### Indhold

1	Kontrolforsøg													
<b>2</b>	Kontinuert system													
3	Korrigeret elasticitetsmodul													
4	FEM-bjælke													
<b>5</b>	Integration og filtrering													
6	i Ikke-linear least-square fitting													
7	Programopbygning         7.1       ARMA	<b>31</b> 32												
8	Forsøg I         8.1       Logaritmisk dekrement         8.2       AR(n)         8.3       ARMA	<b>39</b> 39 60 79												
9	Forsøg II         9.1       Logaritmisk dekrement         9.2       ARV(n)         9.3       ARMA         9.4       EFDD         9.5       SSI         9.6       Henfald         9.7       Halv- og spidsbåndbredde         9.8       Korrelationsfunktioner	<b>97</b> 97 103 110 116 117 122 123 127												
10	Henfaldskurver 10.1 Vurdering af henfaldskurver	<b>133</b> 138												
11	Forsøg III         11.1 ARMA $(n, n - 1)$ 11.2 EFDD         11.3 SSI	<b>139</b> 139 144 152												



I den indledende fase af projektet er der foretaget ét kontrolforsøg med det tomme dækelement. Dækelementet er præsenteret i Rapporten, kapitel 2. Kontrolforsøget, der nærmere er et detailforsøg af det tomme dækelement, er behandlet i det følgende. Formålet med forsøget er at give kendskab til dækelementets dynamiske egenskaber. Dette er foretaget med henblik på forståelsen af begrebet systemidentifikation ved output-only analyse, hvor programmet ARTeMIS Extractor 2008, med applikationen *Enhanced Frequency Domain Decomposition*, er benyttet. Yderligere er forsøget en del af en læringsproces omkring brugen af udstyr samt arbejde i laboratoriet, og undersøgelse af eksiteringsformen ved *trial and error* metoden. Dækelementet er vist på figur 1.1.



Figur 1.1: Dækelement benyttet til analyse.

Dækelementets dynamiske egenskaber er i det følgende præsenteret til en frekvens op mod 100 Hz. Eksiteringsformen er foretaget ved at trække to betonsten hen over dækelementet, tilfældigt i tid sted, hvilket er beskrevet i Rapporten, afsnit 6.3.2. Ved opsamlingen af dækelementets respons under belastning, er den totale måletid, T, samt opsamlingsfrekvens fastsat på baggrund af [ 2008]. Opsamlingsfrekvensen,  $f_s$ , er anbefalet til min-

imum  $3f_{max}$ , hvor  $f_{max}$  er den højeste ønskede analyserbare frekvens. Måletiden, T, er fastsat som  $\frac{1000}{f_{min}}$ , hvor  $f_{min}$  er den laveste ønskede analyserbare frekvens. Eftersom det er kendt, at dækelementets laveste frekvens er ca. 6 Hz, er der på den sikre side målt i 300 s med en opsamlingsfrekvens på 6000 Hz.

Parametrene der for dækelementet er estimeret på baggrund af dette forsøg er:

- $\hat{f}_i$ , egenfrekvenser
- $\hat{\zeta}_i$ , dæmpningsforhold
- $\sigma_{\hat{f},\hat{\zeta}}$ , spredninger
- $\hat{\Phi}_i$ , egensvingningsformer
- $\hat{M}_i$ , modalmasser

Modalmasserne,  $\hat{M}_i$ , er baseret på egensvingningsformer eksporteret fra programmet ARTEMIS Extractor 2008, hvor datapunkter,  $x_n$ , for,  $\hat{\Phi}_i(x_n)$ , er defineret som et knudepunktet, hvori der er opsamlet data. Dette er nærmere behandlet senere. Knudepunkterne er illustreret på figur 1.2, som repræsenterer dækelementet opbygget som et strukturnet.



Figur 1.2: Dækelementet opbygget som strukturnet. Mål i mm.

Det er foretaget målinger over hele dækelementet, hvorfor det er muligt, at gengive en præcis dynamisk beskrivelse. En beskrivelse af det benyttede udstyr til dette forsøg er givet i, Rapporten, kapitel 7, for Forsøg II.

Som referencer er der benyttet fire af dækelementets knuder, hvor disse er placeret således, at de ikke rammer en knude, hvori den søgte egensvingningsform ikke har udsving. Det er valgt at benytte fire referencesensorer placeret nær midten af dækelementet eftersom det især er første egensvingningsform som er af interesse. Otte accelerometre er til rådighed, og da fire af disse er benyttet som referencer, er den samlede måling på dækelementet foretaget over seks gange, hvor referencesensorerne forbliver i samme knuder. I tabel 1.1 er listet i hvilke knuder der er målt ved hvert af de seks delforsøg.

F										
Reference	Måling 1	Måling 2	Måling 3	Måling 4	Måling 5	Måling 6				
13	1	5	9	17	21	25				
14	2	6	10	18	22	26				
15	3	7	11	19	23	-				
16	4	8	12	20	24	-				

 Tabel 1.1: Angivelse af knudepunkter.

Estimeringen i ARTeMIS Extractor 2008, er foretaget efter anvendelsesmetoden beskrevet i Rapporten afsnit 5.5. Det har været nødvendigt, at foretage estimeringen ud fra to spektralestimeringer, i intervallerne [0; 50 Hz] og [0; 100 Hz]. De to spektralvinduer er er vist på figur 1.3.



Figur 1.3: Speaktralestimeringer. a) Frekvensinterval 1. b) Frekvensinterval 2.

Heraf fremgår frekvensplaceringen af de forskellige egensvingningsformer op til 100 Hz. Modalmasserne er som tidligere nævnt bestemt på baggrund af eksporterede egensvingningsformer, hvor der er givet værdier for hvert knudepunkt. De 26 knuder er reduceret til 13, ved at midle disse sætvis,  $\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{x_3+x_4}{2}, ..., \frac{x_{25}+x_{26}}{2}$ , hermed er egensvingningsformen er defineret over dækelementets centerline. Efter normalisering, ift. den største amplitude eller største udsving i den betragtede egensvingningsform, er der således fittet en række af sinus funktioner til disse punkter, hvormed egensvingningsformerne er beskrevet. Dette er efterfulgt af integration, som er defineret ved, [Nielsen 2004]:

$$\hat{M}_{i} = \int_{0}^{l} \mu(x) \left(\Phi(x)\right)^{2} dx$$
(1.1)

Ovenstående er alene udført for bøjnings egensvingningsformer, eftersom det kun er muligt at bestemme,  $\hat{M}_i$ , for disse ved brug af formel (1.1). Amplitudefunktionerne,  $\Phi_i(x)$ , for egensvingningsformerne er bestemt ved fitte dataene fra ARTeMIS Extractor 2008, med en sum af sinusfunktioner, givet ved:

$$\hat{\Phi}_i(x) = \sum_{j=1}^k a_j \sin(b_j x + c_j)$$
(1.2)

Tværsnits- og materialedata for dækelementet er præsenteret i Rapporten, kapitel 2. Alle estimerede data for dækelementet er listet i tabel 1.2.

$\Phi_{ m i}$	$\hat{f}_i  [\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}_i} \; [\mathrm{mHz}]$	$\hat{\zeta}_i  \left[ \%  \right]$	$\sigma_{\hat{\zeta}_i} \; [\%]$	$\hat{M}_i  [ \mathrm{kg}]$
$\Phi_1$	5,78	6,79	0, 24	0, 10	2498
$\Phi_2$	13,96	21, 23	1, 32	0, 56	_
$\Phi_3$	22, 13	9,11	0, 32	0,03	2534
$\Phi_4$	33,77	26, 52	0, 61	0,05	_
$\Phi_5$	45, 36	36,05	0, 41	0,06	2505
$\Phi_6$	56, 21	77, 18	0, 69	0,09	—
$\Phi_7$	64, 64	52, 67	0,82	0,05	707
$\Phi_8$	91, 39	38,63	0, 46	0,05	485

Tabel 1.2: Angivelse af dækelementets dynamiske karakteristika.





**Figur 1.4:** Egensvingningsformeret animeret i ARTeMIS Extractor 2008. a)  $\Phi_1$ . b)  $\Phi_2$ . c)  $\Phi_3$ . d)  $\Phi_4$ . e)  $\Phi_5$ . f)  $\Phi_6$ . g)  $\Phi_7$ . h)  $\Phi_8$ .

Modalmasserne,  $\hat{M}_i$ , er som beskrevet baseret på fit af egensvingningsformerne,  $\Phi_1$ ,  $\Phi_3$ ,  $\Phi_5$ ,  $\Phi_7$  og  $\Phi_8$ , som ervist på figur 1.3. Disse fit er vist på figur 1.5, der alle repræsenterer en fitkoefficient, R, på mindst 0,999.



**Figur 1.5:** Fit af bøjningsegensvingningsformer a)  $\Phi_1$ . b)  $\Phi_3$ . c)  $\Phi_5$ . d)  $\Phi_7$ . e)  $\Phi_8$ .

Som det fremgår af figur 1.5, er bøjnings egensvingningsformerne svarende til simpelt understøttet bjælke, kun tilfældet for fire af de fem identificerede. Disse er  $\Phi_1$ ,  $\Phi_3$ ,  $\Phi_5$  og  $\Phi_8$ .

I tabel 1.3 og 1.4, er listet fitkoefficienter,  $a_j$ ,  $b_j$  og  $c_j$ , for summen af sinusfunktioner beskrevet ved formel (1.2). Heraf er det muligt at beskrive egensvingningsformerne. Fitkoefficienterne er bestemt på baggrund af *curvefitting toolbox* i MATLAB.

Tabel 1.3: Fitkoefficienter,	$a_j, b_j \text{ og } c_j,$	for egensvingningsformer,	$\Phi_1, \Phi_3 \text{ og } \Phi_5.$
------------------------------	-----------------------------	---------------------------	--------------------------------------

		$\Phi_1$			$\Phi_3$			$\Phi_5$	
j	$a_j$	$b_j$	$c_j$	$a_j$	$b_j$	$c_j$	$a_j$	$b_j$	$c_j$
1	-0,3643	0,3584	1,6920	0,4145	0,3650	0,9616	-1,6570	0,4021	$5,\!2500$
2	$0,\!6276$	0.2207	0,8852	0,6167	$0,\!6424$	-0,8773	-1,4610	0,3361	2,4650
3	-0,2961	0,3423	2,2000	-0,1509	$0,\!6881$	-2,8750	0,6532	0,8938	-0,4710
4	0,1413	0,5061	0,0904	-	-	-	-	-	-

		$\Phi_7$			$\Phi_8$	
j	$a_j$	$b_j$	$c_j$	$a_j$	$b_j$	$c_j$
1	-0,7329	0,5186	0,6342	3,7520	0,3279	2,5310
2	0,9819	0,1828	$1,\!4220$	-0,4507	0,9495	0,2080
3	0,5669	1, 1e-5	$0,\!6070$	-0,0275	2,1300	0,3685
4	0,1568	$1,\!1780$	-0,5620	2,1930	$0,\!8453$	-0,6028
5	-0,8554	0,2567	-0,2941	1,9600	1,4e-5	1,3610
6	-0,4566	$0,\!2900$	0,0688	-3,7220	$0,\!6473$	$0,\!4825$

**Tabel 1.4:** Fitkoefficienter,  $a_j$ ,  $b_j$  og  $c_j$ , for egensvingningsformer,  $\Phi_7$  og  $\Phi_8$ .

Datafiler og exporterede egensvingningsformer fra ARTeMIS Extractor er vedlagt på [D- $VD \setminus Data \setminus ART$ ].



Det dynamiske kontinuerte system er karakteriseret ved, at have en kontinuert fordelt masse, og ikke masse defineret i ét eller flere punkter som ved diskrete- og numeriske systemer. Derfor er et kontinuert system teoretisk set bestående af et uendeligt antal frihedsgrader. Den teoretiske baggrund for fremgangsmåden i dette tilfælde med dækelementet tager udgangspunkt i udæmpet svingningsanalyse vha. plane *Bernoulli-Euler* bjælkeelementer, [Nielsen 2004].

I det følgende er der taget udgangspunkt i den kontinuerte bjælke, vist på figur 2.1. Bjælken har konstant sitvhed, EI, og masse pr. længdeenhed,  $\mu$ . Hovedformålet med denne bjælke er, at betragte den som dækelementet. og dermed estimere dens egenfrekvens, mens denne er tom, samt når der er placeret en tillægsmasse,  $\Delta m$ , på midten af dækelementet.



Figur 2.1: Opstilling af kontinuert bjælkemodel for dækelementet.

For at estimere dækelementets egenfrekvens er der benyttet følgende ækvivalente system, som er vist på figur 2.2a, hvor også tillægsmassen,  $\Delta m$ , er medregnet. Yderligere er symmetriegenskaberne benyttet, hvorfor det endelige kontinuerte system, som er analyseret, er illustreret på figur 2.2b.



Figur 2.2

Som det fremgår af figur 2.2b, er den del af dækelementet, som rager udover understøtningen, erstattet af masseinertimomenter, J. Eftersom det kun er ønsket at estimere første egenfrekvens, er det valgt ikke medtage masseinertimoment,  $J_{\Delta m}$ , hidrørende tillægsmassen,  $\Delta m$ . Størrelserne vist på figur 2.2 er holdt som variable, hvilket giver den frihed, at det er muligt at variere disse således, at systemet er mere alment gældende.

Med udgangspunkt i bjælkens differentialligning, er der søgt en løsning på følgende form:

$$u(x,t) = \Phi(x)\cos(\omega t) \tag{2.1}$$

Differentialligningen er givet på følgende form, [Nielsen 2004]:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI(x) \frac{d^2 \Phi}{dx^2} \right) - \frac{d}{dx} \left( N \frac{d\Phi}{dx} \right) - \omega^2 \mu(x) \Phi(x) = 0$$
(2.2)

I det følgende er der regnet med forspændingskraft, N = 0, eftersom denne ikke erkendt for dækelementet, men som kompensation for dette er der estimeret en korrigeret elasticitetsmodul,  $E_{kor}$ , hvor der bedst muligt er taget højde for dette. Den korrigerede elasticitetsmodul er bestemt i kapitel 3. Idet N = 0 og tværsnitsdataene for dækelementet er holdt konstante, er løsningen for amplitudefunktionen,  $\Phi(x)$ , til differentialligningen, formel (2.2), givet på følgende form, [Nielsen 2004]:

$$\Phi(x) = A\sin\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + B\cos\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + C\sinh\left(\lambda\frac{x}{l}\right) + D\cosh\left(\lambda\frac{x}{l}\right)$$
(2.3)

Ud fra randbetingelser opstillet for understøtning, A og B, figur 2.2b, er integrationskonstanterne, A, B, C og D, formel (2.3), behandlet, hvorefter *frekvensbetingelsen* er defineret således, at det er muligt at bestemme egenværiden,  $\lambda$ , ved et egenværdiproblem. Når  $\lambda$  er kendt, er den cirkulære udæmpede egenfrekvens bestemt ud fra følgende udtryk:

$$\lambda^4 = \frac{\mu \omega^2 l^4}{EI} \tag{2.4}$$

Der er opstillet følgende geometriske og mekaniske randbetingelse ved punkt A(x=0):

$$\Phi(0) = 0 \quad , \quad EI \frac{d^2}{dx^2} \Phi(0) = -\omega J \frac{d}{dx} \Phi(0)$$
(2.5)

Ved randbetingelserne, punkt A, er det givet at B = -E, hvor integrationskonstanten B er bestemt til:

$$B = -\frac{1}{6} \frac{a^3 \lambda^3 (A+C)}{l^2}$$
(2.6)

For understøtning B (x = l), er der opstillet følgende geometriske og mekaniske randbetingelse:

$$\frac{d}{dx}\Phi(l) = 0 \quad , \quad \frac{d}{dx}\left(EI\frac{d^2}{dx^2}\Phi(l)\right) = -\omega\Delta m\Phi(l) \tag{2.7}$$

Ud fra randbetingelserne, formel (2.7), er der opstillet to ligninger med to ubekendte, som er integrationskonstanterne A og B. Disse to ligninger er opstillet på følgende matrixform:

$$\begin{bmatrix} fb_{11} & fb_{12} \\ fb_{21} & fb_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.8)

 $\operatorname{hvor}$ 

$$fb_{11} = -\cos\lambda + Z(\sinh\lambda - \sin\lambda)$$
  

$$fb_{12} = -Q(\sin\lambda + Z(\cosh\lambda - \cos\lambda))$$
  

$$fb_{21} = \cosh\lambda + Z(-\sin\lambda - \sinh\lambda)$$
  

$$fb_{22} = -Q(\sinh\lambda + Z(\cos\lambda - \cosh\lambda))$$
  
(2.9)

Konstanterne, Q og Z, formel (2.9), er givet ved:

$$Q = \frac{\Delta m \lambda}{l \mu}$$

$$Z = -\frac{1}{6} \frac{a^3 \lambda^3}{l^3}$$
(2.10)

Frekvensbetingelsen er således bestemt ud fra koefficientmatricen i formel (2.8), hvor singulariteten af denne er undersøgt ved at sætte determinanten af koefficientmatricen lig nul. Heraf er givet én ligning, og det er af denne, at egenværdien,  $\lambda$ , er bestemt. Dette er gjort numerisk.

$$\det\left(\begin{bmatrix} fb_{11} & fb_{12} \\ fb_{21} & fb_{22} \end{bmatrix}\right) = 0 \Rightarrow$$

$$fb_{11}fb_{22} - fb_{21}fb_{12} = 0$$
(2.11)

I tabel 2.1 og 2.2 er resultaterne fra to tilfælde, hvor  $\Delta m = 0$  og  $\Delta m = 160$  listet. Der er benyttet en længde for dækelementet på 10,6 m samt data listet i tabel 2.1. Om masseinertimomentet ved understøtning A, figur 2.2b, er medregnet afhænger af størrelsen på a, som ligeledes er listet i de to nedenstående tabeller.

Tilfælde	<i>a</i> [m]	λ[-]	f [Hz]
$\frac{1}{2}$	$\begin{array}{c} 0,0\\ 0,6 \end{array}$	5,8219 5,7856	5,7511 5,7878

**Tabel 2.1:** Dækelementets egenfrekvens for tilfælde 1 og 2 når  $\Delta m = 0$ .

**Tabel 2.2:** Dækelementets egenfrekvens for tilfælde 1 og 2 når  $\Delta m = 160$ .

Tilfælde	a [m]	$\lambda$ [-]	f [Hz]
$\frac{1}{2}$	$egin{array}{c} 0,0\ 0,6 \end{array}$	$1,5226 \\ 1,5186$	$5,4701 \\ 5,4414$

De numerisk fordrede beregninger af  $\lambda$  er foretaget i  $[DVD \setminus Prog \setminus Kont \setminus kontinuert.m]$ .

Der er muligt at bestemme det betragtede kontinuerte systems fjederstivhed, k, og klumpmasse, m, svarende til et diskret SDOF-system. Dette er foretaget ved at tage udgangspunkt i amplitudefunktionen,  $\Phi(x)$ , for tilfældene ved de kontinuerte bjælkemodeller. De to diskrete tilfælde, a = 0 m og a = 0, 6 m, er således opbygget i overensstemmelse med de to kontinuerte tilfælde. For estimering af fjederstivheden, k, og klumpmassen, m, er der benyttet følgende udtryk, [Nielsen 2004]:

$$m = \int_0^l \mu(x) \left(\Phi(x)\right)^2 dx$$

$$k = \int_0^l EI(x) \left(\frac{d^2}{dx^2} \Phi(x)\right)^2 dx$$
(2.12)

Inden  $\Phi(x)$  er benyttet i formel (2.12), er konstanterne, A og C, givet i formel (2.8) bestemt. Dette er foretaget ved først at normalisere ift. A, hvor denne er sat lig 1, efterfølgende er C bestemt ud fra en af de to mulige ligninger opstillet på baggrund af formel (2.8), og er hermed lig  $C = \frac{-fb_{11}}{fb_{21}}$ .

## **B** Korrigeret elasticitetsmodul

Elasticitetsmodulen, E, for dækelementet præsenteret i Rapporten kapitel 2, er indledningsvist ikke kendt, hvorfor denne er estimeret på baggrund af første egenfrekvens,  $f_1$ . Ved følgende beskrevne fremgangsmåde, er der indirekte taget højde for spændarmeringens indvirkning på dækelementets stivhed, hvormed den korrigerede elasticitetsmodul,  $E_{kor}$ , er bestemt. Ifølge, [Nielsen 2004], er fjederstivheden, k, for en simpelt understøttet bjælke givet ved:

$$k = \frac{48EI}{l^3} \tag{3.1}$$

Efter det er indført, at  $k = \omega^2 m$  samt  $m = \frac{1}{2}\mu l$ , og indsat i formel (3.1), er den korrigerede elasticitetsmodul givet ved:

$$E_{kor} = \frac{1}{48} \frac{\mu \omega^2 l^4}{I} \tag{3.2}$$

Efter dækelementets data, Rapporten, tabel 2.1 og 2.2, er den korrigerede elasticitetsmodul estimeret til  $E_{kor} = 328, 66 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}}.$ 

## **G** FEM-bjælke

I forbindelse med analyse af dækelementet, beskrevet i Rapporten kapitel 2, er der udarbejdet et simpelt FEM-program i stand til at beskrive elementets fysiske og dynamiske egenskaber. Programmet,  $[DVD \ Prog \ Fem \ dynbeam.m]$ , tager udgangspunkt i enkelte funktioner fra CALFEM Version 3.4 til MATLAB. Det er betragtet et 2D bjælkesystem, hvor hvert element er defineret med seks dynamiske frihedsgrader,  $\mathbf{q}_j(t) = [q_1(t) \ q_2(t) \ q_3(t) \ q_4(t) \ q_5(t) \ q_6(t)$ heraf fire translations- og to rotationsfrihedsgrader. Det benyttede bjælkeelement, er et *Bernoulli-Euler* bjælkeelement, illustreret på figur 4.1.



Figur 4.1: Illustration bjælkeelement benyttet i FEM-program.

Bevægelsen af bjælkeelementet, figur 4.1, er givet ved flytningsfelterne,  $u_x(x,t)$  og  $u_y(x,t)$ , i hhv. x- og y-retningen, hvilke er defineret ved frihedsgraderne samt formfunktioner,  $\mathbf{N}(x)$ . Dette er givet ved:

$$\mathbf{u}(x,t) = \begin{bmatrix} u_x(x,t) \\ u_y(x,t) \end{bmatrix} = \mathbf{N}(x)\mathbf{q}(t)$$
(4.1)

Formfunktionerne,  $\mathbf{N}(x)$ , er givet ved:

$$\mathbf{N}(x) = \begin{bmatrix} N_x(x) \\ N_y(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & 0 & N_4(x) & 0 & 0 \\ 0 & N_2(x) & N_3(x) & 0 & N_5(x) & N_6(x) \end{bmatrix}$$
(4.2)

Formfunktionerne,  $N_1(x)$  og  $N_4(x)$ , angiver formen i bjælkens aksialretningm og er dermed lineære, hvorimod formfunktionerne,  $N_2(x)$ ,  $N_3(x)$ ,  $N_5(x)$  og  $N_6(x)$ , er såkaldte kubiske funktioner, hvilket gør det muligt ved polynomier at beskrive bøjning og rotation i det enkelte bjælkeelement. Formfunktionerne er følgende listet, hvor  $\xi = \frac{x}{T}$ :

$$N_{1}(x) = 1 - \xi , \quad N_{2}(x) = \xi$$
  

$$N_{3}(x) = 2\xi^{2} - 3\xi^{2} + 1 , \quad N_{4}(x) = \xi^{3} - 2\xi^{2} + \xi$$
  

$$N_{5}(x) = -2\xi^{3} + 3\xi^{2} , \quad N_{6}(x) = \xi^{3} - \xi^{2}$$
(4.3)

Ved energibetragtninger for potentiel og kinetisk energi er hhv. elementstivheds- og massematrice,  $\mathbf{k}_e$  og  $\mathbf{m}_e$ , for konstant tværsnit og stivhed givet ved følgende:

$$\mathbf{k}_{e} = \int_{0}^{l} \left( AE \frac{d\mathbf{N}_{x}^{T}}{dx} \frac{d\mathbf{N}_{x}}{dx} + EI \frac{d^{2}\mathbf{N}_{y}^{T}}{dx^{2}} \frac{d^{2}\mathbf{N}_{y}}{dx^{2}} \right) dx$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EI}{l^{3}} & 6\frac{EI}{l^{2}} & 0 & -12\frac{EI}{l^{3}} & 6\frac{EI}{l^{2}} \\ 0 & 6\frac{E}{l^{2}} & 4\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^{2}} & 2\frac{EI}{l} \\ -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & \frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EI}{l^{3}} & -6\frac{EI}{l^{2}} & 0 & 12\frac{EI}{l^{3}} & -6\frac{EI}{l^{2}} \\ 0 & 6\frac{E}{l^{2}} & 2\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^{2}} & 4\frac{EI}{l} \end{bmatrix}$$

$$(4.4)$$

$$\mathbf{m}_{e} = \int_{0}^{l} \mu \mathbf{N}^{T}(x) \mathbf{N}(x) dx$$

$$= \frac{\mu l}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l & 0 & 54 & -13l \\ 0 & 22l & 4l^{2} & 0 & 13l & -3l^{2} \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l & 0 & 156 & -22l \\ 0 & -13l & -3l^{2} & 0 & -22l & 4l^{2} \end{bmatrix}$$
(4.5)

Efterfulgt af elementstivheds- og massematricen, er elementdæmpningsmatricen,  $\mathbf{c}_e$ , opnået ved brug af *Rayleighs dæmpningsmodel*, beskrevet i Appendiks A.3. Heraf er elementdæmpningsmatricen defineret ved følgende:

$$\mathbf{c}_e = a_0 \mathbf{m}_e + a_1 \mathbf{k}_e \tag{4.6}$$

Rayleighs dæmpningskoefficienter,  $a_0$  og  $a_1$ , er bestemt på grundlag af de to første sæt dynamiske parametre,  $\hat{f}_1$  og  $\hat{f}_2$  samt  $\hat{\zeta}_1$  og  $\hat{\zeta}_1$ , estimeret for den betragtede situation (med eller uden ekstra masse) på dækelementet.

I ovenstående er det enkelte bjælkeelement defineret og beskrevet. I det følgende er virkeog fremgangsmåden af programmet beskrevet. Dette er kort præsenteret på diagrammet vist på figur 4.2.



Figur 4.2: Diagram over virkemåde af FEM-program.

Som det fremgår af figur 4.2, angiver diagrammet rækkefølgen af operationer i programmet. Indgangsdataene er bestående af dækelementets karakteristika, A, E, I og  $\mu$ , som er dækelementets geometriske data, samt,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $f_1$  og  $f_2$ , som er de dynamiske data til beskrivelse af dækelementets dynamiske egenskaber.

Topologien, definitionen af den diskrete opbygning af dækelementet, hvor element-, knudeog frihedsgradsnummereringen er foretaget, hvilket senere er benyttet til opbygning af systemmatricer på både element- samt globalniveau. På figur 4.3 er illustreret et eksempel med opbygning og nummerering af to elementer, n = 2.



Figur 4.3: Definitioner til opstilling af systemets topologi.

For opstillingen vist på figur 4.2, svarende til en simpel diskretisering af dækelementet, er det efter opbygning af x og y koordinater for elementerne muligt, at etablere de globale system matricer, **K**, **M** og **C**. Dette er foretaget ved simpel assemblering af elementsystemmatricerne, præsenteret ved følgende sum, hvor n er antallet af elementer:

$$\mathbf{K} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{k}_{e}^{j}$$

$$\mathbf{M} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{m}_{e}^{j}$$

$$\mathbf{C} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{c}_{e}^{j}$$
(4.7)

Assembleringen for et system bestående af to elementer er betragtet. Dette er foretaget ved at tage udgangspunkt i stivhedsmatricen,  $\mathbf{K}$ , som globalt er defineret ved følgende:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6\frac{E}{l^2} & 4\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & 2\frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} & 0 & 24\frac{EI}{l^3} & 0 & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} \\ 0 & 6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & 0 & 8\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} \\ 0 & 0 & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & 0 & 4\frac{E}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^2} & 4\frac{EI}{l} \end{bmatrix}$$
(4.8)

Samme fremgangsmåde følger for **M** og **C**. Randbetingelser, disse er introduceret i de globale systemmatricer ved at rækker og søjler svarende til fastholdte frihedsgrader er bortkastet, hvorefter systemmatricerne er reduceret. Er eksemplet på figur 4.3 betragtet som en simpelt understøttet bjælke, svarende til  $q_1(t) = q_2(t) = q_8(t) = 0$ , hvormed formel (4.8) er reduceret til følgende:

4 17

$$\mathbf{K}_{red} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{AE}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6\frac{EI}{l^2} & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} & 0 & 0 \\ 4\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 2\frac{AE}{l} & 0 & 0 & -\frac{AE}{l} & 0 \\ -6\frac{EI}{l^2} & 0 & 24\frac{EI}{l^3} & 0 & 0 & 6\frac{EI}{l^2} \\ 2\frac{EI}{l} & 0 & 0 & 8\frac{EI}{l} & 0 & 2\frac{EI}{l} \\ 0 & -4\frac{AE}{l} & 0 & 0 & \frac{AE}{l} & 0 \\ 0 & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} & 0 & -6\frac{EI}{l^2} \\ 0 & 0 & 6\frac{E}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & 4\frac{EI}{l} \end{bmatrix}$$
(4.9)

Baggrunden og egenskaberne for systemmatricerne for et MDOF-system er nærmere behandlet i Appendiks A.2. Ud fra de to systemmatricer, **K** og **M**, er der opstillet et egenværdiproblem efter fremgangsmåden beskrevet i Appendiks A.2, hvoraf frekvensbetingelsen for systemet er opstillet som et karakteristisk polynomium, og heraf er de udæmpede egenfrekvenser,  $f_i$ , bestemt på baggrund af egenværdierne,  $\lambda_i$ , hvorefter de tilhørende egensvingningsformer,  $\Phi_i$ , er bestemt. Egenværdiproblemet er givet ved:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M})\mathbf{\Phi} = 0 \Rightarrow$$
  
$$\det(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{M}) = 0$$
(4.10)

De tilhørende modale systemparametre: den udæmpede modalmasse,  $M_i$ , det modale dæmpningsforhold,  $\zeta_i$ , og den dæmpede egenfrekvens,  $f_{d_i}$ , som er givet ved:

$$M_{i} = \Phi_{i}^{T} \mathbf{M} \Phi_{i}$$

$$\zeta_{i} = \frac{\Phi_{i}^{T} \mathbf{M} \Phi_{i}}{2\pi f_{i}}$$

$$f_{d_{i}} = f_{i} \sqrt{1 - \zeta_{i}^{2}}$$

$$(4.11)$$

Til generering af systemets respons ved belastning, er foretaget ved tidsintegration, nærmere den numeriske Newmark integration, beskrevet i Appendiks K. For Newmark integrationen er konstanterne,  $\beta$  og  $\gamma$ , der beskriver den numeriske stabilitet samt acceleratoinens variation, fastsat til hhv.  $\frac{1}{4}$  og  $\frac{1}{2}$ . Indgangsparametre til integrationen, er de tre globale systemmatricer, stabilitetskonstanterne, begyndelsesbetingelser,  $\dot{x}_0$  og  $x_0$ , tidskridt,  $\Delta t$ , tidslængde, T, samt en given lastvektor,  $\mathbf{f}(t)$ . Lastvektoren,  $\mathbf{f}(t)$ , er defineret således, at den angriber i én knude, hvilket i dette projekt er knuden svarende til centerpunktet af dækelementet. Udfaldet af Newmark integrationen er responset i form acceleration,  $\ddot{x}(t)$ , hastighed,  $\dot{x}(t)$ , og flytning, x(t), i alle frihedsgrader, hidrørende den påsatte last.

For at fremhæve tilfældet benyttet i projektet, hvor der er betragtet en tillægsmasse,  $\Delta m$ , på midten af dækelementet, er denne tilføjet det numeriske system, ved direkte at addere denne i den globale massematrice, **M**, i indgangen svarende den frihedsgrad, hvor massen er forestillet placeret. Yderligere er der som beskrevet i Rapporten, kapitel 3, medregnet den del af dækelementet som rager ud over understøtningerne, hvilket er gjort ved, at introducere masseinertimomentet, J, til de respektive frihedsgrader, som det er beskrevet ved tillægsmassen.

Den teoretiske baggrund er givet i [Nielsen 2004].

# 5

### Integration og filtrering

Dette kapitel omhandler fremgangsmåderne benyttet ved integration og filtrering af opsamlede datasignaler. Der er i det følgende præsenteret to metoder til integration af et accelerationssignal,  $\ddot{x}(t)$ , til et flytningssignal, x(t). Metoderne er den numeriske *Newmark integration* og integration i frekvensdomæne. Newmark algoritmen er beskrevet i Appendiks K. Efterfølgende er behandlet tre filtreringsmetoder, lavpas-, højpas- og båndpasfiltrering, hvor højpasfiltreringen er benyttet i forbindelse med integrationsmetoderne, hvilket er nærmere behandlet senere.

Er tidsserien målt ved høj opsamlingsfrekvens,  $f_s$ , ift. det ønskede analysrbare frekvensområde, er der foretaget en decimering af signalerne vha. *decimate* funktionen i MAT-LAB. Ved denne funktion er der foretaget en resampling til en lavere frekvens,  $f_{s,re}$ , af de allerede eksisterende data. Forinden er der foretaget en lavpasfiltrering for på den måde og undgå lækage. Dette lavpasfilter er et *Chebyshev Type I* af orden, N = 8, hvor den såkaldte *cut-off* frekvens er givet til  $f_{cut} = \frac{3}{4} \frac{f_{nyquist}}{R}$ , hvor R, er decimeringsfaktoren. Ved decimering, er dette foretaget således, at frekvensen, f, der er ønsket analyseret, er beliggende i intervallet,  $\left[\frac{1}{10} f_{nyquist} \leq f \leq \frac{9}{10} f_{nyquist}\right]$ .

Som eksempel for integration og filtrering, er der taget udgangspunkt i ét frit henfald, målt på dækelementet under Forsøg I, hvor person C er siddende på dækelementet. Der er målt i dækelementets midterste punkt, beskrevet i Rapporten afsnit 7.1, hvor der er målt både ét flytnings- og ét accelerationssignal vha. hhv. en flytningsmåler og et accelerometer. De to samplede henfald (flytning og acceleration), hvori der er i det følgende, er taget udgangspunkt, er vist på figur 5.1.



**Figur 5.1:** Frit henfald, målt ved én person på dækelementet med  $f_s = 2400$  Hz. a) Flytningsdata, x(t). b) Accelerationsdata,  $\ddot{x}(t)$ .

#### Integraring

For integrering i frekvensdomæne er benyttet følgende relation, [Nielsen 2007]:

$$S_{x^{(m)}x^{(n)}}(f) = (-1)^{m} (i2\pi f)^{m+n} S_{xx} \Rightarrow$$

$$S_{xx} = \frac{S_{\ddot{x}\ddot{x}}}{(i2\pi f)^{4}}$$
(5.1)

Af formel (5.1) er relationen mellem flytnings- og accelerationsdata defineret. For den numeriske Newmark integration er stabilitetsværdierne,  $\beta$  og  $\gamma$ , fastsat således den numeriske stabilitet og nøjagtighed er mest fordelagtig. Disse værdier indikerer accelerationens variation for ét tidsskridt. Værdierne er valgt til  $\beta = \frac{1}{4}$  og  $\gamma = \frac{1}{2}$ , svarende til konstant acceleration og betinget stabilitet, [Nielsen 2005]. På forhånd er det kendt, at dækelementets egenfrekvens ligger omkring 6 Hz, hvorfor der er valgt en decimeringsfaktor, R = 20. Resultatet af de to fremgangsmåder er vist på figur 5.2.



Figur 5.2: Flytningsrespons bestemt ved integration.  $f_s = 120$  Hz. a) Integration i frekvensdomæne. b) Integration ved Newmark.

Som det fremgår af figur 5.2a og 5.2b, er der efter begge metoder en lavfrekvent tendens i flytningssignalerne. Dette er modvirket ved, at højpasfiltrere signalet, og resultatet af dette er vist på figur 5.3, hvor der samtidig er plottet det direkte målte flytningsrespons, vist på figur 5.1a.



Figur 5.3: Højpasfiltreret flytningsrespons, ved  $f_{cut} = 3$  Hz. a) Integration i frekvensdomæne. b) Integration ved Newmark.

Det benyttede højpasfilter er et et såkaldt Butterworth højpasfilter af orden N = 8, med en cut-off frekvens,  $f_{cut} = 3$  Hz. Det fremgår af figur 5.3, at de integrerede signaler for begge metoder er fint sammenlignelige med det direkte målte flytningsrespons, eftersom de tilnærmelsesvis er identiske. I det videre forløb er det valgt kun at arbejde med integration i frekvensdomæne.

Der er om muligt en influens på resultaterne i det lave frekvensområde estimeret på baggrund af flytningssignaler bestemt ved integration af et accelerationssignal. Dette skyldes at ved integration er det betragtede respons udført ved følgende vægtningsfaktor,  $\frac{1}{f^2}$ , hvilket også fremgår af formel (5.1). Dette betyder høje frekvenser reduceres og lave frekvenser forstærkes. Dette er vist på figur 5.4.



Figur 5.4: Vægtningsfaktor af frekvensområde ved integration.

#### Filtrering

Båndpasfiltrering er benyttet i tilfælde, hvor det har været nødvendigt at isolere et bestemt frekvensområde i et samplet signal, med henblik på videre analyse af fysisk informtion i dette område. I projektet er dette essentielle område, den klokke, der indikerer første egensvingningsform. For fremgangsmåden af dette er der ligeledes taget udgangspunkt i det rå accelerationssignal,  $\ddot{x}(t)$ , som fremgår af figur 5.1b. Der er benyttet et Butterworth båndpasfilter af orden 2N for N = 6. Ved denne filtreringsmetode er der forudsat en start og slut cut-off frekvens, hhv.  $f_{cut,1}$  og  $f_{cut,2}$ , hvor hver af disse er placeret en halv filterbåndbredde,  $B_{filt}$ , på hver side af den søgte centerfrekvens,  $f_c$ . Dette er principielt illustreret på figur 5.5



Figur 5.5: Illustration af ideal båndpasfiltrering.

Det rå signal  $\ddot{x}(t)$  er efter decimering med R = 20, båndpasfiltreret, hvor centerfrekvensen  $f_c = 5,78 \,\text{Hz}$  og filterbåndbredden  $B_{filt} = 5 \,\text{Hz}$ , præsenteret på figur 5.6, hvor det filtrerede accelerationsrespons er sammenlignet med det rå accelerationsrespons,  $\ddot{x}(t)$ . Det er valgt at normalisere disse for bedre sammenligning.



Figur 5.6: Båndpasfiltrering af  $\ddot{x}(t).$ a) Rå accelerationssignal. b) Båndpasfiltreret accelerationssignal.

Det båndpasfiltrerede signal, figur 5.6b, ses fint at være præsenteret ved et frit henfal.

#### Opsummering

De benyttede filtre, Chebyshev og Butterworth, er såkaldte IIR-filtre (Infinite Impulse Response). Disse er benyttet vha.  $[DVD \ Prog \ Int \ dsp.m]$ , der tager udgangspunkt i *Filter Design & Analysis Tool*, som er en del af MATLABs *Filter Design Toolbox*. Eksemplet foretaget for integration og filtrering er foretaget i  $[DVD \ Prog \ Int \ integration.m]$ .

## 6 Ikke-linear least-square fitting

I Appendiks I.2.1 er det beskrevet, hvordan det er muligt, at beregne ARMA-parametrene ved en ikke-liniear least-square metode. Denne metode er forsøgt anvendt på data fra forsøg I.A, serie 1.

Metoden anvender least square-metoden til at beregne fejlen på det estimat, der er beregnet. Da det ikke er muligt, at beregne estimatet, er der anvendt et gæt som begyndelsesværdi, hvorudfra der er bestemt en ny værdi ved *steepest descent* metoden. Beregning af den nye værdi kræver, at der er anvendt en foruddefineret stepstørrelse,  $\alpha$ . Umiddelbart må  $\alpha$  ikke vælges for stor, da estimeringen vil skyde forbi den rigtige løsning, og ligeledes må  $\alpha$  ikke være for lille, da dette vil kræve utallige iterationer, inden en løsning er bestemt. På samme måde er det nødvendigt, at anvende såvel negative som positive værdier af  $\alpha$ , da begyndelsesgættet kan være såvel større eller mindre end den rigtige løsning. Der er i denne rapport anvendt 10 forskellige step-størrelser til hvert nye parametergæt, som følgende:

$$\alpha = \begin{bmatrix} -10^{-4} \\ -10^{-5} \\ -10^{-6} \\ -10^{-7} \\ -10^{-8} \\ 10^{-8} \\ 10^{-7} \\ 10^{-6} \\ 10^{-5} \\ 10^{-4} \end{bmatrix}$$
(6.1)

Fremgangsmåden er derfor omstændig, da der for hver iteration er beregnet 10 forskellige estimater på parametrene. Den step-størrelse, som giver den mindste fejl, er derfor anvendt til den aktuelle iteration. De bestemte parametre, der er bestemt ved den mindste fejl, er derefter anvendt til næste iteration. Der er anvendt disse forskellige step-størrelser, da en for stor step-størrelse vil medføre, at der springes forbi den rigtige løsning og en for lille værdi vil medføre en langsom iteration. Den anvendte model er en ARMA(2, 1)-model, hvorfor der er anvendt en AR(3)-model til beregning af startgættet. Ved at anvende fremgangsmåden i Appendiks I.1.1 er ARparametrene bestemt og er listet i tabel 6.1. Af disse AR-parametre fra AR(3)-modellen er ARMA-parametrene bestemt og er ligeledes listet i tabel 6.1.

**Tabel 6.1:** Startgæt for parametre i ARMA(2, 1)-model for Forsøg A.I baseret på AR-parametre i AR(3)-model.

	AR(3)	$\operatorname{ARMA}(2,1)$
$\phi_1$	1,3894	0,9534
$\phi_2$	0,2160	-0,7374
$\phi_3$	-0,6058	—
$\theta_1$	-	-0,4360

ARMA-parametrene i tabel 6.1 er anvendt som startgæt, på parameterestimeringen ved den ikke-liniære least-square metode, som er beskrevet i Appendiks I.2.1, hvor fejlen på estimatet er søgt minimeret. Der er foretaget 6000 iterationer, hvor parametrene, der giver den mindste fejl, er udvalgt. Fejlminimeringen er vist på figur 6.1a). Ligeledes er udviklingen i ARMA-parametrene vist på figur 6.1b) til 6.1d), for hhv.  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  og  $\theta_1$ .



**Figur 6.1:** Parameterestimering. a) Fejl på parameterestimat. b) Udvikling i  $\theta_1$ . c) Udvikling i  $\phi_1$ . d) Udvikling i  $\phi_2$ .

Som det fremgår, er iterationen langsom, da stepstørrelsen er relativ lav. Den mindste fejl er opnået ved iteration 5656, hvor der opnået værdierne, som er listet i tabel 6.2.

Tabel 6.2: Resultat af ikke-linear parameterestimering for ARMA(2,1)-model for Forsøg A.I

	$\operatorname{ARMA}(2,1)$
$\phi_1 \\ \phi_2$	$0,9534 \\ -0,5312$
$\theta_1$	-0,5265

Som det fremgår, har ARMA-parametrene ændret sig ifht. startgættet listet i tabel 6.1. Egenfrekvensen og dæmpningsforholdet er beregnet, som det er angivet i Appendiks I.2.1 og er listet i tabel 6.3.

**Tabel 6.3:** Systemparametre bestemt ved ikke-linear parameter<br/>estimering ved  $\operatorname{ARMA}(2,1)$ -model, Forsøg A.I

	$\hat{f}$ [Hz]	$\hat{\zeta}[\%]$
ARMA(2, 1)-model	14,66	1402

Som det fremgår, er de estimerede systemparametre ikke umiddelbart tillidsvækkende. En egenfrekvensen på knap 15 Hz er høj for sådan en konstruktion, men især dæmp ningsforholdet falder udenfor. Efter værdien listet i tabel 6.3 er konstruktionen ikke blot overkritisk dæmpet, men med en faktor 14. Bygningskonstruktioner har normalt ikke et dæmpningsforhold, der er større end 15-20 %. Konsekvensen heraf er, at de bestemte ARMAparametre er forkerte, hvilket resulterer i de høje system-parametre og forklaringen må enten være, at det bestemte minimum er et lokal minimum eller at iterationen er sprunget forbi den rigtige løsning. På figur 6.2 er step-størrelsen til hver enkelt iteration vist og som det fremgår, er der konsekvent anvendt  $\alpha = 10^{-5}$  indtil iteration i = 5656, som giver den mindste løsning i hele iterationen. Efter iteration i = 5656 er der anvendt  $\alpha = 10^{-8}$ . Da samme step-størrelse har været anvendt under iterationen til de bestemte værdier, er det ikke umiddelbart muligt, at anvende en mindre step-størrelse og dermed få et bedre resultat. Programmet havde mulighed for at anvende step-størrelser mindre end  $\alpha = 10^{-5}$ , men anvendte dem ikke, da fejlen ved disse var større.



**Figur 6.2:** Anvendte step-størrelser ved parameter-estmering af ARMA(2, 1)-model ved ikkelinear least-square metode.

# Programopbygning

I det følgende er programmerne, der er anvendt i denne rapport, beskrevet og der udført tests af programmerne for at sikre, at de ikke har en indbygget fejl, systematisk eller ikkesystematisk, og ligeledes for at sikre, at de anvendte modeller brugbare og ikke giver store afvigelser i forhold til den virkelighed de forsøger at afspejle. Programmerne er testet med et fiktivt response, generet fra en matematisk model af et frit henfald. Responset er givet ved følgende underkritiske model, hvor  $\zeta \in ]0, 1[$ :

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_0 t} \left( x_0 \cos\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0 t\right) + \frac{\dot{x}_0 + \zeta\omega_0 x_0}{\omega_0\sqrt{1-\zeta^2}}\sin\left(\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_0 t\right) \right)$$
(7.1)

Modellen i formel (7.1) afhænger af startbetingelserne  $x_0$ ,  $\dot{x}_0$  og de valgte systemparametre  $\omega_0$  og  $\zeta$ . Med modellen i formel (7.1) det muligt at variere på systemparametrene og dermed få et response svarende til et frit henfald med de pågældende systemparametre. På figur 7 er responset fra den matematiske model vist for  $\zeta = 5\%$  og  $f_d = 1Hz$ .



Figur 7.1: Matematisk model af frit henfald, hvor  $\zeta = 5 \%$  og  $f_d = 1Hz$ .

Det er relevant at undersøge de anvendte programmer for de situationer, der kan forventes for de konstruktioner, som er analyseret på. Det er ikke forventet, at dæmpningen vil overstige 20 % og vil ikke være mindre end 0 %. Ligeledes vil egenfrekvensen ikke overstige 20 Hz og vil være minde end 0 Hz. Da hverken  $\zeta = 0$  og  $f_d = 0$  er forventet, er der anvendt 0,1 som mindste værdi for begge parametre. Grænserne er naturligvis ekstreme, men sikrer, at programmer er brugbare i alle de tilfælde, der er analyseret på. For at sikre, at programmerne er brugbare ved såvel forskellige dæmpningsforhold og egenfrekvenser, er kombinationerne for de forskellige egenfrekvenser og dæmpningsforhold analyseret. Dermed er følgende egenfrekvenser [Hz] og dæmpningsforhold [%] anvendt:

$\zeta = \left[ \begin{array}{c} 0, 1 \end{array} \right]$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19]	]	7 9)
$f_d = \begin{bmatrix} 0, 1 \end{bmatrix}$	1	3	5	$\overline{7}$	9	11	13	15	17	19	] (1	.2)

I det følgende er værdier i formel (7.2) anvendt som input til formel (7.1). Til opbygning af responset er der anvendt en samplingsfrekvens på 1000 Hz.

Outputtet kan være forskelligt fra inputtet pga. modellens utilstrækkelighed til at bestemme bestemte værdier. Dermed kan eks. dæmpningsforhold gøre, at egenfrekvensen er dårligt bestemt ved bestemte frekvenser. Ligeledes kan grunden være parameteren i sig selv, eks. at egenfrekvensen er dårligt bestemt ved høje egenfrekvenser. Derfor er en af systemparameteren holdt konstant, eks.  $f_d = 3Hz$ , mens de 11 forskelle dæmpningsforhold er anvendt som input. Da der er 11 forskellige værdier for hhv. egenfrekvens og dæmpningsforhold, giver det i alt 121 forskellige kombinationer, hvilke er undersøgt i det følgende.

#### 7.1 ARMA

Til beregning af systemparametre ved de anvendte ARMA-modeller er der anvendt Mat-Lab. Programmerne er udarbejdet på baggrund af teorien beskrevet i Appendiks I og er i det følgende skematiseret for at underbygge forståelsen af de programmer og underprogrammer, der er udarbejdet i forbindelse med denne rapport. Alle programmer og datafiler der er anvendt i forbindelse med ARMA-modelleringen er vedlagt på CD-rom i mappen  $CD: \langle ARMA \rangle$ .

Programmet er opbygget omkring en *main*-fil, som det ligeledes fremgår af figur 7.1, som hedder  $\main\_ARMA.m$ . Det eneste filen gør er guide frem til det valgte forsøg. Hvert forsøg har sin egen *main*-fil, hvilket er vist som  $\main\_forsog\_X.m$  på figur 7.1, hvor X hentyder til det enkelte forsøg.



Figur 7.2: Diagram over programopbygning.

I de enkelte main-filer er der mulighed for at anvende enten en ARMA(n, n - 1)- eller en AR(n)-model, hvor n = 1 - 10. Generelt er opbygningen af programmet for de to metoder meget sammenfaldende og tager udgangspunkt i et response fra det valgte forsøg, hvoraf der er beregnet hhv. AR- og ARMA-parametre. Af disse parametre er der beregnet en cirkulær egenfrekvens, som gør det muligt at bestemme dæmpningsforholdet. Forskellen mellem de to metoder er, at ved AR-modellen er der foretaget en stabilitetsvurdering af resultaterne, da 10 forskellige AR-ordner er undersøgt. Dette er foretaget i underprogrammet  $\langle AR\_udvalg.m$ . Da der for flere af forsøgene er udført flere serier af samme delforsøg, er der beregnet en vægtet middelværdi og spredning, hvilket er foretaget på baggrund af fejlen på estimatet, som bestemt i underprogrammerne  $\langle AR\_eval.m$  og  $\langle ARMA\_eval.m$ . Da parameterestimeringen er processorkrævende er resultaterne fra de enkelte forsøg lagret i resultatfiler, som de enkelte plotfunktioner henter resultater fra.

#### **AR-program**

På figur 7.3a) er egenfrekvense for hhv. den matematiske- og AR-modellen vist. Modellerne er vist for de analyserede dæmpningsforhold og som det fremgår, er der meget stor overensstemmelse mellem den matematiske model, dvs. inputtet og AR-modellen, dvs. output. Den gennemsnitlige fejl for egenfrekvensen mellem input og output er vist på figur 7.3a), hvoraf det fremgår, at den gennemsnitlige fejl stiger, for en større en dæmpningsforhold, men fejlen er ikke stor og er umiddelbart acceptabelt. På figur 7.3b) er dæmpningsforholdet beregnet ved AR-modellerne vist for de angivede værdier i den matematiske model. Som det fremgår er der meget stor overensstemmelse mellem input og output, og den gennemsnitlige fejl er nul for *alle* analyserede dæmpningsforhold, uanset ved hvilken egenfrekvens der er analyseret. Dæmpningsforholdets størrelse er derfor underordnet, idet programmet, ved de analyserede størrelser, har bestemt den korrekte værdi.



Figur 7.3: Test af AR-program. a) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Egenfrekvens AR-model. b) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Dæmpningsforhold AR-model.

På figur 7.4a) er det vist, hvor meget egenfrekvensen i AR-modellen afviger i forhold til den matematiske model. Afvigelsen er vist som en procentuel forskel mellem input og output, dvs. matematisk og AR-model, i forhold til den matematiske model. Som det fremgår, er afvigelsen konstant for alle de undersøgte egenfrekvenser, hvormed egenfrekvensens størrelse i sig selv ikke har betydning for, hvorvidt AR-modellen afviger i forhold til det analyserede.



Figur 7.4: Test af AR-program. a) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Egenfrekvens AR-model. b) Gennemsnitlig fejl mellem input-output for egenfrekvens. c) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Dæmpningsforhold AR-model.

På figur 7.4b) er det vist, hvor meget egenfrekvensen i AR-modellen afviger i forhold til den matematiske model ved de anvendte dæmpningsforhold. Som det fremgår er afvigelsen afhængig af størrelsen på egenfrekvenserne, da store egenfrekvenser giver større afvigelser. Det bør bemærkes, at afvigelsen som funktion af dæmpningsforholdene er betydeligt mindre, end hvad der er tilfældet for afvigelsen som funktion af egenfrekvenserne, som dog er konstant for alle undersøgte egenfrekvenser.

På figur 7.5a) er det vist, hvor meget dæmpningsforholdet i AR-modellen afviger i forhold til den matematiske model ved de anvendte egenfrekvenser. Som det fremgår, er afvigelsen

meget lille, og det er kun for en egenfrekvens på 1Hz, at afvigelsen er tydelig. På figur 7.5b) er det vist, hvor meget dæmpningsforholdet i AR-modellen afviger fra den matematiske model ved de anvendte dæmpningsforhold. Som det fremgår, viser afvigelsen ikke en klar tendens, men generelt er størrelsesorden på afvigelsen meget lille. Det har derfor ikke betydning for estimatet på dæmpningsforholdet om egenfrekvensen eller dæmpningsforholdet har en bestemt størrelse, da AR-modellen giver gode resultater for alle de undersøgte parameterstørrelser.



Figur 7.5: Test af AR-program. a) Relativ afvigelse mellem dæmpningsforhold for AR- og matematisk model som funktion af egenfrekvens som input. b) Relativ afvigelse mellem dæmpningsforhold for AR- og matematisk model som funktion af dæmpningsforhold som input.

Generelt afviger AR-modellen ikke meget fra den matematiske model, hvor de største afvigelser er opnået for egenfrekvensen, hvor det er egenfrekvensen i sig selv, der giver store afvigelser ved store egenfrekvenser. Den største afvigelse er ca. 1,6 % i forhold til den matematiske model. Størrelsen af dæmpningsforholdet påvirker ikke egenfrekvensen. Afvigelsen på dæmpningsforholdet er meget lille uanset om det er dæmpningsforholdet eller egenfrekvensen som øges.

#### **ARMA-program**

På figur 7.6a) er egenfrekvense for hhv. den matematiske- og ARMA-model vist. Modellerne er vist for de analyserede dæmpningsforhold og som det fremgår, er der meget stor overensstemmelse mellem den matematiske model, dvs. inputtet og ARMA-modellen, dvs. output. På figur 7.6b) er dæmpningsforholdet beregnet ved AR-modellerne vist for de angivede værdier i den matematiske model og som det fremgår er der meget stor overensstemmelse mellem input og output.



Figur 7.6: Test af ARMA-program. a) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Egenfrekvens AR-model. b) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Dæmpningsforhold AR-model.

På figur 7.7a) er det vist, hvor meget egenfrekvensen for ARMA-modellen i gennemsnit afviger i forhold til den matematiske model, dvs. forskellen mellem ARMA-model og matematisk model, set i forhold til matematisk model. Som det fremgår er tendensen klart, at den procentuelle forskel er størst ved store egenfrekvenser. Ved små egenfrekvenser, under 5 Hz, er afvigelsen meget lille, men over 5Hz stiger afvigelsen. Det bør dog understreges, at afvigelsen er meget lille for alle de undersøgte egenfrekvenser og modellen er derfor yderst anvendelig.



Figur 7.7: Test af ARMA-program. a) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: -Egenfrekvens AR-model. b) Gennemsnitlig fejl mellem input-output for egenfrekvens.
c) Input: Dæmpningsforhold matematisk model. Output: Dæmpningsforhold AR-model.

På figur 7.7b) er det vist, hvor meget egenfrekvensen i ARMA-modellen afviger i forhold til den matematiske model ved de enkelte dæmpningsforhold. Generelt har dæmpningen ikke så stor betydning for afvigelsen som egenfrekvesen selv, men tendensen er den samme for de to betragtninger. Under ca. 5 % er afvigelsen ikke stor, men stiger over 5 % og minder derfor om figur 7.7a). Generelt er bestemmelsen af egenfrekvensen ikke afhængig af hvilke egenfrekvenser eller dæmpningsforhold, der er analyseret på, og ARMA-modellen vil give gode resultater for systemparametre, der ligger indenfor de undersøgte grænser.

På figur 7.8a) er det vist, hvor meget dæmpningsforholdet i ARMA-modellen afviger i forhold til den matematiske model som funktion af egenfrekvensen. Store egenfrekvenser betyder en større afvigelse i estimatet på dæmpningsforholdet. Sammenlignet med figur 7.7a) ses det at egenfrekvensens størrelse har en negativ betydning for det resultat som ARMA-modellen giver for såvel dæmpningsforholdet og på egenfrekvensen selv.


Figur 7.8: Test af ARMA-program. a) Relativ afvigelse mellem dæmpningsforhold for ARMAog matematisk model som funktion af egenfrekvens som input. b) Relativ afvigelse mellem dæmpningsforhold for ARMA- og matematisk model som funktion af dæmpningsforhold som input.

På figur 7.8b) er det vist, hvor meget dæmpningsforholdet bestemt ved ARMA-modellen afviger i forhold til den matematiske model. Som det fremgår er afvigelsen stort set konstant for alle de undersøgt dæmpningsforhold, hvilket indikerer, at estimatet på dæmpningsforholdet ikke er påvirket af hvilken størrelse, der er analyseret.

Generelt kan det konkluderes, at ARMA-modellen giver gode resultater ved de undersøgte størrelser og kombinationsmuligheder. Egenfrekvensen har en tendens til at være dårligere bestemt, når enten dæmpningsforholdet eller egenfrekvensen selv er for stor. Dæmpningsforholdet har en tendens til at være dårligere bestemt, hvis egenfrekvensen er høj, men dæmpningsforholdet i sig ikke påvirker resultatet, da afvigelsen stort set er konstant for alle undersøgte dæmpningsforhold. Den største procentuelle afvigelse mellem ARMA- og den matematiske model er ca. 0,5 %, hvilket er acceptabelt.

#### 7.1.1 Vurdering

Både AR- og ARMA-modellen giver gode resultater for de parameter-værdier, der er undersøgt. AR-modellen giver meget gode resultater på dæmpningsforholdet med meget små afvigelser, mens ARMA-modellen giver en noget større afvigelse på dæmpningsforholdet. Generelt giver begge modeller ca. samme afvigelse på egenfrekvensen og tendensen er at afvigelsen stiger ved større dæmpningsforhold eller egenfrekvenser. Set i forhold til AR-modellen er afvigelsen på egenfrekvensen mindre for ARMA-modellen, men ARMAmodellen har en betydelig større afvigelsen på dæmpningsforholdet. Derfor skiller ingen af de to modeller sig ud og begge modeller er umiddelbart anvendelig.

# 7 Programopbygning



## 8.1 Logaritmisk dekrement

I dette afsnit er resultater som følge af Forsøg I, behandlet ved brug af logaritmisk dekrement. Indledende er Forsøg I.0 behandlet, hvor dækelementet er tomt, hvormed dets karakteristika er bestemt. Disse er benyttet som udgangspunkt for udviklingen af systemets (dækelement og forsøgsperson(er)) dynamiske egenskaber. Efterfølgende er Forsøg I.S behandlet, hvorfra det er muligt at sammenligne om forskellen mellem en tillægsmasse,  $\Delta m$ , og en passiv forsøgsperson er eksisterende. Resultaterne fra Forsøg I.A - Forsøg I.F er efterfølgende behandlet. Resultaterne fra alle forsøg er behandlet med fremgangsmåde 1 til 4, og er præsenteret i tabeller og figurer.

#### 8.1.1 Forsøg I.0

Resultater for behandlingen af Forsøg I.0 ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.1-8.4. Resultaterne er benyttet som nul-punkter for de resterende forsøg hørende under Forsøg I.

0 1	0			
Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}\;[\%]$	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.0.før I.0.efter	$5.77 \\ 5.77$	$1,60 \\ 1,33$	$0,21 \\ 0,22$	$^{8,65}_{2,10}$

Tabel 8.1: Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.0.før og I.0.efter med vægtede mid-<br/>delværdier og spredninger.

**Tabel 8.2:** Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.0.før og I.0.efter med vægtede mid-<br/>delværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.0.før I.0.efter	$5,77 \\ 5,77$	$1,60 \\ 1,34$	$0,22 \\ 0,22$	$10,22 \\ 3,77$

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}\;[\%]$	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.0.før I.0.efter	$5,77 \\ 5,77$	$1,28 \\ 1,39$	$0,21 \\ 0,22$	$9,05 \\ 1,15$

**Tabel 8.3:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.0.før og I.0.efter med vægtede middelværdier og spredninger.

**Tabel 8.4:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.0.før og I.0.efter med vægtede middelværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3} [\%]$
I.0.før I.0.efter	$5,77 \\ 5,77$	$1,27 \\ 1,39$	$0,20 \\ 0,21$	$8,75 \\ 5,32$

Det fremgår let af ovenstående tabeller, at der er stor overensstemmelse mellem de fire fremgangsmåder og resultaterne for både frekvens og dæmpning.

#### 8.1.2 Forsøg I.S

Resultater for behandlingen af Forsøg I.S ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.5-8.8.

**Tabel 8.5:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.S.1 - I.S.4 med vægtede middelværdier ogspredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.S.1	$5,\!67$	1,39	0,24	1,01
I.S.2	$^{5,60}$	$0,\!58$	$0,\!28$	2,20
I.S.3	$5,\!54$	0,31	0,31	2,28
I.S.4	$5,\!47$	0,18	$0,\!34$	$3,\!47$

**Tabel 8.6:** Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.S.1 - I.S.4 med vægtede middelværdier ogspredninger.

Forsøg	$\widehat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.S.1	$5,\!68$	1,00	$0,\!25$	0,91
I.S.2	$5,\!60$	0,00	$0,\!29$	0,78
I.S.3	5,54	0,95	0,31	$1,\!67$
I.S.4	$5,\!47$	0,02	$0,\!36$	$5,\!88$

**Tabel 8.7:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.S.1 - I.S.4 med vægtede middelværdier ogspredninger.

Forsøg	$\widehat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.S.1	$5,\!67$	1,50	0,24	0,22
I.S.2	$5,\!60$	0,50	$0,\!28$	2,23
I.S.3	5,54	$0,\!49$	0,31	$1,\!89$
I.S.4	$5,\!47$	$0,\!48$	$0,\!35$	4,33

0				
Forsøg	$\hat{f}[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.S.1 I.S.2 I.S.3 I.S.4	5,68 5,60 5,54 5,47	$1,00 \\ 0,00 \\ 0,98 \\ 0.04$	$0,23 \\ 0,28 \\ 0,29 \\ 0,33$	2,31 1,26 6,54 5,40

**Tabel 8.8:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.S.1 - I.S.4 med vægtede middelværdier ogspredninger.

På figur 8.1 og 8.2 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.1:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.S.1-I.S.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.2:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.S.1-I.S.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.1 og 8.2 er der som forventet god afhængighed mellem resultaterne fra Forsøg I.S.1-I.S.4 samt resultaterne fra hver enkelt serie er overensstemmende. Dette er gældende for både egenfrekvens og dæmpning.

#### 8.1.3 Forsøg I.A

Resultater for behandlingen af Forsøg I.A ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.9-8.12.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}  [\%]$	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.A.1	$5,\!69$	8,45	$2,\!00$	0,12
I.A.2	$^{5,60}$	11,36	$3,\!87$	$0,\!45$
I.A.3	$5,\!52$	16,01	$5,\!36$	0,20
I.A.4	$5,\!33$	7,12	6,83	0,73

 Tabel 8.9: Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.A.1-I.A.4 med vægtede middelværdier og spredninger.

0				
Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.A.1	$5,\!69$	8,44	2,01	0,23
I.A.2	$5,\!59$	11,36	$3,\!67$	0,25
I.A.3	$5,\!53$	$16,\!01$	$5,\!33$	0,10
I.A.4	$5,\!34$	$72,\!13$	6,70	0,57

**Tabel 8.10:** Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.A.1-I.A.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

**Tabel 8.11:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.A.1-I.A.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.A.1 I.A.2	$5,68 \\ 5.59$	$^{8,42}_{11.05}$	2,02 3.86	0,13 0.36
I.A.3 I.A.4	5,52 5,33	17,82 66.80	5,37 6.75	0,19 0.46

**Tabel 8.12:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.A.1-I.A.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3} \ [\%]$
I.A.1	$5,\!69$	8,41	1,96	0,19
I.A.2	$5,\!60$	11,36	$4,\!10$	$0,\!63$
I.A.3	5,52	16,01	$5,\!29$	0,23
I.A.4	$5,\!33$	71,28	$6,\!65$	1,31

På figur 8.3 og 8.4 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.3:** Resultater for egenfrekvensen, fra Forsøg I.A.1-I.A.4  $\hat{f}$ , med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.4:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.A.1-I.A.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.3 er der overensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.A.1-I.A.4 for egenfrekvensen, hvilket også er tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.4, dog afviger fremgangsmåde 4, Forsøg I.A.4, serie 3, hvilket har medført en mere krum kurve.

## 8.1.4 Forsøg I.B

Resultater for behandlingen af Forsøg I.B ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.13-8.16.

**Tabel 8.13:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.B.1-I.B.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.B.1	$5,\!69$	2,75	2,21	0,11
I.B.2	$5,\!60$	$13,\!62$	4,41	$0,\!15$
I.B.3	$5,\!59$	20,96	$7,\!62$	0,32
I.B.4	$5,\!46$	76,44	10,71	$0,\!12$

 Tabel 8.14: Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.B.1-I.B.4 med vægtede middelværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.B.1	5,70	2,39	2,06	0,09
I.B.2	$5,\!59$	23,72	$4,\!15$	$0,\!13$
I.B.3	$5,\!56$	18,44	7,75	0,25
I.B.4	$^{5,43}$	107,01	$9,\!92$	$0,\!12$

**Tabel 8.15:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.B.1-I.B.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3} \ [\%]$
I.B.1	$5,\!69$	3,76	$2,\!20$	0,09
I.B.2	$5,\!60$	17,00	4,30	$0,\!17$
I.B.3	5,56	24,59	$7,\!42$	0,29
I.B.4	$5,\!41$	$117,\!27$	$10,\!24$	0,08

**Tabel 8.16:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.B.1-I.B.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.B.1	5,70	2,44	2,56	0,39
I.B.2	$5,\!59$	23,09	$4,\!63$	$0,\!19$
I.B.3	$5,\!57$	19,89	$^{8,93}$	0,30
I.B.4	$5,\!41$	93,79	$12,\!25$	$0,\!43$

På figur 8.5 og 8.6 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.5:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.B.1-I.B.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.6:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.B.1-I.B.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.5 er der overensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.B.1-I.B.3, hvor der for Forsøg I.B.4 er større spredning i resultaterne for serie 1-3. Dette er ikke tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.6, hvor der ses at være god overensstemmelse.

## 8.1.5 Forsøg I.C

Resultater for behandlingen af Forsøg I.C ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.17-8.20.

**Tabel 8.17:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.C.1-I.C.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.C.1	$5,\!67$	30,03	3,08	10,88
I.C.2	$^{5,51}$	27,01	5,16	49,47
I.C.3	$5,\!36$	$54,\!17$	$7,\!64$	85,74
I.C.4	$^{5,33}$	$47,\!38$	9,98	$93,\!52$

**Tabel 8.18:** Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.C.1-I.C.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\widehat{f}[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.C.1	$5,\!68$	32,21	3,00	12,85
I.C.2	$^{5,49}$	$16,\!58$	5,09	8,61
I.C.3	$^{5,33}$	20,98	$7,\!83$	$57,\!59$
I.C.4	$5,\!23$	109,92	9,91	19,56

**Tabel 8.19:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.C.1-I.C.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.C.1	$5,\!67$	29,78	3,13	13,33
I.C.2	$^{5,50}$	31,27	$5,\!10$	47,49
I.C.3	$5,\!36$	50,97	$7,\!67$	$78,\!60$
I.C.4	$5,\!27$	$136,\!27$	9,89	$79,\!14$

**Tabel 8.20:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.C.1-I.C.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.C.1	$5,\!67$	33,06	3,27	87,50
I.C.2	$^{5,49}$	$14,\!65$	$4,\!38$	$37,\!56$
I.C.3	$5,\!33$	$23,\!89$	$6,\!66$	$125,\!61$
I.C.4	$5,\!24$	97,75	$^{8,63}$	$194,\!57$

På figur 8.7 og 8.8 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.7:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.C.1-I.C.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.8:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.C.1-I.C.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3 og polynomiefit af første orden. a) Fremgangsmåde 2. b) c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.7 er der overensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.C.1-I.C.3, hvor der for Forsøg I.C.4 er større spredning i resultaterne for serie 1-3. Dette er ikke tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.8, hvor der ses at være god overensstemmelse.

## 8.1.6 Forsøg I.D

Resultater for behandlingen af Forsøg I.D ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.21-8.24.

 Tabel 8.21: Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.D.1-I.D.4 med vægtede middelværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.D.1	$5,\!69$	$7,\!89$	1,49	4,09
I.D.2	$^{5,60}$	13,94	$3,\!05$	7,67
I.D.3	$^{5,55}$	17,89	$3,\!93$	11,18
I.D.4	$5,\!42$	32,65	$6,\!12$	70,21

**Tabel 8.22:** Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.D.1-I.D.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}  [\%]$	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.D.1	$5,\!69$	5,28	$1,\!47$	0,22
I.D.2	$5,\!61$	7,73	3,02	6,38
I.D.3	$5,\!54$	9,09	$3,\!97$	21,02
I.D.4	$5,\!44$	44,39	$6,\!05$	47,39

**Tabel 8.23:** Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.D.1-I.D.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3} \ [\%]$
I.D.1	$5,\!69$	7,85	1,49	4,09
I.D.2	$5,\!61$	14,35	3,02	5,32
I.D.3	$^{5,55}$	17,51	$3,\!91$	$9,\!48$
I.D.4	$5,\!42$	30,06	$6,\!15$	67,00

**Tabel 8.24:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.D.1-I.D.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.D.1	$5,\!69$	$5,\!17$	1,56	9,78
I.D.2	$5,\!62$	7,72	3,12	30,96
I.D.3	$5,\!54$	9,92	4,13	$68,\!58$
I.D.4	$5,\!43$	48,82	$5,\!89$	77,08

På figur 8.9 og 8.10 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.9:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.D.1-I.D.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.10:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.C.1-I.C.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.9 er der god overensstemmelse, hvilket også er tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.10.

## 8.1.7 Forsøg I.E

Resultater for behandlingen af Forsøg I.E ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.25-8.28.

Tabel 8.25: Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.E.1-I.E.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.E.1	$5,\!59$	15,02	2,68	19,99
I.E.2	$^{5,49}$	$0,\!60$	$2,\!49$	29,18
I.E.3	$^{5,35}$	5,07	$^{3,22}$	22,77
I.E.4	$5,\!24$	$16,\!38$	$3,\!28$	66, 49

 Tabel 8.26: Resultater fra fremgangsmåde 2 for forsøg I.E.1-I.E.4 med vægtede middelværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.E.1	$5,\!69$	3,39	2,89	5,97
I.E.2	$^{5,49}$	6,96	$2,\!66$	28,24
I.E.3	$^{5,35}$	$6,\!56$	$3,\!46$	15,75
I.E.4	$5,\!25$	20,93	$^{3,43}$	80,75

Tabel 8.27: Resultater fra fremgangsmåde 3 for forsøg I.E.1-I.E.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.E.1	$5,\!59$	14,99	$2,\!69$	22,09
I.E.2	$5,\!49$	$0,\!58$	2,50	34,12
I.E.3	$^{5,35}$	5,77	$3,\!30$	22,57
I.E.4	$5,\!24$	$15,\!18$	$3,\!48$	67,04

**Tabel 8.28:** Resultater fra fremgangsmåde 4 for forsøg I.E.1-I.E.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.E.1	$5,\!69$	3,21	1,88	18,39
I.E.2	$^{5,49}$	$6,\!69$	$1,\!84$	25,20
I.E.3	$^{5,35}$	$6,\!35$	$2,\!48$	4,01
I.E.4	$5,\!25$	$22,\!67$	2,77	34,63

På figur 8.11 og 8.12 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.11:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.E.1-I.E.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.12:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.E.1-I.E.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.11 for egenfrekvensen er der overensstemmelse mellem resultaterne. Dette er ikke tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.12, hvor der ses at være en tendens til fluktuerende udvikling af dæmpningen.

## 8.1.8 Forsøg I.F

Resultater for behandlingen af Forsøg I.F ved fremgangsmåde 1-4 er listet i tabel 8.29-8.32.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.F.1	$5,\!69$	4,78	2,06	$3,\!63$
I.F.2	$^{5,57}$	$7,\!98$	$3,\!47$	44,32
I.F.3	$5,\!54$	$38,\!48$	$^{5,50}$	$32,\!69$
I.F.4	5,50	$35,\!92$	$7,\!32$	$17,\!36$

**Tabel 8.29:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.F.1-I.F.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

**Tabel 8.30:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.F.1-I.F.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}  [\%]$	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.F.1	5,70	13,66	1,73	4,26
I.F.2	$^{5,57}$	8,12	3,30	20,43
I.F.3	$5,\!56$	19,81	$5,\!05$	$38,\!69$
I.F.4	$5,\!44$	$5,\!31$	6,77	6,93

 Tabel 8.31: Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.F.1-I.F.4 med vægtede middelværdier og spredninger.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}  [\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-3}  [\%]$
I.F.1	$5,\!69$	4,29	2,03	3,03
I.F.2	$^{5,57}$	$^{8,85}$	$3,\!45$	40,33
I.F.3	$5,\!54$	41,13	$5,\!29$	29,41
I.F.4	$5,\!50$	36,45	7,09	$19,\!52$

**Tabel 8.32:** Resultater fra fremgangsmåde 1 for forsøg I.F.1-I.F.4 med vægtede middelværdier<br/>og spredninger.

Forsøg	$\widehat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-3}~[\%]$
I.F.1	5,70	13,75	2,56	9,71
I.F.2	$^{5,57}$	8,98	3,42	22,97
I.F.3	$^{5,55}$	23,10	$5,\!88$	35,03
I.F.4	$5,\!44$	5,34	7,31	3,08

På figur 8.13 og 8.14 er vist værdierne for de enkelte forsøgsserier sammen med de tilhørende vægtede værdier. Dette er vist for fremgangsmåde 1-4 for hhv. egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.



**Figur 8.13:** Resultater for egenfrekvensen,  $\hat{f}$ , fra Forsøg I.F.1-I.F.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3. a) Fremgangsmåde 1. b) Fremgangsmåde 2. c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.



**Figur 8.14:** Resultater for dæmpningsforholdet,  $\hat{\zeta}$ , fra Forsøg I.F.1-I.F.4 med angivelse af vægtede middelværdier samt middelværdier af serie 1-3 og polynomiefit af første orden. a) Fremgangsmåde 2. b) c) Fremgangsmåde 3. d) Fremgangsmåde 4.

Som det fremgår af figur 8.13 er der overensstemmelse mellem resultaterne fra Forsøg I.F.1-I.F.4 for egenfrekvensen, hvilket også er tilfældet for dæmpningsforholdet, figur 8.14, hvor det desuden er observeret at der er tilnærmet en lineær tilstand.

## **8.2 AR**(*n*)

I det følgende er resultaterne fra AR(n)-modellerne for Forsøg I gennemgået. Da de enkelte delforsøg indeholder flere serier, som hver især beskriver samme opstilling, er disse serier behandlet for sig. Fælles for alle delforsøg er, at der er anvendt AR(n)-modeller op til en orden på n = 50, hvilket sikrer, at en stabilitet for de enkelte forsøg er opnået. Generelt er stabiliteten nemmere at opnå ved få personer på dækelementet, da delforsøg med flere personer på etagedækket giver mange løsninger, hvormed en reel stabilitet er svær at spotte. Da stabilitetskravet kræver, at både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen er stabil og ligger indenfor de tilladelige værdier, er mange af løsningerne ikke anvendelige og er derfor sorteret fra som stabile værdier. Som det fremgå af det følgende, er der opnået stabilitet i alle forsøg, men stabiliteten er oftest afhængig af dæmpningsforholdet, som varierer kraftigt ved små modelordner, hvorefter en stabil værdi er opnået. Estimering af systemparametre for de enkelte positurer er foretaget i  $[DVD \ Prog \ AR \ arI.m]$ . For nulstilling af dækelementet er estimering af systemparametre foretaget i  $[DVD \ Prog \ AR \ arI0.m]$ . Stabilisering af de estimerede systemparametre for de enkelte positurer er foretaget i [D- $VD \ Prog \ AR \ arstabI.m$ . Stabilisering af de estimerede systemparametre for nulstilling af dækelementet er foretaget i  $[DVD \ Prog \ AR \ arstab0.m]$ .

## 8.2.1 Nulstilling

Ved nulstilling af dækelementet er der foretaget otte serier, fire før Forsøg I og fire efter. På figur 8.15a) til 8.17d) er vist resultatet fra forsøg 0.1-0.8. Generelt er egenfrekvensen hurtig stabil, ved en modelorden på ca. n = 10, hvorimod dæmpningsforholdet er langsommere til at stabiliserer sig, ved en modelorden på ca. n = 70. Middelværdierne er vist med lodrette streger i figur 8.15a) til 8.17d).



**Figur 8.15:** Stabilisering af Forsøg 0.1-0.3. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.16:** Stabilisering af Forsøg 0.4-0.6. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 4. b)  $\hat{f}$ , serie 4. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 5. d)  $\hat{f}$ , serie 5. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 6. f)  $\hat{f}$ , serie 6.



**Figur 8.17:** Stabilisering af Forsøg 0.7-0.8. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 7. b)  $\hat{f}$ , serie 7. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 8. d)  $\hat{f}$ , serie 8.

De stabiliserede middelværdier for de enkelte serier er listet i tabel 8.33. Som det fremgår, stemmer egenfrekvensen meget godt overens de enkelte serier imellem. For dæmpningsforholdet er der ligeledes meget god overensstemmelse mellem de enkelte serier, på nær serie 2, som giver et meget højt dæmpningsforhold i forhold til de øvrige serier. Som det fremgår af figur 8.15c), er dæmpningsforholdet ikke stabiliseret ordentligt, og det er ikke muligt at anvende en orden større end n = 70, da løsningen bliver ikke-singulær. Umiddelbart er resultatet for serie 2 ikke anvendeligt.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}~[\%]$
I.0.1	5,74	0, 29	0, 21	13, 65
I.0.2	5,72	0, 88	0, 61	41, 50
I.0.3	5,77	2,67	0, 19	20, 26
I.0.4	5,77	3,65	0, 19	15,96
I.0.5	5,77	3, 48	0, 20	24, 14
I.0.6	5,76	4,01	0, 19	22, 20
I.0.7	5,76	3, 62	0, 21	22,98
I.0.8	5,76	3,58	0, 21	24, 51
Nulstilling	5,76	9,13	0, 20	8,63

Tabel 8.33: Vægtet gennemsnit og spredning for AR-modellering af Forsøg 0.1-0.8.

#### 8.2.2 Forsøg I.A

Forsøg I.A indeholder 12 måleserier, tre for hver masseinddeling. I det følgende er de enkelte delforsøg, I.A1-I.A4, behandlet og en sammenfatning af Forsøg I.A er foretaget efterfølgende. På figur 8.18a) til 8.21f) er vist resultatet fra Forsøg I.A1-I.A4, herunder serie 1-3, hvor kryds angiver resultat og stabile værdier er markeret med en ring omkring krydset. Generelt er egenfrekvensen hurtig stabil, hvorimod dæmpningsforholdet er generelt mindre godt bestemt i de enkelte delforsøg og viser en større spredning mellem de enkelte resultater. Umiddelbart er dæmpningsforholdet stabil efter en modelorden på ca. n = 30. Som følge af den accepterede forskel mellem stabiliserede dæmpningsforhold, er løsningen bestemt som en middelværdi af de stabiliserede værdier for hhv. dæmpningen og egenfrekvensen, dvs. værdier, hvor både dæmpningen og egenfrekvensen har opnået en stabilisering. Middelværdierne er vist med lodrette streger i figur 8.18a) til 8.18f) og er ligeledes vist på figur 8.22a) og 8.22b) for serie 1-3 for alle delforsøg I.A1-I.A4.



**Figur 8.18:** Stabilisering af Forsøg I.A1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b) f, serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d) f, serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f) f, serie 3.



**Figur 8.19:** Stabilisering af Forsøg I.A2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.20:** Stabilisering af Forsøg I.A3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.21:** Stabilisering af Forsøg I.A4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. Bemærk ingen stabilitet. b)  $\hat{f}$ , serie 1. Bemærk ingen stabilitet. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. Bemærk ingen stabilitet. f)  $\hat{f}$ , serie 3. Bemærk ingen stabilitet.

Som det fremgår af tabel 8.34 er der stor overensstemmelse mellem estimaterne for de enkelte serier og de vægtede middelværdier stemmer derfor ligeledes meget godt overens med disse. Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.22a) og 8.22b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Som det fremgår, er der stor forskel i dæmpningsforholdet mellem de enkelte serier ved fire personer, mens for de øvrige antal af personer ligger værdierne tæt. Dette gør naturligvis, at den vægtede middelværdi ligger på et middelniveau mellem resultaterne.

Tabel 8.34: Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.A1-I.A4.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}} \ [\%]$
I.A1	5,71	1,25	2, 22	$0,25 \\ 0,98 \\ 0,16 \\ 3,64$
I.A2	5,61	4,77	3, 02	
I.A3	5,55	1,05	5, 09	
I.A4	5,39	5,93	10, 02	



Figur 8.22: Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.A1-I.A4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

## 8.2.3 Forsøg I.B

Forsøg I.B indeholder ligeledes 12 måleserier, tre for hver masseinddeling og for hver måleserie er anvendt en AR(n)-orden op til n = 50. I det følgende er de enkelte delforsøg, B1-B4, behandlet og en sammenfatning af Forsøg I.B er foretaget efterfølgende. På figur 8.23a) til 8.23f) er vist resultatet fra Forsøg I.B1, serie 1-3, hvor kryds angiver resultat. Der er udelukkende medtaget værdier fra stabiliserede områder. Figur 8.24a) til 8.24f) viser resultater fra Forsøg I.B2, serie 1 til 3, figur 8.25a) til 8.25f) viser resultater fra Forsøg I.B3 og figur 8.26a) til 8.26f) viser resultater fra Forsøg I.B4. Middelværdierne er vist på figur 8.27a) og 8.27b) for hhv. dæmpninngsforhold og egenfrekvens.



**Figur 8.23:** Stabilisering af Forsøg I.B1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.24:** Stabilisering af Forsøg I.B2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.25:** Stabilisering af Forsøg I.B3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.26:** Stabilisering af Forsøg I.B4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Som det fremgår af figur 8.23a) til 8.26f) er egenfrekvensen hurtig stabil for alle Forsøg. Der er opnået stabilitet af dæmpningsforholdet i alle forsøg, hvor tendensen er en stabilitet efter en modelorden på ca. n = 30. De beregnede estimater på egenfrekvensen viser stor overensstemmelse mellem de enkelte serier i de tilhørende forsøg og resultatet må antages at være tillidsvækkende. Anderledes forholder det sig med dæmpningsforholdet, som viser stor forskel mellem de enkelte estimater i de tilhørende forsøg, pånær I.B3, som ligger meget tæt for de tre serier.

Tabel 8.35: Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.B1-I.B4.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}} \ [\%]$
I.B1	5,70	3, 32	1,84	0,70
I.B2	5,60	4,75	2,77	0,98
I.B3	5,60	1,04	6, 36	0, 10
I.B4	5,44	1,62	6, 14	2,02

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser for de enkelte

serier samt de vægtede middelværdier for de tre serier er vist på figur 8.27a) og 8.27b) for delforsøg I.B1-I.B4. For tre personer er dæmpningsforholdet meget godt bestemt, mens der for de øvrige antal af personer er en større forskel mellem resultaterne.



**Figur 8.27:** Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.B1-I.B4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.C

På figur 8.28a) til 8.28f) er vist resultatet fra Forsøg I.C1, serie 1-3, efter samme princip som tidligere. Figur 8.29a) til 8.29f) viser resultatet fra Forsøg I.C2, figur 8.30a) til 8.30f) fra I.C3 og figur 8.31a) til 8.31f) fra I.C4. Middelværdierne er vist med lodrette streger og værdierne er listet i tabel 8.36 for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egen-frekvensen. Ligeledes er spredningen beregnet for den givne middelværdi, hvilket ligeledes er listet i tabel 8.36.



**Figur 8.28:** Stabilisering af Forsøg I.C1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.29:** Stabilisering af Forsøg I.C2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.30:** Stabilisering af Forsøg I.C3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.31:** Stabilisering af Forsøg I.C4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Som det fremgår af figur 8.28a) til 8.31f) har alle Forsøg opnået stabilitet ved en ARorden større end ca. n = 30. Generelt er stemmer resultaterne fra de enkelte serier overens med hinanden, hvormed resultaterne i tabel 8.36 er meget tillidsvækkende. Dette er også betydende for at spredningen på de enkelte resultater er lille.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\xi}}} ~ [\%]$
I.C1 I.C2	$5, 69 \\ 5, 58$	$5,34 \\ 4,10$	$2,43 \\ 4,20$	$0,83 \\ 0,81$
I.C3 I.C4	$5,51 \\ 5,49$	$\begin{array}{c} 0,19\\ 4,53 \end{array}$	$7,01 \\ 8,01$	$\begin{array}{c} 0,52\\ 1,13 \end{array}$

Tabel 8.36: Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.C1-I.C4.

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser samt de vægtede middelværdier for de tre serier er vist på figur 8.32a) og 8.32b) for delforsøg I.C1-I.C4. Figurerne viser tydeligt, at resultaterne fra de enkelte serier stemmer meget godt overens.



Figur 8.32: Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.C1-I.C4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.D

På figur 8.33a) til 8.33f) er vist resultatet fra Forsøg I.D1, serie 1-3, efter samme princip som tidligere. Figur 8.34a) til 8.34f) viser resultat for Forsøg I.D2, figur 8.35a) til 8.35f) for Forsøg I.D3 og figur 8.36a) til 8.36f) for Forsøg I.D4. Middelværdierne er vist med en lodret streg i figur 8.33a) til 8.33f) og er ligeledes vist på figur 8.37a) og 8.37b) for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.33:** Stabilisering af Forsøg I.D1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.34:** Stabilisering af Forsøg I.D2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.35:** Stabilisering af Forsøg I.D3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.36:** Stabilisering af Forsøg I.D4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Som det fremgår af figur 8.33a) til 8.36f) har alle Forsøg opnået stabilitet og egenfrekvensen er hurtigt stabil, hvorfor den overordnede stabilitet er givet ved dæmpningsforholdet.

Tabel 8.37: Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.D1-I.D4.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]
I.D1 I.D2 I.D3 I.D4	5,70 5,63 5,57 5,46	$egin{array}{c} 0,57\ 1,13\ 1,16\ 2,28 \end{array}$	1,62 3,09 3,96 4,76	$egin{array}{c} 0,04 \ 0,19 \ 0,21 \ 0,62 \end{array}$

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser for de enkelte serier samt de vægtede middelværdier for de tre serier er vist på figur 8.37a) og 8.37b) for delforsøg I.D1-I.D4. Som det fremgår, er der meget god overensstemmelse mellem de tre serier for de enkelte personantal, hvilket betyder, at de vægtede middelværdier ligger meget tæt på resultaterne fra de enkelte serier.



**Figur 8.37:** Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.D1-I.D4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.E

På figur 8.38a) til 8.38f) er vist resultatet fra Forsøg I.E1, serie 1-3, efter samme princip som tidligere. Figur 8.39a) til 8.39f) viser resultat fra Forsøg I.E2, figur 8.40a) til 8.40f) viser for I.E3 og figur 8.41a) til 8.41f) viser for I.E4. Middelværdierne er vist med en lodret streg i figur 8.38a) til 8.38f) og er vist på figur 8.42a) og 8.42b) for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.38:** Stabilisering af Forsøg I.E1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.39:** Stabilisering af Forsøg I.E2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.


**Figur 8.40:** Stabilisering af Forsøg I.E3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.41:** Stabilisering af Forsøg I.E4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Som det fremgår af figur 8.38a) til 8.41f) har alle serier opnået stabilitet. Som det fremgår af figur 8.39a) til 8.39f) giver Forsøg I.E2 en lavere dæmpningsforhold end for I.E1, hvilket ikke burde være tilfældet, da der sidder to person ved Forsøg I.E2 og kun en ved I.E1. De beregnede estimater på egenfrekvensen viser stor overensstemmelse mellem de enkelte serier under de pågældende Forsøg. Der er stor forskel i dæmpningsforholdet for Forsøg I.E3, hvor serie 3 skiller sig ud med en lav værdi.

**Tabel 8.38:** Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.E1-I.E4.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]	
I.E1 I.E2 I.E3 I.E4	5, 64 5, 51 5, 40 5, 27	2,31 1,63 2,86 1,12	2,742,613,944,23	$egin{array}{c} 0, 30 \ 0, 58 \ 0, 67 \ 1, 72 \end{array}$	

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser for de enkelte serier samt de vægtede middelværdier for de tre serier er vist på figur 8.42a) og 8.42b) for delforsøg I.E1-I.E4. Figur 8.46a) viser tydeligt, at der er en uoverensstemmelse i dæmpningsforholdet mellem de enkelte serier, især for højere personantal. For fire personer er forskellen i dæmpningsforholdet mellem de enkelte serier meget stor, og resultatet er ikke videre tillidsvækkende.



**Figur 8.42:** Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.E1-I.E4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

## Forsøg I.F

På figur 8.43a) til 8.43f) er vist resultatet fra Forsøg I.F1, serie 1-3, efter samme princip som tidligere. Figur 8.44a) til 8.44f) viser resultatet fra Forsøg I.F2, figur 8.45a) til 8.45f) viser fra I.F3 og figur 8.46a) til 8.46f) fra I.F4. Middelværdierne er vist med lodrette streger og er vist på figur 8.47a) og 8.47b) for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.43:** Stabilisering af Forsøg I.F1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.44:** Stabilisering af Forsøg I.F2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.45:** Stabilisering af Forsøg I.F3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.46:** Stabilisering af Forsøg I.F4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Figur 8.43a) til 8.46f) viser, at alle serier har opnået stabilitet. Igen er stabiliteten begrænset af dæmpningsforholdet, da egenfrekvensen er hurtig stabil. Egenfrekvensen i de enkelte Forsøg viser stor overensstemmelse og er meget godt bestemt. Tendensen for dæmpningsforholdet virker palusibel, men er præget af en vis usikkerhed mellem de enkelte estimater. Især for I.F3, hvor der er uoverensstemmelse mellem de enkelte serier.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\xi}}} \ [\%]$
I.F1	5,70	3,61	1,71	0,28
I.F I.F3	5,55 5,54	$2,20 \\ 2,94$	$2,53 \\ 4,08$	$0,74 \\ 1,15$
I.F4	5, 49	3, 18	6, 15	0, 14

**Tabel 8.39:** Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.F1-I.F4.

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser samt den vægtede middelværdi for de tre serier er vist på figur 8.47a) og 8.47b) for delforsøg I.F1-I.F4. Figur 8.47a) viser tydeligt, at især for 2 og 3 personer er en uoverensstemmelse i dæmpningsforholdet mellem de tre serier.



**Figur 8.47:** Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.F1-I.F4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.S

På figur 8.48a) til 8.48d) er vist resultatet fra Forsøg I.S1, serie 1-2, efter samme princip som tidligere. Resultatet fra Forsøg I.S2, serie 1-2, er vist på figur 8.49a) til 8.49d), fra Forsøg I.S3, serie 1-2, er vist på figur 8.50a) til 8.50d) og fra Forsøg I.S4, serie 1-2, er vist på figur 8.51a) til 8.51d). Middelværdierne er vist med lodrette streger og er vist på figur 8.52a) og 8.52b) for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.48:** Stabilisering af Forsøg I.S1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.49:** Stabilisering af Forsøg I.S2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.50:** Stabilisering af Forsøg I.S3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.51:** Stabilisering af Forsøg I.S4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Som det fremgår af figur 8.48a) til 8.51d) er der stor stabilitet for alle Forsøg, hvor dæmpningsforholdet er hurtig stabil og dæmpningsforholdet er stabil efter en modelorden på ca. n = 30. Middelværdierne er vist med en lodrette streger og værdierne er listet i tabel 8.40 for de enkelte serier for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Ligeledes er spredningen beregnet for den givne middelværdi, hvilket ligeledes er listet i tabel 8.40.

**Tabel 8.40:** Vægtet gennemsnit og spredning for AR(n)-modellering af Forsøg I.S1-I.S4.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]
I.S1 I.S2 I.S3 I.S4	$5,68 \\ 5,60 \\ 5,54 \\ 5,47$	$3, 61 \\ 2, 20 \\ 2, 94 \\ 3, 18$	$0, 29 \\ 0, 34 \\ 0, 39 \\ 0, 44$	$0, 50 \\ 0, 52 \\ 0, 36 \\ 0, 98$

Middelværdien af de stabiliserede dæmpningsforhold og egenfrekvenser samt de vægtede middelværdier for de tre serier er vist på figur 8.52a) og 8.52b) for delforsøg I.S1-I.S4. Figurerne viser tydeligt, at der er stor overensstemmelse mellem de tre serier for såvel dæmpningsforhold og egenfrekvens.



Figur 8.52: Resultat af AR(n)-modellering, Forsøg I.S1-I.S4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-2. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

# 8.3 ARMA

Der er foruden AR(n)-modellerne anvendt en ARMA(2, 1)-model på de enkelte forsøg. Modellen er begrænset til en denne ene model, men som det fremgår af det følgende, er denne model tilstrækkeligt og giver gode resultater. ARMA-parametrene,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  og  $\theta_1$ , er bestemt som beskrevet i Appendiks I.2.1 ved en ikke-liniær least square metode, hvor den mindste fejl på parametergættet er bestemt. Umiddelbart har det ikke været muligt, at bestemme en stabil værdi for parametrene ved den ikke liniære least square metode, da iterationen stopper ved et lokal minimum på fejlen, hvilket nødvendigvis ikke er den rigtige. ARMA-parametrene er bestemt ved MATLAB-funktionen armax, som ligger i tilbehørspakken System Identification Toolbox. I det følgende er resultaterne fra de enkelte forsøg behandlet. Resultaterne er beregnet som et vægtet gennemsnit som angivet i formel (6.1). Fejlkoefficienten er i dette tilfælde fejlen på ARMA-estimatet, som er beregnet ved summen af kvadraterne på forskellen mellem middelværdien og fluktuationerne. Resultaterne er beregnet som et vægtet gennemsnit, beskrevet i Appendiks (L). Spredningen er ligeledes beregnet med vægtningsfaktorer ved anvendelse af formel (I.33). Estimering af systemparametre for de enkelte positurer er foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armaI.m]$ . For nulstilling af dækelementet er estimering af systemparametre foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armaI0.m]$ . Stabilisering af de estimerede systemparametre for de enkelte positurer er foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armastabI.m]$ . Stabilisering af de estimerede systemparametre for nulstilling af dækelementet er foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armastab0.m]$ .

# 8.3.1 Nulstilling

På figur 8.53a) til 8.55d) er vist resultatet fra forsøg 0.1-0.8 ved ARMA-modellering. Generelt er egenfrekvensen hurtig stabil, ved en modelorden på ca. n = 3, hvorimod dæmpningsforholdet er langsommere til at stabiliserer sig - ved en modelorden på ca. n = 6. Middelværdierne er vist med lodrette streger i figur 8.53a) til 8.55d).



**Figur 8.53:** Stabilisering af Forsøg 0.1-0.3. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.54:** Stabilisering af Forsøg 0.4-0.6. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 4. b)  $\hat{f}$ , serie 4. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 5. d)  $\hat{f}$ , serie 5. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 6. f)  $\hat{f}$ , serie 6.



**Figur 8.55:** Stabilisering af Forsøg 0.1-0.3. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 7. b)  $\hat{f}$ , serie 7. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 8. d)  $\hat{f}$ , serie 8.

De stabiliserede middelværdier for de enkelte serier er listet i tabel 8.41. Som det fremgår, stemmer egenfrekvensen meget godt overens de enkelte serier imellem. For dæmpningsforholdet er der ligeledes meget god overensstemmelse mellem de enkelte serier, på nær serie 1 og 2, som giver dæmpningsforhold som er større i forhold til de øvrige serier. Som det fremgår af figur 8.53c) ligger løsningerne af dæmpningsforholdet for serie 2 meget spredte, hvilket dermed også resulterer i den store spredning. For serie 1 ligger løsningerne af dæmpningsforholdet meget tæt og resultatværdien bør være anvendelig. Den vægtede gennemsnit for dæmpningensforholdet og egenfrekvensen er beregnet ud fra spredningerne på de enkelte serier. Da serie 2 ligger langt fra de øvrige serier, er denne ikke medtaget i den vægtede middelværdi.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]
I.0.1	5,76	0, 66	0, 32	11, 26
I.0.2	5,76	19,04	0,72	19, 22
I.0.3	5,77	1, 10	0, 19	10, 48
I.0.4	5,77	1,48	0, 19	17,74
I.0.5	5,77	0, 80	0, 16	9,98
I.0.6	5,77	1,63	0, 22	18, 34
I.0.7	5,77	0, 41	0, 18	5,35
I.0.8	5,77	1,03	0, 20	14,90
Nulstilling	5,77	4,00	0, 21	50,90

Tabel 8.41: Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA-modellering af Forsøg 0.1-0.8.

# Forsøg I.A

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(n, n - 1)-modellen er listet i tabel 8.42 for de enkelte delforsøg I.A1-I.A4. Stabilisering af de enkelte serier er vist på figur 8.56a) til 8.59f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Som det fremgår, har det for enkelte serier været nødvendig med en modelorden op til n = 50 for at sikre stabilitet af løsningerne, men generelt er der anvendt en modelorden op til n = 30 og n = 20 for I.A1, dvs. med en person på dækelementet.



**Figur 8.56:** Stabilisering af Forsøg I.A1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.57:** Stabilisering af Forsøg I.A2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.58:** Stabilisering af Forsøg I.A3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.59:** Stabilisering af Forsøg I.A4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]
I.A1	5,71	0.62	2,08	$10,91 \\ 41,01 \\ 10,49 \\ 79,73$
I.A2	5,61	30, 79	3,28	
I.A3	5,61	14, 00	6,61	
I.A4	5,49	52, 99	7,81	

**Tabel 8.42:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg I.A1-I.A4 med vægtet gennemsnit<br/>og spredning

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.60a) og 8.60b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier for delforsøg I.A1, I.A2 og I.A3, mens der er en uoverensstemmelse i estimaterne for dæmpningsforholdet mellem serierne for I.A4.



Figur 8.60: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.A1-I.A4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

# Forsøg I.B

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(n, n-1)-modellen er listet i tabel 8.43 for de enkelte delforsøg I.B1-I.B4. Stabiliteten for de enkelte serier er vist på figur 8.61a) til 8.64f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Generelt er der anvendt en modelorden op til n = 30 for de fleste serier, mens det for enkelte serier har været nødvendigt at anvende en modelorden op til n = 45 for at sikre stabilitet.



**Figur 8.61:** Stabilisering af Forsøg I.B1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.62:** Stabilisering af Forsøg I.B2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.63:** Stabilisering af Forsøg I.B3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.64:** Stabilisering af Forsøg I.B4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

**Tabel 8.43:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg I.B1-I.B4 med vægtet gennemsnit og spredning

Forsøg	$\hat{f}~[Hz]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}~[\%]$
I.B1 I.B2 I.B3 I.B4	$5,71 \\ 5,61 \\ 5,61 \\ 5,49$	9,87 24,39 13,20 54,26	2,01 3,26 5,01 8,68	$1,74 \\ 2,15 \\ 2,17 \\ 24,80$

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.65a) og 8.65b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier for delforsøg I.B1, I.B2 og I.B3, mens der er en uoverensstemmelse i estimaterne for såvel dæmpningsforholdet og egenfrekvensen mellem serierne for I.B4.



Figur 8.65: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.B1-I.B4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.C

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(n, n - 1)-modellen er listet i tabel 8.44 for de enkelte delforsøg I.C1-I.C4. Stabiliteten for de enkelte serier er vist på figur 8.66a) til

8.69f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er anvendt en modelorden op til n = 30 for alle serier, pånær delforsøg I.C1, hvor der er anvendt op til n = 20.



**Figur 8.66:** Stabilisering af Forsøg I.C1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.67:** Stabilisering af Forsøg I.C2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.68:** Stabilisering af Forsøg I.C3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.69:** Stabilisering af Forsøg I.C4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

**Tabel 8.44:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg I.C1-I.C4 med vægtet gennemsnit og spredning

Forsøg	$\hat{f}~[Hz]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}~[\%]$
I.C1	5,71	9,87	2,01	$1,74 \\ 2,15 \\ 2,17 \\ 24,80$
I.C2	5,62	24,39	3,26	
I.C3	5,55	13,20	5,01	
I.C4	5,39	54,26	8,68	

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.70a) og 8.70b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier for delforsøg I.C1, I.C2 og I.C3, mens der er en uoverensstemmelse i estimaterne for såvel dæmpningsforholdet og egenfrekvensen mellem serierne for I.C4.



Figur 8.70: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.C1-I.C4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.D

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(2,1)-modellen er listet i tabel 8.45 for de enkelte delforsøg I.D1-I.D4. Stabiliteten for de enkelte serier er vist på figur 8.71a) til

8.74f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er anvendt en modelorden op til n = 30 for alle delforsøg, pånær I.D1, hvor der er anvendt op til n = 20.



**Figur 8.71:** Stabilisering af Forsøg I.D1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.72:** Stabilisering af Forsøg I.D2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.73:** Stabilisering af Forsøg I.D3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.74:** Stabilisering af Forsøg I.D4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}~[\%]$
I.D1	5,70	1,84	1,47	1,84
I.D2	5,63	7,85	2,85	7,85
I.D3	5, 57	13, 52	3,75	13, 52
I.D4	5, 49	20, 18	5,21	20, 18

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.75a) og 8.75b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier.



Figur 8.75: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg D1-D4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.E

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(2, 1)-modellen er listet i tabel 8.46 for de enkelte delforsøg I.E1-I.E4. Stabiliteten for de enkelte serier er vist på figur 8.76a) til 8.79f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er anvendt en modelorden op til n = 30 for alle delforsøg, pånær I.E1, hvor der er anvendt op til n = 20.



**Figur 8.76:** Stabilisering af Forsøg I.E1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.77:** Stabilisering af Forsøg I.E2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.78:** Stabilisering af Forsøg I.E3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.79:** Stabilisering af Forsøg I.E4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

**Tabel 8.46:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg I.E1-I.E4 med vægtet gennemsnit og spredning

Forsøg	$\hat{f}~[Hz]$	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}~[\%]$
I.E1 I.E2 I.E3 I.E4	5, 64 5, 52 5, 39 5, 28	$13,78 \\ 9,78 \\ 13,57 \\ 13,08$	2,71 2,97 4,43 4,58	$0, 61 \\ 3, 15 \\ 5, 56 \\ 13, 29$

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.70a) og 8.70b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier for delforsøg I.E1, I.E2, mens der er en uoverensstemmelse i estimaterne for dæmpningsforholdet mellem serierne for I.E3 og I.E4.



Figur 8.80: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.E1-I.E4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

#### Forsøg I.F

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(n, n - 1)-modellen er listet i tabel 8.47 for de enkelte delforsøg I.F1-I.F4. Stabiliteten for de enkelte serier er vist på figur 8.81a) til

8.84f) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen. Der er anvendt en modelorden op til n = 30 for alle delforsøg, pånær I.F1, hvor der er anvendt op til n = 20.



**Figur 8.81:** Stabilisering af Forsøg I.F1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.82:** Stabilisering af Forsøg I.F2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.83:** Stabilisering af Forsøg I.F3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.84:** Stabilisering af Forsøg I.F4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.

**Tabel 8.47:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg I.F1-I.F4 med vægtet gennemsnit og spredning

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}}$ [%]
I.F1 I.F2 I.F3 I.F4	5,71 5,60 5,58 5,49	$3, 32 \\ 12, 44 \\ 5, 05 \\ 10, 01$	$ \begin{array}{c} 1,76\\ 3,25\\ 4,91\\ 6,32 \end{array} $	5,18 16,60 24,73 14,92

Resultaterne fra de enkelte serier er vist på figur 8.85a) og 8.85b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen, hvoraf det fremgår, at der er stor overensstemmelse mellem de enkelte serier.



Figur 8.85: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.F1-I.F4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-3. a) Dæmpningsforhold. b) Egenfrekvens.

# Forsøg I.S

Resultatet af databehandlingen ved ARMA(2, 1)-modellen er listet i tabel 8.48 for de enkelte delforsøg I.S1-I.S4. Værdierne for de enkelte serier er vist på figur 8.90a) og 8.90b) for hhv. dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.



**Figur 8.86:** Stabilisering af Forsøg I.F1. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.87:** Stabilisering af Forsøg I.F2. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.88:** Stabilisering af Forsøg I.F3. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



**Figur 8.89:** Stabilisering af Forsøg I.F4. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , serie 1. b)  $\hat{f}$ , serie 1. c)  $\hat{\zeta}$ , serie 2. d)  $\hat{f}$ , serie 2. e)  $\hat{\zeta}$ , serie 3. f)  $\hat{f}$ , serie 3.



Figur 8.90: Resultat af ARMA-modellering, Forsøg I.S1-I.S4, med angivelse af vægtet middelværdi af serie 1-2. a) Dæmpningsforhold, polynomiefit er af anden orden b) Egenfrekvens, polynomiefit er af anden orden

Der er en meget god sammenhæng mellem estimaterne for såvel dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.

**Tabel 8.48:** Resultat fra ARMA(2, 1)-modellering af Forsøg I.S1-I.S4 med vægtet gennemsnit og spredning

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[\text{Hz}]$	$\hat{\hat{\zeta}}$ [%]	$\sigma_{\hat{\hat{\zeta}}} \; [\%]$	
I.S1 I.S2 I.S3 I.S4	$5, 68 \\ 5, 60 \\ 5, 54 \\ 5, 47$	$egin{array}{c} 8,45 \ 4,30 \ 16,70 \ 4,57 \end{array}$	$egin{array}{c} 0,52 \ 0,76 \ 0,77 \ 0,62 \end{array}$	5, 69 10, 59 14, 06 12, 04	



# 9.1 Logaritmisk dekrement

I dette afsnit er resultater som følge af Forsøg II, behandlet ved brug af logaritmisk dekrement. Måleresultaterne fra hvert delforsøg er behandlet ved brug af fremgangsmåde 3, beskrevet i Rapporten, afsnit 5.1. Forsøg II er som beskrevet en detailundersøgelse af position C behandlet i Forsøg I, afsnit 8, hvilket betyder, at der er gået mere i dybden med estimering af egenfrekvens og dæmpning ud fra det frie henfald. I kapitel 5 blev det tydeliggjort, at der i begyndelsen af henfaldene er en fluktuerende indvirkning samt det er muligt, at systemet personen eller personerne på dækelementet udgør, besidder en egenfrekvens nær dækelementets egenfrekvens, hvilket evt. har medført indvirkning på henfaldet. Det er derfor valgt, at opstille stabiliseringsdiagrammer der indikerer hvornår der et tale om et frit henfald uden anden indflydelse. Dette har medført, at der er set bort fra  $n_{skip}$  amplituder i starten af henfaldet. Yderligere er der som ved Forsøg I set bort fra halen af henfaldet, og det når amplituderne når en minimalværdi,  $A_{min}$  svarende til en forudbestemt procentdel,  $n_{pct}$  af af den maksimale amplitude,  $A_{max}$ , i henfaldet.

Som det vil fremgå af det følgende, er alle de frie henfald fra forsøgene gengivet for at illustrere hvor god estimeringen af frekvens og dæmpning er på baggrund af antagelsen omkring et perfekt frit henfald.

Der er i det følgende ligeledes angivet resultater for de estimerede parametre for både accelerations- og flytningsdata. Det er foretaget således, at først er resultaterne for accelerationsdataene angivet efterfulgt af resultaterne fra flytningsdataene. Dette vil ydermere fremgå af de viste tabeller og figurer.

# 9.1.1 1 person

Henfald for 1 person på dækelementet samt stabiliseringsdiagrammer er vist på figur 9.1 og dette for personopstilling II.A.

- $n_{pct} = 10\%$
- $n_{skip} = 6$



Figur 9.1: Henfaldskurver med fittede logaritmiske kurver og stabiliseringsdiagrammer for Forsøg II.A. a) Frit henfald, acceleration. b) Stabilisering af henfald, acceleration. c) Frit henfald, flytning. d) Stabilisering af henfald, flytning.

Som det fremgår af figur 9.1 er det gældende, at de første ca. 5 amplituder er afvigende, hvorfor der som angivet er set bort fra disse. Samtidig er det vist hvilken indflydelse, det har på antallet af benyttede amplituder, som størrelsesordenen af  $n_{pct}$  har. Resultater for behandlingen af Forsøg II.A - II.E ved fremgangsmåde 3 er listet i tabel 9.1 og 9.2.

**Tabel 9.1:** Resultater fra Forsøg II.A - II.E, baseret på accelerationsdata, med vægtede mid-<br/>delværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for<br/>stabilisering.

-						
Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.A	5,72	0,00	1,51	0,00	18	0,997
II.B	5,71	0,00	2,07	0,00	12	0,998
II.C	$5,\!69$	0,00	1,55	0,00	17	0,999
II.D	$^{5,69}$	0,00	$1,\!64$	0,00	16	0,998
II.E	5,73	0,00	$2,\!15$	$0,\!00$	10	0,997

**Tabel 9.2:** Resultater fra Forsøg II.A - II.E, baseret på flytningsdata, med vægtede middelværdier<br/>og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.A	5,72	0,00	1,51	0,00	18	0,997
II.B	5,71	0,00	2,07	0,00	12	0,998
II.C	$^{5,69}$	0,00	1,55	0,00	17	0,999
II.D	$^{5,69}$	0,00	$1,\!64$	0,00	16	0,998
II.E	5,73	$0,\!00$	$2,\!15$	0,00	10	0,997

Det er angivet i tabel 9.1, at spredningerne for frekvens og dæmpning er lig 0,00, hvilket kommer sig af at værdierne af disse er i størrelsesordenen  $10^{-15}$ , altså tilnærmelsesvis lig nul.

# 9.1.2 2 personer

Henfald for 2 personer på dækelementet samt stabiliseringsdiagrammer er vist på figur 9.2 og dette for personopstilling II.AB.

- $n_{pct} = 8\%$
- $n_{skip} = 3$



Figur 9.2: Henfaldskurver med fittede logaritmiske kurver og stabiliseringsdiagrammer for Forsøg II.AB. a) Frit henfald, acceleration. b) Stabilisering af henfald, acceleration. c) Frit henfald, flytning. d) Stabilisering af henfald, flytning.

Resultater for behandlingen af Forsøg II.AB - II.DE ved fremgangsmåde 3 er listet i tabel 9.3 og 9.4.

**Tabel 9.3:** Resultater fra Forsøg II.AB - II.DE, baseret på accelerationsdata, med vægtede mid-<br/>delværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for<br/>stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{-}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}$ [-]	n [-]	R
II.AB	5,70	0,00	$3,\!07$	0,00	10	0,998
II.BC	$^{5,65}$	$0,\!00$	$3,\!28$	$0,\!00$	9	0,999
II.CD	$5,\!66$	$0,\!00$	$3,\!69$	0,00	8	0,997
II.DE	$5,\!65$	$0,\!00$	$4,\!13$	$0,\!00$	7	0,998

**Tabel 9.4:** Resultater fra Forsøg II.AB - II.DE, baseret på flytningsdata, med vægtede middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.AB	5,70	0,00	3,07	0,00	10	0,998
II.BC	$^{5,65}$	0,00	$3,\!28$	0,00	9	0,999
II.CD	$^{5,66}$	0,00	$3,\!69$	0,00	8	0,997
II.DE	$5,\!65$	0,00	$4,\!13$	$0,\!00$	7	0,998

# 9.1.3 3 personer

Henfald for 3 personer på dækelementet samt stabiliseringsdiagrammer er vist på figur 9.3 og dette for personopstilling II.ABC.

•  $n_{pct} = 6\%$ 

•  $n_{skip} = 2$ 



Figur 9.3: Henfaldskurver med fittede logaritmiske kurver og stabiliseringsdiagrammer for Forsøg II.ABC. a) Frit henfald, acceleration. b) Stabilisering af henfald, acceleration. c) Frit henfald, flytning. d) Stabilisering af henfald, flytning.

Resultater for behandlingen af Forsøg II. ABC - II.<br/>CDE ved fremgangsmåde3er listet i tabel 9.5 og 9.6.

**Tabel 9.5:** Resultater fra Forsøg II.ABC - II.CDE, baseret på accelerationsdata, med vægtede<br/>middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R,<br/>for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.ABC	5,54	0,00	4,95	0,00	7	0,999
II.BCD	5,56	0,00	$5,\!18$	$0,\!00$	6	0,999
II.CDE	$5,\!55$	0,00	$6,\!67$	0,00	5	0,997

**Tabel 9.6:** Resultater fra Forsøg II.ABC - II.CDE, baseret på flytningsdata, med vægtede mid-<br/>delværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for<br/>stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\;[\%]$	n [-]	R
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,54 \\ 5,56 \\ 5,55$	$0,00 \\ 0,00 \\ 0,00$	$4,95 \\ 5,18 \\ 6,67$	$0,00 \\ 0,00 \\ 0,00$	7 6 5	$0,999 \\ 0,999 \\ 0,997$

# 9.1.4 4 personer

Henfald for 4 personer på dækelementet samt stabiliseringsdiagrammer er vist på figur 9.4 og dette for personopstilling II.ABCD.

- $n_{pct} = 4\%$
- $n_{skip} = 2$



Figur 9.4: Henfaldskurver med fittede logaritmiske kurver og stabiliseringsdiagrammer for Forsøg II.ABCD. a) Frit henfald, acceleration. b) Stabilisering af henfald, acceleration. c) Frit henfald, flytning. d) Stabilisering af henfald, flytning.

Resultater for behandlingen af Forsøg II.ABCD - II.BCDE ved fremgangsmåde 3 er listet i tabel 9.7 og 9.8.

**Tabel 9.7:** Resultater fra Forsøg II.ABCD - II.BCDE, baseret på accelerationsdata, med vægtede<br/>middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R,<br/>for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.ABCD II.BCDE	$5,\!54 \\ 5,\!53$	$0,00 \\ 0,00$	$^{6,14}_{7,52}$	$0,00 \\ 0,00$	$5\\4$	$0,999 \\ 0,999$

**Tabel 9.8:** Resultater fra Forsøg II.ABCD - II.BCDE, baseret på flytningsdata, med vægtede<br/>middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R,<br/>for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.ABCD	$5,\!54$	0,00	$6,\!14$	0,00	5	0,999
II.BCDE	$5,\!53$	0,00	7,52	0,00	4	0,999

# 9.1.5 5 personer

Henfald for 5 personer på dækelementet samt stabiliseringsdiagrammer er vist på figur 9.5 og dette for personopstilling II.ABCDE.

- $n_{pct} = 2\%$
- $n_{skip} = 1$



Figur 9.5: Henfaldskurver med fittede logaritmiske kurver og stabiliseringsdiagrammer for Forsøg II.ABCD. a) Frit henfald, acceleration. b) Stabilisering af henfald, acceleration. c) Frit henfald, flytning. d) Stabilisering af henfald, flytning.

Resultater for behandlingen af Forsøg II. ABCDE - II.<br/>BCDEA ved fremgangsmåde3er listet i tabel 9.9 og 9.10.

**Tabel 9.9:** Resultater fra Forsøg II.ABCDE - II.BCDEA, baseret på accelerationssdata, med vægtede middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R, for stabilisering.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$	n [-]	R
II.ABCDE II.BCDEA	$5,34 \\ 5,41$	$0,00 \\ 0,00$	$10,48 \\ 11,33$	$0,00 \\ 0,00$	3 3	$0,999 \\ 0,999$

**Tabel 9.10:** Resultater fra Forsøg II.ABCDE - II.BCDEA, baseret på flytningsdata, med vægtede<br/>middelværdier og spredninger samt amplitudeantal, n, og regressionskoefficienter, R,<br/>for stabilisering.

Forsøg	$\widehat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}}\;[\mathrm{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\;[\%]$	n [-]	R
II.ABCDE II.BCDEA	$5,34 \\ 5,41$	$0,00 \\ 0,00$	$10,\!48$ 11,33	$0,00 \\ 0,00$	3 3	$0,999 \\ 0,999$

# 9.2 ARV(n)

Som sammenligningsgrundlag er der for forsøg II estimeret systemparametre for hhv. flytnings- og accelerationsrespons. Estimering af systemparametrene er foretaget i  $[D-VD \ Prog \ ARV \ arII.m]$ . Der er anvendt en ARV(n)-model, hvor der anvendt 8 datakanaler til estimering af systemparametrene. De enkelte ARV(n)-modeller er kørt op i orden til en tilpas stabiliseringen er nået. Af pladshensyn er der kun medtaget stabiliseringsdiagrammer for personkombination A, AB, ABC, ABCD og ABCDE. Øvrige stabiliseringsdiagrammer er at finde i  $[DVD \ Prog \ ARV \ arstabII.m]$ .

# 9.2.1 En person

Kombinationsmuligheden med én person på dækelementet er undersøgt med alle fem forsøgspersoner individuelt. Der er anvendt en ARV(n)-orden op til n = 25, hvilket sikrer, at en stabilitet er opnået. På figur 9.6 er resultatet fra ARV(n)-modellerne af personkombination A vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons. Som det fremgår giver AR-modellen stort set samme værdier for hhv. flytnings- og accelerationresponset, hvilket også giver en tillid til de beregnede resultater. Resultatværdierne er beregnet ved en midling af de stabiliserede værdier, og er vist i de følgende stabilitetsfigurer ved en lodret streg.



**Figur 9.6:** Stabilisering af II.A ved ARV(n)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er der generelt større spredning på resultaterne fra accelerationsresponset, mens resultaterne fra flytningsresponset ligger meget tæt og stabile. Tendensen for resultaterne fra flytnings- og accelerationsresponset er meget lig hinanden og giver også stort set de saamme værdier. Dæmpningsforholdet og egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 10 - 15. Resultatværdierne, og spredningen på resultatværdierne, fra de enkelte delforsøg, analyseret på flytningsresponset, er listet i tabel 9.11 og i tabel 9.12 for accelerationsresponset. Som det fremgår er resultatværdierne for de fem personer meget lig hinanden, hvilket især er tilfældet for egenfrekvensen. For dæmpningsforholdet skiller person A og E sig ud med hhv. en lav og høj dæmpningsforhold. Generelt er er spredningen på dæmpningsforholdet 10 gange større end for egenfrekvensen, hvilket betyder, at dæmpningsforholdet er generelt ikke så godt bestemt som egenfrekvensen. Ligeledes er spredningen generelt større på resultaterne fra accelerationsresponset, men værdierne ligger meget tæt på resultaterne bestemt af flytningsresponset.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.A	5,72	0,72	1, 21	3,83
II.B	5,72	1,70	1,55	4, 43
II.C	5,67	3,00	1, 36	3,27
II.D	5,69	3,80	1, 34	3,03
II.E	5,70	0,75	1,73	4,08
Midlet	5,70	17, 50	1, 43	18, 14

**Tabel 9.12:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.A-E, accelerations<br/>respons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.A	5,72	9,90	1,23	6, 38
II.B	5,72	9,54	1,58	5,29
II.C	5,67	9,99	1, 38	5, 19
II.D	5, 69	10,76	1,35	4,62
II.E	5, 69	9,94	1,76	5,77

Den midlet værdi for de fem personer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Spredningen på den vægtet middelværdi er beregnet på baggrund af resultatværdierne fra de forsøget med de enkelte personer, hvorfor denne synes høj i forhold til spredningen på de enkelte resultatværdier. Dette er dog ikke tilfældet, da spredningen på hhv. dem vægtet middelværdi og resultatværdierne ikke umiddelbart kan sammenlignes, da spredningen for de enkelte resultatværdier viser forskellen mellem de enkelte stabile værdier, og spredningen på den vægtet middelværdi viser forskellen mellem de enkelte personer.

# 9.2.2 To personer

Der er undersøgt fire forskellige kombinationer med to personer på dækelementet, hvilket sikrer at alle personer er medtaget. Person A og E er kun medtaget en enkelt gang, mens de øvrige personer er medtaget af to gange. Der er anvendt en ARV(n)-orden op til n = 30 for delforsøg II.AB, II.BC og II.CD, mens der er anvendt op til n = 50 for delforsøg II.DE for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.7 er resultatet fra ARV(n)-modellerne af personkombination AB vist for hhv. flytnings- og accelerationsresponset.



**Figur 9.7:** Stabilisering af II.AB ved ARV(n)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons. d)

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 10 - 15, mens dæmpningsforholdet svinger omkring en stabil værdi. Resultatværdierne, og spredningen på resultatværdierne, fra de enkelte delforsøg med to personer er listet i tabel 9.13 og 9.14 for resultater fra hhv. flytnings- og accelerationsrespons. Som det fremgår, er der meget stor overensstemmelse mellem resultaterne for hhv. flytningsresponset og accelerationsresponset, dog estimerer modellen baseret på accelerationsresponset større dæmpningsforhold end modellen baseret på flytningsresponset. Til gengæld er spredningen på de estimerede dæmpningsforhold fra accelerationsresponset mindre end fra flytningsresponset.

Som det fremgår er resultatværdierne for de fire kombinationer meget lig hinanden, hvilket især er tilfældet for egenfrekvensen. For dæmpningsforholdet skiller kombination II.AB sig ud med et lav dæmpningsforhold i forhold til de øvrige kombinationer, hvilket kan skyldes, at person A har en mindre dæmpning end de øvrige personer, som det fremgår af tabel 9.11 og 9.12. Generelt er er spredningen på dæmpningsforholdet større end for egenfrekvensen, men set i forholdt til resultaterne for en person, er spredningen større for både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.AB	5,72	2, 10	1,78	$11, 51 \\ 19, 24 \\ 11, 54 \\ 5, 86$
II.BC	5,69	2, 55	2,09	
II.CD	5,70	2, 41	2,13	
II.DE	5,70	1, 27	2,09	

**Tabel 9.13:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.AB, II.BC, II.CD og II.DE, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

**Tabel 9.14:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.AB, II.BC, II.CD og II.DE, accelerationstionsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.AB II.BC II.CD	$5,72 \\ 5,69 \\ 5,69$	2,18 2,71 2,49	1,87 2,20 2,23	$9,65 \\ 15,27 \\ 8,18$
II.DE	5,71	1,97	2, 14	11, 62

Den midlet værdi for de fire kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår er spredningen for den vægtede egenfrekvens lille, hvilket skyldes, at resultaterne fra de enkelte kombinationer ligger meget tæt. Spredningen på den vægtede dæmpningsforhold er betydelig større, hvilket primært skyldes delforsøg II.AB, som har en betydelig mindre dæmpning i forhold til de øvrige kombinationer.

# 9.2.3 Tre personer

Der er undersøgt tre forskellige kombinationer med tre personer på dækelementet, hvilket sikrer at alle personer er medtaget. Person A og E er kun medtaget en enkelt gang, person B og D er medtaget to gange og person C er medtaget tre gange. Person C har dermed stor betydning for resultatet, da denne er anvendt flere gange end eks. person A. Der er anvendt en ARV(n)-orden op til n = 50 for de enkelte delforsøg for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.8 er resultatet fra ARV(n)-modellerne af personkombination ABC vist for flytnings- og accelerationsresponset.



**Figur 9.8:** Stabilisering af II.ABC ved ARV(n)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 25, mens dæmpningsforholdet svinger omkring en stabil værdi. Resultatværdierne, og spredningen på resultatværdierne, fra de enkelte delforsøg med tre personer er listet i tabel 9.15 og 9.16 for hhv. flytnings- og accelerationsresponset. Generelt estimerer modellen baseret på accelerationsresponset større værdier for både egenfrekvensen og dæmpningsforholdet, og har ligeledes en større spredning på resultaterne.

Som det fremgår er resultatværdierne for de tre kombinationer meget lig hinanden, hvilket især er tilfældet for egenfrekvensen. For dæmpningsforholdet skiller kombination II.CDE sig ud med en høj dæmpningsforhold i forhold til de øvrige kombinationer. Dette kan skyldes, at person E dæmper meget, som det fremgår af tabel 9.11 og 9.12. Spredningen på dæmpningsforholdet er større end for egenfrekvensen, og er generelt større end for to personer. Spredningen på egenfrekvensen er generelt ikke større end for to personer.

**Tabel 9.15:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABC, II.BCD og II.CDE, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2} \ [\%]$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5, 61 \\ 5, 62 \\ 5, 60$	$1,16 \\ 1,19 \\ 1,46$	$3,51 \\ 3,66 \\ 4,50$	$17,04 \\ 14,91 \\ 27,82$

**Tabel 9.16:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABC, II.BCD og II.CDE, accelerationstionsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2} \ [\%]$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,62 \\ 5,64 \\ 5,59$	2,84 4,26 2,73	3,72 3,85 4,81	$18,48 \\ 17,05 \\ 23,00$

Den midlet værdi for de tre kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår er spredningen for den vægtede egenfrekvens lille, hvilket skyldes, at resultaterne fra de enkelte kombinationer ligger meget tæt. Spredningen på den vægtede dæmpningsforhold er betydelig større, hvilket primært skyldes delforsøg II.CDE, som har en betydelig større dæmpning i forhold til de øvrige kombinationer.

## 9.2.4 Fire personer

Der er undersøgt to forskellige kombinationer med fire personer på dækelementet, hvilket sikrer at alle personer er medtaget. Person A og E er kun medtaget en enkelt gang, mens de øvrige personer er medtaget begge gange. Der er anvendt en ARV(n)-orden op til n = 50 for de enkelte delforsøg for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.9 er resultatet fra ARV(n)-modellerne for personkombination ABCD vist for hhv. flytnings-og accelerationsresponset.



**Figur 9.9:** Stabilisering af II.ABCD ved ARV(n)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 25, mens dæmpningsforholdet svinger omkring en stabil værdi. Resultatværdierne, og spredningen på resultatværdierne, fra de enkelte delforsøg med fire personer er listet i tabel 9.17 og 9.18 for hhv. flytnings- og accelerationsrespons. Som det fremgår er der god overenstemmelse mellem resultaterne, dog giver modellen baseret på accelerationsresponset større dæmpningsforhold end modellen baseret på flytningsresponset. Som det fremgår, er egenfrekvensen for de to kombinationer meget lig hinanden, hvorimod der er en stor forskel i resultatværdierne for dæmpningsforholdet. Den store forskel kan være fordi, at person A har en lille dæmpning og person E har en stor dæmpning, som det fremgår af tabel 9.11 og 9.12, hvilket trækker resultatværdierne for de to kombinationer i hver sin retning.

**Tabel 9.17:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABCD og II.BCDE, flytningsrespons,<br/>med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.ABCD II.BCDE	$5,60 \\ 5,57$	$1,83 \\ 2,26$	$4,31 \\ 5,33$	$27,74 \\ 36,58$

**Tabel 9.18:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABCD og II.BCDE, accelerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \ [10^{-2}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \ [10^{-2}]$
II.ABCD II.BCDE	$5,60 \\ 5,56$	$3, 19 \\ 2, 67$	$4,66 \\ 5,79$	26,06 29,47

Den midlet værdi for de to kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår er spredningen for den vægtede egenfrekvens lille, hvilket skyldes, at resultaterne fra de enkelte kombinationer ligger meget tæt. Spredningen på den vægtede dæmpningsforhold er betydelig større, hvilket primært skyldes delforsøg II.CDE, som har en betydelig større dæmpning i forhold til de øvrige kombinationer.
### 9.2.5 Fem personer

Der er undersøgt to forskellige kombinationer med fem personer på dækelementet, hvilket gør at alle personer er medtaget to gange. Der er anvendt en ARV(n)-orden op til n = 70for delforsøg II.ABCDE og n = 80 for II.BCDEA for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.10 er resultatet fra ARV(n)-modellerne af personkombination ABCDE vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.10:** Stabilisering af II.ABCDE ved ARV(n)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af figur9.10b), er egenfrekvensen for II.ABCDE stabil efter en modelorden på ca. n = 30, mens dæmpningsforholdet svinger omkring en stabil værdi efter ca. n = 40. For II.BCDEA er stabiliteten ikke så tydelig og udsvingene er betydeligt større end for II.ABCDE. En større modelorden giver ikke bedre resultater, hvorfor den maksimale orden er sat til n = 80. Selvom resultaterne for de to delforsøg ligger meget tæt, er resultatet for II.BCDEA ikke særlig tillidsvækkende, men er medtaget i den videre behandling. Resultatværdierne, og spredningen på resultatværdierne, fra de enkelte delforsøg med fem personer er listet i tabel 9.19.

**Tabel 9.19:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABCDE og II.BCDEA, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

, 0	0	0 1	0	
Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,46 \\ 5,42$	$1,73 \\ 6,83$	$6,80 \\ 6,70$	20,96 28,75

**Tabel 9.20:** Resultat fra ARV(n)-modellering af forsøg II.ABCDE og II.BCDEA, accelerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \ [10^{-2}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \ [10^{-2}]$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,47 \\ 5,42$	$2,73 \\ 2,67$	$egin{array}{c} 6,76 \ 7,38 \end{array}$	$31,71 \\ 21,49$

Den midlet værdi for de to kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår er spredningen for de vægtede resultater lille, hvilket skyldes, at resultaterne fra de enkelte kombinationer ligger meget tæt.

# 9.3 ARMA

I det følgende er resultaterne fra ARMA-modelleringen af forsøg II præsenteret for de enkelte kombinationer. Estimering af systemparametrene er foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armaII.m]$ . Der er anvendt ARMA-modeller af orden ARMA(n, n - 1), hvor n er forskellig for de enkelte delforsøg for at sikre et stabilt resultat. Som ved ARV(n)-modellering er der kun vist stabiliseringsdiagrammer for personkombination A, AB, ABC, ABCD og ABCDE. Øvrige stabiliseringsdiagrammer er at finde i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ stabII.m]$ .

### 9.3.1 En person

Kombinationsmuligheden med én person på dækelementet er, ligesom for ARV(n)-modelleringen, undersøgt med alle fem forsøgspersoner individuelt. Der er anvendt en ARMA(n, n-1)-orden op til n = 20, hvilket sikrer, at en stabilitet er opnået. På figur 9.11 er resultatet fra ARMA(n, n-1)-modellerne af personkombination A for de enkelte personer vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.11:** Stabilisering af II.A ved ARMA(n, n-1)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen meget hurtigt stabil, hvor egenfrekvensen er stabil efter en modelorden på ca. n = 5, hvilket også er gældende for dæmpningsforholdet for delforsøg II.A, II.C og II.D. For delforsøg II.B og II.E syntes dæmpningsforholdet at svinge omkring en stabil værdi. Resultatværdierne og spredningen på resultatværdierne fra de enkelte delforsøg med en person er listet i tabel 9.21 og som det fremgår er egenfrekvensen for de fem kombinationer meget lig hinanden, hvorimod resultaterne for dæmpningsforholdet varierer i forhold til hinanden. Som for AR-modelleringen giver person A har en lille dæmpning, mens person E giver en stor dæmpning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$
II.A	5,72	2,45	1,25	4,22
II.B	5,72	4, 10	1,63	8, 13
II.C	5,67	3,05	1, 44	2,76
II.D	5, 69	2,15	1,46	5,81
II.E	5,70	5,47	1,99	9,60

**Tabel 9.21:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.A-E, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

**Tabel 9.22:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af forsøg II.A-E, accelerations<br/>respons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.A	5,72	9,73	1,27	5,56
II.B	5,72	6, 30	1,69	7,03
II.C	5,67	11,70	1,47	6,72
II.D	5, 69	8,40	1,48	6,76
II.E	5,70	10, 52	2,05	10,96

Den midlet værdi for de fem kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår, er spredningen for den vægtede dæmpningsforhold stor, hvilket skyldes, at person A og E trækker resultatet i hver sin retning. Dette er også tilfældet med ARmodellen.

# 9.3.2 To personer

Der er for to personer på dækelementet anvendt en ARMA(n, n-1)-orden op til n = 40 ved de enkelte delforsøg for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.12 er resultatet fra ARMA(n, n-1)-modellerne af personkombination AB vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.12:** Stabilisering af II.AB ved ARMA(n, n - 1)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen meget hurtigt stabil efter en modelorden på ca. n = 5. Dæmpningsforholdet er generelt mere ustabil, men svinger

omkring en stabil værdi. Resultatværdierne og spredningen på resultatværdierne fra de enkelte delforsøg med to personer er listet i tabel 9.23 og som det fremgår, er egenfrekvensen for de fire kombinationer meget lig hinanden, hvorimod resultaterne for dæmpningsforholdet varierer i forhold til hinanden. Som for AR-modelleringen trækker person A ned på resultatet for II.AB, da denne giver en lille dæmpning, mens person E trækker op på resultatet for II.DE, da denne giver en stor dæmpning, hvilket fremgår af tabel 9.21.

mgerespene, mea vegee gemensme og spreamig.						
Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \text{ [Hz]}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$		
II.AB	5,69	5,37	2,28	11,64		
II.BC	5,65	7,38	2,64	15, 87		
II.CD	5,66	7, 51	3,06	12,68		
II.DE	5,67	9,42	3, 23	17, 18		
	Forsøg II.AB II.BC II.CD II.DE	Forsøg $\hat{f}$ [Hz]           II.AB         5, 69           II.BC         5, 65           II.CD         5, 66           II.DE         5, 67	Forsøg $\hat{f}$ [Hz] $\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}$ [Hz]           II.AB         5, 69         5, 37           II.BC         5, 65         7, 38           II.CD         5, 66         7, 51           II.DE         5, 67         9, 42	Forsøg $\hat{f}$ [Hz] $\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3}$ [Hz] $\hat{\zeta}$ [%]           II.AB         5,69         5,37         2,28           II.BC         5,65         7,38         2,64           II.CD         5,66         7,51         3,06           II.DE         5,67         9,42         3,23		

**Tabel 9.23:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.AB, II.BC, II.CD og II.DE, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

**Tabel 9.24:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.AB, II.BC, II.CD og II.DE, accelerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-3}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} ~ [\%]$
II.AB II.BC II.CD II.DE	$5,69 \\ 5,65 \\ 5,66 \\ 5,67$	$11, 69 \\ 12, 56 \\ 11, 05 \\ 12, 25$	2, 38 2, 76 3, 16 3, 38	$11, 60 \\ 18, 19 \\ 16, 65 \\ 16, 13$

Den midlet værdi for de fire kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår, er spredningen for den vægtede dæmpningsforhold stor, hvilket skyldes, at person A og E trækker resultatet i hver sin retning. Dette er ligeledes tilfældet med AR-modellen for to personer på dækelementet.

#### 9.3.3 Tre personer

Der er anvendt en ARMA(n, n - 1)-orden op til n = 40 for de enkelte delforsøg for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.13 er resultatet fra ARMA(n, n - 1)-modellerne af personkombination ABC vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.13:** Stabilisering af II.ABC ved ARMA(n, n - 1)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 15. Dæmpningsforholdet er generelt mere ustabil, men svinger omkring en stabil værdi. Resultatværdierne og spredningen på resultatværdierne fra de enkelte delforsøg med tre personer er listet i tabel 9.25 og som det fremgår, er egenfrekvensen for de tre kombinationer meget lig hinanden, hvorimod resultaterne for dæmpningsforholdet varierer i forhold til hinanden. Som for AR-modelleringen trækker person A ned på resultatet for II.ABC, mens person E trækker op på resultatet for II.CDE.

**Tabel 9.25:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.ABC, II.BCD og II.CDE, fly-<br/>tningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}\cdot 10^{-2}~[{\rm Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.ABC	5,60	1,22	3,79	17, 33
II.BCD	5,62	1,60	4,55	16,77
II.CDE	5, 59	1,67	4,93	18,66

**Tabel 9.26:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.ABC, II.BCD og II.CDE, ac-<br/>celerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,60 \\ 5,62 \\ 5,59$	16,27 16,89 18,88	$3,90 \\ 4,65 \\ 5,19$	20, 69 18, 16 31, 52

Den midlet værdi for de tre kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår, er spredningen for den vægtede dæmpningsforhold stor, hvilket skyldes, at person A og E trækker resultatet i hver sin retning. Dette er er overensstemmende med AR-modellen for tre personer på dækelementet.

#### 9.3.4 Fire personer

Der er anvendt en ARMA(n, n - 1)-orden op til n = 40 for delforsøg II.ABCD og n = 60 for II.BCDE for at sikre stabilitet af resultaterne. På figur 9.14 er resultatet fra ARMA(n, n - 1)-modellerne af personkombination ABCD vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.14:** Stabilisering af II.ABCD ved ARMA(n, n - 1)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Som det fremgår af ovenstående figurer er egenfrekvensen stabil efter en modelorden på ca. n = 25 for II.ABCD, mens egenfrekvensen syntes at svinge omkring en stabil værdi for II.BCDE. Dæmpningsforholdet for begge delforsøg syntes at have svært ved at stabiliserer sig, hvilket især er tilfældet for II.BCDE. Resultatværdierne og spredningen på resultatværdierne fra de enkelte delforsøg med tre personer er listet i tabel 9.27, og som det fremgår, er egenfrekvensen for de to kombinationer meget lig hinanden for egenfrekvensen, hvorimod resultaterne for dæmpningsforholdet varierer meget i forhold til hinanden. Til trods for at person A og E vil trække resultatet på dæmpningsforholdet i hver sin retning, er det vurderet, at resultatet for II.BCDE ikke er tillidsvækkende, da denne ikke har opnået en god stabilisering og afviger kraftigt i forhold til AR-modellen.

**Tabel 9.27:** Resultat fra ARMA(n, n-1)-modellering af forsøg II.ABCD og II.BCDE, flytningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.ABCD II.BCDE	$5,59 \\ 5,55$	$1,33 \\ 2,69$	$\begin{array}{c} 4,95\\ 6,75 \end{array}$	$21,38 \\ 17,35$

**Tabel 9.28:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.ABCD og II.BCDE, accelerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$
II.ABCD II.BCDE	$5,59 \\ 5,55$	$28, 33 \\ 33, 77$	$5,05 \\ 6,90$	24,10 26,55

Den midlet værdi for de to kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de to resultater. Udslaget i den dårlige estimering af dæmpningsforholdet for II.BCDE kommer til udtryk i spredningen på den vægtede middelværdi, som er meget høj.

### 9.3.5 Fem personer

Der er anvendt en ARMA(n, n - 1)-orden op til n = 70 for begge delforsøg, herefter er modelordnen for stor og det der findes ikke en løsning. På figur 9.15 er resultatet fra ARMA(n, n - 1)-modellerne af personkombination ABCDE vist for hhv. flytnings- og accelerationsrespons.



**Figur 9.15:** Stabilisering af II.ABCDE ved ARMA(n, n-1)-model. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , flytningsrespons. b)  $\hat{f}$ , flytningsrespons. c)  $\hat{\zeta}$ , accelerationsrespons. d)  $\hat{f}$ , accelerationsrespons.

Generelt er det svært at sikre en god stabilisering ved fem personer på etagedækket. Egenfrekvensen svinger kraftigt omkring en stabil værdi, mens dæmpningsforholdet ikke umiddelbart giver et entydigt resultat. Den resulterende stabile værdi er direkte givet af egenfrekvensen. Resultatværdierne og spredningen på resultatværdierne fra de enkelte delforsøg med fem personer er listet i tabel 9.29.

**Tabel 9.29:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.ABCDE og II.BCDEA, flyt-<br/>ningsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}~[10^{-2}]$	ζ[%]	$\sigma_{\zeta} [10^{-2}]$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,43 \\ 5,54$	$2,89 \\ 4,87$	$8,60 \\ 7,32$	$23, 25 \\ 29, 06$

**Tabel 9.30:** Resultat fra ARMA(n, n - 1)-modellering af forsøg II.ABCDE og II.BCDEA, accelerationsrespons, med vægtet gennemsnit og spredning.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-2} \text{ [Hz]}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,43 \\ 5,54$	$38,05 \\ 50,89$	$8,74 \\ 7,43$	$23,80 \\ 41,88$

Den midlet værdi for de to kombinationer, er beregnet som en vægtet middelværdi, hvor vægtningen er foretaget på baggrund af spredningen på de enkelte resultater. Som det fremgår er spredningen for de vægtede resultater lille, hvilket skyldes, at resultaterne fra de enkelte kombinationer ligger meget tæt. Til trods for denne lille spredning, er resultatet ikke tillidsvækkende, da II.BCDEA ikke har opnået en god stabilisering. Dette problem er også tilfældet for ARV(n)-modellen, hvilket indikerer, at problemet må være de anvendte data fra forsøget og ikke nødvendigvis de anvendte modeller. Sammenlignet med ARV(n)-modellen giver ARMA(n, n-1)-modellen betydelige større dæmpningsforhold for delforsøg II.ABCDE og samtidig dårligere bestemt ved stabiliseringen, hvilket indikerer, at resultaterne fra ARV(n)-modellen for delforsøg II.ABCDE er bedre end fra ARMA(n, n-1)-modellen.

## 9.4 EFDD

Systemidentificeringen ved Enhanced Frequency Domain Decomposition er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008, beskrevet i Rapporten, afsnit 5.5. På baggrund af eksitering ved frie henfald er dækelementets egenfrekvens og dæmpning estimeret vha. EFDD identifikationsmetoden. På figur 9.4 er vist tre eksempler for kombination A, ABC og ABCDE. Trods det lave antal datapunkter (kun 10 henfald) ses det af figur 9.4, at det alligevel har været muligt, at etablere spektra, og dermed identificere systemets parametre ud fra klokken, som repræsenterer den første essentielle egensvingningsform.



Figur 9.16: Resultatbehandling ved EFDD. a) Personkombination A. b) Personkombination ABC. c) Personkombination ABCDE.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.31.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\hat{f}\zeta$ [%]	MAC	$\Delta R$
II.A II.B II.C II.D II.E	5,72 5,72 5,67 5,69 5,71	$1, 22 \\ 1, 72 \\ 1, 46 \\ 1, 45 \\ 2, 08$	0,90 0,90 0,90 0,90 0,90 0,90	$0, 60 \\ 0, 60 \\ 0, 55 \\ 0, 60 \\ 0, 60$
II.AB II.BC II.CD II.DE	5,69 5,65 5,66 5,45	2,54 2,80 2,98 3,59	$0,80 \\ 0,90 \\ 0,99 \\ 0,99 \\ 0,99$	$0, 55 \\ 0, 55 \\ 0, 50 \\ 0, 30$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5, 61 \\ 5, 60 \\ 5, 59$	$\begin{array}{c} 4,70 \\ 4,46 \\ 5,40 \end{array}$	$0,90 \\ 0,99 \\ 0,90$	$0, 65 \\ 0, 50 \\ 0, 45$
II.ABCD II.BCDE	$5,60 \\ 5,59$	5,94 7,38	$0,99 \\ 0,80$	$0,60 \\ 0,65$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,47 \\ 5,43$		$0,90 \\ 0,90$	$0,50 \\ 0,50$

**Tabel 9.31:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg II ved eksitering med fire henfald. a) Person A. b) Personer ABC. c) Personer ABC.

# 9.5 SSI

Systemidentificeringen ved Stochastic Subspace Identification er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008, beskrevet i afsnit 5.5. Der er idet følgende identificeret de dynamiske parametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{f}$ , baseret på tre belastningstyper. Disse belastningstyper er passiv belastning, tilnærmet hvidstøjsbelastning og frie henfald, som alle er beskrevet i Rapporten, afsnit 6.3. Da det vil kræve mangt og meget plads, at vise alle figurer fra programmet, hvor identificeringen er udført, er det valgt kun at medtage nogle essentielle eksempler. Der er hermed i de følgende tre underafsnit vist eksempler for tre kombinationer, som er A, ABC og ABCDE.

## 9.5.1 Passiv belastning

På figur 9.5.1 er vist tre stabiliseringsdiagrammer for kombination A, ABC og ABCDE. Det ses heraf, at der for denne passive belastning er problemer med stabiliseringen, når antallet af personer kommer op omkring fem personer på dækelementet. Dette kan bla. skyldes for svag eksitering ift. eksempelvis instrumenteringsstøj i målingerne.



Figur 9.17: Stabiliseringsdiagrammer fra stochastic subspace identification funktionen i ARTeMIS Extratctor 2008 Professional. a) Personkombination A b) Personkombination ABC. c) Personkombination ABCDE

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.32.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$
II.A	5,74	0,005	1,73	0,01
II.B	5,69	0,005	2,52	0, 10
II.C	5,70	0,050	2,27	0, 10
II.D	5,72	0,001	1,43	0,01
II.E	5,69	0,005	1,73	0,01
II.AB	5,60	0,005	3, 33	0,05
II.BC	5,75	0,010	4, 44	0, 10
II.CD	5,62	0,001	3,96	0, 10
II.DE	5,45	0,050	4,48	0, 10
II.ABC	5,53	0,010	5,78	0, 10
II.BCD	5,50	0,100	7, 31	0, 10
II.CDE	5,57	0,050	6, 12	0,01
II.ABCD	5, 49	0,001	6, 49	0, 10
II.BCDE	5, 15	0,010	8,23	0,05
II.ABCDE	5,26	0,010	7,04	0, 10
II DODEA	5 40	0.050	8 30	0.50

**Tabel 9.32:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg II samt af indtastede spredninger.

# 9.5.2 Tilnærmet hvid støj

På figur 9.5.2 er vist tre stabiliseringsdiagrammer for kombination A, ABC og ABCDE. Som ved den passive belastning ses det også her, at der er problemer med stabiliseringen, når antallet af personer på dækelementet kommer op omkring fem personer. Dette kan både skyldes instrumenteringsstøj samt at eksiteringsformen ikke er velegnet, når antallet af personer bliver stort.



Figur 9.18: Stabiliseringsdiagrammer fra stochastic subspace identification funktionen i ARTeMIS Extratctor 2008 Professional. a) Personkombination A. b) Personkombination ABC. c) Personkombination ABCDE

Tabel 9.33: Estime	rede resultate	er for $\hat{f}$ o	g $\hat{\zeta}$ fra Fo	orsøg II	samt angi	velse af spredning	ger.
	Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$ [Hz]	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  [\%]$		

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.33.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}$ [%]
II.A II.B II.C II.D II.E	5,68 5,61 5,61 5,64 5,75	0,005 0,080 0,050 0,010 0,010	2,01 1,41 1,41 1,59 2,38	$\begin{array}{c} 0,01\\ 0,30\\ 0,10\\ 0,01\\ 0,10\end{array}$
II.AB II.BC II.CD II.DE	$5,52 \\ 5,58 \\ 5,51 \\ 5,30$	$0, 100 \\ 0, 050 \\ 0, 100 \\ 0, 100$	$\begin{array}{c} 4,01 \\ 4,10 \\ 5,39 \\ 6,60 \end{array}$	$0, 50 \\ 0, 10 \\ 0, 10 \\ 0, 10 \\ 0, 10$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,30 \\ 5,43 \\ 5,23$	$egin{array}{c} 0,100 \ 0,010 \ 0,500 \end{array}$	$6,60 \\ 7,04 \\ 8,13$	$0, 10 \\ 0, 10 \\ 0, 80$
II.ABCD II.BCDE	$5,09 \\ 5,20$	$0,001 \\ 0,010$	$5,21 \\ 7,43$	$0, 10 \\ 0, 10$
II.ABCDE II.BCDEA	$5,13 \\ 5,08$	$0,050 \\ 0,050$	10,96 5,95	$0, 10 \\ 0, 10$

# 9.6 Henfald

Som det sidste er henfaldene af dækelementet analyseret. Eksempler på tre stabiliseringsdiagrammer for kombination A, ABC og ABCDE, er vist på figur 9.5.2. Modsat passivog tilnærmet hvidstøjsbelastning, er den første egensvingningsform af interesse fint eksiteret, desuden ses det at problemer med stabiliseringen, når antallet af personer på dækelementet kommer op omkring fem personer, ikke er tilfældet.



Figur 9.19: Stabiliseringsdiagrammer fra stochastic subspace identification funktionen i ARTeMIS Extratctor 2008 Professional. a) Personkombination A. b) Personkombination ABC. c) Personkombination ABCDE

Forsøg	$\hat{f}~[Hz]$	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  \left[  \%  \right]$
II.A II.B II.C II.D II.E	5,72 5,72 5,67 5,69 5,69	$egin{array}{c} 0,001 \\ 0,001 \\ 0,001 \\ 0,001 \\ 0,001 \end{array}$	$1,22 \\ 1,72 \\ 1,46 \\ 1,45 \\ 2,08$	0,001 0,010 0,001 0,001 0,005
II.AB II.BC II.CD II.DE	$5,68 \\ 5,65 \\ 5,65 \\ 5,63$	$0,001 \\ 0,001 \\ 0,001 \\ 0,005$	2,54 2,80 2,98 3,59	$0,005 \\ 0,005 \\ 0,001 \\ 0,010$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,59 \\ 5,61 \\ 5,58$	$0,005 \\ 0,001 \\ 0,001$	$egin{array}{c} 4,70 \\ 4,46 \\ 5,40 \end{array}$	$0,005 \\ 0,010 \\ 0,001$
II.ABCD II.BCDE	5,59 5,53	$0,001 \\ 0,005$	$5,94 \\ 7,38$	$0,001 \\ 0,050$
II.ABCDE II.BCDEA	5,47 5,43	$0,050 \\ 0,050$	8,43 8,54	$0,100 \\ 0,100$

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.34.

**Tabel 9.34:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg II samt angivelse af spredninger.

# 9.7 Halv- og spidsbåndbredde

I det følgende er behandlet resultaterne fra halv- og spidsbåndbreddemetoden, som er udført på de frie henfald. Der vil i det følgende ligeledes være vist figurer med de estimerede auto-spektra for hver kombinationstype, dog kun fra en kanal. Parametrene estimeret for hver kanal er midlet, hvoraf der estimeret en spredning. Sammen med figurerne er der listet tabeller, hvori karakteristikaene for hver enkelt spektrum er listet samt der er listet værdierne bestemt ud fra spektret. Yderligere er spektrets systematiske og statistiske fejlparametre listet. Der skal tages forbehold for de relativt høje statistiske fejl,  $\epsilon_r$ , hvilket skyldes de lave antal midlinger,  $n_d$ , eftersom der er begrænset med data, idet der kun er udført ti frie henfald for hver af kombinationerne. Parametrene estimeret af spektrene og listet i de følgende tabeller, er middelværdier mellem de otte kanaler, der er opsamlet med. Det er ved sammenligningen med de andre metoder vurderet, hvor stor en rolle det lave antage midlinger har betydet for estimeringen.

I tabel 9.35 er karakteristika og estimerede data listet for en person på dækelementet. Auto-spektraltæthedsfunktioerne for samme, er vist på figur 9.7.

 $f_s$  [Hz]  $\epsilon_b$  [%] Forsøg R $n_d$ N $B_e [mHz]$  $B_i [mHz]$  $\epsilon_r$  [%] 37,80 II.A 60 7 512117, 19293.65-5,3140 37,80 II.B 60 40 7 512117, 19313,92 -4,6537,80II.C 60 40 7512117, 19308,89 -4,80II.D 60 40 7 512117, 19301, 2637,80 -5,04117, 19347, 5537.80 -3,79II.E 60 40 7 512

 Tabel 9.35: Baggrundsparametre og estimerede parametre for auto-spektraltæthedsfunktioerne for en person.



Figur 9.20: Auto-spektraltæthedsfunktion for én person på dækelementet, Personkombination A.

som det fremgår af auto-spektraltæthedsfunktionerne estimeret for en person på dækelementet, er første egensvingningsform fint repræsenteret ved en tydelig klokke med glat kurve, hvormed det er forventet at præsentere relativt pålidelige resultater.

I tabel 9.36 er karakteristika og estimerede data listet for to personer på dækelementet. Auto-spektraltæthedsfunktionen for samme, er vist på figur 9.7.

 Tabel 9.36: Baggrundsparametre og estimerede parametre for auto-spektraltæthedsfunktioerne for to personer.



Figur 9.21: Auto-spektraltæthedsfunktion for to personer på dækelementet, Personkombination AB.

I tabel 9.37 er karakteristika og estimerede data listet for tre personer på dækelementet. Auto-spektraltæthedsfunktionen for samme, er vist på figur 9.7.

 Tabel 9.37: Baggrundsparametre og estimerede parametre for auto-spektraltæthedsfunktioerne for tre personer.

Forsøg	$f_s [Hz]$	R	$n_d$	N	$B_e  [\mathrm{mHz}]$	$B_i [\mathrm{mHz}]$	$\epsilon_r \ [\%]$	$\epsilon_b \ [\%]$
II.ABC	100	24	_	512	117, 19	694, 22	40, 82	-2,64
II.BCD	100	24	_	512	117, 19	713, 28	40, 82	-2,50
II.CDE	100	24	_	512	117, 19	812, 27	40, 82	-1,93



Figur 9.22: Auto-spektraltæthedsfunktion for tre personer på dækelementet, Personkombination ABC.

I tabel 9.38 er karakteristika og estimerede data listet for fire personer på dækelementet. Auto-spektraltæthedsfunktioerne for samme vist på figur 9.7.

 Tabel 9.38: Baggrundsparametre og estimerede parametre for auto-spektraltæthedsfunktioerne for fire personer.

Forsøg	$f_s  [\mathrm{Hz}]$	R	$n_d$	N	$B_e  [\mathrm{mHz}]$	$B_i [\mathrm{mHz}]$	$\epsilon_r \ [\%]$	$\epsilon_b \ [\%]$
II.ABCD II.BCDE	$150 \\ 150$	16 16	7 7	$512 \\ 512$	292,97 292,97	950,07 1.033,08	$37,80 \\ 37,80$	$-3,20 \\ -2,68$



Figur 9.23: Auto-spektraltæthedsfunktion for fire personer på dækelementet, Personkombination ABCD.

I tabel 9.39 er karakteristika og estimerede data listet for fem personer på dækelementet. Auto-spektraltæthedsfunktioerne for samme vist på figur 9.7.

 Tabel 9.39: Baggrundsparametre og estimerede parametre for auto-spektraltæthedsfunktioerne for fem personer.

Forsøg	$f_s  [\mathrm{Hz}]$	R	$n_d$	N	$B_e  [\mathrm{mHz}]$	$B_i [\mathrm{mHz}]$	$\epsilon_r \ [\%]$	$\epsilon_b \ [\%]$
II.ABCDE II.BCDEA	$150 \\ 150$	16 16	7 7	512 512	292,97 292,97	$1.126, 52\\1.247, 12$	$44,72 \\ 44,72$	$-2,25 \\ -1,84$



Figur 9.24: Auto-spektraltæthedsfunktion for fem personer på dækelementet, Personkombination ABCDE.

Resultaterne for de estimerede egenfrekvenser,  $\hat{f}$ , og dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ , ved brug spidsog halvbåndsbreddemetoden samt tilhørende spredninger er listet i tabel 9.40.

Forsøg	$\hat{f}\;[\mathrm{Hz}]$	$\sigma_{\hat{f}} \ 10^{-3}$	$\zeta$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \ 10^{-3}$
II.A II.B II.C II.D II.E	5,72 5,72 5,69 5,70 5,71	$egin{array}{c} 0,32\ 0,93\ 0,37\ 0,63\ 0,54 \end{array}$	$2, 58 \\ 3, 83 \\ 2, 92 \\ 3, 50 \\ 3, 38$	$1,94 \\ 2,14 \\ 2,94 \\ 1,96 \\ 1,34$
II.AB II.BC II.CD II.DE	$5,68 \\ 5,66 \\ 5,67 \\ 5,66$	$1, 16 \\ 0, 98 \\ 1, 01 \\ 1, 26$	$\begin{array}{c} 4,79\\ 4,47\\ 4,68\\ 5,10\end{array}$	$3, 36 \\ 4, 10 \\ 2, 73 \\ 4, 05$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5, 61 \\ 5, 61 \\ 5, 60$	2,36 2,45 2,65	$7,31 \\ 7,55 \\ 8,34$	7,07 11,84 13,92
II.ABCD II.BCDE	$5,60 \\ 5,57$	$4,96 \\ 4,45$		$10,92 \\ 16,71$
II.ABCDE II.BCDEA	5,46 5,53	$11, 12 \\ 12, 42$	10,67 11,81	14,46 56,67

**Tabel 9.40:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg II samt angivelse af spredninger.

Som det fremgår af figur 9.7 - 9.7 er estimeringen af et *pænt* spektrum faldende med et stigende antal personer, hvilket også er repræsenteret af spredningerne, tabel 9.40, for resultaterne, som ligeledes er stigende med antallet af personer. Dette kommer af, at antallet af samplede datapunkter falder med stigende antal personer, eftersom der kun er foretaget ti henfald og disse dæmper væsentlig hurtigt ud, når antallet af personer på dækelementet er stort.

# 9.8 Korrelationsfunktioner

I dette afsnit er resultater som følge af Forsøg II, behandlet ved brug af korrelationsfunktioner estimeret ved både Random Decrement metoden samt via. diskret fourier transform, efterfulgt af estimering af frekvens og dæmpning ved brug af logaritmisk dekrement, fremgangsmåde 3, eftersom korrelationsfunktionerne teoretisk set bør repræsentere frie henfald. Der er udelukkende taget udgangspunkt i den passive belastningsform, hvor de passive personer på dækelementet fungerer som belastning.

Det er valgt, at se bort fra halen af henfaldet, og det når amplituderne når en minimalværdi,  $A_{min}$  svarende til forudbestemt procentdel,  $n_{pct}$  af af den maksimale amplitude,  $A_{max}$ i henfaldet. Som det vil fremgå af det følgende, er der udvalgt eksempler på de estimerede korrelationsfunktioner, for at illustrere estimeringen af frekvens og dæmpning på baggrund af antagelsen omkring et idealt frit henfald.

I tabel 9.41 er listet data benyttet i forbindelse med båndpasfiltreringen. Disse data er opsamlingsfrekvensen,  $f_s$ , efter decimering, hvor decimeringsfaktoren, R, ligeledes er listet. Yderligere bredden af filterbåndet,  $B_{filt}$ , samt filterordenen, N listet. Mere omkring filtrering er behandlet i afsnit 5.

Tabel 9.41: Værdier benyttet ved båndpasfiltrering af dataene.

$f_s [Hz]$	R	$B_{filt}$ [Hz]	N
60	100	6	4

# 9.8.1 RD

I det følgende er listet resultaterne for RD-metoden samt der ligeledes er vist eksempler på stabiliseringen af det logaritmiske dekrement,  $\delta$ , og fit af logaritmisk kurve til henfaldet. På figur 9.8.1 er der vist eksempler personkombination A, AB, ABC, ABCD og ABCDE.



Figur 9.25: Auto-korrelationsfunktioner, R(t), baseret på RD-metoden. a), b) Personkombination A. c), d) Personkombination AB. e), f) Personkombination ABC. g), h) Personkombination ABCD. i), j) Personkombination ABCDE.

				<b>v</b> 0.	,	. 0
Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}$	n	R
II.A	5,77	0,00	2,10	0,07	12	0,980
II.B	5,67	0,03	1,49	0, 14	12	0,973
II.C II.D	5,71	0,02	2, 14 2, 12	0,08	12	0,993
II.D II E	5.88	0,02	2,13 2 30	0,08 0.25	12 12	0,993 0.973
11.12	0,00	0,00	2,00	0, 20	12	0,515
II.AB	5, 55	0,03	5,45	0, 57	7	0,994
II.BC	5, 55	0,03	5,45	0, 57	7	0,994
II.CD	5,61	0,03	4,46	0, 29	7	0,982
II.DE	5,61	0,03	4,46	0, 29	7	0,982
II.ABC	5, 54	0, 18	14,09	1,09	2	1,000
II.BCD	5, 55	0,07	7,65	2,61	2	1,000
II.CDE	5, 59	0,04	10, 57	0,65	2	1,000
II.ABCD	5,54	0,05	11, 46	1,68	3	0,996
II.BCDE	5,54	0,05	11, 46	1,68	3	0,996
II.ABCDE	5, 12	0,08	4,89	0,86	4	0,923
II.BCDEA	5,54	0,04	6,90	0, 52	4	0,991

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.42.

**Tabel 9.42:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg II.

# 9.8.2 FFT

I det følgende er listet resultaterne for Random Decrement teknikken, samt der ligeledes er vist eksempler på stabiliseringen af det logaritmiske dekrement,  $\delta$ , og fit af logaritmisk kurve til henfaldet. På figur 9.8.2 er der vist eksempler for 1 - 5 person(er) på dækelementet.



Figur 9.26: Auto-korrelationsfunktioner, R(t), baseret FFT. a), b) Personkombination A. c), d) Personkombination AB. e), f) Personkombination ABC. g), h) Personkombination ABCD. i), j) Personkombination ABCDE.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}$	n	R
II.A II.B II.C II.D II.E	5,74 5,71 5,69 5,69 5,85	$\begin{array}{c} 0,02\\ 0,02\\ 0,00\\ 0,00\\ 0,00\\ 0,00 \end{array}$	2,45 2,45 1,78 1,78 2,87	0, 17 0, 17 0, 07 0, 07 0, 20	12 12 12 12 12 12	0,995 0,995 0,996 0,996 0,995
II.AB II.BC II.CD II.DE	5,53 5,53 5,63 5,63	$0,03 \\ 0,03 \\ 0,03 \\ 0,03 \\ 0,03$	$5, 15 \\ 5, 15 \\ 4, 74 \\ 4, 74$	$0,44 \\ 0,44 \\ 0,27 \\ 0,27$	7 7 7 7	$0,994 \\ 0,995 \\ 0,987 \\ 0,987$
II.ABC II.BCD II.CDE	$5,64 \\ 5,52 \\ 5,54$	$0,05 \\ 0,01 \\ 0,05$	$11, 38 \\ 10, 57 \\ 10, 58$	$0,96 \\ 1,12 \\ 0,57$	3 3 3	$0,973 \\ 0,972 \\ 0,994$
II.ABCD II.BCDE	$5,45 \\ 4,88$	$\begin{array}{c} 0,07\\ 0,56 \end{array}$	$9,89 \\ 13,40$	$0,83 \\ 1,35$	$\frac{3}{3}$	$0,992 \\ 0,996$
II.ABCDE II.BCDEA	$5, 10 \\ 5, 57$	$0,03 \\ 0,00$	$4,75 \\ 7,42$	$0,57 \\ 0,39$	4 4	$0,983 \\ 0,997$

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 9.43.



For at kunne adskille kurverne for de enkelte modeller fra hinanden, er henfaldskurverne vist af to omgange. Første kurve viser henfaldskurven med resultatkurver fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSI fra henfaldskurverne, ARMA, hvilken er en middelværdi for ARV(n)- ARMA(n, n - 1-modellerne. Anden kurve viser henfaldskurve med resultatværdier fra logaritmisk dekrement, SSI-hvidsstøjsbelastning, SSI-passiv og spids- og halvbåndbredde-metoden. Logaritmisk dekrement er medtaget to gange, da denne baseret på henfaldskurven og giver derfor en resultatkurve, der er meget tæt på henfaldskurven fra forsøget. Dermed er det muligt at sammenligne resultatkurverne til trods for at modellerne er vist af to omgange. Af pladshensyn er der kun medtaget henfaldskurver fra personkombination A, AB, ABC, ABCD og ABCDE.

### 10.0.3 En person

På figur 10.0.3 til 10.0.3 er henfaldskurverne for forsøg II.A samt resultatværdierne fra de enkelte modeller vist. Som det fremgår, underestimerer ARMA-modellen dæmpningen i systemet, og ligger derfor over henfaldskurven. EFDD, SSI og ARMA ligger meget tæt på henfaldskurven. Båndbredde overestimerer dæmpningen, og ligger derfor under henfaldskurven. Resultaterne fra hvidstøjsbelastningen overestimerer dæmpningen. Både SSI-passiv og SSI-hvid overestimerer dæmpningen.



Figur 10.1: Henfaldskurve fra forsøg II.A, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSIhenfald, ARMA.



**Figur 10.2:** Henfaldskurve fra forsøg II.A, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, SSI-hvidstøj, SSI-passiv samt spids- og båndbredde-metoden.

## 10.0.4 To personer

På figur 10.0.4 og 10.0.4 er henfaldskurverne for delforsøg II.AB vist med resultatkurver fra de enkelte modeller. ARMA-modellerne underestimerer dæmpningen, og ligger dermed over henfaldskurven. Resultaterne fra SSI-hvidstøj, SSI-passiv og spids- og båndbreddemetoden overestimerer generelt dæmpningen. Logaritmisk dekremt, SSI og EFDD ligger meget tæt på henfaldskurverne.



Figur 10.3: Henfaldskurve fra forsøg II.AB, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSI-henfald, ARMA.



Figur 10.4: Henfaldskurve fra forsøg II.AB, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, SSIhvidstøj, SSI-passiv samt spids- og båndbredde-metoden.

## 10.0.5 Tre personer

På figur 10.0.5 og 10.0.5 er henfaldskurverne for forsøg II.ABC vist med resultatkurver fra de enkelte modeller. Som det fremgår, ligger resultatkurver fra SSI, EFDD og logaritmisk dekrement meget tæt på henfaldskurven, mens ARMA-modellen underestimerer dæmpningenforhold. Resultaterne fra SSI-hvidstøj ligger generelt tæt på henfaldskurverne. SSI-passiv og spids- og båndbredde-metoden overestimerer generelt dæmpningsforholdet.



Figur 10.5: Henfaldskurve fra forsøg II.ABC, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSI-henfald, ARMA.



Figur 10.6: Henfaldskurve fra forsøg II.ABC, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, SSIhvidstøj, SSI-passiv samt spids- og båndbredde-metoden.

## 10.0.6 Fire personer

På figur 10.0.6 til 10.0.6 er henfaldskurverne for forsøg II.ABCD vist med resultatkurver fra de enkelte modeller. Som det fremgår, giver logaritmisk dekrement, EFDD, SSI-henfald, ARMA, SSI-hvidstøj og SSI-passiv resultater, som ligger tæt på henfaldskurverne. Spids-båndbredde-metoden overestimerer dæmpningen i II.ABCD.



Figur 10.7: Henfaldskurve fra forsøg II.ABCD, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSI-henfald, ARMA.



Figur 10.8: Henfaldskurve fra forsøg II.ABCD, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, SSIhvidstøj, SSI-passiv samt spids- og båndbredde-metoden.

## 10.0.7 Fem personer

På figur 10.0.7 til 10.0.7 er henfaldskurverne for forsøg II.ABCDE vist med resultatkurver fra de enkelte modeller. EFDD, SSI-henfald, logaritmisk dekrement samt spids- og båndbredde-metoden giver resultater, som ligger tæt på henfaldskurven, mens ARMAmodellen og SSI-hvidstøj underestimerer dæmpningen. SSI-passiv



Figur 10.9: Henfaldskurve fra forsøg II.ABCDE, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, EFDD, SSI-henfald, ARMA.



Figur 10.10: Henfaldskurve fra forsøg II.ABCDE, resultatkurve fra logaritmisk dekrement, SSIhvidstøj, SSI-passiv samt spids- og båndbredde-metoden.

# 10.1 Vurdering af henfaldskurver

Af ovenstående figurer fremgår det at ARMA-modellerne generelt underestimerer dæmpningen i systemet. Dermed rammer resultatkurverne fra disse to modeller ikke helt henfaldskurverne fra forsøgene. Omvendt forholder det sig for spids- og båndbredde-metoden, som overestimerer dæmpningen, og afviger kraftigt fra henfaldskurverne. EFDD og SSIhenfald giver i de fleste tilfælde gode resultater, som ligger tæt på henfaldskurven. Resultaterne fra SSI-hvidstøj og SSI-passiv giver gode resultater i de fleste tilfælde, men har generelt en tendens til at overestimere dæmpningen. Generelt giver logaritmisk dekrement de bedste resultater, da resultaterne fra denne ligger tættest på henfaldskurven.



# **11.1 ARMA**(n, n-1)

I det følgende er resultaterne fra ARMA(n, n-1)-modellerne for Forsøg III gennemgået. Fælles for alle delforsøg er, at der er anvendt en modelorden op til n = 60, hvilket sikrer, at en stabilitet for de enkelte forsøg er opnået. Estimering af systemparametrene er foretaget i  $[DVD \ Prog \ ARMA \ armaIII.m]$ . Generelt er stabiliteten nemmere at opnå ved få personer på dækelementet, da delforsøg med flere personer på etagedækket giver mange løsninger, hvormed en reel stabilitet er svær at spotte. Da stabilitetskravet kræver, at både dæmpningsforholdet og egenfrekvensen er stabil og ligger indenfor de tilladelige værdier, er mange af løsningerne ikke anvendelige, og er derfor sorteret fra som stabile værdier. Af pladshensyn er kun medtaget stabiliseringsdiagrammer for personkombination A, AB og ABC, hvor de øvrige stabiliseringsdiagrammer er finde i  $[D-VD \ Prog \ ARMA \ armastabIII.m]$ .

#### 11.1.1 Almindelig gang

På figur 11.1 er resultatet af ARMA(n, n-1)-modelleringen vist for almindelig gang ved personkombination A, AB og ABC. Der er for alle forsøg anvendt en modelorden op til n = 60. Alle resultatværdier er vist med kryds, mens stabile værdier er vist med en ring omkring resultatværdien. Af de stabiliserede værdier er beregnet en middelværdi, som for de enkelte forsøg er listet i tabel 11.1.



**Figur 11.1:** Stabilisering af Forsøg III.AG. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , personkombination A. b)  $\hat{f}$ , personkombination A. c)  $\hat{\zeta}$ , personkombination AB. d)  $\hat{f}$ , personkombination AB. d)  $\hat{\zeta}$ , personkombination ABC. e)  $\hat{f}$ , personkombination ABC.

Som det fremgår af figurerne, er der stor forskel i, hvordan de enkelte delforsøg stabiliserer sig. Generelt har egenfrekvensen en god stabilisering, hvilket er opnået ved en lav modelorden, og som bibeholdes ved højere modelordener. Dæmpningsforholdet viser ikke samme stabilitet i resultatværdierne som egenfrekvensen, og er stabil ved bestemte intervaller af n, hvorimellem der er foretaget en stabilisering. Som resultaterne i tabel 11.1 viser, er der ikke stor udsving i egenfrekvensen afhængigt af personantallet, hvorimod dæmpningsforholdet syntes at stige ved et større personantal. Generelt giver personkombinationer, hvor person A og B er sammen på dækelementet, det største dæmpningsforhold. For tre personer er samme personantal, og personkombination, udført tre gang, hvilket umiddelbart giver samme resultat på såvel egenfrekvensen og dæmpningsforholdet.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
III.AG.A III.AG.B III.AG.C	$5,76 \\ 5,81 \\ 5,79$	$8,04 \\ 5,92 \\ 17,41$	$1,79 \\ 1,27 \\ 0,91$	$11,24 \\ 7,92 \\ 4,23$
III.AG.AB III.AG.BC III.AG.CA	$5,82 \\ 5,80 \\ 5,83$	$11,92 \\ 13,47 \\ 21,77$	$3,04 \\ 1,96 \\ 1,92$	
III.AG.ABC III.AG.BCA III.AG.CAB	$5,83 \\ 5,81 \\ 5,81$	11,27 3,99 16,96	$3,20 \\ 2.74 \\ 2,95$	7, 12 3.11 3, 79

**Tabel 11.1:** Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg III.AG.

#### 11.1.2 Let løb

På figur 11.2 er resultatet er ARMA(n, n - 1)-modelleringen vist for let løb ved personkombination A, AB og ABC. Der er for alle forsøg anvendt en modelorden op til n = 60. Alle resultatværdier er vist med kryds, mens stabile værdier er vist med en ring omkring resultatværdien. Af de stabiliserede værdier er beregnet en middelværdi, som for de enkelte forsøg er listet i tabel 11.2.



**Figur 11.2:** Stabilisering af Forsøg III.LL. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , personkombination A. b)  $\hat{f}$ , personkombination A. c)  $\hat{\zeta}$ , personkombination AB. d)  $\hat{f}$ , personkombination AB. d)  $\hat{\zeta}$ , personkombination ABC. e)  $\hat{f}$ , personkombination ABC.

Som det fremgår af figurerne, er egenfrekvensen hurtig stabil ved de enkelte delforsøg, men viser for eks. forsøg III.LL.A og III.LL.ABC et skifte i stabiliteten ved omkring hhv. n = 40 og n = 22. For at sikre, at det er den rigtige værdi, der er stabiliseret omkring, er det interval i n, hvor også dæmpningsforholdet er stabil, udvalgt og en stabil løsninger er bestemt. forsøg III.LL.B giver en meget lav dæmpningsforhold, men har en meget god stabilisering, hvormed denne lave værdi skyldes, at person B har påvirket dækelementet med dens egenfrekvens og dermed ikke dæmpet konstruktionen. Som det fremgår af resultaterne listet i tabel 11.2, viser både egenfrekvensen og dæmpningsforholdet en tendens til at stige ved en øget personantal.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
III.LL.A III.LL.B III.LL.C	$5,67 \\ 5,77 \\ 5,78$	$3,23 \\ 2,15 \\ 1,54$	$egin{array}{c} 0,72 \ 0,12 \ 0,35 \end{array}$	$3,90 \\ 0,72 \\ 2,61$
III.LL.AB III.LL.BC III.LL.CA	5,79 5,81 5,81	15,48 4,62 4,62	$1,68 \\ 0,84 \\ 1,01$	${f 8,22}\ 1,57\ 3,80$
III.LL.ABC III.LL.BCA III.LL.CAB	$5,82 \\ 5,80 \\ 5,80$	4,59 3,90 3,56	$1, 30 \\ 1, 95 \\ 1, 77$	5,03 6,56 7,06

**Tabel 11.2:** Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg III.LL.

#### 11.1.3 Små skridt

På figur 11.3 er resultatet er ARMA(n, n - 1)-modelleringen vist for små skridt ved personkombination A, AB og ABC. Der er for alle forsøg anvendt en modelorden op til n = 60. Alle resultatværdier er vist med kryds, mens stabile værdier er vist med en ring omkring resultatværdien. Af de stabiliserede værdier er beregnet en middelværdi, som for de enkelte forsøg er listet i tabel 11.3.



**Figur 11.3:** Stabilisering af Forsøg III.SS. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , personkombination A. b)  $\hat{f}$ , personkombination A. c)  $\hat{\zeta}$ , personkombination AB. d)  $\hat{f}$ , personkombination AB. d)  $\hat{\zeta}$ , personkombination ABC. e)  $\hat{f}$ , personkombination ABC.

Figurerne viser, at der er generelt en god stabilisering af egenfrekvensen, dog med undtagelse af forsøg III.SS.AB og III.SS.ABC. For disse to forsøg er dæmpningsforholdet generelt også dårligt bestemt og resultaterne er ikke særligt troværdige. I forsøg III.SS.C bestemmer modellen to løsninger efter en modelorden på n = 30, hvor den rigtige løsning er bestemt af dæmpningsforholdet, som kun er stabil for denne løsning. Som det fremgår af tabel 11.5 er der en mærkværdig tendens i egenfrekvensen som følge af personantallet, hvor det syntes, at egenfrekvensen stiger ved to personer, for derefter at falde igen ved tre personer. Dæmpningsforholdet syntes umiddelbart at stige som følge af personantallet.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}\cdot 10^{-2}~[\%]$
III.MS.A III.MS.B III.MS.C	$5,78 \\ 5,72 \\ 5,81$	$2,30 \\ 14,10 \\ 8,94$	$0,90 \\ 1,08 \\ 1,16$	2, 33 3, 82 6, 14
III.MS.AB III.MS.BC III.MS.CA	$5,85 \\ 5,82 \\ 5,67$	2,01 12,34 6,73	$1, 18 \\ 1, 51 \\ 1, 89$	6,81 9,29 6,98
III.MS.ABC III.MS.BCA III.MS.CAB	5,72 5,72 5,72	$7,55\ 11,14\ 5,61$	2,60 1,83 1,48	

**Tabel 11.3:** Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg III.SS.

#### 11.1.4 Slentre

På figur 11.4 er resultatet er ARMA(n, n - 1)-modelleringen vist for alm. gang ved personkombination A, AB og ABC. Der er for alle forsøg anvendt en modelorden op til n = 60. Alle resultatværdier er vist med kryds, mens stabile værdier er vist med en ring omkring resultatværdien. Af de stabiliserede værdier er beregnet en middelværdi, som for de enkelte forsøg er listet i tabel 11.4.



**Figur 11.4:** Stabilisering af Forsøg III.SL. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , personkombination A. b)  $\hat{f}$ , personkombination A. c)  $\hat{\zeta}$ , personkombination AB. d)  $\hat{f}$ , personkombination AB. d)  $\hat{\zeta}$ , personkombination ABC. e)  $\hat{f}$ , personkombination ABC.

Som det fremgår af figurerne, giver egenfrekvensen en god stabilisering, dog med undtagelse af forsøg III.SL.ABC, hvor egenfrekvensen ikke er stabil efter en modelorden på ca. n = 31. Som det fremgår af tabel 11.4 er egenfrekvensen stort set stabil som følge af personantallet og dæmpningsforholdet syntes at stige som følge af personantallet.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \ [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$
III.SL.A III.SL.B III.SL.C	5,78 5,77 5,83	$3,54 \\ 6,54 \\ 3,64$	$1,73 \\ 1,21 \\ 1,25$	$3,79 \\ 10,76 \\ 7,96$
III.SL.AB III.SL.BC III.SL.CA	$5,80 \\ 5,82 \\ 5,80$	15,85 9,06 14,13	$2,55 \\ 1,65 \\ 1,47$	$egin{array}{c} 8,65\ 2,94\ 6,26 \end{array}$
III.SL.ABC III.SL.BCA III.SL.CAB	5,79 5,80 5,82	$\begin{array}{c} 4,36\\ 32,12\\ 14,19\end{array}$	$ \begin{array}{r} 4,68\\3,36\\2,89\end{array} $	1,77 9,35 8,80

Tabel 11.4: Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA-modellering af Forsøg III.SL.

#### 11.1.5 Let tramp

På figur 11.5 er resultatet er ARMA(n, n - 1)-modelleringen vist for let tramp ved personkombination A, AB og ABC. Der er for alle forsøg anvendt en modelorden op til n = 60. Alle resultatværdier er vist med kryds, mens stabile værdier er vist med en ring omkring resultatværdien. Af de stabiliserede værdier er beregnet en middelværdi, som for de enkelte forsøg er listet i tabel 11.5.



**Figur 11.5:** Stabilisering af Forsøg III.LT. Kryds angiver resultat, ring angiver stabil værdi. a)  $\hat{\zeta}$ , personkombination A. b)  $\hat{f}$ , personkombination A. c)  $\hat{\zeta}$ , personkombination AB. d)  $\hat{f}$ , personkombination AB. d)  $\hat{\zeta}$ , personkombination ABC. e)  $\hat{f}$ , personkombination ABC.

**Tabel 11.5:** Vægtet gennemsnit og spredning for ARMA(n, n-1)-modellering af Forsøg III.LT.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \cdot 10^{-3} \text{ [Hz]}$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \cdot 10^{-2} \ [\%]$
III.TR.A III.TR.B III.TR.C	$5,82 \\ 5,78 \\ 5,73$	$11,53 \\ 6,79 \\ 5,12$	$0,89 \\ 0,71 \\ 1,11$	2, 17 2, 73 8, 22
III.TR.AB III.TR.BC III.TR.CA	5,75 5,82 5,84	$14, 31 \\ 9, 88 \\ 3, 59$	$1,22 \\ 1,11 \\ 0,69$	6,70 7,81 9,89
III.TR.ABC III.TR.BCA III.TR.CAB	$5,84 \\ 5,80 \\ 5,84$	4,89 4,65 9,57	$0,88 \\ 1,10 \\ 1,15$	$3,98 \\ 5,55 \\ 7,87$

# 11.2 EFDD

Systemidentificeringen ved Enhanced Frequency Domain Decomposition er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008 Professional, beskrevet i afsnit 5.5. Der er i det følgende identificeret de dynamiske parametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , baseret på fire af de fem aktive belastningsmetoder. Disse belastningstyper er Almindelig gang, let løb, små skridt og slentre. Let tramp er udeladt, eftersom det ikke har været muligt at etablere tilfredsstillende spektra. De estimerede resultater er præsenteret i de fire følgende underafsnit, hvor der ligeledes er præsenteret eksempler på estimeringsprocessen foretaget i nævnte program. Dette er gjort for 1, 3 og 5 personer på dækelementet for hver belastningstype.
## 11.2.1 Almindelig gang

På figur 11.2.1 er resultatet for spektralestimeringer samt korrelationsfunktionen vist for almindelig gang ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Den del af klokken der er medregnet til estimering af korrelationsfunktionen, er vist med med rødt samt den benyttede del af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ , er angivet med grå. De estimerede parametre for hvert delforsøg er listet i tabel 11.6.



Figur 11.6: Stabilisering af Forsøg III.AG. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.6.

· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				
Forsøg	f [Hz]	$\zeta$ [%]	MAC	$\Delta R$
III.AG.A III.AG.B III.AG.C	$5,79 \\ 5,80 \\ 5,80$	$1,03 \\ 1,02 \\ 1,04$	$0,9999 \\ 0,9999 \\ 0,9995$	$0, 20 \\ 0, 40 \\ 0, 25$
III.AG.AB III.AG.BC III.AG.CA	$5,84 \\ 5,84 \\ 5,85$	2,67 2,38 1,61	$0,9995 \\ 0,9999 \\ 0,9999$	$0, 67 \\ 0, 53 \\ 0, 50$
III.AG.ABC III.AG.BCA III.AG.CAB	$5,88 \\ 5,85 \\ 5,86$	2, 49 2, 79 2, 89	0,9990 0,9990 0,9999	$0,65 \\ 0,30 \\ 0,64$

**Tabel 11.6:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.AG samt angivelse af den benyttede<br/>MAC level og andelen af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ .

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.2.1, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.7:** Resultater, Forsøg III.AG. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

## 11.2.2 Let løb

På figur 11.2.2 er resultatet for korrelationsfunktionen vist for *let løb* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Den del af klokken der medtaget til estimering af korrelationsfunktionen er vist med med rød samt den benyttede del af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ , er angivet med grå. De estimerede parametre for hvert delforsøg er listet i tabel 11.7.



Figur 11.8: Stabilisering af Forsøg III.LL. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.7.

Forsøg	f [Hz]	ζ[%]	MAC	$\Delta R$
III.LL.A III.LL.B III.LL.C	$5,75 \\ 5,76 \\ 5,77$	$egin{array}{c} 1,37 \ 0,43 \ 0,57 \end{array}$	$0,9995 \\ 0,9999 \\ 0,9990$	$egin{array}{c} 0,55 \ 0,50 \ 0,30 \end{array}$
III.LL.AB III.LL.BC III.LL.CA	$5,81 \\ 5,81 \\ 5,80$	$1,04 \\ 0,99 \\ 0,95$	$0,9990 \\ 0,9990 \\ 0,9990 \\ 0,9990$	$egin{array}{c} 0, 30 \ 0, 45 \ 0, 50 \end{array}$
III.LL.ABC III.LL.BCA III.LL.CAB	$5,80 \\ 5,80 \\ 5,81$	$1, 29 \\ 1, 53 \\ 1, 02$	$\begin{array}{c} 0, 9999 \\ 0, 9999 \\ 0, 9999 \\ 0, 9999 \end{array}$	$0, 20 \\ 0, 30 \\ 0, 65$

**Tabel 11.7:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.LL samt angivelse af den benyttede MAC level og andelen af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ .

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.2.2, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.9:** Resultater, Forsøg III.LL. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

## 11.2.3 Små skridt

På figur 11.2.3 er resultatet for korrelationsfunktionen vist for *små skridt* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Den del af klokken der er medregnet til estimering af korrelationsfunktionen, er vist med med rød samt den benyttede del af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ , er angivet med grå. De estimerede parametre for hvert delforsøg er listet i tabel 11.8.



Figur 11.10: Stabilisering af Forsøg III.SS. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.8.

6 anderen ar kerretasionsrankerenen, =10.					
Forsøg	f [Hz]	ζ[%]	MAC	$\Delta R$	
III.SS.A III.SS.B III.SS.C	5,78 5,72 5,72	$1, 34 \\ 1, 32 \\ 2, 65$	$0,9999 \\ 0,9999 \\ 0,9999 \\ 0,9999$	$0, 40 \\ 0, 45 \\ 0, 40$	
III.SS.AB III.SS.BC III.SS.CA	$5,90 \\ 5,90 \\ 5,65$	2,03 2,11 2,43	$0,9999 \\ 0,9999 \\ 0,9999 \\ 0,9999$	$0,65 \\ 0,55 \\ 0,65$	
III.SS.ABC III.SS.BCA III.SS.CAB	5,77 5,72 5,77	3,96 2,21 2,13	0,9990 0,9999 0,9999	$0,54 \\ 0,35 \\ 0,25$	

**Tabel 11.8:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.SS samt angivelse af den benyttede MAC level og andelen af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ .

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.2.3, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.11:** Resultater, Forsøg III.SS. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

## 11.2.4 Slentre

På figur 11.2.4 er resultatet for korrelationsfunktionen vist for *slentren* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Den del af klokken der er medregnet til estimering af korrelationsfunktionen, er vist med med rød samt den benyttede del af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ , er angivet med grå. De estimerede parametre for hvert delforsøg er listet i tabel 11.9.



Figur 11.12: Stabilisering af Forsøg III.SL. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.9.

S anderen ar korretasionbrunkstonen, ±n.				
Forsøg	f [Hz]	ζ[%]	MAC	$\Delta R$
III.SL.A III.SL.B III.SL.C	$5,82 \\ 5,80 \\ 5,81$	$1,80 \\ 0,90 \\ 0,92$	0,9990 0,9999 0,9999	$egin{array}{c} 0, 65 \ 0, 15 \ 0, 30 \end{array}$
III.SL.AB III.SL.BC III.SL.CA	5,82 5,86 5,79	2, 34 1, 52 1, 94	$\begin{array}{c} 0, 9999 \\ 0, 9999 \\ 0, 9999 \\ 0, 9999 \end{array}$	$0,47 \\ 0,40 \\ 0,65$
III.SL.ABC III.SL.BCA III.SL.CAB	$5,86 \\ 5,85 \\ 5,84$	3,28 2,77 2,56	$\begin{array}{c} 0, 9999 \\ 0, 9990 \\ 0, 9999 \end{array}$	$0, 60 \\ 0, 40 \\ 0, 40$

**Tabel 11.9:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.SL samt angivelse af den benyttede MAC level og andelen af korrelationsfunktionen,  $\Delta R$ .

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.2.4, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.13:** Resultater, Forsøg III.SL. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

## 11.3 SSI

Systemidentificeringen ved stochastic subspace identification er udført vha. programmet ARTeMIS Extractor 2008 Professional, beskrevet i afsnit 5.5. Der er idet følgende identificeret de dynamiske parametre, frekvens,  $\hat{f}$ , og dæmpning,  $\hat{\zeta}$ , baseret på fem aktive belastningsmetoder. Disse belastningstyper er Almindelig gang, let løb, små skridt, slentre og let tramp. De estimerede resultater for disse er præsentere i de fem følgende underafsnit, hvor der ligeledes er præsenteret eksempler på estimeringsprocessen foretaget i nævnte program. Dette er gjort for 1, 3 og 5 person(er) på dækelementet og igen for hver belastningstype.

#### 11.3.1 Almindelig gang

På figur 11.3.1 er resultatet af stabiliseringen for Stochastic Subspace Identifikationen vist for *almindelig gang* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTEMIS Extractor 2008. Essentielle stabile resultatværdier er vist med røde kryds, hvorimod støj- eller ustabile værdier er vist som brune hhv. grønne kryds. Ud fra de indtastede spredninger for frekvens og dæmpning er antallet af røde krydser reduceret til et minimum, hvor den heraf udvalgte værdi for hvert enkelt delforsøg er listet i tabel 11.10.



Figur 11.14: Stabilisering af Forsøg III.AG. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Som det fremgår af figurerne, er der stor forskel i, hvordan de enkelte delforsøg stabiliserer sig. Generelt har egenfrekvensen en god stabilisering, hvilket er opnået ved en lav modelorden. Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.10.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}} \; [\%]$
III.AG.A III.AG.B III.AG.C	$5,78 \\ 5,80 \\ 5,80$	$egin{array}{c} 0,001 \ 0,005 \ 0,001 \end{array}$	$1,08 \\ 0,85 \\ 0,98$	$egin{array}{c} 0,005 \ 0,010 \ 0,001 \end{array}$
III.AG.AB III.AG.BC III.AG.CA	$5,84 \\ 5,82 \\ 5,86$	$egin{array}{c} 0,005 \ 0,003 \ 0,005 \end{array}$	2,76 2,20 1,56	$egin{array}{c} 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \end{array}$
III.AG.ABC III.AG.BCA III.AG.CAB	5,88 5,84 5,82	$0,005 \\ 0,005 \\ 0,005$	2,47 2,30 2,63	$0,005 \\ 0,010 \\ 0,010$

**Tabel 11.10:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.AG samt angivelse af indtastede spredninger.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.3.1, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.15:** Resultater, Forsøg III.AG. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### 11.3.2 Let løb

På figur 11.3.2 er resultatet af stabiliseringen for Stochastic Subspace Identifikationen vist for *let løb* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Essentielle stabile resultatværdier er vist med røde kryds, hvorimod støjeller ustabile værdier er vist som brune hhv. grønne kryds. Ud fra de indtastede spredninger for frekvens og dæmpning er antallet af røde krydser reduceret til et minimum, hvor den heraf udvalgte værdi for hvert enkelt delforsøg er listet i tabel 11.11.



Figur 11.16: Stabilisering af Forsøg III.LL. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.11.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}} \; [\text{Hz}]$	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  [\%]$
III.LL.A III.LL.B III.LL.C	$5,74 \\ 5,76 \\ 5,78$	$0,001 \\ 0,001 \\ 0,001$	$egin{array}{c} 1,17 \ 0,29 \ 0,54 \end{array}$	$0,005 \\ 0,001 \\ 0,005$
III.LL.AB III.LL.BC III.LL.CA	5,81 5,81 5,81	$0,001 \\ 0,001 \\ 0,001$	$1,03 \\ 0,99 \\ 0,93$	$0,001 \\ 0,001 \\ 0,001$
III.LL.ABC III.LL.BCA III.LL.CAB	$5,80 \\ 5,80 \\ 5,81$	$0,001 \\ 0,005 \\ 0,001$	$1,23 \\ 1,53 \\ 1,08$	$0,010 \\ 0,001 \\ 0,001$

**Tabel 11.11:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.LL samt angivelse af indtastede spredninger.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.3.2, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.17:** Resultater, Forsøg III.LL. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### 11.3.3 Små skridt

På figur 11.3.3 er resultatet af stabiliseringen for Stochastic Subspace Identifikationen vist for *små skridt* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTEMIS Extractor 2008. Essentielle stabile resultatværdier er vist med røde kryds, hvorimod støj- eller ustabile værdier er vist som brune hhv. grønne kryds. Ud fra de indtastede spredninger for frekvens og dæmpning er antallet af røde krydser reduceret til et minimum, hvor den heraf udvalgte værdi for hvert enkelt delforsøg er listet i tabel 11.12.



Figur 11.18: Stabilisering af Forsøg III.SS. a) Person, A. b) Personer, AB. c) Personer, ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.12.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$ [Hz]	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  [\%]$
III.SS.A III.SS.B III.SS.C	$5,79 \\ 5,73 \\ 5,77$	$egin{array}{c} 0,010 \ 0,001 \ 0,010 \ 0,010 \end{array}$	$1,20 \\ 1,13 \\ 1,43$	$egin{array}{c} 0,050 \ 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \end{array}$
III.SS.AB III.SS.BC III.SS.CA	5,88 5,90 5,62	$egin{array}{c} 0,005 \ 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \end{array}$	$1,95 \\ 1,83 \\ 2,60$	$0,100 \\ 0,100 \\ 0,100$
III.SS.ABC III.SS.BCA III.SS.CAB	5,77 5,73 5,77	$0,010 \\ 0,010 \\ 0,010$	$3,60 \\ 1,79 \\ 1,31$	$0,500 \\ 0,010 \\ 0,050$

**Tabel 11.12:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.SS samt angivelse af indtastede spredninger.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.3.3, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.19:** Resultater, Forsøg III.SS. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### 11.3.4 Slentre

På figur 11.3.4 er resultatet af stabiliseringen for Stochastic Subspace Identifikationen vist for *slentren* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Essentielle stabile resultatværdier er vist med røde kryds, hvorimod støj- eller ustabile værdier er vist som brune hhv. grønne kryds. Ud fra de indtastede spredninger for frekvens og dæmpning er antallet af røde krydser reduceret til et minimum, hvor den heraf udvalgte værdi for hvert enkelt delforsøg er listet i tabel 11.13.



Figur 11.20: Stabilisering af Forsøg III.SL. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.13.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$ [Hz]	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  [\%]$
III.SL.A III.SL.B III.SL.C	$5,82 \\ 5,77 \\ 5,79$	$egin{array}{c} 0,005 \ 0,005 \ 0,010 \end{array}$	$1,79 \\ 0,82 \\ 1,04$	$0,01 \\ 0,01 \\ 0,01$
III.SL.AB III.SL.BC III.SL.CA	5,83 5,84 5,80	$0,005 \\ 0,001 \\ 0,001$	2, 33 1,08 1,82	$0,01 \\ 0,01 \\ 0,05$
III.SL.ABC III.SL.BCA III.SL.CAB	5,85 5,85 5,82	$0,001 \\ 0,005 \\ 0,010$	3,24 2,88 2,70	$0,01 \\ 0,01 \\ 0,50$

**Tabel 11.13:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.SL. samt angivelse af indtastede spredninger.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.3.4, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.21:** Resultater, Forsøg III.SL. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

#### 11.3.5 Let tramp

På figur 11.3.5 er resultatet af stabiliseringen for Stochastic Subspace Identifikationen vist for *let tramp* ved de tre kombinationer med en, to og tre personer på dækelementet. ARTeMIS Extractor 2008. Essentielle stabile resultatværdier er vist med røde kryds, hvorimod støj- eller ustabile værdier er vist som brune hhv. grønne kryds. Ud fra de indtastede spredninger for frekvens og dæmpning er antallet af røde krydser reduceret til et minimum, hvor den heraf udvalgte værdi for hvert enkelt delforsøg er listet i tabel 11.14.



Figur 11.22: Stabilisering af Forsøg III.SL. a) Personkombination A. b) Personkombination AB. c) Personkombination ABC.

Resultaterne for frekvens og dæmpning er listet i tabel 11.14.

Forsøg	$\hat{f}$ [Hz]	$\sigma_{\hat{f}}$ [Hz]	$\hat{\zeta}$ [%]	$\sigma_{\hat{\zeta}}  [\%]$
III.LT.A III.LT.B III.LT.C	$5,80 \\ 5,77 \\ 5,78$	$0,001 \\ 0,005 \\ 0,005$	$1,20 \\ 0,40 \\ 1,59$	$0,010 \\ 0,005 \\ 0,005$
III.LT.AB III.LT.BC III.LT.CA	5,83 5,84 5,82	$egin{array}{c} 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \ 0,010 \end{array}$	$1,98 \\ 1,32 \\ 0,47$	$egin{array}{c} 0,500 \ 0,050 \ 0,100 \end{array}$
III.LT.ABC III.LT.BCA III.LT.CAB	5,82 5,85 5,88	$0,005 \\ 0,005 \\ 0,005$	$1, 30 \\ 1, 25 \\ 1, 72$	$egin{array}{c} 0,050 \ 0,100 \ 0,100 \end{array}$

**Tabel 11.14:** Estimerede resultater for  $\hat{f}$  og  $\hat{\zeta}$  fra Forsøg III.LT samt angivelse af indtastede spredninger.

Udviklingen af frekvens og dæmpning ved et stigende antal personer på dækelementet er vist på figur 11.3.5, hvor der er plottet rette linier mellem de midlede resultatværdier.



**Figur 11.23:** Resultater, Forsøg III.LT. a) Egenfrekvens,  $\hat{f}$ . b) Dæmpningsforhold,  $\hat{\zeta}$ .

# Litteratur

[2008]. http://www.svibs.com/.

- Nielsen, S. R. K. [2004]. Vibration Theory, Vol. 1 Linear Vibration Theory, Aalborg tekniske Universitetsforlag.
- Nielsen, S. R. K. [2005]. Structural Dynamics, Vol. 9 Computational Dynamics, 1th edn, Aalborg tekniske Universitetsforlag.
- Nielsen, S. R. K. [2007]. Structural Dynamics, Vol. 3 Linear Stochastic Dynamics, 5th edn, Aalborg tekniske Universitetsforlag.