kalorimeterforsøg, hvor betonens varmeudvikling blev bestemt som funktion af modenheden. Indledningsvis blev forsøget med endimensional varmetransport udført, hvor flere praktiske erfaringer blev gjort med hensyn til formsystem og dataopsamling. Forsøgsresultatet blev sammenholdt med en analytisk løsning til varmeledningsligningen samt programmet TempSim, der er udviklet af Aalborg Portland. Idet varmetransporten i forsøget ikke var fuldstændig endimensional, gav de analytiske løsninger ikke overensstemmende resultater med de eksperimentelle. Efterfølgende blev erfaringerne fra forsøg med tredimensional varmetransport. Til dette forsøg blev der anvendt en betonterning med dimensionerne $0,4 \times 0,4 \times 0,4$ m samt en egenvægt på 150 kg.

Begge forsøg blev simuleret i Abaqus med de rand- og begyndelsesbetingelser, der var gældende i forsøgene. Derudover blev varmeudviklingen modelleret som funktion af modenheden. Det blev fundet nødvendigt at anvende 3D modeller, hvor hele formsystemet blev modelleret, idet formsystemets varmeakkumulering havde en væsentlig betydning for temperaturforløbet. Desuden blev det fundet nødvendigt at medtage den varmeudstråling, der skete mellem betonen og omgivelserne, især hvis betonens overflader blev blotlagte. På grund af symmetri i simuleringerne har det været en fordel blot at modellere en ottendedel af betonterningerne, idet dette kunne nedsætte beregningstiden.

Ved simuleringerne blev det observeret, at temperaturforløbet havde en mindre afvigelse ved anvendelse af en konstant varmefylde. Det blev vurderet, at dette skyldes, at varmefylden reelt set aftager noget under hærdningen, hvorfor anvendelsen af en varierende varmefylde i Abaqus blev undersøgt. Det blev dog fundet besværligt at indføre den aftagende varmefylde, idet Abaqus opfattede dette som en faseomdannelse, der skete ved en bestemt temperatur, mens hærdningen af betonen sker gennem en fremadskridende kemisk proces. Idet der ikke blev fundet en løsning på denne problemstilling, blev der i de efterfølgende simuleringer antaget en konstant varmefylde under hærdning. Med de nævnte tiltag fandtes god overensstemmelse mellem simuleret og målt temperaturtilstand.

I projektet blev der ligeledes udført et forsøg omhandlende tøjningsmåling, hvor betonterningen fra tidligere blev opvarmet til en høj ensartet fordelt temperatur og herefter afkølet. Til forsøget blev der anvendt en nyere teknologi, der kunne bestemme tøjninger på forskellige materialeoverflader. Teknologien var et optisk måleudstyr, kaldet *Aramis*, der gennem to digitale kameraer samt en kraftig PC kunne registrere flytninger på en overflade og omregne dette til tøjninger i tre dimensioner. Det blev fundet, at udstyret var i stand til at detektere revnemønsteret på betonoverfladen, idet der på disse steder var kraftige udslag i tøjningerne. Dog var betonen på forsøgstidspunktet fuldt hærdnet, hvilket var nødvendigt, idet betonens overflade skulle have et bestemt overflademønster, så det var muligt for *Aramis* at bestemme flytningerne. Under hærdning, hvor betonen ikke er afbundet, er det ikke muligt at påføre overfladen et mønster, hvorfor det ikke vurderedes muligt at anvende udstyret under hærdning. Dette er dermed et område, der giver anledning til yderligere forskning.

I Abaqus blev det vist, at det var muligt at simulere tøjnings- og spændingstilstanden på betonoverfladen under de samme forudsætninger, som var gældende i forsøget. Dog kunne Abaqus ikke simulere et tilsvarende revnemønster, hvilket skyldtes, at betonen blev antaget for værende homogen samtidig med, at et sådant revnemønster udvikles for tilfældigt til, at det kan indføres i materialemodellerne. Det blev fundet, at de anvendte materialemodeller, hhv. *modificeret Mohr-Coulomb* og *Concrete damaged plasticity*, gav ens resultater ved sammenligning med forsøget. Den modificerede Mohr-Coulomb model blev vurderet bedst anvendelig, idet denne er simplest at anvende.

Efterfølgende blev det erfaret, at størrelsen af betonterningen havde en stor betydning for, hvordan materialemodellerne fungerede. Dette skyldes, at for en større betonterning, hhv. med de ydre mål $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ m and $1.6 \times 1.6 \times 1.6$ m, blev de plastiske tøjninger i modellen større, idet den kritiske temperaturforskel var til stede over en længere periode. Dermed blev den materialesvækkelse, der indgår i Concrete damaged plasticity, aktuel, hvorfor der fremkom en tøjningslokalisering på betonoverfladen. Det blev ligeledes vist, at ved anvendelse af en materialesvækkelse i den modificerede Mohr-Coulomb model kunne en tilsvarende tøjningslokalisering på betonoverfladen vises. Idet det ikke var muligt at validere disse simuleringer eksperimentelt, da det ville kræve en betydelig større betonterning, blev den oprindelige modificerede Mohr-Coulomb model anvendt i de efterfølgende simuleringer.

Til sidst blev der udført simuleringer af et betonelement, der anvendes i en bølgebryder ved et aktuelt havneprojekt. Betonelementet havde et ydre mål på $4,0 \times 4,0 \times 4,0$ m samt en egenvægt på 150 tons. Det blev antaget, at elementerne blev støbt i et formsystem bestående af et betongulv samt en stålform, hvorpå der hverken var isolering eller overdækning. Med disse forudsætninger samt at de mekaniske materialeparametre blev varieret med modenheden, blev det fundet, at der kunne opstå store problemer med termorevner, idet spændingerne ved betonoverfladen når op på trækstyrken på store del af elementet. Derfor kunne det konkluderes, at det pågældende formsystem og den aktuelle udførelsesmetode ikke var tilstrækkelig for at undgå termorevner. Det anbefales at udføre yderligere simuleringer, så et passende formsystem samt hærdeproces kan klarlægges.

Generelt kan det på baggrund af nærværende projekt konkluderes, at Abaqus er i stand til at simulere både temperatur- og spændingstilstanden i massive betonkonstruktioner under hærdning, hvormed det er muligt at bestemme tidspunktet for dannelsen af termorevner.

Perspektivering

I evt. videre arbejde anbefales det eksempelvis at se nærmere på indflydelsen af svind og krybning under hærdeprocessen, idet disse fænomener ligeledes kan være årsag til revnedannelser på betonoverfladerne. Ligeledes kan det undersøges, hvordan armering i betonen vil påvirke temperatur- og spændingstilstanden eksperimentelt og numerisk, idet armeringen har en betydelig større varmeledningsevne end betonen. Endeligt kan indstøbte kølerør anvendes som et værktøj til at nedbringe betontemperaturen, hvorfor indflydelsen af dette bør undersøges eksperimentelt og numerisk for både temperatur- og spændingstilstanden.

Litteratur

- Aalborg Portland (2007). Cement og Beton Håndbogen om cement, beton og mørtel. 18. udgave. Aalborg Portland.
- Aalborg Portland (2008). *Beton*. Nr. 3. Dansk Beton. http://www.danskbeton.dk/C1257228004A0004/0/2EA6000A7FF254CAC 12574B700500E41/\$FILE/www_56197_Beton_3-2008.pdf.
- Chen, W. F. og Han, D. J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag. ISBN: 0-387-96711-7.
- CtO, Aalborg Portland (2003). *Nyt fra Aalborg Portland*. Nr. 30. Aalborg Portland A/S. http://www.aalborgportland.dk/Media/NytFraAP/nyt_fra_ap_2003_12.pdf.
- DS-håndbog 134.2.2 (2003). *Betonprøvninger Del 2.2 Hærdnet beton.* 1. udgave. Dansk Standard. ISBN: 87-7310-345-4.
- Hannant, D., Buckley, K. og Croft, J. (1973). *The effect of aggregate size on the use of the cylinder splitting test as a measure of tensile strength*. Materials and Structures, 6(31):15 21.
- Hansen, H. E., Kjerulf-Jensen, P. og Stampe, O. B. (2006). Varme- og Klimateknik - Grundbog. 3. udgave. Danvak Aps. ISBN: 87-982652-8-8.
- Hansen, P. F. og Pedersen, E. J. (1982). SBI anvisning 125 Vinterstøbning af beton. Statens Byggeforskningsinstitut. ISBN: 87-563-0445-5.
- Herholdt, A. D., Justesen, C. F. P., Nepper-Christensen, P. og Nielsen, A. (1985). *Beton Bogen.* 2. udgave. Aalborg Portland. ISBN: 87-980916-0-8.
- Hillerborg, A., Modéer, M. og Petersson, P. E. (1976). *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements.* Cement and concrete research, 6(6):773 781.

- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. og Oñate, E. (1989). *A plastic-damage model for concrete*. International Journal of Solids and Structures, 25(3):299 329.
- Nielsen, C. V. (2003). Numerical early-age temperature and stress calculations on hardening concrete. The 7th International Conference on Concrete in Hot and Aggressive Environments, Bahrain, 1:461-475.
- Nielsen, M. P. (1999). *Limit Analysis and Concrete plasticity*. 2. udgave. CRC Press. ISBN: 0849391261.
- Ottosen, N. S. og Ristinmaa, M. (2005). *The mechanics of constitutive modeling*. Elsevier Ltd. ISBN: 0-008-044606-X.
- Pedersen, P. L., Buhr, B., Thorborg, J., Hattel, J., Jeppesen, P. F. og Coff, N. (2003). 3-d temperature and stress simulations of hardening concrete. The 7th International Conference on Concrete in Hot and Aggressive Environments, Bahrain, 2:553-579.
- Petersson, P. E. (1980). Fracture energy of concrete: Practical performance and experimental results. Cement and concrete research, 10:91 101.
- Rilem Technical Committees (1981). *Properties of set concrete at early ages*. Materials and Structures, 14(84):411 - 433. RILEM TC 42-CEA.
- Schutter, G. D. (2002). Finite element simulation of thermal cracking in massive hardening concrete elements using degree of hydration based material laws. Computer & Structures, 80:2035-2042.
- Schutter, G. D. og Taerwe, L. (1995). Specific heat and thermal diffusivity of hardening concrete. Magazine of Concrete Research, 47(172):203-208.
- Schutter, G. D. og Taerwe, L. (1996). Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete. Materials and Structures, 29(6):335 - 344.
- Sørensen, E. V. (2008). Hærdeteknologi og Holdbarhed af Betonkonstruktioner, lektion 1. http://people.civil.aau.dk/~i6evs/HAERDETEKNOLOGI_&_ HOLDBARHED_2008.
- Sørensen, E. V. (2009). Udtalelse af Eigil V. Sørensen.
- Weather Online (2009). *Weather Online Vejrdata fra aktuel havneprojekt*. http://www.weatheronline.co.uk.





BILAG A

Regressionsanalyse

I dette bilag gennemgås regressionsanalysen for egenskabsmodellen, der anvendes til at beskrive betons styrke-, stivheds- og varmeudvikling. Egenskabsmodellen er udtrykt ved:

$$y(M) = y_{\infty} \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M}\right)^{\alpha}\right)$$
 (A.1)

hvor y(M) er enten styrke-, stivheds- eller varmeudviklingen til modenheden M, y_{∞} er den maksimale styrke-, stivheds- eller varmeudvikling for $M \to \infty$, τ_e er en tidskonstant, og α er en krumningsparameter.

Grundlaget for regressionsanalysen er et datasæt fra forsøg, der indeholder enten styrke-, stivheds- eller varmeudviklingen, y_i , samt den tilhørende modenhed, M_i :

$$\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ M_1 & M_2 & \dots & M_n \end{bmatrix}$$
(A.2)

Afvigelsen, ε_i , af egenskabsmodellen på de målte data, der skal minimeres i regressionsanalysen, skrives som:

$$\varepsilon_i = y(M_i) - y(y_{\infty}, \tau_e, \alpha) \tag{A.3}$$

hvor $y(y_{\infty}, \tau_e, \alpha)$ angiver egenskabsmodellen. Parametrene y_{∞}, τ_e og α bestemmes ved at minimere kvadratsummen, $\sum \varepsilon_i^2$.

Formel A.3 lineariseres, idet der anvendes en Taylorudvikling i ($y_{\infty,0}$; $\tau_{e,0}$; α_0), hvor kun første ordens led medtages:

$$\varepsilon_{i} = y(M_{i}) - \left(y(y_{\infty,0}; \tau_{e,0}; \alpha_{0}) + \Delta y_{\infty} \left[\frac{\partial y}{\partial y_{\infty}} \right]_{y_{\infty} = y_{\infty,0}} + \Delta \tau_{e} \left[\frac{\partial y}{\partial \tau_{e}} \right]_{\tau_{e} = \tau_{e,0}} + \Delta \alpha \left[\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right]_{\substack{\alpha = \alpha_{0} \\ (A.4)}} \right)$$

hvor Δy_{∞} , $\Delta \tau_e$ og $\Delta \alpha$ er korrektionsled, der giver en forbedring af startskønnet $y_{\infty,0}$, $\tau_{e,0}$ og α_0 . Dette kan også skrives på formen:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{A.5}$$

hvor

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y(M_1)}{\partial y_{\infty}} & \frac{\partial y(M_1)}{\partial \tau_e} & \frac{\partial y(M_1)}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial y(M_2)}{\partial y_{\infty}} & \frac{\partial y(M_2)}{\partial \tau_e} & \frac{\partial y(M_2)}{\partial \alpha} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial y(M_n)}{\partial y_{\infty}} & \frac{\partial y(M_n)}{\partial \tau_e} & \frac{\partial y(M_n)}{\partial \alpha} \end{bmatrix}, \ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta y_{\infty} \\ \Delta \tau_e \\ \Delta \alpha \end{bmatrix} \text{ og } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} y_1 - y(M_1) \\ y_2 - y(M_2) \\ \vdots \\ y_n - y(M_n) \end{bmatrix}$$
(A.6)

idet

$$\frac{\partial y(M_i)}{\partial y_{\infty}} = \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M_i}\right)^{\alpha}\right) \tag{A.7}$$

$$\frac{\partial y(M_i)}{\partial \tau_e} = -y_{\infty} \left(\frac{\tau_e}{M_i}\right)^{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\tau_e} \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M_i}\right)^{\alpha}\right) \tag{A.8}$$

$$\frac{\partial y(M_i)}{\partial \alpha} = -y_{\infty} \left(\frac{\tau_e}{M_i}\right)^{\alpha} \cdot \ln\left(\frac{\tau_e}{M_i}\right) \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M_i}\right)^{\alpha}\right) \tag{A.9}$$

Ved hjælp af mindste kvadraters metode fås en løsning til minimering af afvigelsen:

$$\begin{pmatrix} \Delta y_{\infty} \\ \Delta \tau_e \\ \Delta \alpha \end{pmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b}$$
 (A.10)

Hvorefter de tre parametre på baggrund af et datasæt fra forsøg kan bestemmes ved følgende punkter:

- 1. Værdien for $(y_{\infty,0}, \tau_{e,0} \text{ og } \alpha_0)$ estimeres.
- 2. Formel A.10 løses.
- 3. Korrektionsleddene adderes med startskønnet, $(y_{\infty,0} + \Delta Q_{\infty}, \tau_{e,0} + \Delta \tau_e \text{ og } \alpha_0 + \Delta \alpha).$
- 4. Punkterne 2 og 3 gentages, indtil der er opnået tilstrækkelig nøjagtighed. Dvs. indtil $\sum \varepsilon_i^2 < 0.01$.

bilag B

Numerisk simulering af varmeudvikling

I dette bilag undersøges, hvor små tidsinkrementerne i de numeriske simuleringer i Abaqus skal være for at modellerne konvergerer med betonens varmeudvikling. Inkrementstørrelsen anvendes under modulet *Step*, hvor det er den maksimale inkrementstørrelse, der er relevant i denne analyse. Analysen udføres ved at sammenligne den adiabatiske varmeudvikling for hhv. egenskabsmodellen og Abaqus for forskellige inkrementstørrelser.

I Abaqus bestemmes varmeudviklingen, Q, gennem en subrutine, der er udviklet i programmeringssproget Fortran. I subrutinen beregnes varmeudviklingen som en varmetilførsel pr. tidsenhed, der er givet ved:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial t} \tag{B.1}$$

hvor Q er varmeudviklingen, der udtrykkes ved egenskabsmodellen:

$$Q(M) = Q_{\infty} \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M}\right)^{\alpha}\right)$$
(B.2)

hvor parametrene Q_{∞} , τ_e og α bestemmes ved det adiabatiske kalorimeterforsøg, mens *M* er modenheden, der bestemmes ved:

$$M(t_i) = M(t_{i-1}) + \exp\left(\frac{E_a}{R}\left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273 + \theta}\right)\right)(t_i - t_{i-1})$$
(B.3)

hvor E_a er en karakteristisk aktiveringsenergi, R er gaskonstanten, og θ er temperaturen i betonen. Hermed er det muligt at simulere varmeudviklingen og bestemme modenheden på baggrund af temperaturudviklingen som funktion af tiden. Modellen i Abaqus opbygges som en terning, der er perfekt isoleret på alle kanter. Hermed svarer modellen til de adiabatiske forhold, hvorfor der kan sammenlignes direkte med egenskabsmodellen, der er beskrevet i kapitel 4.

Det fundne forløb af varmeudviklingen kan ses i figur B.1.



Figur B.1: Sammenligning mellem den adiabatiske varmeudvikling fundet ved hhv. egenskabsmodellen og Abaqus, idet tallene i signaturforklaringen angiver den maksimale størrelse af inkrementerne.

Af figuren kan det ses, at alle forløbene i Abaqus stemmer godt overens med egenskabsmodellen i den første halvdel. Herefter begynder der at være en forskel, som bliver mindre, når inkrementernes størrelse bliver tilsvarende mindre.

På baggrund heraf vurderes det, at en inkrementstørrelse på maksimalt 0,2 timer er tilstrækkelig for at opnå en tilpas nøjagtig varmeudvikling i Abaqussimuleringerne.

BILAG C

Varmestråling fra betonkonstruktioner

Varmetransport kan skyldes tre forskellige mekanismer, hhv. varmeledning, Φ_t , konvektion, Φ_k , og stråling, Φ_s , der er illustreret på figur C.1. Hvor varmetransport ved ledning og konvektion skyldes bevægelse af energi gennem et stof grundet temperaturforskelle, vil enhver overflade, der har en temperatur over det absolutte nulpunkt, hele tiden både modtage og udsende varmestråling.



Figur C.1: Illustration af de tre mekanismer ved varmetransport, hhv. varmeledning, Φ_t , konvektion, Φ_k , og stråling, Φ_s .

I det følgende vil varmestråling blive beskrevet, idet denne mekanisme ofte undlades i beregningerne af varmetransporten fra en hærdnende betonkonstruktion. Det vil blive belyst, hvorfor det kan være relevant at medtage strålingsbidraget til varmetabet, men også hvorfor det kan være vanskeligt at medtage.

Stefan-Boltzmanns lov

For et absolut sort legeme kan effekten af varmestrålingen bestemmes ved Stefan-Boltzmanns lov, der er givet ved:

$$E_s = \sigma_s \theta^4 \tag{C.1}$$

hvor E_s er strålingseffekten pr. arealenhed, σ_s er Stefan Boltzmanns konstant, der er 2,04 · 10⁻⁷ kJ/m²hK⁴, og θ er overfladens absolutte temperatur. Heraf kan det ses, at intensiteten af strålingen er proportional med den absolutte overfladetemperatur i fjerde potens.

Da virkelige materialer oftest ikke kan betragtes som absolut sorte, indføres emissiviteten, ε_T , der er forholdet mellem udstrålingen fra den virkelige overflade, σ , og udstrålingen for den absolutte sorte overflade, σ_s . Emissiviteten antager en værdi i intervallet $0 \le \varepsilon_T \le 1$, idet den er 1 for den absolutte sorte overflade. Dermed kan varmetabet ved stråling bestemmes ved:

$$E_s = \varepsilon_T \sigma_s \theta^4 \tag{C.2}$$

Emissiviteten afhænger af den temperatur og bølgelængde, som strålingen udsendes med. De fleste bygningsmaterialer har en konstant emissivitet på omkring 0,9, som er gældende i temperaturintervallet fra 0 - 100 °C [Hansen et al., 2006, s. 104]. Flere andre kilder vurderer, at betons emissivitet ligger i intervallet 0,8-0,97, hvilket afhænger af bølgelængden og betonens farve, mens der ikke umiddelbart findes nogen værdi for ekspanderet polystyren, som anvendes til isolering af den i forsøget udstøbte beton.

Vinkelforhold

Formel C.2 angiver den strålingseffekt, der fra en flade udsendes mod det halvrum, som omgivelserne består af. Men da omgivelserne ofte består af andre flader, som kan have en anden temperatur end lufttemperaturen, kan udstrålingen mellem flader have en anderledes intensitet end til de øvrige omgivelser. For at tage højde for dette indføres vinkelforholdet, der er udtrykt ved forholdet mellem den effekt, der udstråles fra en flade til en anden, og den samlede effekt, som udstråles med halvrummet. Gennem visse omskrivninger af formel C.2 kan strålingsudvekslingen, Φ_{1-2} , mellem to flader bestemmes ved: [Hansen et al., 2006, s. 105]

$$\Phi_{1-2} = \varepsilon_{1-2}\sigma_s A_1 \left(\theta_1^4 - \theta_2^4\right) \tag{C.3}$$

hvor ε_{1-2} er den gensidige emissivitet mellem flade 1 og 2, som indeholder både de to fladers emissivitet og vinkelforholdet mellem dem. A_1 er arealet af fladen, hvor udstrålingen sker fra, mens θ_1 er den absolutte temperatur af den flade udstrålingen sker fra og θ_2 er den absolutte temperatur for den omgivende flade. Formel C.3 er et udtryk for det netto varmetab, der kommer fra flade 1 til flade 2, hvormed den stråling, som kommer fra flade 2 til flade 1, er medregnet.

Størrelsen af vinkelforholdet er vanskelig at bestemme, idet den afhænger af, hvor synlig fladen, der udstråles til, er i forhold til fladen, der udstråles fra. Dog er summen af alle vinkelforhold i det halvrum, som overfladen udstråler varme til, altid lig én. Såfremt omgivelserne består af mange flader, kan beregninger, der tager højde for varmestråling, bliverganske omfattende, idet der skal defineres areal, vinkelforhold, emissivitet og temperatur til hver flade. Dette er eksempelvis tilfældet i Laboratoriet for Betonteknologi, hvor forsøgene for bestemmelse af varmetransport er udført. Samtidig vil de øvrige flader samt solen også udsende varmestråling, som kan absorberes af betonoverfladerne.

Udstråling til himmelrum

Ved vinterstøbning, hvor lufttemperaturen er lav, kan stråling få en betydelig virkning på afkølingen af forskellige typer overflader, idet varmetabet afhænger af temperaturen i fjerde potens. Såfremt en horisontal overflade en vinternat står ubeskyttet mod en skyfri himmel, kan overfladen have et stort varmetab, idet himmelrummet tilnærmelsesvis kan regnes som en absolut sort flade, der har en temperatur, som er mere end 10 °C lavere end lufttemperaturen [Hansen et al., 2006, s. 107]. Vertikale flader udsender derimod ikke den samme mængde stråling mod himmelrummet, da de også kan se andre omgivende flader, så som jorden, hvorfor udstrålingen herfra ikke giver anledning til samme varmetab. Betonkonstruktioner, der står ubeskyttet hen en klar vinternat, kan dermed blive udsat for en stor afkøling.

Implementering i Abaqus

I Abaqus modellerne implementeres strålingsudvekslingen under modulet *Interactions*, hvor der angives en værdi af den gensidige emissivitet og omgivelsernes temperatur. Derudover markeres de overflader, hvor udstrålingen sker fra.

Da det udelukkende er forsøgsopstillingen, der modelleres i Abaqus, og ikke alle de omgivende overflader, skal den gensidige emissivitet dække over de indbyrdes vinkelforhold og emissiviteter, som er tilstede. Samtidig skal temperaturen angives, som ligeledes kan være forskellig fra overflade til overflade. Derfor er det i Abaqus modellerne antaget, at den gensidige emissivitet i forhold til alle de omgivende overflader i halvrummet er på 0,95 samtidig med, at de omgivende fladers temperaturer er sat lig lufttemperaturen.

Derudover skal der i Abaqus angives en værdi for Stefan-Boltzmanns konstant samt det absolutte nulpunkt.

BILAG D

Aftagende varmefylde

I det følgende vil det blive belyst, hvordan en varierende varmefylde i betonen kan medregnes under egenskabsmodellen for den adiabatiske varmeudvikling, samt hvordan en ændring i varmefylden vil påvirke en temperatursimulering i Abaqus.

D.1 Adiabatisk varmeudvikling

Betons varmeudvikling, Q, bestemmes ved:

$$Q = \frac{\rho c(\theta - \theta_B)}{C} \tag{D.1}$$

hvor θ og θ_B er hhv. betonens aktuelle temperatur og begyndelsestemperaturen, *c* er varmefylden, ρ er densiteten, og *C* er cementindholdet. Modsat tidligere, hvor varmefylden, *c*, holdes konstant, jf. kapitel 7, vil en lineær aftagende varmefylde som funktion af hydratiseringsgraden medføre, at den totale varmeudvikling for $M \rightarrow \infty$ bliver lavere, idet der anvendes mindre energi til at opvarme massen til en bestemt temperatur ved en hydratiseringsgrad, $\alpha_{hyd} \rightarrow 1$.

Ved at antage at varmefylden aftager proportionalt med hydratiseringsgraden, α_{hyd} , fra varmefylden, c_i , lig 1,10 kJ/kg°C til varmefylden, c_e , lig 0,80 kJ/kg°C, kan varmefylden i regressionsanalysen udtrykkes ved:

$$c(\alpha_{\rm hyd}) = c_i + (c_e - c_i)\alpha_{\rm hyd} = 1,10 - 0,30\alpha_{\rm hyd}$$
 (D.2)

hvor α_{hyd} varierer mellem 0 og 1.

Ved indførelse af en aftagende varmefylde i regressionsanalysen for den adiabatiske varmeudvikling er resultaterne, der kan ses i figur D.1, fundet. Programmet for regressionsanalysen med aftagende varmefylde kan findes på den vedlagte dvd.



(a) Varmefylden, c, som funktion af hydratiseringsgraden, α_{hyd} .



(c) varmeudviklingen, Q, som funktion af me denheden, M.

Figur D.1: Resultater fra regressionsanalysen for den adiabatiske varmeudvikling med varierende varmefylde.

Af figurerne kan det ses, at varmefylden udvikles proportionalt med hydratiseringsgraden, mens den totale varmeudvikling bliver lavere end, når varmefylden holdes konstant på 1,10 kJ/kg°C. Det fundne forløb af varmeudviklingen beskrives ved egenskabsmodellen med parametrene, Q_{∞} , τ_e og α , på hhv. 237 kJ/kg cement, 9,98 h og 0,98.

De fundne konstanter er efterfølgende anvendt til at simulere det adiabatiske temperatur- og varmeudviklingsforløb i Abaqus, hvor der i Abaqus ligeledes er anvendt varierende varmefylde. Resultatet af dette kan ses i figur D.2.

Af figuren kan det ses, at det adiabatiske temperaturforløb bliver betydelig mindre end ved det adiabatiske kalorimeterforsøg på trods af, at der er anvendt varierende varmefylde i både regressionsanalysen og i Abaqus. Samtidig kan det ses, at modenheden bliver lavere i Abaqus, hvilket skyldes forskellen i temperaturforløbet. Grunden til dette fald i temperaturen vil blive belyst i det følgende afsnit.



Figur D.2: Simulering af adiabatisk varmeudvikling i Abaqus med varierende varmefylde.

D.2 Varierende varmefylde i Abaqus

I Abaqus opbygges en simpel model, der anvendes til at beskrive, hvad der sker, når værdien af varmefylden ændres med hydratiseringsgraden. Princippet for modellen kan ses på figur D.3.



Figur D.3: Principmodel til undersøgelse af varmefylden.

Modellen opbygges således, at den er perfekt isoleret på alle sider, hvormed der ikke kan tilføres eller fjernes varme fra systemet. Varmestrømmen, Φ , er altså lig nul. Samtidig fastholdes massen, hvilket indebærer en konstant densitet, ρ , og volumen, V. Begyndelsestemperaturen sættes til 20 °C, mens varmefylden varieres proportionalt med hydratiseringsgraden, der i dette tilfælde er udtrykt ved tiden. Resultatet for Abaqus modellen kan ses i figur D.4.

Af figuren kan det ses, at temperaturen, på trods af et fald i varmefylden, forbliver konstant under hele forløbet. Dette betyder, jf. formel D.1, at der er forsvundet varme fra systemet under simuleringen, selvom systemet var perfekt isoleret. Dette er naturligvis en fejl, som vil give et forkert resultat ved simuleringen af temperaturforløbet under hærdning af beton i Abaqus.

Hvis en aftagende varmefylde skal medtages i Abaqus, skal det derfor være i for-



Figur D.4: Temperaturen, θ (sort), og varmefylden, c (blå), som funktion af tiden, t.

bindelse med materialets faseomdannelse, hvor betonen omdannes fra delvist flydende til fast stof, hvilket medfører en latent varme. I Abaqus er denne faseomdannelse temperaturafhængig som f.eks. for vand, der omdannes fra flydende til fast stof ved 0 °C. Idet betons faseomdannelse er en kemisk reaktion og ikke er temperaturafhængig, er det vanskeligt at medregne aftagende varmefylde for et materiale som beton i Abaqus.

Idet Abaqus umiddelbart ikke er i stand til medregne en varierende varmefylde, vil det i det følgende blive undersøgt, hvilken betydning størrelsen af varmefylden har for temperaturudviklingen. Undersøgelsen udføres med modellen, der er anvendt i afsnit 11.2, hvorfor resultaterne kan sammenlignes med forsøgsresultatet. Der undersøges kun for temperaturen i midten af betonen.

Ved at anvende en konstant varmefylde på enten 1,15, 1,10, 1,05 eller $0,80 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ i regressionsanalysen for den adiabatiske varmeudvikling, og efterfølgende anvende den samme konstante værdi for varmefylden i Abaqus, er resultaterne for temperaturudviklingen, der kan ses i figur D.5, fundet.

Af figuren kan det ses, at en ændring af varmefylden på $\pm 0.05 \text{ kJ/kg}^{\circ}\text{C}$ i forhold til den oprindelige varmefylde på 1,10 kJ/kg^{\circ}\text{C} enten giver en højere eller lavere temperatur både under opvarmning og afkøling. Derudover kan det ses, at en varmefylde på 0,80 kJ/kg^{\circ}\text{C} giver en stor afvigelse fra det fundne forløb ved forsøget, idet temperaturen er betydeligt lavere ved den maksimale temperatur samt under størstedelen af afkølingsforløbet. Ud fra formel D.1 burde ændringerne i varmeudviklingen og varmefylden have medført den samme temperatur i et lukket



Figur D.5: *Temperaturudvikling med konstant værdi for varmefylden i regressionsanalysen og Abaqus. Tallene i signaturforklaringen angiver varmefylden i kJ/kg°C.*

system, men da der sker varmetransport fra systemet, vil en beton med lav varmefylde hurtigere afkøles. På baggrund af disse betragtninger vurderes det, at en konstant varmefylde på 1,10 kJ/kg°C giver det mest fornuftige resultat i forhold til forsøgsresultaterne.

bilag E

Styrke- og stivhedsudvikling

I forbindelse med forsøget omhandlende tredimensional varmetransport er der foretaget cylindertryk- og spaltetrækprøvning i Laboratoriet for Betonteknologi. I dette bilag vil betonens tryk- og trækstyrke samt elasticitetsmodul blive bestemt som funktion af modenheden. Desuden vil der til sidst i bilaget blive fundet en værdi for Poissons forhold, v, for den fuldt hærdnede beton.

Til bestemmelse af betonens styrke- og stivhedsparametre anvendes cylindriske prøvelegemer med en diameter på 100 mm og en højde på 200 mm. Idet det ønskes at bestemme betonens styrke- og stivhedsparametre som funktion af modenheden, foretages prøvninger til 1, 3, 7 og 35 modenhedsdøgn. Til hvert modenhedsdøgn udføres tre prøvninger af hhv. tryk- og trækstyrken samt to af elasticitetsmodulet. Dette gør det muligt at vurdere hvert enkelt resultats egnethed, hvorefter der bestemmes en middelværdi. Dermed skal der anvendes 12 cylindre til både cylindertryk- og spaltetrækprøvning.

E.1 Cylindertrykstyrke

Betonens trykstyrke måles ved en såkaldt cylindertrykprøvning, hvor de cylindriske prøvelegemer belastes i en trykprøvningsmaskine, indtil der opstår brud. Der belastes med en trykhastighed på 6,3 kN/s, mens belastningen og længdetøjningen opsamles to gange pr. sekund. Når brud opstår, noteres den maksimale belastning, og det undersøges, om bruddet i cylinderen er tilfredsstillende [DS-håndbog 134.2.2, 2003, s. 67-75]. Indtil 40% af brudstyrken er opnået, måles cylindernes længdetøjning vha. tre clipgauges. Et billede af en cylindertrykprøvning kan ses på figur E.1.



(a) Prøvelegemet indsat i trykprøvningsmaskinen med clipgauges påmonteret.



(b) Brud i prøvelegemet.

Figur E.1: Cylindertrykprøvning.

Betonens trykstyrke, f_c , kan findes af:

$$f_c = \frac{F}{A_c} \tag{E.1}$$

hvor F er den maksimale belastning, og A_c er cylinderens gennemsnitlige tværsnitsareal. Udover betonens trykstyrke er det også muligt at bestemme betonens elasticitetsmodul ved Hookes lov:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_l} \tag{E.2}$$

hvor σ er normalspændingen, og ε_l er længdetøjningen

E.2 Spaltetrækstyrke

Betonens trækstyrke måles ved en spaltetrækprøvning, hvor et cylindrisk prøvelegeme udsættes for spaltning. Spaltning foregår ved at prøvelegemet udsættes for en trykkraft, som påføres to diamentralt modsat placerede belastningsstrimler af hård fiberplade langs prøvelegemets længderetning. Dermed medfører den resulterende trækkraft vinkelret på trykretningen brud på prøvelegemet ved trækspænding. Det er væsentlig, at prøvelegemet er placeret centralt, og at den øverste og nederste fiberplade er parallelle under hele belastningen. Der belastes med en trykhastighed på 1,6 kN/s, og når brud opstår, noteres den maksimale belastning. Et billede af en spaltetrækprøvning kan ses på figur E.2.

Spaltetrækstyrken, f_s , beregnes af følgende: [DS-håndbog 134.2.2, 2003, s. 133-143]

$$f_s = \frac{2F}{\pi h d} \tag{E.3}$$

hvor F er den maksimale belastning, h er cylinderens højde, og d er cylinderens diameter.





(a) Prøvelegemet indsat i trykprøvningsmaskinen.

Figur E.2: Spaltetrækprøvning.

E.3 Egenskabsmodel

I tabel E.1 kan den gennemsnitlige fundne tryk- og trækstyrke samt elasticitetsmodul ses. Dog har det for en modenhed på 35 døgn været nødvendigt at undlade resultatet fra den ene trækcylinder, idet denne havde for stor afvigelse i forhold til de andre.

	Modenhed [døgn]			
	1	3	7	35
Trykstyrke, <i>f_c</i> [MPa]	23,9	42,0	51,6	62,8
Trækstyrke, <i>f</i> _s [MPa]	2,4	3,1	3,7	4,7
Elasticitetsmodul, E [GPa]	22,0	28,8	31,2	36,1

Tabel E.1: Udvikling af tryk- og trækstyrke samt elasticitetsmodul.

Betonens styrke- og stivhedsudvikling kan ligesom for varmeudviklingen beskrives vha. egenskabsmodellen:

$$y(M) = y_{\infty} \exp\left(-\left(\frac{\tau_e}{M}\right)^{\alpha}\right)$$
 (E.4)

hvor y(M) enten er egenskaben f_c , f_t eller E til modenheden, M, y_{∞} er egenskaben for $M \to \infty$, τ_e er en tidskonstant, og α er en krumningsparameter. For at bestemme de tre parametre, y_{∞} , τ_e og α , for hver af de tre egenskaber laves en regressionsanalyse på de målte data, som er beskrevet i bilag A. Idet der først er udført træk- og trykprøvninger efter ét modenhedsdøgn, vil egenskabsmodellen have en for høj styrke- og stivhedsudvikling for en modenhed på under 10 timer for hhv. trækstyrken og elasticitetsmodulet. Der medtages derfor et ekstra punkt til regressionsanalysen, hvor det antages, at betonen efter en modenhed på 2 timer ikke har fået nogen styrke eller stivhed, hvilket svarer til betonens afbindingstid [Aalborg Portland, 2007, s. 22].

På baggrund af regressionsanalysen er de tre parametre, Q_{∞} , τ_e og α , som kan ses i tabel E.2.

	y∞ [MPa]	τ_e [h]	α[-]
Trykstyrke, f_c	68,7	26,2	0,7
Trækstyrke, <i>f</i> s	5,2	18,8	0,5
Elasticitetsmodul, E	$36,4 \cdot 10^{3}$	10,9	0,8

Tabel E.2: Parametrene der indgår i egenskabsmodellen.

Egenskabsmodellen afbildet enkeltlogaritmisk sammen med forsøgsresultaterne for både tryk- og trækstyrken samt elasticitetsmodul kan ses på figur E.3.

E.4 Poissons forhold

I forbindelse med cylindertrykprøvning for 35 modenhedsdøgn blev der udover længdetøjningen, ε_l , også målt tværtøjningen, ε_t , med strain gauges. Dermed er det muligt at bestemme Poissons forhold, v, for betonen ved:

$$v = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l} \tag{E.5}$$

Ud fra de målte data kan det gennemsnitlige Poissons forhold bestemmes til 0,2.



Figur E.3: Egenskabsmodellen for både tryk- og trækstyrken samt elasticitetsmodul. Forsøgsresultaterne er markeret med stjerner.

bilag F

Materialemodeller

Beton er et materiale, hvis arbejdskurve både kan opføre sig lineært elastisk og uelastisk. Indtil ca. 30% af den enaksede trykstyrke, f_c , vil betonen opføre sig lineært elastisk, hvor der kun forekommer elastiske tøjninger. Herefter opfører betonen sig uelastisk, hvor der vil komme revnedannelser, der kan betegnes som værende stabile. I denne fase vil der dermed være blivende plastiske tøjninger. Efter ca. 75% af trykstyrken vil revnedannelserne yderligere udvikle sig, hvor revnerne siges at være ustabile. [Chen og Han, 1988, s. 345-347]

I træk opfører beton sig derimod lineært elastisk op til ca. 60 til 80% af den enaksede trækstyrke, f_t , hvorefter der vil opstå revnedannelser. I træk vil udviklingen af ustabile revnedannelser komme forholdsvis hurtigt, hvorfor beton siges at opføre sig som et skørt materiale. En enakset arbejdskurve for beton i hhv. tryk og træk kan ses på figur F.1, hvor f_{c0} og f_{t0} er flydespændingen, der angiver overgangen mellem elastiske og uelastiske tøjninger. [Chen og Han, 1988, s. 347]



Figur F.1: Enaksede arbejdskurver for beton.

Beton hører til den gruppe af materialer, hvor cykliske belastninger af materialet

efterhånden medfører, at der opstår blivende plastiske tøjninger, samt at stivheden af materialet forringes. Denne effekt, der både sker ved tryk og træk, er illustreret på figur F.2.



Figur F.2: Illustration af af- og genbelastning af beton, hvor de stiplede linier angiver af- og genbelastningsgrene [Chen og Han, 1988, s. 384].

I fleraksede spændingstilstande beskrives den konstitutive betingelse for et materiale oftest gennem et flydekriterium, F. Er flydekriteriet mindre end nul, opfører materialet sig lineært elastisk, mens der indtræder flydning, hvis F = 0. Et flydekriterium større end nul er ikke muligt. Under antagelse af at beton er et isotropt materiale, kan flydekriteriet, F, generelt udtrykkes som:

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \kappa) = 0 \quad \text{eller} \quad F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \kappa) = 0 \tag{F.1}$$

hvor σ_1 , σ_2 , σ_3 er hovedspændinger, der er fundet ud fra σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{xz} , og τ_{yz} , mens κ er hærdeparametre. Ved anvendelse af invarianterne I_1 , J_2 og θ kan flydekriteriet også skrives som:

$$F(I_1, J_2, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\kappa}) = 0 \tag{F.2}$$

hvor I_1 er den første invariant af spændingstensoren, J_2 er den anden invariant af den deviatoriske spændingstensor, og θ er Lode vinklen. Invarianterne er givet ved:

$$I_{1} = \sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3} = \sigma_{ii}$$

$$J_{2} = \frac{1}{6}((\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}) = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}$$

$$\cos\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_{3}}{J_{3}^{3/2}}$$
(F.3)

hvor J_3 er den tredje invariant af den deviatoriske spændingstensor, der er givet som $J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$. Invarianterne har den fordel, at de er konstante i et beregningspunkt uanset, hvordan koordinatsystemet vender. [Chen og Han, 1988, s. 46-72]

Hærdeparametrene, κ , anvendes, når der indtræder plastiske deformationer i betonen, hvilket kan ændre flydefladens størrelse, form og/eller position. Ændringen af flydefladens størrelse betegnes isotrop hærdning, mens ændring af position betegnes kinematisk hærdning. Ved modellering af beton er det nødvendigt ved cykliske belastninger at inddrage både isotropisk og kinematisk hærdning, mens det for en monoton belastning er tilstrækkelig med isotrop hærdning.

Ud fra eksperimentelle data har det været muligt at estimere brudfladen for beton. Betons styrke er afhængig af det hydrostatiske tryk. Dette kan ses på figur F.3, hvor hhv. tryk- og trækmeridianen er optegnet.



Figur F.3: Tryk- og trækmeridianen optegnet i meridianplanet [Chen og Han, 1988, s. 355].

Generelt er følgende givet for hhv. tryk- og trækmeridianen:

Trykmeridian:
$$\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$$
 og $\theta = 60^\circ$
Trækmeridian: $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ og $\theta = 0^\circ$ (F.4)

Idet beton antages at være et isotropt materiale, er brudfladen symmetrisk i deviatorieplanet. For træk og små trykspændinger er brudfladens form næsten trekantet, mens den for større trykspændinger overgår til en nærmest cirkulær form. Betonens brudflade i deviatorieplanet kan ses på figur F.4.



Figur F.4: Brudfladen i deviatorieplanet, hvor C og T angiver hhv. tryk- og trækmeridian [Chen og Han, 1988, s. 355].

Da beton er et friktionsmateriale, vil der under plastiske deformationer ske dilatation af betonen, dvs. volumenet udvider sig. Antages associeret flydning i materialemodellerne, vil der ske for store volumenudvidelser, idet flydekriteriet overestimerer det plastiske tøjningsinkrement. Derfor bør der anvendes ikke-associeret flydning, hvor der defineres et plastisk potentiale. Idet ikke-associeret flydning ofte er vanskeligt at implementere i de numeriske beregninger, vælges det ofte at anvende associeret flydning på trods af overestimeringen.

Abaqus giver mulighed for anvendelse af en lang række materialemodeller, der kan analysere lineære og ikke-lineære problemstillinger. Blandt disse modeller findes to specifikke materialemodeller, der kan anvendes til at simulere betonkonstruktioner:

- · Concrete smeared cracking
- · Concrete damaged plasticity

Disse modeller er udviklet, så de kan anvendes for både armerede og uarmerede betonkonstruktioner. Dog beskrives de i det følgende udelukkende i forhold til, at der ikke anvendes armering i betonen, som er tilfældet i nærværende projekt. Derudover anvendes også en modificeret Mohr-Coulomb model, der ligeledes forventes at give gode resultater for beton.

I det følgende vil de tre materialemodeller blive beskrevet, mens der henvises til kapitel 13 for beskrivelsen af de anvendte materialeparametre. Beskrivelserne af de to materialemodeller, som Abaqus indeholder, er baseret på Abaqus brugermanualen, medmindre andet er nævnt.

F.1 Mohr-Coulomb

Mohr-Coulomb modellen anvendes ofte til geotekniske problemstillinger, men har også vist sig anvendelig til beton. Modellen antager, at materialet opfører sig lineært elastisk-ideal plastisk, som det fremgår af figur F.5.

Modellen angiver sammenhængen mellem Mohrske cirkler og Coulombs brudkriterium, hvor de Mohrske cirkler angiver spændingstilstande, og Coulombs brudkriterium angiver, hvornår brud indtræffer. Coulombs brudkriterium kan ses på figur F.6, idet det er optegnet i et σ , τ -koordinatsystem med Mohrs cirkler indtegnet for spændingerne i det punkt, hvor brud indtræffer.

Coulombs brudkriterium forudsætter, at $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$, men af figur F.6 kan det ses, at den midterste hovedspænding, σ_2 , ikke har betydning for bruddet. Coulombs brudkriterium skrives på hovedspændingsform som:

$$k\sigma_1 - \sigma_3 - f_c = 0 \tag{F.5}$$



Figur F.5: Lineært elastisk-ideal plastisk arbejdskurve.



Figur F.6: Coulombs brudkriterium med Mohrs cirkler for spændingerne i et punkt [Ottosen og Ristinmaa, 2005, s. 167].

hvor f_c er materialets enaksede trykstyrke, og k er en materialeparameter, som er givet ved:

$$k = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} \tag{F.6}$$

hvor φ er materialets friktionsvinkel. [Ottosen og Ristinmaa, 2005, s. 165-171]

For at give en bedre rumlig beskrivelse af Coulombs brudkriterium, er kriteriet ved anvendelse af invarianterne optegnet i hhv. meridian- og deviatorieplanet, hvilket kan ses på figur F.7.



Figur F.7: Coulombs brudkriterium i meridian- og deviatorieplanet, hvor C og T angiver hhv. trykog trækmeridianen [Ottosen og Ristinmaa, 2005, s. 169-170].

Mohr-Coulomb modellen udgøres i hovedspændingsrummet af en heksagonal kegle, hvor materialet opfører sig lineært elastisk ved spændinger inden for fladen, mens det der indtræder flydning og plastiske tøjninger på randen. Mohr-Coulomb modellen i hovedspændingsrummet kan ses på figur F.8.



Figur F.8: Mohr-Coulomb modellen i hovedspændingsrummet.

Da der ikke optræder hærdning i modellen pga. den ideale plasticitet, fastholdes flydefladen i hovedspændingsrummet ved flydning af materialet.
F.1.1 Modificeret Mohr-Coulomb

Ovenstående Mohr-Coulomb kriterium angiver, at $f_t = \frac{f_c}{k}$, og idet k for beton oftest kan sættes til 4, gælder det at $f_t = 0.25 f_c$. Men da beton generelt ikke kan optage så store trækspændinger, er det nødvendigt at modificere kriteriet, så betonens korrekte trækstyrke, f_t , kan anvendes. Modellen modificeres ved at indføre *tension cut-off* ved anvendelse af et Rankine kriterium, der i princippet er en Mohr-Coulomb model, hvor friktionsvinklen, φ , er 90° svarende til en vertikal brudbetingelse i et σ , τ -koordinatsystem. På figur F.9 kan det modificerede brudkriterium i et σ , τ koordinatsystem ses med Mohrs cirkler indtegnet for spændingen i et punkt, hvor trækbrud indtræffer.



Figur F.9: Coulombs modificerede brudkriterium med Mohrs cirkler for spændingerne i et punkt.

Mohr-Coulombs modificerede brudkriterium er et kombineret brudkriterium, som angiver, at der indtræder brud, hvis følgende er gældende:

$$k\sigma_1 - \sigma_3 - f_c = 0 \quad \text{eller} \quad \sigma_1 - f_t = 0 \tag{F.7}$$

Den modificerede Mohr-Coulomb model kan ses på figur F.10 i hovedspændingsrummet, hvor kriteriet uden *tension cut-off* er angivet med stiplede linier. [Ottosen og Ristinmaa, 2005, s. 179-183]

Hvis spændingerne i simuleringen overstiger trækstyrken, svarende til enten Rankine eller Mohr-Coulomb kriteriet, opstår der revner i betonen. I denne model antages det, at når en revne er opstået i et beregningspunkt, opfører materialet sig efterfølgende idealt plastisk i beregningspunktet ved fortsat belastning.



Figur F.10: Coulombs modificerede brudkriterium i hovedspændingsrummet. Kriteriet uden tension cut-off er angivet med stiplede linier.

F.2 Concrete smeared cracking

Concrete smeared cracking er en materialemodel, der primært anvendes til modellering af beton i Abaqus, hvor belastningen sker monotont, og hvor der enten er risiko for revnedannelse ved trækbrud eller knusning ved trykbrud.

I Concrete smeared cracking er betonens arbejdskurve modelleret, som det kan ses på figur F.11.



Figur F.11: Arbejdskurven der anvendes i Concrete smeared cracking modellen.

Af figuren kan det ses, at betonen indledningsvis opfører sig lineært elastisk både under træk og tryk. Trykbelastning efter flydespændingen, f_{c0} , medfører blivende plastiske tøjninger, idet der optræder hærdning i materialet. Ved af- og genbelastning antager modellen en lineær af- og genbelastningskurve, hvilket er en tilnærmelse af betonens virkelige arbejdskurve. Derfor er modellen ikke velegnet ved cykliske belastninger. Betonen bryder ved knusning, når trykspændingen overstiger trykstyrken.

På figur F.11 kan det ligeledes ses, at trækspændingen efter revnedannelse falder mod nul, mens materialestivheden reduceres. Samtidig kan det ses, at der i modellen ikke regnes med blivende plastiske tøjninger som følge af revnedannelsen. Desuden kan revnerne lukke helt sammen, når de påvirkes af tryk. Dog vil svækkelsen i materialestivheden overfor trækspændinger stadig være tilstede i simuleringen.

Concrete smeared cracking modellen optegnet i hhv. meridian- og devatorieplanet kan ses på figur F.12. I flydefunktionerne for flydefladerne er der antaget associeret flydning og isotrop hærdning.



Figur F.12: Concrete smeared cracking modellen i meridian- og deviatorieplanet, hvor C og T angiver hhv. tryk- og trækmeridianen.

Materialemodellen anvender en såkaldt smeared cracking model til at analysere selve revnedannelsen. Denne model viser ikke de enkelte revner direkte, men tager dem i betragtning ved, at de bliver "tværet" ud på det element, hvori revnen er opstået. Hermed forbliver elementet et intakt kontinuum, men dets egenskaber ændres, hvorfor elementet går fra at være isotropt til at blive ortotropt.

Ændringen af materialestivheden sker som følge af to brudtilstande, I og II, der svarer hhv. til en spændings- og forskydningsafhærdning. I brudtilstand I anvendes *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements* betragtning om den energi, G_f , der skal anvendes til at åbne en revne [Hillerborg et al., 1976]. Energien, G_f , bestemmes som arealet under kurven, der viser den aftagende spænding ved revnen som funktion af revnevidden. En tilnærmet model for dette kan ses på figur F.13.

Af figuren kan den maksimale revnevidde, u_0 , bestemmes ved:

$$u_0 = \frac{2G_f}{f_t} \tag{F.8}$$



Figur F.13: *Tilnærmet model af spændingen,* σ *, som funktion af revnevidden, u_n.*

hvor f_t er trækstyrken.

I brudtilstand II reduceres forskydningsmodulet som funktion af revnevidden, hvilket bestemmes ved:

$$G_c = \rho G \tag{F.9}$$

hvor G_c er det reducerede forskydningsmodul, G er materialets oprindelige forskydningsmodul, hvor der ikke er opstået trækbrud, og ρ er en faktor, der angiver, hvor stor en del af forskydningsmodulet, der bevares efter revnedannelsen:

$$\rho = \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\max}}\right) \quad \text{for} \quad \varepsilon < \varepsilon_{\max}$$
(F.10)

hvor ε er den aktuelle tøjning, som revnen medfører, og ε_{max} er den maksimale tøjning, som revnen kan medføre. I modellen angives størrelsen på ε_{max} samt en faktor ρ^{close} , der angiver, hvor stor en del af forskydningsmodulen, der er bevaret, hvis revnen lukker sig igen. ρ^{close} kan have en værdi mellem 0 og 1.

F.3 Concrete damaged plasticity

Concrete damaged plasticity er en materialemodel, der er velegnet til at analysere betonkonstruktioner, der er udsat for cyklisk eller dynamisk belastning, men kan også anvendes ved monoton belastning. I forhold til de øvrige materialemodeller tager denne model højde for, at der kommer blivende plastiske tøjninger, som medfører forringelser af stivheden, når der opstår revner i betonen, jf. figur F.2.

Materialemodellen tager sit udgangspunkt i de enaksede arbejdskurver, der kan ses på figur F.14.

Af figurerne kan det ses, at der sker en stivhedsforringelse, d_c og d_t , som følge af plastiske tøjninger for hhv. tryk og træk.

I modellen er der taget højde for, at stivheden genvindes, når en revne lukkes helt ved, at belastninger overgår fra træk til tryk, mens stivheden ved trækbelastning ikke genvindes, hvis der er opstået knusning ved trykbelastning.



Figur F.14: Enakset arbejdskurve for Concrete damaged plasticity.

I flydefunktionen for Concrete damaged plasticity medtages isotrop hærdning samt ikke-associeret flydning. Parametrene, der styrer hærdningen, er de plastiske tøjninger, ε_c^{pl} og ε_t^{pl} . Flydefunktionen optegnet i meridian- og deviatorieplanet kan ses på figur F.15.



Figur F.15: Concrete damaged plasticity optegnet i hhv. meridian- og deviatorieplanet.

Af figuren kan det ses, at flydefladen bl.a. afhænger af en dimensionsløs parameter, a, der bestemmes ud fra forholdet mellem den biaksiale trykflydespænding, f_{b0} , og den enaksede trykflydespænding, f_{c0} :

$$a = \frac{\frac{f_{b0}}{f_{c0}} - 1}{2\frac{f_{b0}}{f_{c0}} - 1} \tag{F.11}$$

Da $\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$ for beton normalt ligger mellem 1,10 og 1,16, vil parameteren, *a*, antage værdier mellem 0,08 og 0,12 [Lubliner et al., 1989, s. 306].

Arbejdskurven efter trækbrud ved revnedannelse modelleres på tilsvarende vis, som det er gældende for Concrete smeared cracking modellen, hvor der angives en brudenergi for revnen, jf. formel F.8.

bilag G

Parameterstudium

I dette bilag undersøges indledningsvis hvilken inkrementstørrelse, der er nødvendig til hhv. modificeret Mohr-Coulomb og Concrete damaged plasticity i Abaqussimuleringerne. Efterfølgende undersøges det, hvor følsomme de enkelte materialeparametre er for tøjnings- og spændingsresultatet for de to modeller. Undersøgelsen er udført med den i kapitel 13 anvendte 3D model.

G.1 Inkrementundersøgelse

Inkrementstørrelsen bestemmes ved at holde de mekaniske materialeparametre konstante, mens den maksimale inkrementstørrelse for hhv. modificeret Mohr-Coulomb og Concrete damaged plasticity varieres. De fundne resultater med forskellige inkrementstørrelser kan ses på figur G.1.

Af figuren ses det, at ved anvendelse af en inkrementstørrelse på 0,01 og 0,06 timer fås der ens resultater, hvorfor det vurderes, at være tilstrækkelig at anvende en inkrementstørrelse på 0,06 timer i de efterfølgende simuleringer. Dette er betragtelig lavere end ved temperatursimuleringen, hvor inkrementstørrelsen maksimalt måtte være 0,2 timer, jf. bilag B.

G.2 Materialeparametre

I det følgende undersøges hvilken betydning en ændring af alle de mekaniske materialeparametre har for tøjnings- og spændingsresultatet. Til analysen anvendes tre



(b) Concrete damaged plasticity.

Figur G.1: Sammenligning af forskellige tidsinkrementer, idet tallene i signaturforklaringen angiver størrelsen på inkrementerne.

udvalgte punkter. To punkter, hhv. 1 og 2, hvor spændingen når op på trækstyrken, samt ét punkt, 3, hvor spændingen ikke når op på trækstyrken. De tre punkters placering kan ses på figur G.2.

Figur G.2: Skitse af den ottendedel af betonterningen, hvor punkt 1, 2 og 3 er placeret.

G.2.1 Modificeret Mohr-Coulomb

Til den modificerede Mohr-Coulomb model anvendes som udgangspunkt de i tabel G.1 opskrevne materialeparametre, hvorefter de enkeltvis ændres for at undersøge, hvilken betydning en ændring har for både den maksimale hovedtøjning og -spænding.

Materialeparameter	Udgangsværdi
β	$1,0.10^{-5}$ °C ⁻¹
ν	0,2
E	36,0 GPa
${oldsymbol{arphi}}$	$28,0^{\circ}$
Ψ	$28,0^{\circ}$
f_t	5,1 MPa
f_c	66,3 MPa

Tabel G.1: *Materialeparametre, der anvendes som udgangspunkt i parameterstudiet af modificeret Mohr-Coulomb.*

I kapitel 12 er det vurderet, at en varmeudvidelseskoefficient, β , for betonen på $1,0 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$ stemmer godt overens med forsøget. Dog kunne en afvigelse på $\pm 0,1 \cdot 10^{-5} \circ C^{-1}$ også stemme overens med forsøget, hvorfor betydningen af en ændring i denne størrelsesorden undersøges. Betydningen af ændringen af varmeudvidelseskoefficienten kan ses på figur G.3.

Figur G.3: Betydning for ændring af varmeudvidelseskoefficienten. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren ses det, at en ændring af varmeudvidelseskoefficienten på $\pm 0.1 \cdot 10^{-5}$ °C⁻¹ har en forholdsvis stor betydning for den maksimale hovedtøjning og -spænding i alle tre punkter, hvormed det er muligt at ændre på varmeudvidelseskoefficientens størrelse for at få en bedre tilpasning til forsøget.

I forbindelse med forsøget omhandlende tredimensional varmetransport blev betonens styrke- og stivhedsparametre målt. Betonens elasticitetsmodul og Poissons forhold blev dog bestemt ud fra bedste rette linier, hvormed der er en mindre usikkerhed på resultatet. Derfor er der på figur G.4 og G.5 undersøgt betydningen for ændring af disse.

Figur G.4: Betydning for ændring af Poissons forhold. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figurerne kan det ses, at en ændring af Poissons forhold eller elasticitetmodulet stort set ikke har en betydning for tøjningsresultatet. Derimod har det en betydning for spændingsresultatet, men da der i forsøget ikke kan måles spændinger, er det ikke muligt at vurdere, om de bestemte værdier for Poissons forhold og elasticitetsmodulet er passende.

Figur G.5: *Betydning for ændring af elasticitetsmodulet. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.*

Betonen udsættes hovedsageligt for trækpåvirkning under afkølingen, hvorfor størrelsen på trykstyrken ikke får nogen betydning. Betonens trækstyrke er målt som en spaltetrækstyrke, hvilket ikke er lig den enaksede trækstyrke. Der findes dog ikke et entydigt svar på, hvor stor den enaksede trækstyrke er i forhold til spaltetrækstyrken. Ifølge *Beton-Bogen* er den enaksede trækstyrke lig 60% af spaltetrækstyrken, hvilket formodentligt er konservativt sat [Herholdt et al., 1985, s. 149]. I *The effect of aggregate size on the use of the cylinder splitting test as a measure of tensile strength* angives det, at den enaksede trækstyrke er 90% af spaltetrækstyrken [Hannant et al., 1973]. Derfor undersøges det, hvilket betydning det har for tøjnings- og spændingsresultatet, om der anvendes den målte spaltetrækstyrke eller 60 og 90% af denne, hvilket kan ses på figur G.6.

Figur G.6: Betydning for ændring af trækstyrken. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren ses det, at trækstyrken har stor betydning for spændingen i punkt 1, hvor spændingen kommer op på trækstyrken, hvilket også var forventet. Yderligere ses det, at en ændring af trækstyrken kun har en mindre betydning for tøjningen. Dog vurderes det stadig muligt at ændre på trækstyrken for at få en bedre tilpasning til forsøgsresultatet. I den modificerede Mohr-Coulomb model antages associeret flydning, hvor friktions- og dilatationsvinkel sættes lig hinanden. Ifølge *Limit Analysis and Concrete plasticity* kan en betons friktionsvinkel variere mellem på 28° og 37° afhængig af trykstyrken, hvorfor det er nødvendigt at undersøge tøjnings- og spændingsresultatet for disse værdier [Nielsen, 1999, s. 42]. Resultatet kan ses på figur G.7.

Figur G.7: Betydning for ændring af friktions- og dilatationsvinklen under antagelse af associeret flydning. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren kan kun resultatet med en friktionsvinkel på 37° ses, hvilket skyldes, at de øvrige resultater er sammenfaldende med dette. Dermed kan det konkluderes, at størrelsen på friktions- og dilatationsvinklen ikke har nogen betydning for hverken tøjningen eller spændingen. Dette skyldes, at betonen hovedsagelig er udsat for trækpåvirkning, hvor friktionen og dilitationen ikke har afgørende betydning for resultaterne.

G.2.2 Concrete damaged plasticity

Til Concrete damaged plasticity anvendes som udgangspunkt de værdier, som Abaqus anvender som standard, samt de i tabel G.2 opskrevne materialeparametre.

I Concrete damaged plasticity har en ændring af betonens varmeudvidelseskoefficient, Poissons forhold, elasticitetsmodul og trækstyrke samme betydning som for modificeret Mohr-Coulomb, hvorfor der henvises til figur G.3, G.4, G.5 og G.6 for at se betydningen af en ændring af disse.

Betydningen af størrelsesordenen på excentricitetsfaktoren, e, kan ses på figur G.8.

Af figuren ses det, at ved de anvendte værdier er der ikke forskel på tøjnings- og spændingsresultatet. Det har ikke været muligt at anvende værdier større end 5,0, idet der dermed ikke kan opnås konvergens. Det vurderes derfor, at størrelsen på excentricitetsfaktoren, *e*, skal være indenfor det afprøvede.

Materialeparameter	Standardværdi i Abaqus
e	0,10
$\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$	1,16
K_c	0,67
μ	0,00
Materialeparameter	Udgangsværdi
β	$1,0.10^{-5}$ °C ⁻¹
ν	0,2
E	36,0 GPa
Ψ	28,0°
f_{c0}	19,9 MPa
$arepsilon_c^{pl}$	0,0
G_{f}	120 N/m
d_t	0;0
$oldsymbol{arepsilon}_t^{ck}$	0;0

Tabel G.2: *Materialeparametre, der anvendes som udgangspunkt i parameterstudiet af Concrete damaged plasticity.*

Figur G.8: Betydning for ændring af excentricitetsfaktoren. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Forholdet $\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$ anbefaler Abaqus at sætte til 1,16, men ifølge *A plastic-damage model for concrete* er det eksperimentelt vist, at forholdet kan sættes mellem 1,10 og 1,16 [Lubliner et al., 1989]. På figur G.9 er det derfor vist, hvilken betydning de to værdier har for tøjnings- og spændingsresultatet.

Figur G.9: Betydning for ændring af forholdet $\frac{f_{b0}}{f_{c0}}$. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren kan det ses, at en ændring inden for det omtalte interval ikke giver forskel på tøjnings- og spændingsresultatet.

Abaqus angiver, at parameteren K_c skal sættes til mellem 0,5 og 1,0, hvorfor det undersøges, hvilken betydning det har for tøjnings- og spændingsresultatet, om K_c er 0,5 eller 1,0, hvilket kan se på figur G.10.

Figur G.10: Betydning for ændring af parameteren K_c . Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren ses det, at størrelsen på K_c hverken har en indflydelse på tøjningen eller spændingen.

I Concrete damaged plasticity indgår ligeledes en viskositetsparameter, μ , som af Abaqus anbefales at være lille i forhold til størrelsen af tidsinkrementet. Parameteren kan anvendes til at opnå konvergens i Abaqus, såfremt der er problemer med dette. Idet der er anvendt en inkrementstørrelse på 200 s, bør viskositetsparameteren ikke sættes højere end 200. Betydningen af viskositetsparameterens størrelse kan ses på figur G.11.

Figur G.11: Betydning for ændring af viskositetsparameteren. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren ses det, at det kun er spændingsresultatet, der giver en ændring ved anvendelse af en viskositetsparameter på 200. Idet spændingen bliver større end trækstyrken ved at anvende 200, og Abaqus anbefaler at anvende en værdi så lille som muligt for bedst at opnå konvergens, vurderes det at være bedst med en værdi på 0,0. Concrete damaged plasticity modellen antager ikke-associeret flydning, hvorfor det ikke er nok kun at kontrollere resultatet fra en dilatationsvinkel på 28° og 37° svarende til friktionsvinklen. Derfor undersøges desuden betydningen af at sætte dilatationsvinklen til 0,01°. Resultatet for betydningen af dilatationsvinklens størrelse kan se på figur G.12.

Figur G.12: Betydning for ændring af dilatationsvinklen. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Af figuren kan det ses, at størrelsesordenen på dilatationsvinklen ikke har betydning for hverken tøjningen eller spændingen.

Ifølge Fracture energy of concrete er betonens brudenergi, G_f , afhængig af beton-

ens maksimale stenstørrelse, tilslagstype, vand-cement forhold, alder og forholdet mellem cementpasta og tilslag. For den pågældende beton vil brudenergien ligge mellem 80 og 120 N/m, hvorfor der på figur G.13 er undersøgt betydningen af en ændring af brudenergien [Petersson, 1980]. Desuden er der på figuren vist resultatet med en brudenergi på 50 N/m, idet det er fundet, at denne har en betydning for resultatet.

Figur G.13: Betydning for ændring af brudenergien. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

En ændring af betonens brudenergi fra 80 og 120 N/m har ingen betydning for resultatet. En brudenergi på 50 N/m får dog betydning for spændings- og tøjningsresultatet i punkt 2, der er placeret tæt ved randen. Hvis der udføres en simulering af en beton under hærdning, er det ligeledes nødvendigt at undersøge, om en brudenergi på mindre en 80 N/m har betydning for resultatet, idet denne stiger med hydratiseringsgraden.

På figur G.14 kan det ses, at en ændring af trykflydespændingen på $\pm 10\%$ giver en meget lille ændring af spændingsresultatet, idet de tre grafer ikke ligger præcis oven i hinanden.

Figur G.14: Betydning for ændring af trykflydespændingen. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.

Dette skyldes, at parameteren K_c er forholdet mellem den anden spændingsinvariant på træk- og trykmeridianen, hvormed trykflydespændingen får en indflydelse på resultatet. Dog er betydningen af trykflydespændingen lille.

Til sidst undersøges, om det er nødvendigt at angive betonens stivhedsforringelse i træk, d_t , og den tilhørende plastiske tøjning, ε_t . Resultatet kan ses på figur G.15.

Figur G.15: *Betydning for ændring af stivhedsforringelse i træk og den tilhørende plastiske tøjning. Punkt 1 er fuldt optrukket, punkt 2 er stiplet, og punkt 3 er markeret med krydser.*

Af figuren kan det ses, at det ikke har den store betydning, om der anvendes stivhedsforringelse eller ej. Dette skyldes formodentlig, at betonen ikke belastes cyklisk, hvorfor stivhedsforringelsen bliver irrelevant.

Generelt kan det af parameterstudiet ses, at det kun er varmeudvidelseskoefficienten og trækstyrken, der har betydning for resultatet i den modificerde Mohr-Coulomb og Concrete damaged plasticity model. Dette skyldes hovedsageligt størrelsen af den anvendte betonterning. Hvis parameterstudiet i stedet for blev udført med en større terning, kan flere af parametrene få en betydning. Det afgrænses dog fra at komme ind på en sådan undersøgelse i nærværende projekt.

bilag H

Abaqus

I dette bilag beskrives, hvordan det kommercielle elementmetodeprogram Abaqus version 6.7 anvendes til en numerisk simulering af temperatur- og spændingstilstanden i massive betonkonstruktioner. Da der i nærværende projekt udelukkende ses på temperatur- og spændingstilstande, vil der i det følgende kun blive beskrevet de anvendte moduler, mens der henvises til Abaqus brugermanualerne, der er inkluderet i programmet, for yderligere oplysninger.

På figur H.1 kan brugerfladen i Abaqus ses.

Abaqus/CAE Version 6.7-1 [Viewport: 1]		
E Ble Model Weyport Yew Material Section Profile	Composite Assign Special Peakure Tools Plug-ins Help N?	a ×
🗋 🗁 📾 🖶 🅐 오 🔍 🔯 11 🗄 昌	🕨 🖉 🗇 🇊 🍘 🕐 👁 👁 🐂 🧊 🦻 Property defaults 💌 Værktøjslinie	
Model Results	Module: Property 👻 Model: Model-1 👻 Part: 🔤	
🚝 Model Database 🛛 👻 🌲 🥸		
Control Control Contr	Image: Second	
	7	5

Figur H.1: Brugerfladen i Abaqus.

I det store mørkeblå felt er selve arbejdsområdet, hvor modellen opbygges og redigeres. Til venstre i brugerfladen ses det såkaldte *Model Tree*, der er en visuel beskrivelse af de trin, der er kan anvendes til simuleringen i Abaqus.

H.1 Moduler

For at opstille en Abaqus model skal forskellige moduler gennemgås. I det følgende vil anvendelsen af hver af disse moduler blive beskrevet.

H.1.1 Part

Part modulet giver mulighed for at tegne de enkelte dele, der tilsammen udgør hele modellen. *Part* modulet indeholder værktøjer, som bl.a. gør det muligt at definere modellens dimensioner. Ved oprettelse af en *Part* er det nødvendigt at angive, om der skal anvendes en 2D, 3D eller aksesymmetrisk model, om modellen er deformerbar eller stiv, samt om modellen er massiv, skal, wire eller blot et punkt. I nærværende projekt gøres der kun brug af 2D og 3D modeller, og modellerne antages at være massive og deformerbare. Idet en ny *Part* oprettes, lister Abaqus automatisk navnet på delen op under ikonet på *Part* modulet i *Model Tree*. Når alle delene til modellen er tegnet, sættes de sammen til én model ved hjælp af *Assembly* modulet.

H.1.2 Property

Under *Property* modulet defineres materialer og tværsnit under hhv. *Materials* og *Sections*.

Materials

Ved oprettelse af et materiale udvælges de materialeparametre, som er relevante for den enkelte simulering. Ved simulering af varmetransport og spændinger kan bl.a. defineres parametrene, der kan ses i tabel H.1. Derudover anvendes i spændingsanalysen de anførte materialemodeller, som er beskrevet i bilag F.

De i tabellen anførte materialeparametre brugerdefinerede variabler og varmeudvikling defineres gennem en subrutine i programmeringssproget Fortran. Denne fil importeres til Abaqus modellen under modulet *Job*. I dette tilfælde bruges de brugerdefinerede variabler til at definere betonens hydratiseringsgrad. Depvar anvendes til at angive hvor mange brugerdefinerede variabler, *SDV*, der kommer som output bl.a. i subrutinen for varmeudviklingen.

Generelle	Termiske	Mekaniske
Densitet, ρ	Varmeledningsevne, λ	Elasticitet, E og v
Depvar	Varmefylde, <i>c</i>	Varmeudvidelseskoefficient, β
Brugerdefinerede	Varmeudvikling, Q	
variabler		

Tabel H.1: Materialeparametre, der kan være nødvendige at definere i Abaqus.

Derudover kan der også laves *User Materials*, der er brugerdefinerede materialemodeller, som kan udvikles i programmeringssproget Fortran.

Sections

Section indeholder information omkring tværsnittet for hver enkel Part. Når et Section er oprettet, kan den kobles sammen med en specifik del af den tegnede model ved hjælp af ikonet Section Assignments, der findes under Part modulet.

H.1.3 Assembly

Når der oprettes en *Part*, tegnes delen i et lokalt koordinatsystem. Ved hjælp af *Assembly* modulet sættes alle delene til modellen sammen i et globalt koordinatsystem. Dermed kan en model indeholde op til flere *Parts*, men kun én *Assembly*.

H.1.4 Step

Under *Step* modulet defineres de enkelte beregningstrin, som modellen skal analyseres for. Abaqus laver som standard et *Initial step*, som gør det muligt at definere rand- og begyndelsesbetingelser samt interaktioner, der er relevante fra begyndelsen af analysen.

Dernæst defineres de øvrige *Steps*, som er relevante for analysen. I hvert af disse *steps* defineres hvilken analysemetode, der anvendes. Dette kan eksempelvis være en statisk spændings- eller varmeledningsanalyse. I disse *steps* skal tidsintervallet samt det maksimale antal af inkrementer og deres størrelse også defineres.

Når de øvrige *Steps* defineres, laves automatisk et *Field Output Request*, hvori der angives hvilke parametre, der skal beregnes i analysen. Såfremt der i Fortran-filen anvendes hhv. *State variables* og *Fields*, kan disse med fordel medtages som output under *Field Output Request*.

H.1.5 Interaction

Under *Interactions* kan eksempelvis det konvektive varmeovergangstal og udstråling mellem overflader defineres. Til dette kan det være relevant at angive temperaturvariationer over et tidsinterval, hvilket gøres ved hjælp af *Amplitudes*. I *Amplitudes* vælges mellem forskellige typer af modeller, som kan beskrive eksempelvis temperaturen over døgnet. Eksempelvis vil *Periodic* beskrive temperaturen som en sinus/cosinus-kurve, mens *Tabular* gør det muligt at indsætte målte temperatur over tidsintervallet.

Såfremt det ønskes, at visse dele af modellen skal fjernes under selve analysen, kan dette gøres under *Edit Keywords*. Her fremkommer en forkortet udgave af inputfilen, hvori der under de respektive *Steps* kan anvendes funktionen **Model Change*, *Remove*, der efterfølges af navnet på det *Set*, som delen udgøres ved.

Derudover skal overgangen mellem flader, der er placeret mod hinanden, defineres. Hertil anvendes *Constraints*, hvor to flader vælges som hhv. en *Master* og en *Slave*. Anvendes typen *Tie* får de to flader den samme bevægelse eller temperatur, selvom de har forskellige *Meshes*. Idet der gøres brug af funktionen **Model Change, Remove*, er det nødvendigt, at den del, der bliver i modellen, er defineret som *Master*.

H.1.6 Load

Under *Load* modulet defineres laster, rand- og begyndelsesbetingelser. Under laster defineres samtlige laster, der påvirker konstruktionen, hvilket også indebærer tyngdekraften. Randbetingelserne defineres for understøtninger og symmetribetingelser. Mens begyndelsesbetingelserne bl.a. defineres for startstemperaturer og udviklinger i temperaturen under beregningen.

H.1.7 Mesh

Her defineres det *Mesh*, som beregningen udføres efter. Under *Mesh* skal det vælges hvilken type elementer, der anvendes. Elementets type og antallet deraf er afgørende for, hvor godt beregningen konvergerer, men også af betydning for selve beregningstiden. I brugermanualerne er der beskrevet hvilken elementtype, der bør anvendes til de forskellige analyser.

H.1.8 Job

Der laves et *Job*, som kører selve analysen. Her henvises til eventuelle tilføjelsesprogrammer, der blev anvendt under *Materials*, dvs. de omtalte Fortran-filer. Jobbet køres med *Submit*, hvorefter det enten vil blive *Completed* eller *Aborted* afhængig af, om beregningerne kan gennemføres uden fejl eller ej. Når jobbet er færdigt, vælges *Results*, hvormed *Model Tree* skifter til *Result Tree*.

H.1.9 Visualization

Når der skiftes til *Result tree*, fremkommer modulet *Visualization*, hvor resultaterne af analysen vises grafisk. Et eksempel på, hvordan et resultat kan se ud, kan ses på figur H.2.

Figur H.2: Eksempel på et resultat af varmetransporten gennem en 3D model.

Her kan resultaterne fra de valgte parametre i *Field Output Request* fremvises og eventuelt udtages af modellen.

Langt afgangsprojekt, 2009, Rikke Poulsen & Morten Christiansen Kandidatuddannelsen i Bygge- og Anlægskonstruktioner, Aalborg Universitet