| Titel:          | Dynamisk interaktion mellem mennesker og fleksible konstruktioner |  |  |
|-----------------|---|--|--|
| Tema:           | Design og analyse af avancerede/specielle konstruktioner          |  |  |
| Projektperiode: | 3. september 2007 - 11. juni 2008                                 |  |  |
| Årgang:         | 9. og 10. Semester, Bygge- og Anlægskonstruktion, Aalborg         |  |  |
|                 | Universitet   |  |  |
| Gruppe:         | B201a   |  |  |

Thomas Horsager

Heine Iver Jørgensen

#### SYNOPSIS

Rapporten omhandler temaet "Dynamisk interaktion mellem mennesker og fleksible konstruktioner" med udgangspunkt i et dækelement placeret i Laboratoriet for bærende konstruktioner ved Aalborg Universitet.

Der er i forbindelse med Rapporten udført forsøg til afklaring af betydningen af den interaktion, der forekommer, når mennesker har deres færden på konstruktioner. Dette er foretaget med henblik på at bestemme de modale systemparametre for et system bestående af mennesker og konstruktion. Overordnet er tre forskellige forsøg udført for at undersøge, hvilken betydning personernes aktivitetstype har for systemparametrene. Der er gennem forsøgene skelnet mellem passive og aktive personer.

Der er i Rapporten anvendt forskellige metoder til identifikation af systemparametrene, hvor virkemåde af disse metoder er illustreret, og en sammenligning af metoderne er foretaget.

Vejleder: Vejleder: Lars Pedersen Rune Brincker

Rapport:157 siderBilag:163 siderAppendiks:73 siderOplag:5 stk.

- ii -

## Forord

Denne rapport er udarbejdet af gruppe B201a på B-sektorens 9-10. semester ved Aalborg Universitets Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultet. Rapporten er udarbejdet ud fra temaet "Design og analyse af avancerede/specielle konstruktioner", hvor der i denne rapport er behandlet emnet "Interaktion mellem mennesker og fleksible konstruktioner"

Rapporten henvender sig til læsere med grundlæggende kendskab til strukturel dynamik.

Til kildehenvisning er benyttet Harvard-metoden, hvor kilder er udført som følgende:

• [Forfatterens efternavn, udgivelsesår]

Der er i forbindelse med projektet udført forsøg i Laboratorie for bærende konstruktioner tilhørende Aalborg Universitet. I den forbindelse rettes en stor tak til det behjælpelige laboratoriepersonale. Desuden rettes en tak til Structural Vibration Solutions, for licens til programmet ARTeMIS Extractor.

Til rapporten er vedlagt Bilag og Appendiks, som er samlet i én mappe. Ligeledes er der vedlagt Bilags-DVD, hvor der i rapporten er udført henvisninger til disse som følgende:

- Bilag X, hvor X er nummeret på bilaget, der er henvist til
- [DVD\sti\filnavn], hvor "sti" er stien af mappen til den henviste fil, "filnavn" er det fulde navn af filen
- Appendiks X, hvor X er bogstavet på appendikset, der er henvist til

- iv -

## Indhold

| 1 | Ind<br>1.1   | ledning Problemanalyse og -formulering  | 1<br>4  |
|---|--------------|---|---------|
| 2 | 1.2<br>Pra   | esentation af forsøgselement  | )<br>7  |
| 0 | T            |   |         |
| 3 | Teo          | retisk analyse af etagedæk  | \$<br>₄ |
|   | 3.1          | Kontinuert system   | 1       |
|   | 3.2          | Diskret system  | )       |
|   | $3.3 \\ 3.4$ | Numerisk metode       I         Sammenligning og vurdering       20   | )<br>)  |
| 4 | Sys          | temidentifikation af strukturelle systemer 23   | 3       |
| 5 | Anv          | vendelse af metoder 25  | 5       |
|   | 5.1          | Logaritmisk dekrement   | 5       |
|   | 5.2          | Autoregressive Moving Average - ARMA  | 3       |
|   | 5.3          | Spids og halvbåndsbreddemetoden 33  | 3       |
|   | 5.4          | Identifikation vha. korrelationsfunktioner  | 5       |
|   |              | 5.4.1 Random Decrement metoden - RD   | 3       |
|   |              | 5.4.2 Fast Fourier Transform - FFT  | 7       |
|   |              | 5.4.3 Opsummering   | 3       |
|   | 5.5          | ARTeMIS Extractor 2008  | 3       |
|   |              | 5.5.1 Stochastic Subspace Identification - SSI  | 9       |
|   |              | 5.5.2 Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD 40   | )       |
|   |              | 5.5.3 Opsummering $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 42$  | 2       |
| 6 | For          | søgs- og databehandling 43  | 3       |
|   | 6.1          | Dataakkvisition   | 3       |
|   | 6.2          | Analyse og anvendelse af FFT  | 5       |
|   | 6.3          | Eksitering  | 9       |
|   |              | 6.3.1 Frit henfald  | )       |
|   |              | 6.3.2 Tilnærmet hvidstøjsbelastning 51  | 1       |
|   |              | 6.3.3 Passiv belastning   | 1       |
|   |              | $6.3.4$ Aktiv belastning $\ldots \ldots \ldots$ | 2       |
|   |              | 6.3.5 Opsummering   | 3       |
|   | 6.4          | Signalidentificering og validering 54   | 4       |
|   |              | 6.4.1 Frit henfald  | ó       |
|   |              | 6.4.2 Tilnærmet hvidstøjsbelastning 50  | 3       |
|   |              | 6.4.3 Passiv belastning   | 7       |
|   |              | 6.4.4 Aktiv belastning  | 3       |
|   | 6.5          | Analyse og fortolkning af spektra   | l       |

|   |   | 6.5.1  | Passiv belastning  | 63  |
|---|---|--|--|---|
|   |   | 6.5.2  | Tilnærmet hvidstøjsbelastning  | 64  |
|   |   | 6.5.3  | Henfald  | 66  |
|   |   | 6.5.4  | Almindelig gang  | 68  |
|   |   | 6.5.5  | Let løb  | 70  |
|   |   | 6.5.6  | Små skridt   | 72  |
|   |   | 6.5.7  | Slentren   | 73  |
|   |   | 6.5.8  | Let tramp  | 75  |
|   |   | 6.5.9  | Opsummering  | 77  |
|   |   |  |  |   |
| 7 | Fors  | søgsbes  | skrivelser   | 79  |
|   | 7.1   | Forsøg   | Ι  | 80  |
|   |   | 7.1.1  | Anvendt udstyr   | 82  |
|   |   | 7.1.2  | Forsøgspersoner og forsøgsopbygning  | 83  |
|   |   | 7.1.3  | Eksitering og anvendte metoder   | 85  |
|   | 7.2   | Forsøg   | II   | 85  |
|   |   | 7.2.1  | Anvendt udstyr   | 86  |
|   |   | 7.2.2  | Forsøgspersoner og forsøgsopbygning  | 87  |
|   |   | 7.2.3  | Eksitering og anvendte metoder   | 89  |
|   | 7.3   | Forsøg   | III  | 90  |
|   |   | 7.3.1  | Anvendt udstyr   | 90  |
|   |   | 7.3.2  | Forsøgspersoner og forsøgsopbygning  | 91  |
|   |   | 7.3.3  | Eksitering og anvendte metoder   | 92  |
|   | 7.4   | Sikring  | g mod klipning af data   | 93  |
|   |   |  |  |   |
| 0 | D   | 14 - 41  |  | 05  |
| 8 | $\operatorname{Res}_{\circ 1}$                | ultatbe  | ehandling  | <b>95</b>   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg  | ehandling<br>I   | <b>95</b><br>95   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1   | ehandling<br>I   | <b>95</b><br>95<br>95   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2  | ehandling I  | <b>95</b><br>95<br>100  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3   | ehandling         I       .         Logaritmisk dekrement       .         ARMA       .         Sammenligning af resultater       .   | <b>95</b><br>95<br>100<br>103   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg   | ehandling         I          Logaritmisk dekrement          ARMA          Sammenligning af resultater          II  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1                             | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1  | ehandling         I       .         Logaritmisk dekrement       .         ARMA       .         Sammenligning af resultater       .         II       .         Logaritmisk dekrement       .         ADMA       .   | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2   | Phandling         I       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       I         II       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       I         ARMA       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         ARMA       I  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>0.2 t   | Phandling         I       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       I         II       II         Logaritmisk dekrement       II         Sammenligning af resultater       III         Spids- og halvbåndsbreddemetoden       III   | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4   | Phandling         I       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       I         II       II         Logaritmisk dekrement       II         Sammenligning af resultater       III         Spids- og halvbåndsbreddemetoden       III         EFDD       III  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118<br>119  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5  | Phandling         I       I         Logaritmisk dekrement       II         ARMA       III         Sammenligning af resultater       III         II       III         Spids- og halvbåndsbreddemetoden       III         SSI       III  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>119  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6   | Phandling         I  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>119<br>122   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2                      | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7  | I       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       II         II       II         Logaritmisk dekrement       III         Spids- og halvbåndsbreddemetoden       III         SSI       III         SSI       III         Sammenligning af metoder       IIII   | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>119<br>122<br>123  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg  | Phandling         I  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1   | Phandling         I  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2  | Phandling         I       I         Logaritmisk dekrement       I         ARMA       I         Sammenligning af resultater       I         II       II         Logaritmisk dekrement       II         Logaritmisk dekrement       II         Spids- og halvbåndsbreddemetoden       II         SSI       II         Korrelationsfunktioner       III         EFDD       III         Sammenligning af metoder       III         SI       Sammenligning af metoder         SSI       III         III       III         III       IIII         III       IIIII         III       IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131  |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3   | I I   Logaritmisk dekrement I   ARMA I   Sammenligning af resultater I   II I   Logaritmisk dekrement I   ARMA I   Spids- og halvbåndsbreddemetoden I   SSI I   SSI I   Sammenligning af metoder I   III III   Sammenligning af metoder III   ARMA III   | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4  | I  | <b>95</b><br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132                                   |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3               | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4<br>Vurder  | I  | <b>95</b><br>95<br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132<br>136                             |
| 8 | <b>Res</b><br>8.1<br>8.2<br>8.3<br>8.4<br>8.5 | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4<br>Vurder<br>Fejlkild                            | Phandling         I  | <b>95</b><br>95<br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132<br>136<br>137                      |
| 8 | Res<br>8.1<br>8.2<br>8.3<br>8.3<br>8.4<br>8.5 | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4<br>Vurder<br>Fejlkild<br>8.5.1                   | Phandling         I  | <b>95</b><br>95<br>95<br>100<br>103<br>113<br>113<br>115<br>118<br>119<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132<br>136<br>137<br>137 |
| 8 | Res<br>8.1<br>8.2<br>8.3<br>8.4<br>8.5        | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4<br>Vurder<br>Fejlkild<br>8.5.1<br>8.5.2          | Phandling         I         Logaritmisk dekrement         ARMA         Sammenligning af resultater         II         Logaritmisk dekrement         Logaritmisk dekrement         ARMA         Spids- og halvbåndsbreddemetoden         SSI         Korrelationsfunktioner         III         EFDD         Sammenligning af metoder         III         EFDD         SSI         ARMA         Sammenligning af metoder         III         EFDD         SSI         ARMA         MA         Sysis         Sis         ARMA         Sammenligning Forsøg III         ing af resultater for forsøg I, II og III         iler         Modelusikkerhed         Fysisk usikkerhed  | <b>95</b><br>95<br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132<br>136<br>137<br>137               |
| 8 | Res<br>8.1<br>8.2<br>8.3<br>8.4<br>8.5        | ultatbe<br>Forsøg<br>8.1.1<br>8.1.2<br>8.1.3<br>Forsøg<br>8.2.1<br>8.2.2<br>8.2.3<br>8.2.4<br>8.2.5<br>8.2.6<br>8.2.7<br>Forsøg<br>8.3.1<br>8.3.2<br>8.3.3<br>8.3.4<br>Vurder<br>Fejlkild<br>8.5.1<br>8.5.2<br>8.5.3 | Phandling         I         Logaritmisk dekrement         ARMA         Sammenligning af resultater         II         Logaritmisk dekrement         Logaritmisk dekrement         ARMA         Spids- og halvbåndsbreddemetoden         SSI         SSI         Sammenligning af metoder         III         EFDD         SSI         ARMA         Sammenligning af metoder         III         ARMA         SSI         ARMA         System         System         System         System         ARMA         Opsummering af fejlkilder   | <b>95</b><br>95<br>95<br>100<br>103<br>113<br>115<br>118<br>119<br>122<br>123<br>129<br>130<br>131<br>131<br>132<br>136<br>137<br>137<br>138<br>138 |

| 10 Konklusioner         | 143 |
|-------------------------|-----|
| 10.1 Forsøg I           | 143 |
| 10.2 Forsøg II          | 144 |
| 10.3 Forsøg III         | 144 |
| 10.4 Generel konklusion | 145 |
| 11 Resume på engelsk    | 147 |



I perioden 2004-2006 gennemgik de danske konstruktionsnormer en dybdegående revision. Dette skete i forbindelse med en overordnet tilpasning til Eurocodes, som i Danmark træder i kraft i år 2008, hvilket er eneste gyldige projekteringsgrundlag efter 31 december 2008. Baggrunden er, at flere års erfaring med de danske normer har vist, at sikkerhedsniveauet har været sat højere end nødvendigt. Det skulle med de nye normer være muligt at spare flere procenter på byggesummen, hvormed det formodentligt bliver billigere at bygge sikkert. Den største revision er foretaget i DS 409, Norm for projektering af konstruktioner, den tidligere Norm for sikkerhedsbestemmelse for konstruktioner. En tilføjelse har fundet sted i afsnit 5.1.3, dynamiske påvirkninger, hvor det nu er angivet, at:

"I tilfælde, hvor dynamisk virkende last fremkaldes af bevægelige masser, skal disse medtages i konstruktionsmodellen. Som eksempel herpå kan nævnes personer og maskiner."

En uddybning af, hvordan dette hensyn skal tages, er i normen ikke videre beskrevet. Passive mennesker vil indgå i en interaktion med konstruktionen som et samlet system, hvilket bevirker, at vibrationsniveauet vil ændres, såfremt ingen mennesker er placeret på konstruktionen. Det er ligeledes forventeligt, at aktive mennesker vil indgå i interaktion med konstruktionen, og dermed have en effekt på vibrationerne. Undersøgelser [Vestergaard 2007] har vist, at stationære mennesker er følsomme overfor små udsving, og samtidig at have en tendens til at dæmpe systemet. Hvilken og hvor stor effekt aktive mennesker har på en fleksibel konstruktion, er ikke entydigt bestemt, men andre undersøgelser viser, at aktive mennesker har en tendens til at dæmpe systemet [Paul Reynolds & Pavic 2005]. Disse undersøgelser ligger op til følgende initierende problem:

"Hvordan er interaktionen mellem mennesker og fleksible konstruktioner, og hvordan influerer de på resultatet?"

Interaktion mellem mennesker og fleksible konstruktioner er kendt fra eksempelvis Millenium Bridge, som er en gangbro over floden Themsen i London. Broen, som er vist på figur 1.1a, blev åbnet for befolkningen d. 10 juni 2000, men blev lukket igen d. 12 juni 2000, da tværsvingninger forårsaget af fodgængerne var for voldsomme. Problemet var, at fodgængerne naturligt gik i takt med svingningerne, og dermed forstærkede effekten. Problemet blev løst ved at anvende 37 viskose massedæmpere, som vist på figur 1.1b, til at kontrollere de horisontale bevægelser. En løsning til 5 mio. £, som øgede den samlede pris for broen til 23,2 mio. £ [ 2008a]. Eksemplet viser, at aktive mennesker kan sætte en konstruktion i bevægelse uden reelt at være klar over det, og at disse bevægelser kan være afgørende for konstruktionens anvendelse.



Figur 1.1: Millenium Bridge, London. a) Oversigt. b) Viskos massedæmper.

Lignende forhold er kendt fra andre typer af fleksible konstruktioner, såsom tribuner, høje bygninger og etagedæk med store spænd. Det er almindeligt accepteret, at passive mennesker på konstruktioner modelleres som en tillægsmasse,  $\Delta m$ , uden at tage evt. interaktion mellem konstruktion og menneske i betragtning. Princippet er illustreret på figur 1.2 som metode 1. Som det fremgår af [Vestergaard 2007] er dette en fejlagtig tilnærmelse, da passive mennesker vil dæmpe svingningerne og dermed indgå i et samlet system med konstruktionen. Det er i [Vestergaard 2007] konkluderet, at en passiv person kan modelleres, som det er illustreret på figur 1.2, metode 2. Her er personen modelleret som et system med en masse, stivhed og en liniær viskos dæmper, hvormed personen dæmper systemet. Modellen synes at være lovende for passive personer på det dækelement, som er anvendt til forsøg i [Vestergaard 2007]. Aktive mennesker er ofte modelleret som en harmonisk virkende last på konstruktionen, som det er illustreret på figur 1.2, metode 3. Set i relation til resultaterne fra [Vestergaard 2007] giver dette dog ikke umiddelbar mening, da en vis interaktion må forventes fra de aktive mennesker.



Figur 1.2: Fire metoder til modellering af mennesker på fleksible konstruktioner. Metode 1 og 2 angiver modeller for passive mennesker og metode 3 og 4 modeller for aktive mennesker.

Spørgsmålet omkring metode 3 og 4, vist på figur 1.2, indikerer den essentielle problemstilling om, hvordan det aktive menneskes påvirkning på en konstruktionen er modellerbart.

#### 1.1 Problemanalyse og -formulering

Hvordan interaktion mellem aktive personer og konstruktion foregår sammenlignet med passive personer og konstruktion, er dokumenteret i begrænset omfang, men resultater fra [Paul Reynolds & Pavic 2005] viser bl.a., at aktive personer bidrager med en vis dæmpning til systemet. I artiklen "Use of operational modal analysis on empty and occupied stadia structures" [Paul Reynolds & Pavic 2005] er resultaterne af en undersøgelse på City of Manchester Stadium gengivet. Der er i undersøgelsen foretaget målinger af tribunedæk under forskellige tilskuerkonfigurationer, som f.eks. tomt stadium, stadium under opfyldning, reaktion ved mål i fodboldkamp osv. Det fremgår heraf, at aktivitetstypen har stor betydning for systemet som en helhed. Generelt øges dæmpningen af systemet ved aktivitet, og egenfrekvensen falder, men der er en stor spredning i målte data, hvorfor en tendens af aktivitetstypens betydning ikke er direkte aflæselig. Da artiklen har til formål at illustrere fordelene ved OMA (Operational Modal Analysis) er der ikke angivet en model, der kan modellere forskellige aktiviteter eller andre typer af konstruktioner. Alligevel giver de målte data et fingerpeg om, at aktivitets typen har betydning for interaktionen mellem menneske og konstruktion, men ikke hvordan og i hvilken størrelseorden. Dette leder frem til følgende problemformulering:

Hvilken betydning har aktivitetstypen for interaktionen mellem menneske og konstruktion?

#### 1.2 Problemafgrænsning

Muligheden for at udarbejde en model, som er almen gyldig, er yderst omfattende og vil kræve utallige konstruktionstyper og lastsituationer. En sådan undersøgelse er for omfattende til dette afgangsprojekt, hvorfor konstruktionstyper såvel som lastsituationer begrænses til et minimum. Det er derfor kun relevant, at undersøge om der er forskel i interaktionen mellem menneske og konstruktion for enkelte forskellige aktivitetstyper, f.eks. forskellige gangarter eller blot passivitet udtrykt ved forskellige positurer. I Laboratoriet for bærende konstruktioner ved Aalborg Universitet forefindes et Spæncom dækelement, som kan anvendes til formålet. Dækelementet er samme dækelementet, som er anvendt i [Vestergaard 2007]. Opstillingen giver mulighed for at be- eller afkræfte, om typen af aktivitet har betydning for interaktionen. Ligeledes har dækelementet en størrelse, der gør det muligt at undersøge forskellige lastsituationer for hhv. aktivitetstypen og antallet af personer, eftersom det er ønsket at undersøge udviklingen af dynamiske parametre.

På baggrund af ovenstående, og med udgangspunkt i metoderne illustreret på figur 1.2, er det hensigtsmæssigt for bygningskonstruktioner, at have fokus på de modale parametre, egenfrekvens og dæmpningsforhold. For de fire metoder er det forventet, at de har en udvikling som illustreret på figur 1.3, når antallet af personer for de fire systemer ændres.



Figur 1.3: Udvikling af systemer ved ændring af masse (antal personer). a) Egenfrekvens. b) Dæmpningsforhold.

For passiv aktivitet er det givet, at metode 1 vil ændre systemets modale egenskaber, sammenlignet med metode 2, hvor der angiveligt vil være anden udvikling af systemets egenskaber, hvilket også er bekræftet af [Vestergaard 2007]. Ved menneskelig aktivitet er forholdene af anden karakter, eftersom det er normal praksis at modellere en harmonisk virkende last på konstruktionen, metode 3, hvorfor der vil være nogen umiddelbar ændring af systemets modale egenskaber, som illustreret på figur 1.3. Udviklingen for metode 4 er angivet med et ?, idet den, modsat metode 3, angiveligt vil give anledning til ændring af systemets modale egenskaber.

Det er derfor ønsket at undersøge udfaldet for metode 2 ved brug af forskellige systemidentifikationsmetoder (SI-metoder). Dette giver mulighed for sammenligning af SI-metoderne og hermed dokumentere anvendeligheden af disse metoder. Dette giver ligeledes en introduktion til emnet SI, som er det essentielle værktøj i forbindelse med estimering af de modale parametre. Dette giver efterfølgende anledning til aktive personer og konstruktion svarende til metode 4. Det er afgrænset til alene, at arbejde med SI-metoder baseret på output-only analyse.

2

### Præsentation af forsøgselement

I projektets forsøgsdel er det benyttede hovedelement et etagedæk-element. Dækelementet er fra Spæncom, og er af typen Spanmax PX32. Dæklementet er således benyttet til modellering af forhold beskrevet i indledningen. Dette medfører estimering af de dynamiske systemparametre, egenfrekvens,  $\hat{\zeta}$ , og det modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ , og under forskellige belastningsforhold samt ved brug af flere udvalgte systemidentifikations metoder. Igennem dette kapitel er dækelementets udformning beskrevet og illustreret. Dækelementets opstilling er vist på figur 2.1.



Figur 2.1: Opstilling af dækelementet i Laboratoriet for bærende konstruktioner, Aalborg Universitet.

Dækelementets understøtningsforhold er vist på figur 2.2 og er placeret ca.  $0,6\,\mathrm{m}$  fra enderne. Dækelementet er ca.  $11,8\,\mathrm{m}$  langt,  $1,2\,\mathrm{m}$  bredt og med en tykkelse på  $0,3\,\mathrm{m}$ . På figur 2.2 er mål og principskitse for dækelementet vist.



Figur 2.2: Illustration af dækelement med påførte mål. Mål i mm.

Understøtningsplaceringen er, som det fremgår af figur 2.2, placeret 0,6 m fra endekant og opbygningen af understøtningerne er bestående af forstærkede stålprofiler, hvilket er illustreret på figur 2.3. Yderligere er der mellem dækelement og stålprofiler etableret lastceller, som gør det muligt at udføre forsøg til input-output analyse, hvilket ikke er anvendt i dette projekt. Stålprofilerne er svejst sammen og fastgjort til gulvet.



Figur 2.3: Illustration af dækelementets understøtningsforhold. Mål i mm.

I kapitel 3 er der foretaget en teoretisk analyse af dækelementet, og til dette brug er der estimeret nødvendige tværsnits- og materialekonstanter. På figur 2.4a er dækelementets tværsnit vist samt en detaljetegning af samme på figur 2.4b. Tegningen viser bl.a. dækelementets hovedretninger og mål. Løbende i rapporten er der henvist til elementets hovedretninger, som angivet på figur 2.4b.





**Figur 2.4:** Tværsnit af dækelement. a) Billede af tværsnit. b) Tegning af dækelementets tværsnit. Mål i mm.

Med udgangspunkt i tværsnittet for Spanmax PX32, efter [ 2008b], er følgende data bestemt: areal, A, inertimoment,  $I_{zz}$ , om hovedretning z, masse pr. længdeenhed,  $\mu$ , og betonens elasticitetsmodul, E. De nævnte tværsnits- og materialekonstanter er bestemt for tværsnittet som værende en homogen betonkonstruktion, hvorfor der er ikke direkte er taget højde for spændarmeringen. På baggrund af dette er det til den teoretiske analyse, kapitel 3, antaget tilstrækkeligt, at estimere dækelementets fjederkonstant, k, ud fra systemets første egenfrekvens, og deraf betonens korrigerede elasticitetsmodul,  $E_{kor}$ . Dette er foretaget i Bilag 2. De geometriske tværsnitsdata er bestemt vha. funktionen massprop i AutoCAD. Massen pr. længdeenhed,  $\mu$ , er fastsat på baggrund af [ 2008b]. Tværsnitsog materialekonstanter er listet i tabel 2.1.

Tabel 2.1: Tværsnits- og materialekonstanter for Spæncom Spanmax PX32 dækelement.

| $A \; [\mathrm{m}^2]$   | $I_{zz}  \left[\mathrm{m}^4\right]$ | $\mu \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$ | $E_{kor}\left[\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right]$ |
|-------------------------|-------------------------------------|---|---|
| $202, 33 \cdot 10^{-3}$ | $240, 34 \cdot 10^{-5}$             | 455,48  | $328, 66 \cdot 10^{-5}$                             |

Under gennemgangen af projektets forsøg, beskrevet i kapitel 7, er der refereret til dækelementets knudepunkter, hvilke er et strukturnet, som dækelementet er inddelt i til anvendelse i dette projekt. Strukturnettet er opbygget af 26 knudepunkter, som vist på figur 2.5. Det er således i specifikt udvalgte knuder, at der er placeret accelerometre og dermed opsamlet data til estimering af dynamiske systemparametre.



Figur 2.5: Opbygning af dækelementets struktur-net. Mål i mm.

I Bilag 1 er der udarbejdet et kontrolforsøg i forbindelse med anvendelsen af OMA igennem programmet ARTeMIS Extractor 2008. Dette kontrolforsøg består i, at identificere dækelementets dynamiske parametre, og til dette er strukturopbygningen, som er illustreret på figur 2.5, benyttet. Selve kontrolforsøget er et detail-forsøg af dækelementet, mens dette er tomt. Der er således målt i alle dækelementets knudepunkter, mens denne er eksiteret. Dette giver anledning til god estimering af dækelementets dynamiske karakteristika, egenfrekvens,  $\hat{f}_i$ , dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}_i$ , og egensvingningsformer,  $\hat{\Phi}_i$ . Resultaterne for kontrolforsøgets to første egensvingningsformer for bøjning er kort præsenteret i det følgende. På figur 2.6 er dækelementets to første egensvingningsformer vist. Disse og flere resultater er nærmere behandlet i Bilag 1.



Figur 2.6: Dækelementets to første egensvingningsformer, for bøjnng, etableret af programmet ARTeMIS Extractor 2008. a) Første egensvingningsform,  $\hat{\Phi_1}$ . b) a) Anden egensvingningsform,  $\hat{\Phi_2}$ .

I tabel 2.2 er de dynamiske parametre, egenfrekvens,  $\hat{f}$ , og modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ , listet for de to første egnesvingningsformer for bøjning.

| Egensvingningsform | $\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$ | $\sigma_{\hat{f}} \; [\mathrm{mHz}]$ | $\hat{\zeta}\;[\%]$ | $\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$ |
|--------------------|--------------------------|--------------------------------------|---------------------|--------------------------------|
| $\hat{\Phi}_1$     | 5,78                     | 6,79                                 | 0,24                | 0,10                           |
| $\hat{\Phi}_2$     | 22,13                    | 9,11                                 | 0,32                | 0,03                           |

 

 Tabel 2.2: Egenfrekvens og dæmpningsforhold samt tilhørende spredninger for de to første egensvingningsformer.

Dataene listet i tabel 2.2 er benyttet som referencedata til forsøg udført med ARTeMIS Extractor 2008, hvilket er nærmere behandlet i kapitel 8.

# B Teoretisk analyse af etagedæk

I dette kapitel er en teoretisk analyse af den primære forsøgsgenstand, dækelementet, foretaget. Formålet med den teoretiske analyse er en introduktion til emnet, systemidentifikation samt introduktion af de strukturel dynamiske aspekter i projektet. Der er i de følgende underafsnit anvendt flere *simple* matematiske modeller, hvilke er benyttet som approach for analysen af etagedækket. Med disse analyser er egenfrekvenser og egensvingningsformer estimeret. Der er foretaget analyser ud fra følgende metoder til beskrivelse af dækelementet:

- Kontinuert system
- Diskret system
- Numerisk metode

Ud fra disse systemer og metoder er der foretaget en sammenligning af, hvorvidt det er korrekt at betragte dækelementet ved forskellige opbygninger af simplificerede systemer. Yderligere er forholdende undersøgt, når der er påført en tillægsmasse,  $\Delta m$ , midt på dækelementet. Dette giver et sammenligningsgrundlag ift., hvad det har af indvirkning på dynamiske systemparametre, såfremt mennesker er placeret på midten af etagedækket. Ved Forsøg I, beskrevet i kapitel 7, er der udført delforsøg, hvor sandsække er placeret på dækelementet, efter fremgangsmåden beskrevet i afsnit 7.1. Resultaterne fra disse forsøg er benyttet til sammenligningen med de tre matematiske modeller listet ovenfor. Den samlede, maksimale masse for sandsækkene på dækelementet er 320 kg, hvilket er benyttet i de følgende modeller.

I forbindelse med de matematiske modeller er en række forsimplinger foretaget for netop at sikre, at de er *simple*, men stadig bærer de dynamiske karakteristika med stor overbevisning. Antagelser omkring systemet er ligeledes behandlet nærmere i de følgende afsnit.

Der er benyttet forsøgsresultater fra det tomme dækelement til fastsættelse af enkelte indgangsparametre til de følgende modeller. Tværsnits og materialekonstanter tilhørende dækelementet er listet i tabel 2.1.

#### 3.1 Kontinuert system

Det dynamiske kontinuerte system er karakteriseret ved have en kontinuert fordelt masse over det betragtede element. Derfor består et kontinuert system teoretisk set af et uendeligt antal frihedsgrader. Den teoretiske baggrund for fremgangsmåden tager udgangspunkt i udæmpet svingningsanalyse vha. plane *Bernoulli-Euler* bjælkeelementer, [Nielsen 2004].

Det er valgt at betragte to forskellige tilfælde af den kontinuerte bjælkemodel. Det skyldes, som det fremgår af figur 2.4, at dækelementets understøtninger er placeret ca. 0,6 m fra enderne, hvorfor det er interessant at undersøge disse forhold, og hvilken indflydelse disse har på dækelementets egenfrekvens. De to tilfælde er i det følgende præsenteret, og bjælkemodellen for det tomme dækelement er illustreret på figur 3.1.

|          | $EI,\mu$  |          |
|----------|-----------|----------|
| Ann.     |           |          |
| a = 0, 6 | l = 10, 6 | a = 0, 6 |

Figur 3.1: Opstilling af kontinuert bjælkemodel for dækelementet. Mål i m.

På figur 3.2 er tilfælde 1 illustreret. Som det fremgår er delene af dækelementet, der rager udover understøtningerne, ikke medregnet. Eftersom resultatet er sammenlignet med et SDOF-system, er det ikke nødvendigt at bruge resultater for anden egensvingningsform. Det er derfor undladt at implementere et masseinertimoment,  $J_{\Delta m}$ , tilhørende tillægsmassen,  $\Delta m$ , hvilket også reducerer frekvensbetingelsen betydeligt. På baggrund af dette er symmetriegenskaberne, der fremgår af figur 3.2b, benyttet.



Figur 3.2: Kontinuert model, tilfælde 1. a) Konkret tilfælde. b) Simplificeret model.

På figur 3.3 er tilfælde 2, hvor dækelementet i sin helhed er taget i regning, illustreret. Figur 3.1 viser det reelle system og figur 3.3a det ækvivalente system, hvor delene, der rager ud over understøtningerne, er medregnet som masseinertimomenter, J. Som ved tilfælde 1 er masseinertimomentet,  $J_{\Delta m}$ , ikke taget i regning. På baggrund af symmetriegenskaber er opstillingen på figur 3.3b benyttet.



Figur 3.3: Kontinuert model, tilfælde 2. a) Konkret tilfælde. b) Simplificeret model.

Elasticitetsmodulen, E, for dækelementet er ikke kendt eller oplyst på Spæncom 's hjemmeside, hvorfor der er estimeret et korrigeret elasticitetsmodul,  $E_{kor}$ , for dækelementet. Dette er foretaget ud fra dækelementets laveste egenfrekvens, listet i tabel 2.2. På baggrund af denne fremgangsmåde, er det antaget, at det er muligt at se bort fra den forspændingskraft, som dækelementet er belastet med. Det er antaget, at forspændingskraften er inkluderet i den korrigerede elasticitetsmodul.

Med udgangspunkt i bjælkens differentialligning, med forspændingskraft, N = 0, er en løsning søgt på følgende form:

$$u(x,t) = \Phi(x)\cos(\omega t) \tag{3.1}$$

På denne baggrund er amplitudefunktionen,  $\Phi(x)$ , for N = 0 givet ved følgende, [Nielsen 2004]:

$$\Phi(x) = A\sin\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + B\cos\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + C\sinh\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + D\cosh\left(\lambda\frac{x}{l}\right)$$
(3.2)

Ud fra randbetingelserne for de to tilfælde, vist på figur 3.2b og 3.3b, er det muligt at bestemme eller reducere værdierne for integrationskonstanterne, A, B, C og D, i formel (3.2). Herefter er *frekvensbetingelsen* for dækelementet opstillet, hvoraf egenværdierne,  $\lambda$ , er numerisk bestemt. Det er således muligt ud fra egenværdierne at estimere den cirkulære egenfrekvens ved følgende udtryk:

$$\lambda^4 = \frac{\mu\omega^2 l^4}{EI} \tag{3.3}$$

I Bilag 2 er beregningsgangen for de to kontinuerte tilfælde nærmere behandlet, og kun resultaterne er præsenteret i det følgende. I tabel 3.3 er resultaterne for de to tilfælde, hvor tillægsmassen,  $\Delta m = 0$ , listet.

**Tabel 3.1:** Dækelementets egenfrekvens for tilfælde 1 og 2, når  $\Delta m = 0$ .

| Tilfælde | f [Hz] |
|----------|--------|
| 1        | 5,822  |
| 2        | 5,787  |

Udviklingen af egenfrekvensen for de to tilfælde er vist på figur 3.4. Det er valgt, at lade  $\Delta m$  variere mellem 0 og 320 kg.



Figur 3.4: Udvikling af dækelementets egenfrekvens ved kontinuerte tilfælde 1 og 2.

Som det fremgår af figur 3.4, er der en tydelig forskel på de to tilfælde, dog følger de tilnærmelsesvis samme tendens. Egensvingningsformerne, som er bestemt på baggrund af formel (3.2), er vist på figur 3.5, hvor det fremgår, at der ikke er en stor forskel mellem de to tilfælde.



Figur 3.5: Første egensvingningsform for tilfælde 1 og 2.

#### 3.2 Diskret system

I dette afsnit er et diskret system betragtet, et såkaldt SDOF-system, hvor dækelementet er antaget repræsenteret ved en klumpmasse fastgjort til en fjeder, som illustreret på figur 3.6. Den teoretiske baggrund for diskrete, dynamiske systemer, er beskrevet i Appendiks A.



Figur 3.6: Opbygning af dækelement som diskret system.

Der er betragtet to tilfælde, som ved det kontinuerte system, består i, at beskrive fjederstivheden, k, samt klumpmassen, m, på to forskellige måder. Dette er foretaget ved at tage udgangspunkt i amplitudefunktionen,  $\Phi(x)$ , som i tilfældene ved de kontinuerte bjælkemodeller. De to diskrete tilfælde er således opbygget i overensstemmelse med de to kontinuerte tilfælde. Til estimering af fjederstivheden, k, og klumpmassen, m, er følgende udtryk benyttet, [Nielsen 2004]:

$$m_{i} = \int_{0}^{l} \mu(x) \left(\Phi(x)\right)^{2} dx$$

$$k_{i} = \int_{0}^{l} EI(x) \left(\frac{d^{2}}{dx^{2}}\Phi(x)\right)^{2} dx$$
(3.4)

Af formel (3.4) er klumpmassen,  $m_1$ , for det diskrete tilfælde 1 bestemt til  $\frac{1}{2}\mu l$ . Klumpmassen,  $m_2$ , for tilfælde 2 er noget mere sofistikeret, og er ligeledes udtrykket for fjederstivheden,  $k_2$ , hvorfor der henvises til disse i Bilag 2.  $k_1$  er bestemt til  $\frac{48}{l^3}EI$ , og idet der er tale om et simpelt SDOF-system, er det muligt at estimere egenfrekvenserne for de to diskrete tilfælde vha. følgende udtryk:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_{1,2}}{m_{1,2} + \Delta m}}$$
(3.5)

| r |          |                       |  |        |  |
|---|----------|-----------------------|--|--------|--|
|   | Tilfælde | $m_i  [ \mathrm{kg}]$ | $k_i \left[ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \right]$ | f [Hz] |  |
|   | 1        | $2,414 \cdot 10^{3}$  | $3,230\cdot 10^6$                                  | 5,822  |  |
|   | 2        | $1,259 \cdot 10^{3}$  | $1,659 \cdot 10^{6}$                               | 5,775  |  |

**Tabel 3.2:** Klumpmasse, fjederstivhed og egenfrekvens for tilfælde 1 og 2, når  $\Delta m = 0$ .

I tabel 3.2 er de, i Bilag 2 bestemte klumpmasser og fjederstivheder samt de, af formel

(3.5) bestemte egenfrekvenser for  $\Delta m = 0$ , listet.

Udviklingen af egenfrekvensen for de to diskrete tilfælde er vist på figur 3.7. Det er valgt, at lade  $\Delta m$  varierer mellem 0 og 320 kg.



Figur 3.7: Udvikling af dækelementets egenfrekvens ved diskrete tilfælde 1 og 2.

Som det fremgår af figur 3.7, har de to tilfælde ca. samme tendens, men der er er en forskel i størrelsen. Egensvingningsformerne for de to diskrete systemer, vist på figur 3.8, ses efter normalisering at være identiske.



Figur 3.8: Første egensvingningsform for diskret tilfælde 1 og 2.

#### 3.3 Numerisk metode

I dette afsnit er samme to tilfælde, som ved det kontinuerte- og diskrete system, anvendt. Begge tilfælde er udført i et FEM-program, bygget op på baggrund af CALFEM Version 3.4 toolbox til MATLAB. Der er betragtet et 2D bjælkesystem, hvortil der er benyttet CALFEMs dynamiske *beam2d* bjælkeelementer. Den teoretiske baggrund samt opbygning af programmet er beskrevet i Bilag 4. 2D-systemet er alene baseret på svingninger i hovedretning y, og på figur 3.9 er det diskretiserede dækelementet illustreret.



Figur 3.9: Diskret elementinddeling af dækelementet.

Resultatet for den numeriske estimering af egenfrekvensen ved de to tilfælde tager udgangspunkt i et konvergensstudie, hvor diskretiseringen er øget, indtil antallet af elementer er tilstrækkeligt til at give et fornuftigt resultat. Dette konvergensstudie er foretaget ud fra en estimeret fejlparameter, e. Når e antager et minimum, er resultatet vurderet som brugbart. Det er valgt at godtage et resultat for f, såfremt e har et maksimalt minimum på 0,01%. På figur 3.10 er forløbet vist for et konvergensstudie baseret på de to tilfælde, hvor dækelementet er tomt,  $\Delta m = 0$ , og er opbygget af 15 bjælkeelementer.



Figur 3.10: Konvergensstudie af egenfrekvensen. a) Tilfælde 1. b) Tilfælde 2.

I tabel 3.2 er fejlparametre samt egenfrekvenser for de to numeriske tilfælde listet, hvilket er vist på figur 3.10.

| Tilfælde | $e\ [\%]$ | $f  [\mathrm{Hz}]$ |
|----------|-----------|--------------------|
| 1        | 0,0001    | 5,822              |
| 2        | 0,0001    | 5,780              |

**Tabel 3.3:** Dækelementets egenfrekvens for tilfælde 1 og 2, når  $\Delta m = 0$ .

Der er taget højde for, at en del af etagedækket rager ud over understøtningerne ved tilfælde 2, ved at identificere rotationsfrihedsgraderne ved understøtningerne og herved gå ind i systemmatricerne og tilpasse disse for masseinertimoment i respektive indgange. Samme fremgangsmåde er benyttet for tillægsmassen,  $\Delta m$ . En uddybning af dette er behandlet i Bilag 4. Udviklingen af egenfrekvensen for de to tilfælde er vist på figur 3.11, hvor  $\Delta m$  varierer mellem 0 og 320 kg.



Figur 3.11: Udvikling af dækelementets egenfrekvens for de to numeriske tilfælde.

Som det fremgår af figur 3.11, stemmer udviklingen for de to tilfælde overens med tilfældene fra det kontinuerte- og diskrete system vist på hhv. figur 3.4 og 3.7. Egensvingningsformerne er vist på figur 3.14.



Figur 3.12: Første egensvingningsform for tilfælde 1 og 2.

Som en ekstra sammenligning af de numeriske resultater, er det valgt at sammenligne frie henfald af dækelementet. Dette er udført i forbindelse med Forsøg I, med frie henfald genereret i FEM-programmet. Der er taget udgangspunkt i situation med et frit henfald, hvor dækelementet er tomt. Henfaldet, genereret i FEM-programmet, er udført ved en genereret impulslast,  $F_{puls}(t)$ , svarende til den impulslast, der er anvendt ved udførelse Forsøg I. Størrelsen af  $F_{puls}(t)$  er bestemt ved at identificere de største udslag af henfaldene fra Forsøg I. For at kunne beskrive de frie henfald, hvilket kræver dæmpning af systemet, er *Rayleighs* dæmpningsmodel benyttet. Dæmpningskoefficienterne,  $a_0$  og  $a_1$ , er bestemt på baggrund af dækelementets dynamiske parametre, som er listet i tabel 2.2. Impulslasten er vist på figur 3.13.



Figur 3.13: Impulslast benyttet i FEM-program.

Resultaterne heraf er således sammenlignet med resultater fra Forsøg I. Dette er vist på figur 3.14. For begge tilfælde er der en god overensstemmelse med responset fra det tomme



dækelement opnået ved Forsøg I. Tilfælde 2 giver dog det bedste fit.

Figur 3.14: Sammenligning af frie henfald. a) Tomt dækelement, numerisk tilfælde 1. b) Tomt dækelement, numerisk tilfælde 2.

#### 3.4 Sammenligning og vurdering

I det følgende er resultaterne fra de tre analysemetoder, kontinuert-, diskret- og numerisk system, sammenlignet med resultaterne fra Forsøg I. Resultaterne fra Forsøg I, er baseret på tre forskellige systemidentifikationsmetoder: *logaritmisk dekrement*, AR og ARMA, kapitel 5, der alle tager udgangspunkt i samme data i form af frie henfald. På figur 3.15a og 3.15b resultaterne for hhv. tilfælde 1 og 2 vist.



Figur 3.15: Sammenligning af metoder. a) Tilfælde 1. b) Tilfælde 2.

Ved at holde de tre metoder op imod hinanden, er de alle i stand til estimering af egenfrekvenser og egensvingningsformer. Dog er den diskrete model ikke i stand til at skabe et *krumt* billede af egensvingningsformen. Af figur 3.15a, tilfælde 1, fremgår det, at udviklingen er nærmest identisk for de tre metoder, og har en tendens til at estimere frekvenser ved stigende masse, som er højere end både forsøgsresultaterne fra Forsøg I og udviklingen for tilfælde 2, hvilket også var forventet. En større variation forekommer i udviklingerne for de tre metoder baseret på tilfælde 2, hvilket fremgår af figur 3.15b. Det fremgår ligeledes, at tendensen for udviklingerne stemmer godt overens med forsøgsresultaterne, især for det kontinuerte system. For tilfælde 2 ses det således, at det har en relativ stor betydning for udviklingen, om delene fra dækelementet, som rager udover understøtningerne, er taget i regning.

Umiddelbart er alle metoder brugbare, men tages udførelsesgraden i betragtning, er især fremgangsmåden ved det kontinuerte system besværlig, eftersom der hertil hører et stort ligningssystem, som kan være besværligt at håndtere. Når først den numeriske model er opstillet, er denne hurtig og nem at benytte, og er sammen med det kontinuerte system i stand til at gengive egensvingningsformen for dækelementet. Den diskrete udgave af dækelementet er hurtig og let at etablere, men er ikke i stand til at præsentere dækelementets egensvingningsform. Det er vurderet, at den numeriske model er mest fordelagtig til både simple og især mere sofistikerede strukturelle systemer.

En bemærkning til overskriften af dette kapitel, hvor det står *teoretisk analyse*, er, at der er benyttet forsøgsresultater fra det tomme dækelement til estimering af den korrigerede elasticitetsmodul,  $E_{kor}$ , samt Rayleighs dæmpningskoefficienter,  $a_0$  og  $a_1$ , hvorfor analysen på et stadie er *styret* af disse forsøg. Hermed er det ikke sagt, at dette nødvendigvis er behæftet med grove fejl.

4

### Systemidentifikation af strukturelle systemer

Dette kapitel giver en introduktion til begrebet systemidentifikation, som i indledningen kort blev introduceret, hvorfor der i det følgende vil være en nærmere beskrivelse heraf. Systemidentifikation indgår i flere sammenhænge end blot bygningsteknikken, og der findes flere betegnelser for begrebet. Kort beskrevet er det en parametrisk modellering af et dynamisk system ud fra eksperimentelt opsamlede data. Et system kan være af forskellig karakter, og være lineær og/eller ulineær samt tilhøre flere fagområder, hvor de betragtede fænomener kan være fysiske, biologiske eller økonomiske, blot det er muligt at beskrive ved en matematisk model. Ved at betragte en specifik matematisk model, er det muligt at splitte modellen op i en struktur- og i en parameterdel, hvor strukturen karakteriserer selve modeltypen, og parameterdelen karakteriserer de parametre, som beskriver den matematiske model. Estimeringen af parametrene baserer sig på, at et eller flere output samt ingen, et eller flere input er tilgængelige i form af eksperimentelle dataserier. Således er systemidentifikationen baseret på input-output-analyse eller output-only-analyse, hvor ingen input er tilgængelig. Det er således vigtigt at gøre sig klart, hvilken model der er tale om for derefter at anvende en passende identifikationsmetode.

Anvendeligheden af systemidentifikation er, som beskrevet, stor og ikke kun et aktuelt emne inden for bygningsteknikken, men er derimod også udbredt blandt flere fagområder. Selve anvendelsen af systemidentifikation inden for bygningsteknikken er stor, og udnyttelsen heraf er ofte benyttet til estimering af en given konstruktions dynamiske systemparametre i form af egenfrekvenser,  $\hat{f}_i$ , og modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}_i$ . Der er ofte tale om eksisterende bygningskonstruktioner af ældre dato, hvor der er brug for de dynamiske parametre, eller hvor der foretages en eftervisning af designparametrene for konstruktioner, efter de er opført.

I dette projekt er der benyttet flere systemidentifikationsmetoder, hvorfor usikkerheder og fejlkilder omkring estimering af modale systemparametre er vigtig, og er kommenteret ved de anvendte metoder. Der skelnes normalt mellem systemidentifikationsmetoder i hhv.tids- og frekvensdomæne, hvilket er kort beskrevet i de to følgende afsnit. Fælles for de anvendte metoder i dette projekt er parameterestimering, at estimere modale parametre for et strukturelt system. Yderligere er det muligt at bestemme systemets egensvingningsformer,  $\hat{\Phi}_i$ . De forskellige metodeområder er kort beskrevet, og selve anvendelsen af metoderne er nærmere behandlet i kapitel 5. Metoderne benyttet i dette projekt er hovedsageligt udvalgt i praktisk henseende med de udførte forsøg, og er dermed kun en del af et større udvalg af systemidentifikationsmetoder.

#### Metoder i tidsdomæne

I tidsdomæne er det samplede respons, acceleration, hastighed eller flytning, benyttet uden nogen direkte omsætning eller transformation af dataene, og derfor er ingen større indledende behandling af disse data krævet. Ulemper ved metoder i tidsdomæne er, at de ved programmel implementering umiddelbart er mere tidskrævende end metoder i frekvensdomæne, samt at der stilles krav til, at det strukturelle system skal være lineært. Fordele ift. frekvensdomæne er, at der undgås omdannelse af data i form af f.eks. FFT (<u>Fast Fourier Transformation</u>), hvor der ofte introduceres systematiske fejl (*bias*) samt statistiske fejl. Yderligere er der er færre restriktioner for, hvorvidt systemet skal være svagt dæmpet, hvilket er tilfældet i frekvensdomæne. De anvendte metoder i tidsdomæne er:

- ARV (<u>Auto Regressive Vector</u>)
- ARMA (<u>Auto Regressive Mowing Average</u>)
- SSI (<u>S</u>tochastic <u>S</u>ubspace <u>I</u>dentification))
- Logaritmisk dekrement
- RD (<u>R</u>andom <u>D</u>ecrement)

#### Metoder i frekvensdomæne

I frekvensdomæne er metoderne baseret på, at det samplede respons er omsat vha. f.eks. FFT til frekvensdomæne. I dette projekt er FFT, eller nærmere DFT, anvendt til denne omsætning fra tids- til frekvensdomæne. Fejl i form af bias og andre tilfældigheder er forsøgt minimeret. FFT/DFT er yderligere behandlet i kapitel 6 og Appendiks D. I dette projekt er følgende metoder i frekvensdomæne anvendt:

- Spids og halvbåndsbreddemetoden
- EFDD (<u>Enhanced Frequency Domain Decomposition</u>)
- Korrelations funktion via. FFT

# **5** Anvendelse af metoder

I dette kapitel er der givet praktisk gennemgang af de i projektet benyttede systemidentifikationsmetoder. Der er lagt vægt på den praktiske fremgangsmåde, hvorfor der undervejs er henvist til Appendiks, hvor en mere teoretiske gennemgang af metoderne er beskrevet.

#### 5.1 Logaritmisk dekrement

Logaritmisk dekrement er en metode i tidsdomæne til estimering af de modale systemparametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og det modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ . Metoden er udledt på baggrund af et fritsvingende dæmpet SDOF-system, som beskrevet i Appendiks B. Det er således antaget, at ved eksitering af dækelementet, repræsenterer denne et SDOF-system. Ved anvendelse af et frit henfald, er det logaritmiske dekrement bestemt efter fire fremgangsmåder, hvilke er beskrevet i det følgende. Fremgangsmåderne tager udgangspunkt i formel (B.6) og (B.8), hvor det logaritmiske dekrement,  $\delta$ , er givet ved hhv.:

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{C_0}{C_n} \right) \tag{5.1}$$

og

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{x(t)}{x(t+nT_d)} \right) \tag{5.2}$$

Den dæmpede egensvingningsperiode,  $T_d$ , hvoraf den dæmpede egenfrekvens er bestemt er defineret i Appendiks A.1.3, formel (A.26). Yderligere er  $T_d$  defineret som tiden mellem to på hinanden følgende successive opkrydsninger i henfaldet. Den dæmpede egenfrekvens,  $f_d$ , er således svarende til  $\frac{1}{T_d}$ , og n er den betragtede dæmpede egensvingningsperiode, hvor det totale antal er N. Sammenhængen mellem det logaritmiske dekrement og dæmpningsforholdet er defineret i formel (B.7), og er givet ved:

$$\zeta = \frac{\frac{\delta}{2\pi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}} \tag{5.3}$$

Den udæmpede egenfrekvens, f, er bestemt af formel (A.27), som er givet ved:

$$f = \frac{f_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \tag{5.4}$$

Fremgangsmåderne tager alle udgangspunkt i identificerede peak-værdier,  $x_{p,n}$ , til tiderne,  $t_{p,n}$ , bestemt for det frie henfald. Fremgangsmåderne er beskrevet i nedenstående.

#### Fremgangsmåde 1

Ved første fremgangsmåde er  $\delta$  bestemt ved følgende:

$$\delta_n = \ln\left(\frac{x_{p,n}}{x_{p,n+1}}\right) \quad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, ..., N - 1$$
(5.5)

Analogt er  $T_d$  bestemt ved:

$$T_{d,n} = t_{p,n+1} - t_{p,n}$$
 for  $n = 1, 2, 3, ..., N - 1$  (5.6)

Af formel (5.5) og (5.6) fremgår det, at der er bestemt n-1 estimater for  $\delta$  og  $T_d$ , hvilket resulterer i N-1 estimater for  $\hat{\zeta}$  og  $\hat{f}$ . Disse N-1 er efterfølgende midlet til ét resultat, hvor der tilhørende er bestemt en standardafvigelse, som er anvendt til statistisk behandling af resultaterne.

#### Fremgangsmåde 2

Ved anden fremgangsmåde er  $\delta$  bestemt ved følgende:

$$\delta_n = \frac{1}{n} \ln\left(\frac{x_{p,1}}{x_{p,n+1}}\right) \quad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, ..., N - 1$$
(5.7)

Den dæmpede egensvingningsperiode er bestemt ved:

$$T_{d,n} = \frac{1}{n}(t_{p,n+1} - t_{p,1}) \qquad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, \dots, N - 1$$
(5.8)

Som det ses af formel (5.7) og (5.8), er der analogt med fremgangsmåde 1 bestemt N-1 estimater af  $\hat{\zeta}$  og  $\hat{f}$ , som efterfølgende er midlet. Yderligere er der bestemt standardafvigelser for de modale parametre, som er anvendt til den statistiske behandling.

#### Fremgangsmåde 3

For fremgangsmåde 3 er der, modsat fremgangsmåde 1 og 2, kun bestemt ét estimat for  $\delta$  og  $T_d$ , hvilket er foretaget ved lineær regression. Indledende er  $\delta_n$  og  $T_{d,n}$  bestemt ved følgende:

$$\delta_n = \ln\left(\frac{x_{p,1}}{x_{p,n+1}}\right) \quad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, ..., N - 1 \tag{5.9}$$

Den dæmpede egensvingningsperiode er bestemt ved:

$$T_{d,n} = (t_{p,n+1} - t_{p,1})$$
 for  $n = 1, 2, 3, ..., N - 1$  (5.10)

På figur 5.1b er det vist, hvordan  $\delta_n$  er plottet som funktion af n. Er det frie henfald godt repræsenteret, som vist på figur 5.1a, er kurven givet som en ret linie, hvorfor det endelige estimater af  $\delta$  er bestemt som hældningen af denne rette linie pga. proportionaliteten. Ligeledes er det foretaget for  $T_d$ , hvor der er fittet en ret linie ved en opkrydsningsanalyse af henfaldet.



Figur 5.1: Præsentation af frit henfald. a) Henfald med fittet kurve. b) Stabilisering af  $\delta$ .

Ved denne fremgangsmåde er der til den statistiske behandling bestemt regressionskoefficienter, som beskriver, hvor godt fittet på figur 5.1 er givet.

#### Fremgangsmåde 4

For fremgangsmåde 4 er der, analogt med fremgangsmåde 3, kun bestemt ét estimat for  $\delta$  og  $T_d$ , hvilket ligeledes er foretaget ved lineær regression. Indledende er  $\delta_n$  og  $T_{d,n}$  bestemt ved følgende:

$$\delta_n = n \ln\left(\frac{x_{p,n}}{x_{p,n+1}}\right) \quad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, ..., N - 1$$
(5.11)

Den dæmpede egensvingningsperiode er bestemt ved:

$$T_{d,n} = n(t_{p,n+1} - t_{p,n})$$
 for  $n = 1, 2, 3, ..., N - 1$  (5.12)

Analogt med fremgangsmåde 3 er der foretaget lineær regression, hvormed de modale parametre med tilhørende regressionskoefficienter er bestemt.

#### Diskussion af fremgangsmåder og metode

Dataene benyttet i ovenstående fremgangsmåder er de såkaldte glattede data,  $\overline{x}(t)$ , svarende til, at middelværdien er fratrukket hver enkelt komponent i det samplede respons, hvormed  $\overline{x}(t) = x(t) - \mu_x$ . Årsagen til dette er eksempelvis, at forholdet  $\frac{C_0}{C_n}$  i formel (5.1) ændres væsentligt afhængigt af hvorvidt responset er beliggende over eller under den såkaldte nul-linie.

For de frie henfald er der fittet logaritmiske kurver ud fra de peak-værdierne,  $x_p(n)$ , der teoretisk repræsenterer en sådan kurve. Hvor godt denne kurve er bestemt, er således et mål for, hvor godt det aktuelle henfald er repræsenteret.

Den statistiske behandling af resultaterne fra fremgangsmåderne er foretaget ved vægtning af hhv. spredninger og regressionskoefficienter, afhængigt af, hvad der er beregnet ved den enkelte fremgangsmåde. For fremgangsmåde 1 og 2 er vægtningen foretaget vha. spredninger tilhørende de respektive data-serier. Spredningerne er beregnet på baggrund af de N-1 estimater bestemt for  $\hat{\zeta}$  og  $\hat{f}$ , middelværdierne er således vægtet ift. spredningerne. For fremgangsmåde 3 og 4 er der vha. regressionskoefficienter bestemt ét estimat af  $\hat{\zeta}$  og  $\hat{f}$  for hver data-serie. Vægtningsgrundlagene er beskrevet i Appendiks L.

Såfremt der er målt flere henfald i samme måling, er henfaldene fra midlet, således der er arbejdet videre med ét henfald. Er der opsamlet i flere kanaler, er der midlet for hver kanal. Denne manøvre er dog kun foretaget idet henfaldene er benyttet ved logaritmiske dekrement. Denne midling, er foretaget ved først at identificere de frie henfald i signalet, hvorefter disse er isoleret. Herefter er en trig betingelse for de isolerede henfald fastsat som spidsværdien i den maksimale positive amplitude for hvert henfald.

Afhængig af den opsamlede datatype, acceleration eller flytning, har det i tilfælde været nødvendigt at foretage integration samt filtrering af accelerationssignaler. Dette har været nødvendigt, hvor responset for det frie henfald er samplet som acceleration ved høj opsamlingsfrekvens, hvilket har resulteret i højfrekvent indflydelse på det frie henfald. Yderligere har det været nødvendigt at sammenligne estimerede resultater for flytnings- og accelerationsdata, hvor accelerationsdataene er integreret op til flytningsdata. De i projektet benyttede integrations- og filtreringsmetoder, samt eksempler herpå, er behandlet i Bilag 5.

Det etablerede program for logaritmisk dekrement vedlagt på  $[DVD \ Prog \ Log \ logaritmisk.m]$ 

#### 5.2 Autoregressive Moving Average - ARMA

AR- og ARMA-modellerne, der er anvendt i denne rapport, bygger på samme metode - ARMA, <u>Auto Regressive Moving Average</u>. Metoden er en parametrisk tidsserie-analysemetode, som tager udgangspunkt i tidligere værdier i et datasæt til at konkretisere systemet, eller til at estimere fremtidige værdier. Modellen er opbygget af to dele, en *autoregressive*- og en *moving average*-del, men modellen kan bestå udelukkende af en AReller en MA-del. De anvendte AR-modeller i dette projekt er repræsenteret i state space, hvilket åbner muligheden for at anvende et multiantal, p, af målekanaler til bestemmelse af systemparametrene. Disse modeller er i det følgende benævnt ARV(n)-modeller, hvor ner den anvendte AR-orden, og V'et står for *vektor*, dvs. en state space-repræsentation, som er givet ved størrelsen af V. I dette projekt er størrelsen givet ved antallet af målekanaler, som er tilgængelig, og såfremt mere end en kanal er tilgængelig, er modellen en såkaldt
multi-variate model. Er der i stedet angivet AR(n), er modellen en uni-variate-model, da kun én målekanal er anvendt. Der er ligeledes anvendt en ARMA(n, n - 1)-model, hvilket især har sin begrundelse ved dataanalyse, hvor kun én målekanal er tilgængelig, hvor tilføjelsen af MA-delen burde give et bedre estimat. For sammenligningens skyld er både AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modeller anvendt, hvor kun én målekanal er tilgængelig, og der er anvendt både ARV(n) og ARMA(n, n - 1)-modeller ved multi-variate systemer. Den mindste ARMA-orden, som det er muligt at undersøge, er n = 2, hvilket vil sige en ARMA(2, 1)-model. En ARMA-model af orden n = 1, dvs. ARMA(2, 0), er automatisk en AR(2)-model, og er derfor undersøgt i en AR-modellering.

Grundlæggende er fremgangsmåden den samme, når dæmpningsforholdet eller egenfrekvensen skal estimeres, uanset om der er anvendt en AR(n)-, ARV(n)- eller en AR-MA (n, n - 1)-model. Fremgangsmåden er illustreret på figur 5.2.



**Figur 5.2:** Metodefremgangsmåde ved ARMA-modellering af såvel AR(n)-, ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modeller.  $n_{max}$  angiver den største model-orden, der er undersøgt ved de enkelte delforsøg.

Første boks er datasættet, som er de rå data fra forsøgene, for hvilke der er fratrukket middelværdien på datasættet. Den overordnede formel i en AR(n)-model, hvor n angiver ordenen, er givet ved følgende:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_n X_{t-n} + a_t$$
(5.13)

ARMA(n, n - 1)-modellen er opbygget som følgende:

$$X_{t} = \phi_{1}X_{t-1} + \phi_{2}X_{t-2} + \dots + \phi_{n}X_{t-n} + \theta_{1}a_{t-1}\theta_{2}a_{t-2} + \dots + \theta_{n-1}a_{t}t - n - 1 + a_{t}$$
(5.14)

Som det fremgår af de to modeller er lighederne store og den eneste reelle forskel er, at ARMA(n, n - 1)-modellen indeholder leddet med MA-parameteren  $\theta_1$ . Begge modeller indeholder AR-parametrene  $\phi_n$ . Af formel (5.13) fremgår det, at modellerne er et fit til datasættet, og kræver at n dataværdier er kendte. Da modellen er et fit, vil der fremkomme fluktuationer,  $a_t$ , som er fejlen mellem den, af modellen, beregnede værdi, og værdien givet i datasættet. Det er derfor også indlysende, at jo mindre fejlen er, desto bedre er modellen ifht. de data, som modellen skal efterligne. Værdierne, som det er muligt at ændre på, er AR-parametrene,  $\phi_1, \phi_2 \dots \phi_n$ , hvilke er bestemt ved en *least square*-metode, hvor summen af kvadratet på fejlen er nået, er de bedste AR-parametre bestemt. For en ARMA(n, n - 1)-model er betydelig mere kompliceret at bestemme, hvilket er nærmere beskrevet i Appendiks I.2.1. For at bestemme parametrene er der i denne rapport anvendt armax, som er en toolbox til MATLAB.

Parametrene opfylder i første omgang kun formel (5.13) og (5.14), og kan derfor beregne estimatet  $\hat{X}_t$  ud fra *n* tidligere dataværdier, men AR-parametrene indeholder mere information end, hvad der umiddelbart forekommer at være tilfældet. I Appendiks er bevægelsesligningen for et SDOF-system opstillet i state space, og en egenværdiløsning er bestemt med tilhørende egenværdier,  $\mu_i$  for i = 1, 2, ..., n. Løsningen til bevægelsesligningen er følgende egenværdier:

$$\mu_i, \bar{\mu}_i = -\zeta_i \omega_i \pm \omega_i \sqrt{\zeta_i^2 - 1} \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, 2p$$
  
$$= a_i \pm j b_i \tag{5.15}$$

Som det fremgår af formel (5.15) er egenværdierne afhængige af de søgte parametre, dæmpningsforholdet,  $\zeta_i$  og den cirkulære egenfrekvensen,  $\omega_i$ . Ved at anvende værdierne  $a_i$  og  $b_i$ , er dæmpningsforholdet og egenfrekvensen givet ved følgende:

$$\omega_{ni} = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \tag{5.16}$$

$$\zeta_i = \frac{a_i}{\omega_{n_i}} \tag{5.17}$$

Da det ikke er muligt at bestemme egenværdier,  $\mu_i$ , uden at kende  $\zeta_i$  og da  $\omega_i$ , og det ikke er muligt at bestemme  $\zeta_i$  og  $\omega_i$  uden at kende  $\mu_i$ , er kun den trivielle løsning,  $\mu_i = 0$ , gældende. Ligesom for bevægelseligningen, er der i Appendiks I.4.3 bestemt en egenværdiløsning for ARMA-modellerne i state space med tilhørende egenværdier,  $\lambda_i$  for i = 1, 2, d ots, n. Det er disse egenværdier for hhv. bevægelsesligningen og ARMAparametrene i state space, der er grundlaget for bestemmelsen af dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvilket ligeledes er illustreret på figur 5.2.



Figur 5.3: Sammenkobling mellem egenværdier for hhv. bevægelsesligningen og ARMAparametre i state space.

Som det fremgår af figur 5.2 er den væsentligste del af problemstillingen sammenkoblingen mellem egenværdierne for bevægelsesligningen og ARMA-parametrene. Når p angiver antallet af målekanaler anvendt ved beregningen, er sammenkoblingen givet ved følgende relation:

$$\mu_i = \frac{1}{\Delta} \ln \lambda_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, 2p$$
(5.18)

Som det fremgår af formel (5.18), er 2p forskellige egenværdiløsninger tilgængelig til den anvendte ARMA-orden. For en model, hvor kun én målekanal er anvendt, dvs. p = 1, findes kun to løsninger, hvilke er kompleks konjugerede, og dermed løsningen reduceret til kun en. Med relationen i formel (5.18) er det muligt at bestemme egenværdierne tilhørende bevægelsesligningen,  $\mu_i$ , ved brug af egenværdierne tilhørende ARMA-parametrene,  $\lambda_i$ . Som det er angivet i formel (5.16) og (5.17) er det muligt at bestemme dæmpningforholdet og egenfrekvensen ved  $a_i$  og  $b_i$ , som er bestemt ved følgende relation til egenværdierne for ARMA-parametrene:

$$a_i = \frac{1}{2\Delta} \ln(\lambda_i \bar{\lambda}_i) \tag{5.19}$$

$$b_i = \frac{1}{\Delta} \tan^{-1} \left[ \frac{Im(\lambda_i)}{Re(\lambda_i)} \right]$$
(5.20)

Umiddelbart vil ARMA-modeller af forskellige ordener, ikke give samme estimater på de søgte systemparametre, løsningen er derfor ikke entydig. Der er således anvendt forskellige ordener, hvor ordenen er øget til en fastsat orden n, for at sikre, at en god løsning er bestemt. Dette giver mange forskellige løsninger, og såfremt der er anvendt en multi-variate-model, stiger antallet af løsninger. Eksempelvis vil en ARV(n)-model, hvor  $n = 1, 2, \ldots, 50$  og p = 8, give 800 løsninger. Dermed lyder problemstillingen - hvilke løsninger tilhører de søgte systemparametre, og kan løsningen antages at være god. Denne problemstilling er løst ved en stabilisering af de bestemte løsninger. På figur 5.4a og 5.4b er alle resultatværdier fra Forsøg II.ABC vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er anvendt en ARV(n)-model, hvor p = 8 og ordenen er  $n = 1, 2, \ldots, 50$ .



**Figur 5.4:** Resultatværdier for Forsøg III.ABC a<br/>) $\zeta,$  alle resultatværdier. b)f, alle resultatværdier.

Umiddelbart er det svært at se en entydig løsning af figur 5.4a og 5.4b, men dette skyldes, at ARV(n)-modellerne har bestemt mere end én egenløsning til systemet. Dette syntes også at være tilfældet på figur 5.4b, hvoraf det fremgår, at omkring 5 Hz estimerer ARV(n)modeller af forskellig orden samme værdi. Samme tendens er tydelig ved omkring 33 Hz, og mindre tydelig ved omkring 22, 28 og  $43 \,\mathrm{Hz}$ . At der ligeledes er en løsning ved  $0 \,\mathrm{Hz}$ skyldes, at ARV(n)-modellerne estimerer en triviel løsning til egenværdiproblemet, hvilket ikke er anvendelig i dette tilfælde, da det er krævet, at de søgte egenfrekvenser er større end 0 Hz. Dermed er der omkring fem forskellige løsninger på egenfrekvensen, bestemt ved denne ARV(n)-modellering, hvilket svarer til fem forskellige egenfrekvenser for det analyserede system. Samme tendenser er ikke umiddelbart mulig at identificere for dæmpningsforholdet, vist på figur 5.4a. Her syntes de enkelte løsninger at samle sig under et dæmpningsforhold på ca. $30\,\%,$ men en klar tendens er ikke tydelig. Der er derfor anvendt en sammenkobling med egenfrekvensen, da kun en løsning, hvor både egenfrekvensen og dæmpningsforholdet er stabil, er en stabil løsning. Da det umiddelbart fremgår af 5.4b, at en første egenfrekvens, og dermed også første egenmode, er at finde omkring 5 Hz, må det dermed kræves, at kun de dæmpningsforhold der tilhører disse egenfrekvenser, må tilhøre første egenmode. Ved at sortere i resultaterne, så det kun er resultaterne hvor egenfrekvensen er ca. 5 Hz, er resultatværdierne vist på figur 5.5a og 5.5b fremkommet.



**Figur 5.5:** Stabilisering af II.ABC. *Kryds* angiver resultat, *ring* angiver stabil værdi. a)  $\zeta_s$ , sorterede værdier. b)  $f_s$ , sorterede værdier. c)  $\zeta_s$ , stabile værdier. d)  $f_s$ , stabile værdier.

Af figur 5.5b er tydeligt at se, at egenfrekvensen er ca. 5,6 Hz, men af figur 5.5a er det ikke

umiddelbart til se en entydig løsning. Ved en modelorden mindre end n = 31 estimerer de forskellige modelordener forskellige løsninger, men herefter er de enkelte modelordener stort set enige om en løsning. Dette er ligeledes vist på figur 5.5c, som viser et nærbillede af dæmpningsforholdet, hvor det fremgår, at en stabil løsning på dæmpningsforholdet nærmere skal bestemmes efter en modelorden på ca. n = 38. På samme måde er et nærbillede af egenfrekvensen vist på figur 5.5d, hvor det fremgår, at efter en modelorden på n = 45 begynder egenfrekvensen at afvige fra den stabile løsning. Dette indikerer at en stabil løsning skal findes mellem n = 32 og n = 45. Dette interval er vist med en vandret streg i figur 5.5a og 5.5b. Det er dog ikke umiddelbart muligt at bestemme en stabil værdi ved blot at midle løsningerne i det bestemte interval, da enkelte værdier i intervallet kan være instabile. Dette fremgår af figur 5.5c, hvor dæmpningsforhold ved en modelorden på n = 41 og n = 42 umiddelbart ligger uden for den stabile værdi, som modellen vil opnå ved en modelorden på n = 50. Dermed er de anvendte værdier til en midlet resultatværdi baseret på samhørighed i værdiens størrelse ved at acceptere en forudbestemt forskel mellem løsningerne i et stabilt interval. Den accepterede forskel mellem de enkelte modelordener er sat efter de betragtede værdier, hvilket især har betydning for dæmpningsforholdet, som varierer meget som følge af personantallet. For små dæmpningsforhold skal den acceptable forskel mellem de enkelte modelordner være lille, ellers vil forskellen betyde, at ikke-stabile værdier medtages og resultatet dermed bliver en middelværdi af alle resultatværdier. Der er accepteret en forskel på 10% af det mindste dæmpningsforhold, der er finde blandt de sorterede resultatværdier. For at sikre at egenfrekvensen også er stabil, er der accepteret en forskel på 5% af den mindste egenfrekvens, der er gældende for de sorterede værdier. Dermed er følgende stabilitetskriterier anvendt, hvor n angiver ARMA-ordenen:

$$\begin{aligned} |\zeta_{s_n} - \zeta_{s_{n-g}}| &< 10\% \ \zeta_{min} & \text{for} \quad g = 1, 2, \dots, n-1 \\ |\omega_{s_n} - \omega_{s_{n-g}}| &< 5\% \ \omega_{min} & \text{for} \quad g = 1, 2, \dots, n-1 \end{aligned}$$
(5.21)

Som det fremgår af formel (5.21), er det nødvendigt med to værdier, som ligger tæt, hvis modellen skal være stabil. For at nå en stabil værdi er det nødvendigt, at to modelordener viser en overensstemmelse. Er forskellen mellem estimaterne fra de enkelte modelordener for stor, er modellen ikke stabil, og giver derfor ikke noget resultat. Det endelige estimat er beregnet som et gennemsnit mellem værdierne for de modelordener, der har opnået stabilitet. Såfremt der er flere serier fra samme forsøgsopstilling, er et vægtet gennemsnit beregnet. Generelt er egenfrekvensen godt bestemt ved de forskellige modelordener og giver hurtigt en stabil værdi, hvorimod dæmpningsforholdet ofte viser stor uoverensstemmelse mellem de enkelte modelordener. Første skridt i stabiliseringen er derfor, at sikre de stabile egenfrekvenser, og dermed de dæmpningsforhold, der tilhører de stabile egenfrekvenser. Da dæmpningsforholdet oftest kun er stabilt i et afgrænset område, er dette område udvalgt manuelt, og stabilitetskriterierne i formel (5.21) er beregnet for dette område.

## 5.3 Spids og halvbåndsbreddemetoden

Spids- og halvbåndsbreddemetoden er en metode, som opererer i frekvensdomæne ved estimering af det modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ , samt egenfrekvens,  $\hat{f}$ . Metoden tager udgangspunkt i frekvensresponsfunktionen for et strukturelt lineært system, og metoden er nærmere behandlet i Appendiks A.1.4.

Ved identifikation af systemparametrene, hvor belastningen er ukendt, er der benyttet FFT til generering af auto-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{xx}(f)$ . Metoden er oprindeligt baseret på frekvensresponsfunktionen, men set i praktisk anvendelse af metoden til systemidentifikation, er auto-spektraltæthedsfunktionen benyttet. Dette alternativ giver umiddelbart ikke nogen fejl på de estimerede modale parametre under den forudsætning, at eksiteringsformen er karakteriseret som et rent hvidstøjssignal. Såfremt eksiteringsformen er afvigende herfra, vil dette får betydning for estimeringen af de modale parametre, da forudsætningen ikke er nået. På figur 5.6 er auto-spektret vist for et tilfældigt system. Umiddelbart er egenfrekvensen let at identificere, da egenfrekvensen bør være rigeligt eksiteret, hvormed der dannes en spids ved denne i auto-spektret. Dette er vist ved frekvensen,  $f_r$ , i figur 5.6. Dæmpningsforholdet er bestemt ved formel (A.40), og er givet ved:

$$\zeta = \frac{B_r}{2f_r} \tag{5.22}$$

På figur 5.6 er halvbåndsbredden,  $B_r$ , illustreret, hvor desuden placeringen af den halve spektralværdi med tilhørende aflæsningsfrekvenser,  $f_1$  og  $f_2$ , er vist. Hermed er  $B_r = f_2 - f_1$ .



Figur 5.6: Illustration af halvbåndsbredden.

Som det fremgår af figuren, er det ikke sikkert, at der findes datapunkter, hvori det er muligt at aflæse frekvensen, hvor halvbåndsbredden er ønsket estimeret. Derfor er der foretaget lineær interpolation mellem punktet før og efter den ønskede værdi. Ligeledes er estimeringen af egenfrekvensen foretaget som spidsværdien bestemt af toppunktet i et andengradspolynomium baseret på spidsværdien i auto-spektret samt to punkter før og efter denne spidsværdi. Dette sætter også et krav om, at der skal være et minimum antal datapunkter til at repræsentere den analyserede *klokke*, hvilket også hænger sammen med antallet af midlinger, der skal til for at give et godt og analyserbart spektrum. Vigtige parametre, som er behandlet under estimeringen af auto-spektraltæthedsfunktionerne listet her:

- $B_r$ , halvbåndsbredden
- $B_e$ , båndbredden af signalet
- $n_d$ , antallet af spektrale midlinger

- N, antallet af punkter, som beskriver spektret
- $f_s$ , opsamlingsfrekvensen
- $\epsilon_r$ , statistisk fejlparameter
- $\epsilon_b$ , systematisk fejlparameter

Ovenstående listede parametre er beskrevet i Appendiks C.3.2. Spids- og halvbåndsbreddemetoden er generelt en nem metode til estimering af de dynamiske parametre. Metoden er hovedsageligt baseret på spidsspektralværdien, hvorfor denne har væsentlig indflydelse på estimeringen af  $\zeta$ . Heraf er det givet, at resultatet er afhængigt af, hvor godt spidsværdien, og dermed auto-spektret, er bestemt. Hovedsageligt vil metoden resultere i overestimerede værdier for dæmpningen. En af de mest væsentlige fejlkilder til dette er lækage, der opstår i forbindelse med transformation af data til frekvensdomæne samt forholdet mellem båndbredden i signalet og halvbåndsbredden. Lækage samt andre systematiske og statistiske fejl er nærmere beskrevet i afsnit 6.2, hvor den benyttede fremgangsmåde til estimering af spektra også er beskrevet.

# 5.4 Identifikation vha. korrelationsfunktioner

Estimering af et systems dynamiske parametre, egenfrekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning  $\hat{\zeta}$  er mulig ved estimering af korrelationsfunktioner,  $\hat{R}_{xx}$ , ud fra et samplet respons. Det er muligt at etablere en korrelationsfunktion, med form som et frit henfald, ved at isolere et udvalgt frekvensområde i tidsserien. Dette henfald besidder således information, som det er mulig at analysere vha. logaritmisk dekrement-metoden, beskrevet i afsnit 5.1. Er det udvalgte frekvensområde således beliggende omkring en bestemt egensvingningsform, er det givet, at korrelationsfunktionen besidder informationen for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  ved den udvalgte egensvingningsform.

Det udvalgte frekvensområde, som har interesse, er isoleret ved at foretage en båndpasfiltrering omkring denne. Eftersom det er forventet, at systemets egenfrekvens er i området mellem 5 og 6 Hz, er der for den enkelte tidsserie estimeret et spektrum, hvoraf frekvensspidsværdien,  $f_r$ , hvor systemets egenfrekvens er identificeret. Båndpasfilteret er således tilpasset frekvensområdet ved at tillægge en halv filterbåndbredde,  $\frac{1}{2}B_{filt}$ , på hver side af  $f_r$ . Dette er ideelt set illustreret på figur 5.7. Selve filtreringsprocessen er nærmere behandlet i Bilag 5.



Figur 5.7: Illustration af filterbåndbredden,  $B_{filt}$ .

Ved filtreringen er det vigtigt at tage højde for den første vridningsmode, som ligger omkring 8 Hz, hvilket også fremgår af Bilag 1, eftersom det ellers er muligt, at denne vil influere på estimeringen af korrelationsfunktionen,  $\hat{R}_{xx}$ . Denne tætplacerede egensvingningsform er ligeledes illustrativt vist på figur 5.7.

Det er valgt udelukkende at estimere egenfrekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpningen,  $\hat{\zeta}$ , ud fra autokorrelationsfunktionen,  $\hat{R}_{xx}$ , hvor antallet af estimater afhænger af antallet af kanaler der er benyttet ved forsøget. Resultaterne er efterfølgende midlet.

I det følgende er beskrevet de to metoder benyttet til estimering af korrelationsfunktioner på baggrund af den filtrerede data. Metoderne er RD, <u>R</u>andom <u>D</u>ecrement metoden, og estimering vha. FFT. Beregningerne er foretaget i program,  $[DVD \setminus Prog \setminus Kor \setminus korrelation.m]$ .

## 5.4.1 Random Decrement metoden - RD

Random Decrement er en metode i tidsdomæne til estimering af korrelationsfunktioner, hvor der er antaget et respons, som er udtrykt ved en stationær proces stammende fra et fysisk fænomen. Den teoretiske baggrund for metoden er beskrevet i Appendiks E. I det følgende er således kun fremhævet det væsentligste for fremgangsmåden. Metoden består i, at den såkaldte Random Decrement signatur er bestemt,  $\hat{D}_{xx}$ , som for auto-funktioner er givet ved følgende:

$$\hat{D}_{xx}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x(t_i + \tau) |T_x(t_i)| = D_{xx}$$
(5.23)

Af formel (5.23) er den stationære proces, x(t), betragtet. Af denne er der udtaget N tidssegmenter, eller såkaldte tidsvinduer, af længden  $\tau$ , hvilket er udtaget på baggrund af en triggerbetingelse,  $T_x(t)$ . RD-signaturen er således bestemt på baggrund af midling af N tidssegmenter, svarende til antallet af gange triggerbetingelsen,  $T_x(t)$ , er opfyldt. Det er i projektet valgt at anvende en *levelcrossing* triggerbetingelse, hvor der, for hver gang responset overstiger et forudbestemt niveau, er udtaget et segment af tidslængden  $\tau$ . Triggerbetingelsen er defineret som følgende:

$$T_x(t_i) = x(0) = a (5.24)$$

Triggerbetingelsen, formel (5.24), er valgt til  $a = \sqrt{2} \sigma_x$ , hvor  $\sigma_x$  er spredningen af x(t). Det er muligt at udlede denne triggerbetingelse ved at søge minimum af varians for RD-signaturen. Dette er dog ikke videre behandlet.

På figur 5.8 er princippet for anvendelsen af RD-metoden illustreret.



**Figur 5.8:** Princip for bestemmelse af RD-signaturen. a) Stokastisk proces, x(t), med udvalgt triggerbetingelse,  $T_x(t_i) = x(0) = a = b$  N, tidssegmenter betinget af a og af længden  $\tau$ . c) RD-signatur ved midling af N segmenter.

Det er nødvendigt, at antallet af tidssegmenter, N, er tilstrækkeligt, hvilket er søgt med den valgte triggerbetingelse. Dette sikrer, at den stokastiske del fra belastningen er midlet væk, og bliver dermed en negligibel størrelse.

## 5.4.2 Fast Fourier Transform - FFT

Estimeringen af korrelationsfunktioner baseret på FFT, <u>Fast Fourier Transform</u>, er en metode, som både introducerer frekvens- og tidsdomænet. Den teoretiske gennemgang af metoden er beskrevet i Appendiks F. Metoden estimerer korrelationsfunktioner uden introduktion af systematiske fejl, bias. Det er for denne metode valgt, at basere estimaterne af egenfrekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , på baggrund auto-korrelationsfunktioner,  $\hat{R}_{xx}$ . Betragtes tidsserien x(t) er denne delt op i N segmenter,  $x_n(t)$ , af tidslængden, T. Det følgende skridt er, at tillægge nuller til alle N tidsserier således, at de er defineret i intervallet [0; 2T], på følgende måde:

$$x_n(t) = \begin{cases} x(t) & t \in [0;T] \\ 0 & t \in [T;2T] \end{cases} \quad \text{for} \quad n = 1, 2, 3, ..., N$$
(5.25)

Efter estimering af auto-spektraltæthedsfunktioner, for segmenterne defineret i formel

(5.25), er disse efterfølgende midlet til ét spektrum,  $S_{xx}^b$ , hvor bias er introduceret. Dette er løst ved, at foretage en invers fourier transform af det midlede spektrum, som er efterfulgt af division med det såkaldte *basic-lag* vindue, hvormed bias er fjernet. Hermed er der estimeret en korrelationsfunktion, hvor bias ikke er introduceret. Fremgangsmåden er illustreret på figur 5.9.



Figur 5.9: Forløb for bestemmelse af korrelationsfunktion vha. FFT.

Som det fremgår, er det muligt, at etablere et frit henfald af længden T som den første eller sidste halvdel af korrelationsfunktionen.

## 5.4.3 Opsummering

De to beskrevede metoder, til estimering af korrelationsfunktioner, tager begge udgangspunkt i MATLAB toolboxen,  $[DVD \ Prog \ nimatools.m]$ .

# 5.5 ARTeMIS Extractor 2008

Som en del af projektet, er systemidentifikationsprogrammet ARTeMIS Extractor 2008, som er et output-only analyseværktøj, benyttet. Indledningsvist er der opbygget en configurationsfil indeholdende information omkring:

- Opsamlingsrate
- Strukturgeometri
- Frihedsgrader

• Dataopsætning

Opsamlingsraten definerer tidsintervallet,  $\Delta t$ , imellem de opsamlede datasæt, som er grundlæggende ved etablering frekvensspektra. Efterfølgende er den betragtede strukturs geometri beskrevet, hvor frihedsgrader for hhv. x, y og z retningen er specificeret. Endelig er de opsamlede dataserier henvist til deres respektive frihedsgrader. I det følgende er der taget udgangspunkt i strukturen for dækelementet, beskrevet i kapitel 2. Denne struktur er defineret i Bilag 1, hvor ét forsøg med det tomme dækelement er behandlet. Strukturen for dækelementet, som er opbygget i ARTeMIS, er vist på figur 5.10, og konfigurationsfilen er vedlagt på [ $DVD \setminus Data \setminus Kontrol \setminus element.cfg$ ].



Figur 5.10: Opbygning af dækelementets struktur i ARTeMIS Extractor 2008, med viste retninger, hvor der opsamlet data.

Der er benyttet to identificeringsværktøjer, Stochastic Subspace Identification og Enhanced Frequency Domain Decomposition, som opererer i hhv. tids- og frekvensdomæne. Den praktiske fremgangsmåde for de to metoder, er i det følgende beskrevet med udgangspunkt i kontrolforsøget, beskrevet i Bilag 1 for det tomme dækelement. Det er hermed valgt, at identificere første egensvingningsform,  $\Phi_2$ , beliggende omkring 22 Hz. Følgende afsnit er baseret på [ 2008c].

#### 5.5.1 Stochastic Subspace Identification - SSI

SSI metoden er som beskrevet en metode i tidsdomæne, en såkaldt parametrisk model, hvor der fittes direkte til de opsamlede tidsserier. Det matematiske grundlag for denne parametriske model er givet i Appendiks G. For modellen, er det givet, at antallet af parametre til beskrivelse af den matematiske model fittet til tidsserien, er af vigtig karakter. Dette kommer af, når antallet af parametre er øget, svarende til øget modelorden, n. Er modelordenen for lav er det dynamiske og statistiske grundlag ikke tilstrækkeligt defineret, mens en for høj orden resulterer i unødvendige statistiske usikkerheder af modelparametrene. Valget af modelorden, n, er foretaget på baggrund af parameterstabiliseringens udseende, som er vist på figur 5.11, defineret i frekvensintervallet [0; 50 Hz]samt modelorden op til n = 80.



Figur 5.11: Stabiliseringsdiagram for det tomme dækelemnt.

Det er trods alt bedre, at benytte en for høj modelorden frem for en, som er for lav. Dette resulterer i ekstra estimerede støjparametre, vist med brun på figur 5.11. Øvrige parametre grønne og røde, hhv. ustabile og stabile er efterfølgende betragtet. Valget af den enkelte parameter, er foretaget ved, at give stabiliseringskrav for frekvens, f, og dæmpning,  $\zeta$ , i form af spredninger,  $\sigma$ . Efter implementering af,  $\sigma_f = 0,001$  Hz og  $\sigma_f = 0,005$ %, er de stabile parametre reduceret til et minimum, hvor der således er søgt én enkelt parameter til definition af en ønsket egensvingingsform. Især hvor flere stabile parametre er i række er det fordelagtigt, at udvælge en værdi. På figur 5.12 er det reducerede stabilitetsdiagram vist, hvor der er udvalgt parameter ved orden n = 35, indeholdende information omkring frekvens og dæmpning.



Figur 5.12: Reduceret stabiliseringsdiagram for det tomme dækelemnt.

## 5.5.2 Enhanced Frequency Domain Decomposition - EFDD

EFDD metoden er som beskrevet en metode i frekvensdomæne, der er en videre udvikling af FDD metoden, er istand til at estimere de modale parametre ud fra en opløsning af systemets respons til en række af SDOF-systemer, repræsenteret ved frie henfald, for hver egensvingningsform. De frie henfald er efterfølgende benyttet til estimering frekvens og dæmpningsforhold. Den teoretiske baggrund for FDD er beskrevet i Appendiks H. Indledningsvist er der foretaget en SVD på de estimerede spektraltæthedsfunkioner for de rå tidsserier, hvilket får den betydning, at de singulære værdier repræsenterer estimater af auto-spektraltæthedsfunktionerne for SDOF-systemer og de singulære vektorer er estimater af egensvingningsformerne. På figur 5.13, er den opløste spektralestimering for det tomme dækelement i frekvens intervallet  $[0; 50 \,\text{Hz}]$  vist , hvor der er udvalgt en klokke, markeret med rødt, med udgangspunkt i den maksimale singulære værdi.



Figur 5.13: Udvalgt klokke fra opløst spektralestimering.

Ved identificeringen af klokken, som det er vist på figur 5.13, er FDD teknikken benyttet, hvormed der er anvendt det såkaldte *Modal Assurance Criterion* (MAC) estimeret omkring den udvalgte klokke. Der er således indstillet et manuelt MAC niveau, der beskriver hvor stor en mængde af de singulære værdier, der er medregnet til beskrivelse af klokken. Et indledende pålideligt skøn for denne er 0, 8, men kan antage værdier mellem 0 og 1.

Efter et passende indstillet MAC niveau, er klokken, som repræsenterer et SDOF-system transformeret tilbage til tidsdomænet, hvormed der er opnået en korrelationsfunktion i form af et frit henfald. Dette fire henfald er illustreret på figur 5.14.



Figur 5.14: Korrelationsfunktion baseret på udvalgt klokke.

Af korrelationsfunktionen, figur 5.14, er dæmpningen estimeret efter metoden omkring det logaritmiske dekrement, beskrevet i afsnit 5.1, fremgangsmåde 3. Hvor stor en del af henfaldet, som er medregnet, er vist med gråt, samt defineret som differencen mellem maksimal og minimal korrelation,  $\Delta R = R_{max} - R_{min}$ . sidstnævnte er manuelt defineret. Er dæmpningsforholdet godt repræsenteret, vil den naturlige logaritme til de faldende amplituder i henfaldet være defineret ved en ret linie, som det er vist på figur 5.15.



Figur 5.15: .

Som det fremgår af figur 5.15, er den udvalgte del af korrelationsfunktion fint repræsenteret ved en ret linie. Ligeledes er frekvensen estimeret ud fra lineær regression af en opeller nedkrydsningsanalyse af korreltaionsfunktionen. Det er vigtigt, at henfaldet på figur 5.14, er faldet til et tilstrækkeligt lavt niveau. Er dette ikke tilfældet, er der mulighed for lækage og dermed introduktion af bias. Dette er, om muligt, løst ved, at øge antallet af spektrale punkter.

## 5.5.3 Opsummering

Resultaterne for de to identificeringsmetoder beskrevet i ovenstående er listet i tabel 5.1. Ligeledes er tilhørende egensvingningsformer præsenteret på figur 5.16.

**Tabel 5.1:** Egenfrekvens og dæmpningsforhold for egensvingningsform,  $\Phi_2$ .

| $\hat{\Phi}_2$ | $\hat{f}$ [Hz] | $\hat{\zeta}$ [ % ] |
|----------------|----------------|---------------------|
| EFDD           | 22,13          | 0,32                |
| SSI            | 22,13          | 0,30                |

Som det fremgår af tabel 5.1, er der god overensstemmelse mellem de to metoder.



**Figur 5.16:** Egensvingningsform,  $\Phi_2$ . a) EFDD. b) SSI.

# 6 Forsøgs- og databehandling

I dette kapitel er generelle områder indenfor forsøgsrelateret databehandling gennemgået. Der er lagt hovedvægt på dataakkvisitionen, hvor baggrunden for forskellige led, lige fra input til analyseret output, kort er beskrevet. Opfølgningen på disse led, eller processer, der indgår i dataakkvisitionen, er foretaget ved en beskrivelse af, hvilke metoder og teorier, der er benyttet for at beskrive disse processer. Dette har bl.a. til formål, at beskrive, hvordan dataserier inden parameterbestemmelse, er behandlet, samt hvordan de er genereret. Herunder er der set på forskellige eksiteringsmetoder, signalidentificering, indledende databehandling, analyse af frekvensspektra samt det endelige resultat af analysen. Der er løbende benyttet dataeksempler fra de udførte forsøg.

# 6.1 Dataakkvisition

Måden hvorpå akkvisitionen af data er foretaget, afhænger først og fremmest af typen af den tilgængelige data. I dette tilfælde er et fysisk fænomen i form af et svingende dækelement betragtet, hvilken er introduceret i kapitel 2, hvor datamængden er responset fra denne. En passede teknik til både generering og opsamling af data er bedst muligt tilpasset systemet, eftersom de samplede data er et vigtigt led i identifikationsanalysen af de dynamiske karakteristika. Den samlede dataproces er illustreret på figur 6.1, hvor rækkefølgen af nøgleprocesserne er angivet.



Figur 6.1: Illustration af de nøgle-processer, som dataene er igennem fra begyndende opsamling til færdig analyse.

Akkvisition af data har sin hovedvægt på instrumenteringen, især transducere, hvor der sker en omsætning af et fysisk fænomen ved måling til et elektrisk output signal. I de tilfælde, hvor fænomenet repræsenter målinger i form af mekaniske størrelser, såsom kraft, tryk eller bevægelse, er transduceren oftest bestående af et mekanisk element, der opfanger fænomenet ved deformation, som efterfølgende omsættes til et elektrisk signal. Desuden skal dataene fra transduceren transmitteres videre enten vha. kabel eller trådløs transmission til en datareceiver. Begge muligheder giver anledning til støj, som har indflydelse på signalet. Det er muligt at komme nogle af de væsentligste fejlkilder til kort ved at kalibrere systemet. Ekstra kalibrering eller kontrol af instrumenteringen for støj, er mulig ved estimering af kohærensen og fasevinklen for outputtet mellem hver enkelt målekanal og hver af de øvrige kanaler. Ved frekvenser af interesse vil disse to forhold udvise særlig fysisk karakter, hvor kohærensen bør have en værdi omkring én og fasevinklen omkring nul, [Bendat & Piersol 2000].

*Lagring* af data foregår som oftest ved konvertering af det analoge signal fra transduceren til et digitalt signal, der indlæses på en computer.

Omsætning af data indebærer selve mekanismen bag analog til digital-konverteringen, hvilket normalt resulterer i et binært system af tal mellem 0 og 1, eller et system (ASCII), som er mindre effektivt, men muligt at læse for de fleste programmer, hvor tallene er mellem 0 og 9. Desuden er der spørgsmål om, hvorvidt tidslængden, T, af den samplede tidsserie er tilstrækkelig, samt hvad der er gældende for en optimal samplingsfrekvens,  $f_s$ .

*Kvalifikation* af data. Forud for en dybere analyse af det samplede signal, er det vigtigt at kontrollere eller klassificere datamængden. For klassificering af datamængden er det muligt at tage udgangspunkt i Appendiks C, hvor forskellige typer af data processer er beskrevet. Det er forudsat, at den samplede datamængde er stationær, eftersom dette er forudsat af de fleste matematiske- og teoretiske modeller. Det er derfor i praksis en god ide at kontrollere dette. Desuden er det vigtigt at kontrollere signalet for uregelmæssigheder, hvilket eksempelvis kunne være intstrumenteringsstøj, klipning, uregelmæssige støj-peaks, signal drop-out eller falsk signal tendens. Dette kræver en vis validering af signalet, hvilket er foretaget for de forskellige forsøgstyper, hvilke er beskrevet i afsnit 6.4.

Analyse af data har to hoved kategorier, en procedure for analyse af individuelle tidsserier og en analyse ved brug af flere tidsserier fra samme måling. Disse analyser har til formål, at fastsætte samt validerer typen af data. Samtidig er formålet at uddybe de fysiske egenskaber, der ligger skjult i datamængden. Analysedelen består som regel af korrelations-, spektraltætheds-, stationaritets- og periodicitetsanalyser for at afsløre information omkring det undersøgte.

Hvordan de forskellige nøgleprocesser, som er illustreret på figur 6.1, er bearbejdet i dette projekt, er beskrevet nærmere i de følgende afsnit.

## 6.2 Analyse og anvendelse af FFT

I forbindelse med systemidentifikation og anden databehandling i frekvensdomæne, er der foretaget transformation af de samplede data fra tids- til frekvensdomæne, hvilket giver anledning til en række fejl. I det følgende er der berettet om disse fejl, samt om, hvad der er foretaget for at minimere, eller helt fjerne, disse fejl. Det er især ved udarbejdelsen af forskellige spektra ved brug af FFT, eller rettere DFT, at disse fejl forekommer. Årsagen til den fundamentale fejl er springet fra kontinuert til diskret fourier transform, hvor der er benyttet en diskret tidsserie af endelig udstrækning.

Fejlene er opdelt i to grupper, statistiske fejl og systematiske fejl. Sidstnævnte er også kaldet bias. Den statistiske fejl,  $\epsilon_r$ , er resultatet ved brugen af det endelige diskrete signal, fremfor det teoretiske kontinuerte signal. Det er muligt ved midling af de estimerede autospektra, at reducere denne fejl, hvilket er givet ved følgende udtryk, [Bendat & Piersol 2000]:

$$\epsilon_r = \frac{1}{\sqrt{n_d}} \tag{6.1}$$

 $n_d$  angiver antallet af spektrale midlinger. Yderligere er den effektive båndbredde,  $B_e$ , som svarer til opløsningen af signalet, givet som forholdet mellem nyquistfrekvensen,  $f_{nyquist}$ , og antallet, N, af målepunkter i det samplede signal. Dette svarer også til  $B_e = \frac{1}{T}$ , hvor T repræsenterer længden af tidsserien. Det er hermed muligt at drage en parallel til antallet af spektrale midlinger,  $n_d$ , idet den nødvendige længde af tidsserien er givet som:

$$T_r = n_d T \tag{6.2}$$

Ved betragtning af  $n_d = \frac{T_r}{T} = B_e T_r$  er følgende normaliserede fejlestimat for  $B_e$  analogt med formel (6.1):

$$\epsilon_r = \frac{1}{\sqrt{B_e T_r}} \tag{6.3}$$

Det er således forsøgt at minimere disse fejl med passende valg af midlinger, samplefrekvens, og dermed opløsningen af tidsserien. Ifølge [Bendat & Piersol 2000] er der for en tilstrækkelig  $B_e$  givet følgende vejledning:

$$B_e = \frac{1}{4}B_r \tag{6.4}$$

Af formel (6.4) fremgår  $B_r$ , som er halvbåndsbredden for det betragtede frekvensområde i auto-spektraltæthedsfunktionen. Et generelt problem er således, at frekvensområdet, der

er forventet analyseret, samt hvilken båndbredde, der vil forekomme, ikke er kendt på forhånd. Ved brug af formel (6.4) som guide, vil der forekomme negligibel bias,  $\epsilon_b$ , på ca. 2%. Halvbåndsbredden,  $B_r$ , er nærmere behandlet i Appendiks A.1.4.

Introduktion af bias til de estimerede auto-spektraltæthedsfunktioner afhænger bl.a. af de nedenstående listede forhold, som er essentielle fejlkilder til systematiske fejl:

- Aliasing
- Lækage

Aliasing er et fænomen, der kan opstå ved transformation af data fra tids- til frekvensdomæne. I forlængelse af det vejledende krav, stillet i formel (6.4), er det ifølge [Bendat & Piersol 2000] givet, at et tilstrækkeligt antal diskrete datapunkter, N, er defineret ved N = 2BT. Det følger heraf, at det maksimale samplingsinterval,  $\Delta t$ , for datapunkter, som ligger lige tæt placeret, er  $\frac{1}{2B}$ . Sampling, hvor datapunkter ligger længere fra hinanden end  $\frac{1}{2B}$ , vil føre til forvirring mellem høj- og lavfrekvente komponenter, hvilket også refereres til som aliasing-effekten. Kort beskrevet, lader dette problem sig løse ved, at vælge samplingfrekvensen,  $f_s$ , som mindst den dobbelte værdi af den analyserede frekvens, det er også kaldet Nyquist-frekvensen. Dette er givet ved følgende:

$$f_s = \frac{1}{2\Delta t} = 2f_{nyquist} \tag{6.5}$$

Er ovenstående ikke opfyldt vil energien indeholdt i frekvenserne, højere end  $\frac{f_s}{2}$ , foldes tilbage i frekvensområdet mindre end  $\frac{f_s}{2}$ , og giver dermed fejl i spektret. Der er taget højde for dette ved at fjerne frekvenser i det samplede signal højere end  $f_{nyquist}$ . Aliasing og Nyquist-frekvensen er behandlet yderligere i Appendiks D.1. På figur 6.2 er et eksempel af effekten på auto-spektraltæthedsfunktionen, som følge af aliasing, illustreret.



Figur 6.2: Effekt på auto-spektraltæthedsfunktion som følge af aliasing.

Lækage er en effekt, der fremkommer, idet der foretages FFT af en endelig diskret tidsserie med længen T, hvor tidssegmentets ender ikke repræsenterer eksempelvis op- eller ned-krydsning med samme hældning, og er dermed en glat kurve. Som det er illustreret på figur 6.3, er det således ikke ligegyldigt, hvor og hvordan segmentet af længden T er udtaget fra en længere tidsserie.



Figur 6.3: Illustration af udvalgt rektangulært taper-vindue, u(t), af længden T.

Er tidsserien udtaget vha. et rektangulært taper-vindue, u(t), som illustreret på figur 6.3, er det ifølge [Bendat & Piersol 2000] muligt at opstille et såkaldt spektralviundue, U(f), der illustrerer, hvor lækagen har indflydelse på auto-spektraltæthedsfunktionen. Dette vindue er bestemt som den fouriertransformerede af u(t), og er givet ved:

$$U(f) = T\left(\frac{\sin \pi fT}{\pi fT}\right)e^{-i\pi fT}$$
(6.6)

Spektralvinduet, U(f), er illustreret på figur 6.4b, hvor det fremgår, at lækage forekommer, idet der for |U(f)| forefindes relativt store *flapper* ved siden af hovedflappen i spektralvinduet, hvorfor energien fra disse vil blive overført eller lækket til hovedflappen, hvilket introducerer væsentlig forvrængning af auto-spektraltæthedsfunktionen i form af overestimering af båndbredden. Dette medfører således også overestimering af de dynamiske systemparametre.



Figur 6.4: Implementering af rektangulært vindue. a) Rektangulært taper-vindue. b) Spektralvindue.

Denne lækage er ikke at finde ved analyse af periodisk data med et eksakt antal perioder, k, hvor komponenterne  $T = kT_p$  og  $f = kf_p = \frac{k}{T_p}$  er givet, og, som det fremgår af udtrykket i formel (6.6), bliver lig nul. På figur 6.5 er effekten af lækage illustreret.



Figur 6.5: Illustration af ensidet auto-spektraltæthedsfunktion med introduceret spektral lækage

Ved at gøre brug af et passende taper-vindue, for således at eliminere diskontinuiteterne i enderne på den udtagne tidsserie, er der mulighed for at fjerne lækage. Der findes mange taper-vinduer til dette brug, men et ældre og ofte benyttet, er Hanning-vinduet,  $u_h(t)$ , [Bendat & Piersol 2000], hvilket er et fuldt cosinus vindue, der er givet ved:

$$u_h(t) = \frac{1}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right) \qquad \text{for} \quad 0 \le t \le T$$
(6.7)

Den fouriertransformerede af Hanning-vinduet giver, analogt med det rektangulære vindue, et spektralvindue,  $U_h(f)$ , som er givet ved:

$$U_h(f) = \frac{1}{2}U(f) - \frac{1}{4}U\left(f - \frac{1}{T}\right) - \frac{1}{4}U\left(f + \frac{1}{T}\right)$$
(6.8)

Hanning-vinduet, samt det tilhørende spektralvindue, er illustreret på figur 6.6



Figur 6.6: Implementering af Hanning tapervindue. a) Hanning tapervindue. b) Spektralvindue.

Ved brug af f.eks. Hanning-vinduet er det på figur 6.4 illustreret, hvordan lækagen er formindsket.

Brugen af ovenstående, i forbindelse med DFT af samplede data fra de udførte forsøg, er beskrevet ved den enkelte forsøgsbehandling. Det er bestræbt at gøre brug af disse vejledninger.

## 6.3 Eksitering

Metoder til eksitering af dækelementet er valgt ud fra to kriterier, hvor første kriterie er baseret på de forskellige typer af benyttede systemidentifikationsmetoder. Andet kriterie er baseret på, om der er tale om aktiv eller passiv belastning af dækelementet, hvilke er nærmere beskrevet i det følgende. Validiteten af disse er bl.a. beskrevet i afsnit 6.4 og 6.5. Dette er vigtig, set fra det synspunkt, at SI-metoderne forudsætter en bestemt type af data. En kort gennemgang af datatyper er beskrevet i Appendiks C. Forudsætninger omkring data, gældende for den enkelte SI-metode, er beskrevet i kapitel 5. Der er benyttet følgende eksiteringsmetoder:

- Frit henfald
- Tilnærmet hvid støj
- Passiv belastning
- Aktiv belastning

Alle eksiteringsmetoder har til formål at generere et respons, som er godt nok til at fastlægge systemets dynamiske parametre, f og  $\zeta$ . Det simpleste tilfælde for single inputoutput-analyse er illustreret på figur 6.3, hvor x(t) er belastningen udført ved en af ovenstående eksiteringsformer, og y(t) er det målte respons. H(f) er transferfunktionen, som repræsenterer det lineære fysiske system. Baggrunden for frekvensresponsfunktionen er behandlet i Appendiks A.1.4.

$$x(t)$$
  $H(f)$   $y(t)$ 

Figur 6.7: Simpelt lineær ideal single input-output system.

## 6.3.1 Frit henfald

Det frie henfald, hvor første egensvingningsform er ønsket anslået, er ved forsøg normalt udført med hammer beregnet til netop denne eksiteringsform, hvor der således afgives et stød med hammeren til dækelementet. Hammeren er i dette tilfælde undladt pga. størrelse og inerti af dækelementet, og der er i stedet afgivet et tramp henover dækelementets centerlinie, hvilket er vist og illustreret på figur 6.8.



Figur 6.8: Generering af frit henfald. a), b) Praktisk udførelse. c) Illustrativ løsning.

Begyndelsesbetingelser for det frie henfald er ligevægtstilstand,  $[x_0 = \dot{x}_0 = 0]$ . Ved denne metode er der opnået en amplitude på ca. 5±1 mm, hvilket har vist sig, at være tilstrækkelig til identificeringen af konstruktionens dynamiske karakteristika. Da dækelementet er eksiteret tæt på kanten, vil dette give anledning til tvær- og vridningssvingninger. Indledningsvist er disse antaget negligible, men de kan få konsekvenser ved placering tæt op af første egensvingningsform. Det er en vigtig betingelse, at dækelementet er eksiteret i centerlinien for derpå at opnå maksimal eksitering af første egensvingningsform og minimere indflydelsen fra de øvrige egensvingningsformer. Dette er med til at underbygge teorien omkring identificering af systemet som et SDOF-system.

Det frie henfald er karakteriseret ved en impuls eller momentan belastning. Det simple single input-output system er illustreret på figur 6.9, hvor inputtet, x(t), er markeret med et kryds, idet denne udgør en ukendt størrelse. Størrelsen n(t) angiver uvedkommende støj, der, om muligt, er betragtet som enten input eller output støj. Det er antaget, at den influerende støj er højfrekvent, hvorfor det er muligt at filtrere denne bort. Desuden er det muligt, at få en ide om støjens omfang ud fra kohærensfunktioner.



Figur 6.9: Single input-output system for situation med frit henfald.

## 6.3.2 Tilnærmet hvidstøjsbelastning

Belastning eller eksitering i form af hvid støj har til formål at eksitere etagedækket med jævnt fordelt energi på alle frekvenser. Hvid støj er i sig selv kendetegnet ved at have konstant spektraltæthed, således at alle frekvenser er repræsenteret med lige stor energimængde. Yderligere er hvid støj med uendelig båndbredde kun teoretisk eksisterende, eftersom energien i et sådant signal er uendelig. Normalt opereres der derfor med båndbredde-begrænset hvid støj, hvor kravet er konstant spektraltæthed over et relevant frekvensområde.

En hvidstøjsbelastning til dækelementet er forsøgt tilnærmet. Dette er foretaget ved at føre en eller to betonsten hen over dækelementet, hvilket er illustreret med en sten på figur 6.10.



Figur 6.10: Tilnærmet hvidstøjsbelastning ved at føre betonsten over dækelementet

Belastningsområdet, hvor der er eksiteret på dækelementet, er blot omkring midten at dækelementet, hvilket sikrer en bedre eksitering af første egensvingningsform. Yderligere er det tilsigtet at føre stenene på en sådan måde, at det bliver tilfældigt i tid og sted. Dette for bl.a. at undgå cykliske bevægelser, der kan influere i det samplede respons. Hvor der er benyttet en sten, er situationen den samme, som illustreret på figur 6.9. Anderledes er det ved brugen af to sten, hvor princippet er et multi-input single-output system, som illustreret på figur 6.11.





## 6.3.3 Passiv belastning

Passiv belastning er en anden kategori af belastning, hvor personerne og dækelementet udgør det strukturelle system og samtidig fungerer personerne som belastnings-input til

systemet. Med passiv belastning menes, at personerne, der befinder sig på dækelementet, forholder sig i ro og siddende på en stol. Heraf vil der komme en naturlig belastning, da det ikke er muligt at forholde sig i komplet ro, ligeledes har vejrtrækningen og hjertetslag udgør et væsentligt bidrag. På figur 6.12 er to situationer for passiv belastning vist.



Figur 6.12: Eksempel på to situationer for passiv belastning. a) 2 personer. b) 4 personer.

## 6.3.4 Aktiv belastning

Den aktive belastning er i kategori med den passive belastning, hvor det er personerne, som udgør det strukturelle system sammen med dækelementet, og derfor samtidig fungerer som belastning. Hvor personerne ved passiv belastning var passive, udfører de nu forskellige aktiviteter på dækelementet, hvorfor belastningen nu er aktiv. Der er udvalgt fem hovedaktiviteter som belastning, hvilket består i fem forskellige gangarter. På figur 6.13 er et diagram over de fem forskellige aktive belastningstyper vist.



Figur 6.13: Diagram for typer af udført aktiv belastning.

Som det fremgår af diagrammet er gangarterne bestående af *almindelig gang, let løb, små skridt, slentren* og *let tramp.* Disse er nærmere behandlet i afsnit 7.2. Årsagen til, at der ikke er undersøgt belastningsformer, som f.eks. *hop på stedet*, er, at dette kræver en særlig og udholdende fysisk form for et menneske, da aktiviteten kræves udført i længere tid. Yderligere kunne det blive et problem med dækelementets brudstyrke, der om muligt, er let opnåeligt, idet flere personer hopper i takt med dækelementets egenfrekvens. Der er således udelukkende anvendt de førstnævnte simple gangarter. Det er forsøgt at lade personerne på dækelementet gå tilfældigt i tid og sted inden for et bestemt interesseområde. Interesseområdet er illustreret på figur 6.14.



Figur 6.14: Illustration af interesseområde, hvor den aktive belastning er udført.

Det er valgt at udføre et detail-forsøg med belastningsformen, slentren, hvor denne er udført, mens personerne på dækelementet slentrer synkront ved kontinuerligt at gå ring indenfor interesseområdet. Dette er illustreret på figur 6.15.



Figur 6.15: Cirkuleringsområde for synkron slentren.

Det er valgt at styre den synkrone aktive belastning inden for nogle bestemte frekvensområder, forstået på den måde, at personerne udfører aktiviteten ved en given frekvens. Dette er opnået ved brug af et digitalt metronom, hvor programmet *NHC Tone Generator*, [ 2008d], er anvendt. På baggrund af den, i tabel 2.2, listede først egenfrekvens,  $\hat{f}_1 =$ 5,786 Hz, samt den menneskelige aktivitetsfrekvens, der normalt befinder sig i intervallet 2 til 3 Hz, er følgende frekvensforløb, figur 6.16, for detailforsøget med aktiviteten slentren valgt.



Figur 6.16: Synkrone lastfrekvenser for aktiviteten slentre.

#### 6.3.5 Opsummering

Det er muligt at stille et hypotetisk spørgsmål omkring, hvorvidt det ved den passive belastning er korrekt at behandle personerne som et enkelt system, eller som flere mindre delsystemer, og deraf også et eller flere last-input. Der kan således være tale om både single- og multi-input-systemer, som illustreret på figur 6.9 og 6.11. Dette er umiddelbart ikke det aktuelle tilfælde for den aktive belastningsform, hvor det er forventet, at betragte hver person som en last-input.

Opfølgning på de forskellige eksiteringsmetoder er foretaget i afsnit 6.4, hvor det er forsøgt at identificere, hvilken type respons/proces den enkelte eksiteringsmetode har genereret.

# 6.4 Signalidentificering og validering

I dette afsnit er det beskrevet, hvilken type og egenskab dataene genereret ved de forskellige eksiteringsmetoder, beskrevet i afsnit 6.3, besidder. Yderligere er de samplede data valideret ud fra forskellige kriterier. Dette har til formål at sikre, at de samplede data er egnet til analysemetoderne benyttet ved estimering af de dynamiske parametre.

Flere systemidentifikationsmetoder er bygget op omkring antagelsen, at de samplede data er beskrevet ved en stationær stokastisk proces, der indeholder information for egenskaberne hidrørende et fysisk fænomen. I Appendiks C er baggrunden for stationær stokastisk data beskrevet. Denne type data er forventet ved eksiteringen med betonsten, afsnit 6.3.2, hvilket umiddelbart også er forventet for den passive belastning, afsnit 6.3.3. Det frie henfald, afsnit 6.3.1, er forventet at være en smalbåndet proces, som er repræsenteret ved et frit henfald til trods for, at der er placeret personer på dækelementet. Sidste eksiteringsmetode, aktiv belastning, afsnit 6.3.4, er forventet repræsenteret ved flere typer af processer, eftersom den aktive belastningsform er både synkron og tilfældig i tid og sted. Ved den synkrone belastning er der forventet svært harmoniske indikationer pga., at lasten er givet ved en bestemt frekvens. Ved den tilfældige belastning er der et større udspil for hvilken type data, der kan forventes.

Ovenstående er undersøgt i de følgende underafsnit gennem brugen af flere fremgangsmåder. Er der forudsat en stationær stokastisk proces, er dette undersøgt vha. mean square værdier,  $\psi$ , samt en reverse arrangement test, der begge er beskrevet i Appendiks J. De to sidstnævnte analysemetoder er blot en del af flere, hvor de mest essentielle er:

- Mean square values
- Auto- og krydskorrelationsfunktioner
- Auto- og krydsspektraltæthedsfunktioner
- Kohærensfunktioner
- Frekvensresponsfunktioner

Ved kryds- og kohærensfunktioner er det forudsat, at der er mere end én måleserie tilgængelig. Måden, hvorpå estimerede spektra er håndteret og analyseret, er beskrevet i afsnit 6.5.

Ved observation af bevægelsesrespons opsamlet ved de forskellige eksiteringmetoder, er disse undersøgt for eventuelle *urenheder* i signalet. I det følgende er et respons fra den enkelte eksiteringsmetode præsenteret, hvorefter det er vurderet, hvor godt det enkelte respons i virkeligheden er. Nogle problemstillinger, der hyppigt kan forekomme ved forsøgsmålinger, er:

- Støj fra instrumentering
- En- eller tosidet klipning
- Periodisk eller uregelmæssigt optrædende støjpeaks
- Udfald af signal
- Afvigende tendens af signal



På figur 6.17 er der vist et eksempel for ét godt og ét dårligt opsamlet signal.

Figur 6.17: Eksempler på opsamlede datasignaler. a) Signal uden indikerbar influens. b) Tosidet klipning.

Støj i det betragtede signal fra instrumentering og anden uregelmæssig støj samt harmoniske effekter vil ofte være muligt at kontrollere ved brug af spektraltætheds funktioner, hvilket er foretaget i afsnit 6.5. Støjforholdene er undersøgt ved brug af kohærensfunktionen.

## 6.4.1 Frit henfald

Ved et frit henfald er eventuel indflydelse fra eksiteringstrampet samt fra de passive personer, som befinder sig på etagedækket, forventet. Personerne er teoretisk set karakteriseret ved et *lille* dynamisk system, som er påsat dækelementet. Der er således tale om ét MDOF-system og ikke et SDOF-system, som det logaritmiske dekrement er baseret på, og hvilket er den analysemetode, der er benyttet til analyse af data fra de frie henfald. Modsat afsnit 5.1 er der på figur 6.18 vist et henfald fra Forsøg II, hvor der sidder *en* person på dækelementet. Som det fremgår af figur 6.18b, er der i begyndelsen af henfaldet formodet influens fra personen og impulslasten på dækelementet, hvorfor de første svingninger ikke er medtaget. Desuden ses det i slutningen af henfaldet, når svingningerne bliver *små*, at signalet også her bliver *mudret*, hvorfor det er valgt, at se bort fra amplituder i signalet mindre end 10% af den maksimalt registrerede amplitude i signalet. Således er det vist på figur 6.18, hvilken del af signalet der er benyttet, samt hvor godt det frie henfald for et teoretisk SDOF-system er repræsenteret.



Figur 6.18: Tilpasset frit henfald for én person på dækelementet, person A. Målt i knudepunkt nr. 9. a) Henfald med illustreret logaritmisk kurve. b) Stabilisering af henfaldet.

Efter tilpasning af henfaldet, figur 6.18b, ses det, at henfaldet er vel repræsenteret, hvorfor denne eksiteringsmetode frembringer lovende resultater.

#### 6.4.2 Tilnærmet hvidstøjsbelastning

Ved denne belastningsform, afsnit 6.3.2, er det ønsket at generere en stokastisk stationær proces, hvorfor dette er forsøgt eftervist. På figur 6.19 er der vist responset fra dækelementet med tre passive personer, hvor der er ført to sten hen over elementet.



Figur 6.19: Respons genereret ved at føre to sten hen over dækelementet. Målt i knudepunkt nr. 9.

Antagelse omkring stationaritet er ofte benyttet. Her er det kort undersøgt, hvorvidt de samplede data er stationære. Den indledende del til test af stationaritet er beregning af mean square værdier. Dette er foretaget ved at inddele responset, som er vist på figur 6.19a, i f.eks. 30 segmenter, og derpå beregne en mean square-værdi for hvert segment. En sekvens af disse værdier er plottet og såfremt en eventuel overordnet tidsafhængig tendens er observeret, kan dette være indikation af ikke-stationær data. Figur 6.20 angiver dette plot af mean square-værdier for de 30 segmenter af det betragtede signal.



Figur 6.20: Sekvens af estimerede mean square værdier.

Det ses let af figur 6.20, at der umiddelbart ikke er nogen tydelig tendens i sekvensen, hvilket indikerer, at der er tale om et stationært signal. Et yderligere indgreb er den såkaldte *reverse arrangement-test*, som er en ikke-parametisk model til beskrivelse af stationariteten i signalet. Efter fremgangsmåden beskrevet i Appendiks J er de variable reverse arrangement-værdier,  $A_n$ , beregnet, og er listet i tabel 6.1. Det totale antal reverse arrangements er bestemt til  $A_{tot} = 259$ .

|    | <b>Table 0.1:</b> Reverse arrangement-værmer, $A_n$ . |    |    |    |   |    |   |    |    |   |   |   |   |   |
|----|---|----|----|----|---|----|---|----|----|---|---|---|---|---|
| 28 | 17  | 15 | 23 | 16 | 2 | 13 | 3 | 13 | 5  | 5 | 2 | 2 | 2 | 0 |
| 1  | 24  | 17 | 3  | 19 | 5 | 13 | 8 | 1  | 10 | 1 | 6 | 2 | 2 | 0 |

Tabal 6 1. Devenue announcement wounding

Ud fra antallet af segmenter, N, er middelværdi,  $\mu_A$ , og variansen,  $\sigma_A^2$ , bestemt til hhv. 217, 50 og 785, 42. Efterfølgende er et konfidensinterval bestemt med et signifikansniveau,  $\alpha$ , på 5%, hvor der er taget udgangspunkt i en normalfordeling samt brug af  $\mu_A$  og  $\sigma_A^2$ . Som det fremgår af formel 6.9, er  $A_{tot}$  placeret i dette interval.

$$\left[A_{30,1-\frac{\alpha}{2}} < A_{tot} \le A_{30,\frac{\alpha}{2}}\right] \qquad [162,07 < 259 \le 271,93] \tag{6.9}$$

Endnu en gang er det bekræftet, at der ikke er tale om et ikke-stationært respons.

#### 6.4.3 Passiv belastning

Responset fra den passive belastning, hvor det er personerne selv, der eksiterer dækelementet, er undersøgt analogt med forrige afsnit for eksitation ved tilnærmet hvidstøj. Da udsvingene ved denne type eksitering ikke er store, er det forventet, at der let kan forekomme abnormaliteter i signalet. På figur 6.21 er responset fra dækelementet ved passiv belastning vist.



Figur 6.21: Respons genereret ved passiv belastning af dækelementet. Målt i knudepunkt nr. 9.

Det fremgår af figur 6.21b, at der er forekommer afvigende tendens i signalet, hvilket umiddelbart er opstået, fordi selv en lille bevægelse fra personerne vil give et stort udslag i forhold til resten af den jævne belastning.

Igen er tidsserien inddelt i 30 segmenter, og der er beregnet en mean square værdi for hvert segment. Figur 6.22 angiver dette plot af mean square-værdier for de 30 segmenter af det betragtede signal.



Figur 6.22: Sekvens af estimerede mean square-værdier.

Af figur 6.22 ses det, at der umiddelbart ikke er nogen tydelig tendens i sekvensen, hvilket indikerer, at der er tale om et stationært signal. Den ikke-parametiske reverse arrangement-test, giver værdier,  $A_n$ , som listet i tabel 6.2, hvor det totale antal reverse arrangements er bestemt til  $A_{tot} = 210$ .

**Tabel 6.2:** Reverse arrangement-værdier,  $A_n$ , for passiv belastning.

| 8  | 3  | 24 | 1 | 20 | 15 | 0  | 2  | 12 | 0 | 0 | 3 | 3 | 1 | 1 |
|----|----|----|---|----|----|----|----|----|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 18 | 15 | 9 | 11 | 11 | 13 | 11 | 2  | 5 | 0 | 3 | 1 | 2 | 0 |

Ud fra antallet af segmenter, N, er middelværdi,  $\mu_A$ , og variansen,  $\sigma_A^2$ , bestemt til hhv. 217, 50 og 785, 42. Konfidensintervallet med et signifikansniveau,  $\alpha$ , på 5%, er bestemt, hvilket fremgår af formel 6.10.

$$\left[A_{30,1-\frac{\alpha}{2}} < A_{tot} \le A_{30,\frac{\alpha}{2}}\right] \qquad [162,07 < 210 \le 271,93] \tag{6.10}$$

#### 6.4.4 Aktiv belastning

Den aktive belastning er defineret hvor personerne på dækelementet udøver aktiviteten tilfældigt. Harmoniske udsving i de samplede signaler, hvilket er let illustreret ved autoog krydsspektraltæthedsfunktioner, er undersøgt i afsnit 6.5. Dog er det muligt, at den tilfældige belastning giver et stationært respons. Dette er bearbejdet i nedenstående for lastkombinationen AB.

Stationaritetstesten er for aktiviteterne, hvor personer bevæger sig tilfældigt, er udført analogt med fremgangsmåden i afsnit 6.4.3 og 6.4.2. Responset for dækelementet fra eksiteringen ved de aktive belastningstyper: almindelig gang, let løb, små skridt, slentren og let tramp er præsenteret på figur 6.23.



Figur 6.23: Respons genereret ved tilfældig aktiv belastning af dækelementet. Målt i knudepunkt nr. 9. a), b) Almindelig gang. c), d) Let løb. e), f) Små skridt. g), h) Slentren. i), j) Let tramp.

Det fremgår af figur 6.23, at responset fra de forskellige belastningstyper har væsentlig variation. Der ses især at være tidsperioder, hvor udsvingene, relativt set, er større, hvilket

umiddelbart betyder, at belastningsfrekvensen i perioder nærmer sig dækelementets egenfrekvens, hvilket også let mærkes, når størrelsen af svingningerne øges. Dette kan have betydning for selve estimeringen af de dynamiske parametre.

Alle tidsserierne er inddelt i 30 segmenter, og der er herpå beregnet en mean squareværdi for hvert segment. Figur 6.22 viser et plot af mean square-værdierne for de 30 segmenter for alle belastningstyper.



Figur 6.24: Sekvens af estimerede mean square-værdier for de aktive belastningstyper.

Af figur 6.24 ses det, at især ved *tungere* aktivitet som let løb og let tramp er der væsentlige fluktuationer i mean square-sekvensen. Stationariteten af disse fremgår nærmere af reverse arrangement-testen. Værdierne,  $A_{n,typr}$ , er listet i tabel 6.3.

| Tabel | 6.3: | Reverse | arrangement-værdier, | $A_n$ , | for | gangarter, | hvor | personers | belastning | $\operatorname{er}$ | til |
|-------|------|---------|----------------------|---------|-----|------------|------|-----------|------------|---------------------|-----|
|       |      | fældig. |                      |         |     |            |      |           |            |                     |     |

| Alr | n. ga | ng | L  | et løl | 5 | Sm | å skri | idt | Sl | entre | n | Let | tran | пр |
|-----|-------|----|----|--------|---|----|--------|-----|----|-------|---|-----|------|----|
| 24  | 11    | 4  | 29 | 4      | 2 | 13 | 10     | 5   | 0  | 3     | 9 | 13  | 6    | 0  |
| 9   | 0     | 0  | 27 | 15     | 8 | 13 | 15     | 8   | 9  | 18    | 3 | 4   | 17   | 0  |
| 5   | 4     | 3  | 22 | 9      | 7 | 2  | 10     | 3   | 4  | 5     | 1 | 17  | 1    | 2  |
| 11  | 11    | 1  | 4  | 11     | 5 | 0  | 5      | 5   | 24 | 3     | 0 | 13  | 8    | 1  |
| 19  | 3     | 2  | 8  | 7      | 3 | 8  | 8      | 0   | 22 | 10    | 0 | 25  | 2    | 5  |
| 22  | 10    | 0  | 6  | 12     | 3 | 2  | 14     | 2   | 9  | 14    | 1 | 0   | 1    | 0  |
| 10  | 3     | 0  | 0  | 12     | 1 | 3  | 13     | 3   | 15 | 11    | 2 | 22  | 8    | 0  |
| 7   | 5     | 2  | 10 | 11     | 0 | 14 | 9      | 0   | 19 | 4     | 0 | 15  | 7    | 0  |
| 5   | 7     | 1  | 11 | 1      | 0 | 10 | 10     | 1   | 15 | 10    | 0 | 15  | 3    | 1  |
| 12  | 9     | 0  | 0  | 3      | 0 | 17 | 2      | 0   | 2  | 5     | 0 | 14  | 0    | 0  |

Ud fra antallet af segmenter, N, er middelværdi,  $\mu_A$ , og variansen,  $\sigma_A^2$ , for lasttyperne bestemt til hhv. 217,50 og 785,42. Konfidensintervallene er bestemt med et signifikansniveau,  $\alpha$ , på 5%, og er listet i tabel 6.4.

| Lasttype          | $A_{N,1-\frac{\alpha}{2}}$ | $A_{tot}$ | $A_{30,\frac{\alpha}{2}}$ |
|-------------------|----------------------------|-----------|---------------------------|
| midrule Alm. gang | $167,\!07$                 | 200       | 271,93                    |
| Let løb           | -                          | 231       | -                         |
| Små skridt        | -                          | 205       | -                         |
| Slentren          | -                          | 218       | -                         |
| Let tramp         | -                          | 200       | -                         |

Tabel 6.4: Reverse arrangement-værdier,  $A_n$ , for gangarter hvor personers belastning er tilfældig.

Som det fremgår af intervallerne i tabel 6.4, er konfidensintervallerne alle overholdt.

# 6.5 Analyse og fortolkning af spektra

I dette afsnit er der foretaget en grafisk præsentation af forskellige responsspektra, som er estimeret ud fra forsøgsdataene opnået ved Forsøg II og III, beskrevet i kapitel 7. Der er ud fra disse spektra foretaget en kvalitativ vurdering af responstyperne, hvilket er foretaget ud fra selve udseendet af spektret samt estimerede fejlparametre for både systematiske (bias) og tilfældige (statistiske) fejl. Samtidig er der fulgt op på valideringen af de data, som er generet ved aktiv belastning, som evt. giver anledning til undersøgelse af harmoniske bevægelser, som vil have indflydelse på parameterestimeringen. Idet der herunder er udført mange forsøg ved forskellige eksiteringsmetoder og yderligere forskellige opstillinger, er det valgt kun at medtage de mest relevante, som er behandlet i det følgende. Det er således antaget, at tolkningen af de udvalgte spektra gør det ud for andre spektra inde for samme kategori. I nedenstående er hovedessensen af dette afsnit listet.

- Estimering af spektraltæthedsfunktioner,  $S_{xy}(f)$
- Estimering af kohærensfunktioner,  $\gamma_{xy}(f)$
- Estimering af fasefunktioner,  $\theta_{xy}(f)$
- Vurdering ud fra estimere<br/>de fejl<br/>parametre,  $\epsilon$
- Validering af spektra med eventuelle harmoniske komponenter
- Opsummering

I tabel 6.5, er listet personkombinationer samt knudpunkter, hvori der er i det følgende er taget udgangspunkt.

| Forsøg     | Personkombination | Knudepunkter |
|------------|-------------------|--------------|
| II.Passiv  | ABC               | 9;18         |
| II.Hvid    | ABC               | 9; 18        |
| II.Henfald | ABC               | 9; 18        |
| III.AG     | AB                | 10; 13       |
| III.LL     | AB                | 10; 13       |
| III.SS     | AB                | 10; 13       |
| III.SL     | AB                | 10; 13       |
| III.LT     | AB                | 10; 13       |

Tabel 6.5: Behandlede respons fra Forsøg II og Forsøg III.

Som det fremgår af tabel 6.5 er der udvalgt to knudepunkter, hvoraf kryds-relationerne er estimeret. Det er valgt kun at se på disse som eksempel, eftersom alle målepunkter er relativt tæt placeret, og det har derfor ikke den store indflydelse på funktionerne. Orientering samt placering af dækelementets knudepunkter er beskrevet i kapitel 2.

I kapitel 7 er forsøgsudførelserne beskrevet, hvor opsamlingsfrekvensen,  $f_s$ , og den totale opsamlingstid, T, er givet for de enkelte forsøg. I de følgende underafsnit, 6.5.1 - 6.5.8, hvor de forskellige spektra er præsenteret, er  $f_s$  ændret pga., at den opsamlede data er decimeret ned til et analyserbart niveau. Det frekvensområde, der er antaget analyserbart, er givet ift. Nyquistfrekvensen,  $f_{nyquist}$ , og ligger i intervallet  $\left[\frac{1}{10}f_{nyquist} \le f \le \frac{9}{10}f_{nyquist}\right]$ . Decimeringen er foretaget vha. funktionen decimate i MATLAB. Således vil decimeringsfaktoren, R, ift. til den oprindelige frekvens,  $f_s$ , være angivet for det enkelte delforsøg og samtidig vil antallet af datapunkter, N, og opløsningen af signalet,  $B_e$ , være angivet. Til estimering af den systematiske fejlparameter,  $\epsilon_b$ , for spektraltæthedsfunktionerne er det forudsat, at halvbåndsbredden,  $B_r$ , er kendt, hvorfor denne er estimeret ud fra fremgangsmåden beskrevet i afsnit 5.3. Forholdet mellem  $B_e$  og  $B_r$  er af væsentlig karakter ift.  $\epsilon_b$ . Der er således flere indflydelsesrige aspekter ved estimeringen af spektra, især når den statistiske fejlparameter,  $\epsilon_r$ , mindskes med antallet af midlinger,  $n_d$ , da stigende antal midlinger vil resultere i større båndbredde,  $B_e$ . Der er herved tale om mulighed for en trial and error-analyse af ovenstående, dog er det valgt at tage udgangspunkt i det vejledende, som beskrevet i afsnit 6.2.

For overskuelighedens skyld, er det valgt at tage udgangspunkt i samme delforsøg, som er benyttet i afsnit 6.4, hvilket også fremgår af tabel 6.5.

Indledningsvist er der i de følgende afsnit angivet en tabel, hvori de generelle informationer, omkring de estimerede spektra, og funktioner er listet. N er antallet af datapunkter, der repræsenterer det enkelte spektrum fra nul til  $f_s$ . Det totale antal datapunkter,  $N_{tot}$ , vil således være defineret ved  $N \cdot n_d$ . Efter hver vist funktion eller spektrum vil værdier som  $B_i$  og parametrene  $\epsilon_r$  og  $\epsilon_b$  være angivet.

I Appendiks C.3 er den teoretiske baggrund givet for spektraltæthedsfunktionerne,  $\hat{S}_{xx}(f)$  og  $\hat{S}_{xy}(f)$ , kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{xy}(f)$ , og fasevinklen,  $\hat{\theta}_{xy}(f)$ . Det skal her nævnes, at fejl parametre, hvori  $\hat{\gamma}_{xy}(f)$  indgår, er frekvensafhængige, hvorfor det er valgt at estimere én værdi for fejlparameteren, hvor den mindste værdi for kohærensen omkring spidsværdien,  $f_r$ , i spektret er anvendt. Den frekvensafhængige fejlparameter er defineret i intervallet

 $[f_r - 0, 5 \text{ Hz}; f_r + 0, 5 \text{ Hz}]$ . Den statistiske fejlparameter,  $\epsilon_r$ , for  $\hat{\gamma}_{xy}(f)$  er ligeledes frekvensafhængig, udover at være afhængig af  $n_d$ . Det er givet, at fejlen mindskes desto tættere  $\hat{\gamma}_{xy}(f)$  nærmer sig værdien 1.

Transformationen fra tids- til frekvensdomæne i forbindelse med estimering af ovenstående er foretaget vha. FFT/DFT udført i MATLAB ved brug af funktionen *fft*. Mere herom er beskrevet i afsnit 6.2 og Appendiks D.5.

I de følgende afsnit er en gennemgang af response fra enkelte eksiteringsmetoder gennemgået, hvilket er foretaget efter samme fremgangsmåde, hvorfor der gøres opmærksom på nogen gentagelse i dette.

#### 6.5.1 Passiv belastning

I tabel 6.6 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.6: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.SS

| $f_s  [\mathrm{Hz}]$ | R   | $n_d$ | N   | $B_e  [\mathrm{mHz}]$ |
|----------------------|-----|-------|-----|-----------------------|
| 60                   | 100 | 35    | 512 | 117, 19               |

På figur 6.25<br/>a og 6.25b er auto-spektraltæthedsfunktionerne, for de i knude 9 og 18 op<br/>samlede signaler, vist.



**Figur 6.25:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 9,  $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_9}(f)$ . b) Knudepunkt 18,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{18}\ddot{x}_{18}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra, som vist på figur 6.25, er første egensvingningsform kun svagt præsenteret. Det er vurderet, at dette skyldes eksitationsformen, som er de passive personers små ufrivillige bevægelser. Det er heraf observeret, at støjen i signalet ift. belastningen på dækelementet er dominerende. Desuden ses det, at yderligere egensvingningsformer i hovedretning y eller vridningsformer ikke er eksiteret. I tabel 6.7 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

| Estimat                                   | $B_r [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \; [\%]$ |
|---|----------------------|---------------------|----------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_9}(f)$       | 599, 61              | 16,90               | -1,27                |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{18}\ddot{x}_{18}}(f)$ | 607, 47              | 16,90               | -1,24                |

Tabel 6.7: Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

På figur 6.28a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret og på figur 6.28b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.26:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ .

Figur 6.27 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ , mellem signalerne. Heraf fremgår det, som beskrevet indledningsvist i afsnit 6.1, at fasevinklen mellem målesignalerne antager værdien omkring nul ved det essentielle frekvensområde.



Figur 6.27: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ .

I tabel 6.8, er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

| I do or on                                  | o. i arainotio        | ior mj ao           | railineren i             |
|---|-----------------------|---------------------|--------------------------|
| Estimat                                     | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \; [  \%  ]$ |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$      | 588, 98               | 20, 18              | -1, 32                   |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ | Udefinerbar           | 8,52                | Udefinerbar              |

**Tabel 6.8:** Parametre for kryds-funktioner.

Som observeret tidligere, er tilstedeværelsen af støj i signalet omkring første egensvingningsform også bekræftet af kohærensspektret, vist på figur 6.5.3, eftersom den maksimale kohærensværdien er estimeret til ca. 0,9 og ikke 1, som den skulle være, hvis signal-støjforholdet var ringe. Den systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -1, 3%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på hhv. ca. 17 og 20%, hvor den for kohærensen ligger på 8, 52%.

## 6.5.2 Tilnærmet hvidstøjsbelastning

I tabel 6.9 er de indledende parametre listet.
| $f_s [Hz]$ | R   | $n_d$ | N   | $B_e [\mathrm{mHz}]$ |
|------------|-----|-------|-----|----------------------|
| 60         | 100 | 35    | 512 | 117, 19              |

Tabel 6.9: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.SS

På figur 6.28a og 6.28b er auto-spektraltæthedsfunktionerne, for de i knude 9 og 18 opsamlede signaler, vist.



**Figur 6.28:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 9,  $\hat{S}_{\ddot{x}_9\dot{x}_9}(f)$ . b) Knudepunkt 18,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{18}\ddot{x}_{18}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra, som er vist på figur 6.28, er første egensvingningsform kun svagt præsenteret, hvilket igen er skønnet til at skyldes eksiteringsformen, som evt. ikke er i stand til at sætte dækelementet i tilstrækkelige svingninger ved et større antal personer herpå. Desuden ses anden egensvingningsform for bøjning eksiteret. I tabel 6.10 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

Tabel 6.10: Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_9}(f)$       | 258, 53               | 16,90               | -8,48               |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{18}\ddot{x}_{18}}(f)$ | 255, 60               | 16,90               | -8,80               |

På figur 6.45a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret, og på figur 6.45b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.29:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{9}\ddot{x}_{18}}(f)$ .

Figur 6.5.2 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ , mellem signalerne.



**Figur 6.30:** Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ .

I tabel 6.11, er listet værdier for båndbredde og fejlparametre. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

| Tabel | 6.11: | Parametre for | kryds-funktioner. |
|-------|-------|---------------|-------------------|
|       |       |               |                   |

| Estimat                                     | $B_r [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$      | 588, 98              | 80, 28              | -4, 13              |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ | Udefinerbar          | 8,52                | Udefinerbar         |

Som observeret tidligere, er tilstedeværelsen af støj i signalet omkring første egensvingningsform også bekræftet af kohærensspektret, vist på figur 6.5.3, eftersom den maksimale kohærensværdien her er estimeret til ca. 0,9 og ikke 1, som den skulle være, hvis signalstøj-forholdet var ringe. De systematiske fejl er holdt på et minimum på ca. -1,3%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 17 og 20 %, hvor den for kohærensen ligger på 8,52 %.

#### 6.5.3 Henfald

I tabel 6.12 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.12: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.henfald

| $f_s  [\mathrm{Hz}]$ | R   | $n_d$ | N   | $B_e  [\mathrm{mHz}]$ |
|----------------------|-----|-------|-----|-----------------------|
| 60                   | 100 | 5     | 512 | 117, 19               |

På figur 6.31a og 6.31b er auto-spektraltæthedsfunktionerne, for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler, vist.



**Figur 6.31:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 9,  $\hat{S}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_9}(f)$ . b) Knudepunkt 18,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{18}\ddot{x}_{18}}(f)$ .

Som det fremgår af de to spektra vist på figur 6.31, er den første egensvingningsform, som forventet, fint eksiteret og spidserne, eller *klokkerne*, fint præsenteret omkring systemets egenfrekvens. I tabel 6.13 er listet de essentielle parametre bestemt på baggrund af spektrene.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 412, 42               | 44,72               | -2,69               |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 411, 61               | 44,71               | -2,70               |

Tabel 6.13: Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

På figur 6.32a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret, og på figur 6.32b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.32:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\vec{x}_9\vec{x}_{18}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_9\vec{x}_{18}}(f)$ .

Som det fremgår af både auto- og krydsspektrene, er der udover de to laveste egensvingningsformer for bøjning også eksiteret modeegensvingningsformer beliggende herimellem. Det er muligt at identificere modeegensvingningsformer omkring 8 og 14 Hz som vridningsformer, hvilket umiddelbart er uden interesse. Den laveste af disse vridningsformer kan dog have indflydelse på identificeringen af den første modeegensvingningsform i hovedretning y, da disse ligger relativt tæt. Tilstedeværelsen af støj i signalet omkring den første modeegensvingningsform af interesse ses af figur 6.5.3 at være uden betydning, da kohærensværdien tilnærmelsesvis er lig 1 over hele frekvensområdet.

Figur 6.33 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_x \dot{x}_x}(f)$ , mellem signalerne.



Figur 6.33: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_9\ddot{x}_{18}}(f)$ .

I tabel 6.14 er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

| Estimat  | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \; [\%]$ |
|--|-----------------------|---------------------|----------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 412,01                | 44,73               | -2,70                |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar           | 0,01                | Udefinerbar          |

 Tabel 6.14:
 Parametre for kryds-funktioner.

Trods det lave antal midlinger er det alligevel formået at fjerne de værste i fluktuationer, og dermed skabe *glatte* kurver i interesseområderne for det estimerede. De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -2,7%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 44,7\%, hvilket skyldes det lave antal midlinger, men fejlens størrelse bør vurderes ift. den valgte identificeringsmetode. For identifikation ved brug af logaritmisk dekrement er fejlen af mindre betydning, blot det frie henfald er fornuftigt repræsenteret, hvilket er behandlet i afsnit 6.4.1. Det ses dog, at den statistiske fejl for kohærensen på 0,01% er lav i sammenligning.

## 6.5.4 Almindelig gang

I tabel 6.15 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.15: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.AG

| $f_s [Hz]$ | R  | $n_d$ | N    | $B_e  [\mathrm{mHz}]$ |
|------------|----|-------|------|-----------------------|
| 60         | 40 | 10    | 1024 | 58, 59                |

På figur 6.34a og 6.34b er auto-spektraltæthedsfunktionerne, for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler, vist.



**Figur 6.34:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 10,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{10}}(f)$ . b) Knudepunkt 13,  $\hat{S}_{\vec{x}_{13}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra vist på figur 6.34a og 6.34b, er spidserne omkring første egensvingningsform fint eksiteret. På figur 6.34a ses det, at kun første egensvingningsform er eksiteret, hvilket skyldes, at accelerometret er placeret i knude 13, hvilket er på dækelementets centerlinie. Teoretisk vil der for anden egensvingningsform kun være rotation og ikke translation i denne knude. For begge spektra ses det, at kun *en* vridningsmodeform er eksiteret ved en frekvens omkring 14 Hz. I tabel 6.16 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 238, 22               | 31, 62              | -2,02               |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 237, 37               | 31, 62              | -2,03               |

 Tabel 6.16:
 Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

På figur 6.35a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne i udvalgte de knuder præsenteret, og på figur 6.35b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.35:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to autospektra og krydsspektret, vist på figur 6.34 og 6.5.4, er det tydeligt, at der i frekvensområdet før og omkring den første klokke befinder sig nogle harmoniske indikationer, hvilket formodes at skyldes, at de aktive personers middelbelastning gør sig gældende i spektrene. Denne ses at have frekvens ved ca. 1,2 Hz, og igen ved ca. 2,4 Hz. Tilstedeværelsen af støj i signalet omkring den første egensvingningsform af interesse, ses af figur 6.5.4 at være uden betydning, da kohærensværdien tilnærmelsesvis er lig 1 over hele frekvensområdet ved denne.

Figur 6.36 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne.



Figur 6.36: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

I tabel 6.17, er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

Tabel 6.17: Parametre for kryds-funktioner.

| Estimat  | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|--|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 237, 80               | 31, 64              | -2,02               |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar           | 0,06                | Udefinerbar         |

Selv ved 10 midlinger, er det formået at fjerne fluktuationer omkring spidsområdet af klokkerne og dermed skabe *glatte* kurver. De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -2,0%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 31,6%, hvilket skyldes det lave antal midlinger, men fejlens størrelse bør vurderes ift. den valgte identificeringsmetode. Den statistiske fejl for kohærensen, 0,06\%, er lav i sammenligning.

#### 6.5.5 Let løb

I tabel 6.18 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.18: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.LL

| $f_s  [\mathrm{Hz}]$ | R  | $n_d$ | N   | $B_e  [\mathrm{mHz}]$ |
|----------------------|----|-------|-----|-----------------------|
| 60                   | 40 | 21    | 512 | 117, 19               |

På figur 6.37a og 6.37b er auto-spektraltæthedsfunktionerne for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler vist.



**Figur 6.37:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 10,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{10}}(f)$ . b) Knudepunkt 13,  $\hat{S}_{\vec{x}_{13}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra, som er vist på figur 6.37a og 6.37b, er spidserne omkring første egensvingningsform fint eksiteret. Samtidig er der tydelig indikation af personernes gennemsnitlige lastfrekvens i form af en harmonisk komponent beliggende ved en frekvens på ca. 2,5 Hz, ogs igen ved ca. 5,0 Hz, nær systemets egenfrekvens. Pga. accelerometernes placering, knude 10 og 13, er anden egensvingningsform i hovedretning y ikke eksiteret for autospektret på figur 6.37a. For begge spektra ses de to vridningsmodeform ved frekvenser omkring 8 og 14 Hz at være eksiteret. I tabel 6.19 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

Tabel 6.19: Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 274,00                | 21, 82              | -6, 10              |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 273,96                | 21, 82              | -6, 10              |

På figur 6.38a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne i knude 10 og 13 præsenteret, og på figur 6.38b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.38:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Tilstedeværelsen af støj i signalet omkring den første egensvingningsform af interesse ses af figur 6.5.5 at være uden betydning, da kohærensværdien tilnærmelsesvis er lig 1 over hele frekvensområdet for den laveste egensvingningsform.

Figur 6.39 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne.



Figur 6.39: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

I tabel 6.20, er listet værdier for båndbredde og fejlparametre. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

|  |                       | v                   |                      |
|--|-----------------------|---------------------|----------------------|
| Estimat  | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \; [\%]$ |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 273,98                | 21,83               | -6, 10               |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar           | 0,03                | Udefinerbar          |

**Tabel 6.20:** Parametre for kryds-funktioner.

Det er umiddelbart forventet, at energien i de harmoniske komponenter, når disse er af væsentlig størrelse og tæt på systemets egenfrekvens, vil få en indflydelse på estimeringen af de modale parametre for systemets laveste egensvingningsform. I afsnit 6.4.4, figur 6.24, fremgår går det desuden, at fluktuationerne i reverse arrangement testen er store, sammenlignet med fluktuationerne fra almindelig gang, små skridt og slentren på dækelementet. Dette beviser, at de samplede respons fra denne type ligger på grænsen til ikke at kunne betragtes som stationære.

De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -6, 1%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 21, 8%, hvor den for kohærensen ligger på 0, 03%.

#### 6.5.6 Små skridt

I tabel 6.21 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.21: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.SS

| $f_s [Hz]$ | R  | $n_d$ | N   | $B_e [\mathrm{mHz}]$ |
|------------|----|-------|-----|----------------------|
| 60         | 40 | 21    | 512 | 117, 19              |

På figur 6.40a og 6.40b er auto-spektraltæthedsfunktionerne for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler vist.



**Figur 6.40:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 10,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ . b) Knudepunkt 13,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra vist på figur 6.40a og 6.40b, er spidserne omkring første egensvingningsform fint eksiteret. Samtidig er der tydelig indikation af personernes gennemsnitlig lastfrekvens i form af en harmonisk komponent beliggende ved en frekvens på ca. 1,9 Hz, og igen ved ca. 3,8 og 5,7 Hz, hvor sidstnævnte tilnærmelsesvis går i ét med systemets frekvens. I tabel 6.22 er de essentielle parametre ,bestemt på baggrund af spektrene, listet.

Tabel 6.22: Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b$ [%] |
|---|-----------------------|---------------------|------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 292, 69               | 21, 82              | -5,34            |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 292, 59               | 21, 82              | -5,35            |

På figur 6.41a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret, og på figur 6.41b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.41:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

Figur 6.42 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne.



Figur 6.42: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

I tabel 6.23, er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

|  |                      | v                   |                     |
|--|----------------------|---------------------|---------------------|
| Estimat  | $B_r [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 292, 64              | 21,83               | -5,35               |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar          | 0,03                | Udefinerbar         |

Tabel 6.23:Parametre for kryds-funktioner.

I dette tilfælde, hvor de harmoniske komponenter næsten falder i ét med systemets egenfrekvens, må det formodes, at dette har indflydelse på estimeringen af de modale parametre for systemets laveste egensvingningsform. I afsnit 6.4.4, figur 6.24, fremgår går det, at fluktuationerne i reverse arrangement-testen er små, selvom de harmoniske komponenter er fremtrædende. Dette kan modsat aktiviteten *let løb* skyldes, at de harmoniske komponenter falder i ét med egenfrekvensen.

De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -5,3%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 21,8\%, hvor den for kohærensen ligger på 0,03\%.

#### 6.5.7 Slentren

I tabel 6.24 er de indledende parametre listet.

| Tabel 6.24: | Baggrunds | parametre for | passiv | belastning. | Forsøg | II.SL |
|-------------|-----------|---------------|--------|-------------|--------|-------|
|-------------|-----------|---------------|--------|-------------|--------|-------|

| $f_s [Hz]$ | R  | $n_d$ | N   | $B_e [\mathrm{mHz}]$ |
|------------|----|-------|-----|----------------------|
| 60         | 40 | 21    | 512 | 117, 19              |

På figur 6.43a og 6.43b er auto-spektraltæthedsfunktionerne for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler vist.



**Figur 6.43:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 10,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{10}}(f)$ . b) Knudepunkt 13,  $\hat{S}_{\vec{x}_{13}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra vist på figur 6.43a og 6.43b er spidserne omkring første egensvingningsform fint eksiteret. Samtidig er der tydelig indikation af per sonernes gennemsnitlige lastfrekvens i form af en harmonisk komponent beliggende ved en frekvens på ca. 1,6 Hz, men som kun svagt. I tabel 6.25 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

 Tabel 6.25:
 Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 473, 35               | 21, 82              | -2,04               |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 471, 59               | 21, 82              | -2,06               |

På figur 6.44a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret, og på figur 6.44b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.44:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ .

Figur 6.45 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne.



Figur 6.45: Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

I tabel 6.26 er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

**Tabel 6.26:** Parametre for kryds-funktioner.

| Estimat  | $B_r [ mHz ]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|--|---------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 472, 47       | 21,83               | -2,05               |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar   | 0,03                | Udefinerbar         |

I dette tilfælde er den harmoniske komponent knapt så fremtrædende, hvilket kan skyldes, at ved *slentren* løfter personerne deres fødder en mindre afstand fra selve dækket ifht. ved de andre aktiviteter. De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -5, 3%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 21, 8%, hvor den for kohærensen ligger på 0, 03%.

#### 6.5.8 Let tramp

I tabel 6.27 er de indledende parametre listet.

Tabel 6.27: Baggrundsparametre for passiv belastning, Forsøg II.SS

| $f_s [Hz]$ | R  | $n_d$ | N   | $B_e  [\mathrm{mHz}]$ |
|------------|----|-------|-----|-----------------------|
| 60         | 40 | 21    | 512 | 117, 19               |

På figur 6.46a og 6.46b er auto-spektraltæthedsfunktionerne for de i knude 10 og 13 opsamlede signaler vist.



**Figur 6.46:** Auto-spektraltæthedsfunktioner. a) Knudepunkt 10,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ . b) Knudepunkt 13,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

Som det fremgår af de to auto-spektra, som er vist på figur 6.46a og 6.46b, er spidserne omkring første egensvingningsform fint eksiteret. Samtidig er der tydelig indikation af personernes gennemsnitlig lastfrekvens i form af en harmonisk komponent, som er beliggende ved en frekvens på ca. 2 Hz og igen ved ca. 4 samt 6 Hz. Dette har den betydning, at der forekommer en harmonisk komponent, som teoretisk set har en spids lige efter systemets spids nær systemets egenfrekvens. Som tidligere beskrevet gør dette, lasten kan blive den dominerende faktor. Pga. accelerometrenes placering, knude 10 og 13, er anden eegensvingningsform i hovedretning y ikke eksiteret for autospektret på figur 6.46a. I tabel 6.28 er de essentielle parametre, bestemt på baggrund af spektrene, listet.

| Estimat                                   | $B_r  [\mathrm{mHz}]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|---|-----------------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{10}}(f)$ | 473, 35               | 21, 82              | -2,04               |
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{13}\ddot{x}_{13}}(f)$ | 471, 59               | 21, 82              | -2,06               |

 Tabel 6.28:
 Parametre for auto-spektraltæthedsfunktioner.

På figur 6.47a er kryds-spektraltæthedsfunktionen,  $\hat{S}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne i de udvalgte knuder præsenteret, og på figur 6.47b er kohærensfunktionen,  $\hat{\gamma}_{\vec{x}_{10}\vec{x}_{13}}(f)$  præsenteret.



**Figur 6.47:** Kryds-funktioner. a) Kryds-spektraltæthedsfunktion,  $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ . b) Kohærensfunktion,  $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

Figur 6.48 viser fasen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ , mellem signalerne.



**Figur 6.48:** Fasefunktionen,  $\hat{\theta}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ .

I tabel 6.29 er værdier for båndbredde og fejlparametre listet. Alle værdierne i tabellen er udelukkende baseret på den første egenfrekvens i hovedretning y.

| Estimat  | $B_r [ mHz ]$ | $\epsilon_r \ [\%]$ | $\epsilon_b \ [\%]$ |
|--|---------------|---------------------|---------------------|
| $\hat{S}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$      | 472, 47       | 21,83               | -2,05               |
| $\hat{\gamma}_{\ddot{x}_{10}\ddot{x}_{13}}(f)$ | Udefinerbar   | 0,03                | Udefinerbar         |

Tabel 6.29: Parametre for c.

Som ved aktiviteten let løb er der observeret harmoniske komponenter af væsentlig størrelse, og som er tæt på systemets egenfrekvens, hvilket er vurderet til, at have indflydelse på estimeringen af de modale parametre for systemets laveste egensvingningsform. Ligeledes ses det i afsnit 6.4.4, figur 6.24, at fluktuationerne i reverse arrangement-testen er større sammenlignet med dem fra almindelig gang, små skridt og slentren på dækelementet, dog ikke i samme grad som ved let løb.

De systematiske fejl er holdt på et minimum, ca. -2,05%, hvorimod den statistiske fejl for auto- og krydsspektra ligger på ca. 21,8%, hvor den for kohærensen ligger på 0,03%.

#### 6.5.9 Opsummering

På baggrund af de forrige afsnit, hvor spektra er forsøgt fortolket og analyseret, er der i det følgende opsummeret på det mest essentielle i forbindelse med estimering af egenfrekvens og dæmpning. Ved analysemetoder, hvor det er nødvendigt at båndpasfiltrere omkring første egensvingningsform, er dette muligvis et problem ved eksiteringmetoder, hvor også vridningsformer er eksiteret. Ved flere af eksiteringsmetoderne er der observeret en vridningsform ved omkring 8 Hz.

Ved betragtning af støjniveauet i de forskellige spektra, er det observeret, at der for det frie henfald samt for aktiv belastning, er et lavt støjniveau omkring den første egensvingningsform. Herimod er der ved passiv belastning og tilnærmet hvidstøj en del mere støj med i billedet, mens eksiteringen desuden er svag. Derudover er der den mulighed, at støjniveauet vil være væsentligt anderledes imellem Forsøg I, II og III, eftersom udstyret benyttet til sampling og lagring er forskelligt, kapitel 7.

Harmoniske komponenter er identificeret i de estimerede spektra for aktiv belastning, og det ses tilsyneladende, at middel-lastfrekvens fra disse er afhængige af den aktive lasttype. De harmoniske komponenter er især tydelige ved aktiviteter, hvor personernes fødder er løftet højt fra dækelementet under aktiviteten, hvilket er gældende for let løb og let tramp, der desuden skiller sig ud ved reverse-arrangement testen i afsnit 6.4.4. Observerede lastfrekvenser er listet i tabel 6.30.

| Aktivitet       | Middel lastfrekvens, $f_{last} \; [ \mathrm{Hz} ]$ |
|-----------------|--|
| Almindelig gang | 1,2  |
| Let løb         | 2, 5   |
| Små skridt      | 1,9  |
| Slentre         | 1, 6   |
| Let tramp       | 2, 0   |

Tabel 6.30: Observerede lastfrekvenser ved aktiv belastning, Forsøg III.

De lastfrekvenser, som er vurderet til at have størst indflydelse på frekvens og dæmpning,

går op i dækelementets egenfrekvens, estimeret til  $\hat{f}_r = 5,78$  Hz, eksempelvis to eller tre gange svarende til frekvenser på hhv. 1,93 og 2,89 Hz. Heraf ses det at især ved små skridt og let tramp nærmes den laveste af disse frekvenser. Desuden fremgår det af tabel 6.30, at stort set alle lastfrekvenser ligger ved intervallet mellem 2 og 3 Hz, der udgør den menneskelige standardaktivitets-frekvens. Dog skal det tages i betragtning, at personerne på dækelementet har fået beskeden om, at udføre en given aktivitet tilfældigt i tid og sted. Det er således svært at kontrollere, hvor meget personerne ubevidst *tuner* sig ind på hinandens frekvenser og dermed går i takt, uden at være klar over det. Et andet tilfælde kunne være, hvor personerne ubevidst *tuner* sig ind på dækelementets frekvens og går i takt med denne eller måske ubevidst forsøger at dæmpe denne. Et forhold som ikke kan kontrolleres.

Estimeringen af spektrene er foretaget i  $[DVD \ Prog \ Band \ spektra]$ , hvor det ligeledes er muligt at få vist alle spektrale estimeringer for Forsøg II og III og de dertilhørende delforsøg.

# Forsøgsbeskrivelser

I det følgende kapitel er forsøgsbeskrivelser for de enkelte forsøg, som er udført i forbindelse med dette projekt, præsenteret. I afsnit 7.1 forefindes forsøgsbeskrivelse for Forsøg I, afsnit 7.2 for Forsøg II og afsnit 7.3 for Forsøg III. I de enkelte beskrivelser er det præsenteret, hvordan de enkelte forsøg, Forsøg I, II og III, er foretaget. Der er beskrevet det grundlæggende formål og hypoteser for de enkelte forsøg. Ligeledes er det beskrevet, hvilket udstyr og eksiteringsformer der er anvendt til de enkelte forsøg. De nødvendige data for forsøgspersoner er listet for de enkelte forsøg. For bedst mulige overblik, er der på figur 7.1, vist et diagram over eksiteringstyper og identifikationsmetoder for de respektive Forsøg I, II og III.



Figur 7.1: Oversigt over belastningstyper og anvendte metoder for de enkelte forsøg.

# 7.1 Forsøg I

Forsøg I dækker over en række delforsøg foretaget i Laboratoriet for bærende konstruktioner ved Aalborg Universitet. Forsøgets primære formål er, at undersøge passive personers indvirkning på den undersøgte konstruktions modale parametre, egenfrekvens og dæmpningsforhold. Med passive personer menes, at personerne ikke bevæger sig på dækelementet og har dermed samme placering på dækelementet under hele forsøget. Det sekundære formål med forsøget er at klarlægge, om forskellige positurer har forskellige indvirkninger på de modale parametre og i hvilket omfang. Som det er beskrevet i Appendiks A, vil en tillægsmasse på et system, i dette tilfælde dækelementet, medføre at systemets egenfrekvens falder og dæmpningen stiger. Forsøg foretaget i forbindelse med [Vestergaard 2007] viser, at dæmpningen ikke stiger efter samme princip, når passive personer er påført systemet, som når en død masse, eks. sandsække påføres systemet. Forsøgene viser at passive personer dæmper konstruktionen mere end, hvis samme masse er påført i form af sandsække. Det er derfor relevant, at klarlægge om dæmpningsforholdet for passive personer,  $\zeta_{p.person}$ , dæmper mere end, hvad der er tilfældet med tillægsmasser,  $\zeta_{sandsæk}$ . Dette er formuleret i følgende overordnede nulhypotese:

$$H_0: \quad \zeta_{p.person} > \zeta_{sandsæk} \tag{7.1}$$

Den alternative hypotese må være, at det er ligegyldigt, hvorvidt massen er repræsenteret i form af passive personer eller en død masse. Ligeledes må en anden alternativ hypotese være, at dæmpningsforholdet er større, når massen er repræsenteret i form af død masse, end hvis det er passive personer. Dette er formuleret i følgende alternative hypoteser:

$$H_{A1}: \zeta_{p.person} = \zeta_{sandsæk}$$

$$H_{A2}: \zeta_{p.person} < \zeta_{sandsæk}$$
(7.2)

Umiddelbart må det forventes, såfremt  $H_{A1}$  er gældende, at kun personernes masse har betydning for dæmpningsforholdet. Såfremt nulhypotesen,  $H_0$ , eller den alternative hypotese,  $H_{A2}$ , er gældende, har ikke kun massen betydning for dæmpningsforholdet, men også andre faktorer. Det er derfor undersøgt, hvorvidt posituren, som forsøgspersonerne sidder i, har betydning for de modale parametre. Dette vil desuden indikere, at passive personer dermed ikke kan modelleres som tillægsmasser, hvilket betyder, at systemets overordnede tanke som et SDOF-system ikke kan bibeholdes. Det er dermed muligt at anvende et 2DOF-system, hvor personerne og dækelementet hver især har en frihedsgrad, og forbindelsen mellem konstruktion og person moddelleres med en fjeder og en dæmper, hvilket er illustreret på figur 7.4.



Figur 7.2: Idealiseret 2 DOF-system.

En sekundær nulhypotese, under betingelse af, at  $H_0$  eller  $H_{A2}$  er gældende, er derfor, om dæmpningsforholdet,  $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_n$ , er afhængig af posituren personerne sidder i:

$$H_{0_{sek}}: \quad \zeta_1 \neq \zeta_2 \neq \dots \neq \zeta_n \tag{7.3}$$

Den alternative hypotese til  $H_{0_{sek}}$ må derfor være, at dæmpningsforholdet ikke er afhængig

af posituren, hvormed:

$$H_{A1_{sek}}:\zeta_1 = \zeta_2 = \dots = \zeta_n \tag{7.4}$$

#### 7.1.1 Anvendt udstyr

På figur 7.3 er tilslutningen af det anvendte udstyr vist på skematisk form, og viser dermed signalets vej fra flytningsmåler og accelerometer til brugbare filer på computeren. Flytningsmåleren er tilsluttet til en elektronisk forstærker, som forstærker signalet, inden det sendes til opsamleren. Opsamleren bearbejder signalet, således det kan modtages at computeren vis USB-interface. Til bearbejdning af signalet er computerprogrammet *catmanEasy* anvendt, som gemmer signalet i ASCI-filer.



Figur 7.3: Anvendt udstyr og opstilling til måling af response.

På figur 7.4 er opstillingen med accelerometer og flytningsmåler vist:



Figur 7.4: Opstilling af accelerometer og flytningsmåler.

De enkelte filer fra Forsøg I ligger på den vedlagte i mappen  $[DVD \ Data \ ForsI]$ . Filerne er navngivet efter samme princip som på figur 7.1.2, men er kaldt  $JobA1_001$  for eksempelvis delforsøg A, serie 1.

Som det fremgår af figur 7.3, er i alt tre kanaler anvendt ved Forsøg I. Angivelse af kanalnummer og output for de enkelte kanaler er listet i tabel 7.1.

Tabel 7.1: Angivelse af kanaler, kanaloutput og knudenummer for de enkelte kanaler ved ForsøgI.

| Kanal | Knude  | Output   |
|-------|--------|----------|
| 1     | Center | Tid      |
| 2     | Center | Flytning |
| 3     | Center | Acc.     |

#### 7.1.2 Forsøgspersoner og forsøgsopbygning

Der er anvendt fire forsøgspersoner i seks forskellige positurer, som vist på figur 7.5. De forskellige positurer forsøger at afdække forskellige aktiviteter under eksempelvis en fodboldkamp på et stadion. Der er anvendt fire personer for at kunne analysere, hvorvidt antallet af personer har betydning for dæmpningen.



Figur 7.5: Positurer anvendt ved Forsøg I.

Som det fremgår af figur 7.5, dækker Forsøg I over en række delforsøg, som er mærket med betegnelserne I.A til I.F samt I.S og dækker dermed over de enkelte positurer, hvor eks. I.A er Forsøg I, delforsøg A. Der er undersøgt i alt seks forskellige positurer for personer, I.A-I.F, samt I.S, som er udført med sandsække. De forskellige delforsøg dækker over en række positurer, som er forventet under eksempelvis en fodboldkamp, men enkelte af de forskellige positurer har også en anvendelse under andre omstændigheder, eks. et kontormiljø. Delforsøg I.S er et kontrolforsøg for at undersøge, om det er ligegyldigt, hvorvidt det er sandsække eller personer, der er placeret på dækelementet. Posituren for de enkelte delforsøg er som følgende:

- I Forsøg I.A sidder personerne således, at ryggen ikke hviler mod ryglænet. Hænderne på knæet og armene hviler i afslappet tilstand, dvs. armene er ikke spændte.
- I Forsøg I.B er armene spændte, men ellers er alt som ved Forsøg I.A.
- I Forsøg I.C sidder personerne med ryggen mod ryglænet og der slappes af i armene.

- I Forsøg I.D er ryggen fra ryglænet og armene er løftet op over hovedet i strakt tilstand.
- I Forsøg I.E hviler personerne albuen på knæet og støtter hovedet med hænderne.
- I Forsøg I.F sidder personerne helt fremme på sædet, mens kun den øverste del af kroppen hviler mod ryglænet. Her er benene mere strakte og armene slappe på hver sin side.

For endvidere at undersøge om massen har betydning, og i så fald i hvilket omfang, er forskellige masser anvendt ved Forsøg I. Til delforsøg I.A-I.F er anvendt fire forskellige personer med masser (personer eller sandsække), som er listet i tabel 7.2, hvori masserne for de anvendte sandsække er listet.

Tabel 7.2: Anvendte masser for personer og sandsække til Forsøg I.

|                   | Person 1 | Person 2 | Person 3 | Person 4 | Sandsæk |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| $m\left[kg ight]$ | 78, 3    | 88, 2    | 80,7     | 100, 9   | 80, 0   |

På figur 7.1.2 er Forsøg I skematisk illustreret med de enkelte delforsøg, I.A til I.S. Til hver delforsøg er de forskellige masser, M1 til M4, anvendt, hvilket er illustreret på figur 7.1.2 for I.D og I.S. Dermed består I.A til I.S af fire underliggende opstillinger, som indbefatter de fire forskellige masser. Dette er kategoriseret som eks. I.A.1, hvilket er Forsøg I, delforsøg A, opstilling 1, dvs. med M1.



Figur 7.6: Opbygning af Forsøg I, delforsøg og serier.

For at sikre forsøget mod fejlmålinger og for at sikre en vis statistisk sikkerhed, er målingen af hver enkelt opstilling for delforsøg I.A til I.F udført i tre forskellige serier og for delforsøg I.S i to serier. De enkelte opstillinger i delforsøg I.S er kun udført i to serier, da sandsækkene, modsat personerne, ikke ændrer placering under forsøget. Dermed ændres interaktionen mellem sandsækkene og konstruktionen ikke under forsøget, som det er tilfældet med personerne. Fremgangsmåden for de enkelte opstillinger er udført efter samme princip for de enkelte delforsøg. Tabel 7.3 viser de anvendte masser ved de enkelte opstillinger, hvor X angiver det enkelte delforsøg. Som det fremgår, er alle masser anvendt ved første opstilling, personer eller sandsække, ved opstilling 2 er Masse 1 fra tabel 7.2 fratrådt, opstilling 3 er Masse 2 og 1 fratrådt og til opstilling 4 er Masse 3, 2 og 1 fratrådt. Dermed er fire forskellige masseinddelinger undersøgt.

|                      | I.X.1  | I.X.2  | I.X.3  | I.X.4  |
|----------------------|--------|--------|--------|--------|
| $\sum m_{per}$ [kg]  | 348, 1 | 269, 8 | 181, 6 | 100, 9 |
| $\sum m_{sand}$ [kg] | 320, 0 | 240, 0 | 160, 0 | 80, 0  |

Tabel 7.3: Anvendte summeret masser for personer og sandsække til Forsøg I.

Stolene er fast placeret under forsøget, og flyttes derfor ikke. De enkelte forsøgspersoner sidder desuden på samme stole under hele forsøget. På figur 7.9 er stolenes placering på dækelementet illustreret, hvor det ligeledes er illustreret, hvor de enkelte personer placeret under forsøget.



Figur 7.7: Placering af stole ved Forsøg I og angivelse af forsøgspersonernes placering. Mål i mm.

Som det fremgår af figur 7.1.2 er der for delforsøg I.A til I.F tolv serier og for delforsøg I.G er der otte serier. Dette giver sammenlagt, at Forsøg I dækker over 80 serier.

#### 7.1.3 Eksitering og anvendte metoder

Alle response i Forsøg I er opbygget af frie henfald, som det er beskrevet i afsnit 6.3. Som det fremgår af ovenstående, er hvert enkelt delforsøg udført af tre serier. Hver serie består af et henfald og dermed en måling. Hver måling består dermed af en tidsserie af en relativ længde,  $T_s$ , på ca. 13 sekunder. Den anvendte opsamlingsfrekvens,  $f_s$ , er listet i tabel 7.4.

 Tabel 7.4: Anvendt opsamlingsfrekvens ved Forsøg I.

| $f_s$ , [Hz] | $T_s$ [s] |
|--------------|-----------|
| 2400         | 13        |

Da tidslængden for de enkelte målinger er relativ kort, er det ikke muligt at anvende SI-metoder som EFDD, SSI og båndbredde-metoden, da disse metoder kræver en data af en vis tidslængde samt antallet af datapunkter skal være tilstrækkeligt.

# 7.2 Forsøg II

Forsøg II er en umiddelbar udvidelse af Forsøg I, og dækker over en grundigere redegørelse for problemstillingen omkring passive personers interaktion med den analyserede konstruktion. I Forsøg I er forskellige positurer undersøgt, og positur C er udvalgt til nærmere analyse.

Det overordnede formål med Forsøg II er at bestemme om, resultaterne i Forsøg I.C er gyldige, og ikke kun er et udtryk for tilfældigheder. Umiddelbart bør dæmpningsforholdet,  $\zeta_{\text{I.C}}$  og egenfrekvensen,  $f_{\text{I.C}}$ , fra Forsøg I følge samme udvikling som dæmpningsforholdet,  $\zeta_{\text{II}}$ , og egenfrekvensen,  $f_{\text{II}}$ , fra Forsøg II. Dette er formuleret i følgende overordnet nulhypotese:

$$H_0: \quad \zeta_{\mathrm{I.C}} = \zeta_{\mathrm{II}} \qquad \text{og} \qquad f_{\mathrm{I.C}} = f_{\mathrm{II}} \tag{7.5}$$

Den alternative hypotese må være, at resultaterne fra Forsøg I.C er et udtryk for tilfældigheder, og derfor ikke stemmer overens med resultaterne fra Forsøg II. Dette er udtrykt i følgende alternative hypotese:

$$H_A: \zeta_{\text{I.C}} \neq \zeta_{\text{II}} \quad \text{og} \quad f_{\text{I.C}} \neq f_{\text{II}}$$

$$(7.6)$$

Udover at verificere resultaterne fra Forsøg I.C, er hensigten med Forsøg II at undersøge om forskellige SI-metoder har en overordnet tendens, eksempelvis at overestimere dæmpningsforholdet eller lignende. Da Forsøg II er en udvidet gentagelse af Forsøg I.C, er der i Forsøg II foretaget flere delforsøg for at sikre en statistisk sikkerhed på resultaterne.

#### 7.2.1 Anvendt udstyr

På figur 7.8 er responsets vej fra accelerometre til datafiler illustreret på skematisk form. De enkelte accelerometre er tilsluttet opsamleren, en Teac LX-10, som samler signalet og sender det til computeren vha. en firewire-interface. På computeren er data fra enkelte accelerometre behandlet seperat ved programmet Teac LxNavi, som gemmer dataene i formatet ASCII.



Figur 7.8: Anvendt udstyr og opstilling til måling af response for Forsøg II.

Angivelse af output for de enkelte kanaler er listet i tabel 7.5, hvor det ligeledes er angivet, hvilke knuder de enkelte kanaler er påsat. I Bilag 1 er givet en skitse over knudepunkterne.

| Kanal | Knude | Output |
|-------|-------|--------|
| 1     | 9     | Volt   |
| 2     | 10    | Volt   |
| 3     | 11    | Volt   |
| 4     | 12    | Volt   |
| 5     | 15    | Volt   |
| 6     | 16    | Volt   |
| 7     | 17    | Volt   |
| 8     | 18    | Volt   |

Tabel 7.5: Angivelse af kanaler, kanaloutput og knudenummer for de enkelte kanaler ved ForsøgII.

I Teac LxNavi er følsomheden for accelerometerne indstillet således, at det passer til det enkelte forsøg. Ved forsøg, hvor et kraftigt response er krævet, er følsomheden sat ned, således signalet ikke bliver "klippet".

## 7.2.2 Forsøgspersoner og forsøgsopbygning

Fremgangsmåden for Forsøg II er meget lig fremgangsmåden for Forsøg I, hvor det blot er ønsket at øge den statiske sikkerhed ved de forskellige personkombinationer. Til Forsøg II er anvendt fem personer til forsøget med masser som listet i tabel 7.6.

|                      | Person A | Person B | Person C | Person D | Person E |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $m \; [\mathrm{kg}]$ | 78, 2    | 68, 0    | 97, 3    | 81,0     | 110, 8   |

 Tabel 7.6:
 Anvendte masser for personer anvendt til Forsøg II.

Som det fremgår af tabel 7.6 er massen på de anvendte personer til forsøgt velrepræsenteret, idet massen varierer med knap 43 kg. Variable som f.eks. forsøgspersonernes køn og alder er underordnet, da massen er den undersøgte størrelse i forsøget. For at udligne forskellen mellem hvordan de enkelte personer påvirker systemet, er alle delforsøg foretage med forskellige kombinationer for forsøgspersonerne. Har en enkelt person en tendens til at øge dæmpningen mere end de øvrige personer, og er denne person anvendt til forsøget med kun én personer, så kan dette betyde, at resultatet afviger fra, hvad der havde været tilfældet for de øvrige forsøgspersoner. Dette er især tilfældet ved de inddelinger, hvor få personer er placeret på dækelementet, idet den enkelte persons påvirkning her vil have en større gennemslagskraft, end når alle personer er indbefattet. I tabel 7.7 er de forskellige kombinationer af personerne listet.

| En person | To personer | Tre personer | Fire personer | Fem personer |
|-----------|-------------|--------------|---------------|--------------|
| А         | AB          | ABC          | ABCD          | ABCDE        |
| В         | BC          | BCD          | BCDE          | BCDEA        |
| С         | CD          | CDE          |               |              |
| D         | DE          |              |               |              |
| Ε         |             |              |               |              |

Tabel 7.7: Anvendte personerkombinationer for Forsøg II.

Som det fremgår af tabel 7.7 er der udført 16 forskellige kombinationer i Forsøg II, og som det ligeledes fremgår, er det især for masseinddelinger med få personer, at forskellige kombinationer er undersøgt. Ved fire og fem personer er kun to forskellige kombinationer undersøgt, hvor personerne har skiftet plads. Da det er første egensvingingsform, der er undersøgt, er personerne placeret så tæt på centrum af dækelementet, som det er muligt. Dette er naturligvis ikke et problem med kun en eller to personer, men for tre personer og derover er det fysisk umuligt at placere alle personer i centrum. Derfor er placeringen af den enkelte person ændret under de enkelte delforsøg. Dette betyder, at for eksempelvis tre personer er person C repræsenteret tre gange, og derfor er placeringen af denne person ændret under de tre delforsøg. I tabel 7.8 er det listet, i hvilke stole de enkelte personer sad under de enkelte delforsøg. Under delforsøg med kun en person på dækelementet, er personen placeret på stol nr. 3, hvilket er vist som X i tabel 7.8, og er gældende for alle delforsøg med en person på dækelementet. Som det fremgår, er det forsøgt at ændre placeringen af de personer, som optræder flere gange under samme personantal. Som eksempelvis ved tre personer optræder person C i alle tre delforsøg, hvorfor denne person sidder hhv. på stol 3, 2 og 1 ved de tre delforsøg. Dette sikrer, at betydningen af den enkelte persons placering under forsøget bliver minimeret.

| Delforsøg | Stol 1 | Stol 2 | Stol 3 | Stol 4 | Stol 5 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| II.X      |        |        | Х      |        |        |
| II.AB     |        | В      |        | А      |        |
| II.BC     |        | В      |        | С      |        |
| II.CD     |        | D      |        | С      |        |
| II.DE     |        | Е      |        | D      |        |
| II.ABC    |        | В      | С      | А      |        |
| II.BCD    |        | С      | D      | В      |        |
| II.CDE    |        | D      | Е      | С      |        |
| II.ABCD   | С      | В      |        | А      | D      |
| II.BCDE   | D      | С      |        | В      | Е      |
| II.ABCDE  | С      | В      | D      | А      | Е      |
| II.BCDEA  | D      | С      | Е      | В      | А      |

Tabel 7.8: Placering af personer ved de enkelte delforsøg for Forsøg II.



Figur 7.9: Anvendte stole ved Forsøg II. a) Opstilling af stole. b) Opstilling af stole. c) Placering af stole. Mål i mm.

#### 7.2.3 Eksitering og anvendte metoder

Det er ønsket at kunne anvende samme SI-metoder, som er anvendt til Forsøg I. Derudover er det ønsket, at anvende SSI, EFDD, spids- og halvbåndsbreddemetoden samt estimering via korrelationsfunktioner. Logaritmisk dekrement kræver, at responset fra forsøget stammer fra et frit henfald, hvilket ikke er et krav for de øvrige metoder. SSI og EFDD kræver, at måletiden er en vis længde og at opsamlingsfrekvensen er tilstrækkelig høj. nok. Der er derfor forskellige krav til de to metoder, og dette betyder, at responset, som er anvendeligt for den ene metode, ikke er anvendelig for den anden. Derfor er der opsamlet tre forskellige typer af response - frit henfald, hvidstøjsbelastning og passiv belastning. De tre eksiteringsmetoder er udført, som det er beskrevet i afsnit 6.3, hvor der for frie henfald, er udført ti henfald efter hinanden i samme måleserie. Ved opsamlingen af dækelementets respons udsat for passiv- og tilnærmet hvidstøjsbelastning, er den totale måletid,  $T_s$ , samt opsamlingsfrekvens fastsat på baggrund af [ 2008c]. Opsamlingsfrekvensen,  $f_{s},\,{\rm er}$ anbefalet til minimum  $3f_{max}$ , hvor  $f_{max}$  er den højeste ønskede analyserbare frekvens. Måletiden,  $T_s$ , er fastsat som  $\frac{1000}{f_{min}}$ , hvor  $f_{min}$  er den laveste ønskede analyserbare frekvens. Eftersom det er kondt at denkelementete herete folger. det er kendt, at dækelementets laveste frekvens er ca. 6 Hz, er der på den sikre side målt i  $300 \,\mathrm{s}$  med en opsamlingsfrekvens på  $6000 \,\mathrm{Hz}$ . Opsamlingsfrekvensen,  $f_s$ , og tidslængden,  $T_s$ , for måleserierne er listet i tabel 7.9.

 Tabel 7.9: Anvendt opsamlingsfrekvens og tidslængde af måleserie for Forsøg II for de enkelte eksiteringsmetoder.

| Eksiteringsmetode   | $f_s$ [Hz] | $T_s$ [s] |
|---------------------|------------|-----------|
| Frit henfald        | 6000       | -         |
| Hvidstøjsbelastning | 6000       | 300       |
| Passiv belastning   | 6000       | 300       |

# 7.3 Forsøg III

Forsøg III dækker over en række delforsøg, hvor aktive personer belaster dækelementet med forskellige gangarter. Forsøgets formål er at bestemme, hvordan aktive personer ændrer på systemets dæmpningsforhold og egenfrekvens. Umiddelbart er det forventet, at et system af dækelement samt hhv. passive og aktive personer vil give forskellige systemparametre ved samme masseinddelinger. Dermed vil samme personer have forskellige indvirkninger på systemet afhængigt af, om de er passive eller aktive. Dette er udtrykt i følgende nulhypotese for Forsøg III:

$$H_0: \zeta(m)_{\text{passive}} \neq \zeta(m)_{\text{aktive}} \quad \text{og} \quad f(m)_{\text{passive}} \neq f(m)_{\text{aktive}}$$
(7.7)

Den alternative hypotese er dermed det modsatte af nulhypotesen i formel (7.7), hvor det er ligegyldigt, om personerne er passive eller aktive på dækelementet. I stedet er spørgsmålet, om hvor meget de ændrer på systemparametrene afhænger af masse. Dette er udtrykt i følgende alternative hypotese:

$$H_A: \zeta(m)_{\text{passive}} = \zeta(m)_{\text{aktive}} \quad \text{og} \quad f(m)_{\text{passive}} \neq f(m)_{\text{aktive}}$$
(7.8)

Såfremt nulhypotesen,  $H_0$ , er korrekt er det ligeledes forventet, at samme personer ved forskellige gangarter,  $G_1, G_2, ..., G_n$  vil give forskellige systemparametre, hvilke betyder, at gangarten har betydning for, hvor meget personerne ændrer på systemparametrene. Dette er udtrykt i følgende sekundære nulhypotese:

$$H_{0_{sek}}: \quad \zeta_{G_1} \neq \zeta_{G_2} \neq \dots \neq \zeta_{G_n} \tag{7.9}$$

Den alternative sekundære hypotese må være, at gangarten ikke har betydning for systemparametrene, hvormed det udelukkende er et spørgsmål om antallet af personer, hvilket vil sige massen, der påføres konstruktionen. Dette er udtrykt i følgende alternative sekundære hypotese:

$$H_{A_{sek}}:\zeta_{G_1} = \zeta_{G_2} = \dots = \zeta_{G_n} \tag{7.10}$$

Den alternative sekundære hypotese kan være gældende under betingelse af, at enten  $H_0$  eller  $H_A$  er gældende, og kan dermed vise to ting. Enten er systemet afhængig af, om personerne er aktive eller passive, men det er ligegyldigt, uanset hvilken aktivitet personerne udøver. Anden mulighed er om personerne er aktive eller positive, hvormed det også er ligegyldigt, hvilken aktivitet personerne udøver.

#### 7.3.1 Anvendt udstyr

Der er anvendt samme udstyr som ved Forsøg I, som vist på figur 7.3. Konfigurationen er dog en anden, hvor kanaloutput, som listet i tabel 7.10, er anvendt ved Forsøg III. Forskellen mellem konfigurationen ved Forsøg I og ved Forsøg III er, at alle tre kanaler måler acceleration.

| Kanal | Knude | Output |
|-------|-------|--------|
| 1     | 10    | Acc.   |
| 2     | 13    | Acc.   |
| 3     | 18    | Acc.   |

**Tabel 7.10:** Angivelse af kanaler, kanaloutput og knudenummer for de enkelte kanaler ved ForsøgIII.

## 7.3.2 Forsøgspersoner og forsøgsopbygning

I Forsøg III er forskellige gangarter anvendt for at undersøge, hvor stor betydning de enkelte gangarter har på systemets dæmpningsforhold og egenfrekvens. Der er anvendt fem forskellige gangarter, som alle forventes at gøre sig gældende for de konstruktion, hvori eller hvorpå mennesker færden. De fem forskellige gangarter og deres forkortelse er listet i tabel 7.11, hvor forsøgsbetegnelsen, som der i det følgende er anvendt til de enkelte forsøg, ligeledes er listet.

 Tabel 7.11: Anvendte gangarter under Forsøg III med angivelse af forkortelse og forsøgsbetegnelse.

| Gangart         | Forkortelse         | Forsøgsbetegnelse |
|-----------------|---------------------|-------------------|
| Almindelig gang | AG                  | III.AG            |
| Let løb         | LL                  | III.LL            |
| Små skridt      | SS                  | III.SS            |
| Slentre         | $\operatorname{SL}$ | III.SL            |
| Let tramp       | LT                  | III.LT            |

Almindelig gang er en gangart, hvor de enkelte personer går i deres egen rytme og ved deres egen gang. Gangarten er derfor en meget individuel måde at bevæge sig på, men er meget beskrivende for den måde, personer vil belaste dækelement, gangbroer og ligende.

Let løb er en gangart, hvor de enkelte personer løber let på konstruktionen i deres egenrytme. Med let løb menes der, at personerne ikke løber i almindelig forstand, da dette for det første ikke kan lade sig gøre på konstruktionen pga. den begrænsede længde og bredde, men ligeledes for at undgå, at belastningen bliver for stor.

Små skridt er en gangart, hvor de enkelte personer bevæger sig med små skridt rundt på dækelementet. Ved denne gangart er det vigtigt, at personerne sikrer sig, at fødderne løftes fra dækelementet, da gangarten reelt er en langsommere gengivelse af AG. Gangarten er beskrivende for den situation, som opstår, når personer bliver hindret i at gå med almindelig gang, som det er tilfælde ved eksempelvis tribuner, når kampen er slut og tilskuer skal ud af stadion. I dette tilfælde bevæger personer sig langsomt med små skridt, da de er hindret i at gå med almindelig rytme pga. den store folkemængde.

*Slentre* er en gangart, hvor personer slentrer på dækelementet i deres egen rytme. Med slentre menes der, at personerne går med små skridt, som ved SS, men når foden rammer dækelementet, skrabes undersiden af skoen over dækelementet. SL er en gangart, der, ligesom SS, er beskrivende for situationer, hvor personerne hindres i at gå med almindelig

gang. Især ved køsituationer, hvor hastigheden er begrænset, er SL beskrivende.

Let tramp er en gangart, hvor personerne bevæger sig rundt på dækelementet med en let trampen. Påvirkningen fra personerne kan betragtes som en impuls, idet stødet fra foden rammer konstruktionen hurtigt. For at undgå alt for store udsving fra dækelementet, er trampene lette.

Der er anvendt tre forskellige personer til de enkelte delforsøg under Forsøg III, med masser som angivet i tabel 7.12.

|                    | Person A | Person B | Person C |
|--------------------|----------|----------|----------|
| $m  [\mathrm{kg}]$ | 84,07    | 98,02    | 85, 53   |

Tabel 7.12: Anvendte personmasser til Forsøg III.

Som det fremgår, er der ikke stor forskel på de anvendte masser for de tre personer. Forskellen i masse varierer med 13,95 kg mellem den letteste og den tungeste. En større forskel i masse ville være at foretrække, for at sikre en større statistisk sikkerhed. Det ville ligeledes være at foretrække, at anvende et større antal personer til forsøgene, men dette er undgået, for istedet at øge antallet af gangarter. En uddybende undersøgelse burde inkludere et større antal personer. Der er undersøgt kombinationsmuligheder for en, to og tre personer på dækelementet, hvor de enkelte kombinationsmuligheder er listet i tabel 7.13.

Tabel 7.13: Personkombinationer for Forsøg III.

| En person | To personer | Tre personer |
|-----------|-------------|--------------|
| А         | AB          | ABC          |
| В         | BC          | BCA          |
| С         | CA          | CAB          |

Som det fremgår, er der udført i alt ni kombinationer under de enkelte delforsøg ved Forsøg III. Alle kombinationsmuligheder for en og to personer er undersøgt, mens kun en kombinationsmulighed for tre personer, som er anvendt tre gange, er undersøgt. Erfaringer fra Forsøg I og II viser, at når der er mange personer på dækelementet, er der større afvigelse mellem resultaterne, end når der kun er en eller to personer på dækelementet. Dermed er der undersøgt i alt 45 kombinationer under Forsøg III.

Området, som forsøgspersonerne bevæger i, er vist på figur 6.15, afsnit 6.3.4.

#### 7.3.3 Eksitering og anvendte metoder

Forsøg III involverer aktive personer på dækelementet, hvormed eksiteringen af elementet er frembragt af personernes aktivitet. Modsat eksiteringen ved Forsøg I og II, er eksiteringen fra aktive personerne ikke beskrevet ved at have konstant spektraltæthed, hvilket under Forsøg I er forsøgt tilnærmet ved tilnærmet hvadstøjsbelastning. Ligeledes er det ikke et frit henfald. For at sikre en belastning, der er betragtelig, er det forsøgt at få forsøgspersonerne til at bevæge sig tilfældigt i tid og sted.

Det er ønsket, at kunne anvende samme metoder som ved Forsøg II. Det er dog ikke

muligt at anvende logaritmisk dekrement, da denne metoder kræver, at responset fra systemet er et frit henfald. Da personerne ved Forsøg III er aktive, vil en impulslast ikke generere et frit henfald, men en kombination af et frit henfald, hvor personernes færden på dækelementet interfererer med henfaldet. Det er derfor ikke muligt, at anvende logaritmisk dekrement på et sådant response.

I tabel 7.14 er opsamlingsfrekvensen og tidslængden af måleserierne listet.

**Tabel 7.14:** Anvendt opsamlingsfrekvens og tidslængde af måleserie for Forsøg III for de enkelte<br/>eksiteringsmetoder.

| Eksiteringsmetode   | $f_s$ [Hz] | $T_s$ [s] |
|---------------------|------------|-----------|
| Hvidstøjsbelastning | 2400       | 180       |
| Passiv belastning   | 2400       | 180       |

# 7.4 Sikring mod klipning af data

En vigtig detalje ved dataopsamling af responset ved forsøg, er udstyrets følsomhed, som skal være indstillet korrekt. En korrekt indstillet følsomhed af udstyret sikrer, at hele responset er medtaget i dataopsamlingen, samt de nødvendige detaljer. På den måde må følsomheden ikke sættes for højt, idet dette vil medføre "klipning" af signalet. Følsomheden må heller ikke sættes for lavt, idet opsamlingen af data således bliver upræcis. Figur 7.10 illustrerer problemet.



Figur 7.10: Anvendt eksiteringsform og anvendte metoder ved Forsøg I.

Som det fremgår af figur 7.10, er der for det illustrerede response forsøgt med to forskellige indstillinger, følsomheder. Følsomhed 1 angiver en høj følsomhed af udstyret, hvilket dog resulterer i, at en del af signalet ikke medtages i dataopsamlingen. Dette er vist som grå, stiplede streger. Konsekvensen af dette er, at responset ved analyse fremstår anderledes, end hvad der reelt er tilfældet. Ved at anvende Følsomhed 2 sker der ikke klipning af signalet, og hele responset er medtaget i dataopsamlingen. Ligeledes er følsomheden ikke sat for højt, idet kun den nødvendige mængde af information er indbefattet.

Gennem de enkelte forsøg er klipning i signalet forsøgt undgået, idet dette netop giver anledning til misvisende resultater. Inden de enkelte forsøg er foretaget, er et prøveforsøg foretaget, hvor størrelsen af responset er undersøgt. Dækelementet er i prøveforsøget udsat for de påvirkninger, som er tænkt forekommende i det aktuelle forsøg, og følsomheden er indstillet efter dette.



I dette kapitel er resultaterne fra de enkelte forsøg, Forsøg I, II og III, gennemgået og sammenlignet. Da der er anvendt flere forskellige metoder under de enkelte forsøg, er disse først præsenteret under hvert enkelt forsøg, for derefter at blive sammenlignet. Efter resultatbehandling af Forsøg I og II, er en sammenligning af disse to forsøg foretaget, og efter Forsøg III er en sammenligning af de tre forsøg foretaget.

# 8.1 Forsøg I

Som det er beskrevet i afsnit 7.1, er eksiteringen ved Forsøg I udført ved en impulslast på konstruktionen, hvor fremgangsmåden for impulslasten er nærmere beskrevet i afsnit 6.3. Følgende metoder er anvendt til identifikaiton af systemets karakteristika af data fra Forsøg I:

# Frie henfald

- Logaritmisk dekrement
- AR(n)
- $\operatorname{ARMA}(n, n-1)$

Som det er beskrevet i afsnit 7.1, er hver enkelt delforsøg under Forsøg I, foretaget i tre serier. Resultatværdierne i de følgende afsnit er givet som et gennemsnit af disse tre serier, og angiver dermed kun én værdi for hvert enkelt delforsøg.

# 8.1.1 Logaritmisk dekrement

Som det er beskrevet i afsnit 5.1, er der benyttet fire fremgangsmåder for beregningen af det logaritmiske dekrement, hvilket har resulteret i fire estimater for hver af de undersøgte positurer. I det følgende er der givet en figurpræsentation, hvorpå udviklingen for frekvens og dæmpning er vist for de forskellige positurer og igen for hver fremgangsmåde. Som afslutning for denne metode er det vurderet, hvilken af de fire fremgangsmåder der forventes at estimere de bedste værdier. Forinden er de forskellige fremgangsmåder vurderet ift. hinanden for at undersøge om fremgangsmåderne giver samme tendens for udviklingen af frekvens og dæmpning. Behandlingen af resultaterne fra forsøget er givet i Bilag 8.1. Reference værdier for det tomme dækelement er indledningsvis bestemt. Disse er benyttet som nul-værdier i den følgende resultatbehandling og er listet i tabel 8.1.

Tabel 8.1: Resultater for det tomme dækelement, estimeret ved logaritmisk dekrement.

| $\widehat{f},[\mathrm{Hz}]$ | $\hat{\zeta},[\%]$ |
|-----------------------------|--------------------|
| 5,77                        | 0,21               |

På figur 8.1 er resultaterne for udviklingen af egenfrekvensen for de enkelte positurer vist.



**Figur 8.1:** Udvikling af egenfrekvens,  $\hat{f}$ , for de betragtede positurer. a) Positur A. b) Positur B. c) Positur C. d) Positur D. e) Positur E. f) Positur F.

Som det fremgår af figur 8.1, følger udviklingen, som forventet, tesen beskrevet i afsnit

7.1, og ligeledes har de forskellige fremgangsmåder samme tendens. Det er synligt, at spredningen på resultaterne fra fremgangsmåderne øges i takt med massen. På figur 8.2 er resultaterne for udviklingen af det modale dæmpningsforhold vist.



**Figur 8.2:** Udvikling af det modale dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ , for de betragtede positurer. a)Positur A. b) Positur B. c) Positur C. d) Positur D. e) Positur E. f) Positur F.

Som det fremgår af figur 8.2, har fremgangsmåde 4 en svag tendens til at afvige for de resterende tre fremgangsmåder. På figur 8.3 og 8.4 er udviklingen for hhv. egenfrekvensen og det modale dæmpningsforhold for de forskellige positurer vist samlet for hver fremgangsmåde.



**Figur 8.3:** Sammenligning af positurenes udvikling af egenfrekvensen. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.4:** Sammenligning af positurenes udvikling af egenfrekvensen. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

For det videre forløb er det valgt kun at benytte resultater for fremgangsmåde 3. Dette valg er foretaget på baggrund af, at de præsenterede fremgangsmåder, tilnærmelsesvis, estimerer identiske data, og der er ikke en af fremgangsmåderne, der skiller sig bemærkelsesværdigt ud. Af figurerne 8.3 og 8.4 ses det desuden, at fremgangsmåderne estimerer samme tendens for positurerne. Samtidig angiver fremgangsmåde 3, som illustreret på figur 5.1, at det betragtede respons er repræsenteret som et frit henfald, hvorfor der ved stabilisering er dannet en ret linie, hvormed der visuelt er givet en god indikation af hvor godt henfaldet og resultaterne deraf er defineret.

En del af Forsøg I bestod i at undersøge teorien omkring en tillægsmasse på dækelementet, hvilket er udført med sandsække. Resultaterne af dette, ved de fire fremgangsmåder, er vist på figur 8.5. Umiddelbart er der ingen forskel i resultaterne fra de enkelte fremgangsmåder ved egenfrekvensen. Dog ses en variation i resultaterne fra det modale dæmpningsforhold, mens de enkelte fremgangsmåder følger samme tendens.



**Figur 8.5:** Udvikling af frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , ved sandsække på dækelementet. a) Frekvens. b) Dæmpning.

#### 8.1.2 ARMA

I Bilag 8.2 og Bilag 8.3 er data fra de enkelte forsøg behandlet ved hhv. en AR- og en ARMA-modellering og beregningen af resultaterne, som er præsenteret i det følgende, er nærmere beskrevet deri. Som udgangspunkt er resultaterne baseret på de vægtede middelværdier, baseret på serierne under samme forsøg. For både AR- og ARMAmodellerne er der for de enkelte serier anvendt en modelorden op til n, dvs. AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modeller.

Referenceværdier for det tomme dækelement er indledningsvis bestemt. Disse er benyttet som nul-værdier i den følgende resultatbehandling, og er listet i tabel 8.2.

Tabel 8.2: Resultater for det tomme dækelement, estimeret ved logaritmisk dekrement.

| Metode                        | $\hat{f},  [\mathrm{Hz}]$ | $\hat{\zeta},  [\%]$ |
|-------------------------------|---------------------------|----------------------|
| AR(v)                         | 5,76                      | 0,20                 |
| $\operatorname{ARMA}(n, n-1)$ | 5,77                      | 0,21                 |

På figur 8.6 til 8.12 er resultatværdierne for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen fra ARMA(n, n - 1)- og AR(n)-modelleringen vist for de enkelte delforsøg I.A-I.S, dvs. de viste værdier er vægtede gennemsnitsværdier af serierne under de enkelte delforsøg.



**Figur 8.6:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.A. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.


**Figur 8.7:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.B. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.8:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.9:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.D. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.10:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.E. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.11:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.F. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.12:** Resultat af AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.S. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår af de enkelte figurer, er der god overensstemmelse mellem AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne for de enkelte delforsøg, især for egenfrekvensen, som er nærmest entydigt bestemt ved de to modeller. Mellem modellerne er der for dæmpningsforholdet en anelse større afvigelse. Dette gør sig især gældende for delforsøg I.A

og I.B, når personantallet er større end to. Delforsøg I.C og I.G har tendens til at have en større afvigelse for to og tre personer, mens I.D, I.E og I.F viser god overensstemmelse. Den største afvigelse mellem de to modeller findes for delforsøg I.S, hvor ARMA(n, n-1)-modellen estimerer et betydeligt større dæmpningsforhold end AR(n)-modellen. Ligeledes viser ARMA(n, n-1)-modellen, at dæmpningsforholdet stiger ved de tre første masseind-delinger for derefter at falde ved masseinddeling 4. Stigningen i dæmpningsforholdet ved sandsække, delforsøg I.S, er ikke stor, set i forhold til de øvrige delforsøg, mens egenfrekvensen viser ca. samme fald for I.S som for de øvrige delforsøg.

På figur 8.13a og 8.13b er hhv. den gennemsnitlige spredning for dæmpningsforholdet og egenfrekvensen for delforsøgene, I.A-I.S, vist. Spredningen er beregnet for resultatværdien, dvs. det vægtede gennemsnit mellem de målte serier under samme delforsøg, hvormed spredningen er forskellen mellem de enkelte serier og resultatværdien. Som det fremgår, er den gennemsnitlige spredning væsentligt mindre for egenfrekvensen end for dæmpningsforholdet, hvilket betyder, at egenfrekvensen generelt er mere konstant ved de forskellige serier, hvorimod dæmpningsforholdet ændrer sig ved de forskellige serier. En anden ting, som fremgår af figur 8.13a og 8.13b, er, at spredningen på resultaterne i gennemsnit er størst for AR(n)-modellen, og er for egenfrekvensens tilfælde ca. dobbelt så stor som for ARMA(n, n-1)-modellens tilfælde. Dog er størrelsen på spredningen for egenfrekvensen ikke stor, og egenfrekvensen er generelt vel bestemt for begge modeller. Til gengæld virker størrelsen af spredningen på dæmpningsforholdet stor, set i forhold til de bestemte størrelser, men er konsistent for begge modeller, til trods for at spredningen er størst for AR(n)-modellen. Modellerne har samme udsving i spredningen som følge af masse, hvilket indikerer, at den store spredning skyldes forskelligheder mellem de enkelte serier og ikke modellerne.



**Figur 8.13:** Gennemsnitlig spredning for AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modellerne. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

## 8.1.3 Sammenligning af resultater

Der er overordnet to forskellige metoder til at bestemme systemparametrene for dækelementet ved Forsøg I, logaritmisk dekrement og ARMA. Ved logaritmisk dekrement er fire forskellige fremgangsmåder anvendt og et enkelt resultatet er udvalgt og anvendt i det følgende. Ved ARMA-modelleringen er to forskellige fremgangsmåder anvendt, AR(n) og ARMA(n, n-1). Som det er beskrevet i afsnit 8.1.2, er der ingen af de to fremgangsmåder, der afviger kraftigt, hvorfor der i det følgende er anvendt resultater fra både AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modelleringen. I dette afsnit er de to metoder sammenlignet med hinanden, og det er vurderet, hvorvidt de forskellige metoder er anvendelige. De to metoder er i tidsdomænenet, og der er anvendt samme datasæt til analyserne, hvormed resultaterne er sammenlignelige. Resultaterne fra de enkelte delforsøg er i det følgende gennemgået enkeltvis, hvorefter de enkelte metoder er sammenlignet.

## Forsøg I.A

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.A er vist på figur 8.14 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.14:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.A ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der en vis overensstemmelse mellem de tre modeller for såvel dæmpningsforhold og egenfrekvensen. Forskellen på dæmpningsforholdet er størst ved flere personer, men der er ikke en klar tendens, hvor en af modellerne afviger. Umiddelbart virker det som om ARMA(n, n - 1)-modellen estimerer en større egenfrekvens end de to øvrige modeller på store personmasser.

## Forsøg I.B

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.B er vist på figur 8.1.3 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.15:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.B ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, estimerer de tre modeller ca. samme egenfrekvens for de forskellige masser. På dæmpningsforholdet er der stor afvigelse mellem de tre modeller, hvor logaritmisk dekrement har en tendens til at estimere et højere dæmpningsforhold end de to ARMA-modeller. Denne tendens er gældende ved alle personkombinationer. Hvor der er flest personer, er forskellen mellem mindste og største dæmpningsestimat ca. 4 %, hvilket er en stor afvigelse.

## Forsøg I.C

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.C er vist på figur 8.16 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.16:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.C ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er forskellen mellem de tre modeller stort set konsistent ved de forskellige masseinddelinger, hvor logaritmisk dekrement ved alle masseinddelinger giver den største dæmpningsforhold og den mindste egenfrekvens. De to ARMA-modeller estimerer skiftevis den mindste og mellemste værdi, og viser dermed ikke en klar tendens. Modsat de øvrige delforsøg under Forsøg I, er der for I.C stor afvigelse på estimaterne for egenfrekvensen. Den største afvigelse er ca. 0, 1 Hz, hvilket er højt, set i forhold til at den største afvigelse på de øvrige delforsøg er ca. 0,05 Hz. Den store afvigelse er gældende ved de tre sidste masseinddelinger, hvor de to første masseinddelinger viser fin overensstemmelse.

### Forsøg I.D

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.D er vist på figur 8.17 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.17:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.D ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

De fire første masseinddelinger viser god overensstemmelse for dæmpningsforholdet mellem de tre modeller, hvorimod femte og sidste masseinddeling viser en afvigelse på ca. 1% mellem logaritmisk dekrement og AR(n)-modellen, hvor ARMA(n, n - 1)-modellen ligger midt imellem. På egenfrekvensen er tendensen den samme, hvor det er femte masseinddeling, der giver den største afvigelse.

### Forsøg I.E

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.E er vist på figur 8.18 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.18:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.E ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem de tre modeller for egenfrekvensen. På dæmpningsforholdet er der et betydeligt mere rodet billede af estimaterne fra de enkelte modeller. Tendensen er dog, at logaritmisk dekrement giver det mindste dæmpningsforhold, hvilket er overraskende i forhold til de øvrige forsøg, hvor logaritmisk dekrement giver det største dæmpningsforhold.

### Forsøg I.F

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.F er vist på figur 8.19 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.19:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.F ved logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modellering a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem de tre modeller for dæmpningsforhold og egenfrekvensen. Umiddelbart fremgår det, at logaritmisk dekrement estimerer et anelse højere dæmpningsforhold, end hvad de to ARMA-modeller bestemmer, og at denne forskel er konsistent gennem hele forsøget. Forskellen syntes dog ikke at være af betydelig karakter, da størrelsen på forskellen mellem de enkelte modeller er lille.

#### Forsøg I.S

Forsøg I.S er et delforsøg, hvor der i stedet for personer er anvendt sandsække som tillægsmasse på etagedækket. Umiddelbart burde dette forsøg følge teorien omkring udviklingen af dæmpningsforholdet og egenfrekvensen som følge af øget last, hvor dæmpningsforholdet bør falde ved øget tillægsmase, og egenfrekvensen bør stige.

Resultaterne fra de enkelte metoder for Forsøg I.S er vist på figur 8.20 for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.20:** Vægtede middelværdier for Forsøg I.S ved logaritmisk dekrement, AR(n)-, ARMA(n, n - 1)-modellering. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem de tre modeller for egenfrekvensen, den er nærmest entydigt bestemt. AR(n)-modellen og logaritmisk dekrement viser god

overenstemmelse på dæmpningsforholdet, men har dog en klar tendens, hvor logaritmisk dekrement estimerer det mindste dæmpningsforhold. ARMA(n, n - 1)-modellen estimerer det største dæmpningsforhold, og ligger umiddelbart langt fra de to øvrige modeller. Da det ifølge teorien umiddelbart er forventet, at dæmpningsforholdet vil falde ved øget last, og egenfrekvensen vil stige, er resultaterne ikke umiddelbart fyldestgørende. Ingen af metoderne estimerer et faldende dæmpningsforhold eller en stigende egenfrekvens, hvilket stiller spørgsmålstegn ved, om teorien kan anvendes for etagedækket med tillægsmasse i form af sandsække. Umiddelbart kan der være to grunde til, at dette er tilfældet. 1) metoderne er ikke i stand til at beskrive systemet eller 2) systemet er anderledes end forventet.

De anvendte metoder er generelt yderst anvendelige til det analyserede system, hvorfor det ikke var forventet, at metoderne ikke kan beskrive systemet korrekt. Det anvendte data fra forsøgene er henfaldskurver, som, især logaritmisk dekrement, har let ved at estimere systemparametre udfra. Som det fremgår af Bilag 8.2 er AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne generelt godt stabiliseret for de enkelte delforsøg under Forsøg I.S, hvilket tyder på gode datasæt, hvor den søgte egenfrekvensen er eksiteret tilstrækkeligt. Dette syntes derfor ikke at være grunden til forskellen mellem teori og praksis.

Det er forventet, at dæmpningsforholdet falder og egenfrekvensen stiger ved øget masse, da systemet er betragtet som vist på figur 8.21 ved  $m_1$ . Umiddelbart er denne forestilling også korrekt, såfremt sandsækkene ikke virker dæmpende eller på anden vis tilføjer stivhed til systemet. Som de øvrige delforsøg under Forsøg I viser, er systemet betydeligt anderledes, når personer sidder på etagedækket og virker som tillægsmasse. I dette tilfælde er systemet umiddelbart betragtet som vist på figur 8.21 ved  $m_2$ .



Figur 8.21: Systembetragtning.  $m_1$  er ren tillægsmasse,  $m_2$  er tillægsmasse med fjedrer og dæmpning.

Da dæmpningsforholdet i Forsøg I.S stiger ved øget last, er systemet ikke, som det først er antaget, en direkte virkende tillægsmasse på etagedækket, men derimod en masse der virker dæmpende, hvilket er gældende for systemet vist på figur 8.21,  $m_2$ . At sandsækkene virker dæmpende, kan skyldes, at sækkene er placeret på stole og ikke direkte på etagedækket. Dermed må stolene introducere en dæmpning til systemet og give de resultater, som er vist på figur 8.20a. Det er vurderet, at dette umiddelbart må give anledning til de værdier, som er opnået på hhv. figur 8.20a og 8.20b.

# Sammenligning af positurer

Som udgangspunkt betragtes resultatet af delforsøg I.S, figur 8.20a og 8.20b, som er udført med sandsække i stedet for personer. Det er antaget, at ARMA(n, n-1)-modellen ikke giver anvendelige værdier, da estimaterne på dæmpningsforholdet falder langt fra de to øvrige metoder. Logaritmisk dekrement og AR(n)-modellen estimerer, at dæmpningsforholdet stiger jævnt med antallet af personer, men set i forhold til de øvrige delforsøg under

Forsøg I, er stigningen meget lille. Ved en person på etagedækket er stigningen i dæmpningsforholdet for alle positurer ca. 1,5% eller større, hvorimod  $320 \,\mathrm{kg}$  sandsække giver et dæmpningsforhold ca. 0,4%, altså en betydelig forskel. Dermed er den overordnede nullhypotese for Forsøg I umiddelbart bevist, da personer giver et større dæmpningsforhold end sandsække med en tilsvarende masse, hvilket er gældende for alle de positurer, der er undersøgt under Forsøg I. De alternative hypoteser er derfor forkastet, idet der ikke er et enkelt delforsøg, som indikerer, at en person dæmper mindre eller tilsvarende en død masse.

Den sekundære hypotese forudsiger, at de forskellige positurer vil medføre forskellige dæmpningsforhold. Umiddelbart viser de forskellige positurer samme tendens som følge af personlasten, dæmpningsforholdet stiger, og egenfrekvensen falder. Dog viser de enkelte positurer forskellige udviklinger i dæmpningsforholdet, som varierer mellem ca. 4 og 10% for den største personmasse, dvs. en faktor 2,5, afhængigt af posituren alene. -Egenfrekvensen er ikke afhængig af størrelsen på personmassen i samme grad som dæmpningsforholdet, og ender i næsten samme niveau for de enkelte delforsøg, ca. 5, 4-5, 5 Hz. Dog skiller delforsøg I.E sig ud, da egenfrekvensen her falder betydeligt mere end for de øvrige delforsøg og ender i ca. 5,3 Hz. Set i relation til dæmpningsforholdet, som fremstår underligt i forhold til de øvrige delforsøg, virker resultatet for I.E unikt. Det kan antydes, at dæmpningsforholdet øges kraftigt ved én person, hvorefter at dæmpningsforholdet ikke stiger betydeligt ved en yderligere persontilvækst. På figur 7.5 er de enkelte positurer illustreret, og umiddelbart afviger positur E fra de øvrige positurer ved at være betydelig stivere, da kroppen er mere fast. Det er derfor også forventet, at positur E medfører et større fald i egenfrekvensen end de øvrige positurer på grund af denne stivhed. De tre modeller er enige om dette fald i egenfrekvensen, hvilket indikerer, at estimatet er korrekt. Under alle omstændigheder har posituren betydning for dæmpningsforholdet og, i et vist omfang, også for egenfrekvensen. Den sekundære hypotese er derfor antaget at være gældende og den alternative hypotese, at posituren ikke har en betydning, er derfor forkastet.

Positur A, B og C bygger på samme princip, hvor personerne sidder med hænderne på knæerne og med ret ryg. Der er mellem de tre positurer små forskelligheder, men grundlæggende er positurerne ens. Dette kommer også til udtryk i udviklingen af dæmpningsforhold og egenfrekvens, da de enkelte masseinddelinger har samme tendens og størrelse for alle tre positurer. Der er beregnet en middelværdi af resultatet fra logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellen for positurer A, B og C, hvilket er vist på figur 8.22a og 8.22b for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Værdierne er vist som et gennemsnit for en til fem personer.



**Figur 8.22:** Vægtede middelværdier for Forsøg I, positur A, B og C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, har de tre positurer stort set samme resultatværdier for egenfrekvensen og ender i ca. 5,4 Hz. Dog har delforsøg I.C stor spredning i resultaterne for store personmasser. Ligeledes er udviklingen i dæmpningsforholdet lig for de tre positurer, da de ender i ca. 8 - 9%, hvor delforsøg I.B har stor spredning på de enkelte resultater. Umiddelbart har det ikke stor betydning for systemparametrene, om personerne sidder i positur A, B eller C, resultaterne er næsten de samme.

Positur D er lig positur A og B, på trods af den forskel, at armen er løftet i vejret ved positur D, hvilke burde give en mindre låst positur. På figur 8.23a og 8.23b er resultaterne for positur D vist sammen med en middelværdi for positur A, B og C for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.23: Vægtede middelværdier for Forsøg I, positur D og middelværdi for positur A, B og C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Udviklingen i egenfrekvensen er meget lig resultaterne fra positur A, B og C, men minder mest om positur B. Udviklingen i dæmpningsforholdet derimod er ulig resultaterne fra positur A, B og C, idet slutresultatet på dæmpningsforholdet for positur D er ca. halveret i forhold til positur A, B og C, og ender dermed i ca. 5%. Dermed giver positur D ikke en mindre låst positur, men derimod en mere låst. Dette kan skyldes, at personerne ikke har samme mulighed for at kompensere for påvirkningen, når armene er løftet i vejret, som hvis hænderne er placeret på knæerne. Den store forskel mellem de midlede værdier for positur A, B, og C, og positur D er mest tydelig ved den største personlast, hvorimod ved mindre personlaster er forskellen mindre end en faktor 2.

Ved positur E holder personerne hovedet i hænderne og med albuerne på lårene. Umiddelbart burde dette give en mere låst positur i forhold til positur A, B og C. På figur 8.24a og 8.24b er resultaterne for positur E vist sammen med middelværdierne for A, B og C for hhv. dæmpningsforhold og egenfrekvens.



**Figur 8.24:** Vægtede middelværdier for Forsøg I, positur E og middelværdi for positur A, B og C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Den større stivhed ses af egenfrekvensen, som har det største fald af de undersøgte positurer. Dæmpningsforholdet har en underlig udvikling, idet dæmpningsforholdet stiger kraftigt, når én person sidder på dækelementet, mens tilvæksten i dæmpningsforholdet mindskes desto flere personer, der sidder på dækelementet. Set i forhold til eksempelvis positur A og B er dæmpningsforholdet større ved positur E ved kun én person, hvorimod positur A og B overstiger dæmpningsforholdet for positur E efter ca. 2 personer. Som tidligere beskrevet, viser de tre anvendte modeller samme tendens, hvorfor udviklingen må være et udtryk for positurens indvirkning på dæmpningsforholdet. Der er dermed en grænse for, hvor meget positur E kan dæmpe systemet. Samtidig viser udviklingen i egenfrekvensen, at positur E dæmper egenfrekvensen betydeligt, hvilket er modstridende for dæmpningsforholdet. Det må forventes, at egenfrekvensen ikke dæmpes betydeligt mere, såfremt en ekstra person havde været placeret på dækelementet.

I positur F sidder personerne meget afslappet og burde derfor dæmpe systemet betragteligt. På figur 8.25a og 8.25b er resultaterne for positur F vist sammen med middelværdierne for A, B og C for hhv. dæmpningsforhold og egenfrekvens.



**Figur 8.25:** Vægtede middelværdier for Forsøg I, positur F og middelværdi for positur A, B og C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er dæmpningsforholdet for positur F mindre end for positur A, B og C, og for positur F ender i ca. 6 - 7%. Det samme er gældende for egenfrekvensen, som for positur F falder mindre end for positur A, B og C, og ender for positur F i ca. 5,5 Hz. Set i forhold til figur 8.24a og 8.24b, som viser hhv. dæmpningsforhold og egenfrekven for positur E, er dæmpningen ved positur F større end for positur E, idet tilvæksten i dæmpningsforholdet ikke aftager, som det er tilfældet ved positur E.

Det fremgår umiddelbart, at de mest dæmpende positurer er A, B og C, som for de fire personer kan give et dæmpningsforhold på op til 10%, hvilket sammenlignet med sandsækkene er en betydeligt større dæmpning. Umiddelbart dæmpes egenfrekvensen ikke betydeligt, og den er upåvirket af, om der sidder fire personer i positur A, B, C eller om der er fire sandsække på etagedækket. Det store dæmpningsforhold for de enkelte positurer burde reelt have sænket egenfrekvensen mere i forhold til sandsækkene. Kun positur E har en mindre egenfrekvens end ved sandsækkene, men forskellen er ikke stor. Positur E er den mindst dæmpende positur ved fire personer, men er samtidig den mest dæmpende ved kun én person. Den mindst dæmpende positur, ved kun én person, er positur D, som samtidig er den mindst dæmpende positur op til 3 personer. Umiddelbart er systemparametrene yderst afhængige af, hvilken positur der er betragtet. Det er dog tydeligt, at personer dæmper systemet mere end sandsækkene, hvilket i sig selv er et vigtigt resultat.

#### Sammenligning af metoder

Generelt viser de tre anvendte metoder fin overensstemmelse ved små masseinddelinger, hvor dæmpningen ikke er for stor. Ved store personmasser, dvs. ved stort personantal, afviger de tre metoder i forhold til hinanden. Generelt er egenfrekvensen vel bestemt, og de tre metoder estimerer ca. samme værdier. Delforsøg I.B, I.C, I.D og I.F viser, at logaritmisk dekrement estimerer et større dæmpningsforhold end de to ARMA-modeller, hvorimod de to ARMA-modeller giver de største dæmpningsforhold ved delforsøg I.A, I.E og I.S. AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne giver ikke sammenfaldende værdier gennem Forsøg I, og ved delforsøg I.S overestimerer ARMA(n, n - 1)-modellen dæmpningsforholdet i forhold til de to øvrige metoder. Det er vurderet, at resultaterne fra ARMA(n, n - 1)-modellen ikke giver et ikke-realistisk billede af dæmpningsforholdet som følge af personlasten for Forsøg I.S, da denne afviger kraftigt fra logaritmisk dekrement og AR(n)-modellen, som viser god overensstemmelse. Hvilken af de tre metoder, der giver de bedste estimater, er ikke umiddelbart til at konkludere ud fra Forsøg I, da de enkelte delforsøg ikke giver et klart billede, hvor en af modellerne f.eks optræder som den "bedste"gennem hele forsøget. Derimod er de tre modeller generelt enige om de estimerede værdier.

# 8.2 Forsøg II

Som det er beskrevet i afsnit 7.2, er der anvendt forskellige eksiteringsmetoder ved Forsøg II. En skematisk oversigt over hvilke metoder, der er anvendt ved de enkelte eksiteringsdata, er vist på figur 8.26. Data fra frie henfald er analyseret på baggrund af accelerationsrespons og accelerationsrespons integreret op om til et flytningsrespons. Det er dermed undersøgt, hvorvidt integrationen af accelerationsresponset har en betydning for resultaterne, da integrationen af accelerationsresponset kan medføre en forstærkning af egensvingningsformer tæt placeret på den ønskede første egensvingningsform.



Figur 8.26: Anvendte eksiteringsformer og metoder ved Forsøg II.

# 8.2.1 Logaritmisk dekrement

Ved Forsøg II er logaritmisk dekrement benyttet til estimering af egenfrekvenser og dæmpningsforhold anvendt på baggrund af både flytnings- og accelerationsdata. Resultaterne for logaritmisk dekrement er behandlet i Bilag 9.1, hvor der er listet resultater for både accelerations- og flytningsdata.

I det følgende er resultaterne, bestemt på baggrund af fremgangsmåde 3, præsenteret, eftersom denne er anset som den bedste logaritmiske dekrement estimator. Der er vist

resultater for de 16 analyserede kombinationer, der spænder mellem en og fem personer på dækelementet. Resultaterne for accelerationsdataene er vist på figur 8.27 og for flytningsdataene på figur 8.28.



**Figur 8.27:** Udvikling af resultater fra Forsøg II samt angivelse af vægtede middelværdier. Baseret på accelerationsdata. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .



**Figur 8.28:** Udvikling af resultater fra Forsøg II samt angivelse af vægtede middelværdier. Baseret på flytningsdata. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår af de to ovenstående figurer, er der god overensstemmelse mellem flytnings- og accelerationsdataene ved de forskellige delforsøg for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er på baggrund af dette bestemt en forskel på resultaterne fra de to datasæt, for dermed at kunne analysere på forskellen mellem disse. På figur 8.29 er vist forskellene  $\hat{f}_{acc} - \hat{f}_{flyt}$  og  $\hat{\zeta}_{acc} - \hat{\zeta}_{flyt}$ .



Figur 8.29: Differens mellem resultater fra accelerations- og flytningsdata. a) Egenfrekvens. b) Dæmpningsforhold.

Som det fremgår af figur 8.29b, er estimaterne af dæmpningen næsten identiske mellem accelerations- og flytningsdataene, hvorimod det af figur 8.29a fremgår, at frekvensestimaterne afviger, når antallet af personer på dækelementet nærmer sig tre, hvor frekvensen for flytningsdataene ses at være lavere. Som det fremgår af Bilag 9.1, skyldes afvigelsen ikke, at egenfrekvens og dæmpning er dårligt bestemt ved flytningsdataene. Dataene ses nærmere at være forskudt i forhold til hinanden. Det kunne evt. skyldes, at vridningsmoden omkring 8 Hz, er blevet forstærket ved integrationen af accelerationssignalet, og dermed får indflydelse på resultaterne.

Det er valgt at estimere middelværdier for resultaterne ved 1 - 5 personer for hhv. accelerations- og flytningsdata. På figur 8.30 er middelværdierne plottet, for på den måde at give en let overskuelig sammenligning.



**Figur 8.30:** Sammenligning af midlede resultater fra hhv. accelerations- flytningsrespons. a) - Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår af ovenstående, er der umiddelbart ikke den store forskel på, hvorvidt der er benyttet flytnings- eller accelerationsdata, hvorfor de to datatyper ses let sammenlignelige. En eventuel indflydelse på estimeringen af frekvens og dæmpning kan skyldes, at der er risiko for, at formen på henfaldet er ændret som følge af midlingen over dataene fra de 10 henfald, der er foretaget ved hvert delforsøg. Yderligere fremgår det af Bilag 9.1, at der med et øget antal personer, reduceres antallet af brugbare svingninger af dækelementet væsentligt. F.eks. er der er et tilfælde med fem personer på dækelementet, hvor der kun er benyttet tre amplituder til estimeringen af egenfrekvens og dæmpning. Desto flere anvendelige amplituder, som er tilgængelige, desto bedre bliver estimeringen.

# 8.2.2 ARMA

I Bilag 9.2 og 9.3 er resultaterne og stabilitetsdiagrammerne fra Forsøg II beskrevet for AR(n)- og ARMA(n, n-1)-modelleringen. Der er beregnet egenfrekvens og dæmpningsforhold baseret på et flytnings- og et accelerationsresponse. Der er for AR-modellerne anvendt multiordens-modeller, der i det følgende er betegnet ARV(n), hvor orden n afhænger af det enkelte delforsøg. Ordenen er kørt op til et niveau, hvor en stabilitet er sikret, dog med undtagelse af Forsøg II.BCDEA, hvor en god stabilitet ikke er nået for såvel ARV(n)-som ARMA(n, n-1)-modellen.

Både ARV(n)- og ARMA(n, n-1)-modellerne har opnået stabilitet, hvor der er anvendt en orden op til n = 80 for ARV-modellen og n = 70 for ARMA(n, n-1)-modellen, men er kun anvendt for Forsøg II.ABCDE og II.BCDEA, dvs. med fem personer på etagedækket. Generelt er det nødvendigt at øge model-ordenen, når personantallet er øget, hvormed det ved et lille personantal ikke er nødvendigt med en høj modelorden for at sikre stabilitet. De stabiliserede værdier for ARV(n)-modeller, baseret på flytnings- og accelerationsre-

sponse, er vist på figur 8.31a og 8.31b for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen af de 16 forskellige kombinationsmuligheder. Ligeledes er det givet for de stabiliserede ARMA(n, n - 1-modeller, som det er vist på figur 8.33a og 8.33b.



Figur 8.31: Resultat af ARV(n)-modellering for Forsøg II, flytnings- og accelerationsresponse. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.



**Figur 8.32:** Resultat af ARMA(n, n - 1)-modellering for Forsøg II, flytnings- og accelerationsresponse. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, viser både ARV(n)- og ARMA(n, n-1)-modellen god overensstemmelse mellem flytnings- og accelerationsresponset ved de forskellige delforsøg for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. For bedre at kunne vurdere forskellen mellem resultaterne for hhv. flytnings- og accelerationsresponset, er forskellen  $\zeta_{acc} - \zeta_{flyt}$  og  $f_{acc} - f_{flyt}$ plottet på figur 8.33a) og 8.33b) for hhv. ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne.



Figur 8.33: Resultat af ARMA-modellering for Forsøg II, flytnings- og accelerationsresponse. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, giver accelerationsresponset generelt det største dæmpningsforhold for både ARV(n)- og ARMA(n, n-1)-modellen, men ARMA(n, n-1)-modellen giver generelt den største forskel mellem accelerations- og flytningsresponset. For egenfrekvensen giver ARMA(n, n-1)-modellen de største værdier ved accelerationsresponset og ved ARV(n)-modellen er det generelt flytningsresponset, som giver de største værdier. Dog er forskellen mellem resultaterne fra accelerations- og flytningsresponset meget lille ved egenfrekvensen, hvorimod forskellen er betydelig større ved dæmpningsforholdet. Som det fremgår af Bilag 9.2, er dæmpningsforholdet generelt dårligere bestemt end egenfrekvensen, hvilket forklarer den større forskel i dæmpningsforholdet mellem resultaterne fra de to typer af response. Til trods for, at der er en overordnet tendens mellem resultaterne fra de to typer respons må antages sammenlignelige. Til videre beregning er der midlet resultater fra flytnings- og accelerationsresponset, hvilke er vist på figur 8.35a og 8.35b for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.34:** Resultater fra flytnings- og accelerationsresponse midlet for hhv. ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering, Forsøg II. ARV-ARMA-middel er en midling af resultater fra ARV-flyt-middel og ARMA-flyt-middel og midlet for hhv. en, to, tre, fire og fem personer. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Generelt er der stor overensstemmelse mellem resultaterne fra AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, og begge modeller viser samme tendens. For at kunne vurdere om der er overordnet tendens modellerne imellem, er forskellen mellem ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellerne plottet på figur 8.35a) og



8.35b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.

**Figur 8.35:** Resultat af ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering for Forsøg II, tre, fire og fem personer. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er forskellen ved én person stort set lig nul for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, mens ARMA(n, n - 1) giver de største dæmpningsforhold for to personer og op. Omvendt er det gældende for egenfrekvensen, hvor ARMA(n, n - 1)-modellen generelt giver de mindste værdier. En væsentlig forskel i beregning af systemparametre for ARV(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellen er, at der i ARV(n)-modellen er anvendt en multiinput-model, hvor alle otte kanaler er anvendt til beregning af ARV(n)-parametrene. Dette giver en bedre bestemmelse af ARV(n)-parametrene, end hvis de enkelte kanaler er behandlet for sig. Da der er anvendt en multiinput ARMA(n, n - 1)-model, er de otte kanaler behandlet for sig og derefter midlet. Umiddelbart må dette forklare den forskel. der er mellem modellerne, da ARV(n)-modellerne vil tilnærme sig en ARMA(n, n - 1)-model for  $n \to \infty$ .

## 8.2.3 Spids- og halvbåndsbreddemetoden

For spids- og halvbåndsbreddemetoden er der taget udgangspunkt i de frie henfald. Fremgangsmåden for estimeringen af egenfrekvens og dæmpningsforhold er nærmere beskrevet i afsnit 5.3, hvor vejledningen til estimatet af et godt spektrum er fulgt bedst muligt. Metoden har en tendens til at overestimere halvbåndsbredden,  $B_r$ , pga. lækage, hvilket ligeledes resulterer i en overestimeret værdi for dæmpningsforholdet.

Selve resultatbehandlingen er foretaget i Bilag 9.7, hvor det fremgår, at auto-spektraltæthedsfunktionerne er pænt præsenteret for op til fem personer på dækelementet. Ligeledes er der vist eksempler på auto-spektra for hver af personkomabinations kategorierne. Det er for disse valgt at tage udgangspunkt i samme knude og dermed samplingskanal, svarende til knude 11 og kanal 3.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet, bestemt ved spids- og halvbåndsbreddemetoden, er vist på figur 8.2.3. Der er plottet rette linier mellem midlede resultatværdier for både frekvens og dæmpning.



**Figur 8.36:** Resultater, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### 8.2.4 EFDD

Systemidentificeringen ved Enhanced Frequency Domain Decomposition er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008 Professional, som er nærmere beskrevet i afsnit 5.5. På baggrund af de frie henfald er dækelementets udvikling af egenfrekvens og og dæmpning ved et stigende antal personer tager sig ud. Ved denne estimering har det, trods et lavt antal datapunkter i tidsserierne, været muligt og etablere spektra i frekvens-domænet. Det er netop disse spektra EFDD-metoden tager udgangspunkt i, og fremgangsmåden for dette er beskrevet i afsnit 5.5. Resultaterne er listet i Bilag 9.4, hvor der ligeledes er givet eksempler på estimeringen af frekvens og dæmpning for en, tre og fem personer. Resultater for udviklingen af systemparametrene er vist på figur 8.2.4 for hver enkelt af de 16 kombinationer samtidig med, at der er estimeret middelværdier, hvorimellem der er plottet rette linier.



**Figur 8.37:** Resultater, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår er der en fin tendens for de estimerede resultater for hvert delforsøg, spredningen mellem resultaterne fra de forskellige personer er minimal. Resultaterne vurderes at være pålidelige.

#### 8.2.5 SSI

Systemidentificeringen ved *Stochastic Subspace Identification* er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008 Professional, og er beskrevet i afsnit 5.5. I dette afsnit er re-

sultater for responstyper, fra de tre eksiteringsmetoder undersøgt ved denne identifiktationsmetode. De tre eksiteringsformer er frit henfald, passiv belastning og tilnærmet hvidstøjsbelastning, alle beskrevet i afsnit 6.3. Fremgangsmåden for anvendelsen af SSImetoden er beskrevet i afsnit 5.5, og resultaterne heraf er listet i Bilag 9.5. I det følgende er resultaterne, for udviklingen af dækelementets (systemets) egenfrekvens og dæmpning ved et stigende antal personer, for de tre eksiteringsformer fremlagt grafisk.

#### Henfald

For de frie henfald har identificeringen ikke givet anledning til store problemer ift. hvor godt den første egensvingningsform er repræsenteret. Dog er mængden af datapunkter, som det ligeledes er beskrevet tidligere, ringe ift. den anbefalede mængde, hvilket er beskrevet i kapitel 7. Trods dette, giver resultaterne en overbevisende udvikling af systemparametrene, hvilket er vist på figur 8.2.5. Der er vist resultater fra hver enkelt kombination af de i alt 16 kombinationer samtidig med, at der er estimeret middelværdier, hvorimellem der er plottet rette linier.



**Figur 8.38:** Resultater for henfald, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

### Passiv belastning

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 8.2.5, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier. Når antallet af personer på dækelementet er stigende, og over tre personer, begynder identificeringen at volde problemer. Dette fremgår også af bilag 9.5, hvor de viste eksempler på stabiliseringsdiagrammerne af de identificerede poler, ligger meget spredte omkring systemets første egenfrekvens. Det er muligt, at identifikationsmetoden identificerer de små systemer, som personerne på dækelementet udgør. Såfremt disse små systemer har en egenfrekvens omkring dækelementets egenfrekvens, er det muligt, at det er disse, som giver udslag i den parametriske model. Dette fremgår yderligere af spredningen, som er indtastet i programmet ved udvælgelsen af en estimeret pol, der er stigende ved et øget antal personer.



**Figur 8.39:** Resultater for passivbelastning, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### Tilnærmet hvidstøjsbelastning

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet, eksiteret ved en tilnærmet hvidstøjsbelastning, er vist på figur 8.2.5, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier. Selve estimeringsprocessen ved denne eksiteringsform har vist sig at være næsten identisk med den passive belastning, hvor det er svært at identificere et entydigt system, når antallet af personer på dækelementet overstiger tre.



**Figur 8.40:** Resultater for tilnærmet hvidstøjsbelastning, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Det er valgt at foretage en kort sammenligning af udviklingstendenserne bestemt af SSI, for de tre eksiteringsformer. Dette er vist på figur 8.2.5



**Figur 8.41:** Resultater, Forsøg II. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

## 8.2.6 Korrelationsfunktioner

I dette afsnit er resultater som følge af forsøg II behandlet vha. korrelationsfunktioner, beskrevet i afsnit 5.4. Det har kun været muligt, at etablere korrelationsfunktioner for den passive belastningsform, hvilket er foretaget ved to metoder, RD og FFT, til generering af disse korrelationsfunktioner. Korrelationsfunktionerne er efterfølgende bearbejdet ved brug af logaritmisk dekrement metoden. Resultaterne er behandlet B bilag 9.8.

Det fremgår af resultaterne i bilaget, at estimeringen af korrelationsfunktioner ud fra responset hidrørende den passive belastningsform, hvilket har resulteret i afvigende resultater. At dette er tilfældet ses evt. i afsnit 6.5, hvor spektrale estimeringer af denne responstype indikerer, at støjen i signalet ift. den anslåede første egensvingningsform er stor. Dog er det formået og estimere et bud på udviklingen af frekvens og dæmpning ved de to metoder, hvilket er vist på figur 8.42.



**Figur 8.42:** Udvikling af resultater fra Forsøg II samt angivelse af vægtede middelværdier. Baseret på accelerationsdata. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår af figur 8.42, er der et generelt problem ved begge metoder, når fire personer befinder sig på dækelemenetet. Yderligere ses der at være stor spredning mellem resultaterne ved de de forskellige personer.

I ovenstående er kun behandlet for den passive belastningsform, hvilket skyldes, at det ikke har været muligt og etablere funktionsdygtige korrelationsfunktioner. Hovedmålet med identifikation ved denne metode og denne belastningsform, er om der i gemmes anden information omkring dækelementets dynamiske karakteristika sammenlignet med det frie henfald. Denne sammenligning er er behandlet i afsnit 8.2.7.

### 8.2.7 Sammenligning af metoder

Der er anvendt fem metoder til estimering af systemparametrene ved Forsøg II, logaritmisk dekrement, EFDD, SSI, spids- og halvbåndsbreddemetoden, ARMA og korrelationsfunktioner. Som beskrevet i afsnit 8.2.2 er resultaterne, der er anvendt i det følgende, et gennemsnit af resultaterne fra hhv. en ARV(n)- og en ARMA(n, n - 1)-modellering, og som det ligeledes er beskrevet i afsnit 8.2.2, er der ingen betydelig forskel på resultaterne, hvorvidt der er anvendt accelerations- eller flytningsrespons til beregning af resultaterne fra ARMA-modelleringen. Der er derfor anvendt et gennemsnit af resultaterne fra hhv. accelerations- og flytningsrespons, og resultaterne er nævnt under ét; *ARMA*. Logaritmisk dekrement og ARMA er ligeledes anvendt i Forsøg I, hvorfor en sammenligning af disse resultater er mulig.

Foruden data fra henfaldskurverne, er der ligeledes analyseret data fra hhv. en tilnærmet hvidstøjsbelastning og en passiv belastning, hvilke er nærmere beskrevet i afsnit 7.2. Disse resultater er baseret på SSI-metoden, men på et andet datasæt end de førnævnte, og er derfor i det følgende benævnt *SSI-Hvidstøj* og *SSI-Passiv*.

Da Forsøg II er en uddybende analyse af Forsøg I.C, er det relevant at medtage resultaterne fra Forsøg I.C, da resultaterne fra Forsøg II bør ligge tæt herpå. Til sammenligning er der anvendt midlede værdier, fra Forsøg I.C, af de tre anvendte metoder - logaritmisk dekrement, ARMA(n, n-1) og AR(n). Værdierne er vist på figur 8.43a og 8.43b for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Ligeledes er der vist midlede resultater fra Forsøg II for en og op til fem personer for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen bestemt ved de anvendte metoder.



**Figur 8.43:** Resultatværdier fra Forsøg I og II for logaritmisk dekrement, spids- og halvbåndsbredde-metoden, EFDD, SSI, ARMA(n, n - 1) og ARV(n). Alle modeller er beregnet ved flytningsreponse. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der stor enighed omkring egenfrekvensen, som er nærmest en tydig bestemt mellem de enkelte metoder. På dæmpningsforholdet er der en betydelig større afvigelse mellem de enkelte modeller. Generelt estimerer spids- og halvbåndsbreddemetoden de største dæmpningsforhold, mens ARMA-modellerne estimerer de mindste, de øvrige modeller ligger herimellem. Generelt er der stor overensstemmelse mellem EFDD og SSI på dæmpninsforholdet, dog med undtagelse af resultaterne ved fire-fem personer, hvor der syntes at være en stor spredning mellem de enkelte metoder. Logaritmisk dekrement ligger

#### 8 Resultatbehandling

generelt mellem resultaterne fra spids- og halvbåndsbredde-metoden og de øvrige metoder. Set i relation til resultaterne fra Forsøg I, giver spids- og halvbåndsbredde-metoden og logaritmisk dekrement de bedste resultater, da disse stort stort set er overensstemmende med resultaterne fra Forsøg I. Dette syntes dog undmiddelbart ikke rimeligt, da de øvrige modeller estimerer dæmpningsforhold, der er betydeligt lavere. Ligeledes viser resultater fra Forsøg I, at egenfrekvensen falder mere end, hvad der forekommer at være tilfældet for resultaterne fra Forsøg II.

Det kan umiddelbart syntes, at det er resultaterne fra spids- og halvbåndsbredde-metoden, som afviger fra et rigtigt resultat, da denne metode er den eneste af de anvendte metoder, der estimeres at have høje dæmpningsforhold. For at undersøge om dette er tilfældet, eller om det er de øvrige metoder, der fejlestimerer dæmpningsforholdet, er resultaterne vurderet ud fra de henfaldskurver, der er analyseret i forbindelse med logaritmisk dekrement. Da systemet er antaget at være underkritisk dæmpet, er følgende anvendt til at beskrive en logaritmisk kurve svarende til de faldende amplituder i ét frit henfald. Denne kurve er givet ved:

$$x(t) = A e^{\zeta \omega_0 t} \tag{8.1}$$

Af formel (8.1) er A valgt værdien af en defineret start amplitude i det frie henfald. Hvis udtrykket i formel (8.1) overens med responset, har modellen estimeret gode resultater. I bilag 10 er henfaldskurverne fra de enkelte delforsøg vist med resultatkurver fra de enkelte metoder. Da den overordnede tendens er den samme for alle kurver, er der på figur 8.2.7 kun vist henfaldskurven og resultatkurverne fra II.AB som en illustration af henfaldskurvernes virkemåde.



Figur 8.44: Henfaldskurve fra Forsøg II.AB, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, spids- og halvbåndsbredde, EFDD, SSI, ARMA-modellering.

Et godt resultat vil give en resultatkurve, som er sammenfaldende med peaks'ene fra henfaldskurven til enhver tid. Som beskrevet i afsnit 5.1 er starten af henfaldskurverne ikke medtaget i beregning af resultaterne for logaritmisk dekrement, hvilket skyldes, at henfaldskurven i de første svingninger indeholder information omkring impulslasten og samt indflydelse fra personer på dækelementet. Derfor er der medtaget den del, som også logaritmisk dekrement anvender, hvilket burde give det bedste sammenligningsgrundlag. Kurverne viser generelt den forskel, der er mellem modellerne og systemparametrene for henfaldskurven, som de prøver at estimere og viser dermed også den overordnede tendens for de enkelte modeller. Som det fremgår, bekræfter henfaldskurverne, at spids- og halvbåndsbredde-metoden overestimerer dæmpningen. Samtidig viser henfaldskurverne, at ARMA-modellerne underestimerer dæmpningen, og at logaritmisk dekrement giver det bedste fit til henfaldskurven. EFDD og SSI giver generelt gode resultater og har ikke en overordnet tendens til at over- eller underestimere dæmpningen i systemet.

Gennem validering af resultaterne vha. henfaldskurverne er det vist, at spids- og halvbåndsbreddemetoden overestimerer dæmpningen, mens ARMA-modellerne underestimerer. De bedste resultater stammer fra logaritmisk dekrement, som estimerer værdier, der ligger mellem resultaterne fra spids- og halvbåndsbredde-metoden og ARMA-modellerne. Til trods for at spids- og halvbåndsbredde-metoden konsekvent giver de største dæmpningsforhold, er metoden ikke langt fra resultaterne fra logaritmisk dekrement, eksempelvis estimerer spids- og halvbåndsbredde-metoden og logaritmisk dekrement næsten samme dæmpningsforhold ved fem personer. Ligeledes fremgår det af figur 8.43a, at resultaterne fra logaritmisk dekrement ligger tæt på resultaterne fra Forsøg I, hvorfor denne metoder umiddelbart giver de bedste resultater for Forsøg II.

Foruden henfaldskurverne er der til hver personkombination foretaget yderligere to målinger, som ikke er frie henfald på etagedækket, men en vilkårligt belastning af dækelementet. Som beskrevet i afsnit 7.2 er der anvendt Hvidstøj, hvor sten er ført hen over etagedækket, og en passiv belastning, *Passiv*, hvor kun personerne selv belaster systemet. Disse data er analyseret ved brug af SSI. Umiddelbart bør resultaterne fra disse eksiteringsformer give samme resultater som fra henfaldskurverne.

På figur 8.45a og 8.45b er resultatværdierne fra hhv. hvidstøj og passiv vist for dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Som sammenligningsgrundlag er SSI-resultaterne fra henfaldskurverne, hvilke er præsenteret på figur 8.43a og 8.43b, ligeledes vist. Ligeledes er de midlede resultater fra Forsøg I vist.



Figur 8.45: Resultatværdier fra Forsøg II, logaritmisk dekrement, SSI-henfald, SSI-hvidstøj og SSI-passiv. Midlede resultatværdier fra Forsøg I. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der forskel i resultaterne afhængigt af eksiteringsformen. SSI-henfald giver i denne sammenhæng de mindste dæmpningsforhold, mens SSI-hvidstøj giver de største. I egenfrekvensen giver SSI-henfald de største estimater, mens SSI-hvidstøj giver de mindste. SSI-passiv ligger herimellem for både dæmpningsforhold og egenfrekvens. Umiddelbart burde metoden give samme resultater, på trods af, at der er anvendt forskellige datasæt, da der er anvendt samme forsøgsopstilling og de tre eksiteringer er foretaget umiddelbart efter hinanden ved de forskellige personinddelinger. Umiddelbart giver logaritmisk dekrement fra henfaldskurverne og SSI-passiv samme udvikling i dæmpningsforholdet, mens SSI-passiv viser en underlig tendens i egenfrekvensen. SSI-hvidstøj har ligeledes en underlig tendens i egenfrekvensens udvikling, hvorfor der kan stilles spørgsmålstegn ved eksiteringsmetodens anvendelighed. De spredte resultater fra SSI-passiv og SSIhvidstøj kan dog også være et resultat af dårlige data fra forsøgene.

For at undersøge ovenstående problemstilling nærmere, er der anvendt korrelationsfunktioner af responset fra den passive belastning. Det har ikke været muligt, at beregne korrelationsfunktioner til responset fra den tilnærmede hvidstøjsbelastning, da der er for meget støj. Dette er umiddelbart en indikation om, at dette response ikke er velegnet til SI-analyser. På figur 8.46a og 8.46b er resultaterne fra korrelationsfunktioner, bestemt af hhv. RD og FFT, vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Ligeledes er resultaterne fra SSI-henfald vist.



Figur 8.46: Resultatværdier fra Forsøg II, SSI-passiv, korrelationsfunktion ved RDD og korrelationsfunktion ved FFT. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem estimaterne på dæmpningsforholdet ved de to første personinddelinger. Ved tre, fire og fem personer afviger metoderne kraftigt fra hinanden, hvor de to korrelationsfunktioner estimerer betydeligt større dæmpningsforhold end SSI estimerer ved samme response for tre og fire personer, mens tendensen er modsat ved fem personer. For egenfrekvensen er metoderne ligeledes uenige omkring værdierne, hvor der den største spredning på resultaterne fra de to korrelationsfunktioner.

Som det er beskrevet i afsnit 8.2.5 og 8.2.6 har analysen af responset fra den tilnærmede hvidstøjsbelastning og den passive belastning voldt store problemer for både SSI og korrelationsfunktionerne. Generelt er første eigenmode ikke eksiteret tilstrækkeligt, hvormed denne er svær at identificere ved de gældende metoder. For SSI betyder dette, at metoden har svært at stabilisere en løsning, da forskellige ordener giver spredte resultater. EFDD og spids- og halvbåndsbreddemetoden anvender frekvensspektret til estimering af egenfrekvens og dæmpningsforholdet. Problemet med dette er, at klokken, som indikerer første egensvingningsform, ikke er tydelig, og er meget flad. Det er dermed svært at hente den nødvendige information omkring egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.

### Sammenligning af resultater for Forsøg I og II

Resultaterne fra Forsøg I.C og Forsøg II er det følgende sammenlignet for de metoder, der er anvendt til begge forsøg, hvilket vil sige logaritmisk dekrement, AR og ARMAmodellering. I både Forsøg I.C og Forsøg II er positur C anvendt, men der er tale om to forskellige forsøg, hvor der er anvendt forskelligt måleudstyr, forskellige personer og forskelligt antal personer. Det er derfor overvejet, om metoderne giver konsistente resultater, eller om resultaterne fra hhv. Forsøg I.C og II blot er et udtryk for tilfældighed. Resultaterne fra Forsøg I.C er midlede værdier over de tre serier, der er kørt for hver enkelt delforsøg. Ligeledes er resultaterne fra de anvendte metoder under Forsøg I.C midlet, til en samlet værdi for hver enkelte personantal. Disse værdier er ligeledes anvendt i afsnit 8.2.7.

På figur 8.47a og 8.47b er hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen bestemt ved logaritmisk dekrement fra Forsøg I.C og Forsøg II vist.



Figur 8.47: Resultatværdier fra Forsøg I og II ved logaritmisk dekrement. Resultater fra Forsøg I er midlede værdier for serie 1, 2 og 3. Middel-for1 er midlede resultater for logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der umiddelbart en stor uoverensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.C og Forsøg II for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Forsøg II estimerer generelt et mindre dæmpningsforhold. Logaritmisk dekrement ved Forsøg II estimerer et mindre fald i egenfrekvensen, som falder væsentligt mere ved Forsøg I.C.

På figur 8.48a og 8.48b er hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen bestemt ved ARMA-model fra Forsøg I.C og Forsøg II vist.



**Figur 8.48:** Resultatværdier fra Forsøg I og II ved ARMA(n, n - 1)-modelleringe. Resultater fra Forsøg I er midlede værdier for serie 1, 2 og 3. Middel-for1 er midlede resultater for logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der er umiddelbart overensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.C og II, ved en, to og tre personer for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Som ved logaritmisk dekrement er de estimerede dæmpningsforhold mindre ved Forsøg II end ved Forsøg I.C, og egenfrekvensen har et mindre fald end ved Forsøg I.C. Resultaterne for ARMA(n, n - 1)-modelleringen er langt fra Middel-for1 fra Forsøg I.C, hvilket igen viser, at ARMA(n, n - 1)-modelleringen giver lave værdier. Middel-for1-kurven viser generelt, at logaritmisk dekrement giver store dæmpningsforhold, da Log-for1-kurven ligger højere end Middel-for1-kurven.

På figur 8.49a) og 8.49b) er hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen bestemt ved AR-model fra Forsøg I.C og Forsøg II vist.



**Figur 8.49:** Resultatværdier fra Forsøg I og II ved AR(n)-modellering. Resultater fra Forsøg I er midlede værdier for serie 1, 2 og 3. Middel-for1 er midlede resultater for logaritmisk dekrement, AR(n)- og ARMA(n, n - 1)-modellering af Forsøg I.C. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, giver Forsøg I.C betydeligt støre dæmpningsforhold end Forsøg II. Anderledes forholder det sig med egenfrekvensen, hvor resultaterne fra de to forsøg stemmer godt overens. Tendensen er dog umiddelbart den samme som ved logaritmisk dekrement og ARMA-modelleringen, hvor resultaterne fra Forsøg I.C giver det største fald i egenfrekvensen. Middel-for1- og AR-for1-kurven følger hinanden meget godt.

Generelt er der en markant forskel i resultaterne fra Forsøg I.C og Forsøg II, som burde

være direkte sammenlignelige. Nulhypotesen er derfor forkastet og den alternative hypotese må antages at være gældende. Forskellen mellem resultaterne fra de to forsøg er dog konsistent, da resultaterne fra Forsøg I.C giver de største dæmpningsforhold og de mindste egenfrekvenser. Som det er beskrevet i afsnit 8.2.2, er der ingen betydelig forskel på at anvende en AR- eller en ARMA-model ved Forsøg II, men som det er beskrevet i afsnit 8.2.2, er der en betydelig forskel på om der er anvendes en ARMA-modelleringen eller logaritmisk dekrement ved Forsøg II, hvor logaritmisk dekrement giver de største dæmpningsforhold af de anvendte metoder. Tendensen mellem metoderne er derfor den samme for begge forsøg, hvilket dermed ikke forklarer, hvorfor Forsøg II generelt giver mindre dæmpningsforhold end Forsøg I. Umiddelbart må forskellen forklares ved de forskelle, der er til stede ved de enkelte forsøg. Der er anvendt andre personer og et andet personantal, hvilket umiddelbart giver en forskel i resultaterne. Ligeledes er stolene ikke stillet på samme måde ved de to forsøg, hvilket også må antages, at have en indvirkning.

### Vurdering af metoder

Af ovenstående fremgår det, at resultaterne fra logaritmisk dekrement giver de bedste resultater af de analyserede henfald. Det skal dog understreges, at denne vurdering er foretaget på baggrund af henfaldskurverne, og hvordan resultaterne fra de enkelte metoder er sammenfaldende hermed. Da logaritmisk dekrement netop anvender, og direkte kræver, peaks fra henfaldene, skal metoden også give gode resultater, da metoden antager, at henfaldet fra impulslasten er givet ved et logaritmisk udtryk. De øvrige metoder anvender hele dataserien, hvilket kan forklare, hvorfor disse afviger i forhold til resultaterne fra logaritmisk dekrement. Logaritmisk dekrement er generelt påvirket af, at det målte response udelukkende stammer fra første egensvingningsform, og en tilstedeværelse af højere egensvingningsformer, vil forstyrre billede og give forkerte resultater. De øvrige modeller er i stand til at adskille de enkelte egensvingningsformer fra hinanden, såfremt de enkelte egensvingningsformer ligger tilpas adskilte. Derfor vil spids- og halvbåndsbreddemetoden, ARMA, EFDD og SSI reelt stemme bedre overens med det analyserede data, da hele dataserien kan anvendes og da højere egensvingningsformer kan frasorteres i udvælgelsen af første egensvingningsform.

Af ovenstående gennemgang fremgår det, at data fra henfaldskurverne har været de bedste til estimering af systemparametrene. Det har været muligt at anvende disse data til en stor del af analysemetoder, og disse har givet anvendelige resultater, dog med en stor spredning i estimeringen af dæmpningsforholdet. Det har ikke være let at identificere første egensvingningsform fra den tilnærmede hvidstøjsbelastning og den passive belastning, hvor første mode ikke er eksiteret tilstrækkeligt.

# 8.3 Forsøg III

Ved Forsøg III er der kun anvendt én type eksitering - aktiv belastning. Den aktive belastning dækker over fem forskellige gangarter - almindelig gang, let løb, små skridt, slentren og let tramp, som det er beskrevet i afsnit 7.3. På figur 8.50 er de anvendte metoder ved Forsøg III vist.



Figur 8.50: Anvendt eksiteringsform og anvendte metoder ved Forsøg III.

### 8.3.1 EFDD

Der er i det følgende identificeret de dynamiske parametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , baseret på fire af de fem aktive belastningsmetoder, hvor let tramp er udeladt. Resultaterne for alle delforsøg er listet i Bilag 11.2, hvor der ligeledes er vist eksempler på estimeringsprocessen.

På figur 8.3.1 er det vist, hvordan aktiviteterne alm. gang, let løb, små skridt og slentren udvikles ift. hinanden med henblik på frekvens og dæmpning. Der er kun medregnet midlede værdier, hvorimellem der er plottet rette linier.



**Figur 8.51:** Midlede værdier resultatværdier for Forsøg III ved EFDD. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår, er der især for dæmpningen en fin tendens ved et stigende antal personer, hvorimod udviklingen af frekvensen for let løb og små skridt er fluktuerende omkring det tomme dækelements egenfrekvens. Til trods for, at tendensen for disse to aktiviteter følger hinanden tæt, når det gælder egenfrekvensen, er dette ikke tilfældet for dæmpningen. Her er der for let løb estimeret den laveste udvikling, og det modsatte er gældende for små skridt, hvor der er estimeret den største udvikling for dæmpningen. Generelt er det observeret, at der er en stigende tendens for systemets frekvens, når der er aktiv belastning på dækelement. Det modsatte er gældende, når massen på dækelementet er bestående af passive personer.

## 8.3.2 SSI

Der er i det følgende identificeret de dynamiske parametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , baseret på fem aktive belastningsmetoder. Disse belastningstyper er almindelig gang, let løb, små skridt, slentren og let tramp. Resultaterne for alle delforsøg er listet i Bilag 11.3, hvor der ligeledes er vist eksempler for på estimeringsprocessen i det nævnte program. På figur 8.3.2 er det vist, hvordan aktiviteterne udvikles som følge af personlasten for hhv. frekvens og dæmpning. Der er kun medtaget midlede værdier, hvorimellem der er plottet rette linier.



**Figur 8.52:** Midlede værdier resultatværdier for Forsøg III ved SSI. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

Som det fremgår er forløbet for både frekvens og dæmpning tilnærmelsesvis identisk med forløbene estimeret ved EFDD. Ved denne metode har det desuden været muligt at estimere resultater for let tramp, hvilket ikke var muligt ved EFDD.

## 8.3.3 ARMA

Systemidentificering ved ARMA-modellering af data fra Forsøg III er foretaget i bilag 11.1. På figur 8.53a og 8.53b er resultat af ARMA(n, n-1)-modelleringen af hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen vist for de enkelte aktivitetstyper. Der er beregnet en middelværdi for masserne for en, to og tre personer, og der er ligeledes beregnet midlede værdier af dæmpningsforholdet og egenfrekvensen tilhørende de midlede masser.



Figur 8.53: Midlet resultatværdier fra Forsøg III ved  $\operatorname{ARMA}(n,n-1).$ a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er tendensen for de fem aktivitetstyper stort set den samme for egenfrekvensen, som viser en lille stigning som følge af personantallet. Kun ved små skridt ses en faldende egenfrekvens som følge af øget personantal. Som det ligeledes fremgår stiger dæmpningen ved alle fem aktivitetstyper ved øget personantal, men varierer meget i størrelse afhængigt af belastningstypen. Let tramp giver generelt det mindste dæmpningsforhold, mens slentren generelt giver det største. De øvrige belastningstyper ligger spredt herimellem.

## 8.3.4 Sammenligning Forsøg III

I det følgende kapitel er resultaterne fra Forsøg III, beregnet ved EFDD, SSI og ARMA, gennemgået og sammenlignet. Der er til sammenligningen udelukkende medtaget midlede værdier for en til tre personer.

#### Almindelig gang

På figur 8.54a og 8.54b er midlede resultater, beregnet ved EFDD, SSI og ARMA, fra delforsøg III.AG vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.54: Resultater for Forsøg III.AG fra EFDD, SSI og ARMA-modellering. a) Dæmpning-forhold. b) Midlede dæmpningsforhold for en, to og tre personer. c) Egenfrekvens.d) Midlede egenfrekvens for en, to og tre personer.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem de modeller for egenfrekvensen, hvorimod der er en større spredning på resultaterne for dæmpningsforholdet. ARMAmodellen giver konsekvent de største dæmpningforhold og de mindste egenfrekvenser, hvor det modsatte er gældende for SSI-modellen.

## Let løb

På figur 8.55a og 8.55b er midlede resultater, beregnet ved EFDD, SSI og ARMA, vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.55: Resultater for Forsøg III.LL fra EFDD, SSI og ARMA-modellering. a) Dæmpning-forhold. b) Midlede dæmpningsforhold for en, to og tre personer. c) Egenfrekvens. d) Midlede egenfrekvens for en, to og tre personer.

Som det fremgår, er der god overensstemmelse mellem modellerne, og tendensen i dæmpningsforholdet er næsten retlinet. Egenfrekvensen har en tendens til at stige ved øget personlast, dog med undtagelse af resultaterne fra én person på etagedækket, hvor egenfrekvensen syntes at falde.

#### Små skridt

På figur 8.56a og 8.56b er midlede resultater, beregnet ved EFDD, SSI og ARMA, vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.56: Resultater for Forsøg III.SS fra EFDD, SSI og ARMA-modellering. a) Dæmpning-forhold. b) Midlede dæmpningsforhold for en, to og tre personer. c) Egenfrekvens. d) Midlede egenfrekvens for en, to og tre personer.

Som det fremgår, er der ved både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen en stor spredning på resultaterne. Problemet for egenfrekvensen er størst ved to personer, hvor resultaterne fra de enkelte personkombinationer afviger kraftigt fra hinanden. Ved dæmpningsforholdet er forskellen mest markant ved to og tre personer. EFDD og SSI giver de største dæmpningsforhold, hvorimod en klar tendens ikke syntes, at være tydelig ved egenfrekvensen. Egenfrekvensen syntes umiddelbart at falde en anelse ved stigende personantal, dog med en undtagelse ved tre personer, hvor egenfrekvensen stiger.

#### Slentren

På figur 8.57a) og 8.57b) er midlede resultater, beregnet ved EFDD, SSI og ARMA, vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.57: Resultater for Forsøg III.SL fra EFDD, SSI og ARMA-modellering. a) Dæmpning-forhold. b) Midlede dæmpningsforhold for en, to og tre personer. c) Egenfrekvens. d) Midlede egenfrekvens for en, to og tre personer.

Som det fremgår, er der stor overensstemmelse mellem resultaterne fra de enkelte modeller for egenfrekvensen. Kun for tre personer afviger, ARMA, kraftigt fra de øvrige og estimerer et betydeligt større dæmpningsforhold og en mindre egenfrekvens.

#### Let tramp

Som beskrevet i afsnit 8.3.1 har ikke været muligt at estimerer værdier for delforsøg III.LT ved EFDD, hvor kun resultater fra SSI og ARMA er medtaget i det følgende. På figur 8.58a og 8.58b er midlede resultater, beregnet ved SSI og ARMA, vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.58: Resultater for Forsøg III.LT fra SSI og ARMA-modellering. a) Dæmpningforhold. b) Midlede dæmpningsforhold for en, to og tre personer. c) Egenfrekvens. d) Midlede egenfrekvens for en, to og tre personer.

Som det fremgår, indikerer SSI- og ARMA-modellerne, at egenfrekvensen stiger ved øget personantal, mens dæmpningsforholdet stiger op til to personer, og falder derefter igen. Umiddelbart er tendensen den for begge metoder.

## Sammenligning af gangarter

På figur 8.3.4a og 8.3.4b er de midlede resultatværdier for en, to og tre personer vist for de enkelte gangarter for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Værdierne er en midling af resultaterne fra de enkelte metoder.



Figur 8.59: Resultater for Forsøg III, midlede værdier. a) Dæmpningforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er den overordnede tendens den samme for de enkelte gangarter, hvor både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen stiger ved øget personantal. For egenfrekvensen viser de enkelte modeller stor overensstemmelse og kun III.SS, falder uden for de øvrige værdier ved tre personer. For dæmpningsforholdet er det ikke ligegyldigt, hvilken gangart der er betragtet. Delforsøg III.LL og III.LT, giver klart de mindste dæmpningsforhold i forsøget, mens delforsøg III.AG og III.SL giver de største. Umiddelbart må denne forskel i dæmpningsforhold skyldes påvirkningen, hvorfor belastningstypen har en betydning for systemparametrene.

Den grundlæggende forskel mellem de enkelte gangarter er styrken som personerne belaster etagedækket med, samt belastningens varighed. Let løb og let tramp minder i belastningens styrke og varighed meget om hinanden, hvilket også betyder, at disse to gangarter viser samme tendens i dæmpningsforholdet. Alm. gang, slentren og små skridt viser ca. samme tendens i dæmpningsforholdet, men afviger fra let løb og let tramp. Den overordnede forskel mellem let løb/tramp og de øvrige er belastningens varighed. Ved let løb/tramp er påvirkningen hurtig, dvs. at foden hurtigt afleverer påvirkningen til dækelementet, og hurtigt løftes fra etagedækket igen. Ved de øvrige gangarter, alm. gang, slentren og små skridt, er belastningstiden betydelig længere, hvilket betyder, at personerne er i kontakt med dækelementet i længere tid, og dermed også har større mulighed for at dæmpe systemet.

Af ovenstående fremgår det, at den sekundære nulhypotese for Forsøg III er gældende, da de forskellige gangarter medfører forskellige udviklinger i dæmpningsforholdet. Den sekundære, alternative hypotese er dermed forkastet.

# Vurdering af metoder

Som det fremgår af det foregående, er der generelt stor overensstemmelse mellem de enkelte metoder. Spredningen i mellem metoderne ses for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen at være udbetydelig. ARMA og SSI er begge parametriske modeller, hvor modelordenen er øget indtil en god løsning er opnået. En god løsning er opnået, når

flere forskellige modelordener giver tilnærmelsesvis samme resultat, dvs. hvor spredningen er lille mellem de opnåede resultater. Såfremt der er stor spredning på resultaterne fra de enkelte modelordener, er løsningen ikke god og resultatet er ikke tillidsvækkende. For ARMA-modellerne er især resultaterne fra forsøg med mange personer på dækelementet ikke særligt tillidsvækkende, da resultaterne fra de forskellige modelordenerne er spredte. Som illustration er vist en række resultater på figur 8.60a og 8.60b, som viser hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



Figur 8.60: Betydning af en god stabilisering af resultaterne ved ARMA-modellering. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår, er der omkring 5.72 Hz en stabilisering af egenfrekvensen, hvor det er tydeligt, at modellen stabiliserer sig efter en modelorden på n = 33. Det samme er gældende for dæmpningsforholdet, som ligeledes er stabiliseret efter en modelorden på n = 33. Problemet er, at modellen ikke giver en helt stabil løsning, da resultaterne fra de enkelte modelordener ikke giver en entydig værdi. Dermed er løsningen givet som en værdi i det afgrænsede område, der er vist med to lodrette streger i hhv. figur 8.60a og 8.60b. I dette tilfælde giver svingningen i det afgrænsede område, at egenfrekvensen kan afvige med  $\pm 0.05$  Hz og dæmpningsforholdet  $\pm 0, 15$ %. Alle løsninger er bestemt ved på samme grundlag, stabilitetskriterierne, hvorfor disse betragtninger ikke medtaget i bestemmelsen af stabile værdier, men ovenstående viser blot, at der kan være stor spredning på de resultater, der er opnået, hvilket gør at resultaterne fra de enkelte metoder varierer.

Ved EFDD transformeres responset til frekvensområdet og området omkring første egensvingningsform er udvalgt. Er den ikke udført tilstrækkelig eksiteret, er det svært at udvælge frekvensområdet omkring første egensvingningsform og en god løsning er svær at opnå. Logaritmisk dekrement, som er anvendt i Forsøg I og Forsøg II, er ikke anvendelig til data fra Forsøg III, da logaritmisk dekrement kun anvendes på et frit henfald.

# 8.4 Vurdering af resultater for forsøg I, II og III

Som det er beskrevet i tidligere afsnit, varierer dæmpningen meget efter hvilken positur eller gangart personerne anvender. Forsøg I viser at positur E giver de mindste dæmpningsforhold som følge af personantallet, men at denne positur dæmper betydeligt mere end sandsække. Generelt falder egenfrekvensen ved øget personantal. Forsøg III viser, at let løb og let tramp dæmper systemet mindst af de analyserede gangarter. Generelt har egenfrekvensen en tendens til at stige ved øget personantal, hvilket er modstridende med resultaterne fra forsøg I og ligeledes fra forsøg II. På figur 8.61a og 8.61b er midlet resul-
tater fra forsøg I.E og I.S vist for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Ligeledes er midlet resultater fra forsøg III.LL og III.LT vist, da disse giver de mindste dæmpningsforhold fra forsøg III. Derudover er midlet resultater fra forsøg III.SL vist, da denne gangart giver de største dæmpningsforhold fra forsøg III.



Figur 8.61: Midlet resultatværdier fra forsøg III.LL og III.LT samt midlet resultatværdier fra forsøg I.E og I.S. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

Som det fremgår af figur 8.61b, er forskellen i egenfrekvensen tydelig, idet en øget passiv belastning giver en mindre engenfrekvens, mens en øget dynamisk belastning giver en øget egenfrekvens, hvilket er signifikant forskel mellem passiv og dynamisk belastning. Nulhypotesen for Forsøg III er, at der er forskel i udviklingen af dæmpningsforhold og egenfrekvens, afhængigt af, om der er anvendt passive eller aktive personer på etagedækket. Hypotesen er umiddelbart gældende, da ovenstående viser, at forskellen i dæmpningsforhold og egenfrekvens mellem passive og aktive mennesker er til stede ved forsøgene.

Som det fremgår af figur 8.61a er der stor forskel i hvor meget de enkelte belastningstyper dæmper systemet. Da resultaterne fra forsøg I.E er de mindste dæmpningsforhold observeret for passive personer, og resultaterne fra forsøg III.Sl er de største fra aktive personer, er det tydeligt, at passive personer dæmper betydeligt mere end aktive personer. Denne forskel skyldes umiddelbart, at aktive personerne ikke har kontakt til underlagt med begge føder hele tiden, og det kun er i belastningsøjeblikket, at der er fuld kontakt til underlaget. For at personerne kan dæmpe systemet, er det nødvendigt med kontakt til underlaget, og denne kontakt er mindre for aktive personer. En anden forskel mellem passive og aktive personer, er at aktive personer påvirker konstruktionen med en frekvens, hvilket passive personer nødvendigvis ikke gør. Som det er vist tidligere, dæmper personerne stort set ikke systemet, såfremt de påvirker etagedækket med dens egenfrekvens. Dette det farligste tilfælde, da personerne hele tiden øger konstruktionens udsving, men dæmper ikke.

#### 8.5 Fejlkilder

#### 8.5.1 Modelusikkerhed

Når accelerometre monteres på etagedækket, er der en mulighed for, at disse kan være beskadiget. Dette kan betyde, at de opsamlede data fra forsøget ikke stemmer overens med virkeligheden og dermed giver forkerte resultater. Accelerometrene er undersøgt inden hvert enkelt delforsøg, for således at tjekke at det opsamlede signal er korrekt. Det er vigtigt, at de enkelte accelerometre placeres det rigtige sted på konstruktionen. Derudover skal de placeres på en plan overflade og være fuldstændig lodret. For at opsamle information omkring dækelementets vibrationer, er det ligeledes vigtigt, at der er kontakt til underlaget. For at sikre dette er opstillingen nøje undersøgt inden et større antal måleserier. Det er sikret, at de rigtige accelerometre var placeret i de rigtige punkter på dækelementet og at de virkede efter hensigten. Dette blev kontrolleret ved at udsætte de enkelte aaccelerometre for en påvirkning, og derved, visuelt på computerskærmen, undersøge at der kommer et response. accelerometrene var placeret i metalkopper, som beskrevet i kapitel 7, eller på metalplader, alt efter størrelsen på disse. Små accelerometre havde en påmonteret magnet, og var derefter placeret på en  $5 \times 10$  cm metalplade. Disse foranstaltninger sikrede ikke kun at var god kontakt til underlaget, men også at accelerometrene stod så lodret, som det var muligt.

Det blev inden forsøget sikret, at følsomheden på måleudstyret var sat korrekt, således at der ikke blev klippet i signalet. For at undgå klipning i signalet, blev det sikret at følsomheden stemte overens med de påvirkninger etagedækket blev udsat for.

#### 8.5.2 Fysisk usikkerhed

Der er generelt en fejlkilde fra det anvendte måleudstyr, da udstyret ikke kan måle 100% præcist. For at mindske usikkerheder omkring udstyret blev udstyret tjekket inden brug og en forsøgsmåling blev foretaget og analyseret, for at sikre at udstyret kunne anvendes.

Generelt må måleudstyret, accelerationsmålere og ledninger ikke berøres under selve forsøget. Selv små påvirkninger kan forårsage ændringer i måleopsamlingen og derved give forkerte data. Derfor blev der under selve forsøgene sikret, at de enkelte dele af måleudstyret stod sikret, og ikke blev berørt.

Ved Forsøg II er Forsøg I.C gentaget for at vurdere de resultater, der er fremkommet ved Forsøg I. Da resultaterne fra de to forsøg direkte er sammenlignet, er det vigtigt, at forsøgene er så sammenlignelige som muligt. Da der ikke er anvendt samme personer, personantal eller opsamelingsudstyr ved de to forsøg, er dette en væsentlig fejlkilde, da det ikke er sikkert, at personerne sidder i samme positur, som ved Forsøg I.C. Ligeledes må personernes placering på etagedækket have betydning for resultaterne.

Slutteligt påpeges nødvendigheden af at navngive det opsamlede data således, at navnet stemmer overens med det foretagede forsøg. Dette er essentielt for efterfølgende at kunne sikre, at de rigtige data anvendes til de rigtige analyser. Ligeledes er resultaterne kontrolleret i forhold til det forventede resultat i det omfang det er muligt, for således at komme fejlberegninger i forkøbet.

#### 8.5.3 Opsummering af fejlkilder

Generelt er forsøgene forløbet som planlagt, og har i de fleste tilfælde givet gode resultater. Der er under forsøgene foretaget test-forsøg, hvor opstilling er testet for at sikre, at målingerne kunne anvendes. Forsøg II krævede en del test-forsøg for at sikre, at klipning blev undgået. Ligeledes var et af accelerometrene fra Forsøg II plaget af lavfrekvens støj, som skyldtes en fejl i dataopsamleren, og bevirkede at det opsamlede respons svingede omkring en harmonisk svingning på ca. 1 Hz. Da svingningen lå betydeligt lavere end egenfrekvensen, har dette ikke haft betydning for resultaterne, da den lavfrekvente støj er frasorteret ved filtrering af signalet. Ved Forsøg I og III er der anvendt andet måleudstyr end fra Forsøg II, hvilket krævede en anden opsætning og indstilling.

Før hvert enkelt delforsøg blev accelerationsmålerne undersøgt, hvor det blev sikret, at de var sat ordentligt fast på etagedækket, og at der var forbindelse fra accelerationsmåler til måleopsamlingsudstyret. Ligeledes blev måleudstyret ikke rørt under forsøget, hvilket vil sige alt fra accelerationsmålere, ledninger, dataopsamler til computer.

# **9** Mulige fremtidige *case's*

Gennem dette projekt er forskellige personkombinationer og belastningstyper undersøgt for det analyserede dækelement. Næste skridt vil umiddelbart være, at foretage en række af samme forsøg på tilsvarende konstruktioner, for at undersøge de resultater, der er bestemt i forbindelse med dækelementet, også er gældende for andre konstruktionstyper. Det kunne tænkes, at undersøge andre typer af dækelementer, der har samme funktion, som det analyserede dækelement, måske med andre understøtningsforhold og dimensioner.

I dette projekt er systemet bestående af personer og dækelement betragtet som et SDOFsystem uanset, hvor mange personer der er på dækelementet. Forventning om at denne betragtning holder stik, syntes dog ikke at holde, da flere af metoderne identificerer flere løsninger til samme problemstilling, og det er umiddelbart svært at identificere hvad der er løsningen til det samlede system bestående af mennesker og dækelement. En fremtidig indgangsvinkel til et lignende projekt kan være at modellere systemet, som det er vist på figur 9.1, hvor personer er modelleret som en række mindre delsystemer.



Figur 9.1: Model af flere personer, P1, P2, P3 og P4, på dækelement.

Ved Forsøg III er det forsøgt at lade forsøgpersonerne gå så vilkårligt, som det er muligt. Alligevel viser databehandlingen fra Forsøg III, at personerne går med en middel lastfrekvens på ca. 2 Hz. Lastfrekvensen vil som en harmonisk virkende last være sammenfaldende med frekvenser 2, 4, og 6 Hz osv. Desto højere frekvenser der er betragtet, desto mindre er indvirkningen fra lasten, hvilket dog giver problemer med det anvendte dækelement, da den søgte egenfrekvens ligger omkring 5,8 Hz, hvilket er tæt på at være sammenfaldende med lastfrekvensen. Var egenfrekvens for det anvendt dækelement højere end, hvad der er tilfældet, var indvirkningen fra lastfrekvensen betydelig mindre, hvilket vil betyde bedre indentifikation. Ved fremtidige forsøg bør det overvejes, hvilke lastfrekvenser der er påvirket med, set i relation til dækelementets egenfrekvens.

Ved anvendelse af frie henfald som eksiteringsform er impulsen afleveret ved kanten af dækelementet, hvilket har givet anledning til, at en egensvingningsform, der beskriver vridning i dækelementet, er eksiteret. Problemet med dette er, at denne har en frekvens på ca. 8 Hz, hvilket er tæt på den ønskede egenfrekvens på ca. 5,8 Hz. Ved fremtidige forsøg bør det tilstræbes, at de frie henfald er eksiteret på midten af dækelementet.

Gennem resultatbehandlingen af Forsøg I og II er det vurderet, at resultaterne baseret på henfaldskurver giver de bedste resultater. Såfremt der er mulighed for at påvirke systemet med frie henfald, bør dette anvendes, da første egensvingningsform netop er godt eksiteret. Da én henfaldskurve oftest er af kort varighed, er det fordelagtigt at foretage tilstrækkeligt mange henfaldskurver efter hinanden i samme måleserie. Umiddelbart giver dette mulighed for at midle henfaldskurverne til indentifikation ved logaritmisk dekrement. Ligeledes kan hele måleserien anvendes som den er til identifikation ved ARMA, SSI, EFDD og spids- og båndsbreddemetoden.

Der er i denne rapport udelukkende anvendt output-only SI-metoder, men det er muligt at anvende input-output SI-metoder ved brug af de lastceller, som allerede forefindes under dækelementet. Ved at lade lastcellerne registrere belastningen fra eksempelvis impulslast eller aktive personer, er det muligt at opstille input-output analyser for systemet bestående af dækelement og personer.

En "SI-metode"til estimering af dæmpningsforhold som ikke er direkte anvendt i dette projekt, er estimering ved brug af fasevinklen,  $\phi(\omega)$ , for frekvensresponsefunktionen. For at kunne anvende metoden, er det nødvendigt, at placeringen af accelerometre er foretaget hensigtsmæssigt. Accelerometre tæt ved lastkilden samt accelerometre med en passende afstand herfra er hensigtsmæssigt, for at metoden er anvendelig.

Ved Forsøg III har personerne en tendens til at gå i takt, til trods for at deres gang på dækelementet er søgt så vilkårligt, som det er muligt. Dette har den betydning, at personerne til tider rammer den første egenfrekvens, hvilket giver store udsving i dækelementet. Umiddelbart giver dette en række problemer i forbindelse med identificering af systemet, hvorfor det ved fremtidige forsøg bør overvejes, hvordan dette kan undgås. Et forslag kan være, at de sekvenser, hvor der er registreret store udsving, udtages, således disse ikke influere på det undersøgte system.



I det følgende kapitel er der konkluderet på resultaterne for projektet. Der er foretaget en konklusion af resultaterne fra de enkelte forsøg, hvorefter der er foretaget en overordnet konklusion for projektet, hvor de centrale problemstillinger og resultater er præsenteret.

## 10.1 Forsøg I

Ved Forsøg I er der anvendt logaritmisk dekrement og ARMA til identifikation af systemparametrene. Nulhypotesen for forsøg I er, at dæmpningen, som følge af øget personmasse, vil stige mere end for en tilsvarende masse i form af sandsække. Nulhypotesen er gennem resultatbehandlingen af Forsøg I vurderet til at være gældende, da ingen af de udførte forsøg giver anledning til andet. De to alternative hyposteser er derfor begge forkastet, da udviklingen af dæmpningsforholdet for alle forsøg giver større dæmpningsforhold end for sandsække. Ingen af resultaterne er derfor hverken lig med eller mindre end dæmpningen ved sandsækkene.

Da nulhypotesen er accepteret, er den sekundære hypotese undersøgt nærmere. Denne foreskriver, at såfremt personerne udviser anden udviklingen end, hvad der tilfældet for sandsække, er det givet at posituren, som personerne sidder i, har betydning. Den sekundære hypotese er gennem resultatbehandling af resultaterne fra Forsøg I bekræftet at være gældende. Der er for de undersøgt positurer stor forskel i udviklingen for dæmpningsforholdet. Generelt er afslappede positurer lig med stor dæmpning af systemet, hvorimod en stiv positur betyder mindre dæmpning. Den sekundære, alternative hypotese er derfor forkastet, idet posituren netop har indflydelse på udviklingen af dæmpningsforholdet som følge af personmassen.

Generelt er der god overensstemmelse mellem de anvendte SI-metoder, logaritmisk dekrement og ARMA, ved Forsøg I. Dog kan der stilles spørgsmålstegn ved anvendelsen af logaritmisk dekrement, da det i princippet ikke korrekt at benytte logaritmisk dekrement til forsøg med mennesker. Dette skyldes, at systemets ikke vil være defineret som et SDOF-system, men derimod et 2DOF-system, hvor personerne udgør én frihedsgrad og dækelementet den anden. Desuden er personerne spredt ud over et større område end blot centret af dækelementet, da det ikke er praktisk muligt, at placere alle personer direkte i midten af dækelementet. Ideen med at betragte alle personer under ét, som en klump-masse med fjeder og dæmper, er derfor ikke umiddelbart korrekt. Denne fejl øges i takt med, at antallet af forsøgspersoner øges. ARMA-modellerne bør ikke have et problem med dette, idet metoden ikke forudsætter et SDOF-system, og derfor bør være i stand til at bestemme systemparametrene for det analyserede system, uanset om det er et SDOF-eller MDOF-system.

### 10.2 Forsøg II

Forsøg II er en detailundersøgelse af Forsøg I, hvor positur C fra Forsøg I er udtaget til en nærmere analyse. Der er anvendt samme forsøgsopstilling og eksiteringsform som ved Forsøg I, dog er antallet af personer øget med én. Nulhypotesen er, at resultaterne fra Forsøg I kan gengives ved Forsøg II. Resultaterne fra de metoder, som er anvendt ved både Forsøg I og II, afviger umiddelbart fra hinanden, dæmpningen er generelt større ved Forsøg I, end hvad der er bestemt ved Forsøg II. Dette giver anledning til at forkaste nulhypotesen, og dermed acceptere den alternative hypotese, som foreskriver at resultaterne fra de enkelte forsøg ikke er sammenlignelige. Det er i resultatbehandlingen undersøgt, hvorvidt forskellen mellem resultaterne skyldes, at der i Forsøg I er anvendt et flytningsrespons, mens der for Forsøg II er anvendt accelerationsrespons. Derfor er der for logaritmisk dekrement og ARMA anvendt både et accelerations- og et flytningsrespons, hvor det er konkluderet, at dette ikke medfører en umiddelbar forskel i resultaterne.

Et andet formål med Forsøg II er, at klarlægge virkemåden for andre SI-metoder, end de der er anvendt i Forsøg I. Ved Forsøg II er derfor ligeledes anvendt SSI, EFDD, spidog båndbredde-metoden samt korrelationsfunktioner. Generelt er der stor forskel i resultaterne afhængigt af, hvilken SI-metode der er anvendt. Foruden anvendelsen af de frie henfald, er der forsøgt anvendt andre typer af eksiteringsformer, en tilnærmet hvidstøjsbelastning og en passiv belastning, til disse metoder. Generelt har problemet med disse eksiteringsmetoder været, at første egenfrekvens ikke har været eksiteret tilstrækkeligt, hvormed det har været svært at opnå tillidsvækkende resultater. Dette har resulteret i, at eksempelvis spids- og båndbredde-metoden giver meget høje dæmpningsforhold i forhold til de øvrige metoder ved Forsøg II. Det pudsige er dog, at resultaterne fra spidsog båndbredde-metoden giver resultater, som ligger tættest på resultaterne fra Forsøg I. Resultaterne er dog ikke umiddelbart tillidsvækkende pga. den svage eksitering af første egenfrekvens.

#### 10.3 Forsøg III

Nulhypotesen for Forsøg III er, at det ikke er ligegyldigt for systemparametrene, hvorvidt det er passive eller aktive personer, som udgør et system sammen med dækelementet. Nulhypotesen er gennem resultatbehandling af Forsøg III accepteret som værende gældende, da aktive personer, ved samme masseinddeling som ved Forsøg I og II, medfører en betydelig lavere dæmpningsforhold. Ligeledes viser egenfrekvensen en tendens til at stige som følge af øget personmasse. Den alternative hypotese er derfor forkastet.

Da nulhypotesen er accepteret, er den sekundære hypotese undersøgt nærmere. Den sekundære hypotese foreskriver, at gangarten har betydning for systemparametren. Den sekundære hypotese er gennem resultatbehandling af Forsøg III accepteret som værende gældende, da forskellige gangarter medfører forskellige udviklinger af systemparametrene. At dette ikke skulle være tilfældet, som den sekundære, alternative hypotese foreskriver, er derfor forkastet.

## 10.4 Generel konklusion

Det har generelt været et problem gennem dette projekt, at dækelementets første egenfrekvens ligger så lavt. Dette bevirker, at personernes egenfrekvens ligger tæt på det system, som er søgt identificeret, hvor identifikationen kompliceres heraf. Alle de anvendte SI-metoder er afhængig af kvalitet på det opsamlede data, forstået på den måde, at metoder ikke kan estimere systemparametre for første egenmode, hvis ikke denne er rigeligt eksiteret.

Gennem de enkelte forsøg fremgår det tydeligt, at estimeringen af systemparametrene bliver kompliceret desto flere personer, der er i interaktion med dækelementet. Der er generelt en større spredning på resultater ved mange personer, hvorimod delforsøg og metoder viser stor overensstemmelse ved kun én person. Der kan dermed stilles spørgsmålstegn ved, om et system bestående dækelement og personer kan betragtes som et SODF-system, og burde istedet modelleres som et MDOF-system, hvor de enkelte personer udgør en frihedsgrad.

Generelt viser forsøgene, der er stor forskel i, hvor meget passive personer dæmper systemet, og dæmpningen er afhængig hvilken positur personerne sidder i. Ligeledes viser forsøgene, at personer dæmper systemet mere end en tilsvarende masse i form af sandsække. Egenfrekvensen for både sandsække og passive personer har en tendens til at falde ved øget personantal.

Forsøgene viser desuden, at samme personmasse dæmper systemet betragteligt mindre, såfremt personerne er aktive fremfor passive. Såfremt personerne går i samme frekvens som dækelementets egenfrekvens, er dæmpningen i systemet meget lille - mindre end dækelementets dæmpning.

Umiddelbart giver resultaterne bestemt i denne rapport grobund for yderligere forskning indenfor dette område. Yderligere forsøg er nødvendige for at kunne konkretisere et system bestående af personer og konstruktioner, uanset om der er betragtet passive eller aktiver personer.



The primary purpose of this Master project, has bin to examine the dynamic interaction between humans and civil engineering structures, by using various systemidentificationmethods. The secondary purpose has bin to examine the difference and trend in the interaction, when humans are passive or active, respectively.

Experimental tests are carried out, by using a simple supported prestressed concrete floor beam, with a span width of approximately 10.6 m. Placement of the humans, are at the center of the floor beam or as close as possible. Most of the Master project is based on these experimental tests, which has resulted in estimations of the modal parameters,  $\hat{f}$  and  $\hat{\zeta}$ , frequency and damping ratio, respectively.

Modal parameters estimated using systemidentification, leads to some theoretical background of vibrating structures which is described in the Appendix. Furthermore both time domain, and frequency domain models are used in the identification process, which likewise in some detail is described in Appendix.

Outcome of the experimental tests, is acquired using different methods of exciting the given structure, depending on the identification method. Time series are then recorded, by the form of displacement, x(t), or acceleration  $\ddot{x}(t)$ .

Trend of the modal parameters is searched for when increasing the mass on floor beam by means of humans. Only the essential first mode are wanted when describing the modal trend. Furthermore this leads to considerations of the flor beam as a discrete single degree of freedom system when comparing results.

Conclusions is made for the passive and active interaction, respectively. Well established trends is formulated for passive interaction when the number of humans on the floor beam is increased, however the statistical uncertainty is increased along with the number of humans. Also with active interaction, trend has bin established, but with some, negligible or not, statistical error caused by the aktive human load frequency detected as harmonics. Further experimental tests are necessary, especially for active interaction, if a modeling of the entire system, consisting of the floor beam and humans, is wanted.

## Litteratur

- $\label{eq:2008a} [2008a]. http://www.iop.org/EJ/article/0964-1726/10/3/303/sm1303.pdf?request-id=9f63ac05-a1ba-4009-a41f-09460e1a3689.$
- [2008b]. http://www.spaencom.dk/show.asp?ID=3766.
- [2008c]. http://www.svibs.com/.
- [2008d]. http://www.world-voices.com/software/nchtone.html.
- Bendat, J. S. & Piersol, A. G. [2000]. Random Data Analysis and Measurement Procedures, 3rd edn, A Wiley-Interscience Publication.
- Nielsen, S. R. K. [2004]. Vibration Theory, Vol. 1 Linear Vibration Theory, Aalborg tekniske Universitetsforlag.
- Paul Reynolds, P. M. & Pavic, A. [2005]. Use of operational modal analysis on empty and occupied stadia structures.
- Vestergaard, M. [2007]. Dynamisk interaktion mellem gulve og passive personer, Master's thesis, Aalborg Universitet.