Dimensionering af flanger til angulære kompensatorer



Afgangsprojekt

Thomas Sørensen

Aalborg Universitet Esbjerg, Esbjerg Institute of Technology



## Titelblad

**Titel:** Dimensionering af flanger til angulære kompensatorer.

Tema: Afgangsprojekt diplomingeniør

Forfatter: Thomas Sørensen

Hovedvejleder: Lars Damkilde

Projektperiode: 1. november 2012 til 7. januar 2013

Sideantal: Rapport: 45, Appendiks: 10

**Oplagstal:** 5

# **Synopsis**

Dette projekt er udarbejdet i samarbejde med Belman Production A/S, og beskæftiger sig med et konkret dimensioneringsproblem. Det baseres på en angulær kompensator, som indbygges i rørsystemer, for at optage vinkeldrejninger.

Fra producentens side ønsker man sig en enklere dimensioneringsmetode til de flanger der indgår i de angulære kompensatorer. I dag dimensioneres de vha. finite element analyser, mens der til de resterende komponenter findes simple analytiske beregninger. Der er imidlertid en normberegning under udvikling, der ligeledes ønskes testet. Ud fra virksomhedens anmodninger blev der opstillet tre spørgsmål, på hvilke der afsøgtes svar i det efterfølgende projektarbejde.

For at besvare de opstillede spørgsmålene, blev der udført finite element analyser, forsøg og beregninger vha. det foreliggende normmateriale, og igennem sammenligninger mellem finite element analyserne og forsøgene, blev finite element analysen verificeret.

Sammenlignes finite element analysen med det ufærdige normmateriale, viser der sig dog en vis afvigelse. Der ses, i enkelte punkter, en vis lighed, men normberegningerne må siges at drage en række stærke antagelser.



## Forord

Rapporten er udarbejdet i perioden fra den 1. november 2012 til den 7. januar 2013 i samarbejde med Belman Production A/S, i Esbjerg.

Rapporten dokumenterer arbejdet, som er gennemgået på 7. semester af diplomingeniøruddannelsen på Aalborg Universitet Esbjerg. Det anbefales at læseren af denne rapport har et indgående kendskab til generel matematik, kontinuummekanik og statik og styrkelære herunder Finite Element analyser i Ansys Workbench. Derudover anbefales det, at have et generelt kendskab til maskinkonstruktion.

Igennem rapporten er der anvendt henvisninger til kilder, der underbygger udsagn i rapporten. Disse henvisninger er markeret med: [nr.], hvor det pågældende tal korresponderer med samme tal i kildelisten bagest i rapporten, hvor kildens oprindelse er beskrevet. Derudover er eventuelle ordforklaringer markeret med et hævet tal <sup>nr.</sup> som er at finde nederst på samme side, hvor forklaringen følger. Ordforklaringerne tager udgangspunkt i den kontekst som ordet bruges i, i rapporten. Det anbefales derfor ikke, at ordforklaringerne i denne rapport anvendes i andre sammenhænge. Figurkilderne i rapporten er markeret ved:[Fnr.], hvor tallet henviser til figurkilden, hvor oprindelsen af figurer, der ikke er produceret af forfatteren, kan findes.

Rapporten er inddelt i overordnede kapitler med fortløbende numre samt en overskrift. Derudover er hvert afsnit i kapitlet beskrevet med kapitlets nummer og et fortløbende nummer, adskilt af punktum, samt en overskrift. På samme måde er underafsnit beskrevet med tre tal, ligeledes adskilt af et punktum mellem hvert tal, efterfulgt af en overskrift. Hver udregning og matematiske udtryk er tildelt et nummer givet i parentes (*nr.nr*), hvor det første tal er kapitlets nummer og det andet tal er udtrykkets nummer. På denne måde er det muligt at henvise til specifikke beregninger.

I den resterende del af rapporten vil finite element analyser blive forkortet til FE-analyser.

Forfatteren vil gerne benytte lejligheden til at rette en stor tak til virksomheden for dennes tid og behjælpelighed i forbindelse med arbejdet. Derudover skal der lyde en stor tak til Ph.D. studerende Michael S. Jepsen, for den store hjælp han har ydet i forbindelse med udførelse af forsøg til dette projekt.

Esbjerg den 06-01-2013

Thomas Sørensen

# Indholdsfortegnelse

1. Indledning	
1.1. Mål for projektet	
2. Baggrund	4
2.1. Kompensatortyper	
2.1.1. Aksial kompensator	
2.1.2. Angulær kompensator	
2.1.3. Lateral kompensator	
2.2. Dimensionering	б
2.2.1. Materiale	б
2.2.2. Kraftfordeling	
2.2.3. Lasker	7
2.2.4. Dorner	
2.2.5. Svejseender	9
2.2.6. Flanger	9
2.3. Normberegninger (Annex	xe K of EN 14 917)11
3. Problemformulering	
4. Hovedspændingsanalyse	
5. Analytiske beregninger	
6. Forsøg	
6.1. Måleteknik	
6.1.1. Strain Gauges	
6.2. Resultater	
6.2.1. Hovedspændinger og -	retning
7. FE-analyse	
7.1. Resultater	
8. Sammenligning af resultater	
8.1. Forsøg	
8.2. Hovedspændinger og -ret	ning40
8.3. Normberegninger	

9.	Diskussion	43
10.	Konklusion	44
11.	Figurkilder	45
13.	Appendiks	46

## 1. Indledning

Belman Production A/S er en dansk kompensatorproducent, med hovedkontor beliggende i Kjersing, Esbjerg. Virksomheden blev grundlagt i 1994, og har oplevet vedvarende vækst siden stiftelsen. I Esbjergafdelingen giver Belmans produktionsanlæg mulighed for at fremstille kompensatorer fra  $DN^1$  40 til DN 6000. Kompensatorerne dimensioneres til medietryk fra fuldt vakuum til  $PN^2$  100. Belman specialdesigner alle kompensatorer specifikt til kundens ønsker, hvilket gør, at Belman har en konkurrencemæssig fordel, mht. fleksibilitet.

På Belmans faciliteter i Esbjerg produceres stålkompensatorer, men Belman forhandler også:

- Gummikompensatorer
- Stålslanger
- Særligt hygiejniske kompensatorer

Produkterne anvendes bredt i industrisektorer som energisektoren, procesindustrien, udvindingsindustrien og lignende, hvor der anvendes rørsystemer, med et gennemløbende medie. Rørsystemerne udsættes for belastninger i form af termiske udvidelser, vibrationer, fundamentsætninger og lignende. Belastningerne tilvejebringer spændinger i rørsystemerne, hvilket på sigt medfører udmattelser. For at højne systemernes levetid indføres en kompensator, som fungerer som et fleksibelt rørstykke, der kan optage forskellige bevægelser afhængigt af kompensatortypen. Kompensatorerne kan optage enten aksiale, angulære, eller laterale bevægelser, eller en kombination heraf. Bevægelserne er illustreret på figur 1.1.



Figur 1.1: Stålkompensatoren optager disse bevægelser, eller kombinationer heraf. [F1]

Valget af kompensatortype er afhængigt af rørsystemets form, belastninger samt understøtninger. Kompensatoren består af flere komponenter et eksempel herpå ses i figur 1.2. Den vigtigste komponent er bælgen, som er den komponent der tillader at kompensatoren optager de forskellige

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Nominel diameter i mm.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Nominelt tryk i bar.

bevægelser. Bælgen er produceret af tyndpladestål, og har en bølgeformet geometri, som kan ses af figur 1.2. Bølgegeometrien introducerer en geometrisk fleksibilitet som muliggør at kompensatoren kan optage storebevægelser i forhold til sin fysiske størrelse. Denne rapport vil ikke yderligere beskæftige sig med selve bælgen, men derimod med de mere klassiske maskindele som indgår i en kompensator.



Figur 1.2 Angulær kompensator med lasker som led, og svejseender. [F2]

### 1.1. Mål for projektet

Den primære problemstilling i projektet, drejer sig om dimensionering af flanger til angulære kompensatorer. En sådan flange kan ses af figur 1.2. Flangen udsættes for bøjning, som resultat af to modsatrettede kræfter, dels en fordelt last på den indvendige rand af flangen, og dels en kraft i de led som modvirker aksial forlængelse som vist på figur 1.3. Lasten på flangens rand opstår på baggrund af det overtryk der opstår i bælgen ved driftssituationer. Når bælgen udsættes for indvendigt overtryk, vil den forlænges. For at undgå denne aksiale forlængelse er der monteret led mellem de to flanger, som sikrer, at bælgen udelukkende optager vinkeldrejninger. Når flangerne dimensioneres i dag, sker det vha. FE-analyser, hvilket er omkostningsfuldt if.t. at dimensionere ved brug af standardberegninger.



Figur 1.3: Statisk model af flangen der ønskes dimensioneret.

Projektets sigte er, at udarbejde et analytisk udtryk, der kan benyttes som redskab til at dimensionere flanger og ører, på en måde som giver materialebesparelse. Der vil især blive arbejdet med flangens form og materialeforbrug på begge sider af flangens indvendige randgeometri. Hvis dimensioneringen kan forbedres kan der formentlig i højere grad anvendes ører fremfor flanger, hvorved der spares en stor del materiale. Når Belman køber flanger, betales der også for materialet der er afskåret flangens hul, hvorfor besparelsen ved brug af ører i stedet for hele flanger vil være betragtelig. På nuværende tidspunkt er der normberegninger under udvikling, som tager udgangspunkt i samme problemstilling. Disse normberegninger vil blive testet, samt om muligt forbedret. Hvis der udarbejdes et brugbart analytisk udtryk, kan det give Belman en konkurrencemæssig fordel, da det vil spare tid fra dimensioneringen.

## 2. Baggrund

I dette kapitel vil systemet som danner grund for denne rapport, blive beskrevet mere indgående. Dimensioneringen af systemet vil ligeledes blive gennemgået.

Der vil blive præsenteret baggrundsviden omkring forskellige kompensatortyper og deres anvendelsesområder. Derudover vil de normberegninger, som på nuværende tidspunkt er til rådighed, blive gennemgået.

## 2.1.Kompensatortyper

I de fleste typer af kompennsatorer indgår der dele, som har til formål at begrænse kompensatorens bevægelsesmuligheder. Disse dele implementeres i kompensatoren, for at sikre at levetiden kan overholdes. Når en angulær kompensator eksempelvis dimensioneres til en vis vinkeldrejning, er det med udgangspunkt i, at den ikke udsættes for andre typer af bevægelser.

I dette afsnit beskrives de mest gængse kompensatortyper, hvorledes de fungerer og hvilke komponenter der indgår.

## 2.1.1. Aksial kompensator

En aksial kompensator konstrueres til at kunne strækkes og komprimeres i aksial retning. Disse kompensatorer er ofte de mest simple, og består oftest udelukkende af bælg og flanger/svejseender. Enkelte typer bliver konstrueret med stag, for at give mulighed for at begrænse bevægelsen i begge retninger. Derudover kan stagene anvendes til at sikre, at kompensatoren ikke har lateral eller angulær bevægelse. En aksial kompensator med stag kan ses af figur 2.1.



Figur 2.1: Aksial kompensator.

### 2.1.2. Angulær kompensator

De angulære kompensatorer er mere komplekse end de aksiale. De består af en bælg, et sæt flanger, svejseender og et led til at styre bevægelsen. Leddene er oftest lavet af laskeplader forbundet med en dorn. I enkelte tilfælde anvendes i stedet såkaldte gaffelstykker. Dette er dog hos Belman stadig på forsøgsstadiet. Eksempler på angulære kompensatorer kan ses på figur 2.2 og figur 1.2.



Figur 2.2: Angulær kompensator med gaffelstykker som led.

Angulære kompensatorer anvendes i vidt omfang i komplekse rørsystemer, hvor forlængelse af røret medvirker vinkeldrejninger i systemet. Et eksempel på et sådant rørsystem er skitseret i figur 2.3. Bevægelsen i kompensatoren kan beskrives som en forlængelse af kompensatorens ene side, samt en sammentrækning på den anden side. Ved brug af denne type angulære kompensatorer, er det kun muligt at have denne bevægelse i et plan. Der findes dog andre angulære kompensatorer, som benytter sig af kardanled i stedet for "hængslerne" afbilledet i figur 2.2. En kardanleddet kompensator kan optage drejninger i flere retninger. [1]



Figur 2.3: Ved forlængelse af de to vandrette rørstykker, udsættes systemet for vinkeldrejninger. [F3]

#### 2.1.3. Lateral kompensator

En lateral kompensator ligner meget en aksial, men har såkaldte kugle/pandeskiver monteret mellem stag og flanger, som sikrer muligheden for lateralt forskydning mellem flangerne. De laterale kompensatorer kan også optage aksial bevægelse. En lateral kompensator kan ses i figur 2.4.



Figur 2.4: Lateral kompensator med kugle/pandeskiver.

Kugle/pandeskiverne består af en skive som på den ene side er kugleformet, på den anden side flad. Overfor kugleformen, er der en skive med et neddrejet kugleformet hul, som passer til den kugleformede skive. De to kuglegeometrier kan glide i hinanden, hvilket giver mulighed for den laterale forskydning.[2]

### 2.2.Dimensionering

I dette afsnit gennemgås dimensioneringen af de komponenter der udgør kompensatoren.

Systemet som der tages udgangspunkt i, er en angulær kompensator, med laskeplader som led, der skal fiksere bælgen mod aksial og lateral bevægelse. Bælgen ville i denne kompensator få monteret svejseender, og på disse ender fastsvejses flangen. Systemet ses i figur 1.2. For at dimensionere systemet er der anvendt beregninger fra EN 14 917, som dimensionerer laskerne og dornerne som indgår i kompensatoren. Flangen er dimensioneret ved brug af FE-analyse.

### 2.2.1. Materiale

Det materiale som konstruktionen ønskes udført i, er P265GH, hvilket er en ståltype der anvendes i vidt omfang hos Belman til denne type konstruktioner. Materialet består af lavt legeret konstruktionsstål, og har et E-modul på 212 GPa. Materialet er ideelt at anvende i konstruktioner, hvor der forekommer høje driftstemperaturer.

Materialet anvendes i industrier som olie/gas industrien og kemiindustrien. På grund af materialets gode svejseegenskaber, anvendes det i høj grad til produktion af kedler, trykbeholdere og til rør med medier med relativt høje temperaturer. Af samme grund har materialet fået trivialnavnet "kedelplade".

## 2.2.2. Kraftfordeling

Kraftfordelingen i den angulære kompensator beskrives i dette afsnit. Denne fordeling tilgodeses under dimensioneringen, for at sikre, at kompensatoren er i ligevægt. Den lastsituation der tages udgangspunkt i, er en driftsituation, som udsætter kompensatoren for et indvendigt overtryk. Kraftfordelingen for den angulære kompensator er skitseret i figur 2.5.





Figur 2.5: Kraftfordeling gennem kompensatorens komponenter ved indvendigt overtryk i bælgen.

På figur 2.5 ses kraftfordelingen gennem kompensatorens komponenter i en driftsituation. Billedet til venstre viser hvorledes bælgen reagerer på det indvendige overtryk, som giver anledning til en normalkraft i bælgen. Dette påvirker de øvrige komponenter, som skitseret til højre i figuren, påvirkes svejseenderne af denne normalkraft, og denne normalkraft skal modsvares af en normalkraft i laskerne, som ligeledes er skitseret i figuren til højre. Samtidig med normalkraften forekommer et moment i bælgen, som overføres via svejseenden til kompensatoren.

#### 2.2.3. Lasker

Beregningerne er bygget op som en eftervisning af allerede kendte dimensioner, hvilket betyder, at der som udgangspunkt for beregningerne antages at foreligge ønskede dimensioner på konstruktionen. Derfor er der valgt følgende dimensioner som udgangspunkt:

Laske tykkelse, $S_L$ : 10 mm	Afstand fra dorn til laskeende, L: 40 mm
Bredde, H: 80 mm	Dorndiameter, $d_p$ : 30 mm

Materialet har som nævnt en flydespænding på 265 MPa, hvilket giver følgende designmæssige flydespænding:

$$f_{yd} = \frac{265MPa}{1,5} = 176,67MPa \tag{2.1}$$

Når laskerne dimensioneres skal det først bestemmes, hvorvidt der er tale om large eller small lug type. Dette gøres med følgende udtryk:

$$\frac{H}{d_p} => \frac{80\,mm}{30\,mm} = 2,7\tag{2.2}$$

For at lasken betegnes som large lug type må denne værdi ikke være under 2 og ikke over 4. typen af laske afgør hvorledes de efterfølgende formler er opbygget. Udtrykket for beregning af de maksimale tilladelige spændinger er givet ved følgende udtryk:

$$F_{alw} = k_2 \cdot d_p \cdot S_L \cdot N_{_L} \cdot f_{yd}$$
(2.3)

For at bestemme korrektionsfaktoren  $k_2$ , indsættes i følgende udtryk:

$$k_2 = 0,7 \cdot \left(\frac{L}{d_p}\right) \Longrightarrow 0,7 \cdot \left(\frac{40mm}{30mm}\right) = 1,335$$
(2.4)

Der indsættes i udtryk (2.3):

$$1,335 \cdot 30mm \cdot 20mm \cdot 2 \cdot 176,67MPa = 272,34kN \tag{2.5}$$

Lasker af denne størrelse kan altså hver især holde til en trækkraft på omtrent 270 kN.

#### 2.2.4. Dorner

Dornen i leddet skal dimensioneres i forhold til den vinkeldrejning kompensatoren skal optage. Vinkeldrejningen sættes til 5 grader, da det er en typisk størrelse på de drejninger Belmans kompensatorer udsættes for.

Når dornen dimensioneres skal trækkraften fra laskerne først opdeles i to kræfter, og en resulterende kraft, som opstår af de to kraftkomponenter. Som udgangspunkt for trækkraften i dornen, anvendes designtrykket i kompensatoren, på 38 bar.

Først udregnes F1, jævnfør figur 2.6.

$$F_1 = \frac{P_d}{10} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot Dm^2 \Longrightarrow \frac{38bar}{10} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (299, 4mm)^2 = 26, 8kN$$

$$(2.6)$$

Derpå regnes F2, den lodrette kraftkomponent, se figur 2.6.

$$F_2 = F_1 \cdot \tan(0, 5 \cdot \Theta) \Longrightarrow 26, 8kN \cdot \tan(0, 5 \cdot 5) = 1,17kN$$

$$(2.7)$$



Figur 2.6: Kraftkomponenter der indgår i dimensioneringen af dornen. [F4]

Derefter regnes den resulterende kraft:

$$F_{R} = \sqrt{F_{1}^{2} + F_{2}^{2}} \Longrightarrow \sqrt{(26, 8kN)^{2} + (1, 17kN)^{2}} = 26, 8kN$$
(2.8)

Derefter er det muligt at regne forskydningsspændingen:

$$\tau = \frac{2 \cdot F_R}{\pi \cdot d_p^2} \Longrightarrow \frac{2 \cdot 26, 8kN}{\pi \cdot (30mm)^2} = 19, 0MPa$$
(2.9)

Forskydningsspændingen skal overholde følgende grænseværdi:

$$\tau \le 0, 6 \cdot f \Longrightarrow 19, 0MPa \le 0, 6 \cdot 265MPa \Longrightarrow 19, 0MPa \le 159MPa \tag{2.10}$$

For at regne bøjningsspændingerne anvendes følgende udtryk:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_p} \tag{2.11}$$

Hvor M<sub>b</sub> er bøjningsmomentet og W<sub>p</sub> er modstandsmomentet. Først regnes bøjningsmomentet:

$$M_{b} = \frac{F_{d}}{N_{L}} \cdot \frac{(S_{L} + 2 \cdot S_{L1} + 4 \cdot g_{1})}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{280kN}{2} \frac{(20mm + 2 \cdot 10mm + 4 \cdot 1mm)}{8} = 770kN \cdot mm$$
(2.12)

Derefter regnes modstandsmomentet:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_p^{-3}}{32} \Rightarrow \frac{\pi \cdot (30mm)^3}{32} = 2650, 7mm^3$$
 (2.13)

Der kan således indsættes i udtryk (2.11):

$$\sigma_b = \frac{770kN \cdot mm}{2650,7mm^3} = 290,5MPa \tag{2.14}$$

Bøjningsspændingerne skal overholde følgende grænseværdi:

$$\sigma_b \leq 1,25 \cdot f \Longrightarrow 290,5MPa \leq 1,25 \cdot 265MPa \Longrightarrow 290,5MPa \leq 331,3MPa \tag{2.15}$$

#### 2.2.5. Svejseender

Svejseenderne dimensioneres til at modstå det indvendige overtryk. For at dimensionere svejseenderne til dette overtryk, regnes den minimale godstykkelse, røret skal have for at modstå trykket. Der anvendes følgende formel:

$$e_{\min} = \frac{D_e \cdot P_d}{2 \cdot f_d \cdot z + P_d} + c_1 + c_2$$
(2.16)

Hvor  $D_e$  er rørets udvendige diameter, z er en svejsefaktor der for sort stål sættes til 1,  $c_1$  er en tolerancefaktor der sættes til 1,3,  $c_2$  er en korrosionsfaktor der sættes til 1. Dermed indsættes der i ovenstående udtryk:

$$\frac{273mm \cdot 38bar}{2 \cdot 150MPa \cdot 1 + 38bar} + 1,3mm + 1mm = 5,7mm$$
(2.17)

#### 2.2.6. Flanger

For at dimensionere flangerne vil der blive udført en FE-analyse i Ansys, hvorved flangens tykkelse dimensioneres. I figur 2.7 ses den færdige konstruktion, som er anvendt i FE-analysen til

dimensionering af flangen. I analysen har det været essentielt, at konstruktionen kan holde til de trykbelastninger de resterende elementer er dimensioneret til. Der vil blive taget udgangspunkt i, at konstruktionen skal holde til et tryk på 38 bar. Dette overtryk er som tidligere blevet omregnet til en kraft, på 267,5 kN. Denne kraft er anvendt i analysen, og blev påført konstruktionen i blindflangerne, vist på figur 2.7.



Figur 2.7: Konstruktionen anvendt i FE-analysen til dimensionering af flangernes tykkelse.

For at give den mest realistiske lastsituation, er konstruktionen holdt næsten intakt, dog uden bælgen mellem flangerne. Ved at benytte svejseenderne i analysen, er det muligt at få lasten påført på begge sider af flangen, som i en realistisk lastsituation. I FE-analysen blev der fundet, at 30 mm flanger er passende til at modstå trykpåvirkningen. En deformationsfigur fra FE-analysen er vist i figur 2.8.



Figur 2.8: Deformationsfigur fra FE-analysen.

På figuren er flangerne blevet isoleret, for at give et højere synlighed af flangens spændingsfordeling. Som det fremgår af figuren, er der en spændingskoncentration på over 9000 MPa. Denne koncentration befinder sig dog i et uendeligt lille område, og skyldes tilstedeværelsen af et såkaldt hotspot. Den generelle spændingsfordeling viser dog, at flangen generelt har en klar tilstrækkelig tykkelse.

## 2.3.Normberegninger (Annexe K of EN 14 917)

Belman er medlem af en normudviklingsgruppe, som er med til at udvikle de normer der foreskriver hvorledes konstruktioner skal/kan dimensioneres. På nuværende tidspunkt er normerne på udviklingsstadiet, hvorfor de er mangelfulde m.h.t. beviser og forklaringer af hvorfra de foreliggende beregninger stammer. Det har derfor været nødvendigt at gøre brug af notater, som er blevet rekvireret fra det medlem af CEN<sup>3</sup>-gruppen, som har været en central figur i udviklingen af beregningerne.

Figur 2.9 viser det system der beskriver problemstillingen.



#### 6.1 - Stress in plate

Figur 2.9: Systemet som normberegningerne tager udgangspunkt i. [F4]

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Comité Européen de Normalisation – European Committee for Standardisation

På figur 2.9 ses et system bestående af svejseender og en flange, som både kan være lukket og åben. Uanset om flangen er åben eller lukket, vil den dog i alle udformninger være dobbeltsymmetrisk. Den åbne flange betragtes som et øre. Kraften der belaster systemet, F<sub>1</sub>, stammer fra et sæt stag, som modvirker at bælgen forlænges aksialt, grundet driftstrykket. Mellem kraften i svejseenderne og kraften i stagene opstår et moment, som påvirker flangen. For at flangen kan modstå dette moment, skal den have et tværsnit af tilstrækkelig dimension, og beregninger forsøger således at bestemme tværsnittet som funktion af dette moment, i et hvert punkt på flangens indvendige rand.



Figur 2.10: Statisk model som anvendes til normberegningerne.

Udgangspunktet for beregningerne er modellen der ses i figur 2.10. Der ligger en grundlæggende antagelse for beregningerne, nemlig at kraften  $q(\varphi)$  består af følgende komponenter:  $q(\varphi)=q_1+q_2\cdot\cos(2\varphi)$ .

Som det ses af figur 2.9, tager beregningerne udgangspunkt i, at bøjningen sker om en vandret akse, som går gennem snittet i rørets godstykkelse.

Når kraften  $q(\phi)$  skal bestemmes, foretages først en kraftligevægt, hvor  $q_1$  bestemmes. Kraftligevægten bygger på modellen i figur 2.10, og gennemgås herunder.

$$\Sigma F = \frac{F}{2} - \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} ((q_1 + q_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi)) \cdot r) d\varphi = 0$$
(2.18)

Hvor F/2 stammer fra kraften der virker i laskerne. Det andet led i kraftligevægten består den fordelte kraft der virker på den indvendige rand af flangen. Denne kraft bliver integreret over

randen og ved brug af symmetribetragtninger medtages kun ¼ af den komplette model. Ved at isolere  $q_1$  og  $q_2$  i udtryk (2.18), fås følgende resultater.

$$q_1 = \frac{F}{\pi \cdot r}; q_2 = 0 \tag{2.19}$$

Det vil sige at i eksemplet hvor der udelukkende ses på kræfter, er  $q_2 \log 0$ . Derefter udføres momentligevægt, for at bestemme  $q_2$ .

$$\Sigma M = \frac{F}{2} \cdot b_0 - \int_0^{\frac{\pi}{2}} ((q_1 + q_2 \cdot \cos(2 \cdot \varphi)) \cdot r \cdot \sin(\varphi) \cdot r) d\varphi = 0$$
(2.20)

Hvor  $b_0$  i det første led og r $\cdot$ sin( $\varphi$ ) i det andet led udgør momentarmen for hver af de to kræfter. I udtryk (2.20) indsættes  $q_1$ , hvorefter  $q_2$  isoleres, hvilket giver følgende resultat:

$$q_{2} = \frac{3 \cdot \left(\frac{F \cdot r}{\pi} - \frac{F \cdot b_{0}}{2}\right)}{r^{2}} \Longrightarrow \frac{3 \cdot F \cdot (\pi \cdot b_{0} - 2 \cdot r)}{2 \cdot \pi \cdot r^{2}}$$
(2.21)

Det komplette udtryk for kraftfordelingen på flangens indvendige rand bliver dermed følgende:

$$q(\varphi) = \frac{F}{\pi \cdot r} + \frac{3 \cdot F(\pi \cdot b_0 - 2 \cdot r)}{2 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot \cos(2 \cdot \varphi)$$
(2.22)

Som en del af kontrollen af den indledende antagelse af, at fordelingen af  $q(\phi)$  beskrives ved de komponenter der ses af figur 2.10, plottes kraftfordelingen for <sup>1</sup>/<sub>4</sub> af den dobbeltsymmetriske model. Plottet ses i figur 2.11. Plottet er udført ved brug af forsøgsdataene, dvs. der er anvendt den kraft, F, som bliver anvendt i forsøgene. Det er dog ikke kraftens generelle størrelse der bør lægges vægt på, men derimod størrelsesforholdet mellem den positive og negative del af kraftfordelingen, samt kraftfordelingens forløb mellem de to ekstrema.





Den asymmetriske fordeling omkring y-aksens 0-punkt var forventet, på baggrund af forskellen i momentarmens længde til kraftens angrebspunkt ved lasken. Antagelsen foreslår at flangens rand udsættes for modsatrettede kræfter. Fordelingen ses i figur 2.12, hvor kraftens retning er skitseret.



Figur 2.12: Fortegn for den fordelte last på randen af flangen.

For at beregne snitmomentet til et hvert punkt på randen mellem  $\varphi=0$  og  $\varphi=10^{\circ}$  udføres en momentligevægt i et snitpunkt kaldet  $\varphi_0$ . Momentligevægten ser som udgangspunkt således ud:

$$\Sigma M(\varphi = \varphi_0) = M(\varphi_0) - \int_0^{\varphi_0} (r \cdot \sin(\varphi_0) - r \cdot \sin(\varphi)) \cdot q(\varphi) \cdot r \cdot d\varphi$$
(2.23)

Derefter isoleres M( $\varphi_0$ ), hvorved følgende udtryk fås som resultat:

$$M(\varphi_0) = r^2 \cdot \left[ q_1 \cdot (\varphi_0 \cdot \sin(\varphi_0) + \cos(\varphi_0) - 1) + q_2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sin(\varphi_0) \cdot \sin(2 \cdot \varphi_0) + \frac{2}{3} \cos^3(\varphi_0) - \cos(\varphi_0) + \frac{1}{3} \right) \right]^{(2.24)}$$

For at omregne momentet til bøjningsspænding, anvendes følgende udtryk:

$$\sigma_b = \frac{6 \cdot M(\varphi)}{l_{p\varphi} \cdot S_F^2}$$
(2.25)

Den komplette udledning af udtryk (2.24) er gennemgået i [a. Momentberegningen er ifølge normen kun funktionsdygtig mellem 0 og 10° på flangens rand. Dette postulat vil blive undersøgt i et senere afsnit i rapporten.[3]

Belman

## 3. Problemformulering

Formålet med projektet er, jævnfør ovenstående, at afsøge muligheden for at dimensionere den type flanger og ører, der anvendes i flere forskellige kompensatortyper, mere skarpt. Ved at kunne anvende ører i højere grad end flanger er der mulighed for en væsentlig materialebesparelse. Der ønskes, som resultat, et analytisk udtryk, som kan benyttes som værktøj til denne dimensionering. Udgangspunktet for udviklingen af det analytiske udtryk, er en antagelse af, at der kan dimensioneres et tværsnit for et hvert givet punkt på flangens indvendige rand, afhængig af vinklen  $\varphi$ . Den dimensionsgivende faktor formodes at være det bøjningsmoment, som opstår mellem det indvendige overtryk i bælgen og stagenes modholdekraft til dette overtryk. Det analytiske udtryk ønskes testet, og grænserne for dimensionering ved brug heraf, afsøgt. Hvis der udvikles et brugbart redskab til dimensioneringen, vil det blive en konkurrencemæssig fordel for Belman, som vil implementere beregningerne i deres dimensioneringssoftware, Belmaker.

Med udgangspunkt i baggrunden og motivationen for projektet, opstilles herunder tre spørgsmål, som vil blive forsøgt besvaret gennem det resterende projektarbejde:

"Er det muligt at dimensionere flanger if.t. bøjningsmomentet, til et hvert givet punkt på flangens indvendige rand, afhængigt af vinklen  $\varphi$ ?"

"Kan de foreliggende normberegninger anvendes til dimensionering af flanger, og i bekræftende fald i hvor vidt omfang?"

"Hvorledes kan konstruktionen simplificeres uden at introducere væsentlig afvigelse mellem FE-analyser og forsøgsresultater?"

For at besvare disse tre spørgsmål vil der i den resterende del af projektet blive præsenteret såvel forsøg som FE-analyser og analytiske beregninger. Som sammenligningsgrundlag for resultaterne fra forsøg og FE-analyser, benyttes som udgangspunkt de foreliggende normberegninger. Denne sammenligning skal fastlægge hvorvidt det er muligt at anvende normberegningerne i deres nuværende form, eller om der skal foretages rettelser, eller udvikles helt nye formler.

## 4. Hovedspændingsanalyse

For at verificere FE-analysen, vil der blive udført en forsøgsrække, hvor der vil blive målt på forskellige punkter af konstruktionen. Der vil bl.a. blive målt med en rosette strain gauge, som skal klarlægge hovedspændingernes retning i en spændingslejring på konstruktionen. Når der ses på hovedspændinger er det nødvendigt at indlægge et koordinatsystem i konstruktionen. Roteres dette koordinatsystem, ændres spændingerne i aksernes retning størrelse. En hovedspændingsanalyse bestemmer retningen af det koordinatsystem, hvor normalspændingerne er størst, hvorefter størrelsen af disse spændinger beregnes. Når spændingerne skal tranformeres fra xy-koordinatsystemet over i det roterede nt-koordinatsystem, anvendes såkaldte transformationsformler. Herunder opskrives 2D-transformationsformlerne på matrixform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn} & \tau_{nt} \\ \tau_{m} & \sigma_{tt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(4.1)

Hvor indekserne først angiver den flade som spændingerne befinder sig i, og derefter hvilken retning spændingen har. Fladen er angivet således, at den akse som er normal på fladen, er det første indeks. For at bestemme de maksimale og minimale normalspændinger differentieres  $\sigma_{nn}$  mht.  $\theta$  og sættes lig nul. Ud fra denne differentiation fremkommer følgende udtryk, som har to løsninger i intervallet 0 til  $\pi$ :

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \tau_{xy}^2}$$
(4.2)

Ud fra samme differentiation udledes hovedretningen,  $\theta$ :

$$\tan(2\cdot\theta) = \frac{2\cdot\tau_{xy}}{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}} \tag{4.3}$$

En god metode til beregning af hovedspændinger og – retning, er en grafisk metode kaldet Mohrs cirkel. I denne metode opstilles et koordinatsystem, bestående af en  $\sigma$ -akse og en  $\tau$ -akse, som repræsenterer henholdsvis normal- og forskydningsspændinger. I dette koordinatsystem plottes punkterne ( $\sigma_{xx}, \tau_{xy}$ ) og ( $\sigma_{yy}, -\tau_{xy}$ ), da  $\tau$ -aksen har positiv retning nedad. Som eksempel tages udgangspunkt i systemet beskrevet i figur 4.1.



Figur 4.1: System til beregning af hovedspændinger og -retning.

Ud fra dette system, plottes de to punkter i Mohrs cirkel. Derefter beregnes cirklens centrum ud fra følgende udtryk:

$$c = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot (20MPa - 40MPa) = -10MPa$$
(4.4)

Dvs. at centrum befinder sig i punktet (-10,0). Derefter bestemmes radius efter dette udtryk:

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \tau_{xy}^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (20MPa + 40MPa)^2 + (10MPa)^2} = 31,62MPa$$
(4.5)

Det endelige plot ses i figur 4.2.



Figur 4.2: Plot af hovedspændinger og -retning, ved brug af Mohrs cirkel.

Hovedspændingerne bestemmes som de punkter hvor cirklen skærer  $\sigma$ -aksen. Dette giver altså følgende resultat:

 $\sigma_1 = -41,62MPa$  $\sigma_2 = 21,62MPa$ 

Hovedretningen er i dette eksempel bestemt med vinkelmåler, og kan beskrives som vinklen til første hovedakse. Vinklen blev målt til ca. 18,5°, men da vinklerne i Mohrs cirkel altid er dobbelt størrelse af vinklerne i det fysiske system, bestemmes hovedretningen til 9,25°. Skal hovedretningen bestemmes med højere præcision er der mulighed for beregning af hoveretningen, ved løsning af et egenværdiproblem.

## 5. Analytiske beregninger

I dette afsnit gennemgås de analytiske beregninger der foreligger på nuværende tidspunkt. De er som tidligere nævnt en del af en norm som stadig er under udvikling, hvorfor de kun er vagt beskrevet.

Af afsnit 0 fremgår det, at momentet regnes som udtryk (2.24). Følgende værdier benyttes til udregningen af momentet:

$$F = 324kN;$$
  
 $r = 132,95mm;$   
 $b_0 = 195,5mm$ 

Hvor r er radius, udregnet således:

$$r = 0, 5 \cdot (d_0 - s) \Longrightarrow 0, 5 \cdot (273mm - 7, 1mm) = 132,95mm$$
(5.1)

b<sub>0</sub> er momentarmen til lasken, som vist på figur 2.10.

Først regnes de to udtryk  $q_1$  og  $q_2$ :

$$q_1 = \frac{F}{\pi \cdot r} \Longrightarrow \frac{162kN}{\pi \cdot 132,95mm} = 387,9\frac{N}{mm}$$
(5.2)

$$q_2 = \frac{3 \cdot F}{4 \cdot r} \cdot \left(\frac{4 \cdot r}{\pi} - 2 \cdot b_0\right) \Longrightarrow \frac{3 \cdot 162kN}{4 \cdot 132,95mm} \cdot \left(\frac{4 \cdot 132,95mm}{\pi} - 2 \cdot 195,5mm\right) = -1524 \frac{N}{mm}$$
(5.3)

Der indsættes i udtryk (2.24):

$$M(\varphi) = (132,95mm)^2 \cdot \left[ 387,9 \frac{N}{mm} \cdot (\varphi \cdot \sin(\varphi) + \cos(\varphi) - 1) + \left( -1524 \frac{N}{mm} \right) \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sin(\varphi) \cdot \sin(2 \cdot \varphi) + \frac{2}{3} \cos^3(\varphi) - \cos(\varphi) + \frac{1}{3} \right) \right]$$
(5.4)

Udtrykket plottes fra 0 til  $2\pi$ :



Figur 5.1: Plot af momentforløb gående fra 0 til  $2\pi$ . Enheden for Y-aksen er N\*mm.

På figur 5.1 ses et plot af momentet, regnet efter udtryk (2.24). Momentfordelingen skulle ifølge normen udelukkende være valid mellem 0° og 10°. I et senere afsnit vil spændingsfordelingen blive udregnet jævnfør afsnit 2.3, og sammenlignet med FE-analysens resultater, og på den måde fastlægges det, i hvorvidt omfang moment- og spændingsfordelingen er troværdig.

## 6. Forsøg

For at afgøre hvorledes forsøgsopstillingen skal konstrueres, er der foretaget en række FEanalyser i Ansys, som skal teste hvor godt forskellige konstruktioner simulerer det reelle system. Der blev som udgangspunkt analyseret på en opstilling, hvor udelukkende flangen blev udsat for en kraft og modholdekraft. Det viste sig dog ved denne opstilling, at der ikke blev tilgodeset, at svejseenden er fastsvejset på hver side af flangen. Derved vil svejseenden påføre kraften på flangen, på begge sider af flangen. Derfor blev det vurderet, at kraftpåvirkningen vil blive bedre simuleret, hvis svejseenden bliver monteret på flangen. Af samme grund blev det valgt, at laskerne ligeledes skal monteres på flangen, da også laskerne er monteret med svejsning på hver side af flangen. For at forsimple forsøgsudførelsen, og undgå at konstruktionen skal opspændes og fastholdes, blev der foretaget et valg om, at teste på en hel konstruktion, dvs. med to flanger, forbundet af laskerne. Ved at benytte hele konstruktionen, vil der være ligevægt når kraften påføres, hvorfor der ikke skal benyttes modhold.

Den endelige forsøgskonstruktion ses figur 6.1.



Figur 6.1: Forsøgsopstillingen som den så ud da forsøgene blev udført.

Forsøget sigter at simulere en situation, hvor et indre overtryk påvirker kompensatoren, samtidig med, at bælgen påvirker kompensatoren med en forlængende kraft.

Til forsøgsopstillingen anvendes et hydraulikcylinder, som udsætter konstruktionen for lasten. Hydraulikcylinderen ses af figur 6.2. Den har en kapacitet af 33 tons, som svarer til omtrent 324 kN. Denne kraft er blevet anvendt til udregningerne, for at give et godt sammenligningsgrundlag. Cylinderen er af mærket Hi-Force.

For at måle hvor høj tøjning konstruktionen udsættes for, anvendes der 10 strain gauges, hvoraf den ene er en rosette strain gauge. Alle gauges er placeret i hensigtsmæssige punkter på konstruktionen. Fire af de anvendte strain gauges er placeret på laskerne, da outputtet fra disse gauges vil give et billede af, hvor stor normalkraft laskerne er under påvirkning af. Derudover skal de måle hvorvidt stemplets påvirkning af konstruktionen er symmetrisk, samt om laskerne udsættes for bøjning. Cylinderens kraftpåvirkning er nødvendig når flangernes spændingsforløb skal sammenlignes med de spændinger der fremkommer som resultat af FE-analyserne. Derfor er to af de tidligere nævnte strain gauges påført en trykstang, der skal tilpasse hydraulikstemplets længde til konstruktionens. Trykstangen benyttes dels til at fiksere stemplet centreret i konstruktionen, og til at måle den kraft, som konstruktionen er under påvirkning af. Trykstangen ses i figur 6.3.



Figur 6.2: Hydraulikcylinderen der anvendes i forsøget.



Figur 6.3: Trykstang til forlængelse af hydraulikcylinder.

Til at drive hydraulikcylinderen anvendes en manuel hydraulikpumpe, ligeledes af mærket Hi-Force. Pumpen kan maksimalt levere et tryk på 700 bar. Da der på nuværende tidspunkt ikke er



mulighed for at måle trykket som pumpen leverer, grundet en defekt tryktransmitter, benyttes løsningen med strain gauges på trykstangen. Hydraulikpumpen er afbilledet i figur 6.4.

Figur 6.4: Den manuelle hydraulikpumpe som leverer trykket til hydraulikcylinderen.

#### 6.1.Måleteknik

Strain gauges måler tøjningen i et punkt, hvilket via E-modulet omsættes til spændingen i det givne punkt. Der vil blive placeret strain gauges i afgørende punkter på konstruktionen, hvor FEanalysen viser, at der forefindes spændingslejringer. Der vil blive monteret tre strain gauges på række i 0° på flangens indvendige rand. De tre gauges der placeres her skal måle, hvorvidt der er en ændring i spændingernes størrelse henover dette snit. I normberegningerne regnes kun én spændingsværdi for hvert punkt på randen, hvilket formodes at være en simplificering. De tre strain gauges i dette snit skal afgøre, om denne simplificering kan forsvares.

Derudover vil der, som tidligere nævnt, blive monteret to strain gauges på hver af de to tykke lasker. Der vil blive anvendt en rostte gauge, til at måle tøjninger i tre retninger på flangen, i et punkt beliggende i 45°, hvor FE- analysen har vist tegn på en spændingskoncentration. Resultaterne fra rosette gaugen, anvendes ligeledes til udregning af hovedspændinger og – retninger, som sammen med de øvrige resultater, vil blive benyttet som verifikationsgrundlag for FE-analysen. Endeligt anvendes to strain gauges til at måle den samlede kraftpåvirkning, på det tilpasningsstykke, som er vist i figur 6.3.

For at give et overblik over de anvendte strain gauges, navngives hver enkelt strain gauge, som vist i figur 6.5.



Figur 6.5: Navngivning og placering af strain gauges.

For at logge de data som måles med de anvendte strain gauges, benyttes VGA kabler, med en 120 ohms modstand fastloddet. Der anvendes 120 ohms modstande, da strain gaugens modstand i udeformeret tilstand ligeledes er på 120 ohm. Kablerne nummereres og føres ind i et modul, som simulerer en modstand der, i forbindelse med de resterende modstande, danner en halvbro. Outputtet fra modulet er gennem USB-kabel, og på computeren anvendes Catman Express V4.5 til at logge dataene. Denne del af forsøgsopstillingen ses på figur 6.6.



Figur 6.6: Signalbehandling af strain gauge-målinger.

#### 6.1.1. Strain Gauges

En strain gauge består i princippet af en elektrisk modstandstråd, som er fastlimet til en folie, som vist i figur 6.7. Folien limes på emnet i det, hvor det ønskes at måle konstruktionens deformation. Derefter følger strain gaugen konstruktionens deformationer under belastning. Modstandsændringen i tråden som følge af deformationen, kan derefter registreres, og deraf bestemmes tøjningen [4].



Figur 6.7: Strain gauge anvendt i forsøget.

De strain gauges der er anvendt i forsøget, er dels enkelte strain gauges, vist på figur 6.7, og en enkelt rosette gauge, som vist i figur 6.9. Det vigtigste i brugen af strain gauges er, at placeringen af disse er korrekt. Det er nødvendigt at sikre sig, at strain gaugen er monteret i den korrekte vinkel, og dermed måler de maksimale tøjninger i det givne punkt. Hvis gaugen er monteret skævt, afviger målingerne fra det virkelige billede. Når gaugen monteres, skal der først og fremmest skabes en overflade, som giver anledning til god fastlimning. Dette gøres ved, at slibe overfladen først med groft sandpapir, i dette tilfælde er der anvendt korn 60, hvorefter der trinvist slibes med finere og finere kornstørrelse. Et eksempel på overfladebeskaffenheden, før fastlimning af strain gauges, kan ses i figur 6.8.



Figur 6.8: Konstruktionens overfladebeskaffenhed før strain gauges fastlimes.



Figur 6.9: Rosette strain gauge anvendt i forsøget.

For at sikre at de anvendte strain gauges blev korrekt placeret, var det nødvendigt at foretage adskillige opmålinger og afmærkninger på konstruktionen. Forud for disse opmålinger blev der målt, hvorvidt laskerne var placeret korrekt på flangen. Da dette var konstateret, blev laskerne anvendt som udgangspunkt for opmålingerne. Laskernes midte blev bestemt, hvorefter begge midtpunkter blev overført til røret. Dermed blev punktet for de tre første strain gauges afmærket på røret, ved at finde midtpunktet mellem de to allerede afmærkede punkter. Opmålingen blev udført med et fleksibelt målebånd. Efter dette kunne de tre strain gauges' placering afmærkes, som vist i figur 6.8. De tre strain gauges' placering ses i figur 6.10.



Figur 6.10: Placering af de tre første strain gauges

Placeringen af rosettegaugen, er ligeledes yderst afgørende for resultaternes kvalitet. Som vist i figur 6.9, er vinklerne mellem de tre gauges i rosetten 120°. Det estimeres dog, at rosetten dækker over et uendeligt lille område, hvor spændingerne er konstante, hvorfor der regnes med 60° mellem hver gauge. Udgangspunktet for opmålingen af denne gauge's placering, var laskens tykkelse. Som udgangspunkt blev der markeret to punkter i en given afstand fra laskens ene ende. Punkterne blev

forbundet med en linje. Derefter blev laskens ene side ligeledes forlænget til en linje, der gik normalt på den første linje. Linjerne er herefter forskudt, så diagonalen mellem to hjørner, passede på det afmærkede punkt i 45° på røret. Afmærkningen er vist i figur 6.11.



Figur 6.11: Afmærkning af rosette gaugens placering.

Rosette gaugen blev derpå placeret således, at den ene af de tre gauges, fulgte afmærkningen i de 45°. Placeringen ses af figur 6.12.



Figur 6.12: Endelig placering af rosette gaugen.

Der blev udført en række forsøg, hvor der undervejs blev foretaget en række ændringer. I de første forsøg der blev udført, var konstruktionen understøttet med to stålstænger mellem de to flanger. Forsøget blev udført ved blot at bringe tryk på hydraulikcylinderen, så der blev påført en last på konstruktionen. Der blev dog fundet en skævhed i spændingernes fordeling. Derfor blev der i de næste forsøg sørget for en fastholdelse af flangerne i en position, således der ikke var en vinkeldrejning i konstruktionens led. Derefter blev der påført en last vha. hydraulikcylinderen. Det viste sig dog, at der stadig var en skævhed i spændingsfordelingen, hvorfor der blev målt på cylinderens afstand ud til hver af laskerne. Målingerne viste, at der var forskellig afstand til laskerne.

Skævheden skyldes tilpasningsstykket under hydraulikcylinderen. Da bundpladen på tilpasningsstykket er svejset på trykstangen, har pladen slået sig grundet opvarmningen i forbindelse med svejsningen. Dette har gjort, at pladen har fået en tragtlignende form, hvilket gør, at hydraulikcylinderen er bevægelig i forhold til laskerne. På figur 6.13 ses deformationen som er opstået på baggrund af svejsningen. For at tilsidesætte dette faktum, blev der udført en tredje forsøgsrække, hvor flangen blev fastholdt, samtidig med, at hydraulikcylinderen blev holdt i en afmålt afstand til laskerne. Det viste sig dog, at det ikke var muligt at fjerne skævvridningen helt fra resultaterne.



Figur 6.13: Deformation af bundpladen, grundet svejsning.

### 6.2. Resultater

Resultaterne fra forsøgsrækken er som nævnt en tøjning, der skal omsættes til en spænding. Denne omregning gøres vha. følgende formel:

$$\sigma = \frac{E}{(1-v^2)} \cdot \frac{(\varepsilon_1 + v \cdot \varepsilon_2)}{1000} \tag{6.1}$$

Der tages her udgangspunkt i, at målingerne med de enkelte strain gauges udgør hovedtøjninger. Det vil sige, at  $\varepsilon_1$  er den målte værdi, og  $\varepsilon_2$  er 0.

Da der blev udført 14 forsøg udvalgtes de forsøg der havde de mest symmetriske lastpåvirkninger. De sidst udførte forsøg, hvor der er korrigeret for hydraulikcylinderens afstand til laskerne, er det symmetrisk belastede af de udførte forsøg, hvorfor de udvælges til den endelige sammenligning med FE-analysens resultater. Der var, trods korrektionen, en skævhed i lastpåvirkningen på forsøgskonstruktionen, hvilket også er afspejlet i resultaterne. Skævheden påvirker mest af alt de fire strain gauges, som er placeret på laskerne. De viser, at mængden af bøjningsspændinger i hver af laskerne er forskellige. Trods dette er der dog omtrent samme normalkraft i begge lasker. Resultaterne fra rosette gaugen udelades i første omgang, da disse resultater vil blive kommenteret i et senere afsnit.

Tabel 6.1: Resultater f	fra forsøg nr. 1	13.
-------------------------	------------------	-----

$\mathbf{S}_1$	S <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>
-27,35 MPa	-44,1 MPa	59,15 MPa	73,14 MPa	116,81 MPa	28,41 MPa

Resultaterne i tabel 6.1 læses således, at de negative spændinger, er spændinger, som afstedkommer en reducering af stain gaugens længde, hvorimod de positive er forlængelse af gaugen. Dermed repræsenterer negative spændinger tryk, og de positive repræsenterer træk. Som det fremgår af tabel 6.1, forekommer der bøjning i begge lasker, men hvad der ikke var forventet, var at bøjningen forekommer i samme retning. Forventningen var her, at bøjningens retning ville være modsat i de to lasker. Under forsøgenes udførelse blev en af de anvendte strain gauges beskadiget, hvilket medførte at den ikke gav et output. Der er tale om strain gauge S2, jævnfør figur 6.5. Denne strain gauge er dog udelukkende medtaget, for at give et billede af hvordan spændingsudviklingen er i snittet ved 0°. For at konkludere hvorvidt der er en spændingsændring i snittet, er det principielt nok med to gauges. Som målingen viser, er der en klar ændring i spændingen i snittet, hvilket antyder, at normberegningerne gør en kraftig antagelse, som ikke afspejler den reelle lastsituation.

#### 6.2.1. Hovedspændinger og -retning

Resultaterne fra rosettegaugen skal anvendes til at beregne konstruktionens hovedspændinger og -retning. Resultaterne opskrives i tabel 6.2.

Tabel 6.2: Tøjninger målt med rosettegaugen.

£a	ε <sub>b</sub>	ε <sub>c</sub>
0,159 ‰	0,006 ‰	-0,801 ‰

Formlerne for udregning af hovedtøjningerne er fremkommet efter samme metode som hovedspændingerne udledes i udtryk (x.x9)

Først regnes hovedtøjningerne ud fra resultaterne i tabel 6.2. Hovedtøjningerne regnes således:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_a)^2}$$
(6.2)

Der indsættes i ovenstående udtryk:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{0,159 + 0,006 - 0,801}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{(0,159 - 0,006)^2 + (0,006 + 0,801)^2 + (0,006 + 0,801)^2}$$

$$\varepsilon_{1,2} = \begin{cases} 0,384\%_0 \\ -0,808\%_0 \end{cases}$$
(6.3)

Dermed er de to hovedtøjninger bestemt. Efter dette omregnes tøjningerne til spændinger, efter følgende formler:

$$\sigma_{1} = \frac{E}{(1-v^{2})} \cdot \frac{(\varepsilon_{1}+v\cdot\varepsilon_{2})}{1000} \Rightarrow \frac{212000MPa}{(1-0,3^{2})} \cdot \frac{(0,384\%+0,3\cdot(-0,808\%))}{1000} = 32,9MPa$$
(6.4)  
$$\sigma_{2} = \frac{E}{(1-v^{2})} \cdot \frac{(\varepsilon_{2}+v\cdot\varepsilon_{1})}{1000} \Rightarrow \frac{212000MPa}{(1-0,3^{2})} \cdot \frac{(-0,808\%+0,3\cdot(0,384\%))}{1000} = -161,3MPa$$
(6.5)

Når hovedspændingerne er bestemt, udregnes hovedretningen, som beskriver vinklen mellem det oprindelige Strain gauge A i rosette gaugen, og første hovedakse i hovedsystemet, se figur 6.14.



Figur 6.14: Orientering af rosette gaugen ift. hovedretning. [F5]

Vinklen udregnes således:

$$\Phi = \frac{1}{2} \cdot a \tan\left(\frac{\sqrt{3} \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_b)}{2 \cdot \varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c}\right) \Longrightarrow \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3} \cdot (-0,801\% - 0,006\%)}{2 \cdot 0,159\% - 0,006\% + 0,801\%}\right) = -25,74^{\circ}$$
(6.6)

Dermed er hovedretningen beregnet, og den kan ses optegnet på figur 6.15. [5]



Figur 6.15: Hovedretningens orientering skitseret på flangen.

## 7. FE-analyse

Da konstruktionen skulle analyseres vha. FEM, udførtes forskellige analyser i Ansys Workbench, for at bestemme den model, som beskriver det virkelige system bedst. Som det første system, analyseredes flangen for sig selv, med en kraftpåvirkning i midten af hver laske. Den modsatrettede kraft blev påført på randen, i en godstykkelse, svarende til svejsningens bredde. Systemet ses i figur 7.1. Dette system viste sig dog, at give en overdrevet påvirkning af konstruktionen. Kræfterne der, i det virkelige system, er påført som trækkraften i laskerne, er i analysen påført som punktlast, hvilket giver en urealistisk høj påvirkning i punktet. Derudover tages der ikke forbehold for, at laskerne er svejset fast på begge sider af flangen, hvilket giver en højere styrke. Det samme gælder kraften på randen af flangen, hvor svejseenden ligeledes er svejset på begge sider af flangen.



Figur 7.1: Deformationsfigur fra 1. FE-analyse.

Derefter udførtes en analyse, hvor laskerne var medtaget i modellen. Dette system kan ses i figur 7.2. På grund af symmetri, blev kun den ene af flangerne modelleret. I denne analyse blev kræfterne i laskerne påført som en lejebelastning i dornhullerne på laskerne. Problemet med denne analyse, var at der forekom en urealistisk stor deformation af laskerne, som resultat af, at laskerne var fri i den ene ende. Derefter blev der foretaget en analyse med samme system, men hvor laskerne blev understøttet mod deformation på fladerne der vender ind mod svejseenden. Denne randbetingelse skulle tage højde for den understøtning, som de modsatte lasker bevirker. Randbetingelsen gjorde dog, at hele spændingsbilledet blev påvirket, da konstruktionen blev for stiv.

D: Static Structu	Iral	
Equivalent Stress		
Type: Equivalent	(von-Mises) Stress	
Unit: MPa		
Time: 1		
05-01-2013 16:51		
4503.2 M	<u>e</u>	
1083,2 Max		
265		
231,88		
198,75		
165,63		
132,5		
99,375		<u>a 1</u>
66,25		
33,125		
0 Min		

Figur 7.2: Resultat af 2. FE-analyse.

For at løse problemet med deformationen, blev hele konstruktionen modelleret. Der blev anvendt to modsatrettede kræfter til at simulere den kraft, konstruktionen udsættes for i forsøget. Kræfterne er påført konstruktionen på to blindflanger, som er svejset på svejseenderne. Blindflangerne medtages, da de indgår i forsøgskonstruktionen, og det derfor vil give en god sammenligning med resultaterne herfra. Da systemet dermed er i ligevægt, bliver der ikke benyttet understøtninger i analysen. På figur 7.3 ses konstruktionens mesh. I meshet er der anvendt solid-elementer, til at opdele konstruktionen i et endeligt antal elementer. Kræfterne er påført konstruktionen ved blindflangen for at give en korrekt efterligning af det træk, der vil forekomme i flangen i en given driftsituation i et rørsystem. På figur 7.4 ses hvorledes kræfterne er påført konstruktionen.



Figur 7.3: Konstruktionens mesh i udvalgt FE-analyse.



Figur 7.4: lastpåvirkning af konstruktionen i den udvalgte FE-analyse.

#### 7.1. Resultater

Resultaterne af FE-analysen er som vist i deformationsfigurerne, figur 7.50g figur 7.6. Som det fremgår, er der bøjning både i laskerne og i flangen. Ses der udelukkende på flangen, fremgår det at der er fire spændingslejringer med 90° mellemrum, 45° forskudt fra 0° vist på figur 7.6.



Figur 7.5: Deformationsfigur fra FE-analyse, set fra siden.



Figur 7.6: Deformationsfigur fra FE-analyse, set fra den ene ende.



Figur 7.7: Deformationsfigur fra FE-analysen, hvor laskernes spændingsfordelinger er synlige.

På deformationsfiguren ses ligeledes, at de to flanger forskydes i forhold til hinanden, grundet højere stivhed i de to 10 mm lasker, i forhold til hver af de to 20 mm lasker. Dette skyldes, at de to 10 mm lasker, er monteret med en afstand mellem sig, og derfor samlet set har større inertimoment end de to 20 mm lasker. Ud fra en FE-analyse hvor laskerne ikke var monteret spejlvendt af hinanden, men derimod med to 20 mm lasker i den ene flange, og fire 10 mm lasker i den modsatte flange, kan det bevises, at denne forskydning skyldes systemets asymmetriske opbygning. Det skal dog nævnes, at når Belman producerer kompensatorer af denne type, monteres laskerne forskudt på samme måde som i forsøgskonstruktionen. Den symmetriske FE-analyse kan ses i appendiks 2.

Ved at indføre såkaldte stier som konstruktionsgeometrier, kan spændingerne i de punkter, hvor der i forsøget er monteret strain gauges, måles præcist. Stierne består af to punkter forbundet af en ret linje. Punkterne er placeret således, at der er et punkt på hver side af flangen, hvorved linjen der forbinder dem, går gennem flangens tværsnit. Som resultat anvendes spændingerne der forekommer i punkt 1, det vil sige, i de yderste materialelag, hvor også strain gaugen er monteret. Resultaterne i disse punkter er opskrevet i tabel 6.1.

Tabel 7.1: Resultater fra FE-analysen.

$\mathbf{S}_1$	<b>S</b> <sub>3</sub>	$L_1$	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>
32,73 MPa	47 MPa	160 MPa	9 MPa	160 MPa	9 MPa

Hovedspændinger og hovedretningen blev ligeledes bestemt i FE-analysen. De ses skitseret i figur 7.8 og



Figur 7.8: Hovedspændinger. Tv:  $\sigma_1$  Th:  $\sigma_2$ .



Figur 7.9: Hovedretninger fra FE-analysen.

Som det ses af figur 7.8 er de to hovedspændinger 28,687 MPa og -151,53 MPa, i punktet hvor rosette gaugen er placeret. For at frembringe resultaterne i Ansys, er der valgt maximum pricipal stress og minimum principal stress som resultater. Dette giver  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$ , hvor  $\sigma_2$  er minimum principal stress på grund af det negative fortegn. Spændingsbilledet er frembragt i samme analyse som de resterende resultater, de manglende dele i konstruktionen er blot blevet skjult for bedre synlighed af resultatet.

Hovedretningen er i FE-analysen blevet målt som vist på figur 7.9. Plottes hovedretningerne for alle spændingsværdierne, antydes det, at spændingernes retning ændres ned mod de 0°. Dette er afbilledet i figur 7.10.



Figur 7.10: Hovedretningerne for hele flangen.

## 8. Sammenligning af resultater

I de følgende underafsnit sammenlignes resultaterne fra forsøg og normberegningerne med FEanalysen.

### 8.1.Forsøg

For at sammenligne resultaterne fra FE-analysen med dem, der er målt i forsøgene, opstilles de to tabeller herunder.

Tabel 8.1: Resultater fra forsøgsrækken.

$\mathbf{S}_1$	<b>S</b> <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	L <sub>4</sub>
-30,05 MPa	-48,46 MPa	64 MPa	80,37 MPa	128,36 MPa	31,22 MPa

Tabel 8.2: Resultater fra FE-analysen.

<b>S</b> <sub>1</sub>	<b>S</b> <sub>3</sub>	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	$L_4$	
32,73 MPa	47MPa	160 MPa	Pa 9 MPa 160 MPa 9 M		9 MPa	
Afvigelse ift. forsøg						
8,19 %	3,01 %	60 %	89,21 %	19,78 %	71,17 %	

De to første strain gauges stemmer som det fremgår ganske godt overens med FE-analysen. Forskellen i fortegn er udelukkende et resultat af, at Ansys altid opskriver spændinger som en numerisk værdi med en deformationsfigur, der skal vise hvorvidt, der er tale om tryk eller træk. Strain gaugen viser i stedet tryk eller træk ved at angive dette igennem outputtets fortegn. Med hensyn til laskerne er der en vis afvigelse. Hvis spændingerne i hver laske omregnes til normalspændinger giver det et resultat på 72,19 MPa og 79,79 MPa for hhv. laske 1 og 2, hvor FEanalysen i begge lasker giver en normalspænding på 84,5 MPa. Denne afvigelse kan skyldes upræcis måling med strain gauges på grund af eksempelvis skævt påførte strain gauges. Derudover kan dette også skyldes en ulige påført last. Hvis der ses på mængden af bøjningsspændinger i hver af laskerne er der en afvigelse i forhold til, hvilken retning laskernes bøjning har. Som det fremgår af figur 7.5, har FE-analysen givet et resultat med en bøjning, der for begge laskers vedkommende afstedkommer et klart størst træk på indersiden af lasken. Derimod viser resultaterne fra forsøget, at laske 1 oplever højeste træk på ydersiden, mens den anden laske udsættes for mest træk på indersiden. Denne uoverensstemmelse kan ligeledes skyldes en ulige påvirkning med kraften. For at validere forsøgsresultaterne udførtes en FE-analyse, hvor lasten var forskudt fra centrum på den ene blindflange. Denne analyse viste, at der er god mulighed for, at dette er grunden til den førnævnte afvigelse. Som det fremgår på figur 8.1, er der mindre bøjning, og en stor variation af spændingerne over tværsnittene i laskerne. Der forekommer derimod bøjning i tværsnittet afbilledet i figuren til

højre. I den hidtidige analyse varierede spændingerne udelukkende i det ene tværsnit, mens det andet tværsnit var mere konstant belastet, se evt. figur 7.5 og figur 7.7.



Figur 8.1: Spændingsfordeling fra FE-analyse, hvor lasten er forskudt fra centrum.

#### 8.2. Hovedspændinger og -retning

De to hovedspændinger fra FE-analysen, og de to der blev målt i forsøget, er opstillet i tabel 8.3.

 Tabel 8.3: Sammenligning af hovedspændinger fra forsøg og FE-analyse.

$\sigma_1$ , forsøg	σ <sub>2</sub> , forsøg	$\sigma_1$ , FE-analyse	$\sigma_2$ , FE-analyse
32,9 MPa	-161,3 MPa	28,69 MPa	-151,53 MPa

Afvigelsen mellem forsøget og FE-analysen er her på 12,8 % og 6,1 % for hhv.  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ . De relativt lave afvigelser vidner om, at skævheden i lastpåvirkningen i højere grad kommer til udtryk i laskerne end i flangen. Værdierne af S<sub>1</sub> og S<sub>2</sub> strain gaugene i tabel 8.1 og tabel 8.2, underbygger denne konklusion. Det vil helt klart påvirke spændingsforløbet i laskerne mere end spændingsbilledet i flangen ved en mindre skævhed, hvilket uden tvivl har været tilfældet mht. de udførte forsøg. Derfor ses i resultaterne en stor afvigelse i de målte spændingsværdier i laskerne kontra de målte spændinger.

Hovedretningen afviger som vist på figur 6.15 en del mellem forsøget og FE-analysen. Da de to værdier havde en så voldsom afvigelse, blev rosette gaugens retning kontrolleret. Det viste sig, at gaugen ved nærmere inspektion ikke har retningen som tidligere formodet, nemlig at rosette C er vinklet med en 45° vinkel ift. 0° grader på røret. Det er derfor blevet forsøgt at opmåle gaugens retning, og den er opmålt som vist på figur 8.2. Dermed er vinklen på -25,74 ift. rosette A mere realistisk.



Figur 8.2: Rosette gaugen er roteret ca. 7° if.t. den markerede 45° linje.

Optegningen af hovedretningen på figur 6.15 er derfor misvisende, og er korrigeret i figur 8.3. Det skal nævnes at den rotationsmæssige fejl er målt i hånden, og kan afvige fra de ca. 7°.



Figur 8.3: hovedretningen markeret på flangen, med korrektion for 7 rotation.

Hovedretningen skitseret i figurerne ovenfor skal sammenlignes med den i figur 7.9, og det må konstateres, at de stemmer pænt overens tolerancerne taget i betragtning.

### 8.3.Normberegninger

Som udgangspunkt for at sammenligne normberegningerne med FE-analysen, udførtes en analyse hvor der var tilføjet "stier" på konstruktionen i 7 forskellige vinkler på konstruktionens indvendige rand. Der blev først taget udgangspunkt i, at normberegningerne udgjorde en middelværdi over det samlede spændingsforløb i disse stier. Ved senere sammenligning viste dette sig dog at være meget afvigende. Derfor arbejdes der i stedet med en sammenligning på baggrund af den spændingsværdi, der befinder sig tættest på randen i de syv forskellige punkter. Værdierne regnes først efter normberegningernes forskrift, og er opskrevet i tabel 8.4.

#### Tabel 8.4: Resultater fra spændingsberegninger jævnfør afsnit 0.

Vinkel	2,5°	5°	7,5°	10°	20°	40°	60°
Spænding[MPa]	-3,11	-12,38	-27,40	-48,83	-169,37	-425,03	-468,15

FE-analysen har til sammenligning givet følgende resultater:

Tabel 8.5:	Resultater	fra	FE-analysen.

Vinkel	2,5°	5°	7,5°	10°	20°	40°	60°
Spænding[MPa]	34,8	33,63	35,94	36,46	41,28	46,68	47,06

Ud fra ovenstående tabeller ses det, at der er væsentlig afvigelse i de to resultatgrupper. Dette kan skyldes, at der forefindes en spændingsaflejring i snittene omkring 0°, som normberegningerne ikke medregner. Denne spændingslejring påvirker derfor punkterne 2,5° og 5°. Det vurderes, at de to resultater i 7,5° og 10° er forholdsvis sammenlignelige, dog stadig med en vis afvigelse. Postulatet omkring at beregningerne kun er valide i området op til 10° synes korrekt, da resultaterne fra beregningerne i områder over 10° stiger voldsomt. På trods af forsøg på at forenkle analysen, så den minder mere om normberegningernes model, har det ikke været muligt at frembringe resultater der afspejler normberegningernes resultater bedre.

Ses der på FE-analysens resultat med hensyn til hovedretningerne på hele flangen, i figur 7.10, ses det, at de omkring  $0^{\circ}$  har en vinkel der minder om  $45^{\circ}$  if.t. lodret. Det faktum kan være grunden til, at spændingerne omkring ca.  $0-5^{\circ}$  har en misvisende størrelse, da der i normberegningerne tages udgangspunkt i bøjning om en vandret akse.

## 9. Diskussion

Den største udfordring i løbet af dette projekt, viste sig at være planlægningen. Da der først blev opgjort hvilket udstyr, der kunne anvendes til forsøget, på det tidspunkt hvor forsøgskonstruktionen var færdig, skete der en forskubning i tidsplanen, da ikke alt udstyr var anvendeligt. Det står nu klart, at under en proces som dette projektarbejde har været, bør forsøgene være de første der planlægges, da det vil give mulighed for at tilpasse forsøgsopstillingen til det udstyr, der foreligger.

Forsøgskonstruktionen viste sig ligeledes at danne grund for problemer. Der var store problemer med, at det tilpasningsstykke, der var produceret til hydraulikcylinderen, var beskadiget efter svejsning. Dette gjorde at lasten blev påført på konstruktionen asymmetrisk. En mulig forbedring af forsøgsopstillingen kunne evt. være at montere bælgen på konstruktionen, og derefter anvende et medie som eksempelvis hydraulikolie til at påføre konstruktionen lasten. Der har dog samtidig været en tidsfaktor i betragtning, da valget af forsøgskonstruktion blev truffet.

Det vurderes dog, ovenstående taget i betragtning, at projektet har været en både lærerig og resultatgivende proces. Det har ganske vist været nødvendigt at vurdere problematikker i forbindelse med forsøgsopstillingen og genskabe disse i FE-analysen, men ikke desto mindre, har resultaterne vist sig i sidste ende.

### **10. Konklusion**

I problemformuleringen i afsnit 3, blev der opstillet tre spørgsmål til besvarelse i den resterende del af rapporten. De tre spørgsmål er opstillet herunder, og med afsæt i de foregående kapitler, vil spørgsmålene blive besvaret.

"Er det muligt at dimensionere flanger if.t. bøjningsmomentet, til et hvert givet punkt på flangens indvendige rand, afhængigt af vinklen  $\varphi$ ?"

"Kan de foreliggende normberegninger anvendes til dimensionering af flanger, og i bekræftende fald i hvor vidt omfang?"

"Hvorledes kan konstruktionen simplificeres uden at introducere væsentlig afvigelse mellem FE-analyser og forsøgsresultater?"

På baggrund af sammenligningerne mellem den udførte forsøgsrække og FE-analysen konkluderes det, at FE-analysen er valid. På trods af afvigelserne har det været muligt at genskabe resultaterne fra forsøget i FE-analyser, hvor der blev rettet på lastens angrebspunkt, så den ikke længere blev påført i centrum af blindflangen. Det vurderes derfor at normberegningernes afvigelser bunder i, at flangen belastes af en højere koncentration af spændinger omkring 0°, end normberegningerne tager højde for. Derefter er der et område fra 7,5° og op til 10°, hvor normberegningerne ser ud til at passe forholdsvis godt overens med det virkelige billede. Det konkluderes derfor, at for at beregningerne skal afspejle det virkelige system, må der korrigeres for de spændinger, der ligger i området fra 0° til og med ca. 5°. Det har samtidig vist sig, at plottet af spændingernes hovedretning på flangen, kan underbygge denne teori. Beregnes der på området over 10°, viser der sig dog voldsomme afvigelser. Det må derfor konkluderes, at grænsen på 10° i normen er passende. Det har samtidig vist sig, at der er en væsentlig spændingsudvikling gennem de vandrette snit, som normberegningerne antager, er konstant.

Ud fra ovenstående faktorer har det altså på nuværende tidspunkt ikke vist sig muligt at dimensionere flangen if.t. momentet et hvilket som helst sted på flangens indvendige rand.

Konstruktionen viste sig problematisk at simplificere. Dels grundet laskernes understøttende evne på flangen og den asymmetri, der viste sig at være i konstruktionen. Den manglende symmetri stammede fra laskernes forskel i inertimoment, samtidig med, de sad spejlvendt monteret på konstruktionen. Det viste sig derfor, at den eneste simplificering af den angulære kompensator var at fjerne bælgen mellem de to flanger.



## 11. Figurkilder

[F1]: http://kompensator.dk/da/produkter--staalkompensatorer--bevaegelser.aspx, november 2012, Belman Production A/S.

[F2]: http://kompensator.dk/Upload/Images/Products/SteelCompensator/Produktprogram/ Hinged\_angular.jpg, November 2012, Belman Production A/S.

[F3]: http://kompensator.dk/Upload/Images/Products/Steel-Compensator/movements/AN2.jpg, november 2012, Belman Production A/S.

[F4]: EN 14917 – Annexe K, CEN, European Committee for Standardization.

[F5]: AE3145 Strain Transformation and Rosette Gage Theory, Course material.

12. Kildeliste

- [1]: http://kompensator.dk/da/produkter--staalkompensatorer--teknisk-information.aspx, "*Teknisk information*", Belman Production A/S
- [2]: http://kompensator.dk/da/produkter--staalkompensatorer--produktprogram.aspx, "*Produktprogram*", Belman Production A/S
- [3]: EN14917 Annexe K CEN European committee for standardization.
- [4]: http://www.forcetechnology.com/NR/rdonlyres/E6F1B8C7-A287-45B0-A394-08D1308E3BBF/2133/20982da.pdf
- [5]: AE3145 Strain Transformation and Rosette Gage Theory, Course material.

# 13. Appendiks

13. Appendiks

#### **Appendiks 1 – Normberegninger**

Når kraftligevægten er opstillet, som i udtryk 2.18, gennemføres følgende steps:

$$F = 2 \cdot r \cdot \left[ (q_1(\varphi))_0^{\pi/2} + q_2 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \right)_0^{\pi/2} \right]$$
(A.1)

Udtryk (2.18) integreres, hvorefter udtryk (A.1) reduceres:

$$F = 2 \cdot r \cdot \left[ q_1 \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} q_2 \cdot \left( \sin(\pi) - 0 \right) \right] \Longrightarrow F = \frac{\pi}{2} \cdot q_1 \cdot 2 \cdot r$$
(A.2)

$$q_1 = \frac{F}{r \cdot \pi} \tag{A.3}$$

For at bestemme  $q_2$ , summeres alle momenter i modellen, som vist i udtryk (2.20). Hvorefter udtrykket integreres:

$$\frac{1}{2}F \cdot b_0 = q_1 \cdot r^2 \cdot \left[-\cos(\varphi)\right]_0^{\pi/2} + q_2 \cdot r^2 \left[(\cos(\varphi))_0^{\pi/2} + 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)(\cos(\varphi)^3)_0^{\pi/2}\right]$$
(A.4)

Udtryk (A.4) integreres færdigt, og der anvendes samtidig følgende trigonometriske sammenhæng:

$$\cos(2\cdot\varphi)\cdot\sin(\varphi) = (2\cos(\varphi)^2 - 1)\cdot\sin(\varphi) = 2\cos(\varphi)^2\cdot\sin(\varphi) - \sin(\varphi)$$
(A.5)

$$\frac{1}{2} \cdot F \cdot b_0 = q_1 \cdot r^2 + q_2 \cdot r^2 \left[ (0-1) - \frac{2}{3} \cdot (0-1) \right]$$
(A.6)

Udtrykket reduceres:

$$\frac{1}{2} \cdot F \cdot b_0 = q_1 \cdot r^2 + q_2 \cdot r^2 \cdot \left(-1 + \frac{2}{3}\right) \Longrightarrow q_1 \cdot r^2 - \frac{1}{3} \cdot q_2 \cdot r^2 \tag{A.7}$$

q2 isoleres:

$$q_{2} = \frac{\frac{1}{2} \cdot F \cdot b_{0} - q_{1} \cdot r^{2}}{-\frac{1}{3} \cdot r^{2}}$$
(A.8)

 $q_1$  indsættes i udtrykket:

$$q_2 = -\frac{3}{2} \frac{F \cdot b_0}{r^2} + 3 \cdot \frac{F}{r \cdot \pi} \Longrightarrow q_2 = \frac{3 \cdot F}{4 \cdot r^2} \cdot \left(\frac{4 \cdot r}{\pi} - 2 \cdot b_0\right)$$
(A.9)

Med kraftkomponenterne  $q_1$  og  $q_2$  kendt, udledes momentudtrykket, ved at snitte i et punkt  $\varphi_0$ , der er placeret over 0°. Momenter der virker på snittet summeres, hvilket giver udtryk (2.23). Derefter integreres udtrykket, samtidig med følgende trigonometriske sammenhæng anvendes:

$$\cos(2\varphi) = \cos(\varphi)^2 - \sin(\varphi)^2 = 2\cos(\varphi)^2 - 1$$
 (A.10)

$$M(\varphi_{0}) = r^{2} \Big[ q_{1} \cdot \sin(\varphi_{0}) \cdot (\varphi)_{0}^{\varphi_{0}} - q_{1} \cdot (-\cos(\varphi))_{0}^{\varphi_{0}} + q_{2} \cdot \sin(\varphi_{0}) \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \varphi)\right)_{0}^{\varphi_{0}} - q_{2} \cdot (-1) \cdot (-\cos(\varphi))_{0}^{\varphi_{0}} - q_{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \cdot \cos(\varphi_{0})^{3} - 1\right) \Big]$$
(A.11)

Udtrykket integreres færdigt:

$$M(\varphi_{0}) = r^{2} \left\{ q_{1} \cdot \varphi_{0} \cdot \sin(\varphi_{0}) - q_{1} \cdot (-\cos(\varphi_{0}) + 1) + \frac{1}{2} \cdot q_{2} \cdot \sin(\varphi_{0}) \cdot \sin(2\varphi_{0}) + q_{2} \left[ (-\cos(\varphi_{0}) + 1) + \frac{2}{3} \cdot (\cos(\varphi_{0})^{3} - 1) \right] \right\}$$
(A.12)

Udtrykket reduceres:

$$M(\varphi_{0}) = r^{2} \cdot \left[q_{1} \cdot (\varphi_{0} \sin(\varphi_{0}) + \cos(\varphi_{0}) - 1) + q_{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sin(\varphi_{0}) \cdot \sin(2 \cdot \varphi_{0}) + \frac{2}{3} \cdot \cos(\varphi_{0})^{3} - \cos(\varphi_{0}) + \frac{1}{3}\right)\right]$$
(A.13)

Denne momentformel benyttes i det eksisterende normmateriale, til at regne momenter på flangens rand.

## Appendiks 2- Symmetrisk analyse



B: Eq	<mark>2 flanger med lasker og dorn</mark> uivalent Stress ne: Equivalent (von-Mises) Stress	
Lin	it MPa	
Tir	ne: 1	
05	-01-2013 21:49	
	614,37 Max	
	265	
-	244,62	n n
	224,23	
-	203,85	
	183,47	
	163,09	
	142,7	
	122,32	
-	101,94	
	81,556	0,00 500,00 1000,00 (mm)
-	61,174	250,00 750,00









