

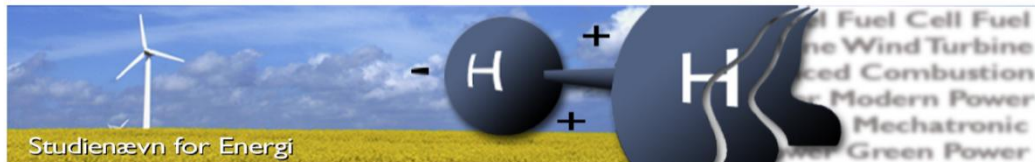
*Trykregulering af
MQ3-45 pumpe
for mindre
bygninger*

Diplomingeniør
Afgangprojekt
Energi
Aalborg Universitet

Afleveret den 6. aug.
2013



AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

**Titel:**

Pumpetrykkets regulering

Tema:

Regulering af pumpesystem

Projektperiode:

3. Jan 2013 – 6. aug. 2013

Niveau:Energiteknik Aalborg universitet.
Diplomingeniør afgangprojekt**Projektvejleder:**

Daniel Beck Rømer (AAU)

Dette Projekt er skrevet af:

Wais Monazam

Antal oplag: 3 stk.**Antal sider:** 61 sider**Appendiks:** 4 stk. 10 sider**Antal bilag:** 1 stk. CD-ROM**Projektet er afsluttet den 6. aug. 2013**

Synopsis

Grundfos vil forsyne deres MQ-3 pumpe med en frekvensomformer, der vil frigøre dens rotorhastighed fra elnettets frekvens. Hvilket gør det muligt at styre rotorens vinkelhastighed og dermed levere et konstanttryk. For at undersøge hvordan den forbedret MQ-3 pumpe "Squba" skal styres, så den levere et konstanttryk, er der opstillet en model af Squbas prototype i Matlab simulink. Modellen er opstillet med affinitetsligninger og ideal gas ligning på basis af forsøgs data fra lab. Efterfølgende er modellen konverteret til real Squba model, ved at forsyne den med real Squba data fra Grundfos. For at bestemme tryktanks volume er der udført en analyse af systemets fire parametre flow, volumen, fortryk og referencetryk, Hvorefter de er anvendt til at udregne tryktanks volume og fortryk. Efterfølgende er den ulineare model lineariseret og blokreduceret. For at opnå overføringsfunktionen for Squba, så de reguleringstekniske værktøjer kunne anvendes til at designe en regulator. Der er ved hjælp af de værktøjer designet en PI regulator til Squba med Root Locus metoden, da P alene ikke kunne opfylde opgaven. Slutteligt er PI regulatoren implementeret i den ulineare pumpemodel, hvor af det vurderes at regulatoren ikke opfylder opgaven.

Abstract

Grundfos wants to supply their MQ-3 pump with a frequency converter, which will release its rotor speed from the grid frequency. This makes it possible to control the angular velocity of the rotor and hence makes it possible to provide a constant pressure. To analyze how the improved MQ-3 pump "Squba" must be controlled so it delivers a constant pressure, a prototype model of Squba is developed in Matlab Simulink. The model is set up with Affinity and ideal gas equations; the model is afterwards verified with experimental data from the lab. Afterward the model is converted into the real Squba model by providing it with real Squba pump data from Grundfos. To determine the volume of the pressure tank there is carried out a series of analysis for the system's four-parameters (flow, volume, pre-charge and reference pressure). After which they are used to calculate the pressure tanks volume and pre-charge level. Subsequently, the non-linear model is linearized and block reduced, in order to obtain the transfer function of Squba so the technical tools for regulation could be used to design a controller. In addition, the stability of the system is analyzed, to determine the linearization point of Squba transfer function. The non-linear pump model and the transfer function in linearization point match sufficiently, so the transfer function can be considered to be verified. Then there is designed a PI controller, using the Root Locus method, as the P alone couldn't fulfill the task. Finally the PI controller is implemented in the non-linear pump model, where the assessed that the controller does not fulfill the task.

Denne rapport er udarbejdet på 7. semester, under afgangsprojektet til diplomingeniør på studiet for Energiteknik ved Aalborg Universitet. Det overordnede tema i projektet er regulering af vandtrykket i et pumpesystem.

Læsevejledning

Der vil igennem rapporten fremtræde kildehenvisninger som er samlet i en litteraturliste bagerst i rapporten. I rapporten er der anvendt kildehenvisning efter Harvardmetoden, hvor der i teksten refereres til en kilde med [Efternavn, År]. Hvis kilden står inden punktummet i en sætning dækker kilden udsagnet i den pågældende sætning. Står kilden efter punktummet vil kilden referere til hele afsnittet. Hvis der er flere kilder af den samme forfatter, vil der stå et bogstav efter årstallet. Henvisningen vil føre til litteraturlisten, hvor kilden vil være angivet med forfatter, titel, udgave, forlag, hyperlink og dato. Formler, tabeller, figurer og udregninger er stillet op i forhold til kapitlet, dvs. den første figur i kapitel 1 har nummer 1-1 og den anden, nummer 1-2. Forklarende tekst til figurer og tabeller følger under de givne figurer og tabeller.

Indholdsfortegnelse

Indholdsfortegnelse	IX
1. Indledning	1
Den indledende problemformulering	3
2. Praktikrapportens oversigt.....	5
3. Pumpemodel.....	7
Den eksisterende pumpemodel.....	7
Den eksisterende rotormodel	8
Den eksisterende starttryks model	8
Forbedret pumpemodel.....	9
Motormodel.....	9
Rotormodel.....	10
Tryktanksmodel.....	13
Starttryks model	14
Verificering af den forbedrede model	15
4. Problemanalyse	17
Tryktanks parameter analyse	17
Tryktanks volumen analyse	23
Del konklusion for problemanalysen	26
5. Problemformulering.....	27
Projektafgrænsning	27
System specifikation.....	27
Regulatorspecifikation	27
Projekts fremgangsmåde	28
6. Linearisering af model.....	29
Linearisering	29
Motor	30
Rotormodel	31
Tryktank	32
Laplace transforms.....	33
Blokdiagram.....	33
Overføringsfunktion	33
Lineariseringspunkt.....	34
Verificering af overføringsfunktion.....	36

Motorens tidskonstant	36
7. Regulering.....	39
Ligninger	40
P – kontroller.....	41
PI – kontroller.....	43
PI – kontroller i den ulineare model	45
8. Konklusion.....	47
Litteratur	49
Appendiks.....	51
Appendiks A: Udedning af Affinitetsligningerne	51
Hastighedstrekant.....	51
Eulers pumpeligning	54
Udedning af affinitetsligningerne	55
Appendiks B: Udedning af Tryktanksligning.....	58
Appendiks C: Udedning af kontinuitet ligning.....	60
Appendiks D: Tabel	61

1. Indledning

Grundfos vil sætte en ny standard på pumpemarkedet ved at udvikle deres MQ-pumpe til at være mere kompakt. Pumpen skal have et lavere energiforbrug og kunne levere et konstanttryk. Desuden vil alle MQ-pumpens eksisterende funktioner fin pudses, så som støjniveau, beskyttelse imod overophedning og tørløb. (P.V. Clausen, 2012)

MQ-pumpen er i forvejen en af Grundfos's mest succesfulde pumper på markedet, og den findes i tre udgaver MQ3-25, MQ3-35 og MQ3-45. Navnet MQ3-45 indikerer at den kan levere maksimalt $3 \text{ m}^3/\text{t}$ og øge trykket op til 45 meter, som svare til ca. 4,5 bar. (Alle tryk der opgives i denne rapport er relative til det atmosfæriske tryk, medmindre andet er angivet.)

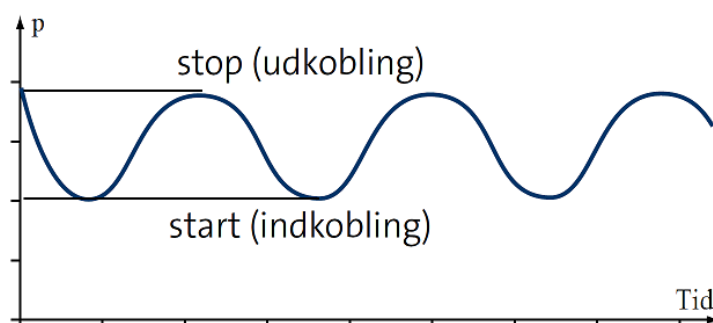
MQ-pumpen er et komplet minivandværk, som kan selvansuge vand fra en brønd ned til 8 meters dybde. Hvorfra den kan levere et tryk på 2,5 bar ved $1 \text{ m}^3/\text{t}$ flow. Dette gør at MQ-pumpen kan anvendes, som en selvstændig enhed i en til to familiers huse, sommerhuse, landbrug, gartnerier, samt til haveanlæg.

Er MQ-pumpen direkte tilsluttet vandforsyningsnettet, kan indgangstrykket variere mellem 0 – 3 bar, alt efter hvor i vandforsyningsnettet den er placeret. Desuden vil MQ-pumpen opleve et øget indgangstryk, hvis den forsynes af en højtliggende vandtank. Det forøgede tryk ved pumpens indløb, kan ligges til pumpens tryk ved pumpen udløb, så MQ-pumpen kan forøge trykket ved dens udløb op til 7,5 bar.

MQ pumpe er en koldvandpumpe, som anvender det kolde vand til at afkøle sin motor og elektronik, derfor må den maksimale væsketemperatur ikke overstige $35 \text{ }^\circ\text{C}$ samt en omgivelsestemperatur på $45 \text{ }^\circ\text{C}$.

MQ-pumpen har tre rotorere til at opbygge et hydraulisktryk i pumpen og dertil en permanentmagnetmotor til at drive de tre rotorere. For at der altid er vand i hanen, med et tilstrækkeligt tryk, inden pumpen når at levere trykket er MQ-pumpen også forsynet med en tryktank. Udover at minimere lækage i rørsystemet og en dryppende vandhane, vil effekten også begrænse pumpens start og stop cyklus.

MQ-pumpen er ikke udstyret med en frekvensomformer, derfor er dens vinkelhastighed synkroniseret med elnettets frekvens, hvilket er 50 Hz i Europa, der svare til 3000 rpm. Da MQ-pumpens vinkelhastighed er fastlåst er der installeret en pressostat i pumpen, som anvendes til start/stop regulering. Denne reguleringsform medfører et varierende tryk mellem et start- og stoptryk, hvilket indstilles for et acceptabelt trykinterval af brugeren.



Figur 1-1 Variationer i trykket under vandforbrug.

Figur 1-1 viser det varierende tryk ved pumpens udløb over tiden, og bølgeforms trykket skyldes MQ-pumpens tryktank, som lader pumpen stoppe periodevis under vandforbrug, så pumpen ikke overtiger det indstillede stoptryk.

Foruden pressostat er der også installeret en flowføler ved pumpens udløb, som kan indstilles til et minimalt flow af brugeren. Overstiger vand flowet det minimale flow vil pumpen starte op, ellers starter pumpen når trykket falder under starttrykket.(Grundfos, 2011)

Denne styringsform virkede fin for MQ-pumpen, men for at sætte en ny standard i pumpemarkedet, skal den forbedres med en regulator. Da det varierende koldvandstryk kan mærkes under bruseren, hvor temperaturen varierer med trykket. Desuden accelerer og decelerer pumpen med det varierende tryk, hvilket resulterer i et energitab. For opnå et lavere energiforbrug end MQ-pumpen, skal dette energitab høstes med en regulator, der kan reducere pumpens acceleration og deceleration.

Men pumpen vil starte op så snart trykket falder under referencepunktet. Hvilket igen medfører et energitab, da pumpen starter op når der reelt set ikke er noget vandforbrug. For at forhindre det, bibeholdes start/stop regulering ved lavt flow. For den forbedrede MQ-pumpe "Squba" er det minimale flow som vil aktiver pumpen, forudbestemt af Grundfos til $0,09 \text{ m}^3/\text{t}$. Da flowføleren er sparet væk i Squba pumpen, beregnes flowet ud fra trykgradienten ved pumpens udløb.

Under start/stop reguleringen må stoptrykket ikke overstige referencetrykket med mere end 5 % og starttrykket må ikke falde mere end 15 % under referencetrykket.

For at Squba skal kunne variere sit omdrejningstal og dermed sikre et konstanttryk med en regulator er, den udstyret med frekvensomformer. Regulatoren vil tilpasse pumpens ydelse til det reelle behov i systemet, hvilket vil reducere energiforbruget. Udover det vil en hastighedsreguleret pumpe altid køre med et optimalt differensstryk. Dette vil minimere støjniveauet i rørsystemet, øge komfort og give et skånsomt pumpe drift. Forbrugeren skal kunne indstille referencetrykket mellem 1,5 og 3,5 bar, med et interval på 0,5 bar.

Desuden udnytter Grundfos frekvensomformereren til at gøre Squba pumpen mere kompakt end MQ-pumpen. Dette opnås ved at øge Squba pumpens omdrejningstal til 4500 rpm, imens dens hydrauliske ydelse fastholdes. For kunne fastholde den samme pumpekurve med et øgede omdrejningstal, skal Squba pumpens rotor omformes og reduceres i forhold til MQ-pumpen, dermed opnås en mere kompakt pumpe.(P.V. Clausen, 2012)

Formålet med denne rapport er, at udvikle en regulator til Squba pumpen som kan styre trykket ved dens udløb. For kunne designe sådan en regulator, skal der opstilles en række krav til den. Disse skal defineres ved at analysere følgende forhold omkring pumpen: Det negative og positive tryk ved pumpens indløb, overgangen mellem start/stop, frekvensregulering, samt Tryktanks volumen. Da dette projekt løber over en begrænset tidsperiode, er det ikke realistisk at analysere alle forhold omkring pumpen. Derfor begrænses problemanalysen til de opstillede punkter i Den indledende problemformulering.

Den indledende problemformulering

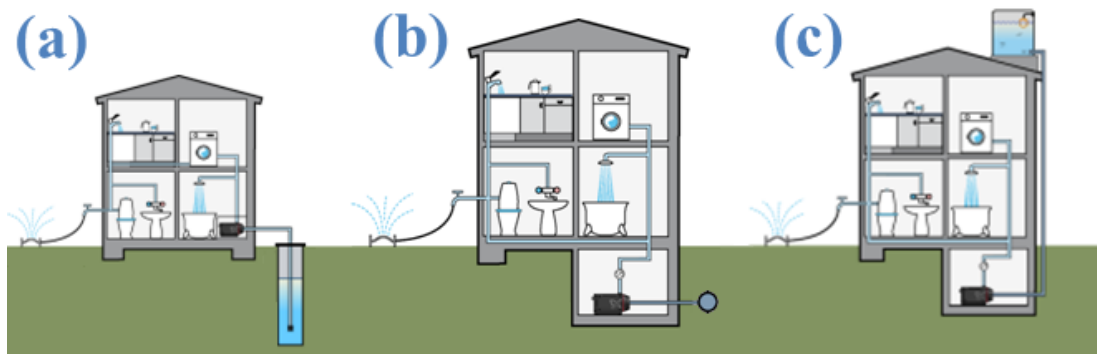
For at opstille regulatorkrav for konstanttryksregulatoren vil følgende forhold analyseres.

- Hvordan hænger tryktanks volumen sammen med trykfælgelsen i forhold til systemets tryk og tryktanks indledende fortryk?
- Hvor stor en tryktank og indledende fortryk skal der til, for at holde trykfælgelsen under 20 % af referencetrykket, ved et flow step på $1 \text{ m}^3/\text{t}$? Hvor trykfælgelsen højst være i 2 sekunder, inden den reduceres ned til 5 %.
- Kan tryktanks volume, som bestemmes for 20 % trykfælgelse under referencetrykket også holde til 35 % trykfælgelse? Når flow steppet først kommer der et tryk på 15 % under referencepunktet. Hvor trykfælgelsen stadigvæk højst er på 2 sekunder inden den reduceres ned til 5 %.

2. Praktikrapportens oversigt

Dette afgangsprøve skrives i forlængelse af praktikprojektet hos Grundfos, og for at give et indblik i praktikrapporten vil den kort opsummeres forneden.

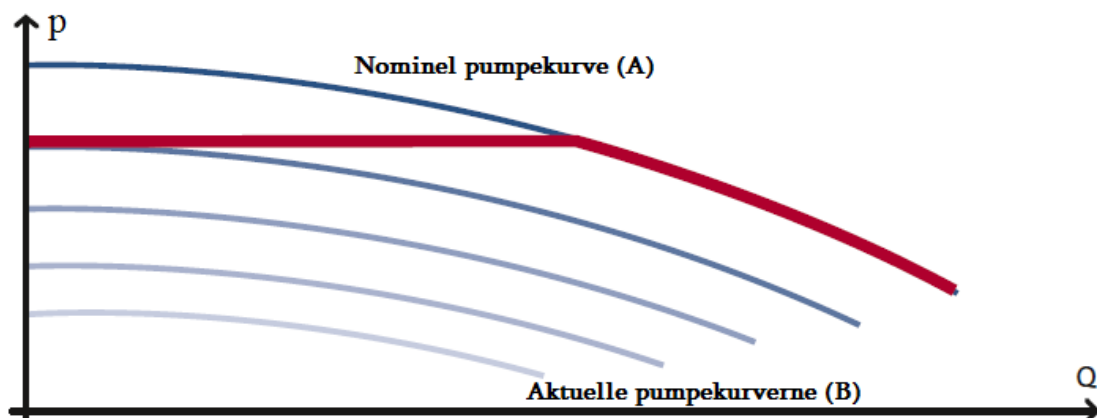
Indledningsvis blev der i praktikrapporten beskrevet de steder pumpen kunne blive placeret og dermed trykforholdet ved pumpens indløb.



Figur 2-1 Pumpens placeringer i forhold til vandforsyning.

Som det er illustreret i Figur 2-1 kan pumpen placeres i tre positioner i forhold til vandforsyningen. I position (a) sidder pumpen i stueetage ved jordoverfladen og pumper vand op af en brønd fra maksimalt 8 meters dybde, som svare til et indløbstryk på 0,2 bar absolut, hvilket giver et lavt, men konstant tryk. I position (b) er pumpen direkte tilsluttet vandforsyningsnettet, hvor indgangstrykket varierer, alt efter hvor i vandforsyningsnettet pumpen er placeret. I position (c), forsynes pumpen af en højtliggende vandtank. Hvilket giver et positivt konstant tryk, afhængigt af højde, differencen mellem vandtanken og pumpen.

Pumpekurven beskriver pumpens drift, hvor pumpens tryk kan aflæses, som funktion af flow. Dette er illustreret med den nominelle pumpekurve i Figur 2-2. Den nominelle pumpekurve indikerer, det maksimale pumpen kan yde. Hvorimod den aktuelle pumpekurve indikerer, det pumpen aktuelt yder. De to pumpekurver betegnes forholdsvis med bokstaverne A og B, som det er udtrykt i Figur 2-2.

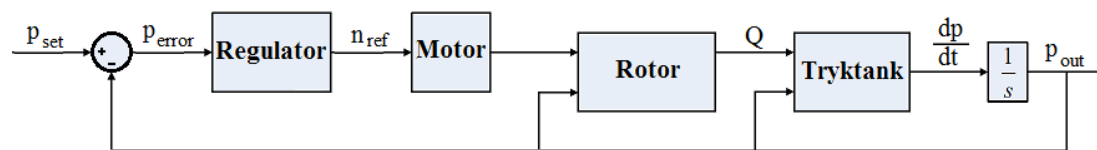


Figur 2-2 Pumpekurve med varierende vinkelhastighed.

Pumpekurven kan justeres op og ned ved at ændre på rotorens hastighed. Dette er illustreret i Figur 2-2 med en afdæmpende farve af pumpekurverne.

Denne pumpes karakteristik udnyttes til, at holde et konstanttryk ved pumpens udløb imens flowet varier, som det er illustreret med den røde pumpekurve i Figur 2-2. Trykket holdes konstant selvom flowet stiger, ved at ændre pumpens vinkelhastighed som funktion af flowet og dermed kan det løbe igennem pumpekurverne. Når trykket nå nominelle pumpekurve, vil den følge pumpekurven som funktion af flow, som den røde pumpekurve i Figur 2-2.

For at opstille en model for hele pumpen er den delt op i tre dele, så der kunne opstilles en model for hver del. Pumpemodellen består af en motor, der er udtrykt med en rate limiter. Efterfulgt af en rotor, der er beskrevet i rotormodellen med surface curve fitting, som er fit mellem 51 datapunkter på pumpekurven. Tryktanken der sidder bagerst, er derefter udtrykt med idealgasligning.



Figur 2-3 Pumpemodellen beskrevet matematisk.

Desuden er der opstillet en model for starttrykket, som angiver hvad starttrykket er, hvis modellen ikke stepes fra nul. Starttryksmodellen er baseret på curve fitting mellem 17 datapunkter, hvor der er intet flow. Dette giver en starttryksmodel, der udtrykker trykket som funktion af omdrejningstallet. Hele den eksisterende model med starttryksmodel er gengivet under modellen på side 7.

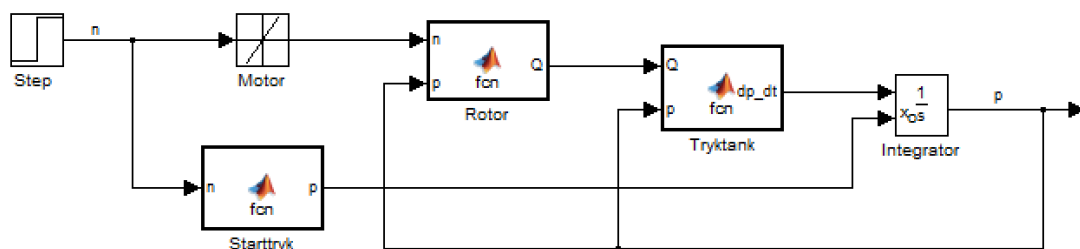
Den ulineare pumpemodel i Matlab simulink, er dernæst omskrevet til en linear pumpemodel. Hvor motormodellen er udtrykt med et førsteordens system og de to andre modeller, der er forholdsvis af 3. og 2. grad er lineariseret og anvendt i den lineare pumpemodel. Hvorefter hele den lineare pumpemodel er blokreduceret og anvendt til at designes regulator.

3. Pumpemodel

For at analysere de punkter, der er opstillet under den indledende problemformulering, skal der anvendes en model for Squba pumpen. Derfor vil der først opstilles en model for Squba inden problemanalysen. Der er allerede opstillet en model for Squba i praktikrapporten. Hvilket kort vil blive beskrevet inden den forbedrede Squba model opstilles. Både for at give et helhedsbillede af den forbedrede pumpemodel og for at give en bedre forståelse af de forbedringer der er fortaget i modellen. Hele pumpemodellen vil blive inddelt i fire dele, motormodel, rotormodel, tryktanksmodel og starttryks model, hvor de hver især vil blive beskrevet. Efterfølgende vil hele pumpemodellen verificeres med trykdata fra lab. Slutteligt vil den opstillede pumpemodel, for prototypen i Grundfos lab, konverteres til Squbas pumpemodel, så der kan udføres en real analyse af tryktanksvolumen.

Den eksisterende pumpemodel

Den eksisterende pumpemodel, der var opstillet i praktikrapporten, bestod af fire dele. Pumpens motor, rotor, tryktank, samt starttryk til at simulere starttrykket i systemet. Deres matematiske udtryk vil uddybes i løbet af dette afsnit.



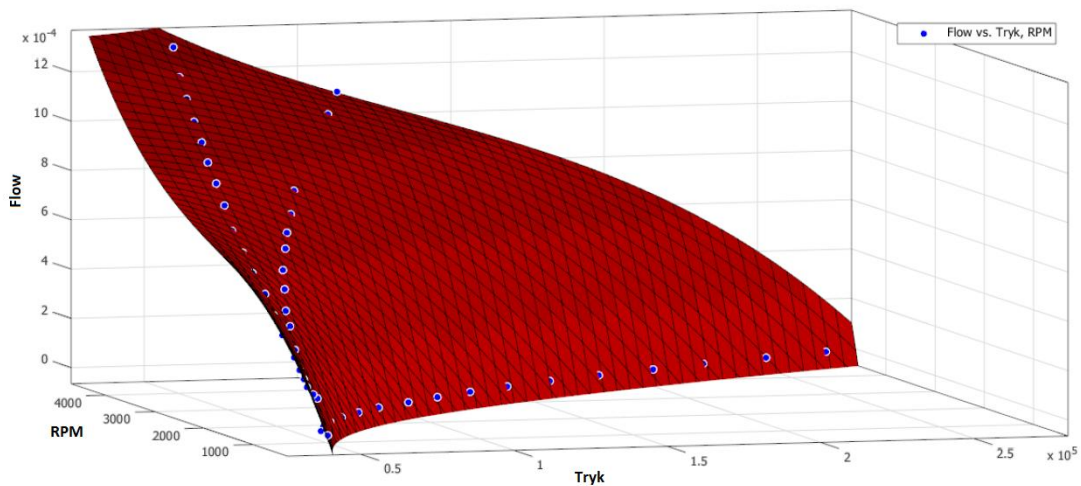
Figur 3-1 Den eksisterende pumpemodel fra praktikrapporten.

Sammenhængen mellem de fire dele af pumpemodellen er demonstreret i Figur 3-1. Hvoraf det fremgår at pumpemodellen steppes mellem to omdrejningstal, hvor startpunktet løber igennem starttryksmodellen og bestemmer starttrykket i systemet. Dette tryk sendes videre til integratoren, hvilket indtager det som startværdi. Selve steppet løber igennem motoren, hvilket sætter en hældning på steppet for at simulere motorens optræk. Motorens omdrejningstal sendes videre til rotoren, hvor flowet i pumpen er udtrykket som funktion af både omdrejningstallet og det aktuelle tryk. Dette flow sendes videre til tryktanksmodellen, hvilket udtrykker trykgradienten som funktion af både flow og det aktuelle tryk. Dernæst integreres trykgradienten, for at opnå trykket ved pumpens udløb. Hvilket sendes videre til både rotor- og tryktanksmodellen, som det aktuelle tryk.

De opstillede rotor- og starttryksmodel i praktikrapporten vil beskrives forinden, hvorimod motor- og tryktanksmodel vil blive beskrevet under den forbedrede pumpemodel, da der ikke er fortaget nogen ændringer i dem.

Den eksisterende rotormodel

Den eksisterende rotormodel var opstillet på basis af 51 målte datapunkter af tryk, flow og rotorens omdrejningstal. Hvor der var målt 17 punkter med et interval på 250 rpm, ved hver ventil position, som var indstillet til at være fuld åben, halv åben helt lukket.



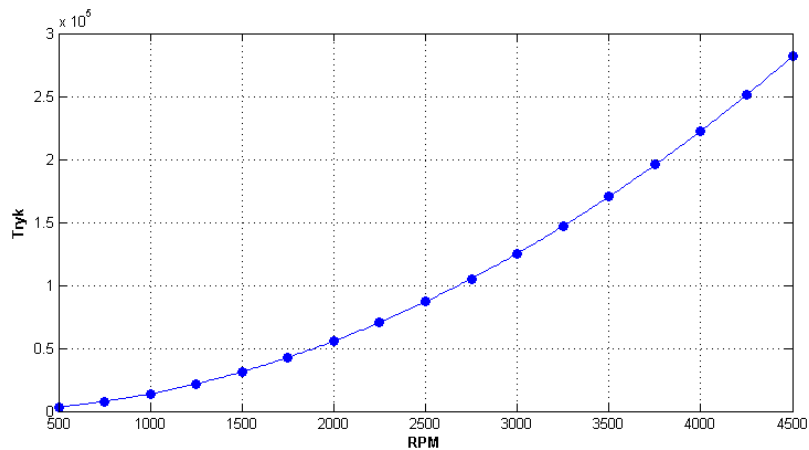
Figur 3-2 Tredimensionelle plot af flowet imod tryk og omdrejningstallet.

De 51 datapunkter er plottet i et tredimensionalt koordinatsystem, som det fremgår af Figur 3-2. Hvorefter der er bestemt en ligning for grafens overflade, der udtrykker flowet som funktion af både tryk og omdrejningstal. Denne matematiske beskrivelse af flowet blev anvendt til at udtrykke rotormodellen.

Der er en stor usikkerhed forbundet med den eksisterende rotormodel, da der er taget alt for få målinger i forholdet til den overflade de skal beskrive. Hvilket også fremgår af de store intervaller mellem datapunkterne på grafens overflade i Figur 3-2. Dertil var måleinstrumenterne heller ikke ret gode f.eks. kunne skyldeventilen ikke indstilles i andre positioner end de tre, som der er foretaget målinger ved. For at kunne opstille en bedre rotormodel med denne metode skal der en del flere målinger og bedre instrumenter til. Da dette ikke er muligt vil rotormodellen forbedres matematisk under den forbedrede rotormodel på side 10.

Den eksisterende starttryks model

Der er tilføjet et starttryk i den eksisterende pumpemodell for at efterligne forsøgets forhold i lab. Pumpemodellen blev steppet fra henholdsvis 500, 1000, 2000, 3000 og 4000 rpm til 4500 rpm. Da pumpen var oppe at køre inden den blev steppet, blev der opfyldt vand i tryktanken, som opbyggede tilsvarende tryk i systemet.



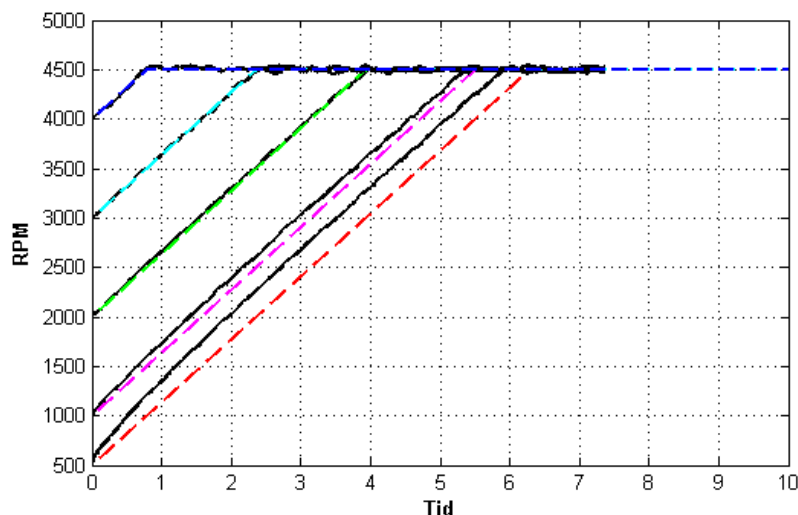
Figur 3-3 Målte starttryks punkter i lab.

For at tage højde for det i modellen, blev der i praktikrapporten opstillet en model for starttrykket på basis af 17 målte datapunkter for pumpekurven, hvor flowet var nul. Da dette var en fittet mellem de 17 punkter, der udtrykte starttryks modellen og ikke en ligning, der var baseret på rotormodellen. Passede den ikke helt sammen med pumpemodellens starttryk. Derfor vil der opstilles en ny starttryks model i den nye pumpemodellens starttryk. Derfor vil der opstilles en ny starttryks model i den nye pumpemodellens starttryk på side 14.

Forbedret pumpemodell

Motormodel

Der er ikke ændret på motormodellen i den forbedrede pumpemodell, da den eksisterende motormodells beskrivelse af motoren er fyldestgørende. Motormodellen blev opstillet på basis af fem forsøg i lab. Hvor pumpe-systemet med last blev steppet til 4500 rpm og tidsintervallet blev målt under de fem forsøg. De målte data er illustreret med sorte kurver i Figur 3-4.



Figur 3-4 Motorens acceleration i lab. og i Matlab simulink.

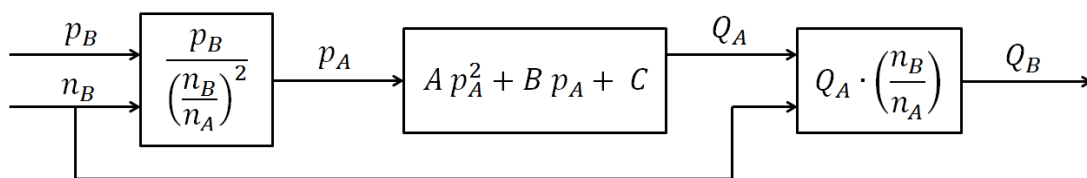
For opstille en model for motoren blev der anvendt rate limiter i MATLAB simulink med en gradient på 636 rpm/s , der udtrykte motorens hastighed som funktion af tid. De fem

forsøg fra lab er simuleret og plottet med stiplede linjer. Hvor rød og mørkeblå kurve stemples fra henholdsvis 500 rpm og 4500 rpm.

Rotormodel

For at forbedre pumpemodellen matematisk er affinitetsligningerne anvendt til at opstille rotormodellen. Affinitetsligningerne benyttes til at forudsige ret nøjagtigt pumpens tryk og flow ved ændring af rotorens omdrejningstalt. Men affinitetsligningerne blev ikke benyttet i praktikrapporten, til at beskrivelse rotormodellen matematisk. Dette skyldes, at der blev anvendt forkerte formler for affinitetsligningerne, hvilket resulterede i at de målte data i lab. ikke passede samme med rotormodellens resultater. Da praktikprojektet var ret tidspresset på det tidspunkt og formlerne var udleveret af en troværdig kilde, blev det antaget, at der var fejl i beregningerne, hvilket var umuligt at spore, da fejlen lå i formlerne. Derfor blev der anvendt surface curve fitting til at udtrykke rotormodellen.

Som det fremgår af pumpemodellen i Figur 3-1, er det aktuelle flow ud af rotormodellen en funktion af både det aktuelle tryk og omdrejningstallet $Q_B(p_B, n_B)$. For at opnå rotormodellens aktuelle flow anvendes affinitetsligningerne. Affinitetsligningerne omskrives og sættes ind samme med den nominelle pumpekurvs ligning, som det er illustreret i Figur 3-5.



Figur 3-5 Pumpemodellen med Affinitetsligningerne.

Som det fremgår af den første blok i Figur 3-5, omregnes den aktuelle tryk og omdrejningstalt til det nominelle tryk (p_A) med affinitetsligningen for tryk. Efterfølgende anvendes det nominelle tryk og nominelle pumpekurvs ligning i den anden blok, til at udregne det nominelle flow (Q_A). For at opnå det aktuelle flow, anvendes affinitetsligningen for flow i den sidste blok. Der udtrykker det aktuelle flow som funktion af det nominelle flow og det aktuelle omdrejningstal.

Affinitetsligningerne kan anvendes, hvis trykket og flowet er givet på den nominelle pumpekurve, kan den aktuelle tryk og flow, ved lavere omdrejningstal, bestemmes af Ligning 3-1 og Ligning 3-2. Det skal bemærkes at det nominale tryk og flow er funktion af hinanden. Dermed er de to ligninger ikke uafhængig af hinanden.

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \left(\frac{n_B}{n_A}\right) \quad \text{Ligning 3-1}$$

$$\frac{p_B}{p_A} = \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2 \quad \text{Ligning 3-2}$$

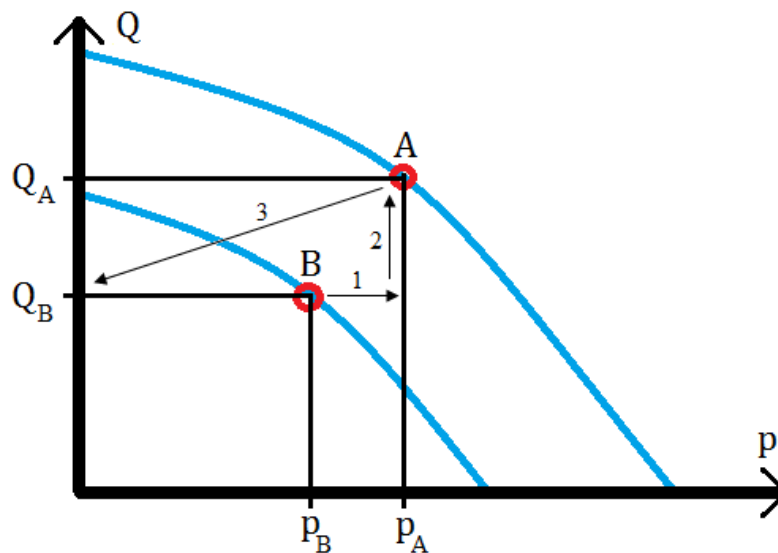
Affinitetsligningerne foroven er udregnet under forudsætning af at hastighedstrekanten ved rotorens indløb og udløb er geometrisk lignedannede både før og efter hastighedsændring. For at klargøre denne antagelse er affinitetsligningerne udledt med hastighedstrekant i Appendiks A: Udledning af Affinitetsligningerne

Det nominelle pumpekursligning i Ligning 3-3 er opstillet på basis af de tre punkter, der er målt for pumpekurven ved 4500 rpm. Der kan udledes en ret god ligning for en pumpekurve, ud fra tre punkter på den, da pumpekurven følger en anden gradsligning. Men måling af de tre datapunkter på nominale pumpekurve er ikke helt fyldestgørende, hvilket skaber tvivl om den forbedrede pumpemodellens nøjagtighed. De målte datapunkter vil blive diskuteret under Figur 3-7 på side 12.

$$Q_A = A p_A^2 + B p_A + C$$

Ligning 3-3

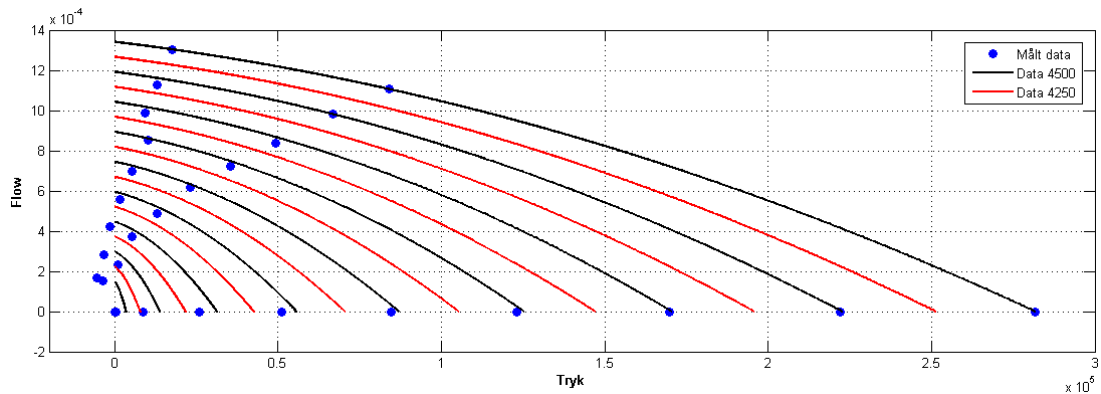
Affinitetsligningerne kan kun anvendes, hvis et punkt A er opgivet på den nominelle pumpekurve, hvilket ikke er tilfældet ved rotormodellen i Figur 3-1. Hvor rotormodellen få det aktuelle tryk og omdrejningstal i punkt B som input. Derfor skal punktet A på den nominelle pumpekurve bestemmes først, for kunne anvende affinitetsligningerne. For at udregne punktet A i Figur 3-6 anvendes Ligning 3-2, som er affinitetsligningen for tryk. For at opnå det nominelle tryk, omskrives Ligning 3-2, så den udtrykker det nominelle tryk som funktion af det aktuelle tryk og omdrejningstal. Dernæst anvendes det nominelle tryk i punkt A til at regne det nominelle flow ud i punkt A med den nominale pumpekursligning, som er opgivet i Ligning 3-3.



Figur 3-6 Pumpekurve

Det nominelle flow i punkt A anvendes, derefter til at udregne det aktuelle flow i punkt B med Ligning 3-1. Dermed opnås pumpekurven, der beskriver pumpens flow som funktion af det aktuelle tryk og omdrejningstallet. For at undgå flow igennem pumpen, når pumpen ligger i dvale, er der installeret en tilbageslagsventil ved pumpens udløb. For at beskrive denne ventil matematisk i pumpemodellen, regnes der kun med positivt flow i rotormodellen.

I Figur 3-7 er pumpekurverne plottet både med Affinitetsligningerne og de målte datapunkter for tryk og flow ved 250 rpm's interval. Pumpekurverne der er udregnet med affinitetsligningerne, er plottet med et interval på 250 rpm, fra 500 til 4500 rpm, med henholdsvis sort og rød farve.



Figur 3-7 Pumpekurve med affinitetsligningerne og målte datapunkter.

De målte datapunkter på pumpekurven er plottet med blå prikker. Disse punkter er tegnet med et interval på 500 rpm, fra 500 til 4500 rpm. Hvor hver anden målte pumpekurve er undladt, for at gøre Figur 3-7 mere anskueligt.

Som det ses på Figur 3-7 giver de målte datapunkter et negativt tryk over pumpen, ved lavt vinkelhastighed af rotoren, hvilket ikke er tilfældet i virkeligheden. Dette skyldes en unøjagtig kalibreringsligning, der blev anvendt til at konvertere trykdataet fra den digitale trykmåler til bar. En kalibreringsligning blev anvendt til dette formål, da den digitale trykmålers konverteringsforhold ikke var oplyst. Desuden havde den digitale trykmåler ikke et display, derfor var der installeret en analogtrykmåler for styre systemet med under forsøg. For at konvertere den digitale trykmåleres data til bar, blev denne analogtrykmåler anvendt til at opstille en ligning for kalibrering af den digitale trykmåler. Da analogtrykmåler have en nøjagtighed på 0,1 bar, kunne modellen ikke være mere eksakt end 0,1 bar. Derfor er der en fejl forbundet med kalibreringsligning på ca. 0,1 bar. Det er desværre ikke muligt at rette op på den fejl, da det ikke har været muligt at spore den digitale trykmåler hos Grundfos. Så konverteringsforholdet for den digitale trykmåler kunne slås op i dens datablad.

At flow dataet passer så godt med affinitetsligningerne i Figur 3-7 skyldes, at flowet blev målt ret nøjagtig med de instrumenter der var til rådighed. For at måle flowet blev der tappet vand fra pumpen, samtidigt med at der blev taget tid med et stopur. Efterfølgende blev det tappede vand vejet og flowet ud regnet af de målte data.

Udover den usikkerhed der forbundet med kalibrering af trykket, er der en vis usikkerhed forbundet med alle de 51 datapunkter, der er målt på pumpekurven. De er nemlig hver kun målt en enkelt gang. Det er umuligt at sige noget om de fejl der forbundet med dårlig måling, da der ikke er nogen målinger de kan sammenlignes med.

Derudover var det en prototype af MQ3-45 pumpen, som var produceret af plast. Hvilket gav en del udfordringer under datamålinger, da den ikke altid var lige tæt. Pumpen skulle tætnes under forsøget, hvis den ikke kunne holde trykket, hvilket først kunne aflæses, når trykket faldt mere end 0,1 bar. Hvordan trykfaldt, har påvirket de 51

datapunkter, er svært at vurdere, men det også en fejl der forbundet med både tryk og flow data, da trykfaldet vil påvirke flowet.

Det bemærkes også i Figur 3-7 at tryk forskellen mellem de målte pumpekurver og dem udregnet med affinitetsligningerne er omvendt proportionale med rotorens omdrejningstal. Dette kan skyldes den usikkerhed der forbundet med de 51 datapunkters målinger, hvilket er særlig kritisk for de tre datapunkter på den nominale pumpekurve, da hele rotormodellen er baseret på dem. Dette gør at den relative fejl stiger ved lave omdrejningstal.

Alt dette gør rotormodellen ret upræcis, men tendenserne er klare i Figur 3-7 mellem pumpekurverne. Dette taget i betragtning kan det konkluderes at rotormodellen, baseret på affinitetsligningerne, kan beskrive rotormodellen.

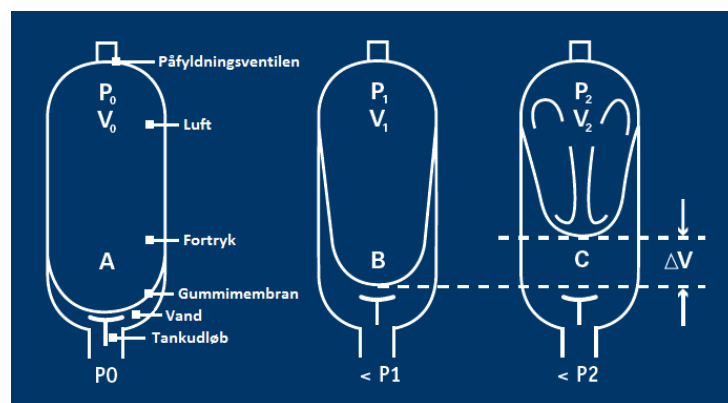
Tryktanksmodel

Den eksisterende tryktanksmodel, der var opstillet med kun idealgasligning, i praktikrapporten er genanvendt og forbedret med kontinuitet ligning. Tryktanksmodellen udtrykker tryktankens trykgradient som funktion af både trykket ved pumpens udløb og flow ind til tryktanken. Dette er beskrevet matematisk i Ligning 3-4 og udledt i Appendiks B. Det skal bemærkes at Ligning 3-4 og Appendiks B er hentet fra praktik rapporten.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{Q \cdot (p + 1)^2}{V_0 \cdot (p_0 + 1)}$$

Ligning 3-4

Tryktanken er illustreret i Figur 3-8, der består af en metalskorpe med gummiblære i den. For at opstille tryktankens ligning med idealgasligning er det antaget at processen er isotermisk, hvilket ikke er helt tilfældet i praktisk. Eftersom det fremgår af Figur 3-8, at et stigende vandtryk i tryktanken reducerer volumen i gummiblærens og omvendt. Denne ændring i volumen er et stykke arbejde, som udføres på og af luften i gummiblæren. Udføres dette proces langsomt vil luften i gummiblæret nå at udveksle varme med omgivelserne, som en isotermisk proces.



Figur 3-8 Tryktankens funktion

Men hvis processen udføres hurtigt, som ved opfyldning af tom tryktank eller ved pludselig stort vandforbrug, vil luften ikke nå at udveksle varme med omgivelser. I de to tilfælde vil processen ikke være isotermisk, men derimod adiabatisk. I ifølge kontrolingeniøren Torben Dissing fra Grundfos er det ikke mere end en til to grader.

Derfor anses det for at være ret god antagelse, der giver en fyldestgørende beskrivelse af processen og dermed af tryktanken.

Men inden pumpetrykket overstiger fortrykket i tryktanken, er tryktanken ud af funktion. For at beskrive pumpetrykket inden tryktanken aktiveres, anvendes der kontinuitet ligning udtrykket i Ligning 3-5.

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho \cdot dV + \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \text{Ligning 3-5}$$

Grundlæggende bygger kontinuitet ligning på bevarelse af massen, hvor summen af den masse der strømmer ind i en fast volumen og det masse der strømmer ud af den er nul. Men hvis der lukkes for udstrømning af massen, så der strømmer kun masse ind i fast volumen, vil den indstrømmede masse ophobes til tryk. Dette er beskrevet matematisk i Ligning 3-6, hvor anden led i Ligning 3-5, udtrykker masse udstrømning er sæt lig med nul.

$$\dot{m}_{in} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho \cdot dV \quad \text{Ligning 3-6}$$

Udledning af Ligning 3-7 ud fra Ligning 3-6 er beskrevet i Appendiks C: Udledning af kontinuitet ligning. Ligning 3-7 udtrykker trykgradienten som funktion af flow, hvor volumen (V) og bulk moduls (β_F) er konstante. Squba indre volumen, hvor trykket bygges op er 1,4 liter og bulk moduls for vandet ved 20°C og 1 bars tryk er $2,2064 \cdot 10^9 \text{ bar}$. Bulk moduls værdien vil ændre sig forsvindende lidt fra 1 til 10 bar og da det maksimale vandtryk, der kan finde sted i Squba er på 7,5 bar, kan denne værdi for bulk moduls anvendes i tryktankens model, uden at der skal tages højde for trykændring. Temperaturen i Squba kan svinge mellem 0 og 35°C, derfor er bulk moduls værdien ved 20°C anvendt.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta_F}{V} \cdot Q \quad \text{Ligning 3-7}$$

Starttryks model

For at opnå det maksimale tryk ved et bestemt omdrejningstal sættes flowet lig med nul, da tryk og flow er omvendt proportionelle. Den Forbedret starttryks model er uddraget af rotormodellen. Hvor de tre ligninger der beskriver rotormodellen i Figur 3-5 er sæt samme og udtrykket i Ligning 3-8.

$$Q_B(n_B, p_B) = \left(A \cdot \left(\frac{p_B}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2} \right)^2 + B \cdot \left(\frac{p_B}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2} \right) + C \right) \cdot \left(\frac{n_B}{n_A} \right) \quad \text{Ligning 3-8}$$

I Ligning 3-8 er udtrykket for det nominelle tryk (p_A) sæt ind i den nominelle pumpekurves Ligning 3-3, hvilket er en andengradsligning. Dette giver den nominale flow (Q_A), hvilket ganges med omdrejningsforholdet, for at opnå det aktuelle flow (Q_B).

Gangs Ligning 3-8 ud og flowet sættes lig med nul, for at opnå starttrykket, giver det en andengradsligning som det er udtrykket i Ligning 3-9.

$$A \cdot \left(\frac{p_B^2}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)^3} \right) + B \cdot \left(\frac{p_B}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)} \right) + C \cdot \left(\frac{n_B}{n_A} \right) = 0 \quad \text{Ligning 3-9}$$

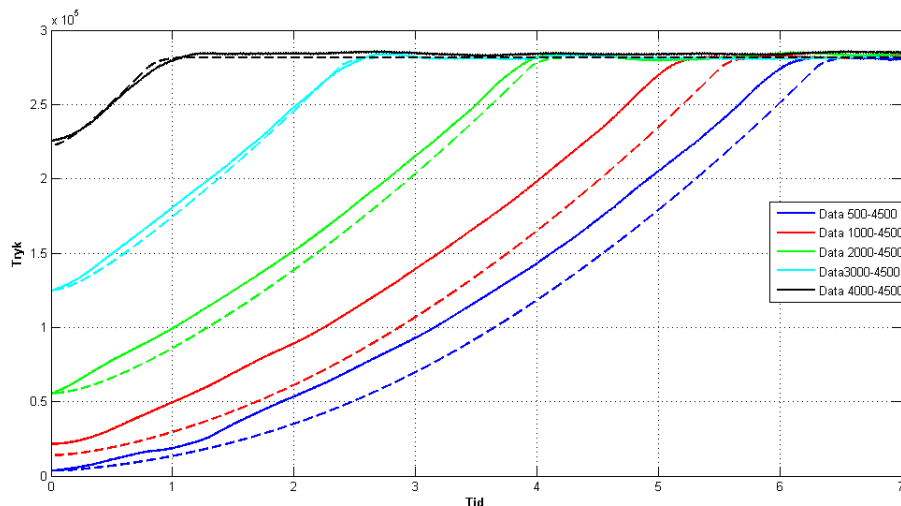
Løses andengradsligningen i Ligning 3-9 med Ligning 3-10, hvor det kun de positive løsning der anvendes giver det den aktuelle starttryk (p_B), som funktion af det aktuelle omdrejningstal (n_B).

$$p_B = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C}) \cdot n_B^2}{A \cdot n_A^2} \quad \text{Ligning 3-10}$$

Dermed består starttrykmodellen af Ligning 3-10, samt det nominelle omdrejningstal (n_A) og de tre koefficienter A, B og C fra Ligning 3-3.

Verificering af den forbedrede model

I praktikrapporten blev der opstillet et forsøg til sidst, for at verificerer hele pumpemodellen. Der blev i alt lavet fem målinger, hvor pumpen blev steppet fra 500, 1000, 2000, 3000 og 4000 rpm til 4500 rpm, som det er illustreret i Figur 3-9. Under forsøget var skyldventilen lukket ved pumpens udløb, for at oplager mest mulig vand i tryktanken og opbygge makismal tryk i systemet. Dette tryk blev målt og plottet imod den tid det tog, at opnå det maksimale tryk i pumpen.



Figur 3-9 Systemets tryk over tid ved fem stepstørrelser.

De hele kurver i Figur 3-9 er trykmålinger i lab, som er plottet imod tiden. De stiplede kurver er derimod pumpemodellens data, der er opstillet i Matlab simulink. De to blå kurver i Figur 3-9 er steppet fra 500 rpm og de to sorte kurver er steppet fra 4000 rpm.

Det observeres af Figur 3-9, at pumpemodellens data passer meget bedre med lab data, ved højt omdrejningstal, i forhold til lavt omdrejningstal. Dette skyldes de fejl der forbund med omdrejningstallet i rotormodellen, hvilket stiger med faldende

omdrejningstal. Udover dette fejl passer den forbedrede pumpemodell ret godt med data målinger i lab, hvor de stiplede og hele linear følger hinanden ret godt. Dermed betragtes den forbedret pumpemodell for at være verificeret.

Herefter anvendes den verificerede pumpemodell til at simulere den færdige udviklede Squba pumpe, i stedet for prototypen. Dette gøres for kunne analysere de faktiske forhold både i og omkring pumpe. Så der kan udføres et bedre og mere realistisk analyse. Desuden vil der opnås en mere sikrer modell, med både bedre og pålidelig data der målt af Grundfos for den færdige udviklede MQ-pumpe.

Der ændres på tre grundlægende data i pumpemodellen, motors acceleration, den nominelle pumpekurve og tryktanks volumen. Motorens acceleration nidoles næsten og sættes op fra 636 rpm/s. til 5625 rpm/s. Den store accelerations forskel skyldes, at der var et andet styresystem installeret til styre pumpe i lab. end den styresystem, der kommer til at sidde i den færdigudviklet Squba.

Den nominelle pumpekurv i rotormodellen erstattes med MQ3-45 nominelle pumpekurv, der er synkroniseret med el-nettet på 50 Hz, hvilket svar til 3000 rpm. Men da Squba skal kunne yde det samme tryk og flow ved 4500 rpm, som MQ3-45 yder ved 3000 rpm, matcher deres nominelle pumpekurver hinanden.

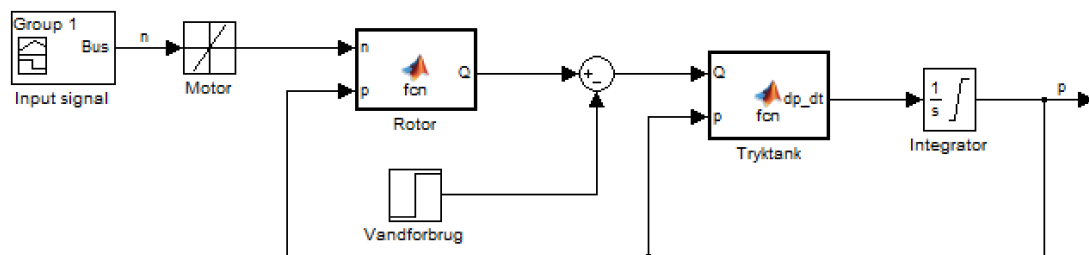
Tryktanken volume er endnu ikke fastsat, for at bestemme dens størrelse tryktankens volumen analysers under problemanalysen.

4. Problemanalyse

I det foregående afsnit blev den forbedrede pumpemodell opstillet med rate limiter, affinitetsligningerne og idealgasligning, på baggrund af målte pumpe data i Grundfos lab. Efterfølgende blev pumpemodellen konverteret til Squbas pumpemodell, ved at forsyne den med Squbas pumpekurve, motorens data, samt tryktanks fortryk og volum. Men de to sidste af tryktanks parametre er ikke fastlagte, derfor vil de bestemmes i dette afsnit, ved at analysere Squbas pumpe-system. Men inden det vil fire af systemets parametre; flowet, referencetryk, samt tryktanks fortryk og volum analysers, for at klargøre deres funktion i forhold til systemets trykdynamik. Denne viden vil dernæst anvendes til at udføre en analyse af tryktanks volume og fortryk, for at vurderer hvor stor en tryktank, der skal anvendes i Squba, så den kan opfylde de opstillede tryk krav under indledende problemformulering.

Tryktanks parameter analyse

For at forstå hvordan den opstillede tryktanksmodell på side 13 fungerer i drift, vil der her udføres en analyse af hele Squbas pumpe-system. Analysen vil belyse sammenhængen mellem systemets fire parametre (flow, volumen, fortryk og referencetryk) og dens tre resulterende parametre (trykgradient, indsvingningstid og tryktanks tømningstid). Men inden det vil Squbas pumpemodell i Matlab simulink, og de simuleringer der udføres med den for systemets fire parametre analyse, beskrives. For at opfylde dette formål, er der opstillet Squbas pumpemodell fra det foregående afsnit forneden i Figur 4-1. Hvilket er en gengivelse af Figur 3-1, men hvor rotormodellen er udtrykt med affinitetsligninger og Squbas pumpekurve, samt motorens accelerations hældning. Startrykksmodellen er ikke taget med, da pumpemodellen steppes fra nul bar.



Figur 4-1 Pumpemodellen med vandforbrug

Derudover er der foretaget to ændringer i Squbas pumpemodell, som sætter den i stand til at udfører simulering for systemets parametre. For at kunne styre pumpedriften forsynes Squbas pumpemodell med inputs signal i stedet for step input. Eftersom input signal kan justeres op og ned efter formålet, for hver simulering. Desuden er der tilføjet et step input mellem rotor- og tryktankmodellen, for at simulere vandforbruget.

For at undersøge hvordan de fire parametres variation påvirker systemets trykgradient, indsvingningstiden, samt tømningstid, vil der udføres i alt fire simuleringer med Squbas pumpemodell i Matlab simulink. I hvert af de fire simulering vil tre af de fire systemets parametre holdes konstante, og det fjerde parameter vil varieres mellem fire værdier. Der holdes så vidt muligt lige store intervaller imellem dem, for kunne holde resultaterne overfor hinanden. Dette giver fire simuleringer til tre af parametrene og fem

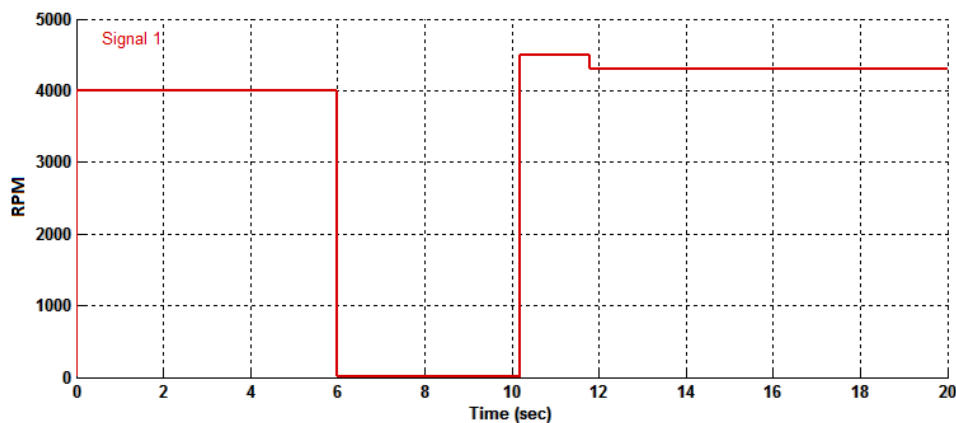
til referencetrykket, dvs. at der i alt udføres 17 simuleringer. De konstante værdier for de fire systemets parametre er opstillet i Tabel 4-1.

Flow	Volumen	Fortryk	Referencetryk
[m^3/t]	[liter]	[bar]	[bar]
1	1,8	$3,5 \cdot 0,7$	3,5

Tabel 4-1 Konstante værdier af systemets fire parametre.

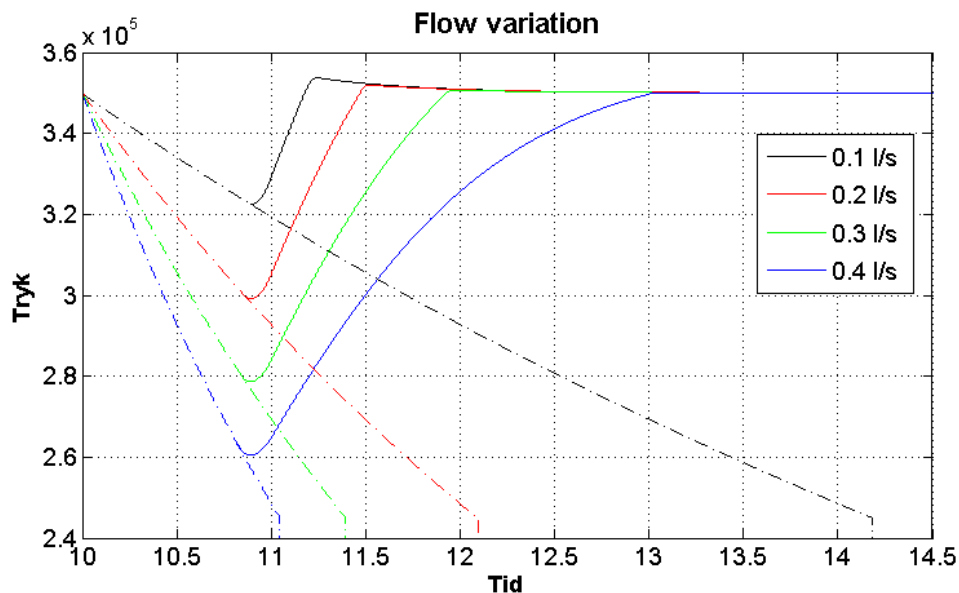
Værdierne for systemets fire parameter i Tabel 4-1 er mere eller mindre valgt tilfældigt, indenfor deres interval som er bestemt af Grundfos for Squba. De er valgt tilfældigt, da de ikke skal ligges til grund, for at beregne noget på Squba, men for at analysere dens fire parameter.

For kunne analysere systemets fire parametre, skal tryktanken i Squbas pumpemodell fyldes op med vand først, hvorefter vandet tappes og de fire parametre kan analyseres. Derfor steppes pumpemodellen op til det omdrejningstal, der svare til referencetrykket. For at steppe pumpen op til 3,5 bars referencetrykket, skal den steppes op til 4002 rpm, som det er indikeret med den røde graf i Figur 4-2.



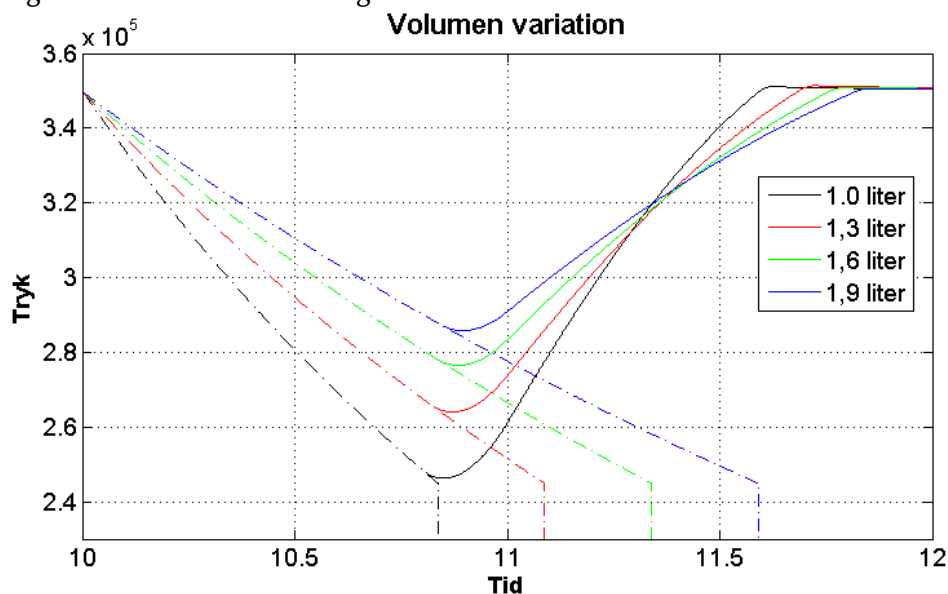
Figur 4-2 Input signal til Squbas pumpemodell i Matlab simulink.

Når trykket ved pumpens udløb og lufttrykket i tryktanken matcher referencetrykket, steppes pumpen ned til nul igen, for at slukke for pumpen. Som det fremgår af Figur 4-2, finder dette sted efter 6 sekunder. For at give pumperotorerne tid til at stå helt stille, inden flow steppet kommer, er flow steppet ($1 m^3/t$) først sat ind ved 10 sekunder, hvilket ikke kan ses på Figur 4-2. For at undersøge hvor meget der kan justeres op og ned på systemets fire parameter, inden tryktanken løber tør for vand, samt hvornår og hvordan pumpen leverer trykket, vil hver af de i alt 17 simuleringer udføres to gange. Den ene af gangene steppes pumpen ikke op igen, for at observere systemets trykadfærd uden pumpe, indtil tryktanken løber tør for vand. Denne trykadfærd er indikeret med stiplede linear i Figur 4-3 til Figur 4-6 på side 19 til 21. Den anden gang steps pumpen op igen, for at observer systemets trykadfærd med pumpen. Pumpen steppes 0,2 sekunder efter flow steppet, da det tager pumpens styringsenhed 0,2 sekunder at registrer trykfaldet i systemet. Pumpen vil steppes op til 4500 rpm, da det er det som pumpen er sat til at gøre ved hver opstart. Desuden skal pumpen genoprette referencetrykket, så hurtigt som muligt. Hvilket kan opnås, ved at anvende pumpens fulde potentiale. Når referencetrykket er opnået steppes pumpen ned til det omdrejningstal, der svare til systemets referencetryk med $1 m^3/t$ flow i systemet.



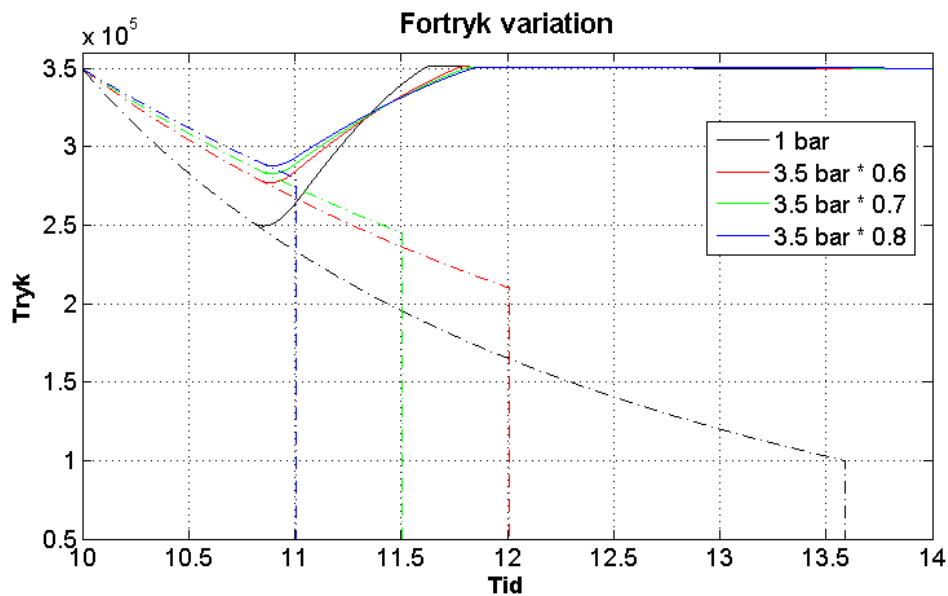
Figur 4-3 Flow variation

I Figur 4-3 holdes tryktankens referencetryk, volumen, samt fortryk konstant, hvorimod flowet varieres mellem 0,1 og 0,4 l/s. De fire flow værdier er valgt, da 0,3 l/s svare til $1 \text{ m}^3/\text{t}$. Enheden liter pr. sekunder er valgt, for bedre kunne sammenligne det med tryktanksvolumen i liter. De sorte kurver angiver det mindste flow og de blå kurver angiver den største. Det bemærkes i Figur 4-3, at alle fire stiplede grafer knækker og falder næsten lodret ned nøjagtig ved samme tryk. Dette skyldes fortrykket, som er konstant igennem de fire grafer. Når trykket i systemet falder under tryktankens fortryk, indikere det at tryktanken er tømt og dermed falder trykket drastisk. Dette er også tilfældet i de næste tre figurer fra Figur 4-4 til Figur 4-6, hvor de andre tre af systemets parameter varieres. Derudover observeres det i Figur 4-3, at tryktankens trykgradient er proportional med flowet, hvilket resultere i større trykfald ved større flow. Ydermere fremgår det af graferne i Figur 4-3, at indsvingningstiden stiger og tryktankens tømnings tid bliver kortere med stigende flow.



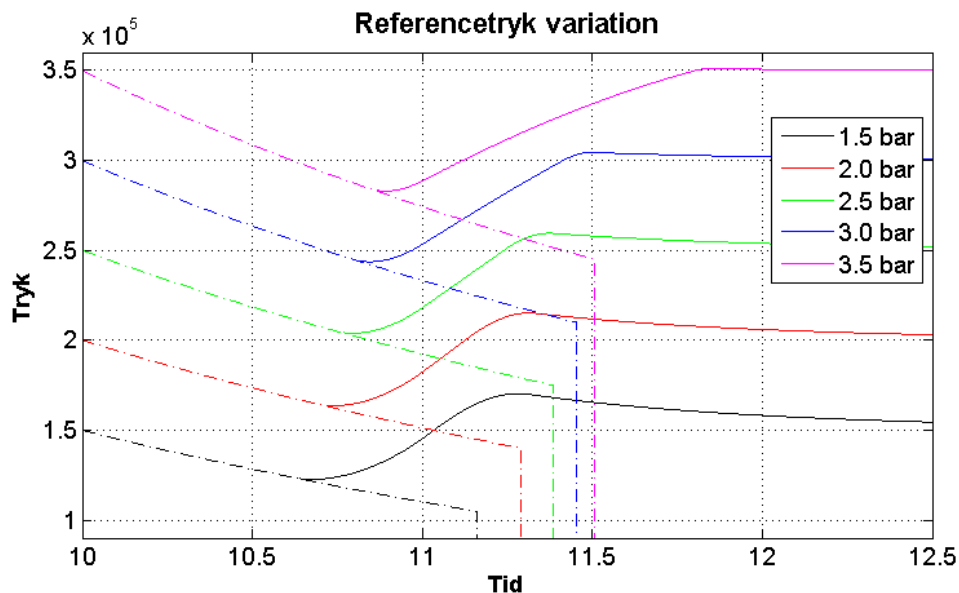
Figur 4-4 Volumen variation

I Figur 4-4 holdes tryktankens fortryk, referencetrykket, samt flowet konstant, hvorimod tryktankens volumen varieres mellem 1,0 og 1,9 liter. Det observeres ud fra de fire grafer i Figur 4-4 at tryktankens trykgradient er omvendt proportional med tryktankvolumen, da trykgradient er størst ved en liters tryktank. Dette skyldes, at der skal oplagres mere vand i en større tryktank i forhold til en lille tryktank, for at opbygge det samme tryk. Derfor er trykfaldet også størst i en lille tryktank i forhold til en stor, når der tappes den samme mængde vand fra dem. Desuden resulterer dette også i at tryktanken med den lille volume løber hurtigere tør, dette fremgår af den sorte kurve med de stiplede linear i Figur 4-4, som knækker først. Ydermere bemærkes det af de fire kurver, at indsvingningstiden falder ved reducering af tryktankens volumen, hvilket igen skyldes, at der skal mindre vand i en lille tryktank for at opbygge samme tryk i forhold til et stor.



Figur 4-5 Fortryk variation

I Figur 4-5 holdes tryktankens volumen, flow, samt referencetrykket konstant, hvorimod fortrykket varieres mellem 1,0 og 2,8 bar. Det observeres ud fra Figur 4-5, at fortrykket også er omvendt proportional med trykgradient i tryktanken. Da trykket i den sorte kurve falder mere end den blå kurve i samme tidsperiode. Dette skyldes fortrykket, som tryktanken anspændes med. Jo højere fortrykket desto mere tryk skal der til, for at lagre mere vand i tryktanken. Hvis fortrykket sættes for højt oppe vil der opnås en lavere trykgradient, og der vil tilsvarende lages mindre vand i tryktanken. Dette vil resultere i at tryktanken tømmes hurtigere end hvis fortrykket var sæt lavere. Dette observeres ved de lodrette fald i de fire kurver, som udskydes i takt med at fortrykket sættes ned. Hvis fortrykket sættes for langt ned vil tryktanken holde længere, men trykgradienten vil stige. Hvilket vil resultere i et alt for stor trykfald i systemet inden pumpen når at levere tryk. Det handler derfor om at finde den rigtige balance. Indsvingningstiden modsat trykgradienten er ligefrem proportional med fortrykket. Dette skyldes at en lavere fortryk kan både nemmer og hurtigere trykkes i forhold til et højere fortryk.



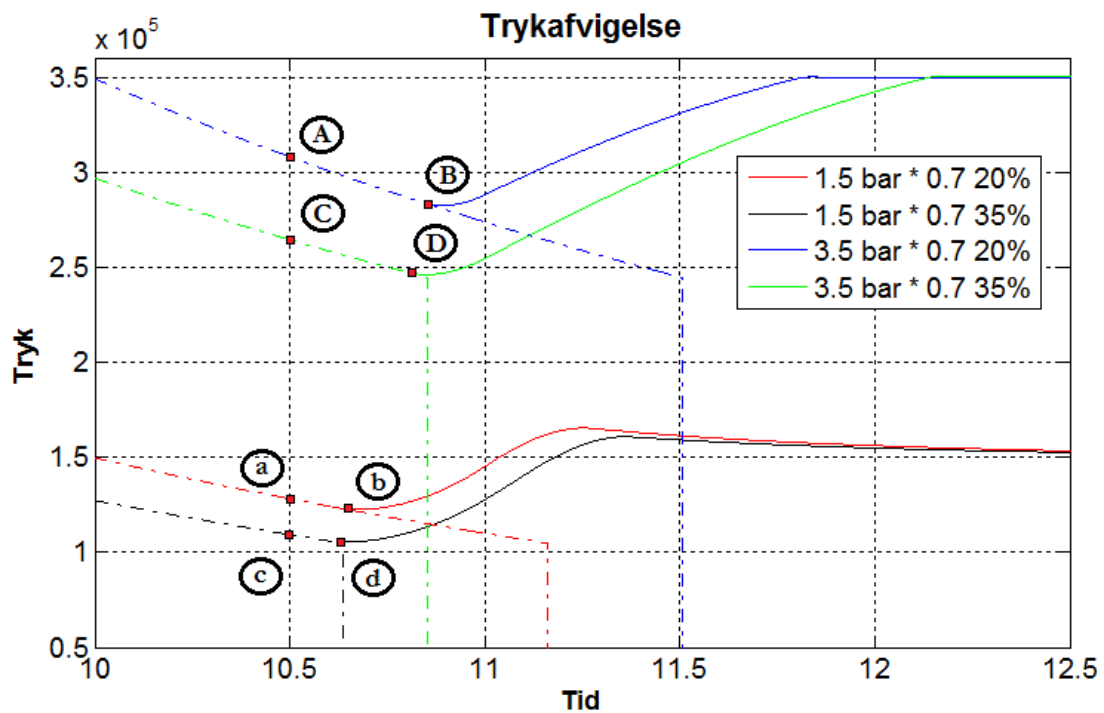
Figur 4-6 Variation af referencetrykket.

I Figur 4-6 holdes tryktankens volumen, flow, samt fortryk konstant, hvorimod referencetrykket varieres mellem 1,5 og 3,5 bar. Det observeres ud fra Figur 4-6 at tryktankens trykgradient er proportional med referencetrykket. Dette skyldes at der ikke skal lagres lige så meget vand op i tryktanken, for at opnå et lavt referencetryk, som der skal lagres til for et højere referencetryk. Dvs. at der ændres mere på fortryks trykket, ved et højt referencetryk i forhold til et lavt referencetryk. Dette resulterer i en større trykgradient, når der tapes vand af en tryktank med et højt referencetryk. Da der lagres mindre vand i tryktanken ved lavet referencetryk, løber den også hurtigere tør for vand. Dette fremgår af tiden mellem knækkerne på de fem stiplede kurver. Indsvingningstiden vil også falde ved et lavere referencetryk, da pumpen vil opnå et lavere referencetryk hurtigere end højere referencetryk. Det bemærkes i Figur 4-6, at pumpens fulde hastighed giver et oversving, hvilket er tydeligst ved de lave referencetryk. Dette skyldes at pumpen først steppes ned igen fra tophastighed, når referencetrykket er opnået. Dette giver et større oversving, hvilket kommer mere til udtryk ved lavere referencetryk, end ved højere referencetryk. Dette skyldes, at pumpen kan levere meget større tryk end referencetrykket ved et lavere referencetryk.

	Flow		Volumen		Fortrykket		Setpunkts tryk	
	Lav	Høj	Lille	Stor	Lav	Høj	Lav	Høj
Indsvingningstid	Falder	Stiger	Falder	Stiger	Falder	Stiger	Falder	Stiger
Trykgradient	Lille	Stor	Stor	Lille	Stor	Lille	Lille	Stor
Tømningstid	Lang	Kort	Kort	Lang	Lang	Kort	Kort	Lang

Tabel 4-2 Opsummering af tryktanks fire parametre

I Tabel 4-2 er alle systemets fire parametre opstillet i forhold til systemets tre resulterende parametre. Dette for at give et bedre overblik over hvilken adfærd de fire parametre udviser, når de reduceres eller øges. Denne tabel vil her efterfølgende anvendes til tryktanks volumens analyse.



Figur 4-7 Trykafvigelse i forhold til referencetrykket.

Men inden tryktanks volume analyse vil der her klargøres to forhold. Tryktankens trykgradient ved det laveste og højst referencetryk, samt systemets trykgradient, hvor pumpen leverer trykket. Det observeres af Figur 4-7 at trykfaldet er størst ved punkterne A & B i forhold til a & b, dermed må deres trykgradient også være størst, hvilket også er tilfældet. Men trykfaldet ved punkterne A & B i forhold til deres referencetryk på 3,5 bar er mindre end trykfaldet ved punkterne a & b i forhold til deres referencetryk på 1,5 bar. Dette skyldes at fortrykket justeres i forhold til referencetrykket, ved at lagre 70 % af referencetrykket som fortryk. Da tryktankens volum holdes konstant, vil et lavere referencetryk resultere i et lavere fortryk i forhold til tryktankens volum. Ifølge Tabel 4-2 resulterer et lavere fortryk i en højere trykgradient, derfor er trykfaldet størst ved punkterne a & b i forhold til deres referencetryk.

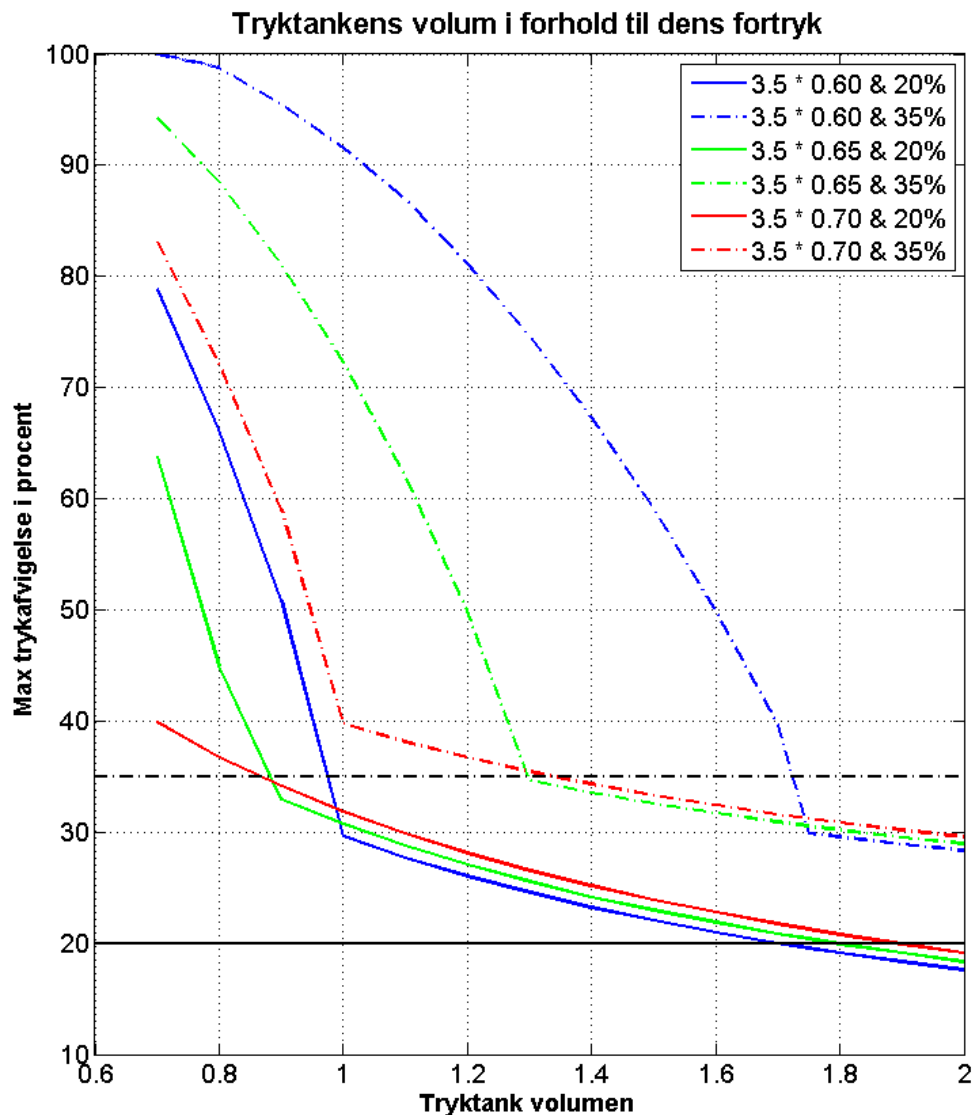
Men systemets trykgradient falder ikke på samme måde, hvilket skyldes at pumpen starter op hver gang der over $0,09 \text{ m}^3/\text{t}$ flow eller trykket falder mere end 15 % under referencetrykket. Da pumpens tryk først matcher 1,5 bars og derefter 3,5 bars referencetryk, når trykket at falde mere ned i 3,5 bars referencetryk i forhold til 1,5 bar referencetryk. Derfor vil der under tryktanks volumens analyse kun tages højde for 3,5 bars referencetryk.

Trykfaldet i forhold til referencetryk er 11,8 % i punkt A og 24,3 % i punkt B. Når flow steppet sættes ind ved 10 sekunder er der allerede 15 % difference mellem punkt A & B, hvis de 15 % tryk trækkes fra punkt B, giver det et trykfald på 9,3 % i punkt B, som bedre kan sammenlignes med punkt A. Det observeres at trykfaldt i punkt B er mindre end punkt A. Dette skyldes at fortrykket i tryktanken ved punk A & B er bestemt af deres referencetryk, hvilket er ens. Derfor vil en øget tryk, som ved punkt A, resulter i større vand lager i forhold til punkt B. Dette anspænder tryktankens fortryk i punkt A mere end punkt B, hvilket resultere i større trykfald i punkt A i forhold til punkt B. Differencen mellem punkt A & B er mindre end 15 %, eftersom den blå kurve indsnævrer sig på den grønne kurve. Dette bliver endnu mindre når pumpen når at match trykket på den grønne og blå kurve. Derfor er pumpens effekt forsvindende lille.

Tryktanks volumen analyse

For at undersøge hvor stor en tryktank, der skal installeres i Squba, så den kan opfylde de opstillede krav under indledende problemformulering for trykafvigelsen og indsvingningstiden, vil der udarbejdes en analyse af tryktankens trykafvigelse i procent over dens volume. Hvorefter den bestemte tryktanks- volume for trykafvigelseskraven, undersøges for om den også holder indsvingningstidskraven. De to krav om trykafvigelse og indsvingningstid er omvendt proportionelle, når der justeres på tryktanksvolumen, som det fremgår af Tabel 4-2. Derfor tilpasses tryktanks volumen først trykafvigelseskraven og dernæst indsvingningstidskraven. Dette for at sikre, at tryktanken ikke løber tør og trykafvigelsen vokser drastisk.

På baggrund af analysen i Tabel 4-2 over systemets fire parameter og Figur 4-7, er der opstillet seks grafer i Figur 4-8 nedenfor. Hvor der tages højde for om systemets tryk ligger ved referencetrykket, hvor trykket må ikke afvige mere end 20 % under referencetrykket eller om den ligger 15 % under referencetrykket, hvor trykket må ikke afvige mere end 35 %. Derudover tages der højde for fortrykket, som varierer mellem 60, 65 og 70 % af referencetrykket, der er sat til 3,5 bar i Figur 4-8. De tre fortryk valgs, da systemets tryk gerne må falde 35 % under referencetrykket, hvilket kræver under 65 % af referencetrykket i tryktankes fortryk, for at den ikke løber tørre for vand, inden systemets tryk nå 35 % under referencetrykket. For at analysere hvilke fortryk der kan opfylde både 20 og 35 % kraven for Squba med den mindst tryktank, vil de tre fortryk på 60, 65 og 70 % af referencetrykket analyseres i Figur 4-8. Fortrykket under 60 % og over 70 % af referencetrykket analyseres ikke, da et lavere fortryk vil forårsage en større trykafvigelse, og et højere fortryk vil resulterer i for hurtig tømning af tryktanken. Det skal bemærkes at flowet som ikke er angivet på Figur 4-8, holdes konstant ved $1 \text{ m}^3/\text{t}$ i alle seks kurver.



Figur 4-8 Tryktanks volumen analyse.

Figur 4-8 er opstillet med tre stiplede og tre hele grafer, hvor de hele grafer indiker trykket ved referencetrykket, der må afvige 20 % og de stiplede grafer indiker 15 % under referencetrykker, der må afvige 35 %. Derudover er de seks kurver i Figur 4-8 inddelt i tre farver, for at indiker de tre fortryk der analyseres i Figur 4-8. Hvor rød farve indiker 60 %, grøn 65 % og blå 70 % af referencetrykket. Det observeres af Figur 4-8 at fem ud af de seks kurver knækker, hvorefter trykafvigelsen stiger drastisk. Dette skyldes at tryktankens volumen reduceres for meget, så tryktanken løber tørre inden pumpen kan levere et tryk, der match systemets tryk. Foruden alt det bemærkes det at de knækkede grafer følger en parabelform. Denne form skyldes at desto mere trykket når at falde i systemet, desto hurtigere matcher pumpen systemets tryk. Dermed når trykafvigelsen at stige mindre ved mindre tryktanksvolumen, i forhold til at den skulle stige lodret op til 100 %. Det observeres af Figur 4-8, at den røde og grønne kurve krydser først 20 % kravet og derefter 35 % kravet. Hvilket var også forventet eftersom det er 20 % kravet, der er bestemmende for tryktankens volumen. Da trykgradienten er størst for 20 % kravet, som forklaret tidligere under Figur 4-7 på side 22. Men dette er ikke tilfældet for den blå kurve, hvor dens stiplede kurve knækker inden den hele kurve krydser 20 % kravet. Dette skyldes at fortrykket i tryktanken anspændes for hård, hvilket resulter i at der oplagere ikke lig så meget vand i den som ved den røde og grønne kurve. Derfor løber

den hurtigere tørre for vand og knækker. Da tryktanken skal have et lager af vand, for at være aktiv, er det 35 % kravet, der er dataminerende for tryktanks volumen ved 70 % af referencetrykket i fortryk.

	3,5 bar * 0,6	3,5 bar * 0,65	3,5 bar * 0,7
20 %	1,9 liter	1,8 liter	1,7 liter
35 %	1,35 liter	1,3 liter	1,75 liter

Tabel 4-3 Aflæste tryktanks volumen fra Figur 4-8.

Tabel 4-3 er opstillet på baggrund af Figur 4-8, hvor tryktankens volumen er aflæst i forhold til hvornår de seks grafer krydser 20 % og 35 % trykafvigelseskraven. Det bemærkes af Tabel 4-3 at desto mindre indledende fortryk er i tryktanken i forhold til referencetrykket, desto større tryktank skal der til, for at opfylde 20 % kravet. Det kan aflæses af Tabel 4-3, at der skal oplagers 70 % af referencetrykket, som indledende fortryk i tryktanken, for at opnå den mindste tryktank, som kan opfylde både 20 % og 35 % trykafvigelseskraven.

For at undersøge om en mindre tryktank kunne opfylde både 20 % og 35 % trykafvigelseskravet, er der både et indledende fortryk på 69 % og 71 % af referencetrykket analyseret. Hvoraf det er kommet frem, at et højere indledende fortryk end 70 % af referencetrykket vil kræve en større tryktank for at opfylde kravene. Da det ikke er 20 %, men 35 % kravet der bestemmer tryktanks volumen ved højere fortryk i tryktanken. Et lavere indledende fortryk vil resultere i at 20 % kravet vil være bestemmende for tryktanks størrelse, hvilket vil ifølge Figur 4-8 kræve en større tryktank. Et indledende fortryk på 69 % af referencetrykket vil reducere tryktanks volumen for 35 % trykafvigelseskraven ned til 1,7 liter, men for 20 % trykafvigelseskraven vil den øge tryktanks volumen op til 1,73 liter. Da reduktion i tryktanks volum er 0,02 liter, hvilket er marginal fastholdes en indledende fortryk på 70 % af referencetrykket. For at tage højde for de antagelser der er gjort under opstillingen af både rotor- og tryktanksmodellen, vil 1,8 liters tryktank vælges fremfor 1,75 liter.

Volumen	1,7 liter		1,8 liter		1,9 liter		2,0 liter	
Fortryk	20 %	35 %	20 %	35 %	20 %	35 %	20 %	35 %
3,5 bar * 0,60	1,93	2,27	1,95	2,32	1,97	2,38	1,99	2,43
3,5 bar * 0,65	1,95	2,32	1,97	2,37	1,99	2,43	2,01	2,49
3,5 bar * 0,70	1,97	2,36	1,99	2,43	2,01	2,49	2,02	2,55

Tabel 4-4 Indsvingningstid i forhold til tryktankens volumen og fortryk.

I Tabel 4-4 er indsvingningstiden opstillet for 1,7 - 2,0 liters tryktank, samt 60 - 70 % af referencetrykket som indledende fortryk, for at undersøge om 1,8 liters tryktank også opfylder indsvingningstidens krav. Det fremgår af Tabel 4-4 at indsvingningstid for 35 % Trykafvigelseskraven holder sig ikke under de 2 sekunder, for de opstillede tryktanks volume. Desuden aflæses det af Tabel 4-4, at 1,8 liters tryktank har indsvingningstid på 2,43 sekunder.

Del konklusion for problemanalysen

I dette afsnit blev forholdet mellem pumpeystemets fire parameter og tre resulterende parameter analyseret. For at give et bedre overblik over dem er de blevet opstillet i Tabel 4-2. Dette viden blev dernæst anvendt til at bestemme tryktanks volumen, ved $1 \text{ m}^3/\text{t}$ flow til at være 1,8 liter og et indledende fortryk til 70 % af referencetrykket, hvor den højst referencetryk er 3,5 bar. Disse to værdier der er bestemt for tryktanks to parameter opfylder både 20 % og 35 % trykafvigelseskrave, som blev opstillet under indledende problemformulering. Men med 2,43 sekunders indsvingningstid ved 35 % trykafvigelse opfylder den ikke kravet om indsvingningstiden, der højst må være 2 sekunder inden trykafvigelsen reduceres til 5 % af referencetrykket. Men da trykafvigelseskraven har en højere prioritering end kravet om indsvingningstiden, fastholdes værdierne for tryktanks to parameter. Det skal desuden bemærkes at kravene, der blev opstillede under indledende problemformulering er for den samlet systemet, hvor der indgår både opstartsstyring og regulator (Dette er uddybet under problem formulering). Da regulator vil arbejde omkring et referencetrykket, vil trykket ikke afvige mere end 20 % af referencetrykket. Dermed vil indsvingningstiden holdes ind for de 2 sekunder i mindst regulatoren er aktiv. Dette pointeres for at gøre det klart at en indsvingningstiden under 2 sekunder vil ikke være et urealistisk krav for regulatoren.

5. Problemformulering

For at styre rotorens vinkelhastighed i Squba, så de ydere et konstanttryk, vil Squba blive udstyret med en opstartssyring og en regulator. Opstartsstyring vil sørge for at starte pumpen op og accelerer den op til 4500 rpm, hvor den vil holde den inden til referencetrykket er opnået. Derefter overtager regulatoren styring og sørger for at opretholde et konstanttryk ved pumpens udløb uafhængig af vandforbrugsmønsteret op til $1 \text{ m}^3/t$.

Formålet med dette projekt er at kun designe regulatoren, da opstartsstyring er designet af Grundfos.

- Hvorvidt, er det muligt at designe en regulator, der kan efterkomme de krav, der stilles til (B) regulatoren?
- Hvilken regulator skal der designes?

Projektafgrænsning

Der vil kun designes en enkel regulator i dette projekt for referencetrykket 3,5 bar. Dermed afgrænses dette projekt fra de andre fire referencetryk fra 1,5 - 3,0 bar.

System specifikation

Motor

Motoren i Squba kan accelerere op til 4500 rpm i 0,8 sekunder, hvilket svar til 5625 rpm/s.

Rotor

Rotorerne i Squba kan højst øge vandets tryk til 3,8 bar ved et flow på $1 \text{ m}^3/t$.

Tryktank

Tryktanks volumen i Squbas er beregnet til 1,8 liter og den initierende fortryk er bestemt til 70 % af referencetrykket.

Regulatorspecifikation

Regulator specifikationer her forneden er opstillet for regulatoren ved referencetrykket.

- Pumpens tryk må ikke oversvinge mere end 5 %, når pumpe systemet forstyrres med et flow step ved referencetrykket.
- Stationære fejl skal være på maksimum 5 % af referencetrykket
- Transient fejl ved vandforbrug svarende til $1 \text{ m}^3/t$ flow, må ikke overstige 15 % af referencetrykket.
- Indsvingningstiden ind for 5 % må ikke overstige 2 sekunder.

Projekts fremgangsmåde

Dette projekt har inden til vider beskæftiget sig, med at forbedre pumpemodellen for Squba, som blev opstillet under praktikopholdet hos Grundfos. Derudover er der udført en analyse af både tryktanks volum og fortryk, for at vurdere, hvor stor et tryktank der skal installeres i Squba, så den kan opfylde de opstillede kraver til Squba under indledende problemformulering.

Linearisering

Den ulineare pumpemodel er allerede lineariseret i praktikrapporten, men da pumpemodellen er både forbedret og konverteret til Squbas pumpemodel, skal næsten hele pumpemodellen lineariseres igen. Efterfølgende vil den lineærpumpemodel blok reduceres til overføringsfunktion af systemet, hvilket vil dernæst analyseres, for at bestemme lineariserings punktet.

Regulering

Efterfølgende vil der designes en regulator med Root Locus metoden til overføringsfunktionen, der bestemt under linearisering.

Implementering af regulatoren

Den designede regulator vil dernæst implementeres i den ulineare pumpemodel i Matlab Simulink, for at vurdere den.

6. Linearisering af model

I det følgende afsnit vil den opstillede ulinearpumpemodel lineariseres. Rotor og tryktankens modeller, vil blive lineariseret analytisk og opstillet i et blokdiagram samme med motorens overføringsfunktion, til samme vil de beskrive den lineariseret pumpemodel. Dernæst vil den lineariseret pumpemodel blokreduceres, så der opnås en overføringsfunktion for pumpemodellen. Overføringsfunktion vil efterfølgende anvendes til at bestemme lineariseringspunktet for pumpemodellen, ved at variere parametrene flow, tryk og omdrejningstallet i overføringsfunktionen. Når lineariserings punkteret er bestemt, vil overføringsfunktion være klar til at der kan designes en regulator til den. Men inden det vil overføringsfunktionen verificeres i dens lineariseringspunkt.

Linearisering

I den reelle fysiske verden er det meget vanskeligt at finde et linearsystem, da næsten alle systemer er ulineare i den virkelige verden. Derfor vil et fysisksystem som formuleres matematisk i en model, højst sandsynlig også være en ulinear beskrivelse af systemet. For at kunne anvende de reguleringstekniske redskaber, til at analysere systemet og designe en regulator til at styrer den, skal den ulinear model lineariseres omkring et punkt. I det følgende vil lineariserings metoden blive beskrevet, inden den ulineare rotor- og tryktankmodel lineariseres. Linearisering af en ulinear model udføres med Taylor-rækkeudvikling, hvor alle led over første orden ignoreres. Taylors rækkeudvikling for en funktion af to variabler, er udtrykket forneden i Ligning 6-1, som beskriver den ulinearfunktion i et bestemt punkt med en linear tilnærmelses funktion.

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, y_0} (x - x_0) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x_0, y_0} (y - y_0) \quad \text{Ligning 6-1}$$

Den lineare approksimation af den oprindelige systems model i Ligning 6-1 reduceres ned til kun at omfatte systemet dynamik, derfor negligeres både begyndelsesbetingelse og de konstante bidrage i Ligning 6-1. Dermed reducer Ligning 6-1 ned til Ligning 6-2.

$$f(x, y) = \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x_0, y_0} \right) \cdot x + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{x_0, y_0} \right) \cdot y = k_A \cdot x + k_B \cdot y \quad \text{Ligning 6-2}$$

Evalueres de to partielt afledte led i Ligning 6-2 i et kritisk punkt, som bestemmes for linearisering af systemet, kan de to partielt afledte led i Ligning 6-2 udtrykkes med henholdsvis konstanterne k_A og k_B . Da de to partielt afledte indtager konstante værdier begrænser systemets gyldighed også omkring det punkt, de er evalueret i.

De beskrivende differentialeligninger i Ligning 6-2 Laplace transformeres til s-domænet, der er grundlagt for de fleste analysemetoder og designkriterier indenfor reguleringsteknik. Laplace transformeres en førsteordens tidsafledt vil det give udtrykket i Ligning 6-3. Laplace transformeres en integrator vil det udtrykkes i Ligning 6-4. Hvor start betingelsen ikke er med, da de kun beskriver modellens dynamik.

$$\mathcal{L}\left(\frac{df}{dt}\right) = s \cdot F(s)$$

Ligning
6-3

$$\mathcal{L}\left(\int f dt\right) = \frac{1}{s} \cdot F(s)$$

Ligning
6-4

Efter Laplace transformation opnås der en overføringsfunktion for hele modellen ved algebraisk regning i s-domænet, hvor den lineare model reduceres ned til et enkelt input og outputs funktion, som det fremgår af Ligning 6-5. (Sørensen, 2004, p. 50)

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Ligning
6-5

Hvor:

$G(s)$: Overføringsfunktion.

$U(s)$: Input.

$Y(s)$: Output.

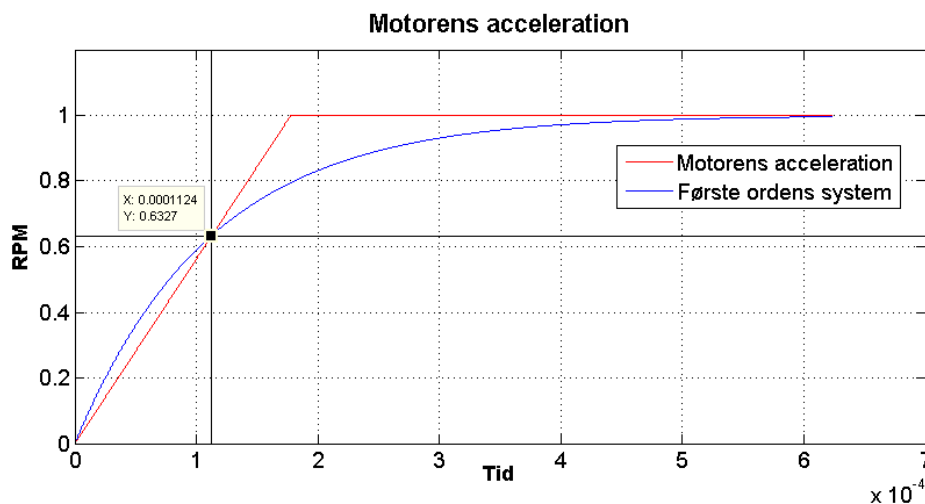
Motor

Motorens styresystem i Squba sørger for at motoren accelererer lineart op til den ønskede hastighed mellem 1 og 4500 rpm. Herefter acceleration ender tilnærmelsesvis brat og motoren kører med en konstant hastighed, som illustreret med den røde graf i Figur 6-1, indtil motoren accelererer eller decelerer igen. For at udtrykke både den lineare og vandrette del af motoren i Laplace domæne, er den udtrykt med en approksimeret første ordens system i Ligning 6-6.

$$G_m(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Ligning
6-6

For at udtrykke både motorens acceleration og hastighed med en første ordens system, skal tidskonstanten tau i Ligning 6-6 udregnes for motoren. Men da motorens stepstørrelse varierer, vil der her forneden udregnes en ligning, som udtrykker tidskonstanten tau i Ligning 6-6, som funktion af motorens stepstørrelse.



Figur 6-1 Motorens acceleration

I Figur 6-1 foroven er både motorens acceleration fra 0 – 1 rpm og den tilnærmet første ordens systemet plottet. De to kurver krydser hinanden ved 63,2 % af steppet 1 rpm, som svare til den første tidskonstant af første ordens systemet i Ligning 6-6. Dermed aflæses tidskonstanten i Figur 6-1 for et step på 1 rpm til at være 0,0001124 sekunder. Den aflæste tidskonstant i Figur 6-1 kan dernæst anvendes til at bestemme tidskonstanten for større step, da der er en linear sammenhæng mellem steppets størrelse og tidskonstanten. Dette skyldes motorens lineare acceleration, som sørger for at der er kontinuitet mellem tidskonstanten i x-aksen og omdrejningstallet i y-aksen. Dette er udtrykt matematisk i Ligning 6-7, hvor tidskonstanten er en linear funktion af stepstørrelsen, hvor den aflæste tidskonstant i Figur 6-1 er gradienten.

$$\tau = 0,0001124 * n_{step}$$

Ligning
6-7

Rotormodel

Her vil den opstillet rotormodel i Figur 3-5 og udtrykket matematisk i Ligning 3-8 lineariseres i forhold til dens to variabler, trykket (p_B) ved pumpens udløb og det aktuelle omdrejningstal (n_B). For at give et bedre overblik over rotormodel, der skal lineariseres, gengives den her forneden i Ligning 6-8.

$$Q_B(n_B, p_B) = \left(A \cdot \left(\frac{p_B}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2} \right)^2 + B \cdot \left(\frac{p_B}{\left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2} + C \right) \cdot \left(\frac{n_B}{n_A} \right) \right)$$

Ligning
6-8

Det blev klargjort indledningsvist, at en linear model kun skal omfatte dynamikken af den ulineare model og ikke absolutte værdier. Derfor omskrives rotormodellen i Ligning 6-8 til den reducerede form Ligning 6-9.

$$Q_B(n_B, p_B) = \left(\frac{\partial Q_B}{\partial n_B} \Big|_{n_0, p_0} \right) \cdot n_B + \left(\frac{\partial Q_B}{\partial p_B} \Big|_{n_0, p_0} \right) \cdot p_B$$

Ligning
6-9

Den første led i Ligning 6-9 differenceres i forhold til rotorens aktuelle omdrejningstal i Ligning 6-10, hvor trykket ved pumpens udløb holdes konstant.

$$\frac{\partial Q_B(n_B, p_B)}{\partial n_B} \Big|_{n_0, p_0} = - \frac{3 \cdot A \cdot p_0^2 \cdot n_A^4 + B \cdot p_0 \cdot n_A^2 \cdot n_0^2 - C \cdot n_0^4}{n_0^4 \cdot n_A} = k_b$$

Ligning
6-10

Det andet led i Ligning 6-9 differenceres i forhold til trykket ved pumpens udløb i Ligning 6-11, hvor rotorens aktuelle omdrejningstal holdes konstant.

$$\frac{\partial Q_B(n_B, p_B)}{\partial p_B} \Big|_{n_0, p_0} = \frac{2 \cdot A \cdot n_A^3 \cdot p_0 + B \cdot n_A \cdot n_0^2}{n_0^3} = k_c$$

Ligning
6-11

Bestemmes en lineariseringspunkt for både trykket ved pumpens udløb og rotorens aktuelle omdrejningstal, kan Ligning 6-10 og Ligning 6-11 reduceres ned til konstanterne (k_c) og (k_b). Dermed kan hele Ligning 6-9 reduceres ned til Ligning 6-12.

$$Q_B(n_0, p_0) = k_b \cdot n_B - k_c \cdot p_B \quad \text{Ligning 6-12}$$

Tryktank

Her vil den opstillet tryktanksmodel i Ligning 3-4 lineariseres i forhold til dens to variabler, trykket (p_B) ved pumpens udløb og flowet ind til tryktanken (Q_T). For at give et bedre overblik over tryktanksmodellen, der skal lineariseres, er den gengivet her forneden i Ligning 6-13.

$$\frac{dp_B}{dt}(Q_T, p_B) = \frac{Q_T \cdot (p_B + 101325)^2}{V_{00} \cdot (p_{00} + 101325)} = \frac{Q_T \cdot (p_B + 101325)^2}{\text{Konstant}} \quad \text{Ligning 6-13}$$

Tryktanksmodellens linearisering skal kun omfatte tryktanksmodellens dynamik og ikke absolutte værdier, som det blev klargjort indledningsvist i dette kapitel. Derfor omskrives tryktanksmodellen i Ligning 6-13 til den reducerede form Ligning 6-14.

$$\frac{dp_B}{dt}(Q_T, p_B) = \left(\frac{\partial \frac{dp_B}{dt}}{\partial Q_T} \Big|_{Q_0, p_0} \right) \cdot Q_T + \left(\frac{\partial \frac{dp_B}{dt}}{\partial p_B} \Big|_{Q_0, p_0} \right) \cdot p_B \quad \text{Ligning 6-14}$$

Den første led i Ligning 6-14 differenceres i forhold til flowet ind til tryktanken i Ligning 6-15, hvor trykket ved pumpens udløb holdes konstant.

$$\frac{\partial \frac{dp_B}{dt}(Q_T, p_B)}{\partial Q_T} \Big|_{Q_0, p_0} = \frac{(p_0 + 101325)^2}{V_{00} \cdot (p_{00} + 101325)} = k_2 \quad \text{Ligning 6-15}$$

Det andet led i Ligning 6-14 differenceres i forhold til trykket ved pumpens udløb i Ligning 6-16, hvor flowet ind til tryktanken holdes konstant.

$$\frac{\partial \frac{dp_B}{dt}(Q_T, p_B)}{\partial p_B} \Big|_{Q_0, p_0} = \frac{2 \cdot Q_0 \cdot (p_0 + 101325)}{V_{00} \cdot (p_{00} + 101325)} = k_3 \quad \text{Ligning 6-16}$$

Bestemmes lineariseringspunkt for både trykket ved pumpens udløb og flowet ind til tryktanken, kan Ligning 6-15 og Ligning 6-16 reduceres ned til konstanterne (k_2) og (k_3). Dermed kan Ligning 6-14 reduceres ned til Ligning 6-17

$$\frac{dp_B}{dt}(Q_T, p_B) = k_2 \cdot Q_T + k_3 \cdot p_B \quad \text{Ligning 6-17}$$

Laplace transforms

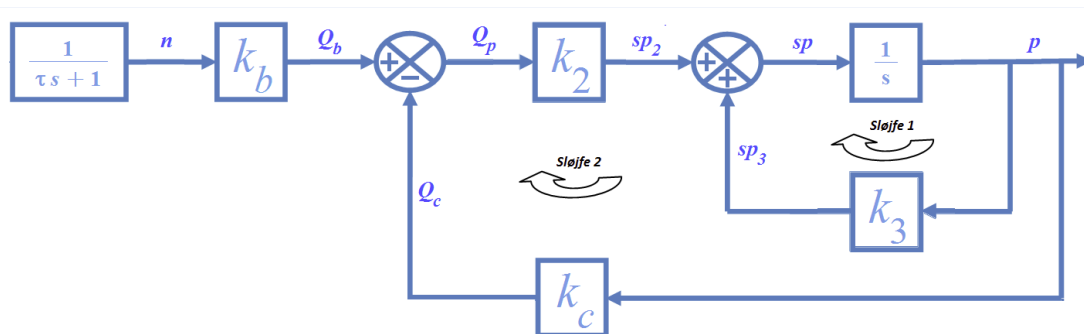
Her efterfølgende Laplace transformeres både rotor- og tryktanksmodellen, så de kan sættes sammen med motor modellen i s-domænet. Men da pumpeligningen ikke indeholder en tidsafledt, vil en Laplace transform af den ikke ændre noget. Derimod giver tryktankens output trykgradient, hvilket er afledt af tiden. Laplace transformeres derfor udtrykket for den lineære tryktanksmodel i Ligning 6-17 vil det give Ligning 6-18.

$$sp_B = k_2 \cdot Q_T + k_3 \cdot p_B$$

Ligning
6-18

Blokdiagram

Her under blokdiagrammet kobles de tre dele af pumpen sammen i s-domænet, for at binde motorens omdrejninger med trykket ved pumpens udløb. Blokdiagrammet der er illustreret i Figur 6-2 er begrænset til kun at omfatte systemets dynamik, derfor er alle led, der bidrager med en konstant, fjernet. Der er blandt også vandforbruget, som systemet blev belastet med. Derfor består hele blokdiagrammet af Ligning 6-6, Ligning 6-12 og Ligning 6-18, som udtrykker henholdsvis pumpens motor, rotor og tryktank.



Figur 6-2 Blokdiagram af den lineære pumpemodell

For at opstille en overføringsfunktion, der beskriver hele den lineære pumpemodell i s-domænet, skal blokdiagrammet i Figur 6-2 blokreduceres. Dette vil udføres trinvis her i det følgende.

Overføringsfunktion

Blokreducering starter ved at lukke den første sløjfe i Figur 6-2 med k_3 , som tilbagekoblingsoverføringsfunktion, der udtrykker tryktanksgradienten som funktion af trykket ved pumpens udløb.

$$G_T(s) = \frac{\frac{1}{s}}{1 - \frac{1}{s} \cdot k_3} = \frac{1}{s - k_3}$$

Ligning
6-19

Dernæst ganges den lukkede sløjfe i Ligning 6-19 med k_2 , der udtrykker tryktanksgradienten som funktion af flowet, der genereres af rotoren. Dermed opnås der en overføringsfunktion for hele tryktanken, der udtrykker trykket ved pumpens udløb som funktion af flowet, der genereres af rotoren.

$$G_{Tank}(s) = k_2 \cdot G_T(s) = \frac{k_2}{s - k_3} \quad \text{Ligning 6-20}$$

Efterfølgende lukkes den anden sløjfe i Figur 6-2, hvor overføringsfunktion for tryktanken i Ligning 6-20 tages som fremkoblingsoverføringsfunktion og k_c som tilbagekoblingsoverføringsfunktion. Tilbagekoblingsoverføringsfunktion k_c udtrykker rotor flowet som funktion af trykket ved pumpens udløb.

$$G_R(s) = \frac{G_{Tank}(s)}{1 - G_{Tank}(s) \cdot k_c} = \frac{k_2}{s - k_3 - k_2 \cdot k_c} \quad \text{Ligning 6-21}$$

Dernæst ganges den lukkede sløjfe i Ligning 6-21 med k_b , der udtrykker rotorens flow som funktion af motorens omdrejningstal. Dermed opnås der en samlet overføringsfunktion for både rotoren og tryktanken, der udtrykker trykket ved pumpens udløb som funktion af motorens omdrejningstal.

$$G_{Rotor}(s) = k_b \cdot G_R(s) = \frac{k_2 \cdot k_b}{s - k_3 - k_2 \cdot k_c} \quad \text{Ligning 6-22}$$

Til sidst ganges motorens overføringsfunktion, der er udtrykt i Ligning 6-6 med Ligning 6-22. Dermed opnås der en samlet overføringsfunktion for hele pumpemodellen (plant) i Ligning 6-23, der beskriver sammenhængen mellem trykket ved pumpens udløb og motorens omdrejningstal.

$$G_{plant}(s) = \frac{k_2 + k_b}{(s - k_3 - k_2 \cdot k_c) \cdot (\tau s + 1)} \quad \text{Ligning 6-23}$$

Pumpens overføringsfunktion i Ligning 6-23 er et 2. ordens system, der består af to poler, hvoraf den 1. ordens systemets pol tilhører motoren og den anden rotor og tryktanken. Planets stabilitet i Ligning 6-23 afhænger kun af tryktanks polen, da tidskonstanten τ ikke kan antage en negativ værdi. Dermed er stabilitets kriterier for planeten defineret til at være

$$k_3 + k_2 \cdot k_c < 0 \quad \text{Ligning 6-24}$$

Lineariseringspunkt

I det følgende vil der bestemmes et lineariseringspunkt for pumpens overføringsfunktion fra Ligning 6-23. Valget af lineariseringspunktet baseres på stabilitetskriteriet. Lineariseringspunktet vælges så stabilitetskriteriet i Ligning 6-24 er mindst opfyldt, da det antages at den ulineare pumpemodell vil være mest ustabil i det punkt. Stabiliseres derfor den lineare pumpemodell i det punkt vil den ulineare pumpemodell også udvise en stabil adfærd. Dette taget i betragtning er systemets tre parameter omdrejningstallet, tryk og flow variere, for at finde ud af, hvordan de påvirker systemets poler. Men som det

blev på peget under Ligning 6-23, så består pumpens overføringsfunktion af to poler, hvoraf den ene tilhøre pumpens motor og den anden tilhøre tryktanken. Motorens pol kan ikke bidrage til at gøre pumpemodellen ustabil, da tidskonstanten ikke kan indtage et negativ værdig. Derfor vil der kun fokuseres på rotor og tryktanks polen under de tre parameter variation. Et stigende omdrejningstal og flow ind til tryktanken, samt en faldende tryk vil trække tryktanks pol mod origo. Dette skyldes at flowet ind til tryktanken integreres i en positiv lukket sløjfe, som det fremgår af den første sløjfe i Figur 6-2. Et stigende omdrejningstal og en faldende tryk vil resultere i et større flow ifølge pumpekurven i Figur 3-6 på side 11. Da pumpens overføringsfunktion kun beskriver pumpens dynamik, hvor vandforbruget ikke er taget med, vil alt flow genereret af pumpen løbe ind til tryktanken. Hvis samtidig flowet ind til tryktanken sættes større end $0,16 \text{ m}^3/\text{t}$, vil det føre polen over på den højre halvplan, som det frem går af Tabel 6-1.

Tryktanks Flow	Tryktanks pol
$[\text{m}^3/\text{t}]$	$[-]$
0,08	-0,008043
0,16	0
0,24	0,006405

Tabel 6-1 Tryktanks pol vandring imod højre halvplan.

For at analysere rotor og tryktanks polen i forhold til flowet, i Tabel 6-1 er omdrejningstallet sat til 4500 rpm og trykket helt ned til 0 bar.

Systemet ustabilitet i Tabel 6-1 kan ignoreres helt, da den ulineare pumpemodell ikke bliver ustabil, ved et omdrejningstal på 4500 rpm og et tryk helt ned til 0 bar. Desuden ved et lavere tryk end 2,45 bare, som er tryktankens indledende tryk, vil tryktanken slå helt ud. Stiger trykket i systemet over 2,45 bar, så der kan flow vand ind i tryktanken, viser selv den lineare pumpemodell en stabil adfærd. Dette taget i betragtning antages pumpemodellen for at være stabil og derfor lineariseret i den arbejds punkt, der er opstillet i Tabel 6-2.

Variabler	Værdier
Tryk (p)	$3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
Flow (Q)	$0 \text{ m}^3/\text{s}$
Omdrejningstallet (n)	4000 rpm

Tabel 6-2 den mest ustabile punkt i pumpens overføringsfunktion

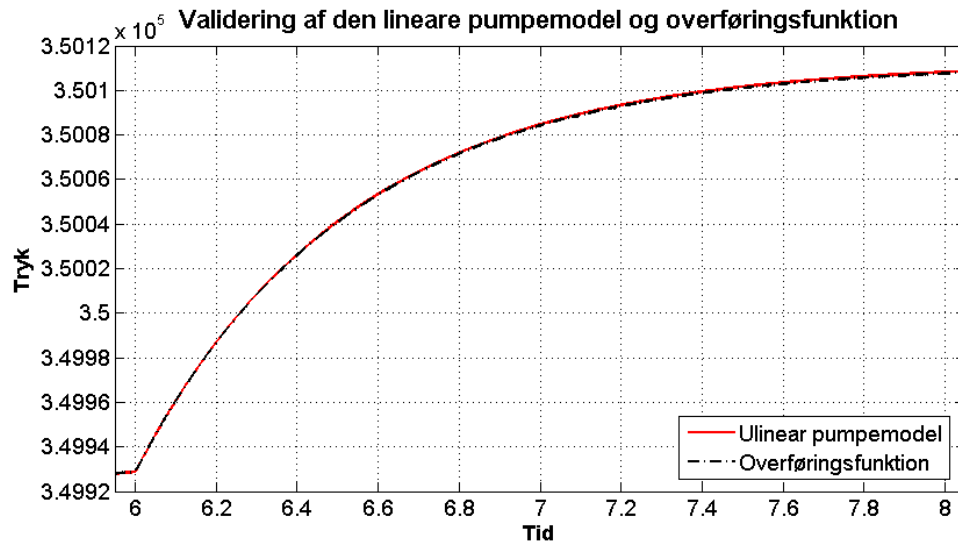
Pumpens overføringsfunktion som lineariseres i arbejdet punkt, der opgivet i Tabel 6-2 Er udtrykket i Ligning 6-25.

$$G_{plant}(s) = \frac{331,5}{(s + 1,8957) \cdot (0,0001124 \cdot s + 1)}$$

Ligning
6-25

Verificering af overføringsfunktion

I det følgende vil overføringsfunktion i Ligning 6-25, der er baseret på den lineare pumpemodell verificeres i forhold til den ulineare pumpemodell. For at verificere overføringsfunktionen, skal den plottes samme med den ulineare pumpemodell. Men da overføringsfunktion ikke indeholder begyndelsesbetingelse og de konstante bidrage, vil den ikke indstille sig ved samme tryk som den ulineare pumpemodell. Derfor er den ulineare pumpemodells startværdige ved 6 sekunder, hvor både overføringsfunktion og den ulineare pumpemodell steppes fra, trukket fra overføringsfunktionens startværdige. Differencen mellem de to punkter, er dernæst trukket fra alle punkter fra 6 – 8 sekunder. For at trække overføringsfunktion ned til den ulineare pumpemodell.

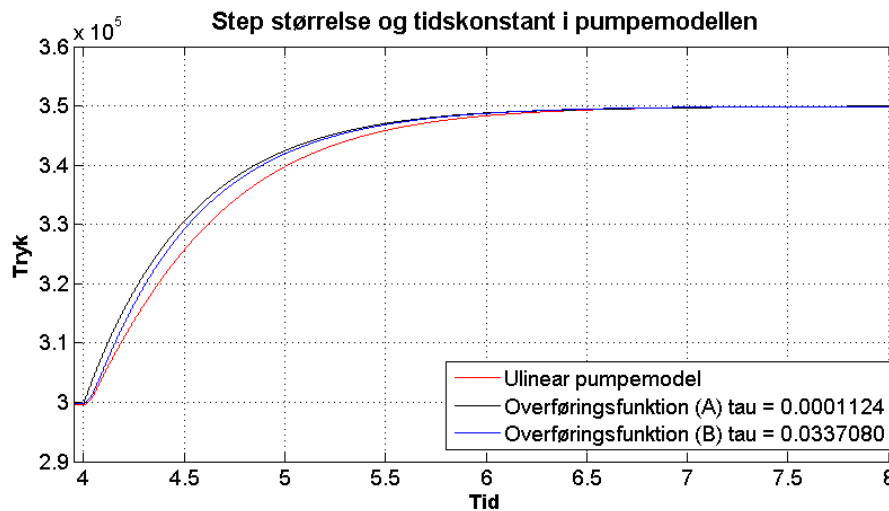


Figur 6-3 Validering af den lineare pumpemodell og overføringsfunktion.

I Figur 6-3 er den ulineare pumpemodell plottet samme med dens overføringsfunktion, for et step på 1 rpm. For at illustrere, hvor godt overføringsfunktion beskriver den ulineare pumpemodells dynamik. Da de to grafer i Figur 6-3 sidder næsten lige over hinanden, vurderes overføringsfunktion for at være verificeret.

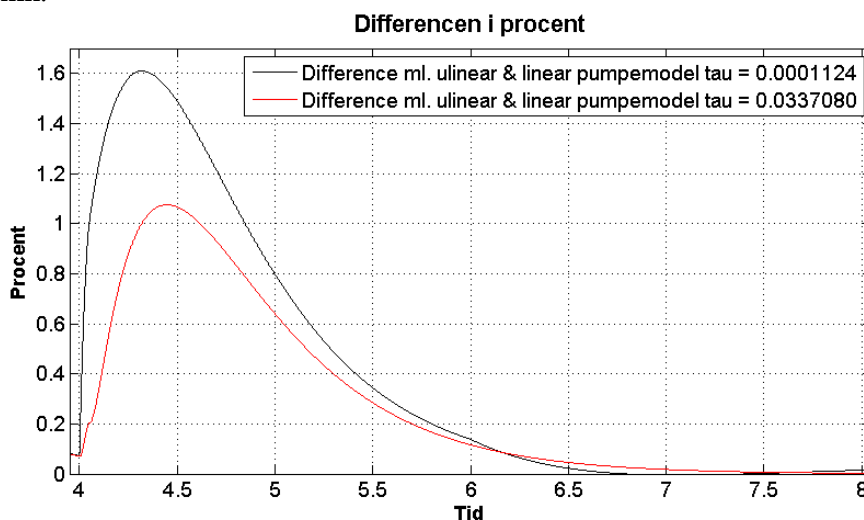
Motorens tidskonstant

For at undersøge, hvor meget step størrelsen betyder for pumpemodellen, vil der her forneden undersøges, forskellen mellem 1 og 300 rpm. Den reale step størrelse som regulatoren vil komme ud for, vil være meget mindre end de 300 rpm. Men 300 rpm er valgt, da pumpens skal steppes med 300 rpm, hvis pumpen køre med en konstant vinkelhastighed og der pludseligt opstå et vandforbrug $1 \text{ m}^3/\text{t}$, uden at der er installeret en tryktank i pumpen. Så stor et step er valgt for bedre at fremhæve, hvor meget step størrelsen betyder.



Figur 6-4 Step størrelse og tidskonstant i pumpemodellen.

I Figur 6-4 er der plottet tre grafer af henholdsvis den ulineare, lineare (A) og lineare (B) pumpemodel. De er alle samme steppet op til 3705 rpm, som svare til 3,0 bar tryk. Derfra er de steppet med 300 rpm op til referencetrykket 3,5 bar. Af Figur 6-4 fremgår det, at de tre grafer passer ikke lige så godt sammen, som ved 1 rpm step, men de har den samme dynamik.



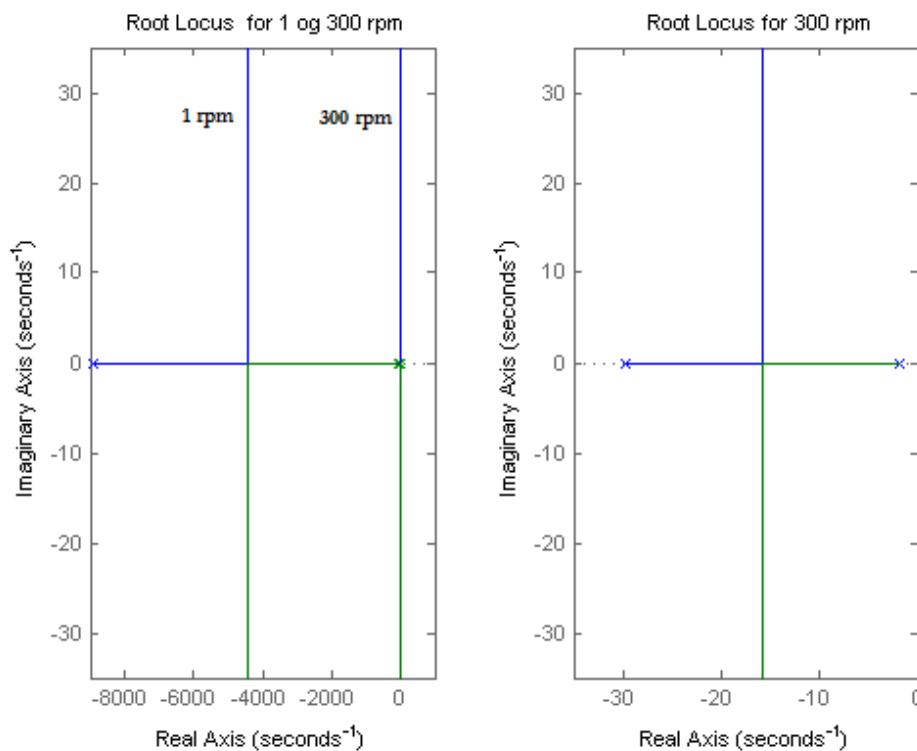
Figur 6-5 Difference mellem de tre grafer i Figur 6-4 i procenter.

For at undersøge, hvor stor forskel der er mellem dem, er deres difference fra 4 – 8 sekunder plottet i Figur 6-5. Hvoraf det aflæses at den maksimale afvigelse mellem den ulineare pumpemodel og lineare pumpemodel med en tidskonstant 0,0001124 er 1,6 %, hvilket er ret lidt, hvis den holdes i forhold til step størrelsen på 300 rpm. Derudover kan det aflæses af Figur 6-5, at differencen mellem tidskonstanten for 1 rpm og 300 rpm er mindre end 0,5 %. Dette skyldes at motoren er meget hurtigere end resten af pumpen systemet, derfor en lidt langsommere motor ændre ikke ret meget på pumpemodellens resultater. På baggrund af dette negligeres forskellen mellem stepstørrelserne og der vil kun arbejdes med tidskonstanten for 1 stepstørrelse.

7. Regulering

I sidst afsnit på side 36 blev der argumenteret for at regulatoren ikke vil udsættes for et større step end 300 rpm, ved et flow op til $1 \text{ m}^3/\text{t}$. Dette argument stadfæstes.

Der blev desuden argumenteret for at motoren er meget hurtigere end resten af systemet og derfor vil et stepstørrelse op til 300 rpm ikke give et større afvigelse end 1,6 %. Hvilket er et validt argument for åbensløje. For selvom motorens tidskonstant ændres meget fra 0,0001124 sekunder til et step størrelse svarende til 300 rpm, så vil motorens pol stadigvæk være langt fra origo, i forhold til den dominerende pol der diktere systemets dynamik. Dette fremgår af de to Root Locus plotter i Figur 7-1.



Figur 7-1 Root Locus for overføringsfunktion med et step på 1 og 300 rpm.

På plottet til venstre i Figur 7-1 er der både plottet Root Locus for 1 rpm og 300 rpm, for at give et billede af hvor meget motorens pol har ryget sig mod højre.

Steppet på 300 rpm betyder meget mere i den lukkede sløjfe i forhold til den åbensløjfe. Hvor åbensløjfes poler vil bevæge sig imod hinanden og reducer den dominerende pols rolle. Når de to poler løber ind i hinanden splittes de og løber op og ned af den imaginæreakse, hvilket vil tilføje oscillation til systemet. Da der skal designes en lukkede sløjfes regulator, vil der her tages højde for steppet på 300 rpm. Den ny overføringsfunktion med steppet på 300 rpm er angivet i Ligning 7-1.

$$G_{plant}(s) = \frac{331,5}{(s + 1,8957) \cdot (0,0337 \cdot s + 1)}$$

Ligning
7-1

Ligninger

Inden der skal designes en regulator vil de opstillede regulatorspecifikationer under problemformulering omregnes fra tidsdomænet til s -domænet.

For at omregne oversvingskravet svarende til 5 % om til damping (ζ) anvendes Ligning 7-2, som udtrykker vinklen mellem realaksen og ζ som funktion af oversving i procent.

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{-\pi}{\log_{10} \left(\frac{5\%}{100} \right)} \right) = 46,36^\circ \quad \text{Ligning 7-2}$$

Tags der cosinus til vinklen mellem realaksen og ζ i Ligning 7-3, vil der opnås en værdi for ζ svarende til de 5 % oversving.

$$\zeta = \cos(\alpha) = \cos(46,36^\circ) = 0,6901 \quad \text{Ligning 7-3}$$

For at omregne indsvingningstiden (t_s) svarende til 2 sekunder om til systemets egenfrekvens (w_n) anvendes Ligning 7-4 foruden. Der udtrykker systemets egenfrekvens som funktion af ζ og indsvingningstiden.

$$w_n = \frac{3}{\zeta \cdot t_s} = \frac{3}{0,69 \cdot 2} = 2,17 \text{ rad/s} \quad \text{Ligning 7-4}$$

Damping (ζ) og systemets egenfrekvens (w_n) anvendes i Root Locus plottet, for at indikerer hvor polerne kan befinde på den venstre halvplan, for at opfylde de opstillede krav til regulatoren.

Herudover er der opstillede et krav om stationære fejl, der ikke må overstige 5 %. For at undersøge om regulator overholder kraven om positionsfejlen, ved step input anvendes Ligning 7-5. Der udtrykker systemets afvigelse fra referencepunktet ved step input, når tid går imod uendeligt og s går imod nul.

$$e_{r,ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e_r(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)} = \frac{1}{1 + K_p} \quad \text{Ligning 7-5}$$

I Ligning 7-5 forkortes regulator og planens overføringsfunktion ned til positionsfejlkonstant (K_p), når s går imod nul.

På næste side er der opstillet en tabel over referenceinput og stationære fejl, hvor af det fremgår at for systemet skal kunne følge et trin input uden fejl, skal systemets type være mindst en: For rampe input skal systemet type øges til 2. Systemets type afhænger af hvor mange rene integrator der er i systemets åbne sløjfe overføringsfunktion.

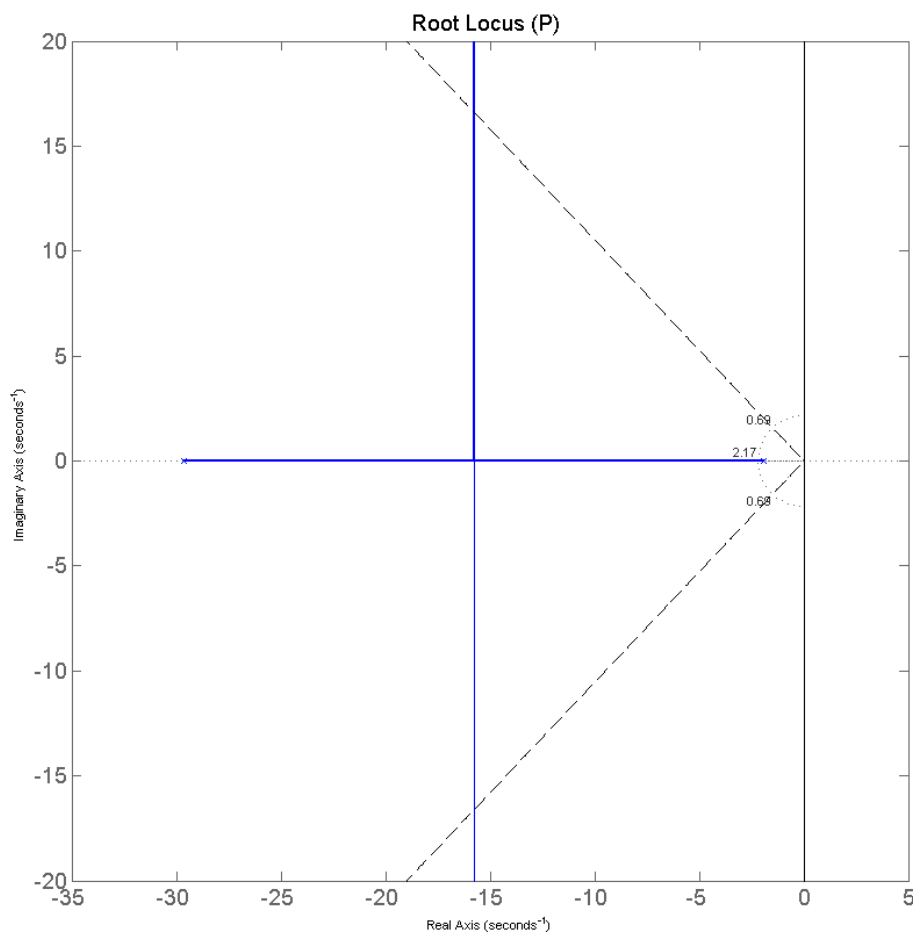
	N = 0	N = 1	N = 2
Trin $K_p = \lim_{s \rightarrow \infty} G_c G_p$	$\frac{1}{1 + K_p}$	0	0
Rampe $K_v = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot G_c G_p$	∞	$\frac{1}{K_v}$	0
Parabel $K_a = \lim_{s \rightarrow \infty} s^2 \cdot G_c G_p$	∞	∞	$\frac{1}{K_a}$

Tabel 7-1 Stationær fejl for referenceinput.

Alle generelle ligninger i dette afsnit er baseret på (Harbor, 2000) & (Sørensen, 2004)

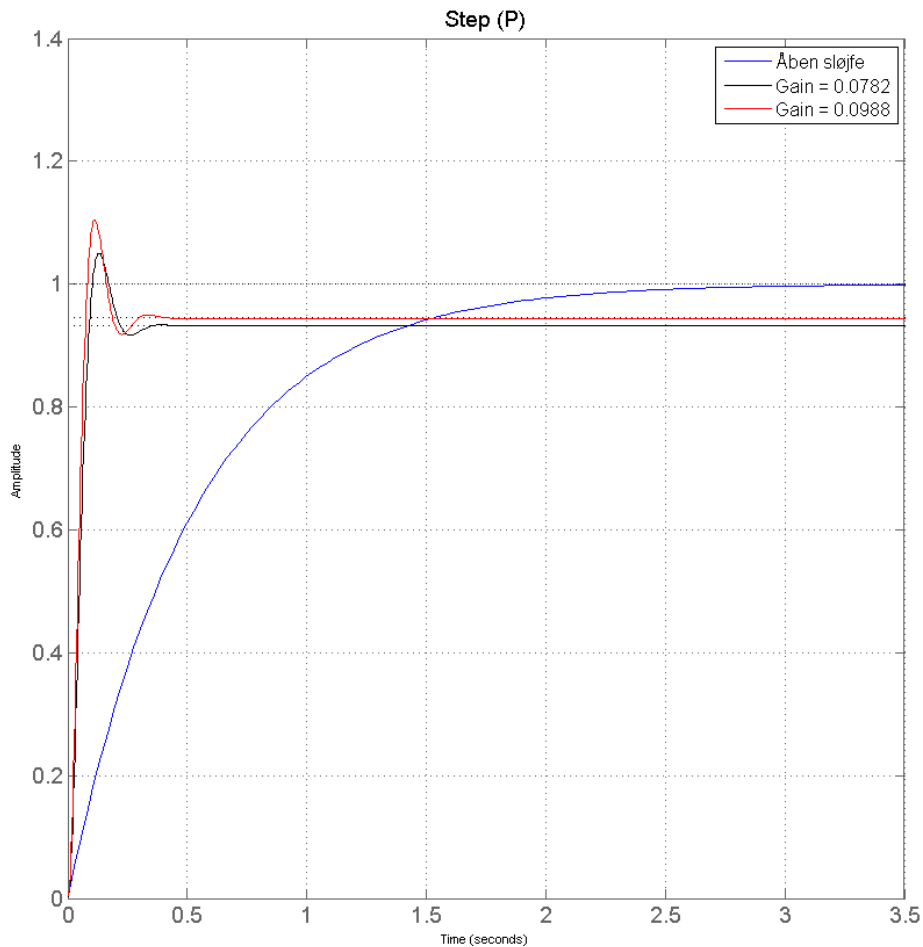
P – kontroller

For at designe en proportional regulator til Squba med Root Locus metoden, er der her forneden i Figur 7-2 tegnet en Root Locus plot for overføringsfunktion i Ligning 7-1.



Figur 7-2 Root Locus plot for proportional controller.

Root Locus plottet over overføringsfunktion viser, hvor polerne placeret i åben sløjfe overføringsfunktion og hvilken rute de vil følge, når sløjfen lukkes. For at indikere grænserne for de opstillede krav under problemformulering, anvendes dampning (ζ) og systemets egenfrekvens (w_n) fra Ligning 7-3 og Ligning 7-4. De to krav er markeret med stiplede linere i Figur 7-2. For at designe en proportional regulator med Root Locus metode bevæges overføringsfunktions poler langs den afmærket rutte i Figur 7-2. Under denne bevægelse laves der flere stop hvor polerne stepfunktion tjekkes, for se om de opstillede regulator krav er opnået. Det handler derfor om at forsøge sig frem til det ønskede resultat.



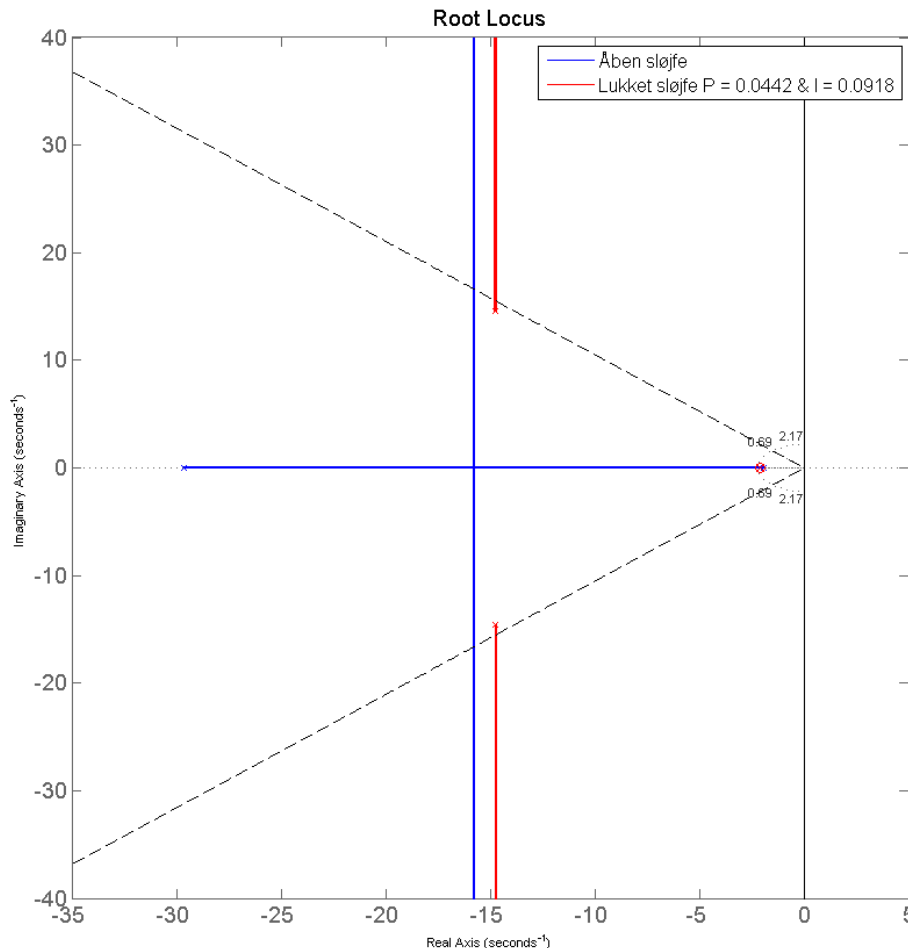
Figur 7-3 Step plot af overføringsfunktion med proportional kontroller.

Den blå graf i Figur 7-3 er en åben sløjfes overføringsfunktion, hvor tælleren er sat lig med en. Dette for at vise hvor hurtigt det lukkede sløjfe system med regulatoren er, i forhold til åben sløjfe loppe. Foruden det er der plottet en sort graf med en forstærkning på 0,0782, og en rød graf med en forstærkning 0,0988. Det ses af Figur 7-3 at proportional regulator med en forstærkning på 0,0782 opfylder oversvingskravet på 5 % af referencepunktet, men har en stationære fejl på 7 %, hvilket er over de 5 %. Øges forstærkning lidt, så den opfylder kravet for den stationære fejl vil den overstige oversvings kraven, som det fremgår af den røde graf i Figur 7-3. For at opfylde både

kravet for oversvings og stationære fej, skal systemets type øges. Derfor vil der her forneden designes en PI regulator for overføringsfunktion i Ligning 7-1.

PI – kontroller

For at designe en PI regulator til Squba med Root Locus metoden, er der her forneden i Figur 7-4 tegnet en Root Locus plot for overføringsfunktion i Ligning 7-1.

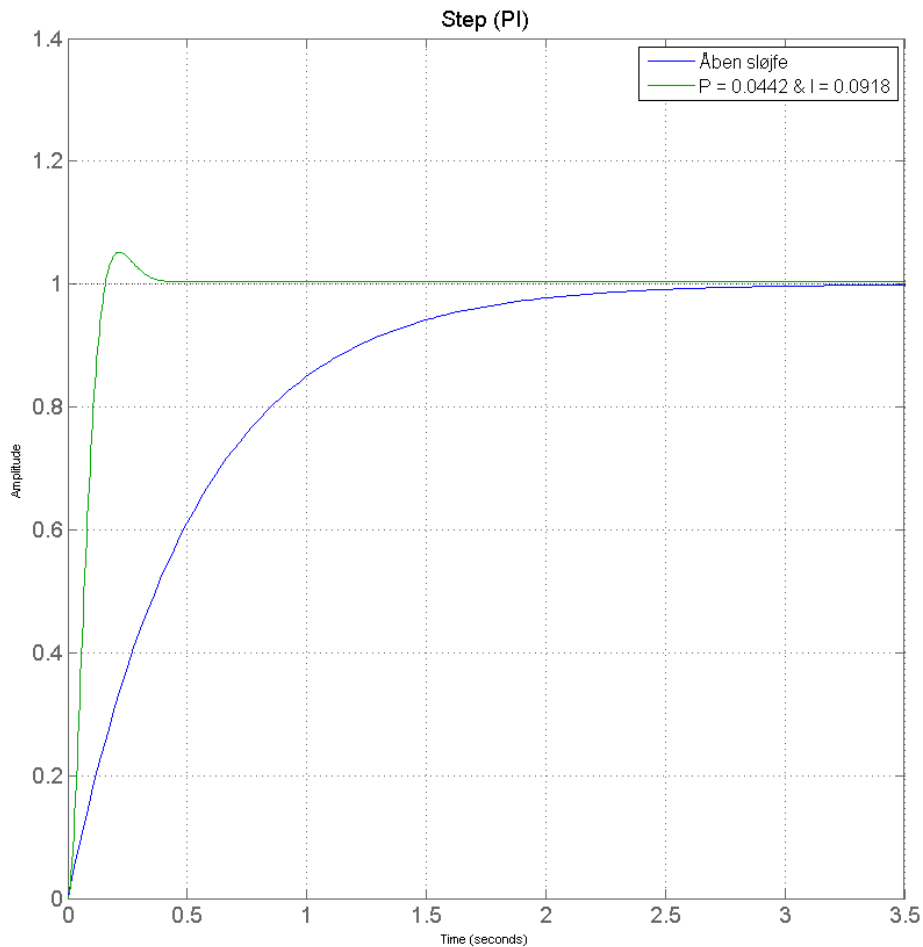


Figur 7-4 Root Locus plot for proportional integrator kontroller.

Det bemærkes af Root Locus plot i Figur 7-4, at der er plottet to overføringsfunktioner, hvor det blå plot er gengivet fra Figur 7-2. Det røde plot er for den lukkede sløjfe overføringsfunktion, hvor der er placeret en PI regulator i den. Der tegnes normalt ikke Root Locus for en lukket sløjfe, men det er den i Figur 7-4. For at vise hvor polerne har flyttet sig hen.

Da PI regulator tilføjer systemet et pol i origo trækker den systemet tæt på den imaginære akse, hvilket gør systemet langsomt. Dette fremgår også af Figur 7-4, hvor det røde plot for lukket sløjfe overføringsfunktion er rykket sig imod højre i forhold til det blå plot. Da PI regulator tilføjer en ekstra pol til systemet, bliver der også tilføjet en nul, som polen bevæger sig imod.

PI regulator har to frihedsgrader, når den skal designes, en proportional og en integrator. For at designe PI regulator, holdes den ene af de to frihedsgrader konstant, i mest den bevæges end til de ønsket ind for det afgrænset område, der bestemmes af oversving og indsvingningstiden kravet. Efterfølgende holdes den anden frihedsgrad konstant, i mest den anden bevæges end til det ønsket punkt. Som det frem går af regulator design beskrivelsen kræver det flere forsøg inden til det ønsket resultat opnås. Forneden i Figur 7-5 er der efter flere forsøg opnået det ønsket resultat for overføringsfunktion i Ligning 7-1.

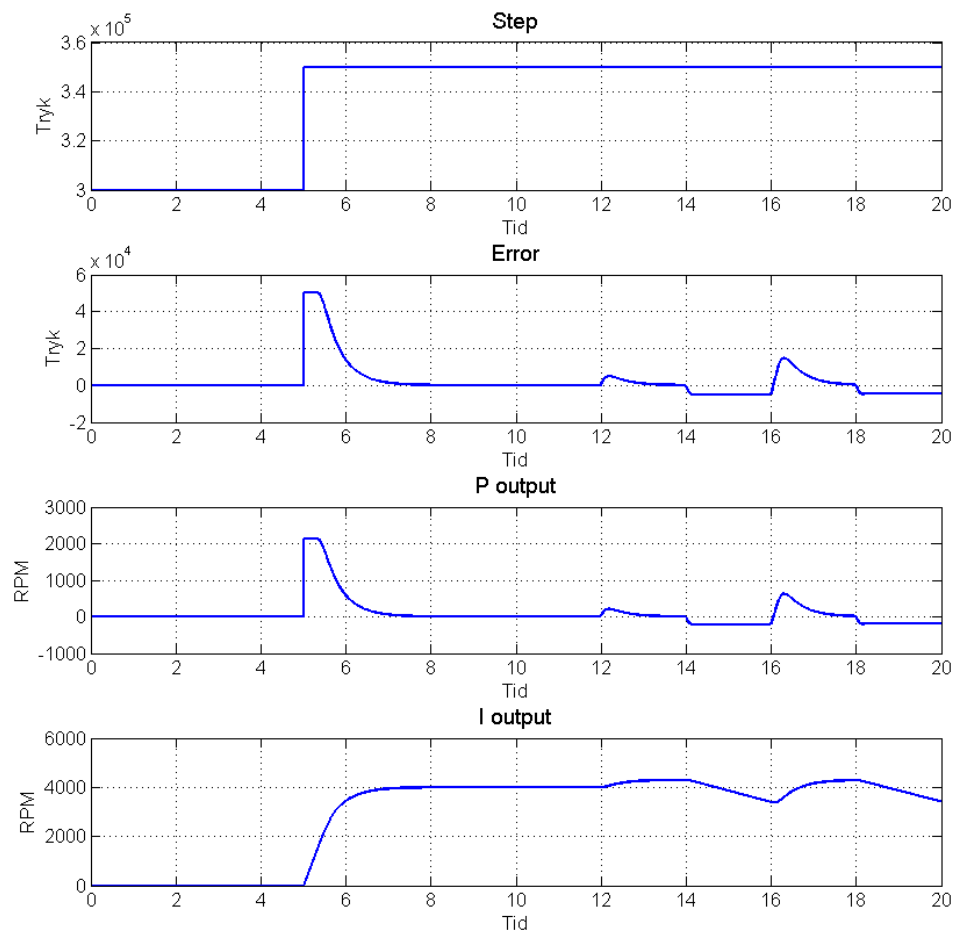


Figur 7-5 Step plot af overføringsfunktion med proportional integrator kontroller.

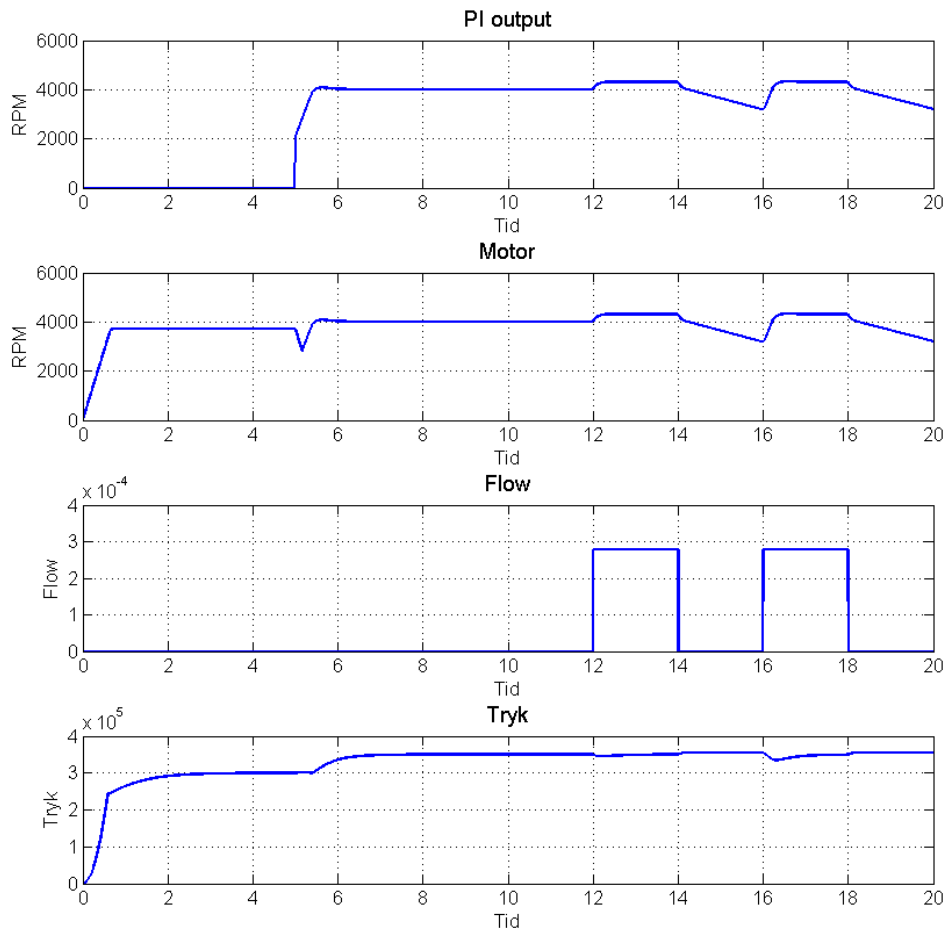
Den blå graf i Figur 7-5 er gengivet fra Figur 7-3 for at gøre det nemmer at sammenligne de to plotte. Det bemærkes af Figur 7-5 at systemet bibeholder den hurtige step respons, hvor oversving holdes under 5 % af referencetrykket. Desuden elimineres den stationære fejl, hvilket var formålet med at designe en PI regulator. Da PI regulatoren overholdt både oversvingnings og indsvingningstidens kravet vil den implementeres i den ulinear pumpemodel og resultaterne vil blev vurderet.

PI – kontroller i den ulineare model

Forneden er PI regulatoren implementeret i den ulineare pumpemodell, for at vurdere om den kan regulere systemet, så der kan holdes et konstant tryk ved et flow op til $1 \text{ m}^3/\text{t}$.



Figur 7-6 Den ulineare pumpemodells output med PI regulator.



Figur 7-7 Den ulineare pumpemodells output med PI regulator.

For at analysere hvordan PI regulatoren virker, er den ulineare pumpemodell kørt op til 3 bar med startstyring, hvor efter regulatoren er aktiveret. Dette fremgår af alle fire grafer på Figur 7-6, da de er alle samme nul inden 5 sekunder. Når regulatoren aktiveres steppes systemet op til 3,5 bar som er referencetrykket. Det ses af tryk grafen i Figur 7-7, hvor trykket steppes fra 3 bar op til 3,5 bar, at regulatoren virker rigtig godt. Efterfølgende steppes systemet to gange med et flow step på til $1 \text{ m}^3/t$, hvor trykket når knap nok at falde inden regulatoren reagerer og genopretter trykket. Det kan derfor vurderes på basis af systemets tryk, at regulatoren virker som den skal med ingen stationære fejl. Men regulatoren er ikke lig så hurtigt til at slukke for motoren når trykket er genoprettet. Den køre motoren langsomt ned i hastighed, dermed køre motoren selvom der real set ikke er behov for den og den leverer heller ikke noget tryk, da referencetrykket er opnået og den køre i for lavt hastighed til den kan levere tryk. Dette skyldes regulatorens integrator led, da den reagerer meget langsom på ændringer i systemet. Dette argument bygger på integratoren grafen i Figur 7-6, der reager meget langsom på ændring i systemet. Hvorimod den proportional ledet reagerer med det samme, for den er i nul når referencetrykket er opnået. Det må derfor vurderes at denne regulator ikke udfører sin opgave godt nok, og der må derfor designe en ny regulator.

8. Konklusion

Formålet med dette projekt var at designe en regulator der kunne opretholde et konstant tryk ved pumpens udløb. Til dette formål bliver der opstillet en model for pumpen Squba i Matlab Simulink. Pumpemodellen blev efterfølgende anvendt til at bestemme størrelsen og fortrykket på tryktanken i Squba. Hvor volumen blev udregnet til 1,8 liter og fortrykket til 70 % af referencetrykket. Derefter blev pumpemodellen lineariseret, hvor det blev undersøgt, om systemet er ustabil i et bestemt punkt. Men da systemet ikke viste ustabilitet imens tryktanken var aktiv blev systemet betragtet som et stabilt system. Da det var tryktanken der forårsagede ustabilitet ved en positiv tilbagekobling. Derfor blev der under regulering designet en regulator til arbejds punktet, der er bestemt til at være 4002 rpm, 3,5 bar og 0,16 m³t. Der blev først designet en P regulator til at opfylde de opstillede krav til regulatoren under problemformulering, men da P regulator ikke kunne reducere den stationære fejl til under 5 % af referencetrykket blev der designet en PI regulator, for at øge systemet type fra nul til 1. Men da den blev implementeret i den ulineare pumpemodell, viste det sig at regulatoren var for langsom, på grund integrator ledet af PI regulator. Så selvom den opfyldte kravet om at opretholde et konstant tryk ved pumpens udløb, blev den ikke vurderet til at være en god løsning.

Litteratur

Christian Skallebæk, D. B. R. C. L. O. J. L. o. P. J., 2009. *Stabilisering af hydraulisk mekanisk system*, Aalborg: Gruppe 54A.

GRUNDFOS , 2006. *Centrifugalpumpen*. 1. udgave red. Bjerringbro: GRUNDFOS Management A/S Afdeling 3610 Fluid Mekanik.

Grundfos, 2002. *Stopfunktion - on/off drift ved lavt flow*, Bjerringbro: Grundfos.

Grundfos, 2011. *Vandforsyningssystemer i en- og tofamiliehuse*. 4. udgave red. Bjerringbro: Grundfos.

Hansen, T. O. A. & M. R., 2003. Dynamic Modelling. In: *Fluid power systems modelling and analysis*. 2nd edition ed. Aalborg: Aalborg universitet, p. 29.

Harbor, C. L. P. o. R. D., 2000. *Feedback control systems*. New Jersey: Tom Robbins.

P.V. Clausen, 2012. *Elektrisk Ingeniør*. Bjerringbro: Grundfos.

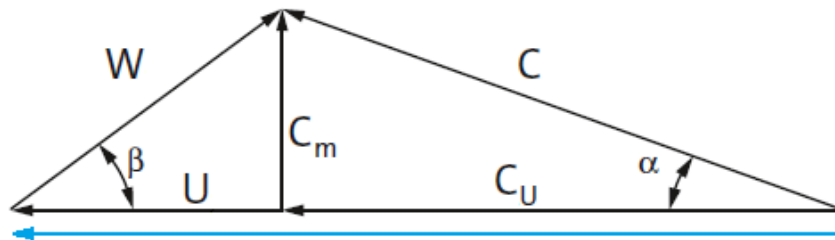
Sørensen, O. J. o. P. H., 2004. *Reguleringsteknik*. København: Danmarks Tekniske universitet .

Appendiks

Appendiks A: Udedning af Affinitetsligningerne

Hastighedstrekant

For at udlede affinitetsligningerne er det vigtigt, at først beskrive pumpens hastighedstrekanter og Eulers pumpe ligning. Hastighedstrekanterne består i alt af fem hastighedsvektorer, som det fremgår af Figur 8-1. Bemærk at vektoren (U) strækker sig over hele den lyseblå vektorlinje.



Figur 8-1 Hastighedstrekant afbilder vandets og rotorens hastighedsvektor.

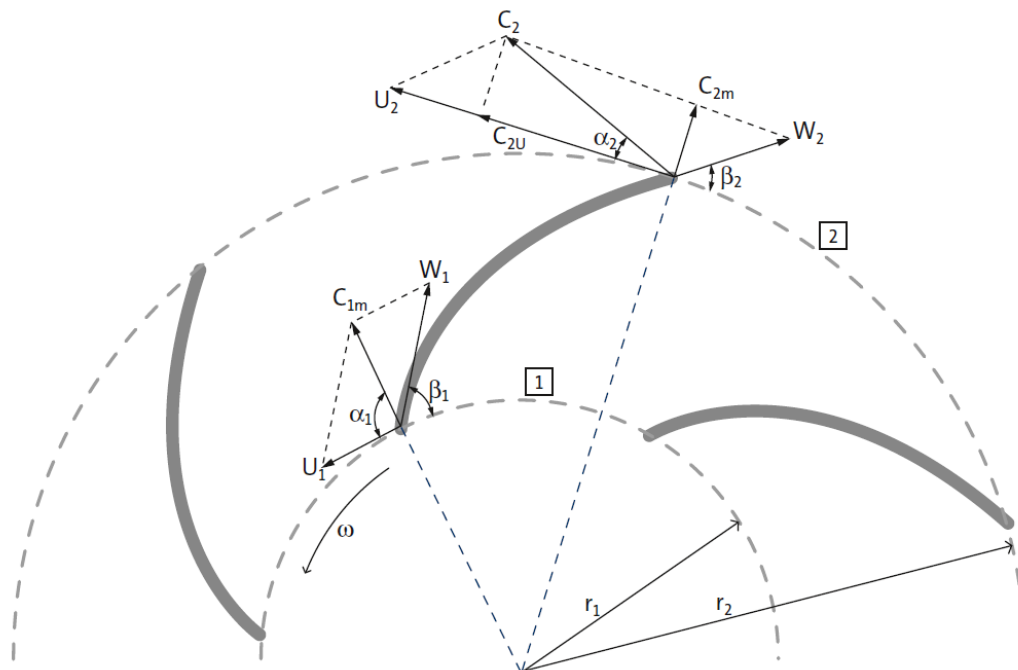
Hvor:

- C : Den absolutte hastighed af vandet også kaldet meridionalhastighed.
- C_U : Den tangentialhastighed af vandet.
- C_m : Den aksiale hastighed af vandet.
- W : Den relativhastighed af vandet i forhold til rotoren.
- U : Den tangentialhastighed af rotoren også kaldet Whirl hastighed.
- α : Vinklen mellem vandets absolutte hastighedsvektor (C) og Whirl hastighedsvektor (U).
- β : Vinklen mellem vandets relativhastighedsvektor i forhold til rotoren (W) og Whirl hastighedsvektor (U). Der svarer til skovelens vinkel med rotorens periferi.

For at beskrive ændringen i vandets hastighed, tegnes der to hastighedstrekanter på pumpens rotor, som det ses i Figur 8-2 på næste side. Den ene af hastighedstrekanterne er placeret ved indløbet og den anden ved udløbet af rotoren, for at beskrive vandhastigheden både før og efter den har været igennem rotoren. Det kan ses af Figur 8-2, at indløbs hastighedstrekanten, der er denoteret med 1 tal, består af tre vektorer. Den ene af vektorerne er rotorens tangentialhastighed ved rotorens indløb, hvilket stiger med både afstand fra rotorens center og dens vinkelhastighed, som det fremgår af Ligning 8-5 og Ligning 8-6 på side 53.

Den anden af de tre vektorer opstår, på grund af hastighedens forskel mellem vandet og rotoren, da vandet har en lavere hastighed end rotoren. Denne hastigheds difference betegnes som den relativhastighed.

Den tredje vektor af indløbets hastighedstrekant er vandets aksialhastighed. Det er antaget her at vandet, der strømmer ind i rotoren har ingen forrotation, da den løber ind fra et lige rør. Dvs. at tangentialhastighed af vandet ved rotorens indløb er nul, dermed er den absolutthastighed af vandet lig med dens aksialhastighed. Dette medfører en vinkel α_1 på 90° og en indløbets hastighedstrekant, der består af kun tre vektor. Dette er dog ikke helt tilfældet for fleretrinspumper som MQ3-45, der består af tre rotor, hvor vandet roterer stadigvæk, når den strømmer ud af den foregående rotor. Men de ændringer forrotation forårsaget er så lille, at de kan negligeres, så det kan antages at tangentialhastighed af vandet er nul.



Figur 8-2 Viser hastighedsvektor tegnet ind på pumperotoren i forhold til skovlen.

De to hastighedstrekanter, der er illustreret på Figur 8-2 ved henholdsvis rotorens nav og periferien, hvor vandet løber ind i rotorens nav og får tilføjet hastighed af den roterende rotors skovle, inden vandet løber ud. Dette medfører en ændring af hastighedstrekanten. For som det ses på hastighedstrekant nr. 2, er både rotorens og vandet tangentialhastighed øget. Dette medfører også at den absolutthastighedsvektor af vandet, bliver større end den aksialhastighedsvektor. Den relativhastighed af vandet i forhold til rotoren er derimod faldet, da vandet har fået tilføjet hastighed. Dette reducerer også den aksialhastighedsvektor af vandet.

For at vise sammenhængen mellem hastighedstrekant og rotorens geometriske størrelser, opstilles der her ligninger for hastighedsvektorerne. Hvor vektorerne for indløbs hastighedstrekant er denoteret med 1 tal og udløbs med 2 tallet, som i Figur 8-2.

Alt vandstrømmen der løber ind i rotoren skal igennem ringarealet, som dannes af rotorens diameter og skovlens bredde. De to ringarealer på rotorens indløb og udløb kan beregnes med Ligning 8-1 og Ligning 8-2.

$$A_1 = 2\pi \cdot r_1 \cdot b_1$$

Ligning 8-1

$$A_2 = 2\pi \cdot r_2 \cdot b_2$$

Ligning 8-2

Derefter kan Den aksialhastighed af vandet (C_m) udregnes af sammenhængen mellem flow og areal i Ligning 8-3 og Ligning 8-4.

$$C_{1m} = \frac{Q_{løber}}{A_1}$$

Ligning 8-3

$$C_{2m} = \frac{Q_{løber}}{A_2}$$

Ligning 8-4

Rotorens tangentielhastighed (U) kan udregnes med Ligning 8-5 og Ligning 8-6, hvor af det fremgår at rotorens tangentielhastighed er et produkt af rotorens radius og dens vinkelfrekvens.

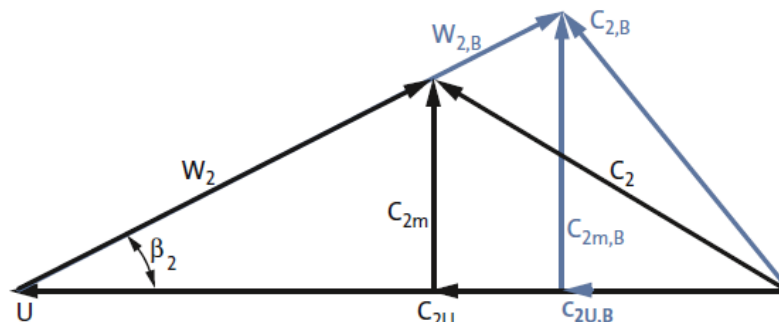
$$U_1 = 2\pi \cdot r_1 \cdot \frac{n}{60} = r_1 \cdot \omega$$

Ligning 8-5

$$U_2 = 2\pi \cdot r_2 \cdot \frac{n}{60} = r_2 \cdot \omega$$

Ligning 8-6

I det efterfølgende vil der beskrives, hvad der sker ved hastighedstrekantet, hvis en fysisk størrelse, som bredden af skovlen ved rotorens udløb reduceres.

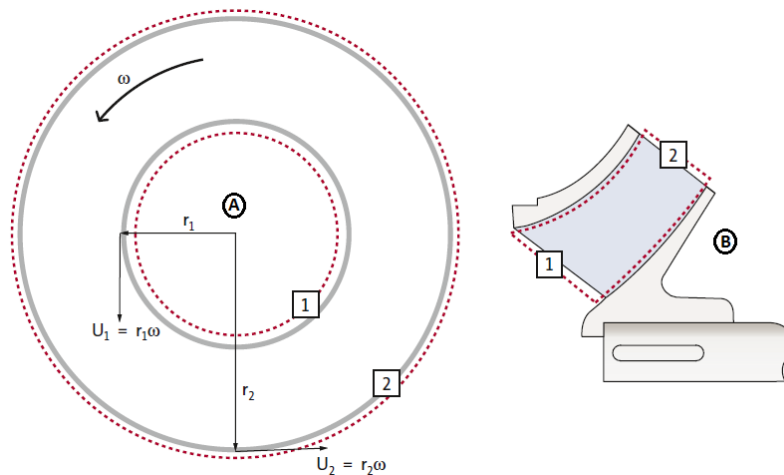


Figur 8-3 hastighedstrekant ved rotorens udløb både før og efter ændring af skovl bredden.

Den aksialhastighed af vandet er omvendt proportional med skovlbredden (b_2), da skovlbredden er lige frem proportional med ringarealet. Hvilket fremgår af Ligning 8-2. Dvs. at når skovlbredden reduceres vil den aksialhastighedsvektor stige. Skovlbredden indgår ikke i Ligning 8-6 for rotorens tangentielhastighed, derfor er den uændret. Da skovlbredden ændrer ikke på skovlens vinkel, ændres skovlvinklen (β) med periferien heller ikke. Den nye hastighedstrekant er tegnet med blåt og markeret med bokstavet B på Figur 8-1, for vise de ændringer skovlbredden ved rotoren udløb medfører. Det fremgår af den nye hastighedstrekant, at den tangentielle ($C_{2U,B}$) og absolut hastighedsvektor ($C_{2,B}$) af vandet vil falde, hvorimod den relative ($W_{2,B}$) og aksialhastighedsvektoren ($C_{2m,B}$) af vandet vil stige. Men da rotorens tangentielhastighedsvektor ændrer sig ikke, er hastighedstrekanten ikke længere ligedannet for tryk (definition på ligedannet trekant er beskrevet på side 56). Den er dog stadigvæk ligedannet for flow, da alle tre hastighedsvektorer, der beskriver flowet ændres med et bestemt faktum.

Eulers pumpeligning

Eulers pumpeligning beskriver pumpens tryk over dens flow, som en linear funktion. Det skyldes at Eulers pumpeligning tag ikke alt det tab der forbundet med en centrifugalpumpe i praktisk. Eulers pumpeligning er en teoretisk ligning, der beskriver pumpens tryk og flow med kontrolvolumen, Impulsligning og hastighedstrekanteerne ved rotorens indløb og udløb. Kontrolvolumen er et teoretisk afgrænset volumen mellem rotorens indløb og udløb, for hvilket der opstilles en ligevægtsligning for at regne på den. Denne volumen er vist på Figur 8-4 (B), hvor den er afgrænset af 1 og 2. Impulsligning beskriver, hvordan vandets strømningskræfter påvirker dens omgivelser, hvilket afhænger af vandets massestrøm og hastighed.



Figur 8-4 (A) viser vandets momentvektorer og (B) viser kontrolvolumen for rotoren.

I Ligning 8-7 er der opstillet en momentligevægtsligning, for den teoretiske kontrolvolumen og pumpens drivaksle. Hvor vandets moment er udtrykket med vandets massestrøm, tangentialhastighed og rotorens radius.

$$T = \dot{m} \cdot (r_2 \cdot C_{2U} - r_1 \cdot C_{1U}) \quad \text{Ligning 8-7}$$

I Ligning 8-8 ganges vinkelhastigheden på momentet for få drivaksles effekten, når drivakslens moment udtrykkes med Ligning 8-7, giver rotorens vinkelhastighed og radius produkt rotorens tangentialhastighedsvektor.

$$\begin{aligned} P_2 &= T \cdot \omega && \text{Ligning 8-8} \\ &= \dot{m} \cdot \omega \cdot (r_2 \cdot C_{2U} - r_1 \cdot C_{1U}) \\ &= \dot{m} \cdot (\omega \cdot r_2 \cdot C_{2U} - \omega \cdot r_1 \cdot C_{1U}) \\ &= \dot{m} \cdot (U_2 \cdot C_{2U} - U_1 \cdot C_{1U}) \\ &= Q \cdot \rho \cdot (U_2 \cdot C_{2U} - U_1 \cdot C_{1U}) \end{aligned}$$

Den hydrauliske effekt der tilføjes vandet kan udtrykkes, som produkt af det totale tryk over rotoren og flowet igennem den, dette er udtrykket i Ligning 8-9.

$$P_{hyd} = \Delta p_{tot} \cdot Q \quad \text{Ligning 8-9}$$

For at omskrive den totale trykkets forskel over rotoren til højde i meter divideres den med vandets massefylde og tyngkraften, som det udtrykt i Ligning 8-10.

$$H = \frac{\Delta p_{tot}}{\rho \cdot g} \quad \text{Ligning 8-10}$$

Med tryks forskel over rotoren i meter kan udtrykket for den hydraulisk effekt i Ligning 8-9 omskrives til det i Ligning 8-11.

$$P_{hyd} = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g = \dot{m} \cdot H \cdot g \quad \text{Ligning 8-11}$$

Da Eulers ligning for pumpen er tabsfri, kan der opstilles en ligevægtsligning for den hydrauliske og mekaniske effekt. Hvor udtrykket for trykket i meter opnås, som funktion af både vandets og rotorens tangentialhastighedsvektor.

$$P_{hyd} = P_2 \quad \text{Ligning 8-12}$$

$$\dot{m} \cdot H \cdot g = \dot{m} \cdot (U_2 \cdot C_{2U} - U_1 \cdot C_{1U})$$

$$H = \frac{(U_2 \cdot C_{2U} - U_1 \cdot C_{1U})}{g}$$

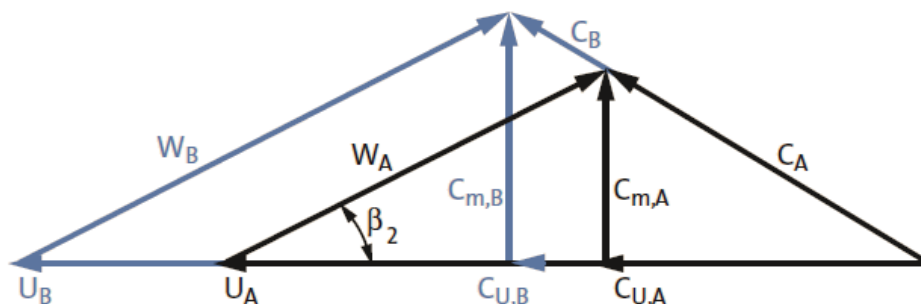
Da det antages at der ingen forrotation, dermed er vandet tangentialhastighed C_{1U} ved rotorens indløb nul, så Ligning 8-12 reduceres ned til Ligning 8-13.

$$H = \frac{(U_2 \cdot C_{2U})}{g} \quad \text{Ligning 8-13}$$

Udledning af affinitetsligningerne

Affinitetsligningerne er ret nøjagtig til at skaller rotorens omdrejningstal og diameter. Herudover er de også ret nøjagtig og brugbare til at skaller skovlens udløbes bredde (b_2). Bemærk at den kun gælder for flow, da den indgår i Ligning 8-17.

Udledning af affinitetsligningerne er baseret på lignedannet trekant, hvor forholdet mellem de ensliggende sider af trekantet er det samme når den skaller op og ned. Dvs. at forholdet mellem hastighedsvektorerne i en hastighedstrekant skal være det samme før og efter ændring er fundet sted, som det fremgår af Figur 8-5.



Figur 8-5 Hastighedstrekant både før (A) og efter (B) justering.

Det forhold der er skitseret i Figur 8-5 er udtrykket matematisk i Ligning 8-14.

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{C_{m,B}}{U_{m,A}} = \frac{C_{U,B}}{C_{U,A}} \quad \text{Ligning 8-14}$$

Rotorens tangentialhastighed kan også udtrykkes med produktet af dens omdrejningstal (n) og yderdiameter (D_2). Indsættes det i Ligning 8-14 vil det give Ligning 8-15.

$$\frac{U_B}{U_A} = \frac{n_B \cdot D_{2,B}}{n_A \cdot D_{2,A}} \quad \text{Ligning 8-15}$$

For at opstille et udtryk for flowet anvendes Ligning 8-4, som omskrives til Ligning 8-16, hvor arealet erstattes med Ligning 8-2.

$$Q = A_2 \cdot C_{2m} = \pi \cdot D_2 \cdot b_2 \cdot C_{2m} \quad \text{Ligning 8-16}$$

Udtrykket for flow i Ligning 8-2 anvendes i Ligning 8-17 for at opstille skaleringsforholdet for flow. Hvor den aksialhastighedsvektor erstattes med rotorens omdrejningstal og dens yderdiameter. Reduceres dette udtryk giver det tre skaleringsvariabler for flowet. Justeres der ikke på rotorens diameter og skovlbredden går de ud, så det er kun omdrejningstallet der tilbage i Ligning 8-17.

$$\begin{aligned} \frac{Q_B}{Q_A} &= \frac{\pi \cdot D_{2,B} \cdot b_{2,B} \cdot C_{2m,B}}{\pi \cdot D_{2,A} \cdot b_{2,A} \cdot C_{2m,A}} \quad \text{Ligning 8-17} \\ &= \frac{\pi \cdot D_{2,B} \cdot b_{2,B} \cdot n_B \cdot D_{2,B}}{\pi \cdot D_{2,B} \cdot b_{2,B} \cdot n_A \cdot D_{2,A}} \\ &= \left(\frac{D_{2,B}}{D_{2,A}} \right)^2 \cdot \frac{b_{2,B}}{b_{2,A}} \cdot \frac{n_B}{n_A} = \frac{n_B}{n_A} \end{aligned}$$

Overføres den nominale flow over til forholdet mellem omdrejningstallet, giver det affinitets-ligningen for flow, som er udtrykket i Ligning 8-18.

$$Q_B = Q_A \cdot \left(\frac{n_B}{n_A} \right) \quad \text{Ligning 8-18}$$

For at udlede affinitetsligningen for trykket i rotoren anvendes Ligning 8-19, der er udtaget af Eulers pumpe-ligning i Ligning 8-13.

$$H = \frac{(U_{2,A} \cdot C_{2U,A})}{g} \quad \text{Ligning 8-19}$$

Udtrykket i Ligning 8-19 divideres med sig selv for at opstille en skaleringsforhold for trykket. Hvorefter de to tangentialhastighedsvektor for henholdsvis rotoren og vandet erstattes igen med rotorens omdrejningstal og dens yderdiameter. Reduceres dette udtryk

giver det to skalerings variable for trykket. Justeres der ikke på rotorens diameter går den ud, så der kun omdrejningstallet tilbage i Ligning 8-20.

$$\begin{aligned}\frac{H_B}{H_A} &= \frac{U_{2,B} \cdot C_{2U,B} \cdot g}{U_{2,A} \cdot C_{2U,A} \cdot g} && \text{Ligning 8-20} \\ &= \frac{U_{2,B} \cdot C_{2U,B}}{U_{2,A} \cdot C_{2U,A}} \\ &= \frac{n_B \cdot D_{2,B} \cdot n_B \cdot D_{2,B}}{n_A \cdot D_{2,A} \cdot n_A \cdot D_{2,A}} \\ &= \left(\frac{D_{2,B}}{D_{2,A}}\right)^2 \cdot \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2 = \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2\end{aligned}$$

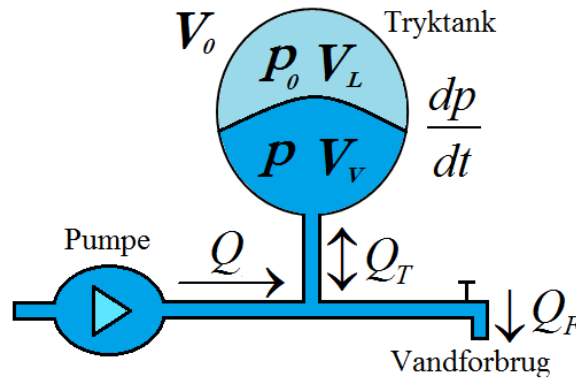
Overføres den nominale tryk over til forholdet mellem omdrejningstallet i anden, giver det affinitetsligningen for tryk, som det er udtrykket i Ligning 8-21.

$$p_B = p_A \cdot \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2 \quad \text{Ligning 8-21}$$

Denne appendiks er baseret på kilden: (GRUNDFOS , 2006)

Appendiks B: Udedning af Tryktanksligning

I det følgende vil tryktanksligning udledes ud fra idealgasligning på basis af den opstillede model i Figur 8-6. Hvor det antages at luften, som består af 78 % nitrogen, 21 % oxygen og 1 % af andre gas arter, vil opføre sig som en ideal gas ind for de tryk og temperatur intervaller der arbejdes under i Squba.



Figur 8-6 Tryktanken i systemet med pumpen.

Hvor:

- Q : Flowet ved pumpens udløb.
- Q_F : Vandforbruger flow.
- Q_T : Flowet indtil og udad tryktanken.
- V_V : Tryktanks volume ved membrans inderside.
- V_L : Tryktanks volume ved membrans yderside.
- V_0 : Tryktanks volume.
- p : Trykket ved pumpens udløb.
- p_0 : Tryktankens fortryk.
- $\frac{dp}{dt}$: Tryktankens trykgradient.

Idealgasligning er opgivet i Ligning 8-22, hvor det antages at temperatur ændring er så lille at den kan negligeres. Dermed vil produktet af tryk og volumen give en konstant. Idealgasligning der er opstillet i Ligning 8-22 udtrykker det energimængde der oplagere i tryktanken

$$p \cdot V = n \cdot K \cdot T = \text{konstant} \quad \text{Ligning 8-22}$$

Når tryktanken ikke er i drift vil fortrykket fylde hele tryktankens volumen, hvilket svare til konstanten der udtrykket i Ligning 8-22. Når trykket stiger ved pumpens udløb vil volumen på membranens yderside ($p_0 \cdot V_L = \text{yderside}$ & $p \cdot V_V = \text{inderside}$) reduceres tilsvarende, så deres produkt holdes konstant, dette er udtrykt i Ligning 8-23.

$$(p_0 + 1) \cdot V_0 = (p + 1) \cdot V_L \quad \text{Ligning 8-23}$$

Erstattes tryktanks volum på membranens yderside (V_L) med tryktankens total volum (V_0) hvor af tryktankens volum på membranens inderside (V_V) trækkes fra, vil Ligning 8-23 konverteres til Ligning 8-24 på næste side.

$$(p_0 + 1) \cdot V_0 = (p + 1) \cdot (V_0 - V_V)$$

Ligning 8-24

$$V_V = V_0 \cdot \left(1 - \frac{p_0 + 1}{p + 1}\right)$$

Differensens udtryk for (V_V) i Ligning 8-24 i forhold til trykket opnås Ligning 8-25 forneden.

$$\frac{dV_V}{dp} = \frac{V_0 \cdot (p_0 + 1)}{(p + 1)^2}$$

Ligning 8-25

Definition for flowet, volum over tid, er udtrykt i Ligning 8-26, hvor den er omskrevet til volumens difference.

$$Q = \frac{dV_V}{dt} \Rightarrow dV_V = Q \cdot dt$$

Ligning 8-26

Ved at indsætte udtrykket for volumens difference fra Ligning 8-26 ind i Ligning 8-25 giver det udtrykket i Ligning 8-27.

$$\frac{dV_V}{dp} = \frac{Q \cdot dt}{dp} = \frac{V_0 \cdot (p_0 + 1)}{(p + 1)^2}$$

Ligning 8-27

Ved at omskrive Ligning 8-27 opnås der et udtryk for tryk gradienten.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{Q \cdot (p + 1)^2}{V_0 \cdot (p_0 + 1)}$$

Ligning 8-28

Denne appendiks gengivelse fra praktikrapporten og er baseret på kilden: (Grundfos, 2002)

Appendiks C: Udledning af kontinuitet ligning

Kontinuitetsligningen er baseret på masse bevarelse, hvor summen af det masse der strømmer ind i en fast volumen og det masse der strømmer ud er nul.

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho \cdot dV + \int_{CS} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad \text{Ligning 8-29}$$

Men hvis der lukkes for udstrømning af massen, så der strømmer kun masse ind i fast volumen, vil den indstrømmede masse ophobes og danne tryk. Dette er beskrevet matematisk af Ligning 8-30, hvor anden led i Ligning 8-29, der udtrykker masse udstrømning er sæt lig med nul.

$$\dot{m}_{in} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho \cdot dV \quad \text{Ligning 8-30}$$

I Ligning 8-31 udtrykkes den indstrømmende masse med vandets densitet og flow. Desuden integreres den faste volumen og gangs med vandets densitet, hvorefter de differencers i forhold til tiden.

$$\rho_{in} \cdot Q_{in} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot V) = \frac{dV}{dt} \cdot \rho + \frac{d\rho}{dt} \cdot V \quad \text{Ligning 8-31}$$

Det antages at ændring i vandet densitet er negligeabel i Ligning 8-32, hvor der divideres igennem med densitet og et udtryk for flowet opnås.

$$Q_{in} = \frac{dV}{dt} + \frac{d\rho}{dt} \cdot \frac{V}{\rho} \quad \text{Ligning 8-32}$$

For kunne udtrykke Ligning 8-32 med bulk moduls anvendes udtrykket for bulk moduls og kompressionsevne af fluidet, som er opstillet i Ligning 8-33.

$$\beta_F = \frac{1}{\kappa_F} \quad \& \quad \kappa_F = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad \text{Ligning 8-33}$$

Sættes de to ligninger i Ligning 8-33 sammen giver det udtrykket i Ligning 8-34.

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dp}{\beta_F} \quad \text{Ligning 8-34}$$

Ligning 8-34 anvendes derefter til at erstatte $d\rho/\rho$ med i Ligning 8-32, for at opnå Ligning 8-35. Den første led på højre side i Ligning 8-35 udtrykker det flow der skal til for at udvide den faste volume. Det anden led udtrykker flowet ind til den faste volume, som følge af trykændring.

$$Q_{in} = \frac{dV}{dt} + \frac{dp}{dt} \cdot \frac{V}{\beta_F} \quad \text{Ligning 8-35}$$

Da pumpens faste volumen ikke kan udvides med det tryk, der opbygge i pumpen, sættes den første led i Ligning 8-35 lig med nul. Dette giver udtrykket i Ligning 8-36.

$$Q_{in} = \frac{dp}{dt} \cdot \frac{V}{\beta_F} \quad \text{Ligning 8-36}$$

Da kontinuitetsligning skal anvendes til at udtrykke trykgradienten i pumpen inden tryktanken aktiveres, om skrives Ligning 8-36 til Ligning 8-37.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\beta_F}{V} \cdot Q \quad \text{Ligning 8-37}$$

Denne appendiks er baseret på kilden: (Hansen, 2003).

Appendiks D: Tabel

<i>Tryk</i>	<i>0 m³/t flow</i>	<i>1 m³/t flow</i>	<i>Difference</i>
<i>[bar]</i>	<i>[rpm]</i>	<i>[rpm]</i>	<i>[rpm]</i>
1,5	2620	2936	316
2,0	3026	3335	309
2,5	3383	3688	305
3,0	3705	4008	303
3,5	4002	4303	301
3,8	4170	4470	300

Tabel 8-1 Omdrejningstallet ved nul og 1m³/t flow, for hver referencetryk.