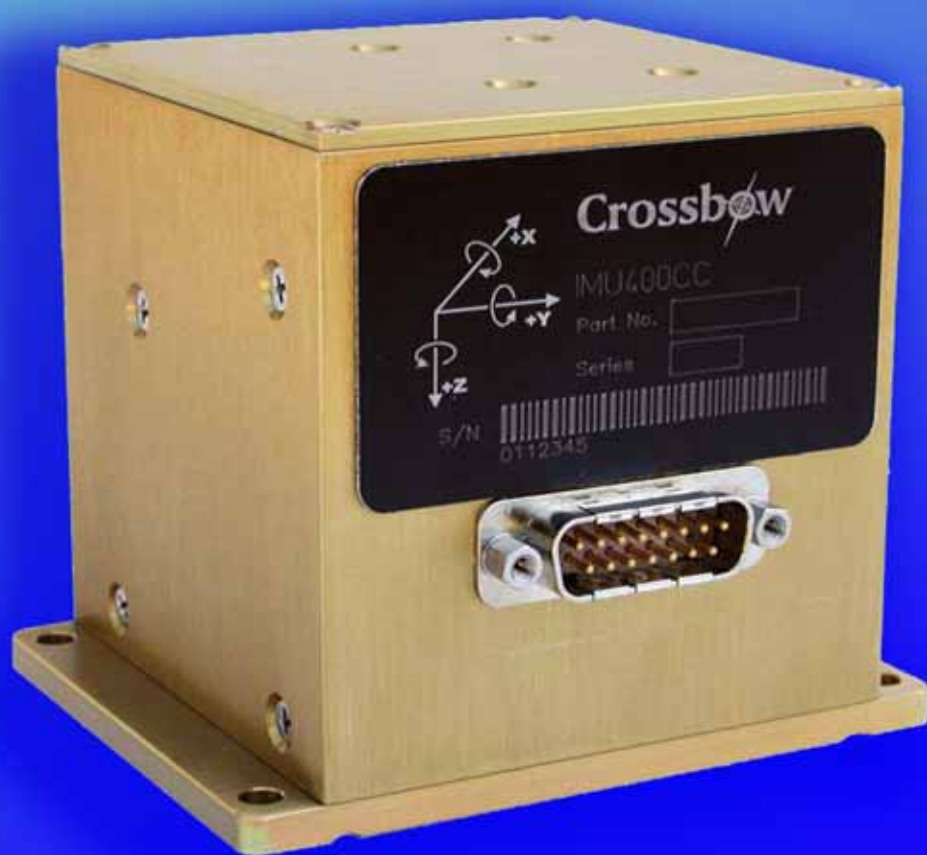


Laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 og praktisk test af denne integreret med RTK-GPS



Aalborg Universitet
Landinspektørudd. L10TM.5

Laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 og praktisk test af denne integreret med RTK-GPS

Appendiks og Bilag



Aalborg Universitet
Landinspektørudd. L10TM.5

SYMBOLFORKLARING

Nedenfor er de væsentligste af de symboler, der bruges i rapporten, forklaret. Der anvendes i rapporten flere symboler end dem angivet i listen nedenfor, men generelt er symbolerne forklaret undervejs.

Det er generelt, at superscriptet til en vektor eller til enkelte komponenter af vektoren udtrykker, hvilket koordinatsystem pågældende størrelse er udtrykt i. F.eks. symboliserer \mathbf{f}^b en acceleration udtrykt i koordinatsystemet body frame, mens \mathbf{f}^{LL} symboliserer den samme acceleration udtrykt i koordinatsystemet LL-frame. Endvidere markerer den anvendte formatering, om der er tale om en skalar eller en vektor/matricer. \mathbf{f}^b er således en vektor, mens f^{bx} er en skalar. For rotationsmatricer er det generelt, at subscriptet angiver koordinatsystemet, der roteres fra, mens superscriptet angiver koordinatsystemet, der roteres til.

Observationer	
$\kappa, \varepsilon, \phi$	Rotationsvinkler fra ADU5 (henholdsvis pitch, roll og yaw)
$\mathbf{f}^b = [f^{bx}, f^{by}, f^{bz}]^T$	Accelerationer målt af accelerometre (dvs. specific force udtrykt i body frame).
$\boldsymbol{\omega}_{bi}^b = [\omega^{bx}, \omega^{by}, \omega^{bz}]^T$	Vinkelhastighed af body frame ift. inertial frame udtrykt i body frame (dvs. vinkelhastighed målt af gyroer). Subscriptet "bi" angiver at det er rotationen af body-frame ift. inertial frame. Superscriptet "b" angiver at rotationen er udtrykt i body-frame
Systematiske fejl	
$\mathbf{B}_{f^b} = [B_{f^{bx}}, B_{f^{by}}, B_{f^{bz}}]^T$	Bias på x-, y- og z-accelerometer
$\mathbf{B}_{\omega^b} = [B_{\omega^{bx}}, B_{\omega^{by}}, B_{\omega^{bz}}]^T$	g-uafhængig bias på x-, y- og z-gyro
$\mathbf{B}_{f\omega^{bx}} = [B_{fx\omega^{bx}}, B_{fy\omega^{bx}}, B_{fz\omega^{bx}}]^T$	g-afhængig bias på x-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{B}_{f\omega^{by}} = [B_{fx\omega^{by}}, B_{fy\omega^{by}}, B_{fz\omega^{by}}]^T$	g-afhængig bias på y-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{B}_{f\omega^{bz}} = [B_{fx\omega^{bz}}, B_{fy\omega^{bz}}, B_{fz\omega^{bz}}]^T$	g-afhængig bias på z-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{S}_{f^b} = [S_{f^{bx}}, S_{f^{by}}, S_{f^{bz}}]^T$	Skalafejl på x-, y- og z-accelerometer
$\mathbf{S}_{\omega^b} = [S_{\omega^{bx}}, S_{\omega^{by}}, S_{\omega^{bz}}]^T$	Skalafejl på x-, y- og z-gyro
$\mathbf{S}_{f^b}^+ / \mathbf{S}_{f^b}^-$	Skalafejl på x-, y- og z-accelerometer ved henholdsvis positivt og negativt input.
$\mathbf{S}_{\omega^b}^+ / \mathbf{S}_{\omega^b}^-$	Skalafejl på x-, y- og z-gyro ved henholdsvis positivt og negativt input.

SYMBOLFORKLARING

$k_{f^{bx}}(f^{bx}), k_{f^{by}}(f^{by}), k_{f^{bz}}(f^{bz})$	Symboler for non-lineære funktioner der udtrykker non-lineariteten på x-, y- og z-accelerometrene som funktion af henholdsvis x-, y- og z-acceleration.
$k_{\omega^{bx}}(\omega^{bx}), k_{\omega^{by}}(\omega^{by}), k_{\omega^{bz}}(\omega^{bz})$	Symboler for non-lineære funktioner der udtrykker non-lineariteten på x-, y- og z-gyroerne som funktion af henholdsvis x-, y- og z-vinkelhastighed.
A	Aksefejl
Tilfældige fejl	
$\mathbf{v}_{f^b} = [v_{f^{bx}} v_{f^{by}} v_{f^{bz}}]^T$	Repræsentationen af en tilfældig målefejl på henholdsvis x-, y- og z-accelerometret
$\mathbf{v}_{\omega^b} = [v_{\omega^{bx}} v_{\omega^{by}} v_{\omega^{bz}}]^T$	Repræsentationen af en tilfældig målefejl på henholdsvis x-, y- og z-gyroen
$\sigma_{f^{bx}}, \sigma_{f^{by}}, \sigma_{f^{bz}}$	Spredning (præcision) på acceleration målt af henholdsvis x-, y- og z-accelerometer
$\sigma_{\omega^{bx}}, \sigma_{\omega^{by}}, \sigma_{\omega^{bz}}$	Spredning (præcision) på vinkelhastighed målt af henholdsvis x-, y- og z-gyro
Rotationsmatricer	
\mathbf{C}_{LL}^b	Rotationsmatrice der roterer fra local level frame til body frame
\mathbf{C}_b^{LL}	Rotationsmatrice der roterer fra body frame til local level frame
$\mathbf{C}_b^{LL}(t_{k+1})$	Rotationsmatrice til tiden t_{k+1} der roterer fra body frame til local level frame
Diverse	
\mathbf{g}_l^{LL}	Lokal tyngdeacceleration udtrykt i LL-frame
\mathbf{g}_l^b	Lokal tyngdeacceleration udtrykt i body frame
\mathbf{f}^{LL}	Specific force udtrykt i local level frame
φ	Geografisk bredde
λ	Geografisk længde
h	Ellipsoidehøjde
H	Ortometrisk højde
Ω	Jordens omdrejningshastighed
ω_{ei}^{LL}	Vinkelhastighed af ECEF frame ift. inertial frame (dvs. Jordens omdrejningshastighed) udtrykt i local level frame. Subscriptet "ei" angiver at det er rotationen af ECEF frame ift. inertial frame. Superscriptet "LL" angiver at rotationen er udtrykt i LL-frame
\mathbf{v}_e^{LL}	Hastighed ift. ECEF frame (dvs. ift. Jorden) udtrykt i LL-frame
$bank,$ $elevation$	Hældningvinkler for IMU'en
Operatorer m.m.	

SYMBOLFORKLARING

•	Prikprodukt
$\frac{\partial x}{\partial y}$	Angiver den partielle afledede af x mht. y
•	• over en størrelse angiver at denne er differentieret mht. tiden, f.eks. er $\dot{\mathbf{v}}_e^{LL}$ acceleration ift. Jorden udtrykt i local level frame
~	~ over en størrelse angiver at denne er observeret.
δ	Angiver fejlen på en størrelse, f.eks. er $\delta(elevation)$ fejlen på <i>elevation</i>
Kalmanfiltrering	
\mathbf{x}_k	Tilstandsvektor der indeholder estimer for fejlene i INS'ets navigationsløsning til epoke k
\mathbf{z}_k	Observationsvektor til kalmanfiltret til epoke k
\mathbf{H}	Designmatrice der angiver sammenhæng mellem tilstandsvektor og observationsvektor
\mathbf{F}	'Dynamics matrix' der kontinuerligt beskriver tilstandsvektorens ændring over tid
Φ_k	'Transition matrix' der beskriver tilstandsvektorens diskrete ændring fra epoke k til epoke $k+1$
\mathbf{K}_k	Kalman gain matrice til epoke k
\mathbf{P}_k	Kovariansmatrice for tilstandsvektor til epoke k efter korrektion
\mathbf{P}_{k+1}^-	Kovariansmatrice for prædikteret tilstandsvektor til epoke $k+1$
\mathbf{Q}_k	Kovariansmatrice for den tilfældige fejl på beskrivelsen af tilstandsvektorens ændring fra epoke k til $k+1$ vha. Φ_k . Benævnes processtøjen.
\mathbf{Q}_{IMU}	Kovariansmatrice for observationer fra IMU'en
\mathbf{R}	Kovariansmatrice for kalman-filtrets observationsvektor. Benævnes målestøjen.

APPENDIKS



VIRKEMÅDE OG FEJL FOR INS OG IMU

Appendikset har til formål at give læseren en forståelse for, hvordan en IMU (Inertial Measurement Unit) og et INS (Inertial Navigation System) virker. Appendiksen vil også fokusere på de fejl der eksisterer i en IMU og et INS, og forhold som man skal være særligt opmærksomme på ved brugen af disse. Store dele af appendikset bygger på *Kapitel 2 Foranalyse* og *Kapitel 6 Design af IN-algoritme* fra projektgruppens forrige projekt, som findes i *Bilag 1*. Projektets titel er ”*Undersøgelse og kalibrering af IMU400CC-100*”.

A.1 Principper for IMU og INS

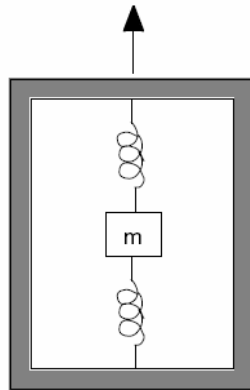
Den i projektet benyttede IMU, IMU400CC-100, består af tre accelerometre og tre gyroer, Dette gør IMU'en i stand til at måle acceleration og vinkelhastighed i forhold til tre akser placeret vinkelret på hinanden. IMU'en måler acceleration og vinkelhastighed i forhold til en inertiel referenceramme, dvs. en referenceramme, der ikke roterer eller accelererer (*Se Appendiks B - Benyttede koordinatsystemer*). Ved at integrere outputtet fra en IMU i bevægelse kan ændring i position og orientering løbende bestemmes.

Et samlet system bestående af en IMU, af udstyr til bestemmelse af startværdier for position, hastighed og orientering samt af passende algoritmer, der løbende kan bestemme position og orientering betegnes et INS. Navigation defineres som ved bestemmelse af position og orientering i forhold til en given reference. En væsentlig fordel ved et INS i forhold til andre navigationsmetoder, f.eks. GPS, er, at det fungerer uafhængigt af ydre signaler og derfor kan anvendes overalt. Eksempelvis kan det anvendes indendørs, omkring tæt og høj bebyggelse, i skove, i tunneller og under vand. Steder hvor anvendelsen af GPS enten er vanskelig eller umulig. En anden væsentlig fordel ved et INS er, at det er muligt med høj frekvens (typisk > 100 Hz) at få nye målinger, således at hurtige accelerationer og rotationer kan registreres. Til sammenligning kan GPS typisk levere målinger med en frekvens på mellem 1 Hz og 5 Hz. Den væsentligste ulempe ved et INS er, at bestemmelsen af aktuel position og orientering bygger på alle de forrige bestemmelser af position og orientering således, at der vil ske en fejlphobning over tid. Især hvis der anvendes en low cost IMU, vil fejlphobningen være betydelig.

A.1.1 Måling af acceleration

Traditionelt består et accelerometer af et objekt med kendt masse ophængt i to fjedre, se figur 2-1. Ud fra kendskab til fjedrenes tilbøjelighed til at blive længere eller kortere som følge af en kraftpåvirkning (dvs. fjederkonstanten), samt ud fra den aktuelle forskydning af objektet langs accelerometerets måle-

akse, kan accelerationen bestemmes vha. Newtons anden bevægelseslov¹. Imidlertid findes der i dag mange andre og mere komplicerede måder at konstruere et accelerometer på. De tre accelerometre i IMU400CC-100 er af den såkaldte siliciumtype, der bestemmer acceleration ved at måle forskelle i kapacitans² [Crossbow, 2002, s. 1].



Figur A-1: Traditionel konstruktion af et accelerometer. Det viste accelerometer kan måle acceleration langs akse defineret af fjederophænget. [Stovall, 1997, s. 6]

A.1.2 Måling af vinkelhastighed

En gyro består traditionelt af et hjul, der roterer med stor fart. Omdrejningsaksen for dette hjul vil være utilbøjelig til at lade sig ændre, og idet hjulet er ophængt i koncentriske bøjler, vil hjulet kunne bevare den oprindelige omdrejningsakse selvom fartøjet, hvorpå gyroen er placeret, roterer. Ved at bestemme, hvordan bøjlerne er drejet kan den aktuelle orientering af fartøjet bestemmes. [Titterton, 1997, s. 57] Ligeledes for gyroer findes der i dag mange andre og mere komplicerede konstruktionsmetoder, og det typiske er ikke, at outputtet er en orientering, men at det er en vinkelhastighed, som kan anvendes ved bestemmelse af orientering. Gyroerne i IMU400CC-100 bestemmer vinkelhastighed vha. en vibrerende keramisk plade. Sker der en rotation af den keramiske plade, vil denne blive påvirket af en corioliskraft³ proportional med vinkelhastigheden. Således bestemmes vinkelhastigheden ud fra størrelsen af den målte corioliskraft [CrossbowA, s. 1-3], [Crossbow, 2002, s. 1].

A.1.3 Gimbaled system

Der findes to grundlæggende forskellige måder at konstruere en IMU på, og dermed også to grundlæggende forskellige måder at opbygge et INS. Den ene type benævnes et gimbaled system⁴ og den anden type strap down system. I et gimbaled system opretholdes en konstant orientering af den platform, hvorpå accelerometre og gyroer er monteret. Dette opnås ved at lade platformen være ophængt i koncentriske bøjler (gimbal rings), som let kan dreje i forhold til hinanden (denne ophængning svarer til den tidligere beskrevne ophængning af en traditionel gyro). Var der ingen friktion til stede i bøjler-

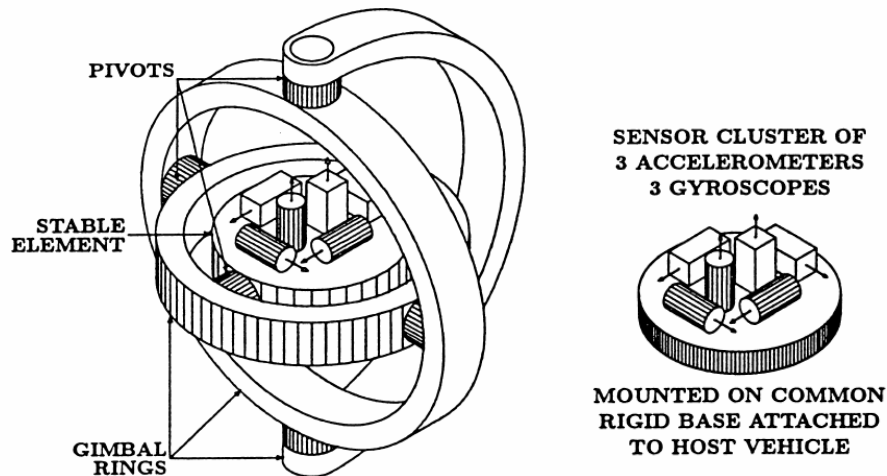
¹ Newtons anden bevægelseslov siger, at den nettokraft et objekt påvirkes af er lig objektets masse gange objektets acceleration, dvs. [Sternheim, 1991, s. 48].

² Kapacitans er defineret således: Haves to elektriske ledere, imellem hvilke en forskel i elektrisk ladning er opbygget, er kapacitans forholdet mellem opbygget elektrisk ladning og spændingsfald over de to ledere [Sternheim, 1991, s. 344-345].

³ Er et objekt i bevægelse i forhold til et roterende koordinatsystem, vil dette objekt i forhold til det roterende koordinatsystem blive accelereret af en kraft, kaldet corioliskraften. Den acceleration, corioliskraften bevirker, kaldes tilsvarende coriolisaccelerationen [Domelen, 2000]. I sammenhæng med gyroerne i IMU400CC-100 er objektet i bevægelse den keramiske plade, der vibrerer, og når den keramiske plade roteres, fordi gyroen roteres, vil den keramiske plade være i bevægelse i forhold til et roterende koordinatsystem.

⁴ Betegnelserne "local level system" samt "(mechanized) platform system" anvendes også i litteraturen.

nes lejer ville platformen bevare orienteringen uanset rotationer af det omgivende fartøj. Imidlertid er lejer i praksis aldrig helt friktionsløse, hvorfor det er nødvendigt med gyroer, idet målingerne fra disse angiver, hvordan platformen løbende skal flyttes for at opretholde en omtrent konstant orientering. Hvis platformen fra start er orienteret som det koordinatsystem, der skal navigeres i, kan hastighed og position bestemmes ved at integrere de målte accelerationer henholdsvis en og to gange. Orienteringen af fartøjet kan løbende bestemmes ved at måle hældningerne mellem platform og fartøj. [Farrell, 1999, s. 15-16], [Salychev, 1998, s. 52-56]



Figur A-2: Til venstre ses konstruktionen af gimbaled systems, hvor sensorplatformen er ophængt i koncentriske bøjler. Til højre ses den sensorplatform, der i strap-down systemer er monteret i direkte forbindelse med fartøjet. [Grewal, 2001, s. 12]

IMU400CC-100 er af typen strap down, hvorfor det på forhånd er givet, at en afklaring af denne IMU's nøjagtigheder vil bygge på en algoritme, der overordnet svarer til den beskrevet for strap down systemer. Man kan imidlertid forestille sig, at bestemmelsen af vinkelhastigheder ikke kun baseres på gyroerne, men forbedres ved desuden at blive baseret på accelerometrene idet en rotation pga. centrifugalkraften vil påvirke aflæsningerne af disse. Således vil vinkelhastighederne blive bestemt ud fra en udjævning, der vægter observationer fra gyroer og accelerometre i overensstemmelse med spredningerne på disse. Flere typer af gyroer, herunder gyroerne i IMU400CC-100, bestemmer vinkelhastighed ved at måle størrelsen af en kraft eller acceleration. Men teori eller erfaringer vedrørende et INS, hvor accelerometrene anvendes til at supplere bestemmelsen af vinkelhastighed, har det imidlertid ikke været muligt at finde beskrivelser af i litteraturen, og der arbejdes ikke videre med denne ide.

A.1.4 Fejkilder for et INS

Den position og orientering, der kan beregnes vha. et INS, er naturligvis behæftet med fejl. Først gennemgås de væsentligste af de fejkilder, som skyldes forhold ved INS'ets IMU. Dernæst gennemgås øvrige fejkilder og endelig beskrives indflydelsen af den konkrete anvendelsessituation for fejkilderens størrelse.

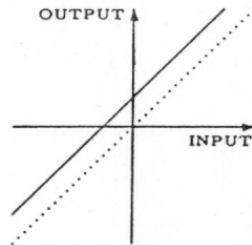
A.1.5 Fejkilder/begrænsninger vdr. IMU'en

De fejkilder, som knytter sig til IMU'en i et INS, kan overordnet opdeles i systematiske fejl og tilfældige fejl. Nedenfor gennemgås først de væsentligste af de systematiske fejl og til sidst beskrives de tilfældige fejl. Gennemgangen bygger delvist på [Grewal, 2001, s. 136] og [Stovall, 1997, s. 21].

Bias

Et bias er en systematisk målefejl uafhængig af inputtet til sensoren. For en gyro måles bias i vinkelhastighed og for et accelerometer i acceleration. Hvis en gyro f.eks. har et bias på 1 grad/sek., betyder det, at der uanset om gyroen roteres eller ej, måles en vinkelhastighed, der er 1 grad/sek. for stor i forhold til den sande værdi. Et bias består dels af et led, som er konstant fra opstart til slukning af IMU'en, men som kan variere fra opstart til opstart. Dels består bias af et led, der varierer løbende efter opstarten af IMU'en. Sidstnævnte variation benævnes også biasets drift og afhænger bl.a. af IMU'ens temperatur under brug.

Et bias på et accelerometer vil give anledning til en fejl i position, der vokser proportionalt med tiden opløftet i anden, fordi biaset er en størrelse, der i INS'et bliver integreret to gange med hensyn til tiden. Tilsvarende vil et bias på en gyro give anledning til en fejl i positionen, der vokser proportionalt med tiden opløftet i tredje, fordi målingen af vinkelhastighed medfører endnu en integration; først integreres fejlen én gang ifm. beregningen af orienteringsvinkel ud fra vinkelhastighed, hvilket medfører en fejl på rotationen af acceleration over i LL-frame, der integreres to gange. [Titterton, 1997, s. 323-324]



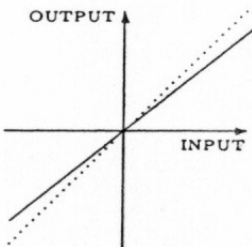
Figur A-3: Bias. [Grewal, 2001, s. 136]

g-afhængig bias

Det g-afhængige bias findes kun på gyroerne og er proportionalt med den acceleration gyroerne udsættes for. Acceleration både vinkelret på gyroaksen og parallelt med gyroaksen (dvs. langs alle tre akser i body frame) kan afstedkomme et g-afhængigt bias.

Skalafejl

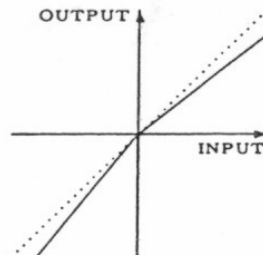
En skalafejl er en lineær målefejl proportional med inputtet til sensoren og angives i %. En skaleringsfejl på 1 % angiver, at målingen er behæftet med en fejl af størrelsen 1 % af den sande værdi.



Figur A-4: Skalafejl. [Grewal, 2001, s. 136]

Asymmetri

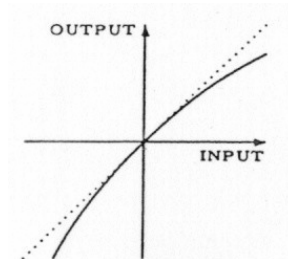
Ved asymmetri forstås, at skaleringsfejlene for henholdsvis positivt og negativt input ikke er symmetriske.



Figur A-5: Asymmetri. [Grewal, 2001, s. 136]

Non-linearitetsfejl

En non-linearitetsfejl er et udtryk for, at måleskalaen er ulineær, hvilket resulterer i en målefejl, der er en ulineær funktion af inputtet. Fejlen kan angives som en procentuel afvigelse af den målte værdi fra den sande værdi ved forskellige input, f.eks. ved full scale (FS). Ved full scale forstås, at inputtet til sensoren er det maksimale, der kan registreres. Alternativt kan non-linearitetsfejlen angives ved en funktion.



Figur A-6: Non-linearitetsfejl. [Grewal, 2001, s. 136]

Hysteresis

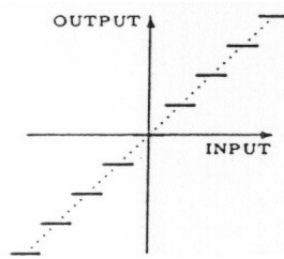
Ved hysteresis forstås en non-linearitetsfejl, der skyldes, at sensoren reagerer forsinket, dvs. at outputtet er forsinket i forhold til inputtet. Når værdien af inputtet til sensoren er stigende, f.eks. i en situation, hvor et accelerometer udsættes for stigende acceleration, vil hysteresis medføre, at outputtet er for lavt. Når værdien af inputtet til sensoren er faldende, vil hysteresis tilsvarende medføre, at outputtet er for højt. [Rasskazov]

Aksefejl

De enkelte sensorakser vil aldrig være fuldstændigt parallelle med de tilsvarende akser i platform frame. Dette vil bevirke, at ikke den faktiske acceleration/vinkelhastighed af platform frame måles, men i stedet projektionerne af disse på accelerometeraksen/gyroaksen.

Kvantiseringsfejl

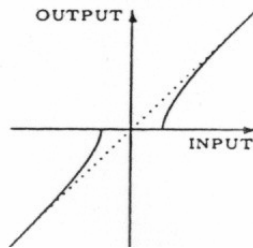
Kvantiseringsfejl opstår idet, der er en grænse for opløsningen på måleresultatet. Således vil to forskellige input kunne resultere i den samme aflæsning. Hvis opløsningen på aflæsningen fra en sensor f.eks. er 1, vil alle input, der svarer til aflæsninger inden for intervallet $[0.5;1.5[$ resultere i aflæsningen 1.



Figur A-7: Kvantiseringsfejl. [Grewal, 2001, s. 136]

Dead zone

Ved dead zone forstås, at små input ikke registreres af sensoren og derfor ikke giver anledning til en aflæsning forskellig fra nul.



Figur A-8: Dead zone. [Grewal, 2001, s. 136]

Båndbredde

Ved båndbredde forstås en sensors evne til at registrere input med høj frekvens dvs. input med lille udstrækning i tid. Båndbredde måles i Hz. Hvis et accelerometer f.eks. har båndbredden 100 Hz, betyder det, at en acceleration af en varighed under 0.01 sek. ikke kan registreres, uanset størrelsen af accelerationen.

Random walk

Random walk er et udtryk for størrelsen af den tilfældige, normalfordelte målefejl på en sensor. Den tilfældige fejl kan angives som en spredning på målingen, dvs. i grad/sek. og i g for henholdsvis en gyro og et accelerometer. Det er imidlertid svært umiddelbart at vurdere betydningen af en spredning for navigationssystemets bestemmelse af hastighed og orientering. Derfor angives den tilfældige fejl ofte som en random walk. For en gyros vedkommende illustrerer random walk sammenhængen mellem spredningen på (orienterings)vinklen, der bestemmes ved integration af den målte vinkelhastighed, og tidsintervallet, der måles og integreres over. Random walk for en gyro kan angives i grad/\sqrt{h} . Tilsvarende kan random walk for et accelerometer illustrere sammenhængen mellem spredningen på hastigheden og tidsintervallet, der måles og integreres over. For et accelerometer kan random walk angives i $(\text{m/s})/\sqrt{h}$. Random walk og dermed betydningen af den tilfældige målefejl vokser proportionalt med kvadratroden af tiden, men afhænger i det væsentligste ikke af hvilket input, der er til gyroerne eller accelerometerne, dvs. om disse er i bevægelse eller ej. [Stockwell]

Afrunding

Undtaget tilfældige fejl (random walk), kvantiseringsfejl, dead zone og fejl forårsaget af sensorernes båndbredde, vil der i princippet kunne korrigeres for de ovennævnte instrumentfejl ved en kalibrering, der bestemmer størrelsen af de enkelte fejlbidrag. De komponenter af fejlene, der er stabile over tid, er det tilstrækkeligt at kompensere for én gang, mens de komponenter af fejlene, der varierer fra opstart

til opstart, eller i løbet af en navigationssession, må korrigeres tilsvarende oftere. Imidlertid vil en kalibrering aldrig være perfekt, og således vil der være restfejl. Bl.a. er flere af de ovennævnte fejl temperaturafhængige (f.eks. bias). Denne afhængighed kan kun modelleres med en vis nøjagtighed, ligesom der vil være fejl på bestemmelsen af temperatur. Dette forhold gør sig specielt gældende for gyroerne i IMU400CC-100, idet disse er særligt følsomme over for ændringer i temperatur [Titterton, 1997 s. 101]. Det har ikke været muligt i litteraturen om inertiel navigation at finde svar på hvilke af de ovennævnte fejlkilder, der generelt spiller den største rolle. En årsag hertil kan være, at det afhænger af hvilken IMU, der er tale om og af den konkrete anvendelse.

A.1.6 Øvrige fejlkilder

Udover de ovennævnte fejl og begrænsninger ved selve IMU'en er der en række andre faktorer, som påvirker nøjagtigheden af et INS, og dermed den nøjagtighed det i praksis er muligt at opnå på bestemmelsen af ændring i position og orientering vha. en IMU.

Et INS er et system, der kan måle og processere den øjeblikkelige vinkelhastighed og acceleration i et vist antal diskrete trin i løbet af et sekund (antallet af målinger pr. sek. betegnes sampling rate). At der ikke anvendes kontinuerlige målinger bevirker, at inputtet til INS'et ikke er en fuldstændig beskrivelse af de faktiske vinkelhastigheder og accelerationer dette udsættes for, og dermed introduceres en mulig fejlkilde.

Hvis IMU'en er monteret således på fartøjet, at der til denne forplanter sig højfrekvente vibrationer kan det også medføre fejl. Endvidere vil der generelt i forbindelse med beregningerne i et INS forekomme afrundingsfejl, og desuden kan der opstå fejl i den beregnede ændring i position som følge af, at den lokale tyngdeacceleration ikke kan modelleres fejlfrit.

Endvidere afhænger nøjagtigheden af outputtet fra et INS af startværdierne for orienteringsvinkel og position. En fejl på startværdi for position vil medføre en konstant fejl på den løbende bestemmelse af position, men ikke medføre en fejl på selve bestemmelsen af ændring i position [Titterton, 1997, s. 342]. I modsætning hertil vil en fejl på startværdien for orientering ikke kun medføre et konstant fejlbidrag på bestemmelsen af orientering, men desuden medføre en fejl på bestemmelsen af ændring af position. Det skyldes, at fejlen i orientering vil bevirke, at accelerometrene ikke kompenseres korrekt for den lokale tyngdeacceleration, og dermed at der er fejl på accelerationerne, som integreres for at finde ændring i position.

Derudover spiller IMU'ens orientering og placering i forhold til fartøjet en rolle, idet det naturligvis ikke er muligt at bestemme orienteringen og positionen af fartøjet, bedre end med den nøjagtighed IMU'en er monteret. Sidstnævnte forhold har dog ikke betydning i relation til INS'ets bestemmelse af ændring af orientering og position.

Ydre forhold og deres indflydelse på et INS

Den acceleration et accelerometer måler svarer til summen af alle de forhold, som har indflydelse på accelerationerne i det inertielle rum. For at beregne en afstand ud fra accelerationen er det vigtigt kun at registrere den acceleration, der skyldes at bilen bevæger sig ift. jordoverfladen. Derfor er det nødvendigt at subtrahere alle andre accelerationer. Dette gælder ligeledes for gyroen, her skal alle vinkelhastigheder, der ikke stammer fra bilen subtraheres.

Da målingerne foretages på Jordens overflade, er det vigtigt at have kendskab til Jordens tyngdefelt, da dette har indflydelse på accelerometrenes målinger. Navigationen foregår i LL-frame (se *Appendiks B Benyttede koordinatsystemer*), der roterer ift. inertial-frame, hvilket har en indflydelse på accelerationerne. Ligeledes er det vigtigt at have kendskab til Jordens rotation, da denne rotation har indflydelse på gyromålingerne og accelerometrene i form af coriolisaccelerationen. Jordens form har også en betydning for gyroernes målinger.

Ovenstående betyder at følgende forhold har, i større eller mindre udstrækning, en indflydelse på de inertielsensorere:

- Coriolis
- Indflydelsen af, at LL-frame roterer ift. inertial-frame
- Indflydelse af Jordens rotation på gyroerne
- Indflydelse på gyroerne fra at Jorden er rund
- Forholdet vedrørende Jordens varierende tyngdeacceleration.

De nævnte forhold kan der korrigeres for, ved at indarbejde visse beregningsrutiner i den benyttede algoritme i INS'et. Hvordan denne korrektion sker og af hvilken størrelse de forskellige forhold har, kan ses i projektgruppens forrige projekt *Bilag A Undersøgelse og kalibrering af IMU400CC-100*.

A.1.7 Betydningen af den konkrete anvendelse

Et INS og dermed en IMU kan anvendes til navigering i mange forskellige situationer. Den indflydelse de i de foregående afsnit nævnte fejlkilder vil have på beregningen af ændring af position og orientering og dermed på den nøjagtighed, der i praksis kan opnås, vil være afhængig af den konkrete anvendelse af INS'et.

Anvendelsen af et INS kan karakteriseres ved, hvor lang tid systemet skal kunne fungere selvstændigt, og ved hvor store vinkelhastigheder og accelerationer INS'et udsættes for. Det fremgår af de foregående afsnit, at tiden spiller en væsentlig rolle, idet effekten af de tilstedeværende fejl vokser med tiden. Tilsvarende vil nogle fejl være størst ved store vinkelhastigheder og accelerationer. Således vil skaleringsfejl og formentlig også non-linearitetsfejl medføre det største fejlbidrag ved påvirkninger nær den øvre grænse for IMU'ens anvendelse. Det samme gør sig gældende for aksefejl, eftersom effekten af disse er, at det ikke er de sande vinkelhastigheder/accelerationer, der registreres, men i stedet projekti-
onerne af disse på sensorakserne.

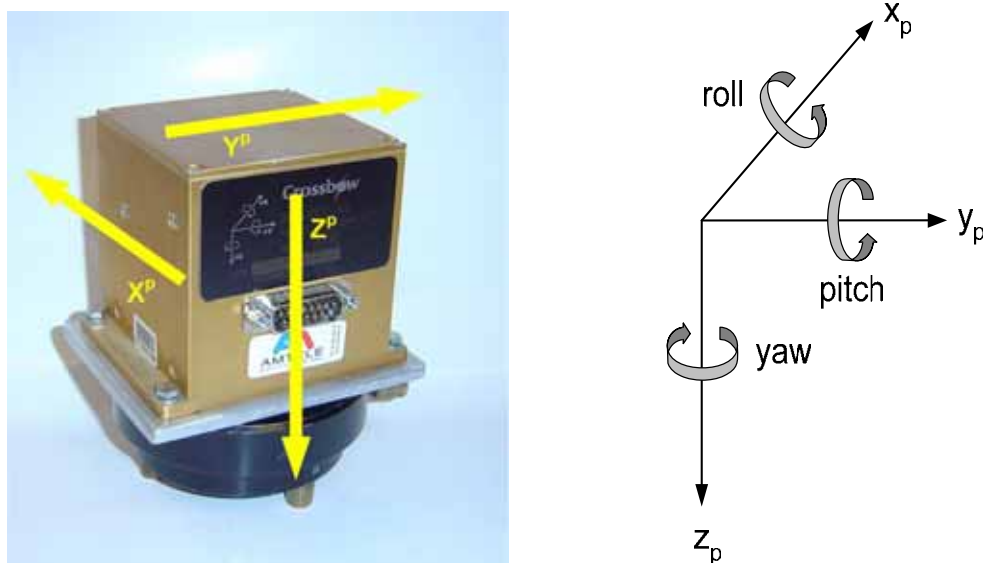
Man kan tænke sig mange forskellige anvendelser af et INS, f.eks. navigering af biler, skibe, ubåde, fly eller missiler. Ved anvendelse af et INS i en bil f.eks. vil dette typisk skulle fungere i flere timer og accelerationerne vil være små (almindeligvis bilkørsel medfører accelerationer inden for intervallet ± 0.2 g [Nebo1, 1997 s. 179]), mens vinkelhastighederne kan være betydelige, f.eks. $30^\circ/\text{sek}$. I modsætning hertil står anvendelsen af INS i visse taktiske missiler. Her kan tiden, der skal navigeres i være så kort som 15 sek. mens accelerationerne er kraftige, f.eks. 20 g, og vinkelhastighederne små [Titterton, 1997, s. 345]. På tilsvarende vis kan de andre anvendelser karakteriseres ved forskellig navigations-
tid og bevægelsesmønster, således at betydningen af de systematiske fejl er varierende.

A.2 Specifikationer for IMU400CC-100

Nedenfor gennemgås de vigtigste egenskaber ved IMU400CC-100. Først defineres IMU'ens koordinatsystem og derefter gennemgås de specifikationer Crossbow angiver for nøjagtighed m.m. Med til IMU'en følger programet GyroView, der kan anvendes til datavisualisering og datalogging. Der er imidlertid udarbejdet en Matlab-funktion, som kan logge data direkte fra IMU'en, hvilket er beskrevet nærmere i *Appendiks C*. De erfaringer mht. IMU'ens nøjagtighed, der er opnået den i forbindelse, stemmer ikke overens med alle specifikationerne for IMU'en. Af denne årsag, samt fordi ikke alle oplysninger er opgivet, foretages der enkelte undersøgelser for at supplere specifikationerne angivet af Crossbow.

A.2.1 Definition af koordinatsystem

Af Figur A-9 fremgår hvordan IMU'ens koordinatsystem, kaldet platform frame, er orienteret. Koordinatsystemet er et højrehåndssystem og for så vidt der ses bort fra aksefejl, er det ift. akserne i dette koordinatsystem, IMU'en måler acceleration og vinkelhastighed. Retningen af en positiv vinkelhastighed er defineret efter højrehandsreglen. Ved pitch forstås en positiv rotation om y^p -aksen, ved roll en positiv rotation om x^p -aksen og ved yaw en positiv rotation om z^p -aksen, se figur 2-10. [Crossbow 2002, s. 6] IMU'en er ikke udstyret med libeller eller andet udstyr til orientering/centrering. Der er heller ikke noget på IMU'en, som markerer den præcise beliggenhed af akserne i IMU'ens koordinatsystem, og således må IMU'en orienteres efter siderne på denne.



Figur A-9: Tv. ses IMU400CC-100's koordinatsystem, th. Definition af roll, pitch og yaw. En positiv rotation er defineret efter højrehandsreglen. Dvs. at holder man sin højre hånd således at tommelfingeren peger i den positive retning af en akse i koordinatsystemet vil de øvrige fingre på højre hånd indikere retningen af en positiv rotation om denne akse.

A.2.2 Specifikationer

Af Figur A-10 nedenfor fremgår de nøjagtighedsspecifikationer, producenten angiver for IMU400CC-100. Derudover angives et udvalg af de øvrige specifikationer.

Specifikationer for gyroer		Specifikationer for accelerometre	
Range (°/sek.)	± 100	Range (g)	± 2
Bias (°/sek.)	< ±1.0	Bias (mg)	< ±8.5
Skalafejl (%)	< 1	Skalafejl (%)	< 1
Non-linearitetsfejl (% FS)	< 0.3	Non-linearitetsfejl (% FS)	< 1
Opløsning (°/sek.)	< 0.025	Opløsning (mg)	< 0.25
Random walk (°/√h)	< 2.25	Random walk (m/s)/√h	< 0.1
Båndbredde (Hz)	> 25	Båndbredde (Hz)	> 75
Generelle specifikationer			
Sampling rate (Hz)	> 100		
Tid for opstart (sek.)	< 1		
Omgivende driftstemperatur (°C)	- 40 til 71		
Strømforbrug (W)	< 3		
Størrelse (cm)	7.62 x 9.53 x 8.13		
Vægt (kg)	< 0.64		

Figur A-10: Udvalgte specifikationer for IMU400CC-100.

Af specifikationerne fremgår bl.a., at gyroerne kan måle vinkelhastighed inden for intervallet ±100 °/sek. samt, at accelerometrene kan måle acceleration inden for intervallet ±2 g. Dermed er anvendelsen af IMU'en begrænset, til at den enhed der ønskes positioneret/orienteret skal have et bevægelsesmønster, der ligger inden for disse grænser.

APPENDIKS B

KOORDINATSYSTEMER

Appendikset har til formål at beskrive de koordinatsystemer, der bliver benyttet i projektet med henblik på, hvordan de er orienteret og hvordan de benævnes. Koordinatsystemet BRF-frame som er tilknyttet ADU5 bliver beskrevet i *Appendiks F ADU5, anvendelse og kalibrering*.

Alle koordinatsystemerne er højrehåndssystemer hvilket også gør sig gældende for hvordan de roteres. Ved enkelte koordinatsystemer benævnes z-aksen y-aksen, dette gøres udelukkende for at få en logisk opbygning af appendikset, det betyder ikke at der er ændret på definitionen af 1.2.og 3. aksen.

B.1 Inertial-frame

Det inertielle koordinatsystem er et system, der ikke accelerere eller roterer. Sådant et system er kun muligt at definere i teorien, hvilket skyldes, at hele universet er i bevægelse. Jorden roterer om sin egen akse og solen, som er en del af en galakse, som roterer om dens egen akse, som igen bevæger sig blandt andre galakser. Derfor er dette koordinatsystem defineret ud fra en approksimation, systemet kaldes et geocentriske inertielsystem, hvor rotationen er så lav, at det ikke registres af de inertielle sensorer eller rotationen overdøves af anden støj.

Koordinatsystemets akser defineres som følgende:

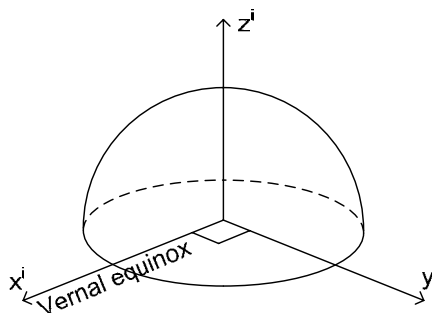
Origo er jordens massemidtpunkt.

x^i -aksen peger mod vernal equinox¹

z^i -aksen er sammenfaldende med jordens omdrejningsakse

y^i -aksen færdiggør koordinatsystemet så det bliver et højrehåndssystem.

[Salychev, 1998, s. 12]



Figur B-1: Orienteringen af det inertielle koordinatsystems akser.

¹ Vernal equinox (forårs punktet) er det punkt på himmelen som defineres af en linie fra solens midtpunkt og gennem jordens midtpunkt ved forårsjævndøgn.

B.2 ECEF-frame

Earth-centered earth-fixed frame (ECEF-frame) har origo defineret af Jordens massemidt punkt og akser, der er konstante i forhold til Jorden. Da akserne er konstante i forhold til Jorden betyder det, at de roterer i forhold til det inertielle koordinatsystem med vinkelhastigheden ω_{ie} .

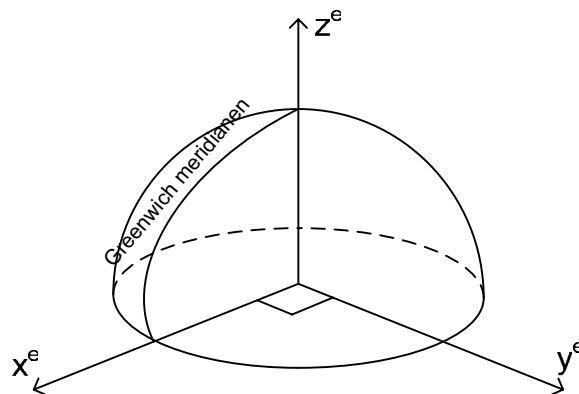
$$\omega_{ie} \approx \frac{1 + 365.25 \text{ omdrejninger}}{(365.25)(24) \text{ timer}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad} / \text{omdrejninger}}{3600 \text{ s} / \text{timer}} \approx 7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ rad} / \text{s}$$

[Farrell, 1999, s. 22]

Koordinatsystemets akser defineres som følgende:

- Origo er jordens massemidt punkt
- x_e -aksen peger mod Greenwich meridianen
- z_e -aksen er referenceellipsoidens omdrejningsakse
- y_e -aksen peger 90° øst for Greenwich meridianen

[Salychev, 1998, s. 14]



Figur B-2: Orienteringen af ECEF koordinatsystems akser.

Et ECEF-koordinatsystem præsenteres oftest ved kartesiske koordinater som opgives i (x,y,z) , eller ved geografiske koordinater som opgives i længde- og breddegrader samt en højde over ellipsoiden.

Referenceellipsoiden, som benyttes i projektet er den, der knytter sig til WGS84, hvor akserne er defineret som følgende:

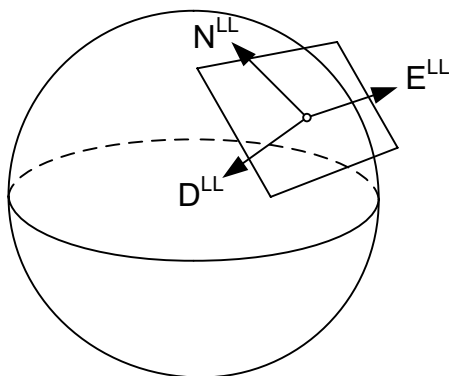
- Store halv-akse: $a = 6378137,0 \text{ m}$
- Lille halv-akse: $b = 6356752,3 \text{ m}$

B.3 Local Level-frame

Local Level-frame (LL-frame) er et rektangulært koordinatsystem. Det er defineret ud fra et tangentplan til referenceellipsoiden, hvor tangeringen sker, hvor opmålingen foregår.

Koordinatsystemets akser defineres som følgende:

Origo er hvor planet tangerer til geoiden
 N^{LL} -aksen peger mod den geografiske nord
 E^{LL} -aksen peger mod øst
 D^{LL} -aksen færdiggør koordinatsystemet så det bliver et højrehåndssystem.



Figur B-3: LL frame, et tangentplan til referenceellipsoiden.

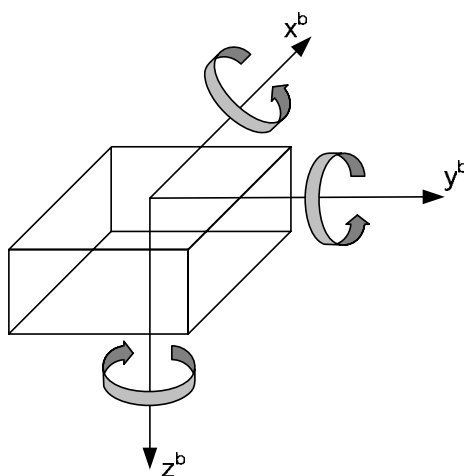
B.4 Body-frame

Body-frame er det system, som er defineret af det fartøj, hvori IMU'en er fæstnet, hvor fartøjets akser er parallelle med aksene for platform-frame.

Koordinatsystemets akser defineres som følgende:

Origo er fartøjets massemidtpunkt
 x_b -aksen er parallel med fartøjets længderetning
 y_b -aksen er vinkelret på fartøjets længderetning
 z_b -aksen peger ned, vinkelret i forhold til xy -planet.

[Salychev, 1998, s. 14]



Figur B-4: Orienteringen af akserne i body-frame.

Koordinatsystemet er defineret som et højrehåndskoordinatsystem, hvor drejningerne om akserne er defineret som følgende:

- Drejningen om x-aksen kaldes roll
- Drejningen om y-aksen kaldes pitch
- Drejningen om z-aksen kaldes yaw

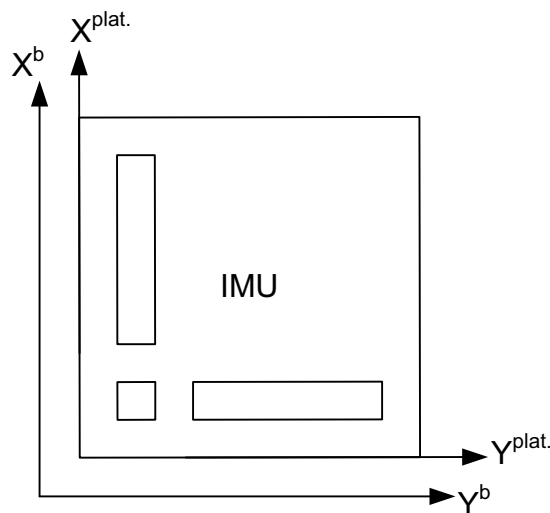
B.5 Platform-frame

Platform-frame er det koordinatsystem, som defineres af IMU'ens ydre. Akserne er orienteret, så de er parallelle med body-frame, og de noteres som x_p , y_p og z_p . Ved opbyggelsen af et INS hænder det, at det ikke er muligt af placerer IMU'en så platform- og body koordinatsystem er parallelle, denne afvigelse kaldes alignment.

I et platform-frame er det ikke nødvendigt at definere et origo, da der ikke er tale om et koordinatsystem som med en fast reference. Målingerne der foretages er ikke en differens mellem to punkter på en akse, men en variation i acceleration og vinkelhastighed.

Koordinatsystemets akser defineres som følgende:

- $X_{plat.}$ -aksen peger mod fronten af IMU'en
- $Y_{plat.}$ -aksen peger mod venstre i forhold til x-aksen
- $Z_{plat.}$ -aksen peger ned i forhold til xy-planet.

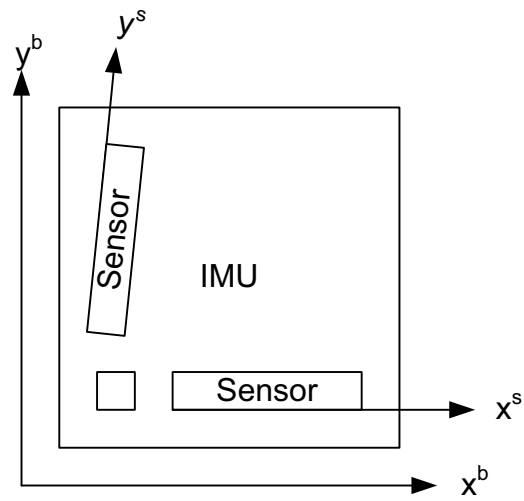


Figur B-5: IMU'ens orienteringen i forhold til body koordinatsystems akser.

B.6 Sensor-frame

Instrumentkoordinatsystemet er det koordinatsystem sensorene udspænder i instrumentet, modsat foregående koordinatsystemer er dette ikke nødvendigvis et ortogonalt koordinatsystem.

Koordinatsystemets akser er defineret på samme måde som for body koordinatsystemet med hensyn til akserne og deres rotation.



Figur B-6: Sensorernes orientering i forhold til body koordinatsystems akser.

APPENDIKS C

OPSTILLING AF IN-ALGORITME

Dette appendiks har til formål at redegøre for hvordan en IN-algoritme (Inertial Navigations algoritme) virker, samt at beskrive matematikken bag denne. Projektgruppen har på forrige semester beskæftiget sig med udarbejdelsen af en IN-algoritme, og viden fra dette arbejde har blandt andet været med til at danne grundlag for det videre arbejde med fremstillingen af denne IN-algoritme.

Projektgruppen definerer en IN-algoritme som det stykke matematik, der på baggrund af IMU'ens observationer og indledende værdier (position og orientering) beregner en hastighed, position og orientering, også kaldet navigationsløsningen, i et givent koordinatsystem. I det efterfølgende vil der blive gennemgået to eksempler på hvordan en IN-algoritme kan opbygges, startende med den helt simple hvor observationerne kun korrigeres for den lokale tyngdeacceleration og over til den mere komplicerede algoritme hvor observationerne korrigeres for de accelerationer og drejninger, som må forekommer alt efter hvilket koordinatsystem der navigeres i.

Det inertielle koordinatsystem (Se *Appendiks B, Inertial-frame*) er defineret som et koordinatsystem, der ikke accelererer eller roterer, hvilket betyder at alle bevægelser ift. Inertial-frame kan udtrykkes vha. accelerationer og rotationer, som IN-algoritmen kan omsætte til positioner/orienteringer.

C.1 Simpel IN-algoritme

Outputtet fra IMUCC400-100 output består af tre accelerationer og tre vinkelhastigheder, og for at få disse omsat til afstande, hastigheder og vinkler, integreres disse mht. tiden. Accelerationerne integreres to gange da den første afledede af accelerationen er hastigheden, og den afledede af hastighed er en afstand.

$$v(t) = \int a(t) dt \tag{1.1}$$

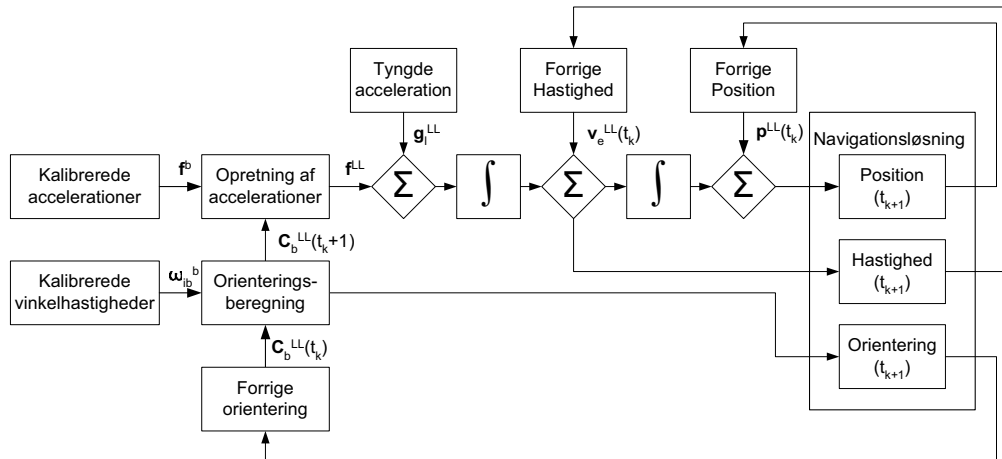
$$s(t) = \iint a(t) dt^2 \tag{1.2}$$

$$\alpha(t) = \int \omega(t) dt \tag{1.3}$$

v	ændring i hastighed [m/s]
a	acceleration [m/s ²]
s	ændring i afstand [m]
α	ændring i orienteringsvinkel [°]
ω	vinkelhastighed i [°/s]

Grundprincippet i inertial navigation kan sammenlignes med dead reckoning, hvor den aktuelle beregnede position er baseret på alle foregående observationer. For IN-algoritmen betyder det, at for hver gennemberegning på grundlag af en ny observation haves der en ny 3D forskydningsvektor som lægges til den foregående forskydningsvektor. Denne summering af vektorerne er også grunden til en hurtig fejlphobning, da hver fejl på forskydningsvektorerne summeres med forrige vektorers fejl.

Nedenstående Figur C-1 viser, hvordan en simpel IN-algoritme er opbygget, hvor IMU'ens observationer ikke korrigeres for andet end den lokale tyngdeacceleration, som i dette tilfælde betragtes som værende konstant.



Figur C-1: Blokdiagram over et simpelt INS, hvor der korrigeres for den lokale tyngdeacceleration som betragtes som værende konstant.

Som input, længst til venstre i figuren, kommer de målte accelerationer i body-frame, f^b (Kalibrerede accelerationer) og vinkelhastighederne i body-frame, ω_{ib}^b (Kalibrerede vinkelhastigheder). Disse værdier er kalibrerede observationer fra IMU'en. Betegnelserne i parenteserne refererer til kasserne i blokdiagrammet.

De målte vinkelhastigheder i body-frame benyttes sammen med bestemmelsen af orienteringen til forrige epoke til at opdatere rotationsmatricen, C_b^{LL} (Orienteringsberegning) Parenteserne angiver den aktuelle epoke.

Rotationsmatricen C_b^{LL} benyttes til at oprette¹ accelerationerne, fra body-frame til LL-frame (Opretning af accelerationer).

Efter (Opretning af accelerationer) er accelerationerne udtrykt i LL-frame og det er nu enkelt at korrigere for den lokale tyngdeacceleration, g^{LL} . Efterfølgende er det muligt at bestemme (Hastighed) og (Position) ved integration af accelerationerne i LL-frame.

¹ Ordet *oprette* stammer fra fotogrammetrien og skal forstås som processen, hvor et objekt orienteres ift. et ønsket koordinatsystem.

Det fremgår, at de målte accelerationer først roteres til LL-frame vha. målingerne af vinkelhastighed, hvorefter hastighed og afstand i LL-frame findes. En anden mulighed er først at finde tilvæksten i hastighed og afstand i body-frame, hvorefter disse roteres til LL-frame vha. målingerne af vinkelhastighed. Sidstnævnte løsningsmulighed medfører dog, at korrektionen for tyngdeacceleration ikke kan foretages på accelerationerne i LL-frame. I stedet må de roterede hastigheder og afstande efterfølgende korrigeres for tyngdeaccelerationen.

Første gang en gennemregning af INS'et foretages haves ingen værdier for (Førrige Orientering), (Førrige Hastighed) og (Førrige Position). Derfor er det nødvendigt med sensorer, der ved første gennemregning kan levere disse indledende værdier, dog ikke for (Førrige Hastighed) hvis systemet holder stille inden IN-algoritmen startes. Uden værdier for (Førrige Orientering) er det ikke muligt at oprette accelerationerne i LL-frame, hvilket medfører at det er umuligt at bestemme position og hastighed i LL-frame. Mangler værdien (Førrige Position) betyder det, at navigationen bliver relativ i forhold til punktet, hvorfra INS'et blev startet.

De indledende værdier for orientering og position kan tilvejebringes på mange forskellige måder og med forskelligt udstyr. Positionen bestemmes oftest med en GPS-modtager, mens orienteringen f.eks. kan bestemmes med et inklinometer (\div yaw) eller et GPS-multiantenne-system. Fælles for de indledende værdier er, at de skal udtrykkes i det koordinatsystem, der ønskes at navigere i. Yderligere gælder det også for de indledende værdier, at de skal være af en given nøjagtighed. Er den indledende værdi for positionen forkert vil dette medføre et konstant fejlbidrag på den beregnede position, hvorimod hvis de indledende vinkler er forkerte vil fejlen på positionen vokse løbende, idet at oprettelsen af accelerationerne vil være forkert.

Figur C-1 som beskriver den simple IN-algoritme er implementeret i MatLab-funktionen *simple_in_algoritme.m* (Bilag 1).

Inputtet til funktionen består af 3 matricer:

- IMU_korr; Indeholder kalibrerede IMU observationer [xacc yacc zacc roll pitch yaw] opgivet i [m/s^2] [$^\circ/\text{sek}$] [tt:mm:ss:ss]
- IMU_LL; Indeholder IMU'ens orientering i forhold til LL frame [roll pitch yaw] opgivet i [rad] eller [$^\circ$]
- GPS; Indeholder startposition for INS'et i et plankoordinatsystem f.eks. UTM [North East Up] opgivet i [m]

Ud fra disse input fås løbende vha. funktionen en 3D position i North, East, Up, hastighed og orientering ift. LL-frame.

I det efterfølgende gennemgås matematikken i den simple IN-algoritme, som den er implementeret i MatLab-funktionen *simple_in_algoritme.m*.

C.1.1 Navigationsligning for simpel IN-algoritme

Grundlæggende består navigationsligningen kun af to elementer, en vektor indeholdende fartøjets tre accelerationer og en vektor indeholdende tyngdeaccelerationen udtrykt i tre komponenter. Nedenstående formel, udtrykker denne ligning hvor resultatet er den første afledede af hastigheden ($\dot{\mathbf{v}}_e^{LL}$), dvs. fartøjets acceleration ift. Jorden udtrykt i LL-frame.

$$\dot{\mathbf{v}}_e^{LL} = \mathbf{f}^{LL} + \mathbf{g}_l^{LL} \quad (1.4)$$

\mathbf{f}^{LL} Fartøjets acceleration ift. Jorden udtrykt i LL frame

\mathbf{g}_l^{LL} Lokal tyngdeacceleration udtrykt i LL-frame

Denne ligning beror på antagelsen om at $\mathbf{f}_{bi}^{LL} = \mathbf{f}_{be}^{LL}$, dvs. at accelerationerne i body-frame er de samme accelerationer i LL-frame

Den lokale tyngdeacceleration findes vha. MatLab-funktionen *g_l_LL.m* (Bilag 1), der benytter en global formel, der beregner den lokale tyngdeacceleration som funktion af breddegrad og ortometrisk højde². Benyttes INS'et inden for et begrænset geografisk område med begrænset højdevariation varierer tyngdeaccelerationen så lidt, at IMU'en ikke registrer en forskel, hvilket betyder, at det kun er nødvendigt at beregne \mathbf{g}_l^{LL} én gang ud fra en middelbredde og ortometrisk højde for det pågældende område.

C.1.2 Orienteringsberegning for simpel IN-algoritme

Rotationsmatricen \mathbf{C}_b^{LL} benyttes til at rotere accelerationerne fra body-frame til LL-frame, transponeres matricen roterer denne accelerationerne den modsatte vej, fra LL-frame til body-frame, $\mathbf{C}_b^{LL} = \mathbf{C}_{LL}^{bT}$. Rotationsmatricen opdateres fra en epoke til en anden, på baggrund af gyroobservationer. Dette sker ved at gange den forrige epokes rotationsmatrice med gyroobservationerne fra næste epoke indeholdt i en skævsymmetrisk matrice, $\mathbf{\Omega}_{LLb}^b$. De tre gyroobservationer (roll, pitch og yaw) indsættes hver, to steder i den skævsymmetriske, se ligning 1.5.

$$\dot{\mathbf{C}}_b^{LL} = \mathbf{C}_b^{LL} \mathbf{\Omega}_{LLb}^b \quad (1.5)$$

$$\mathbf{\Omega}_{LLb}^b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^{bz} & \omega^{by} \\ \omega^{bz} & 0 & -\omega^{bx} \\ -\omega^{by} & \omega^{bx} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{\omega}_{bi}^b = [\omega^{bx} \ \omega^{by} \ \omega^{bz}]^T$$

Vinkelhastighed af body-frame ift. inertial-frame udtrykt i body-frame, som indsættes i den skævsymmetriske matrice.

Integrationen af $\dot{\mathbf{C}}_b^{LL}$ kan gennemføres ved en approksimation:

$$\mathbf{C}_b^{LL}(t_{k+1}) = \mathbf{C}_b^{LL}(t_k)(\mathbf{I} + \Delta\mathbf{\theta}(t_k)) \quad (1.7)$$

² Ortometrisk højde er højden over geoiden.

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\Omega}_{LLb}^b \Delta t = \begin{bmatrix} 0 & -\Delta\theta_z & \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z & 0 & -\Delta\theta_x \\ -\Delta\theta_y & \Delta\theta_x & 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

- I** Enhedsmatrice (3x3)
 Δt Tiden mellem to epoker

Denne approksimationsmetode kan kun benyttes, hvis vinkelændringerne fra epoke til epoke er små. Dette forudsætter en høj sampling rate fra gyroerne, lykkes dette ikke bliver rotationsmatricen unøjagtig. Sampling raten sættes som en funktion af bilens bevægelser, ved at antage at den største vinkelhastighed bliver på 30 °/sek. (svarende til at et 90° sving gennemføres på 3 sek.). Ved en sampling rate omkring 100 Hz bliver vinkelændringerne da ca. 0,3°, hvilket er tilpas små ændringer. [Nebot2, 1997, s.172]

C.1.3 Opretning af accelerationer for simpel IN-algoritme

I navigationsligningen (1.4) indgår accelerationerne fra bilens bevægelse udtrykt i LL-frame (\mathbf{f}^{LL}), for at komme hertil, skal de målte accelerationer i body-frame, \mathbf{f}^b , ganges med en rotationsmatrice som kan rotere observationerne fra body-frame til LL-frame.

Dette sker ved at gange de observerede accelerationer til en given epoke, med den opdaterede rotationsmatrice \mathbf{C}_b^{LL} for samme epoke:

$$\mathbf{f}^{LL} = \mathbf{C}_b^{LL} \cdot \mathbf{f}^b \quad (1.9)$$

Efter at rotationsmatricen er blevet opdateret og ganget på observationerne fra accelerometrene, indsættes \mathbf{f}^{LL} i observationsligningen (1.4), og det er muligt at beregne hastighed og position i LL-frame.

C.1.4 Afrunding

De forskellige output fra denne simple IN-algoritme opgives alle i forhold til LL-frame, som er et tangentplan til referenceellipsoiden. Dette medfører i midlertidig en forvanskning af outputtet, hvis IN-algoritmen benyttes over en længere strækning. Problemet opstår idet, at systemet benyttes på en dobbelkrum overflade, mens navigationsløsningen gengives i et plan. Størrelsen af disse forvanskninger vil stige i takt med, at afstanden til INS'et startpunkt øges. Problemet løses ved at lade IN-algoritmen beregne positioner i ECEF-frame, hvor outputtet er opgives i længde, bredde og ellipsoidehøjde (Se *Appendiks B, ECEF-frame*).

Som følge af, at INS'et benyttes på Jorden medføre dette også nogle forvanskninger af IMU'ens observationer, et eksempel her på er den lokale tyngdeacceleration, som adderes til de observerede acceleration for kun at have fartøjets observationer. Yderlige forhold som gør, at IMU'ens observationer forvanskes vil blive beskrevet i næste afsnit.

Ønskes det at opnå et mere nøjagtigt navigationsresultat, er det nødvendigt at forbedre den simple IN-algoritme, hvordan dette er muligt vil de efterfølgende afsnit omhandle.

C.2 Udvidet IN-algoritme

Et ønske om at forbedre nøjagtigheden af et INS, betyder også en udbygning af den simple IN-algoritme. Disse forbedringer vedrører de ovenstående problemstillinger mht. forvanskningen som følger af den dobbeltkrumme flade, samt en mere omfattende korrektion af IMU'ens observationer.

Afsnit C.2.1 gennemgår de forhold som har en indflydelse på IMU'ens observationer, disse forhold benævnes *ydre forhold*, da de ikke er en del af IMU'ens fysiske fejl, men påvirker alle inertiale sensorer uanset producent og specifikationer. Som udgangspunkt kan disse ydre forhold kun have en reel indflydelse på den inertiale sensor, hvis denne er af en nøjagtighed, som kan registrere det pågældende ydre forhold.

Gennemgang af de ydre forhold og hvor store fejlene er beregnes først teoretisk, hvorefter *Afsnit C.2.2* gennemgår, hvordan korrektionen for de ydre forhold integreres i den nye IN-algoritme, kaldet den "*Udvidet IN-algoritme*".

De to afsnit (*C.2.1* og *C.2.2*) har udelukkende til formål at belyse de teoretiske størrelser af de ydre forhold og hvilken betydning de har på en position, samt hvordan de skal integreres i en IN-algoritme. Dvs., at der vægtes ikke om de enkelte ydre forhold, er af en størrelse som gør, at det ikke er nødvendigt at korrigere for disse. De fremkommende teoretiske resultater sammenlignes med specifikationerne for IMUCC400-100, og der gives et bud på om det er nødvendigt at korrigere for det aktuelle ydre forhold.

C.2.1 Ydre forhold og deres indflydelse på et INS

Den acceleration et accelerometer måler svarer til summen af alle de forhold, som har indflydelse på accelerationerne i det inertiale rum. For at beregne en afstand ud fra en målt acceleration er det derfor vigtigt kun at benytte den acceleration, der er forårsaget af fartøjets bevægelse ift. Jordens overflade. Derfor bliver man nødt til at korrigere for alle andre accelerationer. Dette gælder ligeledes for gyroen, her skal alle vinkelhastigheder, der ikke stammer fra biles rotation ift. Jorden korrigeres.

I det efterfølgende vil der, som en følge af ovenstående, blive set på de forhold, der har indflydelse på accelerometrene og gyroerne.

Da målingerne foretages på Jordens overflade, er det vigtigt at have kendskab til Jordens tyngdefelt, da dette har indflydelse på accelerometrenes målinger. Navigationen foregår i ECEF-frame, der roterer ift. inertial frame, hvilket har en indflydelse på accelerationerne. Ligeledes er det vigtigt at have kendskab til Jordens egen rotation, da denne rotation har indflydelse på gyromålingerne og accelerometrene i form af Coriolisaccelerationen. Jordens form har også en betydning for gyroernes målinger.

Ovenstående betyder at følgende forhold skal undersøges:

1. Forholdet vedrørende Jordens varierende tyngdeacceleration
2. Coriolis
3. Indflydelsen af at ECEF-frame roterer ift. inertial-frame
4. Indflydelse af Jordens rotation på gyroerne
5. Indflydelse på gyroerne fra at Jorden er rund

Forholdet vedrørende Jordens varierende tyngdeacceleration

Den lokale tyngdeacceleration og ellipsoidenormalen danner en vinkel (lodafvigelsen) på nogle få buesekunder. Tages der ikke højde for lodafvigelsen, når IMU'en orienteres ift. ellipsoidenormalen vil det medføre en systematisk fejl på bestemmelsen af accelerationen af størrelsesordenen 0.01 mg. [Rogers, 2003, s. 67]. Sammenlignes dette med de tilfældige fejl (Random walk) på målingerne af acceleration og størrelsen af de systematiske fejl på accelerationen samt spredningen på de initierende værdier for orientering af IMU'en, har lodafvigelsen ikke har nogen praktisk betydning.

I første omgang ses der derfor helt bort fra denne fejl i den udvidede IN-algoritme, dels pga. fejlens størrelse, men også pga. at fejlens eksistens er afhængig af om IMU'ens orientering bestemmes ift. geoiden eller ellipsoidenormalen, hvilket er afhængigt af hvordan det pågældende INS opbygges.

IMU'ens accelerometre måler en sum af de accelerationer, der eksisterer i det inertielle rum. For at beregne en så præcis acceleration for køretøjet som muligt er det derfor nødvendigt at kunne bestemme den lokale tyngdeacceleration præcist, da denne acceleration er en del af hvad IMU'ens accelerometre måler.

Ud fra den globale formel, for den lokale tyngdeacceleration i $g_{l_LL.m}$, er følgende værdier for denne beregnet, for forskellige bredde og højde:

φ [grader]	H [m]	g_l^n [m/s^2]	g_l^n [g]
56.00	100	9.8189	1.0016
57.00	0	9.8168	1.0017
57.00	100	9.8164	1.0017
57.03	0	9.8168	1.0017

Figur C-2: Værdier for g beregnet mht. varierende geografisk bredde og ortometrisk højde.

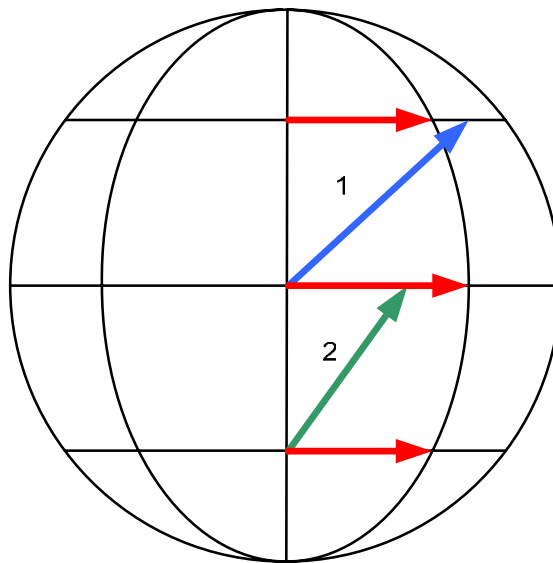
I Figur C-2 ses det, at det ikke vil medføre nogen forbedringer, løbende at beregne den lokale tyngdeacceleration, så længe INS'et benyttes inden for et afgrænset område svarende til en grad (ca. 111 km) og en højde indenfor 100 meter (hvilket ikke er noget problem i Danmark). Således er det tilstrækkeligt at anvende én værdi for geografisk bredde bestemt under opstarten af INS'et, f.eks. fra en GPS-modtager, samt en gennemsnitlig højde for området, der foretages kørsel i. Benyttes INS'et derimod over længere afstande bliver det nødvendigt at korrigere den lokale tyngdeacceleration. Ved en ændring i den geografiske bredde på 1° , ændrer den lokale tyngdeacceleration med 0.1 mg.

Coriolis

Alle punkter på Jorden har den samme rotationshastighed Ω (ca. $7.3 \cdot 10^{-5}$ rad/sek.), da alle punkter på Jorden roterer en omgang i døgnet. Den lineære hastighed, afstedkommet af rotationen, varierer derimod, da denne afhænger af hvilken bredde punktet er på. Hastigheden kan variere fra flere tusinde km per time ved ækvator til næsten at være nul ved bredder omkring polerne, dvs. i punkter nær Jordens rotationsakse³. Grundet denne forskel i den lineære hastighed, vil et fartøj der bevæger sig fra ækvator og mod nord opleve at det "skyder ved siden af målet", i dette tilfælde øst for målet, da fartøjet ikke længere bevæger sig mod øst med samme hastighed som jorden under det, men hurtigere. Dette fænomen kaldes Coriolis-kraften.

³ For punkter på rotationsaksen er den lineære hastighed nul.

Figur C-3 viser hvordan forskydningen vil se ud, alt efter om bevægelsen foregår på den nordlige (pil nr. 1) eller sydlige halvkugle (pil nr. 2). De tre vandrette pile viser hvor langt punkter på samme længdegrad har tilbagelagt til tiden t. Ved en bevægelse fra ækvator mod nord (pil nr. 1) vil Coriolis-kraften medføre, at fartøjet accelereres til højre (dvs. øst) ift. jorden under det. Ved en bevægelse fra syd mod ækvator (pil nr. 2) vil Coriolis-kraften medføre, at fartøjet accelereres til venstre (dvs. vest) ift. jorden under dette. Som det senere fremgår af et beregningseksempel (figur 7-4), er det dog ikke kun ved bevægelse i nordlig eller sydlig retning, at Coriolis spiller en rolle. Også ved bevægelse i østlig eller vestlig retning vil fartøjet blive påvirket af en Coriolisacceleration. [Domelen, 2000]



Figur C-3: Illustration af Coriolis [Domelen, 2000].

Coriolisaccelerationen ($\mathbf{a}_{\text{coriolis}}$) beregnes ud fra nedenstående formel:

$$\mathbf{a}_{\text{coriolis}} = \boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} \times \mathbf{v}_e^{LL} \quad (1.10)$$

$\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} = [\Omega \cos \varphi \ 0 \ -\Omega \sin \varphi]^T$ Jordens vinkelhastighed udtrykt i LL-frame.

\mathbf{v}_e^{LL} Fartøjets hastighed ift. Jorden udtrykt i LL-frame

[Titterton, 1997, s. 30, 51]

Nedenstående tabel viser hvor meget Coriolis-kraften betyder, når hastigheden ikke overstiger 60 km/t (16.667 m/s) og observationstiden er 60 sek. Beregningerne er fortaget vha. *Coriolis.m*, som findes på *Bilag 1*.

Første kolonne i tabellen i Figur C-4 er hastighedsvektoren \mathbf{v}_e^{LL} fra ligningen (1.10), som gengiver fartøjets hastighed ift. Jorden udtrykt i henholdsvis North-, East- og Down-komponenter. Anden kolonne gengiver Coriolisaccelerationen på det pågældende fartøj. Tredje kolonne gengiver den afstand

fartøjets position skal korrigeres efter en rejsetid på 10 sek. Fjerde kolonne gengiver den afstand fartøjets position skal korrigeres efter en rejsetid på 60 sek. (1 min.).

[m/s]	$a_{coriolis}$ [m/sek. ²]	Korrektion efter 10 sek. [m]	Korrektion efter 60 sek. [m]
(16.667 0 0)	(0 -0.001 0)	(0 -0.051 0)	(0 -1.835 0)
(0 16.667 0)	(0.001 0 0.0007)	(0.051 0 0.033)	(1.835 0 1.191)
(8.334 8.334 0)	(0.0005 -0.0005 0.0003)	(0.026 -0.026 0.017)	(0.917 -0.917 0.596)

Figur C-4: Tabellen gengiver forskydninger i positionen som følge af Coriolis.

Som det fremgår af tabellen har Coriolisaccelerationen en meget lille betydning for de observerede accelerationer, men over tid er effekten på positionen alligevel betydelig.

Af specifikationerne for IMU400CC-100 fremgår det, at opløsningen på accelerometrene er 0.25 mg svarende til en opløsning på 0.00245 m/s². Dette betyder, at coriolisaccelerationerne ikke kan registreres af accelerometrene. Spørgsmålet rejser sig i midlertidig om det er muligt at afskrive betydningen af dette forhold, blot fordi accelerationen ikke kan registreres. I nogle tilfælde vil coriolisaccelerationen være udslagsgivende for hvordan det sidste decimal i en registreret acceleration ender med at blive. Om disse ændrede sidste decimaler grundet coriolisaccelerationen ender med at ophæve sig selv er uvist.

Indflydelsen på accelerometrene af at LL-frame roterer ift. inertial-frame

Afhængig af definitionen af LL-frame kan LL-frame under fartøjets bevægelse rotere ift. ECEF-frame. Endvidere vil ECEF-frame under alle omstændigheder rotere ift. inertial-frame, pga. Jordens rotation. Ovennævnte medfører en ændring i den acceleration der påvirker fartøjet, i det følgende benævnt \mathbf{a}_{frame} .

Accelerationen i \mathbf{a}_{frame} findes ved en lignende formel som den der benyttes ved beregningen af coriolis-accelerationen, ligning (1.10). Grundprincippet er at tage krydsproduktet af fartøjets hastighed over Jorden (\mathbf{v}_e^{LL}) og summen af Jordens rotation ift. inertial-frame ($\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL}$) og rotationen af LL-frame ift. ECEF-frame ($\boldsymbol{\omega}_{eLL}^{LL}$).

$$\mathbf{a}_{frame} = [\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} + \boldsymbol{\omega}_{eLL}^{LL}] \times \mathbf{v}_e^{LL} \quad (1.11)$$

Denne regneoperation er mulig, da Jordens rotation ift. inertial-frame summeret med rotationen af n-frame ift. Jorden giver rotationen af n-frame ift. inertial-frame:

$$\boldsymbol{\omega}_{iLL} = \boldsymbol{\omega}_{ie} + \boldsymbol{\omega}_{eLL} \quad (1.12)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{eLL}^L = \left[\frac{v_E}{R_0 + h}, \frac{-v_N}{R_0 + h}, \frac{-v_N \tan \varphi}{R_0 + h} \right]^T$$

Rotationen af LL-frame ift. ECEF-frame udtrykt i LL-frame

R_0	Jordens radius (6378137 m)
h	Højden over ellipsoiden (sættes til 40 m)
φ	Bredde (57°)
v_E, v_N	Hastigheden

[Titterton, 1997, s. 35-39]

Af definitionen af LL-frame fremgår det at LL-frame under navigation med INS'et er fikseret ift. Jorden. Derfor er $\boldsymbol{\omega}_{eLL}^L$ nul og \mathbf{a}_{frame} findes som:

$$\mathbf{a}_{frame} = \boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} \times \mathbf{v}_e^{LL} \quad (1.13)$$

Dette svarer til udtrykket for $\mathbf{a}_{Coriolis}$, hvorfor effekten af \mathbf{a}_{frame} svarer til effekten af $\mathbf{a}_{Coriolis}$, se figur C-4. Angående spørgsmålet om hvorvidt der skal kompenseres for \mathbf{a}_{frame} , gør derfor de samme forhold sig gældende som for $\mathbf{a}_{Coriolis}$. \mathbf{a}_{frame} og $\mathbf{a}_{Coriolis}$ virker ganske vist samme vej, men selv den samlede effekt er mindre end accelerometrenes opløsning.

Indflydelse af Jordens rotation på gyroerne

Jorden roterer om sin egen akse med en vinkelhastighed på ca. 15 °/time. Placeres IMU'ens z-akse parallelt med Jordens omdrejningsakse, vil Jordens rotation kun blive registreret på z-gyroen. Ved en observationstid på f.eks. 1 min vil rotationen omkring gyroens z-akse da være 0.25°:

$$1/60 \text{ time} \cdot 15 \text{ °/time} = 0.25^\circ$$

Da IMU'ens z-akse normalt vil stå omtrent lodret og INS'et skal benyttes omkring 57. breddegrad vil den største effekt af Jordens rotation normalt vise sig på IMU'ens z-akse. Effekten er efter 1 min. givet ved:

$$0.25^\circ \cdot \cos(90^\circ - 57^\circ) = 0.21^\circ$$

Imidlertid udgør Jordens rotation (0.004 °/sek.) kun en 1/6 af opløsningen på gyroerne (< 0.025°/sek.). Derfor forventes det heller ikke at denne effekt har betydning ved brug af IMU'en.

Indflydelse på gyroerne fra at Jorden er rund

Når IMU'en har bevæget sig en given strækning over den krumme jordoverflade, vil dette resultere i, at IMU'en har registreret en ændring i pitch uanset om orienteringen af IMU'en i forhold til vandret er ændret.

Ved at sætte Jordens omkreds til 40 000 km fås et groft skøn over størrelsen af effekten, over en strækning på 1 km.

$$1 \text{ km} \cdot (360^\circ/40000 \text{ km}) = 0.009^\circ$$

Effekten er så lille ift. gyroernes opløsning og ift. de tilfældige fejl, at den ikke spiller nogen rolle. Spredningen på en vinkelbestemmelse vil efter 1 min. være vokset til ca. $0,29^\circ$, jf. specifikationerne for gyroernes random walk.

Afrunding

Ud fra ovenstående gennemgang af de ydre forhold, er det blevet klarlagt i hvilket omfang disse forhold spiller ind på bestemmelsen af en position/orientering.

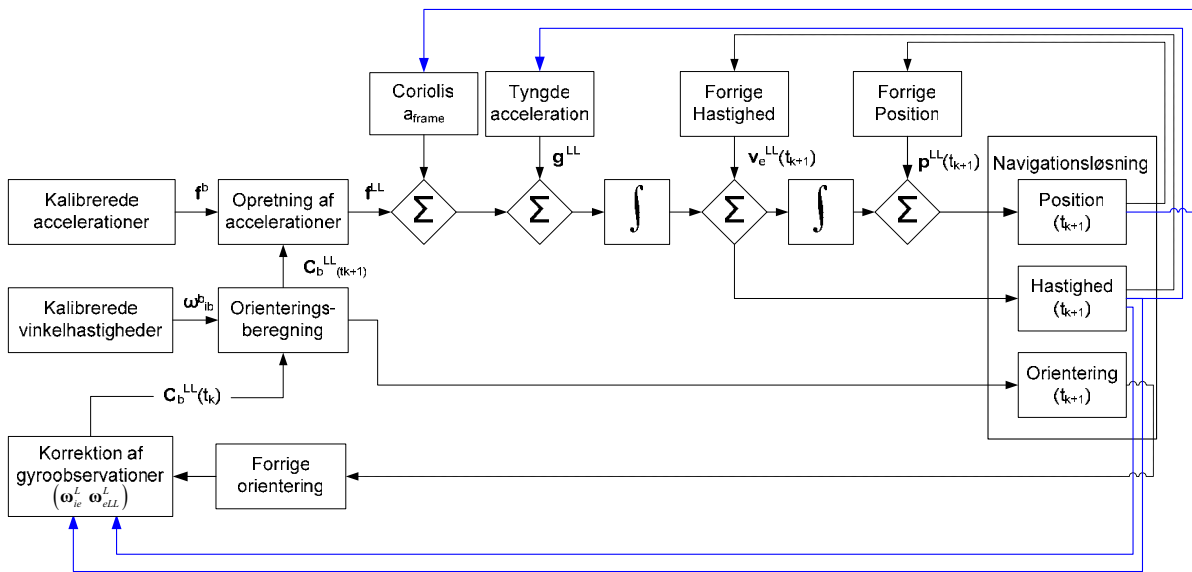
Sammenholdt med IMU400CC-100's specifikationer udgør coriolisaccelerationen under halvdelen af accelerometrenes opløsning, det samme gør sig gældende for effekten af at LL-frame roterer ift. inertial-frame som også udgør under halvdelen af accelerometrenes opløsning. Jordens rotation udgør $1/6$ af gyroernes opløsning, mens Jordens form har en indflydelse på gyroerne svarende til ca. 0.009° over en strækning på 1 km, hvilket svare til $1/30$ af de tilfældige fejl. Jordens varierende tyngdeacceleration har en betydning, for bestemmelsen af position, hvis der navigeres over større strækninger.

Denne sammenligning mellem de ydreforhold og specifikationerne for IMU400CC-100, tyder på at de ydre forhold ikke har nogen afgørende indflydelse på den aktuelle IMU når denne benyttes i et INS. Benyttes andre IMU'er der imod med mere følsomme inertialesensore, bliver det også tilsvarende vigtigere at korrigere IMU'ens observationerne for disse ydre forhold.

C.2.2 Navigationsligning for udvidet IN-algoritme

I de efterfølgende afsnit vil korrektionerne for de ydre forhold fra ovenstående afsnit, blive integreret i en udvidet IN-algoritme. Grundprincippet er det samme som for den simple IN-algoritme, hvor de målte accelerationer roteres fra body-frame og over LL-frame. Forskellen mellem de to IN-algoritmer består i at inden accelerationerne og vinkelhastighederne integreres i den udvidet IN-algoritme korrigeres disse for de ydre forhold.

Nedenstående figur viser strukturen i den udvidede IN-algoritme. Forskellen fra den simple IN-algoritme ligger i at den beregnede hastighed og position indgår i korrektionsberegningen af de ydre forhold til den efterfølgende epoke.



Figur C-5: Blokdiagram for udvidede IN-algoritme

Figur C-5 beskriver den udvidede IN-algoritme. Denne er implementeret i MatLab-funktionen *udvidede_in_algoritme.m* (Bilag 1).

Inputtet til funktionen består af 3 matricer:

- IMU_korr; Indeholder kalibrerede IMU data [xacc yacc zacc roll pitch yaw tid] opgivet i [m/s²] [°/sek.] [tt:mm:ss:ss]
- IMU_LL; Indeholder IMU'ens orientering i forhold til LL-frame [roll pitch yaw] opgivet i [rad]
- GPS; Indeholder start position til INS'et i bredde, længde og ellipsoidehøjde. [φ λ H] opgivet i [decimalgrader] [m]

Ud fra disse input fås en løbende 3D position i bredde, længde og højde samt hastighed og orientering.

I det efterfølgende gennemgås matematikken i den udvidede IN-algoritme, som den er implementeret i MatLab-funktionen *udvidede_in_algoritme.m*.

Korrektion af accelerationerne

Udgangspunktet for den udvidede IN-algoritme, er ligning (1.4) for den simple IN-algoritme.

$$\dot{\mathbf{v}}_e^{LL} = \mathbf{f}^{LL} - [2\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} + \boldsymbol{\omega}_{eLL}^L] \times \mathbf{v}_e^L + \mathbf{g}_l^{LL} \quad (1.14)$$

[Titterton, 1997, s.35]

Ledet, $[2\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} + \boldsymbol{\omega}_{eLL}^L] \times \mathbf{v}_e^L$, i formel (1.14) er en sammenskrivning af korrektionerne for coriolis-acceleration og indflydelsen af at LL-frame roterer ift. inertial-frame. Elementerne i hastighedsvektoren \mathbf{v}_e^L er af hastigheder bestemt til forrige epoke.

Korrektion af vinkelhastighederne

Vinkelhastighederne korrigeres for Jordens form samt Jordens rotation om egen akse. Korrektionen af gyroernes observationer ($\boldsymbol{\omega}_{bi}^b$) sker inden disse benyttes til at opdaterer rotationsmatricen. Det betyder at det er de korrigerede observationer ($\boldsymbol{\omega}_{nb}^b$) som nu bliver input i den skævsymmetriske matrice,

$\boldsymbol{\Omega}_{nb}^b$:

$$\boldsymbol{\omega}_{LLb}^b = \boldsymbol{\omega}_{ib}^b - \mathbf{C}_{LL}^b(t_k) \cdot (\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL} + \boldsymbol{\omega}_{eLL}^{LL})$$

[Titteton, 1997, s.36]

Princippet for korrektionen af gyroernes observationer ($\boldsymbol{\omega}_{bi}^b$) er at vha. den transponerede rotationsmatrice $\mathbf{C}_{LL}^b(t_k)$, roteres $\boldsymbol{\omega}_{ie}^{LL}$ og $\boldsymbol{\omega}_{eLL}^{LL}$ over i body-frame og trækkes fra de observerede vinkelhastigheder. Derefter opstilles elementerne i den skævsymmetriske matrice $\boldsymbol{\Omega}_{LLb}^b$ med elementerne fra vektoren $\boldsymbol{\omega}_{LLb}^b$.

Navigationssløsning

Sidste led i opstillingen af den udvidede IN-algoritme består i beregningen af selve navigationssløsningen. Outputtet fra algoritmen skal være i længde, brede og ellipsoidehøjde jf. *afsnit C.1.4*. Outputtet beregnes ift. referenceellipsoide, som oftest WGS 84.

$$\dot{\varphi} = \frac{v_N^{LL}}{(R_N + h)} \quad (1.15)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v_E^{LL} \cdot \sec(\varphi)}{(R_E + h)} \quad (1.16)$$

$$\dot{h} = -v_D^{LL} \quad (1.17)$$

R_N og R_E er referenceellipsoidens radius i nord-syd retning og øst-vest retning i forhold til en given bredde.

$$R_N = \frac{R \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi))^{3/2}} \quad (1.18)$$

$$R_E = \frac{R}{(1 - e^2 \cdot \sin^2(\varphi))^{1/2}} \quad (1.19)$$

e Eksentricitet
 R Halve storeakse

C.3 Afrunding

Der er nu gennemgået to varianter af en IN-algoritme, en simpel og en udvidet. Den simple IN-algoritme er baseret på at IMU'ens observationer kun bliver korrigeres for den lokale tyngdeaccelera-

tion, mens den udvidede IN-algoritme korrigerer for alle de ydre forhold og der ved opnår en mere nøjagtig positionsbestemmelse.

Gennem udarbejdelsen af den udvidede IN-algoritme gennemgås størrelserne af de ydre forhold som IN-algoritmen skal korrigerer IMU'ens observationer for. Sammenholdt med IMU'ens specifikationer viser de ydreforhold sig at være af en størrelse, som gør at de med meget stor sandsynlighed ikke har nogen reel indflydelse på navigationsløsningen.

Denne betragtning betyder, at i stedet for at benytte en udvidet IN-algoritme, er det muligt at benytte den simple IN-algoritme og så implementere ligningerne (1.15) (1.16) i algoritmen så forvanskningen forsvinder.

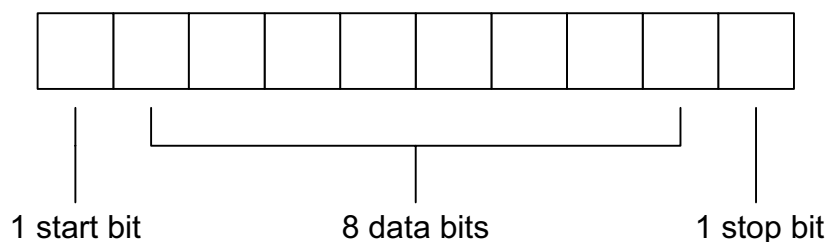
APPENDIKS **D**

DATALOGGING I MATLAB FRA IMU400CC-100

Dette appendiks forklarer kommunikation med IMU'en i MatLab ved at gennemgå IMU'ens interface og datapakkeformat, samt en kort forklaring til de parametre og udtryk som er indeholdt ved en seriel kommunikation og til sidst gennemgås MatLab scriptet. For at kunne læse data fra IMU'en søges oplysninger omkring dens outputformat i manualen. Da projektgruppen ikke havde større kendskab til seriel kommunikation, er der hentet hjælp hos M.Sc. og Ph.D. studerende Morten Holm Larsen fra Center for Personkommunikation (CPK) på AAU.

D.1 Interface

Interfacet til IMU'en er angivet som en standard RS-232, 38400 baud, 8 data bits, 1 start bit, 1 stop bit, none paritet og none flow kontrol.



Figur D-1: Principskitse for indholdet i datatransmission. [Mathworks, 2002, s. (5-9)]

RS232: En kommunikationsstandard defineret tilbage i 1960'erne.

Baud: Baud refererer til modulationshastighed eller sagt på en anden måde antallet af gange pr. sekund (BPS – Bits Per Second) en line skifter tilstand. Ved seriel kommunikation er baud og BPS som regel det samme, mens det ved modemkommunikation ikke er tilfældet.

8 Data bits: Ved otte data bits forstås at aflæsningerne fra imu'ens sensorer er indeholdt i 8 bit.

Start og Stop bit: Start og stop bit fortæller, hvornår de otte data bits starter og slutter.

Paritet: Ved paritet er der en række mulige indstillinger; even, odd, mark, space og endelig none som IMU'en anvender. Ved paritet forstås en lille mængde data som sendes sideløbende med en datapakke. Uden at komme nærmere ind på de forskellige typer af paritet, kan det kort siges, at en paritets bit indeholder mulighed for at tjekke om der går noget galt med datapakken under transmissionen.

Flow kontrol: Flow kontrol betyder, at det er muligt at nedsætte flowet i et kabel. For serielle porte betyder det, at der er mulighed for at starte og stoppe flowet uden tab af data. At der her så er angivet, at der ingen flow kontrol er, betyder således der ikke er mulighed for ovenstående.[Axelson, 2000]

D.2 Datapakkeformat

Det er angivet, at IMU'en sender datapakker i 16 bits signed integer 2's complement, samt at Most Significant Bits (MSB) sendes først og derefter Least Significant Bit (LSB), hvilket der kommer nærmere ind på senere.

IMU'en kan sende forskellige datapakkeformater alt efter hvilke mode der er valgt. I nedenstående skema ses 3 forskellige modes og deres datapakkeindhold, IMU400-CC kan kun sættes til Scaled Sensor Mode samt Voltage Mode. Dette appendiks tager udgangspunkt i Scaled Sensor Mode, da dette anvendes i projektet.

Datapakkerne kan udlæses enten kontinuerligt (Continuous mode) eller man kan bede om en datapakke, når man ønsker det, som hedder polled mode. For at få de 134 Hz, som er IMU'ens maksimale output, så skal der arbejdes kontinuerligt og kommandoen 'C' skal skrives til IMU'en inden der læses datapakker. Endvidere, som anført i script xbowC.m, læses alle data til bufferen inden de kan omsættes eller skrives til en fil. Ved polled mode som beskrevet i script xbowP.m, skrives kommandoen P til IMU'en hver gang en datapakke ønskes, ved dette kan udlæses med omkring 5 Hz.

Det ses fra Figur D.2 i kolonnen Scaled Sensor Mode, at datapakken fra dette mode indeholder 18 byte (0-17). Den første byte er en header, som indikerer, at der nu starter en ny datapakke, efter headeren kommer 16 byte bestående af aflæsningerne fra imu'en. Og til sidst en byte med en checkssum, der gerne skulle være lig med de sidste 16 bytes sum divideret med 256, således sikres at datapakken er fuldstændig. Det ses af figuren, at aflæsninger fra imu'en for en sensor er indeholdt i 2 forskellige byte med MSB først og LSB sidst. Dette betyder at ved læsningen af en datapakke, skal hver af disse bytes læses separat og derefter udføres en samlet beregning på MSB og LSB for at få en værdi for f.eks. roll fra IMU'en.

Det er først angivet, at datapakkerne har formatet 16 bits signed integer 2's complement, hvilket så alligevel ikke gælder alle byte i Scaled Sensor Mode, da temperaturen og tidsstemplingen er sendt som unsigned integer, altså byte 13-16 på Figur D.2. Netop forskellen på signed og unsigned integer er særdeles væsentlig at tage højde for, da signed integer kan være både negative og positive heltal, mens unsigned integer kun er positive heltal¹. Endvidere skal data heller ikke læses som 16 bit, men derimod kun som 8 bit. Dette er logisk i forhold til det foregående afsnit omkring interfacet, som angiver 8 data bits og ligeledes i forhold til Figur D.2, hvor MSB og LSB er angivet til 1 byte/8 bit. Derudover er det

¹ En 8 bit signed værdi er mellem -128 og 127 og en unsigned 8 bit værdi er mellem 0-255

kun MSB for byte 1-12, der skal læses som signed integer, mens den anden halvdel LSB læses om unsigned integer. Og endelig skal byte 13-16 læses som unsigned integer som tidligere forklaret. Så selv om manualen angiver datapakke formatet til 16 bits signed integer 2's complement, er der flere parametre, som der skal tages højde for.

Omkring angivelse af at MSB kommer før LSB, har det betydning for opsætningen i MatLab, da der eksisterer en parameter der enten kan være "big indian" eller "little indian", hvilket indikerer hvilket maskinformat der anvendes. Ved "små indianere" læses MSB først og LSB først ved "store indianere". Det er således MSB, der angiver om MSB+LSB er et negativt tal, da MSB i den første byte indeholder enten 0 for positiv eller 1 for negativ.

Byte	VG Mode	Scaled Sensor Mode	Voltage Mode
0	Header (255)	Header (255)	Header (255)
1	Roll Angle (MSB)	Roll Rate (MSB)	Gyro Voltage X (MSB)
2	Roll Angle (LSB)	Roll Rate (LSB)	Gyro Voltage X (LSB)
3	Pitch Angle (MSB)	Pitch Rate (MSB)	Gyro Voltage Y (MSB)
4	Pitch Angle (LSB)	Pitch Rate (LSB)	Gyro Voltage Y (LSB)
5	Roll Rate (MSB)	Yaw Rate (MSB)	Gyro Voltage Z (MSB)
6	Roll Rate (LSB)	Yaw Rate (LSB)	Gyro Voltage Z (LSB)
7	Pitch Rate (MSB)	Acceleration X (MSB)	Accel Voltage X (MSB)
8	Pitch Rate (LSB)	Acceleration X (LSB)	Accel Voltage X (LSB)
9	Yaw Rate (MSB)	Acceleration Y (MSB)	Accel Voltage Y (MSB)
10	Yaw Rate (LSB)	Acceleration Y (LSB)	Accel Voltage Y (LSB)
11	Acceleration X (MSB)	Acceleration Z (MSB)	Accel Voltage Z (MSB)
12	Acceleration X (LSB)	Acceleration Z (LSB)	Accel Voltage Z (LSB)
13	Acceleration Y (MSB)	Temp Voltage (MSB)	Temp Voltage (MSB)
14	Acceleration Y (LSB)	Temp Voltage (LSB)	Temp Voltage (LSB)
15	Acceleration Z (MSB)	Time (MSB)	Time (MSB)
16	Acceleration Z (LSB)	Time (LSB)	Time (LSB)
17	Temp Voltage (MSB)	Checksum	Checksum
18	Temp Voltage (LSB)		
19	Time (MSB)		
20	Time (LSB)		
21	Checksum		

Figur D.2: Oversigt datapakkeformater [Crossbow2002, s. 16]

D.3 Beregninger på datapakken

For at få de endelige værdier fra en datapakke, skal MSB og LSB gennemgå en simpel beregningsproces. I beregningen indgår værdien 2^8 , hvilket skyldes, at det er 8 bit vi arbejder med.

$$data = MSB \cdot 2^8 + LSB \quad (D-1)$$

Når data er i det ønskede format skal de igennem endnu en beregningsproces inden de kommer ud i SI-enheder, hvilket er muligt i Scaled Sensor Mode. Til beregning af de endelige værdier skal data fra gyroerne, accelerometrene og temperatur igennem hver deres formel, som vist i formel A-2 til A-4 fra [Crossbow2002, s. 33].

Acceleration:

$$Acc(g) = data \cdot GR \cdot \frac{1.5}{2^{15}} \quad (D-2),$$

hvor $GR = 2$.

GR står for g-range for accelerometrene, hvilket betyder, at 2 g er det maksimale input.

Vinkelhastighed:

$$vinkelhastighed(^{\circ}/s) = data \cdot RR \cdot \frac{1.5}{2^{15}} \quad (D-3),$$

hvor $RR = 100$.

RR står for rate-range, hvilket betyder, at 100 $^{\circ}/s$ er det maksimale input.

Temperatur:

$$temp(^{\circ}C) = \left(\left(data \cdot \frac{5}{4096} \right) - 1.375 \right) \cdot 44.44 \quad (D-4)$$

Tidsstemplingen gennemgår ingen yderligere beregning.

Vedrørende checksummen er det summen af de rå data, som denne skal sammenlignes med, så denne gennemgår overhovedet ingen form for beregning.

D.4 Scripts i MatLab

Der er som nævnt to måder at læse data fra IMU'en. Continuous mode der angivet i scriptet xbowC.m og er den anvendte i projektet og også den mest anvendelige. Scriptet xbowP.m viser, hvordan der læses data i polled mode og der laves beregninger på hver enkelt datapakke lige efter den er læst. Scripts er skrevet i MatLab R13 til Windows.

Til begge xbow-script hører en imu.m fil, som sørger for forbindelsen til IMU'en. Der er følgende parametre i denne fil som skal ændres alt efter om der bruges polles eller continuous mode.

Polled

```
InputBufferSize = 18  
OutputBufferSize = 18  
Timeout = 10
```

BytesAvailableFcnCount definerer sammen med OutputBufferSize, hvor mange bytes det er muligt at læse. Da hver datapakke er på 18 er den i polled mode sat til 18. InputBufferSize er ikke så vigtig, da denne kun skal kunne indeholde en eller to bytes.

TimeOut sættes bare til 10 sek som default. TimeOut angiver den tid som forbindelsen holdes åben.

Continuous

```
InputBufferSize = bytes  
TimeOut = bytes+lidt mere
```

Under continuous mode sættes InputBufferSize alt efter hvor lang tid, der skal læses data. Da værdien til disse indsættes i byte, skal den tid, som man ønsker at læse data i omsættes til byte via.

$$bytes = tid \cdot 134Hz \cdot 18byte$$

Timeout sættes til en smule mere end den *tid* som indgår i ovenstående formel.

xbowP.m

```
function b = xbowP(num)

% © Gruppe L9-1 Landinspektørstudiet 2004

s = imu; %Kalder imu.m som indeholder opsætningen af den serielle port
fopen(s); % Åbner forbindelsen til IMU*en

for L=1:num,

    fwrite(s,'G') %Der bedes om en datapakke

    % Læser skiftevis signed(int8) og unsigned(uint8) data

    %Header
    b(L,1) = fread(s,1,'int8');    %Header læses

    %Roll
    msb1 = fread(s,1,'int8');    %Roll msb som signed
    lsb1 = fread(s,1,'uint8');    %Roll lsb som unsigned

    b(L,2) = (msb1*256+lsb1)*(100*1.5/2^15); %Roll beregnes

    %Pitch
    msb2 = fread(s,1,'int8');    %pitch msb som signed
    lsb2 = fread(s,1,'uint8');    %pitch lsb som unsigned

    b(L,3) = (msb2*256+lsb2)*(100*1.5/2^15);    %pitch beregnes

    %Yaw
    msb3 = fread(s,1,'int8');    %yaw msb som signed
    lsb3 = fread(s,1,'uint8');    %yaw lsb som unsigned

    b(L,4) = (msb3*256+lsb3)*(100*1.5/2^15); %yaw beregnes

    %Accelration i x
    msb4 = fread(s,1,'int8');    %acc i x msb som signed
    lsb4 = fread(s,1,'uint8');    %acc i x lsb som unsigned

    b(L,5) = (msb4*256+lsb4)*2*(1.5/2^15);    %acc x beregnes

    %Accelration i y
    msb5 = fread(s,1,'int8');    %acc i y msb som signed
    lsb5 = fread(s,1,'uint8');    %acc i y lsb som unsigned

    b(L,6) = (msb5*256+lsb5)*2*(1.5/2^15); %acc y beregnes

    %Accelration i z
    msb6 = fread(s,1,'int8');    %acc i z msb som signed
    lsb6 = fread(s,1,'uint8');    %acc i z lsb som unsigned

    b(L,7) = (msb6*256+lsb6)*2*(1.5/2^15);

    %Læser nu både msb og lsb som uint8

    %Temp
    msb7 = fread(s,1,'uint8');    % temperatur msb som unsigned
    lsb7 = fread(s,1,'uint8');    % temperatur lsb som unsigned
```

```
b(L,8) = (((msb7*256+lsb7)*(5/4096))-1.375)*44.44; % temperatur be-
regens

%Tidsstempling
msb8 = fread(s,1,'uint8'); % tidsstempling msb som unsigned
lsb8 = fread(s,1,'uint8'); % tidsstempling lsb som unsigned

b(L,9) = (msb8*256+lsb8); % tidsstempling beregnes

%Checksum
msb9 = fread(s,1,'uint8'); % Checksum læses som unsigned

b(L,10) = (msb9); %Checksum

end

fclose(s) %Lukker forbindelsen til IMU'en
delete(s) %Sletter forbindelsen til IMU'en
clear s %Clear variabelen s
```

XbowC.m

```
function data = xbowC(num);

clc

% Henter udelukkende data fra IMU til fil, data'ene beregnes med dataconv.m
% num er antal sekunder man ønsker at indsamle data

% Omsætter num til antal bytes som skal læses
num = 5*134*18;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%IMU%ÅBNES%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

s = imu(num) %Initaliserer forbindelse til IMU og sætter bufferen til num

fwrite(s,'C');          %Beder om continuous data

red_fil=fopen('imu.log','w');  %Åbner fil der skal skrives til

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%START%IMU%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

fopen(s)          %Åbner forbindelsen til imu

flush(s)          % Reseter forbindelsen så der ikke ligge gamle data.

t = fread(s,num,'char'); % Læserbufferen med num byte

fprintf(red_fil,'%c', t,'\n'); %Skriver data til fil

fclose(red_fil); %Lukker forbindelsen til fil
fclose(s) %Lukker forbindelsen til IMU'en
delete(s) %Sletter forbindelsen til IMU'en
clear s      %Clear variabelen s

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

Og scriptet der sørger for den serielle kommunikation imu.m

imu.m

```
function out = imu
%IMU M-Code for creating an instrument object.
%
%   © Gruppe L9-1 Landinspektørstudiet 2004
%
%   This is the machine generated representation of an instrument
%   object.
%   Creation time: 18-Oct-2004 08:55:41
% Create the instrument object.
obj1 = visa('NI', 'ASRL2::INSTR'); %ASRL2 angiver hvilken seriellport IMU
%sidder på

% Set the property values.
set(obj1, 'BaudRate', 38400);
set(obj1, 'ByteOrder', 'littleEndian');
set(obj1, 'DataBits', 8);
set(obj1, 'DataTerminalReady', 'on');
set(obj1, 'ErrorFcn', '');
set(obj1, 'FlowControl', 'none');
set(obj1, 'InputBufferSize', 18);
set(obj1, 'Name', 'VISA-Serial-ASRL2'); %Husk at rette portnr
set(obj1, 'OutputBufferSize', 18);
set(obj1, 'OutputEmptyFcn', '');
set(obj1, 'Parity', 'none');
set(obj1, 'Port', 'ASRL2'); %Husk at rette portnr
set(obj1, 'ReadAsyncMode', 'continuous');
set(obj1, 'RecordDetail', 'compact');
set(obj1, 'RecordMode', 'overwrite');
set(obj1, 'RequestToSend', 'on');
set(obj1, 'StopBits', 1);
set(obj1, 'Tag', '');
set(obj1, 'Terminator', 'LF');
set(obj1, 'Timeout', 10);
set(obj1, 'TimerFcn', '');
set(obj1, 'TimerPeriod', 1);
set(obj1, 'UserData', []);

if nargin > 0
    out = [obj1];
end
```

D.5 Eksempel på data fil fra IMU

Header	$\omega_x/^\circ\text{sek}$	$\omega_y/^\circ\text{sek}$	$\omega_z/^\circ\text{sek}$	a_x/g	a_y/g	a_z/g	Temp/ $^\circ\text{C}$	Tid	Check
255	0.082397461	0.054931641	-0.183105469	-0.000457764	0.016662598	1.028411865	21.027	41606	200
255	0.022888184	-0.096130371	0.210571289	0.004852295	0.009979248	1.009918213	21.027	32198	51
255	-0.668334961	-0.228881836	0.146484375	0.008697510	-0.015197754	0.998199463	20.972	22778	19
255	0.389099121	0.192260742	0.471496582	-0.010894775	-0.010803223	0.993621826	21.081	13375	233
255	0.022888184	0.283456653	-0.137329102	-0.000091553	-0.004760742	1.007995605	21.027	3959	81

APPENDIKS **E**

DISKRET KALMANFILTREERING

Det diskrete kalman-filter er en algoritme, der ud fra observationer til diskrete tidspunkter estimerer udvalgte tilstande (egenskaber) for et dynamisk system. Ved et dynamisk system forstås at systemets tilstande varierer over tid. Det dynamiske system kan f.eks. være et INS og de tilstande, der estimeres, være fejlene i den position, hastighed og orientering, der bestemmes af INS'et. I det følgende gives en fremstilling af det diskrete, lineære kalman-filter, byggende på [Bishop m.fl., 2001, s. 20-24].

Det diskrete, lineære kalman-filter bygger på, at der kan opstilles en lineær sammenhæng mellem tilstandene i et dynamisk system til to forskellige tidspunkter, og at der til diskrete tidspunkter er observationer tilgængelige, hvis relation til tilstandene i systemet ligeledes kan beskrives lineært.

Matematisk kan dette udtrykkes som:

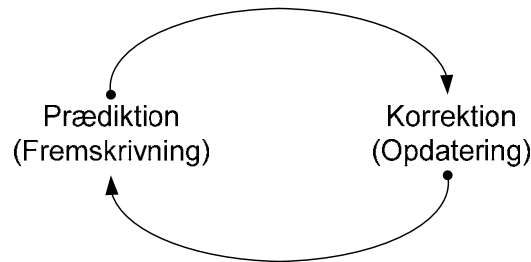
$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (1.1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (1.2)$$

I ovenstående ligninger er \mathbf{x}_k og \mathbf{x}_{k-1} tilstandsvektorer, der beskriver de ønskede tilstande til epoken (tiden) k og $k-1$ henholdsvis, og $\mathbf{\Phi}_{k-1}$ er en såkaldt 'Transition matrix', der beskriver tilstandsvektorens diskrete ændring fra epoke $k-1$ til epoke k . Denne 'Transition matrix' er reelt en model for, hvordan tilstandene i systemet vil udvikle sig i fremtiden. Endvidere er \mathbf{z}_k en observationsvektor indeholdende observationer til kalmanfiltret, og \mathbf{H} er en designmatrice, der angiver sammenhæng mellem tilstandsvektor og observationsvektor. Endelig er \mathbf{w}_{k-1} den tilfældige fejl på beskrivelsen af tilstandsvektorens ændring fra epoke $k-1$ til k (processtøjen), og \mathbf{v}_k er den tilfældige fejl på observationsvektoren (målestøjen). Begge typer af fejl forudsættes at være normalfordelte med middelværdi nul. Endvidere forudsættes de to typer af fejl at være indbyrdes ukorrelerede og at være ukorrelerede med sig selv over tid. Kovariansmatricen for \mathbf{w}_{k-1} benævnes \mathbf{Q} , og kovariansmatricen for \mathbf{v}_k benævnes \mathbf{R} .

Selve kalman-filter algoritmen forløber i to trin; et prædiktionstrin og et korrektionstrin. I prædiktionstrinet fremskrives det bedst mulige estimat for den aktuelle tilstand af systemet (dvs. den aktuelle tilstandsvektor) vha. ligning (1.1) til næste epoke, hvorved en prædiktion af den fremtidige tilstand af systemet haves. Endvidere bestemmes en kovariansmatrice for den prædikterede tilstand af

systemet. Det efterfølgende korrektionstrin forløber, når der er et nyt sæt af observationer (dvs. en ny observationsvektor) tilgængelig. I korrektionstrinnet korrigeres den prædikterede værdi for systemets tilstande vha. det nye sæt af observationer, og en en kovariansmatrice for den korrigerede tilstand af systemet bestemmes. Så længe nye observationer tilføres kalman-filtret, vil dette skiftevis gennemløbe prædiktionsstrinnet og korrektionstrinnet. Hver gang der kommer et nyt sæt af observationer, vil systemets tilstandsvektor først blive korrigeret og derefter fremskrevet til tiden for næste sæt af observationer. Denne overordnede beregningsgang i kalmanfiltret er illustreret i Figur E-1 nedenfor.



Figur E-1 Den overordnede beregningsgang i et kalman-filter.

Prædiktionsligninger

Ligning (1.3) og (1.4) udgør de ligninger, der anvendes under prædiktionsstrinnet. Ligning (1.3), der prædikterer den fremtidige tilstandsvektor, svarer til ligning (1.1). Ligning (1.4) bestemmer kovariansmatricen for den prædikterede tilstandsvektor til epoke k . \mathbf{P}_{k-1} er kovariansmatricen for den korrigerede tilstandsvektor til epoke $k-1$, og \mathbf{P}_k^- er kovariansmatricen for den prædikterede tilstandsvektor til epoke k . \mathbf{Q}_{k-1} er, som nævnt, en kovariansmatrice, der beskriver den tilfældige fejl i fremskrivningen af tilstandsvektoren til epoke k . Ligning (1.4) fremkommer ved at anvende den generelle fejlforsplantningslov på ligning (1.3) og at addere processtøjen.

$$\mathbf{x}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} \quad (1.3)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (1.4)$$

Korrektionsligninger

Ligning (1.5), (1.6) og (1.7) udgør de ligninger, der anvendes under korrektionstrinnet. Vha. ligning (1.5) beregnes den såkaldte kalman gain matrice, \mathbf{K}_k , til epoke k . \mathbf{R}_k i ligning (1.5) er, som nævnt, en kovariansmatrice for observationerne til kalman filtret. I ligning (1.6) beregnes den korrigerede tilstandsvektor til epoke k . I denne sammenhæng anvendes kalman gain matricen til at foretage en optimal vægtning mellem den prædikterede tilstandsvektor og observationen. Nærmere bestemt foretage en optimal vægtning mellem den prædikterede tilstandsvektor til epoke k på den ene side og forskellen mellem observationssettet til epoke k og et prædikteret "observationsæt" til epoke k , beregnet vha. designmatricen \mathbf{H}_k til epoke k , på den anden side. Sidstnævnte størrelse (dvs. $\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-$) betegnes innovationen. Ved optimal vægtning menes, at varianserne for den korrigerede tilstandsvektor til epoke k er mindst mulig. Sidste del af korrektionstrinnet er vha. ligning

(1.7) at beregne kovariansmatricen for den korrigerede tilstandsvektor til epoke k . I ligning (1.7) er \mathbf{I} en enhedsmatrice med et antal diagonalelementer svarende til antallet af elementer i tilstandsvektoren.

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (1.5)$$

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-) \quad (1.6)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (1.7)$$

Det fremgår af ovenstående, at kalman filtret er rekursivt, idet den korrigerede værdi for tilstandsvektoren findes ud fra den akuelle observation og resultaterne af det foregående prædiktionstrin. Dvs. at det ikke er nødvendigt at tilføre kalman-filtret alle de forrige observationer, hver gang et nyt estimat for tilstandsvektoren bestemmes, hvilket er en stor fordel ved implementering af filtret.

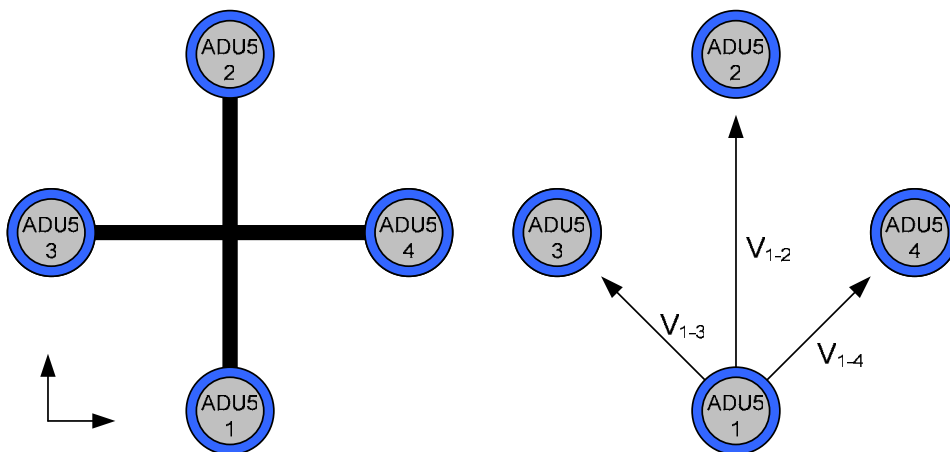
APPENDIKS **F**

ADU5, ANVENDELSE OG KALIBRERING

Appendikset har til formål at gennemgå ADU5, mhp. hvordan denne virker, hvilke nøjagtigheder der kan opnås, samt hvordan kommunikationen foregår og hvordan systemet kalibreres.

ADU5 fra Thales Navigation er et GPS-system bestående af 4 antenner og én modtager, tilsammen kan de bestemme en tredimensionel position (DGPS) og hvilke orientering antennerne har. I realtime (max. fem opdateringer per sek. eller 5 Hz) kan systemet opgive, hvordan antennerne tilsammen er orienteret i forhold til geografisk nord (retning), hvordan antennes orientering er i forhold til et tangentplan til ellipsoiden, samt hastighed.

Orienteringen bestemmes ved hjælp af differensbestemmelse af bølgerne målt mellem de 4 antenner. Af Figur F-1 ses ADU5ens udformning og hvordan antennerne internt er placeret, samt hvordan vektorerne mellem antennerne er defineret, Figur F-2 opgiver dimensionerne for antennerne, når de er placeret på de medfølgende antennestænger.



Figur F-1: De fire antenner placering, hvordan de tre vektorer defineres.

Vektor	X[m]	Y[m]	Z[m]
1-2	0,000	1,000	0,000
1-3	-0,500	-0,500	0,000
1-4	0,500	0,500	0,000

Figur F-2: Dimensionerne mellem de fire antenner.

Hvordan antennerne placeres i forhold til hinanden er meget vigtigt, da de vektorer der udspringer mellem antennerne definerer dels, hvordan ADU5'ens koordinatsystem er defineret, og hvordan ADU5'en er orienteret.

Koordinatsystemet har origo i antenne 1, ønskes der en position fra ADU5 er det også antenne 1, der giver denne. Første akse defineres af vektor v_{1-2} , som samtidig også definerer yaw i forhold til geografisk nord, mens vektoren v_{1-3} er med til at definere højrehåndssystemet. Spændet mellem vektor v_{1-3} og v_{1-2} definerer roll og pitch.

BRF-frame

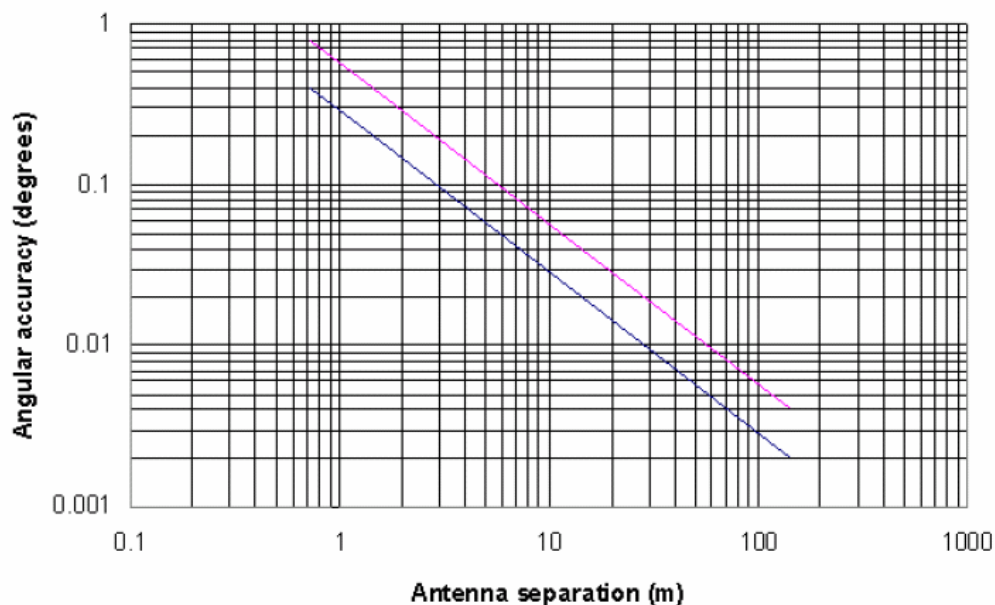
Rotationsvinklerne for ADU5 defineres som følgende κ , ε og ϕ , svarer henholdsvis til en rotation pitch om 1.-aksen, en rotation roll om 2.-aksen samt en rotation yaw om 3.-aksen. Vinklerne er udtrykt i forhold til et tangentplan til referenceellipsoiden (WGS84), som er defineret i forhold til hvor målingerne foregår. Dette tangentplan defineres også BRF (Body Reference Frame).

F.1 Nøjagtighed

Nøjagtigheden af de orienteringer ADU5 giver afhænger af to hovedfaktorer.

- Antenneseperation
- Multipath

Flere forsøgsopstillinger med antenneseperationer fra 30 cm til 144 meter, har resulteret i nedenstående Figur F-3, som viser vinkeløjagtighed som funktion af antenneseperation, blå; yaw og lyserød; pitch og roll, spredningen på vinklerne er opgivet som 1 sigma, dvs. 67 % af ens observationer overholder værdierne i figuren. Af figuren ses bl.a., at yaw er en faktor 2 bedre bestemt end pitch og roll.



Figur F-3: Vinkel nøjagtighed som funktion af antenneseperation [Thales, 2002, s. 161].

Hvad angår multipath, kan det ikke udtrykkes, vha. en graf, som for antenneseparationen. Størrelsen af multipath afhænger af omgivelserne, og da ADU5'en benyttes i et dynamisk miljø, er det svært at sætte en størrelse på effekten heraf.

F.2 Kommunikation

Afsnittet har til formål at beskrive, hvordan ADU5-systemet kommunikerer informationer til brugeren og vice versa. Hvordan ADU5-systemet kommunikerer med brugeren kan deles op i to kategorier, en visuel- og en digitalkommunikation. Hvor den digitale kommunikation er den bærende, mens den visuelle kun hjælper til at skabe et hurtigt overblik.

F.2.1 Visuel kommunikation

Den visuelle kommunikation består af dioder på selve GPS-modtageren, disse kan lyse i forskellige farver og tidsintervaller alt efter hvilken information, der skal videreformidles.



Figur F-4: Fronten af ADU5-modtageren

DGPS dioden:

- 2 farvede diode, som informerer om modtageren modtager forskellige korrektions signaler fra SBAS, beacon eller fra en anden seriel-port. Rød for type og grøn for antallet af korrektioner.

PWR/SAT dioderne:

- Der er 4 3-farvede dioder, en for hver antenne. Dioderne kommunikerer hvor langt hver af antennerne er i bestemmelsen af deres position.

[Thales, 2002, s. 8]

F.2.2 Digital kommunikation

Den digitale kommunikation med ADU5 foregår ved at give ASCII kommandoer fra en PC gennem de to COM-porte (RS232) som er på fronten af ADU5-modtageren (PORT A og B på Figur F-4).

I afsnit beskrives de generelle kommandoer, der benyttes for kommunikation med ADU5, og efterfølgende nogle af de mere specifikke kommandoer, som bliver benyttet i projektet, samt det benyttede NMEA signal (*ADU_data.m*). Alle benyttede kommandoer er også at finde i manualen til ADU5 [Thales, 2000, s. 47]

Alle kommandoer til ADU5, skal afslutte med ”CRLF”¹ eller ”Enter” afhængigt af hvilket udstyr og software der benyttes.

Kommandoerne og deres svar opdeles i følgende grupper:

Indstillings-kommando (Set)	\$PASHS
Forespørgsels-kommando (Query)	\$PASHQ
Svar (Reply)	\$PASHR

Indstillings-kommandoen er måden hvorpå brugeren arbejder og styrer ADU5’en, hver \$PASHS kommando er efter fulgt af en parameter der skal indstilles, enten i form af en værdi eller parameter der skal aktiveres (tænd/sluk).

Thales under opdeler de tre ovenstående kommandoerne i følgende kategorier:

- Modtager-kommando
- NMEA-kommando
- Rådata-kommando
- Differentiel (RTCM) kommando
- SBAS-kommando
- Beacon-kommando

I projektet benyttes der kun de to første kategorier, som også kun vil blive beskrevet her.

F.2.3 Modtager-kommandoer

Nedenfor ses de tre ”modtager-kommandoer”, som benyttes i projektet, alle er ”set-kommandoer”.

\$PASHS,RST

Kommandoen er en reset kommando, som sletter alle konfigurationsparametre til deres default værdier, undtaget antennernes interne placering og offsetvinkler.

\$PASHS,ELM,dd

Kommandoen sætter elevationsmasken til den ønskede grad over horisonten. Default værdien er sat til 10 grader. I dette projekt benyttes en elevationsmaske på 15 grader, da signalet fra satellitter under 15 grader er behæftet med store fejl og forsinkelser. De to ”dd” angiver værdien for den ønskede elevationsmaske.

\$PASHS,3DF,Vxx,Sddd.ddd,Sddd.ddd,Sddd.dd

Kommandoen definerer, hvordan 2 antenner er orienteret i forhold til hinanden. ”Vxx” definere hvilken vektor, der tale om, vektoren mellem antenne 1 og antenne 2 skrives ”V12”. ”Sddd.dd” definere værdierne for x, y, z., mens ”S” angiver om værdien er positiv eller negativ. Vektorer bestemmes ved kalibrering, som beskrives i *Afsnit F.3 Kalibrering*.

¹ CRLF er en forkortelse for carriage return (CR) og line feed (LF), som er en kommando for en linie separator, som benyttes i tekst filer, blandt andet.

\$PASHS,3DF,OFS,Sddd.dd,Sdd.dd,Sdd.dd

Kommandoen definerer de tre offsetvinkler (yaw, pitch og roll). Offsetvinklerne bestemmes ligeledes ved kalibrering. Rækkefølgen er yaw-, pitch- og roll-offsetvinkel. ”d” angiver offsetvinklen i grader og ”S” angiver om vinklen er positiv eller negativ.

F.2.4 NMEA-kommandoer

NMEA-kommandoer benyttes til at bestemme hvilke NMEA-sætninger, der skal gives som output.

\$PASHS,NME,PER,ddd

Kommandoen sætter med hvilken Hz NMEA-signalerne skal sendes til computeren. ”ddd” er perioden i sekunder. F.eks. ”ddd” sættes til 10 vil der være 10 sekunder mellem hvert signal, højeste hastighed er et signal hver 1/5 sek., hvilket benyttes i projektet.

\$PASHS,NME,PAT,x,y

Kommandoen ”tænder” for NMEA-signalet PAT: *Position and Altitude* (Position og Hældning). ”x” er porten hvortil signalet skal sendes (A eller B), ”y” bestemmer om der skal tændes eller slukkes for signalet (ON eller OFF).

Hvad signalet indeholder, kan ses at nedenstående Figur F-5.

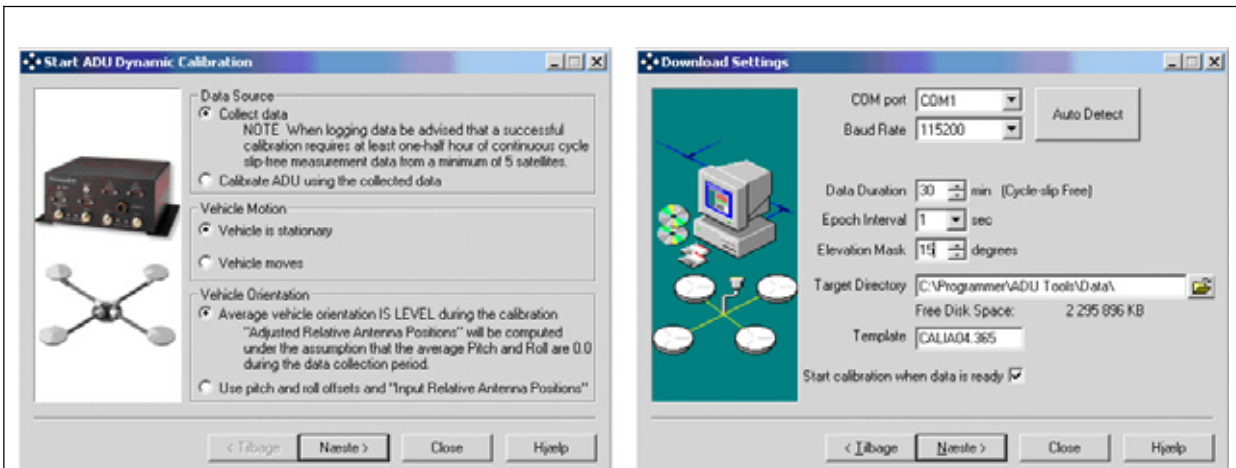
Field	Description
hhmmss.s	UTC of position (hours, minutes, seconds, tenths of second)
ddmm.mmmm	GPS latitude in degrees (d) and minutes (m): ddmm.mmmm
N	Latitude north (N) or south (S)
dddmm.mmmm	GPS longitude in degrees (d) and minutes (m) dddmm.mmmm
W	Longitude east (E) or west (W)
aaaaa.aa	Altitude in meters
bbb.bbb	Heading in degrees
eee.ee	Pitch in degrees
± fff.ff	Roll in degrees
h.hhhh	Attitude phase measurement rms error, MRMS (meters)
11	Attitude baseline length rms error, BRMS (meters)
12	Attitude reset flag (0:good attitude, 1:rough estimate or bad attitude)

Figur F-5: Strukturen for PAT NMEA-signalet [Thales, 2000, s. 98].

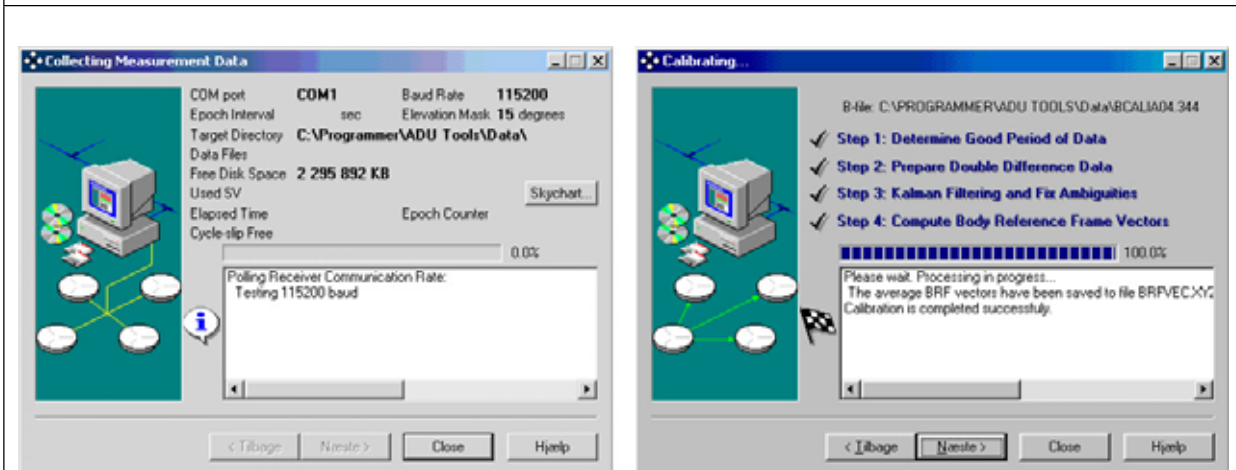
F.3 Kalibrering

Inden ADU5 benyttes fortages, der en kalibrering, denne har til formål at fastlægge, hvordan de 4 antennerne er placeret i forhold til hinanden. Kalibreringen foretages med et medfølgende stykke software fra Thales *ADU Dynamic Calibration*.

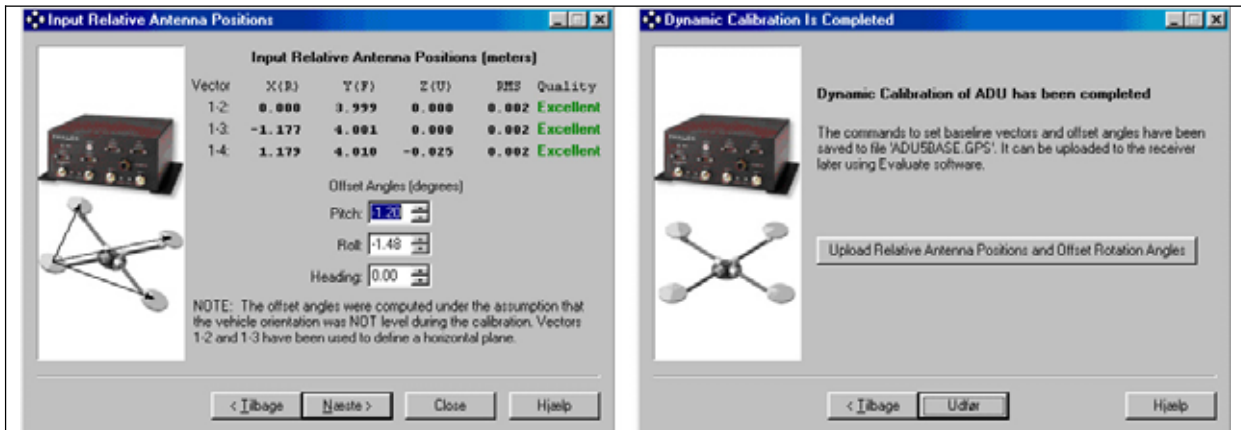
Af de nedenstående figurer kan kalibreringen følges trinvist.



Kalibreringen kan foretages på baggrund af tidligere indsamlet data, eller ved at foretage nye observationer. Der vælges at indsamle nye observationer, mens bilen holder stille, over 30 min. med en elevationsmaske på 15 grader.



Dataindsamlingen skal foregå uden cycle-slip, ellers starter kalibreringen automatisk forfra. Efter endt dataindsamling beregnes vektorerne og offsetvinklerne.



Efter beregningerne er foretaget vurderes det om de fremkommende vektorer og offsetvinkler ser fornuftige ud, og om de bestem med en tilfredsstillende præcision. På billedet til venstre er det vigtigt at lægge mærke til noten nederst i billedet, som fortæller, hvordan pitch og roll defineres.



Kalibreringen afsluttes med, at de beregnede vektorer og offsetvinkler uploades til ADU5, enten vha. det medfølgende software eller vha. de beskrevet kommandoer i ovenstående afsnit.

BILAG 1
CD-ROM

BILAG 2

MAIL KORRESPONDANCE

Svar modtaget 30. maj 2005 fra Malene Højbjerg og Kim Emil Andersen begge Department of Mathematical Sciences, AAU:

Hej Gruppe 10.5 - 10.4 havde nu været sjovere :-),

I er helt på rette spor. Fortolkningen af plottet er flg.:

Når to observationer er uafhængige, er deres indbyrdes korrelation nul - det husker I nok fra jeres ellers fremragende kursus på L4 :-). Den anden vej gælder kun, hvis data er normalfordelt, altså hvis korrelationen er nul, så er observationerne uafhængige. Dvs. for at kunne slutte, at to stokastiske variable er uafhængige ud fra en korrelation på nul, bør I altså checke normalitet inden, ved at plote et histogram over jeres data, hvis det skal være helt korrekt.

Funktionen autocorr beregner den indbyrdes korrelation mellem X_i og X_{i+n} , hvor n er et såkaldt lag, og er de værdier, der angives på x-aksen. Vi kender ikke helt præcist funktionen i Matlab, men har lige prøvet at kigge på jeres data i R (et statistik program, som vi ofte bruger). Funktionen i R ligger et bånd ind, således man kan afgøre, hvornår korrelationen er signifikant forskellig fra nul, dvs. når den ligger udenfor båndet. For jeres første kolonne ser det ud til, at korrelationen er nul fra og med lag 4, hvilket svarer til hver 5. observation (det var også det I gerne ville påvise). Ligeledes kan I gøre for de øvrige kolonner. Dog ser resultatet underligt ud for kolonne 5 og 6, hvor det ikke ser ud til at hver anden observation er uafhængig.

Held og lykke med projektet

Venlig hilsen

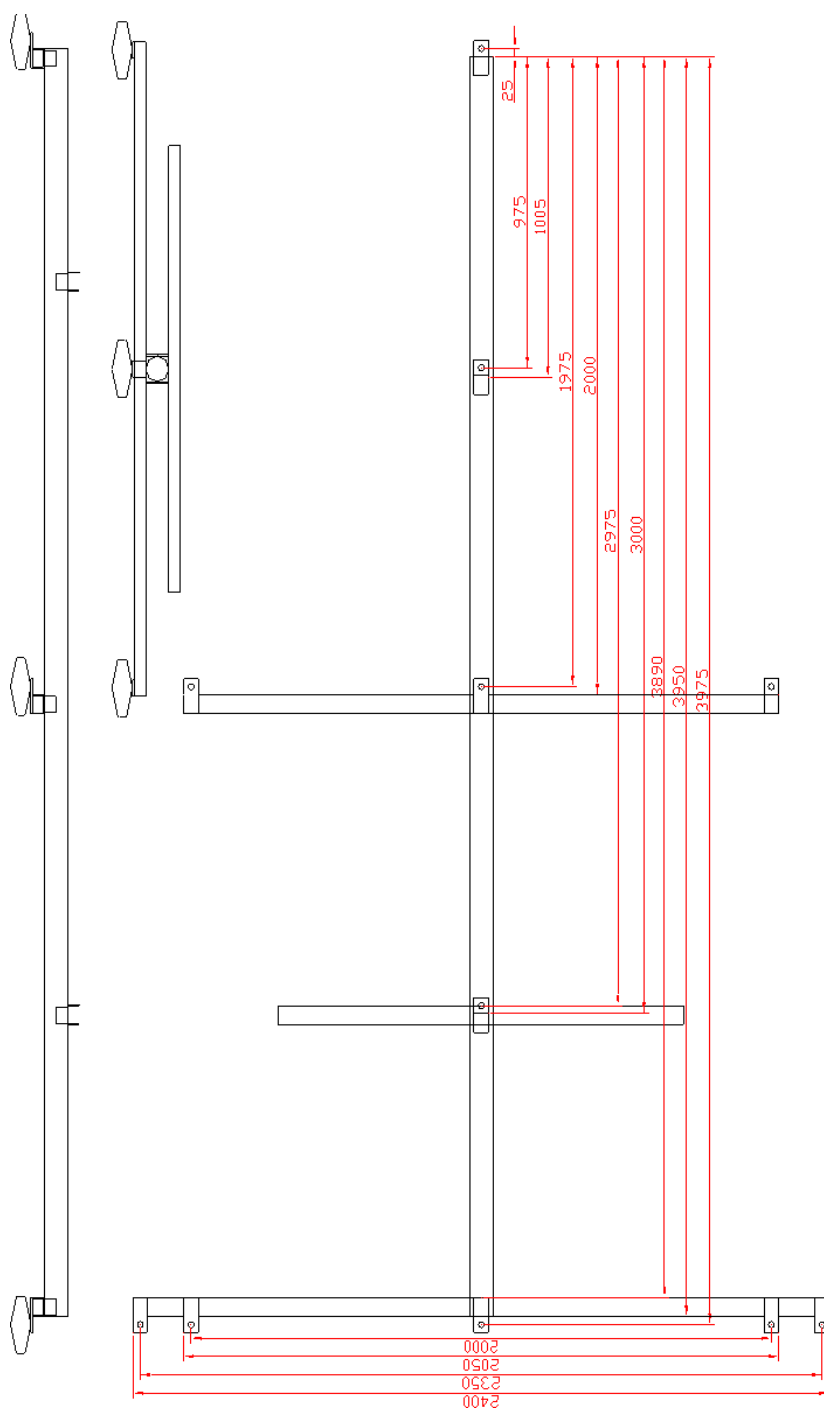
Kim (der har underholdt jer på L9) & Malene

Spørgsmål til Malene Højbjerg, sendt d. 30. maj 2005:

> Hej Malene
>
>
>
> Vi skriver afgangprojekt på landinspektør.
>
>
>
> Vi har brug for at vide, hvor korrelerede vores observationer er og
> derfor anvender vi MatLab funktion autocorr.
>
> Funktionen giver et plot, som vi ikke kan finde ud af at tolke.
>
> Vi har søgt svar gennem forskelligt litteratur, det er nærmest vi er
> kommet det er Engineering Statistics Internet Handbook
> <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>, men vi forstår det ikke
> rigtigt.
>
>
> Vi har vedhæftet en fil med nogle af vores data, håber vi kunne få dig
> til at kigge på det???
>
> Filen indeholder 6 koloner med data.
>
> autocorr anvendes på hver kolonne.
>
> I følge teori på det pågældende instrument skulle vi helst have
> følgende svar.
>
> For kolonne 1-3 skulle hver 5. observation helst være uafhængig
>
> For kolonne 4-6 skulle hver 2. observation helst være uafhængig.
>
>
> Håber du kan være behjælpelig med et uddybende svar.
>
>
>
> På for hånd tak.
>
>
> Gruppe 10.5
>
> Aslak, Peter og Rasmus

BILAG 3

RAMMEN



□ Positioner hvor IMU, ADU5-antenne eller RIK-antenne kan fastgøres

BILAG 4

OVERSIGT KALIBRERINGSMETODER

Statiske kalibreringsmetoder	
S1:	Én-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch
S1 mod:	Én-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch
S2:	6-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch
S2 mod:	6-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch, yaw
S3:	Multi-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch, yaw
S4:	Multi-orienterings-kalibrering, ukendt orientering

Dynamiske kalibreringsmetoder	
D1:	Rate table test (IMU'en roteres med kendt vinkelhastighed)
D2:	Kendt rotation (IMU'en roteres via en kendt vinkel)
D3:	Centrifuge-test (IMU'en udsættes for kendte accelerationer)
D4:	Translation (IMU flyttes en kendt retlinjet stækning)
D5:	Komplekst bevægelsesmønster, kendt. (Bevægelsesmønster bestemmes vha. GPS og systematiske fejl bestemmes vha. Kalman-filtrering.)

BILAG 5

NØJAGTIGHED/SPREDNING

Kalibrering 02 omfatter:

Accelerometrebias bestemt ved S2, gyrobias bestemt ved Metode S2

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.69	2.68	6.94	12.37	30.79	66.22	125.81	191.82	666.17	1460.13
σ_{afv2D} [m]	0.14	0.34	1.42	2.37	6.19	11.60	32.94	56.97	111.79	782.50
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.60	0.81	1.16	1.45	2.47	4.25	18.20	60.59
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.24	0.69	0.83	1.10	1.91	6.10	5.75

Figur 5-1: Kalibrering 02

Kalibrering 03 omfatter:

Accelerometrebias bestemt ved S2, gyrobias bestemt ved S1 (inden hver køretur)

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.46	0.45	1.43	2.59	7.07	13.15	21.64	42.84	212.43	1043.03
σ_{afv2D} [m]	0.31	0.22	0.92	1.75	4.48	6.89	14.43	25.64	103.50	314.05
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.59	0.84	1.34	1.94	2.98	4.29	17.15	34.64
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.19	0.47	0.64	0.73	0.94	3.12	7.51

Figur 5-2: Kalibrering 03

Kalibrering 04 omfatter:

Accelerometrebias bestemt ved S2, gyrobias bestemt ved S1 (inden hver køretur), gyroskalafejl bestemt ved D2 (asymmetrisk).

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.54	0.68	1.92	3.54	8.18	11.45	15.91	28.52	231.32	1060.00
σ_{afv2D} [m]	0.38	0.36	1.20	2.27	4.65	5.11	8.72	13.42	85.40	304.89
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.60	0.85	1.41	2.03	2.97	4.12	16.25	31.32
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.17	0.42	0.64	0.75	0.94	3.13	7.82

Figur 5-3: Kalibrering 04

Kalibrering 04 omfatter:

Accelerometrebias bestemt ved S2, gyrobias bestemt ved S1 (inden hver køretur), gyroskalafejl bestemt ved D2 (asymmetrisk), accelerometreskalafejl bestemt ved S1mod (asymmetrisk)

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.49	0.48	1.89	3.07	7.66	13.30	19.50	33.57	250.99	1123.84
σ_{afv2D} [m]	0.31	0.20	1.40	2.26	4.49	5.08	10.74	18.83	87.86	336.87
σ_{pos1D} [m]	0.16	0.36	0.65	0.93	1.54	2.21	3.19	4.43	18.11	35.53
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.09	0.17	0.46	0.77	0.93	1.24	5.61	13.77

Figur 5-4: Kalibrering 05

Filnavn	Beskrivelse
<i>out_imu_data_xx_med_tid_xx.korr</i>	Indeholder de korrigerede IMU observationer (Ascii)
<i>xx_xx.mat</i>	Resultatet fra INS'et, indeholdende koordinater og orientering (X'erne er køretur samt kalibrerings id) (Binær)
1D_NEH	Plot af RTK-GPS og INS i 1D
2D_NE	Plot af RTK-GPS og INS i 2D
1D_Afvigelse	Plot af afvigelserne mellem INS og RTK-GPS i 1D
V_E	Plot af INS og GPS hastigheder i East
V_N	Plot af INS og GPS hastigheder i North
Vinkler	Plot af INS og ADU5 vinkler i 1D
Afvingelser 2D 1D	Punktafvingelser i plan og down (Ascii)

Figur 5-5: Filer og plots som indgår i beregningerne med INS'et.



Synopsis

Dette afgangsprøjejekt undersøger hvilken nøjagtighed i 3D-positionsbestemmelse, der kan opnås ved navigation af en bil vha. IMU400CC-100 fra Crossbow. IMU400CC-100 er en low cost IMU (Inertial Measurement Unit) bestående af tre ortogonalt placerede accelerometre og tre ortogonalt placerede gyroer, som tilsammen gør det muligt kontinuerligt at bestemme ændring i 3D-position og orientering. Det undersøges hvilken nøjagtighed, der kan opnås på 3D-positionsbestemmelse, når en laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 anvendes. Laboratoriekalibreringen bygger på målinger fra accelerometre og gyroer indsamlet over en periode på 30 dage og resultaterne heraf er estimater for forskellige systematiske fejl. Laboratoriekalibreringen er en kombination af flere forskellige metoder, men kræver intet dyrt eller specielt udstyr. IMU'en implementeres i et INS (Inertial Navigation System), der støttes med RTK-GPS og fejlestimerne fra laboratoriekalibreringen anvendes til at korrigere IMU'ens målinger, således at en markkalibrering er unødvendig. Der foretages 13 testkørsler af 3 minutters varighed. Når INS'et kun anvender RTK til at bestemme startværdier for position er resultatet efter 30 sekunders navigation en plan nøjagtighed på 7.66 m og en højdenøjagtighed på 1.54 m. Når INS'et under kørsel støttes med RTK-GPS, og der simuleres GPS-udfald, er eksempler på de opnåede resultater: Når et GPS-udfald af 20 sekunders varighed indtræder 145 sekunder efter start, udvikles en planafvigelse på ca. 60 m og en højdefafvigelse på ca. 0.5 m. En årsag til, at der opstår så store fejl er, at RTK kun støtter INS'et gennem en korrektion af INS'ets estimater for position og hastighed. Efterfølgende undersøgelser bør vedrøre en implementering af også en orienteringskorrektion.

**INSTITUT FOR SAMFUNDSUDVIKLING OG PLANLÆGNING
LANDINSPEKTØRUDDANNELSEN
FIBIGERSTRÆDE 11, 9220 AALBORG Ø**

Titel: Laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 og praktisk test af denne integreret med RTK-GPS

Projektperiode: 1. februar – 28. juni 2005

Gruppe: L10TM.5

Gruppemedlemmer: Peter Eistrup
Rasmus K. Gregersen
Aslak C. B. Meister

Hovedvejleder: Peter Cederholm

Bivejleder: Karsten Jensen

Sideantal: 136

Forside: Foto af IMU400CC-100 fra www.cmt-gmbh.de

Oplag: 7

Synopsis

Dette afgangspjækt undersøger hvilken nøjagtighed i 3D-positionsbestemmelse, der kan opnå ved navigation af en bil vha. IMU400CC-100 fra *Crossbow*. IMU400CC-100 er en low cost IMU (Inertial Measurement Unit) bestående af tre ortogonalt placerede accelerometre og tre ortogonalt placerede gyroer, som tilsammen gør det muligt kontinuerligt at bestemme ændring i 3D-position og orientering. Det undersøges hvilken nøjagtighed, der kan opnå på 3D-positionsbestemmelse, når en laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 anvendes. Laboratoriekalibreringen bygger på målinger fra accelerometre og gyroer indsamlet over en periode på 30 dage og resultaterne heraf er estimater for forskellige systematiske fejl. Laboratoriekalibreringen er en kombination af flere forskellige metoder, men kræver intet dyrt eller specielt udstyr. IMU'en implementeres i et INS (Inertial Navigation System), der støttes med RTK-GPS og fejlestimerne fra laboratoriekalibreringen anvendes til at korrigere IMU'ens målinger, således at en markkalibrering er unødvendig. Der foretages 13 testkørsler af 3 minutters varighed. Når INS'et kun anvender RTK til at bestemme startværdier for position er resultatet efter 30 sekunders navigation en plan nøjagtighed på 7.66 m og en højdenøjagtighed på 1.54 m. Når INS'et under kørsel støttes med RTK-GPS, og der simuleres GPS-udfald, er eksempler på de opnåede resultater: Når et GPS-udfald af 20 sekunders varighed indtræder 145 sekunder efter start, udvikles en planafvigelse på ca. 60 m og en højdefvigelse på ca. 0.5 m. En årsag til, at der opstår så store fejl er, at RTK kun støtter INS'et gennem en korrektion af INS'ets estimater for position og hastighed. Efterfølgende undersøgelser bør vedrøre en implementering af også en orienteringskorrektion.

Abstract

This thesis investigates what accuracy can be archived in 3D-positioning when navigating a land vehicle with IMU400CC-100 from *Crossbow*. IMU400CC-100 is a low cost IMU (Inertial Measurement Unit) consisting of three orthogonal accelerometers and three orthogonal gyros making it possible to continuously determine change in 3D-position and attitude. It is investigated what accuracy in 3D-position can be archived when a laboratory calibration of IMU400CC-100 is applied. The laboratory calibration is based upon accelerometer and gyro measurements collected during a one month period and the results are estimates of various systematic errors. The laboratory calibration is a combination of several individual methods but does not require any special or expensive instrumentation. The IMU is implemented into an INS (Inertial Navigation System) aided with RTK-GPS and the error estimates from the laboratory calibration are used to correct the IMU measurements thus making a field calibration unnecessary. Thirteen test runs of three minutes duration are made. When the INS uses RTK only for determination of initial position the results after 30 seconds of navigation are a horizontal accuracy of approx. 7.66 meters and a vertical accuracy of approx. 1.54 meters. When the INS during run is aided with RTK-GPS and GPS outage is simulated examples of the results are: When a GPS outage of 20 seconds duration occurs 145 seconds after start a horizontal position error of approx. 60 m and a vertical position error of approx. 0.5 m are developed. A reason for the large errors encountered is that the RTK only aids the INS by correcting position and velocity estimates in the INS. Further investigations should be concerned about implementing an attitude correction as well.

FORORD

Dette afgangsprøveprojekt er udarbejdet på Landinspektøruddannelsen på Aalborg Universitet 2005. Projektet omhandler områder indenfor Inertial Measurement Unit (IMU) og Inertial Navigation System (INS).

Projektrapporten består af to dele; en hovedrapport og et Appendiks/Bilags hæfte. Det tilhørende hæfte indeholder samtidig en symbolforklaring.

Projektgruppen har på forrige semester (9. semester) beskæftiget sig med de samme emner, hvilket gør at projektgruppen inden projektstart har et indgående kendskab til både IMU og INS. Dette betyder, at dele af den grundlæggende beskrivelse af IMU og INS ikke vil være at finde i selve projektet. I stedet er der udarbejdet et appendiks (*Appendiks A*), som er baseret på forrige projekt. Appendikset indeholder en detaljeret beskrivelse af hvad en IMU og et INS er, mht. virkemåde og fejlkilder, og projektgruppen anbefaler, at dette læses, hvis læseren ikke før har stiftet bekendtskab med IMU og INS.

Det konkrete udseende af den anvendte matematik afhænger af de valg som projektgruppen har gjort vedrørende anvendelse af forskellige koordinatsystemer. Derfor gør vi opmærksom på, at hvis der anvendes formler eller kode fra MatLab, anføres disse af de i projektet definerede koordinatsystemer.

Gennem hele projektet er der anvendt MatLab. Matlab er et programmeringssprog, men samtidig også et interaktivt program, som giver mulighed for udvikling af beregningsprogrammer, algoritmer, dataindsamling og data visualisering, der henvises for mere info til www.mathworks.com. Besiddes grundlæggende forståelse for programmering, kan man nemt forstå MatLab. Et stykke programmeringskode betegnes et script og de steder i projektet, hvor der er anvendt script henvises til disse. Ved henvisning til et MatLab script angives scriptnavnet i kursiv, *matlabscript.m*. Scriptet findes på den vedlagte CD-ROM i *Bilag 1*, under det tilhørende kapitel.

I rapporten er litteraturhenvisninger angivet således: [Forfatters efternavn, udgivelses år, sidetal]. Henvisninger til afsnit i rapporten er skrevet med *kursiv* bestående af nummer og navn. Alle billeder, figurer og MatLab-scripts i rapporten er projektgruppens egne medmindre en kilde er angivet.

Vektor- og matricenotation indgår som en stor del af projektet. For at skabe kontinuitet og lette læsbarheden skrives alle vektor- og matricesymboler med **fed** skrifttype.

Vedlagt rapporten er et stk. CD-ROM i *Bilag 1*, som indeholder MatLab scripts, data, samt rapporten i PDF format. Script og data er placeret i mapper på Cd-rom'en svarende til de kapitler, hvor dette er anvendt. I *Bilag 1* findes endvidere projektprojektgruppens rapport fra 9. semester.

FORORD

Projektgruppen sender en stor tak til Anders Otte for praktisk bistand til fremstilling af kalibreringsudstyr og udstyr til forsøgskørslerne, samt for sin deltagelse som chauffør under forsøgskørslerne.

Peter Eistrup

Rasmus Kjærgaard Gregersen

Aslak C. B. Meister

INDHOLDSFORTEGNELSE

SYMBOLFORKLARING	v
1. INDLEDNING	1
1.1 Præsentation af IMU400CC-100.....	2
1.2 Definition af INS.....	3
1.3 Initierende problem	3
1.3.1 Biasstabilitet.....	4
1.3.2 Effekten af kalibrering	5
1.3.3 Formulering af initierende problem	6
2. FORANALYSE.....	9
2.1 Væsentligste fejl på observationerne fra IMU400CC-100.....	9
2.1.1 Konstruerede data til simulering	10
2.1.2 Fejl på inertial sensorer	11
2.1.3 Autokorrelation af observationer fra accelerometre og gyroer	25
2.2 Kalibreringsmetoder.....	27
2.2.1 S1: Én-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch	28
2.2.2 S2: 6-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch.....	28
2.2.3 S3: Multi-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch, yaw	29
2.2.4 S4: Multi-orienterings-kalibrering, ukendt orientering	30
2.2.5 D1: Rate table test	31
2.2.6 D2: Kendt rotation.....	31
2.2.7 D3: Centrifuge test.....	32
2.2.8 D4: Translation	32
2.2.9 D5: Komplekst bevægelsesmønster	32
2.2.10 Opsamling	33
2.3 Opsamling på foranalysen.....	35
3. PROBLEMFOMULERING OG AFGRÆNSNING.....	37
3.1 Problemformulering	37
3.2 Afgrænsning.....	38
4. METODE OG PROJEKTSTRUKTUR.....	39
4.1 Metode	39
4.2 Projektstruktur.....	39

5. KALIBRERING AF IMU400CC-100	41
5.1 Systematiske fejl af betydning.....	41
5.2 Mulige kalibreringsmetoder	41
5.2.1 Oversigt	42
5.2.2. Accelerometrene.....	42
5.2.3 Gyroerne.....	45
5.2.4 Betydningen af systematiske fejl for kalibrering.....	49
5.3 Valg af procedure ved kalibrering.....	51
5.3.1 Nøjagtighedsberegninger.....	52
5.3.2 Valg af måleprocedure	59
5.4 Implementering af valgte kalibreringsmetoder.....	61
5.4.1 Gennemførelse af måleprocedurer	61
5.5 Resultater af kalibrering	65
5.5.1 Metode S1.....	66
5.5.2 Metode D2.....	69
5.5.3 Metode S1 mod.	70
5.5.4 Metode S2.....	71
5.6 Opsamling	72
6. OPBYGNING AF GPS-STØTTET INS	73
6.1 Overordnede muligheder ved integration af INS og GPS	73
6.2 Valg af metode	74
6.2.1 Opstilling af fejlmodel.....	76
6.2.2 Opstilling af ligninger for Kalman-filter	80
6.2.3 Beregningsgang i GPS-støttet INS	83
7. IMPLEMENTERING	85
7.1 Fysisk opbygning af system	85
7.1.1 Benyttede instrumenter.....	85
7.1.2 Vibrationsdæmpning ved montering af rammen på bilen	90
7.1.3 Temperatur på IMU under kørsel.....	91
7.2 Tidsstempling af observationer	92
7.2.1 Muligheder og valg	92
7.2.2 Opbygning af tidsstempling i Matlab	93
7.2.3 Vurdering af tidsstempling	95
7.3 Valg af koordinatsystem til navigation.....	95
7.4 Startværdier til INS/GPS	96
7.5 Kontrol af resultater.....	100
7.6 Software.....	102
7.7 Afrunding	104
8. PLANLÆGNING OG UDFØRELSE.....	105
8.1 Planlægning af rute.....	105
8.2 Udførelse	105

9. RESULTATER OG VURDERING	109
9.1 Resultater og vurdering af kalibrering	109
9.1.1 Korrektion af observationer	109
9.1.2 Beregning af position og orientering.....	110
9.1.3 Vurdering af kalibreringerne.....	110
9.1.4 Kontrol af INS.....	111
9.1.5 Kalibrering af observationer	112
9.1.6 Afrunding.....	116
9.2 Resultater af GPS-støttet INS.....	116
9.2.1 Resultater uden tuning.....	117
9.2.2 Resultater med tuning	120
9.2.3 Simulering af GPS-udfald.....	121
9.2.4 Afrunding.....	125
10 KONKLUSION.....	127
11. PERSPEKTIVERING	129
11.1.1 Udbygning af Kalman-filter	129
11.1.2 Synkronisering/Tidsstempling	129
11.1.3 Filtrering.....	129
11.1.4 Begrænsninger i bevægelsesmønstret for en bil.....	130
11.1.5 Lever-arm.....	130
LITTERATURLISTE.....	131

APPENDIKS- OG BILAGSHÆFTE

SYMBOLFORKLARING

APPENDIKS A - VIRKEMÅDE OG FEJL FOR INS OG IMU

APPENDIKS B - ANVENDTE KOORDINATSYSTEMER

APPENDIKS C - OPSTILLING AF IN-ALGORITME

APPENDIKS D - IMU KOMMUNIKATION I MATLAB

APPENDIKS E - DISKRET KALMANFILTRERING

APPENDIKS F - ADU5, ANVENDELSE OG KALIBRERING

BILAG 1 - CD-ROM

BILAG 2 - MAIL KORRESPONDANCE

BILAG 3 - RAMMEN

BILAG 4 - OVERSIGT KALIBRERINGSMETODER

BILAG 5 - NØJAGTIGHED/SPREDNING

SYMBOLFORKLARING

Nedenfor er de væsentligste af de symboler, der bruges i rapporten, forklaret. Der anvendes i rapporten flere symboler end dem angivet i listen nedenfor, men generelt er symbolerne forklaret undervejs.

Det er generelt, at superscriptet til en vektor eller til enkelte komponenter af vektoren udtrykker, hvilket koordinatsystem pågældende størrelse er udtrykt i. F.eks. symboliserer \mathbf{f}^b en acceleration udtrykt i koordinatsystemet body frame, mens \mathbf{f}^{LL} symboliserer den samme acceleration udtrykt i koordinatsystemet LL-frame. Endvidere markerer den anvendte formatering, om der er tale om en skalar eller en vektor/matrice. \mathbf{f}^b er således en vektor, mens f^{bx} er en skalar. For rotationsmatricer er det generelt, at subscriptet angiver koordinatsystemet, der roteres fra, mens superscriptet angiver koordinatsystemet, der roteres til.

Observationer	
$\kappa, \varepsilon, \phi$	Rotationsvinkler fra ADU5 (henholdsvis pitch, roll og yaw)
$\mathbf{f}^b = [f^{bx}, f^{by}, f^{bz}]^T$	Accelerationer målt af accelerometre (dvs. specific force udtrykt i body frame).
$\boldsymbol{\omega}_{bi}^b = [\omega^{bx}, \omega^{by}, \omega^{bz}]^T$	Vinkelhastighed af body frame ift. inertial frame udtrykt i body frame (dvs. vinkelhastighed målt af gyroer). Subscriptet "bi" angiver at det er rotationen af body-frame ift. inertial frame. Superscriptet "b" angiver at rotationen er udtrykt i body-frame
Systematiske fejl	
$\mathbf{B}_{f^b} = [B_{f^{bx}}, B_{f^{by}}, B_{f^{bz}}]^T$	Bias på x-, y- og z-accelerometer
$\mathbf{B}_{\omega^b} = [B_{\omega^{bx}}, B_{\omega^{by}}, B_{\omega^{bz}}]^T$	g-uafhængig bias på x-, y- og z-gyro
$\mathbf{B}_{f\omega^{bx}} = [B_{fx\omega^{bx}}, B_{fy\omega^{bx}}, B_{fz\omega^{bx}}]^T$	g-afhængig bias på x-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{B}_{f\omega^{by}} = [B_{fx\omega^{by}}, B_{fy\omega^{by}}, B_{fz\omega^{by}}]^T$	g-afhængig bias på y-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{B}_{f\omega^{bz}} = [B_{fx\omega^{bz}}, B_{fy\omega^{bz}}, B_{fz\omega^{bz}}]^T$	g-afhængig bias på z-gyro. De tre komponenter angiver bidraget fra henholdsvis x-, y- og z-accelerationen.
$\mathbf{S}_{f^b} = [S_{f^{bx}}, S_{f^{by}}, S_{f^{bz}}]^T$	Skalafejl på x-, y- og z-accelerometer
$\mathbf{S}_{\omega^b} = [S_{\omega^{bx}}, S_{\omega^{by}}, S_{\omega^{bz}}]^T$	Skalafejl på x-, y- og z-gyro
$\mathbf{S}_{f^b}^+ / \mathbf{S}_{f^b}^-$	Skalafejl på x-, y- og z-accelerometer ved henholdsvis positivt og negativt input.
$\mathbf{S}_{\omega^b}^+ / \mathbf{S}_{\omega^b}^-$	Skalafejl på x-, y- og z-gyro ved henholdsvis positivt og negativt input.

SYMBOLFORKLARING

$k_{f^{bx}}(f^{bx}), k_{f^{by}}(f^{by}), k_{f^{bz}}(f^{bz})$	Symboler for non-lineære funktioner der udtrykker non-lineariteten på x-, y- og z-accelerometrene som funktion af henholdsvis x-, y- og z-acceleration.
$k_{\omega^{bx}}(\omega^{bx}), k_{\omega^{by}}(\omega^{by}), k_{\omega^{bz}}(\omega^{bz})$	Symboler for non-lineære funktioner der udtrykker non-lineariteten på x-, y- og z-gyroerne som funktion af henholdsvis x-, y- og z-vinkelhastighed.
A	Aksefejl
Tilfældige fejl	
$\mathbf{v}_{f^b} = [v_{f^{bx}} v_{f^{by}} v_{f^{bz}}]^T$	Repræsentationen af en tilfældig målefejl på henholdsvis x-, y- og z-accelerometret
$\mathbf{v}_{\omega^b} = [v_{\omega^{bx}} v_{\omega^{by}} v_{\omega^{bz}}]^T$	Repræsentationen af en tilfældig målefejl på henholdsvis x-, y- og z-gyroen
$\sigma_{f^{bx}}, \sigma_{f^{by}}, \sigma_{f^{bz}}$	Spredning (præcision) på acceleration målt af henholdsvis x-, y- og z-accelerometer
$\sigma_{\omega^{bx}}, \sigma_{\omega^{by}}, \sigma_{\omega^{bz}}$	Spredning (præcision) på vinkelhastighed målt af henholdsvis x-, y- og z-gyro
Rotationsmatricer	
\mathbf{C}_{LL}^b	Rotationsmatrice der roterer fra local level frame til body frame
\mathbf{C}_b^{LL}	Rotationsmatrice der roterer fra body frame til local level frame
$\mathbf{C}_b^{LL}(t_{k+1})$	Rotationsmatrice til tiden t_{k+1} der roterer fra body frame til local level frame
Diverse	
\mathbf{g}_l^{LL}	Lokal tyngdeacceleration udtrykt i LL-frame
\mathbf{g}_l^b	Lokal tyngdeacceleration udtrykt i body frame
\mathbf{f}^{LL}	Specific force udtrykt i local level frame
φ	Geografisk bredde
λ	Geografisk længde
h	Ellipsoidehøjde
H	Ortometrisk højde
Ω	Jordens omdrejningshastighed
ω_{ei}^{LL}	Vinkelhastighed af ECEF frame ift. inertial frame (dvs. Jordens omdrejningshastighed) udtrykt i local level frame. Subscriptet "ei" angiver at det er rotationen af ECEF frame ift. inertial frame. Superscriptet "LL" angiver at rotationen er udtrykt i LL-frame
\mathbf{v}_e^{LL}	Hastighed ift. ECEF frame (dvs. ift. Jorden) udtrykt i LL-frame
$bank,$ $elevation$	Hældningvinkler for IMU'en
Operatorer m.m.	

SYMBOLFORKLARING

•	Prikprodukt
$\frac{\partial x}{\partial y}$	Angiver den partielle afledede af x mht. y
•	• over en størrelse angiver at denne er differentieret mht. tiden, f.eks. er $\dot{\mathbf{v}}_e^{LL}$ acceleration ift. Jorden udtrykt i local level frame
~	~ over en størrelse angiver at denne er observeret.
δ	Angiver fejlen på en størrelse, f.eks. er $\delta(elevation)$ fejlen på <i>elevation</i>
Kalmanfiltrering	
\mathbf{x}_k	Tilstandsvektor der indeholder estimer for fejlene i INS'ets navigationsløsning til epoke k
\mathbf{z}_k	Observationsvektor til kalmanfiltret til epoke k
\mathbf{H}	Designmatrice der angiver sammenhæng mellem tilstandsvektor og observationsvektor
\mathbf{F}	'Dynamics matrix' der kontinuerligt beskriver tilstandsvektorens ændring over tid
Φ_k	'Transition matrix' der beskriver tilstandsvektorens diskrete ændring fra epoke k til epoke $k+1$
\mathbf{K}_k	Kalman gain matrice til epoke k
\mathbf{P}_k	Kovariansmatrice for tilstandsvektor til epoke k efter korrektion
\mathbf{P}_{k+1}^-	Kovariansmatrice for prædikeret tilstandsvektor til epoke $k+1$
\mathbf{Q}_k	Kovariansmatrice for den tilfældige fejl på beskrivelsen af tilstandsvektorens ændring fra epoke k til $k+1$ vha. Φ_k . Benævnes processtøjen.
\mathbf{Q}_{IMU}	Kovariansmatrice for observationer fra IMU'en
\mathbf{R}	Kovariansmatrice for kalman-filtrets observationsvektor. Benævnes målestøjen.

1

INDLEDNING

Gennem de seneste årtier er der kommet en øget opmærksomhed på geografiske data og hvilke analytiske og administrative muligheder disse giver, når de benyttes i et GIS (Geografisk Informations System). GIS bliver i dag en større og større del af det daglige liv og de offentlige institutioner bevæger sig mod den rene digitale forvaltning, og med en kommende kommunalreform og en stigende privat interesse for geografiske data, er det lagt et pres på dataleverandørerne.

Tilvejebringelsen af geografiske data skal ske, så disse er pålidelige og nøjagtige, samtidig med, at de er billige og ajourføres så de forbliver aktuelle. Hvordan denne indsamling foregår bestemmes ud fra tidsmæssige og økonomiske aspekter. De mest udbredte metoder er i dag fotogrammetri, luftbårne såvel som terrestrisk samt manuel opmåling. En ny teknologi som er under udvikling mange steder i verden er mobile kortlægnings systemer (MKS), hvor data indsamlingen sker fra et køretøj i bevægelse eller som et håndholdt system. Dette projekt tager sit udgangspunkt i denne nye teknologi, hvor registreringen sker fra et køretøj.

Fremstilles et MKS så det kan opfylder kommende rekvirenternes fremsatte nøjagtighedskrav, vil det være en stor konkurrent til den manuelle opmåling f.eks. opmåling med RTK-GPS, men også til den terrestriske fotogrammetri. Registrering af f.eks. vejudstyr, som skilte, vejpræster m.m. vil kunne foregå med mange km i timen og det samme vil være gældende for registrering af bygningsfacader. Begrænsningerne ved et MKS er dels fremkommelighed og samtidig en formodning om, at nøjagtigheden vil komme til at ligge i decimeter området, hvorved data som kræves indsamlet med høj nøjagtighed stadig vil blive registreret vha. netop RTK-GPS eller vha. totalstation

Et MKS kan deles op i to hovedområder, en positionerings/orienteringsdel og en registreringsdel. Positionerings/orienteringsdelen består af sensorer, som kan bruges til at bestemme en position og evt. orienteringsvinkler. Nøjagtigheden af disse værdier afhænger af det benyttede udstyr. Registreringsdelen består af sensorer, som kan indsamle det pågældende data. Sensorerne kan variere fra at være still- eller videokamera, som f.eks. kan benyttes til at registre bygningsfacader eller vejudstyr, over til sensorer som f.eks. laserscannere, som kan benyttes til at registre sporkøring i vejbanen eller objekter med høj detaljeringsgrad. I dette projekt vil fokus være rettet mod positionerings/orienteringsdelen, i den situation hvor det er nødvendigt at kende både køretøjets position og orientering.

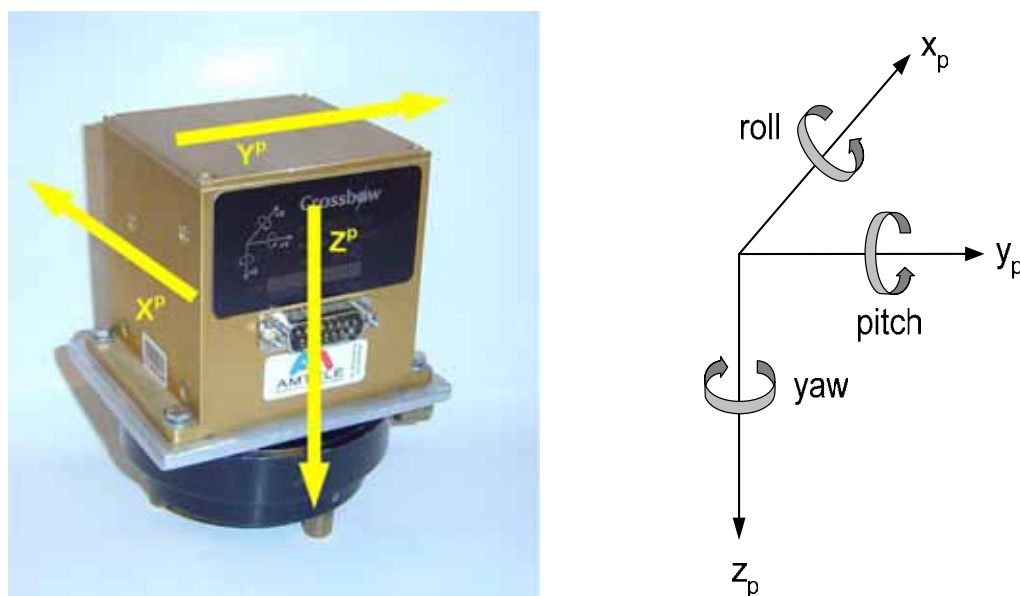
Som udgangspunkt benytter et MKS altid GPS som positioneringssensor, og ofte også til at bestemme orienteringen hvilket sker ved at benytte flere GPS-antenner. Da der opstår situationer, hvor det ikke er muligt at bestemme position/orientering, pga. manglende GPS-signal, suppleres et MKS oftest med flere positionerings/orienteringssensorer f.eks. odometer, kompas, gyro eller accelerometer. Disse sen-

sorer gør, at det vil være muligt at bestemme køretøjets position og orientering under et GPS-udfald, denne form for navigation kaldes også dead reckoning.

Udviklingen af de inertielle sensorer (gyroer og accelerometre) inden for de seneste to årtier har gjort, at det økonomisk er rentabelt at benytte disse sensorer til kommercielt brug. Ulempen er imidlertid, at de er behæftet med mange fejl, som medfører, at når disse benyttes som dead reckoning sensorer, vil en position og orientering være behæftet med store fejl grundet fejløphobningen. Fejlene kan nedbringes ved at kalibrere sensorerne løbende, hvorved et MKS kan positionere/orientere længere tid uden at modtage GPS signaler, uden at nøjagtigheden på positionen og orienteringen forringes så de overskrider et evt. fremsat nøjagtighedskrav. Projektet tager udgangspunkt i denne problemstilling mht., hvordan disse sensorer kan kalibreres og hvilke nøjagtigheder, der kan opnås i dead reckoning perioder dvs., når der kun benyttes inertielle sensorer.

1.1 Præsentation af IMU400CC-100

En sammensætning af accelerometre og gyroer kaldes også en IMU (Inertial Measurement Unit). IMU'ens gyroer måler vinkeltilvækst eller vinkelhastighed og dens accelerometre måler accelerationer. Antallet af sensorer i en IMU kan variere alt efter type og producent. I projektet benyttes en IMU fra producenten Crossbow, IMU400CC-100, som består af tre gyroer, som måler vinkelhastigheder, og tre accelerometre, som står ortogonalt på hinanden. Af nedenstående Figur 1-1 ses tv. IMU400CC-100 og hvordan dens koordinatsystem er defineret (sensitive akser). Af IMU'ens manual fremgår det ikke præcist, hvor akserne er beliggende, hvilket gør at disse må defineres ud fra siderne på IMU'en¹. Th. ses hvordan de positive rotationer om akserne er defineret samt rotationernes navne (roll, pitch og yaw).



Figur 1-1: Tv. ses IMU400CC-100's koordinatsystem, som kaldes platform-frame, th. ses definitionen af positiv roll, pitch og yaw, som er i overensstemmelse med højrehåndsreglen².

¹ Appendiks B indeholder en beskrivelse af alle de i projektet benyttede koordinatsystemer.

² Højre hånds reglen: Holder man sin højre hånd således at tommelfingeren peger i aksens positive retning, vil de øvrige fingre pege i aksens positive rotationsretning.

Den benyttede IMU betegnes som en low cost IMU, hvilket betyder, at sensorerne er mindre nøjagtige og bygger på en billigere teknologi i forhold til, hvad der ellers findes på markedet for inertielle sensorer. Teknologien som IMU'en bygger på kaldes strap down og består af MEMS³ chips. I modsætning hertil står den traditionelle mekaniske teknologi, som er baseret på mange bevægelige dele og som er væsentligt dyre. *Appendiks A* indeholder en mere detaljeret gennemgang af de to teknologier, yderligere indeholder appendikset også en gennemgang af de mest markante fejl, som er forbundet med brugen af en IMU. Appendikset indeholder også en gennemgang af specifikationerne for IMU400CC-100.

1.2 Definition af INS

Et samlet system bestående af en IMU, udstyr til bestemmelse af en startværdi for position, hastighed og orientering samt en passende algoritme, der løbende kan beregne position og orientering betegnes et Inertial Navigation System (INS). Betegnelsen svarer til den definition af navigation, der foretages/ anvendes i bl.a. [Farrell, 1999, s. 3], idet der ved navigation forstås en bestemmelse af position og orientering i forhold til en given reference, og ikke det at finde vej fra A til B.

En væsentlig fordel ved et INS i forhold til andre navigationsmetoder, f.eks. GPS, er, at det fungerer uafhængigt af ydre signaler og derfor kan anvendes overalt. Eksempelvis kan det anvendes indendørs, omkring tæt og høj bebyggelse, i skove, i tunneller og under vand, steder hvor anvendelsen af GPS enten er vanskelig eller umulig. En anden væsentlig fordel ved et INS er, at det er muligt med høj frekvens (typisk > 100 Hz) at få nye målinger, således at hurtige accelerationer og rotationer kan registreres. Til sammenligning kan GPS typisk levere målinger med en frekvens på mellem 1 og 10 Hz.

Den væsentligste ulempe ved et INS er den hurtige fejlafhobning på positionen/orienteringen, som skyldes at den aktuelle observation bygger på alle forrige observationer siden INS'et blev startet. Problemet er størst ved de INS, hvori der benyttes en low cost IMU, hvor kvaliteten af sensorerne gør, at fejlafhobningen sker hurtigere. En uddybende forklaring af hvordan et INS virker findes ligeledes i *Appendiks A*.

1.3 Inifierende problem

Som det også fremgår af *Forordet* beskæftigede projektgruppen sig med lignende problemstillinger på forrige semester, og i forbindelse med denne proces blev der gjort forskellige erfaringer. Her vil der blive beskrevet to af disse; erfaringer vedr. biasstabilitet og effekten af kalibrering. Valget af netop disse skyldes, at de er med til at skabe grundlaget for det videre projekt. Inden der redegøres for de nævnte erfaringer, kommer der en kort indføring i, hvordan kalibreringen af IMU400CC-100 blev foretaget på 9. semester.

Den benyttede kalibreringsmetode kalibrerede for den systematiske fejl bias og denne er, som beskrevet i *Appendiks A*, en inputafhængig fejl der varierer fra IMU'ens opstart til opstart, samt som funktion af IMU'ens temperatur. Bias findes både på accelerometre og på gyroer, hvilket den benyttede kalibreringsmetode korrigerede for.

³ MEMS, Micro Electro Mechanical Systems, en integration af mekaniske elementer, sensorer, actuators og elektronik på en silicium baseret mikrochip

Kalibreringen foregik ved at kende IMU'ens orientering i forhold til LL-frame⁴ mht. roll og pitch. Projektgruppen gjorde antagelsen, at IMU'ens output bestod af to dele; en inputdel dvs. den bevægelse IMU'en blev udsat for, og en fejlbidragsdel i form af bias (output = input + bias). Dette betød, at hvis IMU'ens orientering var kendt og den ikke var i bevægelse, kunne bias på accelerometrene findes ved at transformere den lokaletyngdeacceleration fra LL-frame over i body-frame og subtrahere denne fra IMU'ens målte accelerationer [Eistrup mfl., 2005, s. 31]. Resultatet ville da svare til bias på de tre accelerometre. Bias på de tre gyroer blev bestemt ved at lade IMU'en stå stille, hvorved gyroernes output ville svare til bias. Dette var kun muligt, da projektet forudsatte at Jordens rotation ingen indflydelse havde på gyroerne, som følge af at IMU'en ikke kan registrere denne rotation.

I praksis var IMU'en altid orienteret næsten vandret, hvilket betød, at størstedelen af den lokale tyngdeacceleration blev registreret på z-accelerometret. Da z-accelerometret nu blev udsat for en acceleration var det ikke længere kun bias, der var eksisterende, men også andre af de systematiske fejl. Dette betød, at differensen mellem den målte acceleration og den roterede tyngdeacceleration indeholdt flere fejl, hvilket medførte en bedre kalibrering af z-accelerometret end af de to andre accelerometre. Dette kom også til udtryk ved at det estimerede bias konsekvent var størst på z-accelerometret. [Eistrup mfl., 2005, s. 17].

Geometrien i orienteringen af IMU'en ift. hvordan kalibreringsmetoden virkede, gjorde også at bias på z-accelerometret blev bestemt med en større nøjagtighed end bias på de to andre accelerometre [Eistrup mfl. 2005, s. 40].

1.3.1 Biasstabilitet

I litteraturen omhandler inertial navigation er der en udbredt opfattelse af, at bias varierer som en funktion af IMU'ens temperatur og fra opstart til opstart af IMU'en [Titterton, 1997, s. 236].

Producenten opgiver bias for gyroerne i IMU400CC-100 til at være mindre end ± 1 °/sek. og for accelerometrene er bias opgivet til at være mindre end ± 8.5 mg⁵ (1 σ -værdier jf. producenten). Gennem 9. semesterprojektet erfarer projektgruppen imidlertid, at disse værdier er meget store i forhold til de bias projektgruppen bestemmer vha. ovenstående kalibreringsmetode. Projektgruppen kommer samtidig frem til, at bias varierer meget lidt fra opstart til opstart, hvilket tyder på, at bias er stabilt [Eistrup mfl. 2005, s. 16-17].

Gennem projektet på 9. semester bestemmes bias altid inden IMU'en benyttes, og de fundne bias benyttes til at kalibrere IMU'en med. Proceduren for kalibreringen er at IMU enten vandretstilles eller dens orientering bestemmes f.eks. vha. en krydslibelle eller et inklinometer, hvorefter den lokale tyngdeacceleration roteres over i IMU'ens koordinatsystem (body-frame) og subtraheres. Ved at foretage denne type af kalibrering tages der højde for IMU'ens varierende bias, som følge af varierende temperatur og varierende bias fra opstart til opstart.

Den blå graf på nedenstående Figur 1-2, viser den gennemsnitlige afvigelse i positionsbestemmelse for ti køreture, hvor denne kalibrering er fortaget inden INS'et benyttes. IMU'en kalibreres som regel på

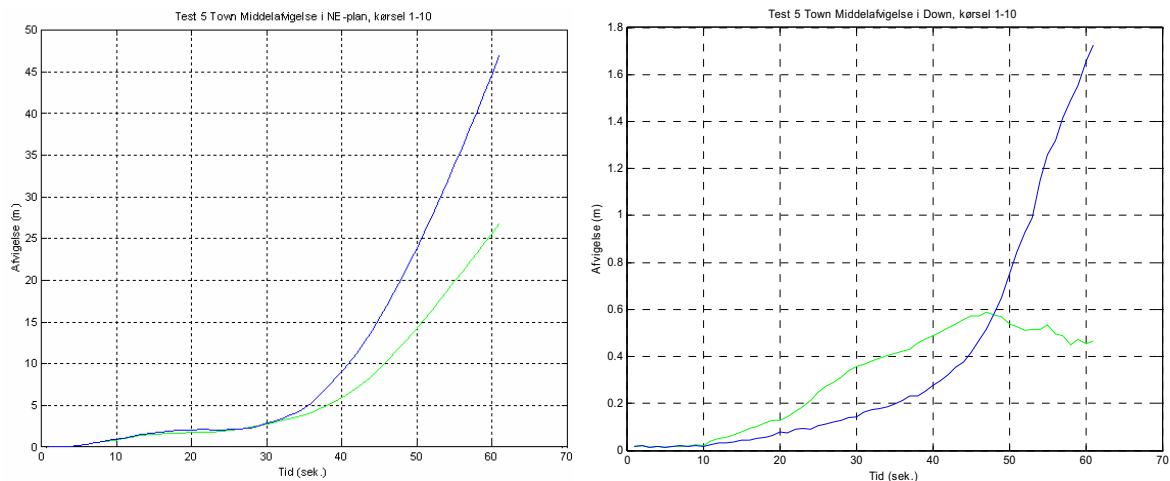
⁴ LL-frame er tangentplanet til ellipsoiden defineret af hvor målingen startes, LL-frame benævnes også som North, East og Down, se evt. *Appendiks B Benyttede koordinatsystemer*.

⁵ 1 mg er 1/1000 g, hvor 1 g ca. svarer til den lokale tyngdeacceleration.

baggrund af data indsamlet over 20 sek. Af figuren ses det, at afvigelsen efter 60 sek. bliver 45 m i planen og 1,7 m i højden.

Den grønne graf viser derimod de afvigelser, der opnås ved at benytte samme datasæt og samme kalibreringsmetode, men med et bias bestemt på baggrund af flere observationer foretaget flere måneder i forinden (denne type bias benævnes middelbias). Observationerne som middelbias er bestemt på baggrund af, er indsamlet sporadisk over flere måneder, ved forskellige temperaturer, varierende observationstid (tiden hvori der indsamles data fra IMU'en), samt indsamlet af forskellige personer. Ved at benytte et middelbias ses det, jf. Figur 1-2 tv., at afvigelsen i planen til alle tidspunkter er mindre end afvigelsen, som følger af kalibreringen foretaget umiddelbart inden INS'et benyttes. For afvigelserne i højden, jf. Figur 1-2 th., er tendensen ikke så entydig, afvigelsen hvor kalibreringen er foretaget med middelbias ligger først højest, hvorefter graferne krydser hinanden.

Erfaringerne med middelbias kan ikke læses direkte ud fra projektgruppens forrige projekt, da dette først blev efterprøvet efter projektet var afleveret. Beregningerne stammer fra fremlæggelsen i forbindelse med evalueringen af projektet.



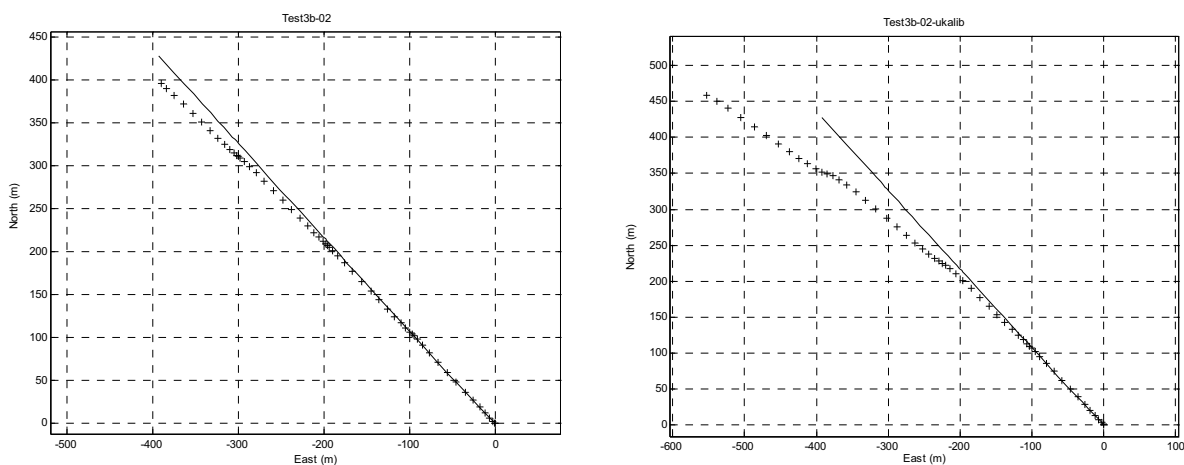
Figur 1-2: Tv. ses planafvigelserne for INS'et og th. ses afvigelserne i højden. Den grønne graf er afvigelserne beregnet vha. middelbias, mens den blå graf er afvigelserne vha. bias bestemt lige inden INS'et benyttes (Bemærk at skalaen på y-akserne ikke er ens).

1.3.2 Effekten af kalibrering

Et af målene med forrige semesters projekt var blandt andet at undersøge hvor meget bedre en position blev bestemt som følge af, at IMU'en blev kalibreret. Effekten af denne simple kalibrering, som kun omfattede bias, blev at afvigelserne reduceredes med en faktor 3 i planen og højden i løbet af de første 2-3 sekunder INS'et benyttes [Eistrup mfl., 2005, s. 111].

Af nedenstående Figur 1-3 ses to plot i planen, plottene viser positionerne bestemt med RTK-GPS (vist med en linie), og positionerne beregnet af INS'et (vist med +), for en køretur på 60 sek. Plottet tv. viser køreturen beregnet vha. INS'et, hvor IMU'en er blevet kalibreret inden, th. ses denne samme køretur, men IMU'en er ikke blevet kalibreret forinden. Som det tydeligt fremgår af figuren, ligger positioner beregnet vha. INS'et, hvor IMU'en er blevet kalibreret, tættere på GPS-positionerne, som repræsenterer den sande værdi, end tilfældet hvor IMU'en ikke er blevet kalibreret. Graferne er kun for én køretur, men giver et repræsentativt billede af situationen.

Det betyder, at lige meget om INS'et benyttes i længere eller kortere tidsrum, er der forbedringer at hente selv ved en simpel kalibrering.



Figur 1-3: Plot af INS-position og RTK-GPS-position i planen. Tv. er INS-positionen bestemt med en kalibreret IMU, th. er IMU'en ikke blevet kalibreret

1.3.3 Formulering af initierende problem

De gennemgaaede erfaringer viser, at bias er så stabilt, at et bias bestemt flere måneder forinden og på baggrund af en stor mængde af data kan være lige så godt eller bedre end et bias bestemt umiddelbart forinden INS'et benyttes. Yderligere er det blevet gjort klart, at effekten af en simpel kalibrering er en markant forbedring af INS'ets output.

Datasættet, som ligger til grund for det benyttede middelbias er bestemt ved forskellige temperaturer, og IMU'ens orientering er blevet bestemt af forskellige personer med forskellige instrumenter. Samtidig er middelbias kun blevet efterprøvet på to forskellige datasæt, hvor det begge gange har medført en reducere i afvigelserne. For at få et bedre statistisk grundlag skal middelbias efterprøves på flere datasæt, og yderligere ønskes det også, at bestemmelsen af middelbias udføres under mere kontrollerede forhold, hvilket formodes at forbedre det endelige resultat.

Af Figur 1-2 ses det også, at afvigelsen i højden er meget mindre end afvigelserne i planen. Dette formodes at skyldes den valgte kalibreringsmetoden, der som nævnt giver en bedre kalibrering af z-accelerometret. Spørgsmålet rejser sig om det gode resultat fra højden kan overføres til planen ved også at kalibrere x- og y-accelerometrene for flere af de systematiske fejl samt benytte samme geometri som for kalibreringen af z-accelerometret.

Viser det sig, at bias og andre af IMU'en systematiske fejl er så stabile, og at de kan bestemmes med stor nøjagtighed flere måneder inden IMU'en benyttes, vil det have mange positive konsekvenser for brugen af denne. En af konsekvenserne vil være en tidsbesparing på kalibrering af IMU'en i marken, yderligere vil enkelte instrumenter kunne spares væk, det være sig instrumenter til at bestemme IMU'ens orientering, da denne (dog ikke yaw) kan bestemmes ud fra de målte accelerationer, når sensorens fejl er kendte.

Dette leder frem til det initierende problem, der lyder som følgende:

Hvilken nøjagtighed kan der opnås på bestemmelsen af ændring i position og orientering vha. IMU400CC-100, ved kalibrering vha. middelværdier for systematiske fejl bestemt forud i et laboratorium?

For at kunne besvare det initierende problem, skal de systematiske fejl for en IMU først identificeres, og efterfølgende skal de undersøges for, om de er stabile over en længere periode. Dette forudsætter, at der forinden er fundet kalibreringsmetoder, der kan kalibrere for de systematiske fejl. Når de systematiske fejl er fundet skal disse så indgå i det endelige INS til korrektion af IMU'ens data.

2

FORANALYSE

I dette kapitel undersøges betydningen af de systematiske og de tilfældige fejl, samt hvordan der kan kalibreres for de systematiske fejl. Formålet er at få overblik over hvilke af de systematiske fejl, som forårsager de største afvigelser ved positionering med IMU400CC-100, samt hvilken betydning de tilfældige fejl har i forhold til de systematiske fejl. Dette er væsentlig af hensyn til det videre arbejde, fordi betydningen af de tilfældige fejl er afgørende for den nøjagtighed som er mulig at opnå ved bestemmelse af ændring i position med IMU400CC-100.

Det er valgt kun at se på afvigelser i positionen, fordi det forventes at dette også udtrykker fejlen på orienteringen. Det vil gennem simuleringer blive undersøgt, hvilke systematiske fejl som er væsentligste ved positionering med IMU400CC-100. Simuleringer vil også blive anvendt til at undersøge hvilken rolle de tilfældige fejl spiller ved positionering.

For at finde den virkelige størrelsen af de forskellige systematiske fejl på IMU400CC-100 eller IMU'er generelt kan der anvendes forskellige kalibreringsmetoder. Derfor gennemgås statiske og dynamiske kalibreringsmetoder.

For en forklaring af de enkelte systematiske fejl henvises der til *Appendiks A*, hvor der også findes en beskrivelse af de fejl, som vedrører INS'et.

Afsnit 2.1 ser på de systematiske og de tilfældige fejls størrelse og betydning ved positionering og med IMU400CC-100, samt observationernes korrelation. Afsnit 2.2 gennemgår forskellige kalibreringsmetoder.

2.1 Væsentligste fejl på observationerne fra IMU400CC-100

For at undersøge hvordan de systematiske fejl spiller ind på bestemmelse af position ved navigation med IMU400CC-100 undersøges den enkelte fejls isoleret, således det undersøges hvilken betydning fejlen har på både gyroerne og accelerometrene. Det vælges som sagt at gennemføre undersøgelsen af systematiske og tilfældige fejls betydning ved simuleringer. Simuleringerne udføres med et konstrueret data sæt og en simpel IN-algoritme, jf. *Appendiks C*, yderlig forklaring omkring udførelse følger. Det er valgt at simulere vha. IN-algoritmen i stedet for at se på længde/tvær fejl som gjort i [Eistrup m.fl., 2005, s. 18-20], fordi simuleringerne formentlig vil give et billede og at opstilling af formler til længde/tværfejls beregninger vil blive meget komplekst.

Simuleringer udføres med konstruerede datasæt, hvor datasættet antages som fejlfri og derfor opfattes som sand. Simuleringen foregår så ved først at køre de konstruerede data gennem den simple IN-

algoritme, jf. *Appendiks C*, derefter køres det konstruerede datasæt med den systematiske fejl gennem den simple IN-algoritme. Forskellen på resultatet fra de to simuleringer viser betydningen af den nu påførte systematiske fejl. Sammenligningen af de forskellige simuleringer vil så vise betydningen af de enkelte fejl. Allerførst gennemgås konstruktionen af de fejlfrie datasæt, hvorefter der ses på de fejl som findes på gyroer og accelerometre, hvilket leder til en separat gennemgang af de enkelte fejl og simulering af deres betydning for bestemmelse af position ved navigering med IMU400CC-100. Vi vælger kun at simulere for position, da vi antager at fejlen her også udtrykker fejlen i orienteringen

2.1.1 Konstruerede data til simulering

Der er konstrueret to datasæt til simuleringer, et som simulerer lige ud kørsel og et andet som simulerer kørsel indeholdende et sving. Det er valgt at konstruere de to typer kørsler for at kunne se effekten isoleret fra hhv. lige ud sving kørsel, hvilket ikke vil være muligt at identificere med en blandet kørsel. Det efterfølgende gælder kun for de systematiske fejl, det forklares nærmere hvad der sker ved simulering af de tilfældige fejl, når der nås dertil.

Ligeud kørslen er konstrueret således, at starthastigheden er 20 km/t og her efter accelereres i f^{bx} i 10 sek., så hastigheden bliver 60 km/t. Hastigheden holdes derefter konstant i en periode over 170 sek., så den samlede tid bliver 180 sek. For sving kørslen er data konstrueret, så der bliver accelereret i f^{by} i 10 sek. og der sker en retningsændring i ω^{bz} på 9°/sek i 10 sek., så der sker et 90 graders sving de første 10 sek. Her efter køres der lige ud over igen 170 sek., som ved lige ud kørslen. Hastigheden er under hele svinget og den efterfølgende lige ud kørslen 60 km/t. Se også Figur 2-1 for værdier til de konstruerede data. De konstruerede data er lavet med 134 observationer pr. sek. så det svarer til IMU'ens udlæsningsfrekvens på 134 Hz.

Opbygningen med de 10 sekunders acceleration og retningsændring samt de efter 170 sekunders konstante fart er valgt for se hvad ”effekt” de 10 sekunders acceleration og retningsændring vil have over tid. Denne betragtning synes nogenlunde realistisk i forhold til virkeligheden.

For hver systematisk fejl køres simuleringer for hhv. gyroerne og accelerometrene, således at den enkelte fejl påføres enten gyroer eller accelerometre. Det vil være med til at give et overblik over den enkelte fejls betydning på hhv. gyroerne og accelerometrene. Det beskrives senere hvordan simuleringerne med de tilfældige fejl udføres. For at kunne sammenligne de forskellige simuleringer af fejlenes betydning som resulter i nogle afvigelser, vælges det at præsentere afvigelserne i LL-frame, så afvigelserne udtrykkes i NE-planen og i Down. Alle simuleringer for de systematiske fejl er udført med *INS_sys.m* og afvigelserne er plottet med *plot_afvigelse.m*, disse findes på *Bilag 1*.

Lige ud		Sving	
<i>Start fart</i>	20 km/t	<i>Star tfart</i>	60 km/t
f^{bx}	1.1133 m/s ²	f^{by}	2.6180 m/s ²
		ω^{bz}	9°/s
<i>Fart efter 10 s.</i>	60 km/t	<i>Fart efter 10 s..</i>	60 km/t
<i>Slut fart efter 180 s.</i>	60 km/t	<i>Slut fart efter 180 s.</i>	60 km/t

Figur 2-1: Oversigt over konstruerede data til simulering. Simuleringstid for begge data sæt er 180 sek.

2.1.2 Fejl på inertial sensorer

Der vil det følgende være en gennemgang af de forskellige simuleringer for de systematiske fejl og de tilfældige fejl, som viser de enkelte fejls betydning ved positionering med IMU400CC-100. Uddybende forklaring af de systematiske fejl og de tilfældige fejl findes i *Appendiks A*.

I formel (2.1) og (2.2) er opstillet de grundlæggende observationsligninger for en observation fra hhv. x-accelerometret og fra x-gyroen. Observationsligningen for x-accelerometret formel (2.1) indeholder den målte specific force som er lige med den faktiske specific force plus de systematiske sensorfejl og de tilfældige fejl. Ligeledes for observationsligningen for x-gyroen formel (2.2), som består af den målte vinkelhastighed, som er lig med den faktiske vinkelhastighed plus de systematiske sensorfejl og de tilfældige fejl. Det samme gør sig selvfølgelig gældende for de respektive y- og z-akser.

Grundlæggende observationsligning for en accelerometer-observation, her vist for x-accelerometret:

$$\tilde{f}^{bx} = f^{bx} + B_{f^{bx}} + S_{f^{bx}} f^{bx} + k_{f^{bx}}(f^{bx}) + A_y f^{by} + A_z f^{bz} + v_{f^{bx}} \quad (2.1)$$

$B_{f^{bx}}$	Bias på x-accelerometer
$S_{f^{bx}}$	Skalafejl på x-accelerometer ved positivt input, Ved negativt input $S_{f^{bx}}^-$. Anvendelsen af $S_{f^{bx}}^+ / S_{f^{bx}}^-$ repræsenterer asymmetri.
$k_{f^{bx}}(f^{bx})$	Non-linearitet
$A_y A_z$	Aksefejl angivet i radian
$v_{f^{bx}}$	Den tilfældige fejl på x-accelerometret

Grundlæggende udtryk for en gyro-observation, her vist for x-gyroen.

$$\tilde{\omega}^{bx} = \omega^{bx} + B_{\omega^{bx}} + \mathbf{f}^b \cdot \mathbf{B}_{f\omega^{bx}} + S_{\omega^{bx}} \omega^{bx} + k_{\omega^{bx}}(\omega^{bx}) + A_y \omega^{by} + A_z \omega^{bz} + v_{\omega^{bx}} \quad (2.2)$$

$B_{\omega^{bx}}$	Bias på x-gyro
$B_{f\omega^{bx}}$	g-afhængig bias ¹ $\mathbf{B}_{f\omega^{bx}} = [B_{f_x\omega^{bx}} \ B_{f_y\omega^{bx}} \ B_{f_z\omega^{bx}}]^T$
$S_{\omega^{bx}}$	Skalafejl på x-gyroen ved positivt input Ved negativt input $S_{\omega^{bx}}^-$. Anvendelsen af $S_{\omega^{bx}}^+ / S_{\omega^{bx}}^-$ repræsenterer asymmetri.
$k_{\omega^{bx}}^+(\omega^{bx})$	Non-linearitet
$A_y A_z$	Aksefejl angivet i radian
$v_{\omega^{bx}}$	Den tilfældige fejl på x-gyroen

¹ I litteraturen skrives g-uafhængig bias og g-afhængig bias, men projektgruppen har valgt at beholde termen bias for g-uafhængig bias dette blev anvendt på 9. semester.

Observationsligningerne tager ikke højde for hysteresis, da det ikke umiddelbart kan simuleres.

Efter denne oversigt over fejl på inertialsensorerne gennemgås den enkelte fejl mht. dens størrelse og indflydelse ved navigering med IMU400CC-100. Omkring størrelsen af de enkelte systematiske fejl anvendes enten værdier fra projektgruppens egne undersøgelser, værdier fra producenten Crossbow, jf. specifikationerne *Appendiks A, s. 10* eller værdier opgivet i litteraturen for sammenlignelige sensorer.

Bias

For at kunne simulere, hvilke betydningen bias har ved bestemmelse af positionen med IMU400CC-100 køres konstruerede data påført bias igennem den simple IN-algoritme. Der køres 3 forskellige simuleringer. Den første påføres kun bias på gyroerne, den anden påføres kun bias på accelerometrene og den tredje påføres bias på både gyroer og accelerometre. Biaset, altså fejlen som skal påføres de konstruerede data fås fra [Eistrup m.fl., 2005], disse værdier er sammen med specifikationernes opgivelser for bias angivet i Figur 2-2. Som det ses er der stor forskel på værdierne fra specifikationerne og [Eistrup m.fl., 2005], derfor anvender projektgruppen også deres egne værdier fra [Eistrup m.fl., 2005].

	\mathbf{B}_{ω^b} (°/sek)			\mathbf{B}_{f^b} (mg)	
	Crossbow	Egne		Crossbow	Egne
$B_{\omega^{bx}}$	±1	0.008 (0.016)	$B_{f^{bx}}$	±8.5	-2.6 (0.2)
$B_{\omega^{by}}$		-0.019 (0.012)	$B_{\omega^{by}}$		-1.7 (0.2)
$B_{\omega^{bz}}$		0.015 (0.013)	$B_{\omega^{bz}}$		5.1 ² (0.1)

Figur 2-2: Oversigt over størrelse på af bias fra Crossbow og projektgruppens egne undersøgelser, hvor tallene i parentes angiver spredningen og dermed også, hvor godt værdierne er bestemt.

For at se virkningen af bias påføres de konstruerede data bias, ved at addere værdierne fra kolonnerne *Egne* fra Figur 2-2 til de konstruerede data, jf. formel (2.3) og (2.4).

$$\boldsymbol{\omega}_{fejl}^b = \boldsymbol{\omega}_{konstrueret}^b + \mathbf{B}_{\omega^b} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{f}_{fejl}^b = \mathbf{f}_{konstrueret}^b + \mathbf{B}_{f^b} \quad (2.4)$$

Figur 2-3 og Figur 2-4, viser indflydelsen af hhv. bias på gyroerne og bias på accelerometrene, bemærk de forskellige skalaer på y-aksen. For hver figur er afvigelsen plottet som funktion af tiden for hhv. NE-planen og Down. Der henvises endvidere til Figur 2-6, som viser afvigelser efter 5, 10, 20, 30, 45, 60, 120 og 180 sek.

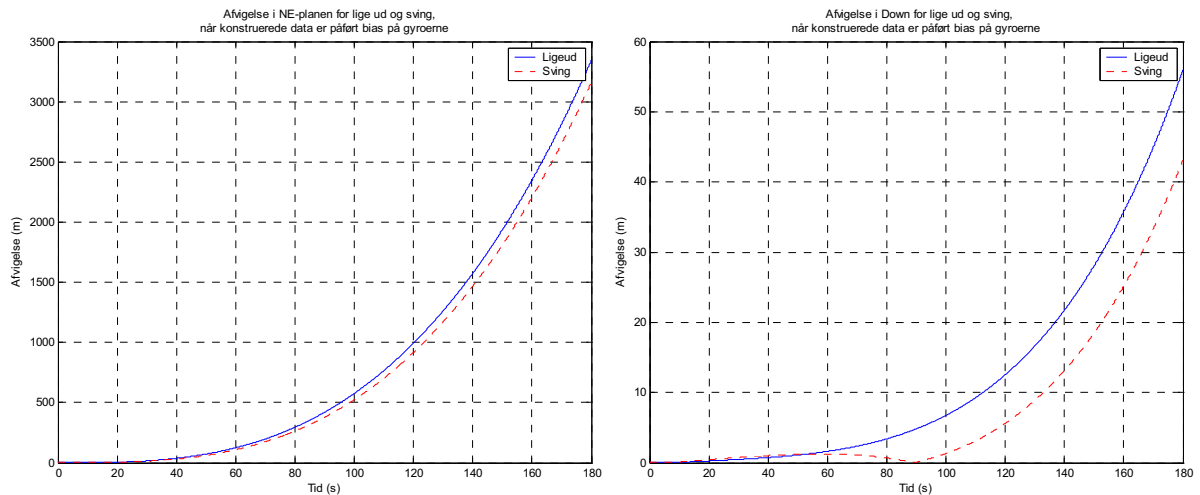
For NE-planen er det tydeligt, at indflydelsen fra gyro bias er den største, mens der kun er en lille forskel på om det er ligeud eller sving kørsel. For gyroernes vedkommende er der efter 10 sek. i NE-planen en afvigelse på 0.5 m, efter 60 sek. omkring 50 m og efter 180 sek. over 2000 m. For accele-

² Bias for z-accelerometret er større end det på x-acc og y-acc, pga. tyngreaccelerationen og derfor også indeholder skalafejl og muligvis andre fejl [Eistrup m.fl., 2005, s. 16-17].

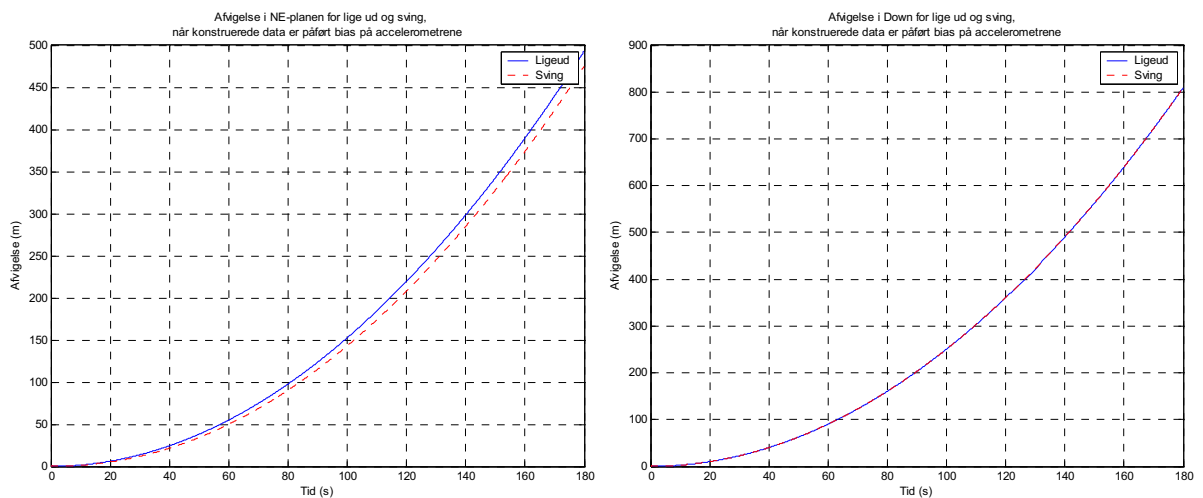
rometrene er afvigelsen efter 10 sek. Omring 1.5, efter 60 sek. omkring 50 m og efter 180 sek. 475 meter. Dvs, at der i NE-planen for gyro-bias og accelerometer-bias er en forskel på omkring 2000 m efter 180 sek. Årsagen til denne store fejl fra gyroerne i NE-planen, er fejl i opretningen af tyngdeaccelerationen, da INS'et tror, at IMU'en står skævt hele tiden pga. bias.

I Down er det derimod accelerometer-bias, som har den største betydning. Dette skyldes dog, som førnævnt, at det bestemte bias på z-accelerometret også indeholder andre fejl. Derfor kan der ikke umiddelbart siges noget konkret om forskellen i Down udover, at der heller ikke er den store forskel på lige ud og sving kørsel.

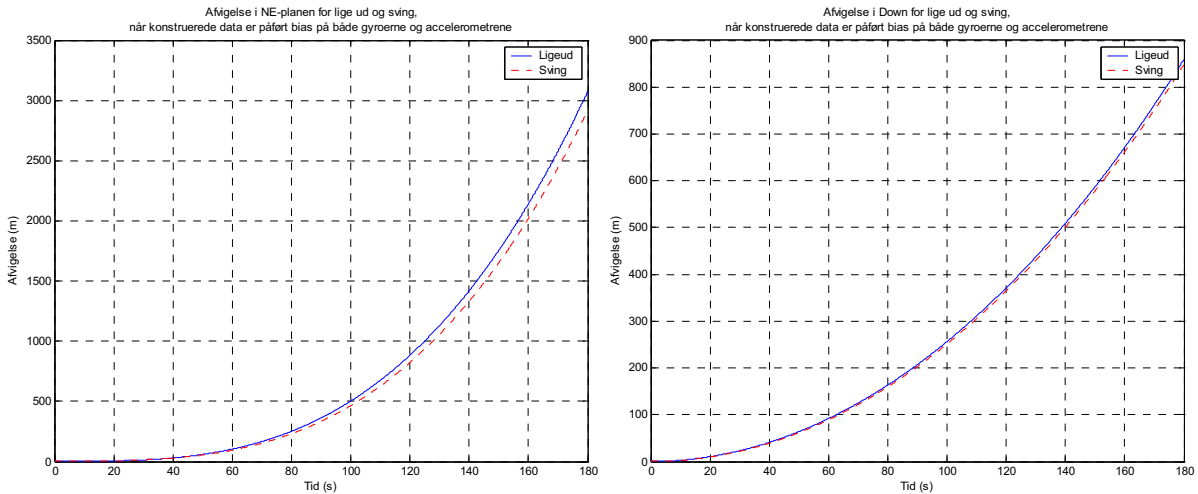
I Figur 2-5 er plottet afvigelse for lige ud og sving kørslen, når bias er påført både gyroer og accelerometre. Ud fra figuren kan det konstateres, at bias på gyroerne og accelerometrene modvirker hinanden, da afvigelsen ligger under afvigelsen, hvor der kun var påført gyro-bias. Dette gælder både for NE-planen og Down. Forklaringen er, at bias på y-gyroen modvirker bias på x-accelerometret, når de begge er negativ.



Figur 2-3: Afvigelser for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført B_{ω}^b . Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.



Figur 2-4: Afvigelser for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført B_f^b . Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.



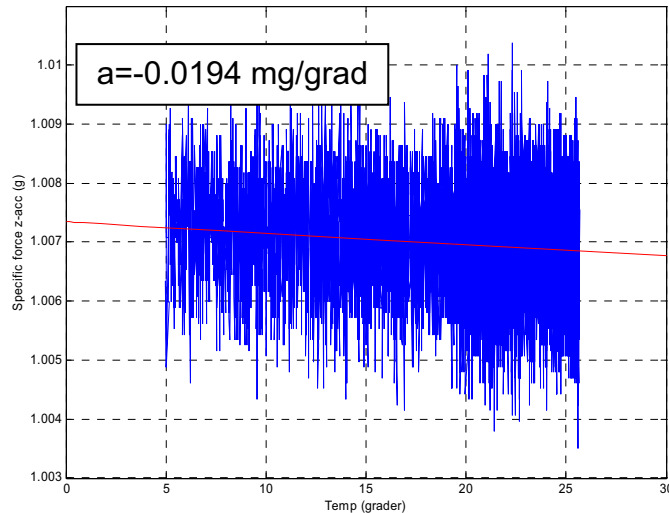
Figur 2-5: Afvigelser for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er Påført B_{ω^b} og B_{f^b} . Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down

Afvigelsen (m) når de konstruerede data er påført hhv. gyro bias, accelerometer bias, samt gyro og accelerometer bias sammen. L = lige ud kørsel og S = Sving kørsel. NE = NE-planen, D = Down								
Tid (s)	5	10	20	30	45	60	120	180
L NE gyro-bias	0.1	0.6	4.5	15.4	52	123	990	3344
L NE acc-bias	0.4	1.5	6.1	13.7	30	54	219	493
L NE begge	0.3	1.2	4.9	13.3	42	102	880	3075
S NE gyro-bias	0.1	0.5	3.7	12.6	44	107.3	913.3	3160
S NE acc-bias	0.4	1.4	5.2	11.8	27	49	207	475
S NE begge	0.4	1.3	5.3	13.4	39	94	820	2918
L D gyro-bias	0.0	0.1	0.2	0.5	0.9	1.6	12.5	55
L D acc-bias	0.6	2.5	10.0	22.5	50.6	89.9	359	809
L D begge	0.6	2.6	10.2	22.9	51.4	91.3	370	859
S D gyro-bias	0.0	0.1	0.4	0.7	1.1	1.2	5.6	43
S D acc-bias	0.6	2.5	10.0	22.5	50.6	89.9	359	809
S D begge	0.6	2.4	9.6	21.7	49.4	88.6	364	847

Figur 2-6: Afvigelser ved simulering af bias på gyroer og accelerometrene enkeltvis, samt en simulering, hvor der er bias på både gyroer og accelerometre.

Der er i specifikationerne fra Crossbow ikke opgivet noget om bias temperaturafhængighed. Ifølge [Titterton, 1997, s. 102] skulle indvirkninger fra temperatur på gyroer bias være inkluderet i størrelsen af de opgivende bias. Derfor undersøgte projektgruppen selv temperaturafhængigheden og Figur 2-7 viser variationen i specific force, som funktion af temperaturen.

Hældningskoefficienten $a = -0.0194\text{mg}/^\circ\text{C}$ viser, at ændringen i specific force ved en temperaturstigning på ca. 22°C er ubetydelig. Derfor kan det også konkluderes, at anvendes IMU'en indenfor temperaturintervallet $5 - 27^\circ\text{C}$, vil der heller ikke være variation i bias som følge af temperaturændringer. Anvendes IMU'en uden for intervallet, vil der formentlig heller ikke være variationer i bias, hvis IMU'en anvendes $\pm 15-20^\circ\text{C}$ fra intervallet. Bevæger man sig udover dette interval, vil en ny undersøgelse være at foretrække, men set i henhold til anvendelsesperspektivet i Danmark, vil intervallet $5 - 27^\circ\text{C}$ formentlig være tilstrækkeligt.



Figur 2-7: Specific force som funktion af temperatur for z-accelerometret. $a = -0.0194$ angiver hældningskoefficienten og dermed hvor meget specific force ændrer sig ved en temperaturændring over 20 grader.

g-afhængig bias

Crossbow nævner i deres specifikationer intet om g-afhængig bias, men ifølge [Titterton, 1997, s. 102] er størrelsen på det g-afhængige bias, på en MEMS strap down IMU som IMU400CC-100, typisk 0.01-0.05°/sek/g. Selv om at specifikationer intet nævner om g-afhængig bias vælger projektgruppen på grundlag af [Titterton, 1997, s. 102], at undersøge betydningen alligevel. Ved navigation af en bil vil det g-afhængige bias have en maksimal størrelse omkring 0.01°/sek, hvis det forudsættes, at den maksimale g-påvirkning er 0.2 g under kørslen. Værdien 0.2 g er fundet ud fra projektgruppens tidligere undersøgelser fra 9. semester. For at se hvilken betydning g-afhængig bias har for positioneringen er værdien 0.01°/sek./g fra [Titterton, 1997, s. 102] anvendt ved simuleringen. De fejlbehæftede ”observationer” er beregnet ud fra formel (2.5).

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{fejl}}^{bx} = \boldsymbol{\omega}_{\text{konstrueret}}^{bx} + \mathbf{B}_{f_{\omega}^{bx}} \cdot \mathbf{f}_{\text{konstrueret}}^b \quad (2.5)$$

Der udføres to simuleringer, den første køres hvor data beregnes som i formel (2.6), den anden simulering køres hvor data beregnes som i formel (2.7). Første simulering medtager g-afhængig bias som følge af alle accelerationer i body frame, mens anden simulering kun medtager g-afhængig bias som følge af accelerationer langs x- og y-aksen i body frame.

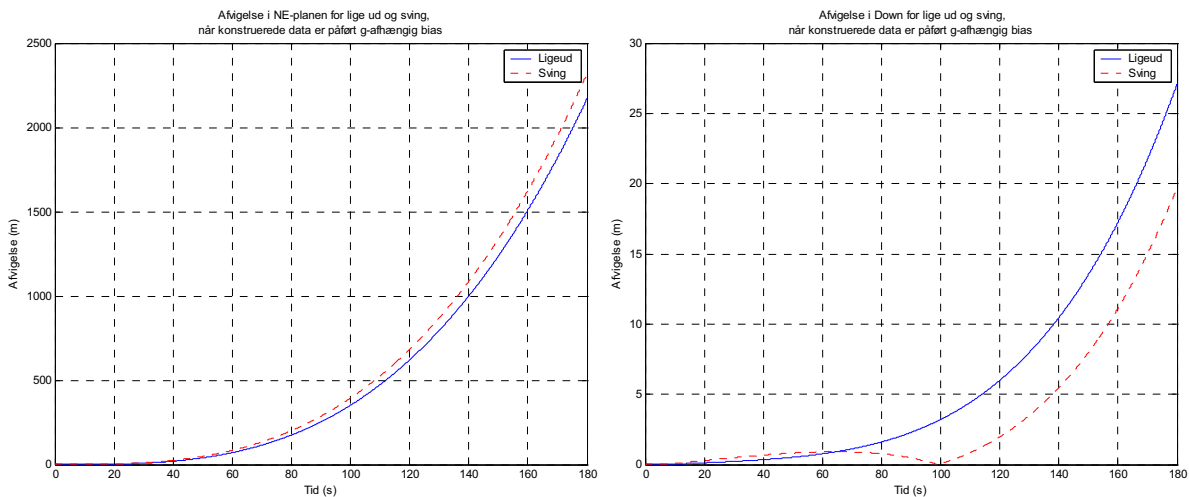
$$\boldsymbol{\omega}_{\text{fejl}}^{bx} = \boldsymbol{\omega}_{\text{konstrueret}}^{bx} + \begin{bmatrix} f_{\text{konstrueret}}^{bx} \\ f_{\text{konstrueret}}^{by} \\ f_{\text{konstrueret}}^{bz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0.01 \end{bmatrix} \text{ } ^{\circ} / \text{sek.} / g \quad (2.6)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{fejl}}^{bx} = \boldsymbol{\omega}_{\text{konstrueret}}^{bx} + \begin{bmatrix} f_{\text{konstrueret}}^{bx} \\ f_{\text{konstrueret}}^{by} \\ f_{\text{konstrueret}}^{bz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0.01 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ } ^{\circ} / \text{sek.} / g \quad (2.7)$$

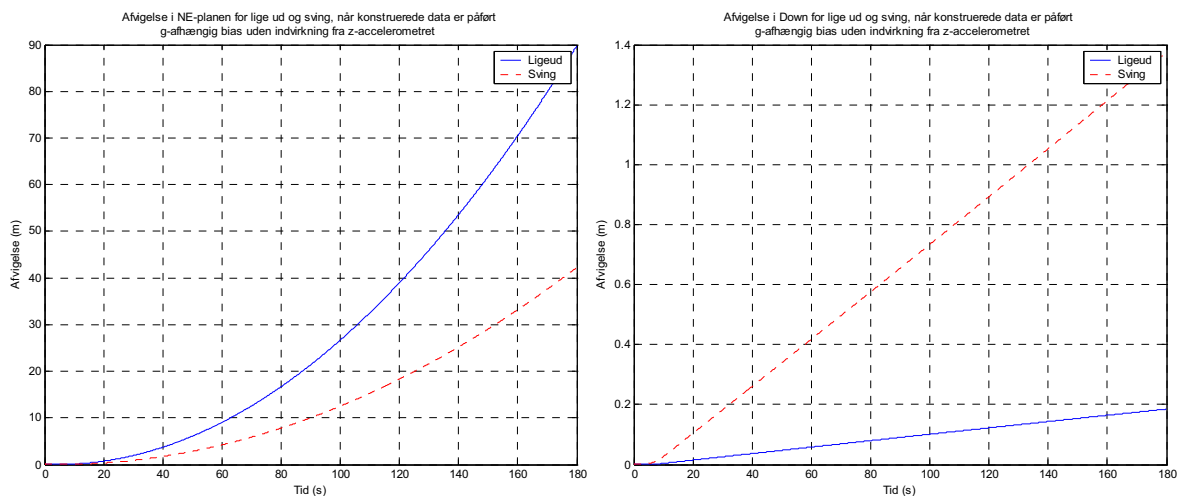
Første simulering viser hvilken samlet fejl i positionering, der vil opstå som følge af g-afhængig bias, når der ikke kalibreres herfor på nogen måde. Anden simulering viser hvilken fejl i positionering, der vil opstå som følge af g-afhængigt bias, når den kalibreringsmetode der anvendtes i [Eistrup m.fl.,

2005] benyttes. Som forklaret i indledningen korrigerer denne kalibreringsmetode i realiteten ikke blot for bias, men også for andre fejl, herunder g-afhængig bias og skalafejl på z-accelerometret. Resultaterne fra anden simulering viser dermed, hvilken forbedring i positionen i planen, der kan forventes ved at implementere en kalibreringsmetode, der fuldstændigt korrigerer for g-afhængigt bias i stedet for at implementere metoden anvendt i [Eistrup m.fl., 2005].

Resultaterne af simuleringen af betydningen af g-afhængig bias som følge af alle accelerationer i body frame fremgår af Figur 2-8 nedenfor, bemærk de forskellige skalaer på y-aksen. Det ses, at afvigelserne er nogenlunde de samme uanset om der er tale om ligeud-kørsel eller sving-kørsel. Resultaterne af simuleringen af betydningen af g-afhængig bias følge af x- og y-acceleration i body frame fremgår af Figur 2-9 nedenfor, bemærk de forskellige skalaer på y-aksen. Det ses, at der ca. er en faktor 2 til forskel i NE-planen for lige ud og sving kørslen, med afvigelser på hhv. ca. 90 m og ca. 40 m. I Down er det omvendt, hvor lige ud kørslen næsten ikke giver nogen afvigelse (0.2 m), mens sving kørslen har en afvigelse på 1.4 m. Det ses endvidere, at afvigelserne i Figur 2-9 er langt mindre end i Figur 2-8, således at størstedelen af positionsfejlen som følge af g-afhængigt bias elimineres ved den metode, der anvendtes i [Eistrup m.fl., 2005]



Figur 2-8: Afvigelsen for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført $B_{f\omega^b}$. Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.



Figur 2-9: Afvigelsen for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført $B_{f\omega^b}$ uden indvirkning fra z-acc. Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.

Afvigelsen (m) når de konstruerede data er påført g-afhængig bias, beregnet med og uden indflydelse fra z-acc. (*) er uden indflydelse fra z-acc
 L = lige ud kørsel og S = Sving kørsel. NE = NE-planen, D = Down

Tid (s)	5	10	20	30	45	60	120	180
L NE	0.0	0.4	3.0	10.2	34.9	83.5	681	2317
S NE	0.0	0.3	2.3	7.8	28.1	70.1	618	2170
L NE*	0.0	0.0	0.3	0.9	2.2	4.2	18.3	42.2
S NE*	0.0	0.1	0.7	1.9	4.8	9.0	38.9	89.8
L D	0.0	0.0	0.1	0.2	0.4	0.8	6.0	27.1
S D	0.0	0.1	0.3	0.5	0.8	0.9	1.9	19.7
L D*	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.2
S D*	0.0	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.9	1.4

Figur 2-10: Afvigelser når konstruerede data påføres g-afhængigt bias

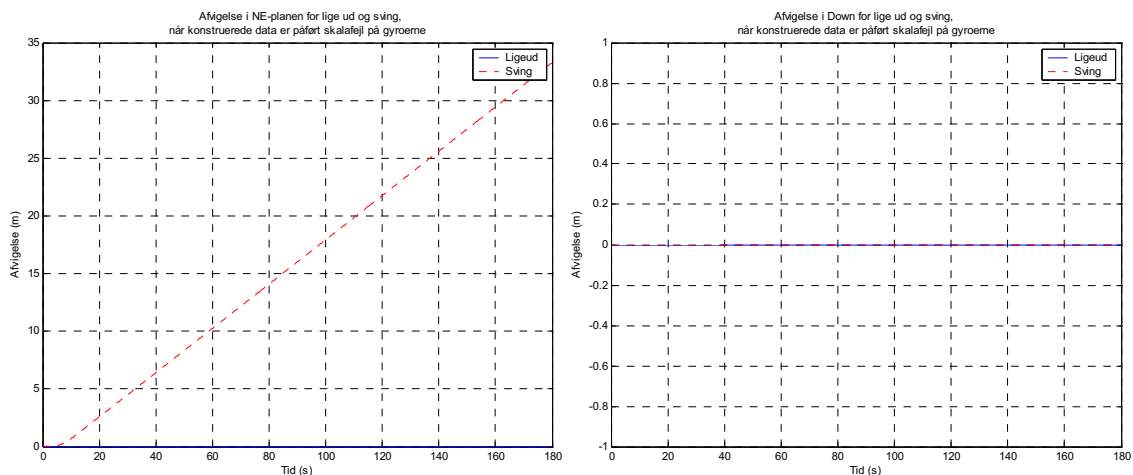
Skalafejl

Skalafejlen for IMU400CC-100 er opgivet til mindre end 1 % på både gyroer og accelerometre jf. [CrossbowB]. Skalafejlen på gyroerne skulle ifølge [Titterton, 1997, s. 102] være temperaturafhængig, hvilket specifikationerne fra Crossbow dog ikke opgiver noget om. Temperaturafhængigheden er ifølge [Titterton, 1997, s. 102] for skalafejlen på gyroerne 0.01-0.05 %/°C. For accelerometrene angives derimod intet omkring temperaturafhængighed, og kan så sandsynligvis betragtes som stort set ikke værende til stede [Titterton, 1997, s. 168]. For at se hvilken betydning skalafejlen har for positioneringen er der anvendt værdierne fra specifikationerne fra [CrossbowB] til simuleringen. Det er valgt ikke at simulere skalafejlens temperaturafhængighed, da betydningen af denne er lille i forhold til selve skalafejlen, hvis det forudsættes at IMU'en anvendes under samme temperatur som skalafejlen bestemmes ved. Formel (2.8) og (2.9) viser, hvordan skalafejlen påføres de konstruerede data for x-gyroen og x-accelerometret.

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{fejl}}^{bx} = \boldsymbol{\omega}_{\text{konstrueret}}^{bx} + (\boldsymbol{\omega}_{\text{konstrueret}}^{bx} S_{\omega^{bx}}^+) \quad (2.8)$$

$$\mathbf{f}_{\text{fejl}}^{bx} = \mathbf{f}_{\text{konstrueret}}^{bx} + (\mathbf{f}_{\text{konstrueret}}^{bx} S_{f^{bx}}^+) \quad (2.9)$$

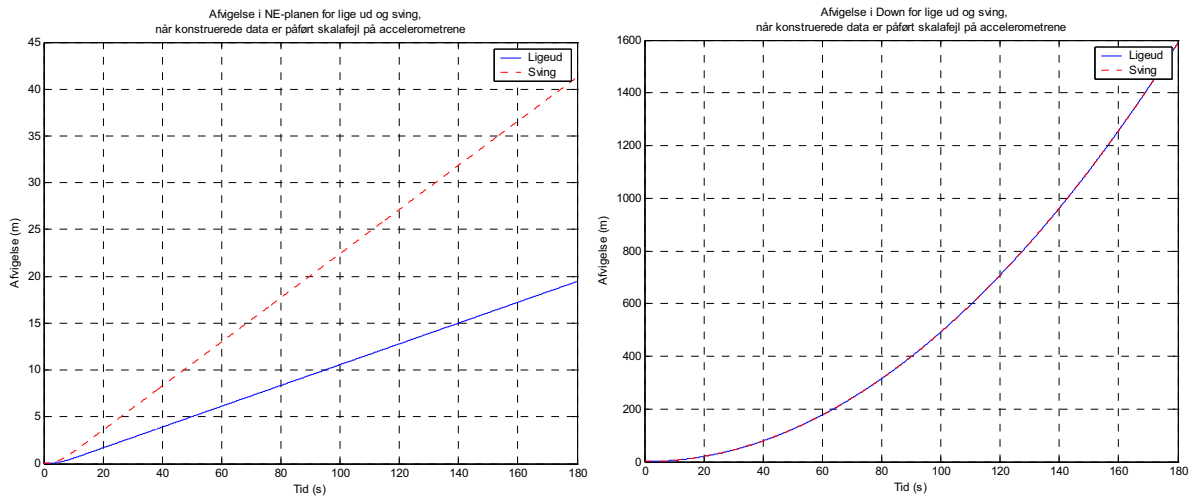
Af Figur 2-11 nedenfor ses simuleringresultaterne for betydningen af skalafejlen på gyroerne. Det er kun ifm. svingkørslen og kun i NE-planen, der kommer en positionsfejl. Det skyldes at svingkørslen ikke involverer en ændring i roll og pitch og at ligeud-kørslen ikke involverer rotationer overhovedet, hvorfor skalafejlen på gyroerne ikke medfører en fejl i positionering.



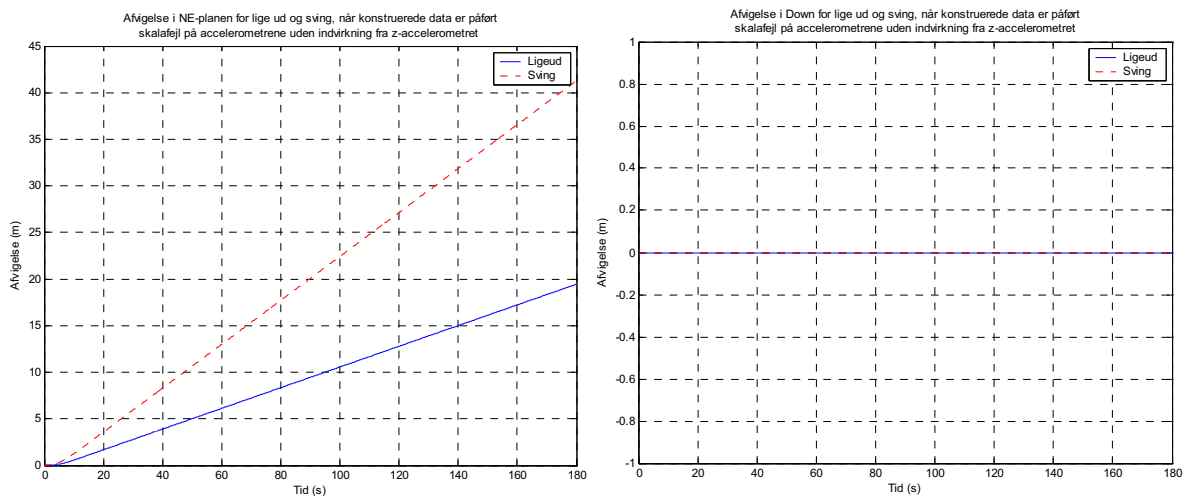
Figur 2-11: Afvigelsen for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede gyrodata er påført S_{ω^b} . Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. er det afvigelsen i Down.

For så vidt angår skalafejlen på accelerometrene gennemføres der, som for g-afhængigt bias, to simuleringer. Første simulering medtager skalfejlen på alle accelerometre, mens anden simulering kun medtager skalfejlen på x- og y-accelerometeret. Begrundelsen herfor er den samme som for at der gennemføres to simuleringer for g-afhængigt bias. Således vil resultaterne fra den simulering, der kun medtager skalfejlen på x- og y-accelerometeret, vise hvilken forbedring i positionering der kan forventes ved at implementere en kalibreringsmetode, der fuldstændigt korrigerer for skalafejlen i stedet for at implementere metoden anvendt i [Eistrup m.fl., 2005].

Simuleringsresultaterne for betydningen af accelerometerskalafejlen viser jf. Figur 2-12 og Figur 2-13, at skalafejlen har størst betydning ved svingkørslen, bemærk de forskellige skalaer på y-aksen. Afvigelsen i NE-planen for accelerometerskalafejlen er af nogenlunde samme størrelsesorden som fejlene for g-afhængig bias som følge af x- og y-acceleration, men de er begge meget mindre end afvigelsen som følge af bias. Som forventet ses det endvidere at når skalafejlen på z-accelerometeret elimineres har accelerometerskalafejl ikke nogen effekt på bestemmelsen af Down.



Figur 2-12: Afvigelsen for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført S_{f^b} . Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.



Figur 2-13: Afvigelsen for hhv. lige ud og sving kørsel når de konstruerede data er påført S_{f^b} på x- og y-accelerometeret. Tv. ses afvigelsen i NE-planen og th. afvigelsen i Down.

Afvigelsen (m) når konstruerede data er påført hhv. skalafejl på gyro, skalafejl på accelerometre, samt skalafejl på accelerometre uden indflydelse fra z-acc.
 (*) er uden indflydelse fra z-acc. L = lige ud kørsel og S = Sving kørsel. NE = NE-planen, D = Down

Tid (s)	5	10	20	30	45	60	120	180
L NE skala-gyro	0	0	0	0	0	0	0	0
L NE skala-acc	0.1	0.6	1.7	2.8	4.4	6.1	12.8	19.4
L NE skala-acc*	0.1	0.6	1.7	2.8	4.4	6.1	12.8	19.4
S NE skala-gyro	0.1	0.6	2.5	4.5	7.3	10.2	21.7	33.3
S NE skala-acc	0.3	1.2	3.5	5.9	9.4	13.0	27.1	41.3
S NE skala-acc*	0.3	1.2	3.5	5.9	9.4	13.0	27.1	41.3
L D skala-gyro	0	0	0	0	0	0	0	0
L D skala-acc	1.2	4.9	19.6	44	99	176	706	1590
L D skala-acc*	0	0	0	0	0	0	0	0
S D skala-gyro	0	0	0	0	0	0	0	0
S D skala-acc	1.2	4.9	19.6	44	99	176	706	1590
S D skala-acc*	0	0	0	0	0	0	0	0

Non-linearitet

Specifikationerne angiver non-lineariteten til at være mindre end 0.3% ved Full Scale³ (FS) for gyroerne og mindre end 1 % for accelerometrene ved FS og ifølge [Titterton, 1997, s. 102, 168] er non-lineariteten en væsentlig fejl ved MEMS sensorer. Da non-lineariteten formentlig er størst ved FS, hvilket vil sige, at der ved FS med IMU400CC-100 vil være et bidrag fra non-linearitet på 0.3° på gyroerne og 20 mg for accelerometrene, da FS er hhv. 100°/s og 2 g. Under den tidligere omtalte forudsætning om, at den maksimale vinkelændring og g-påvirkning ved bilkørsel er hhv. 30°/sek. og 0.2 g, vil bidraget fra non-lineariteten formentlig blive ubetydelig i forhold til de andre fejl, som f.eks. bias. Hvilken størrelse non-lineariteten har ved 30°/sek. og 0.2 g er ikke muligt at give et bud på grundet de ulineære omstændigheder.

Aksefejl

Der er ikke opgivet noget om aksefejl i hverken specifikationerne eller [Titterton, 1997, s. 102, 168], hvilket indikerer, at denne er uden betydning. Dette underbygges af, at [Allen, 1998] skriver, at der kan ses bort fra aksefejl, når IMU'en er af typen MEMS og derfor vælger vi også at gøre dette.

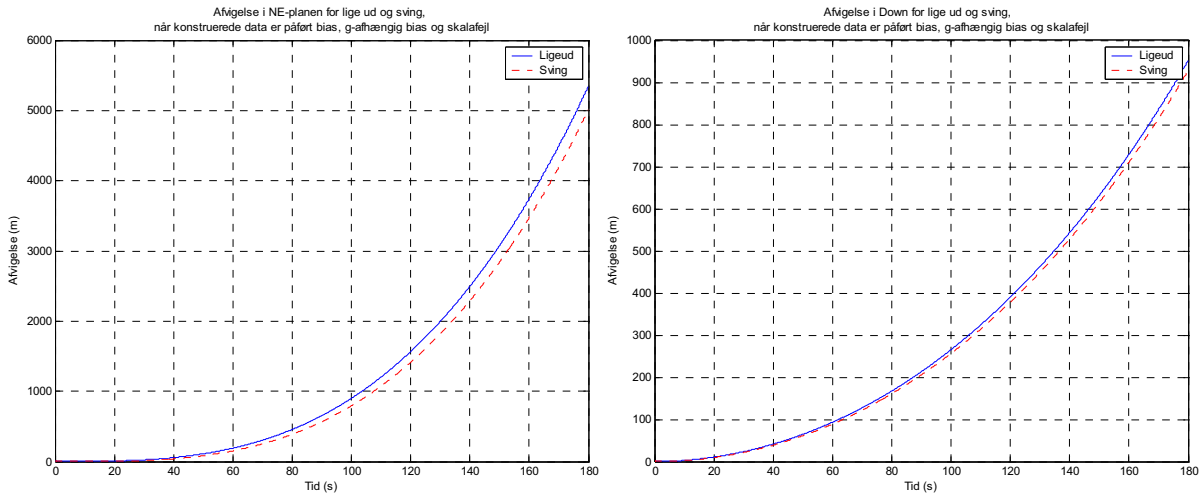
Samlet indflydelse fra bias, g-afhængigt bias og skalafejl

I de foregående afsnit er der set på hvilken indflydelse de enkelte systematiske fejl har. For at se hvilken betydningen de tre systematiske fejl bias, g-afhængigt bias og skalafejl har, foretages også simuleringer, hvor disse tre indgår samtidig. Formlerne (2.10) og (2.11) viser hvordan de tre systematiske fejl er påført de konstruerede data for x-gyroen og x-accelerometret. Indflydelsen fra z-accelerometret for hhv. g-afhængig bias og skalafejl indgår i beregningerne.

$$\boldsymbol{\omega}_{fejl}^{bx} = \boldsymbol{\omega}_{konstrueret}^{bx} + B_{\omega^{bx}} + \mathbf{B}_{f_{\omega^{bx}}} \cdot \mathbf{f}_{konstrueret}^b + \boldsymbol{\omega}_{konstrueret}^{bx} \mathbf{S}_{\omega^{bx}}^+ \quad (2.10)$$

$$\mathbf{f}_{fejl}^{bx} = \mathbf{f}_{konstrueret}^{bx} + B_{f^{bx}} + \mathbf{f}_{konstrueret}^{bx} \mathbf{S}_{f^{bx}}^+ \quad (2.11)$$

³ Full Scale angiver den værdi som IMU'en maksimalt kan registrere, for IMU400CC-100 er det hhv. 100°/s og 2 g.



Figur 2-14: Oversigt over afvigelser for simulering af lige ud og sving kørsel med fejlene bias, g-afhængig bias og skalafejl.

Afvigelser (m) for lige ud (L) og sving (S) med, når de konstruerede data er påført bias, g-afhængig bias og skala fejl. L = lige ud kørsel og S = Sving kørsel. NE = NE-planen, D = Down								
Tid (s)	5	10	20	30	45	60	120	180
L NE	0.3	1.3	7.6	23.9	79	189	1560	5347
L D	0.6	2.6	10.4	23.2	52	92	389	952
S NE	0.3	1.2	3.9	13.7	57	150	1408	5007
S D	0.6	2.3	9.3	21.3	48	88	377	928

Figur 2-15: Afvigelser for lige ud og sving, når de konstruerede data er påført bias, g-afhængig bias og skala fejl.

Det ses umiddelbart jf. Figur 2-14 og Figur 2-15, at forskellen på lige ud og sving kørsel er den samme efter 5 og 10 sek., mens der efter 20, 30 sek. er en faktor ca. 2 til forskel og fra 45 til 180 sek. ligger afvigelsen i sving kørslen under. I Down er afvigelsen den samme hele vejen igennem.

Tilfældige fejl

Størrelsen af de tilfældige fejl er afgørende for nøjagtighed, som kan opnås med en IMU, fordi der naturligvis ikke kan kalibreres for en tilfældig fejl. Ud fra erfaring omkring forskellen på de opgivne værdier for bias og de værdier projektgruppen har bestemt, vælges det ikke at anvende de opgivne værdier til simulering af de tilfældige fejl. Data for de tilfældige fejl findes ved at logge data fra IMU'en og derefter på den enkelte sensor trække middelværdien fra samtlige observationerne. Forudsætninger for data indsamlingen er, at IMU'en står stille og vandretstillet med en krydslibelle⁴.

$$v_{f^{bx}} = \tilde{f}^{bx} - \mu_{\tilde{f}^{bx}} \tag{2.12}$$

Det vælges at indsamle data så det bliver muligt at køre 1000 simuleringer, for at få et sikkert statistisk grundlag for resultaterne. Det vælges ligesom ved de systematiske fejl at indsamle data så simuleringstiden bliver tilsvarende 180 sek. For at få data til 1000 simulering indsamles så 3*1000 minutters

⁴ Krydslibellen er et instrument bestående af to rørlibeller orienteret vinkelret på hinanden, således det er muligt at vandretstille i roll og pitch på samme tid. Yderlig info kan findes i [Eistrup m.fl., 2005, s. 33] i Bilag 1.

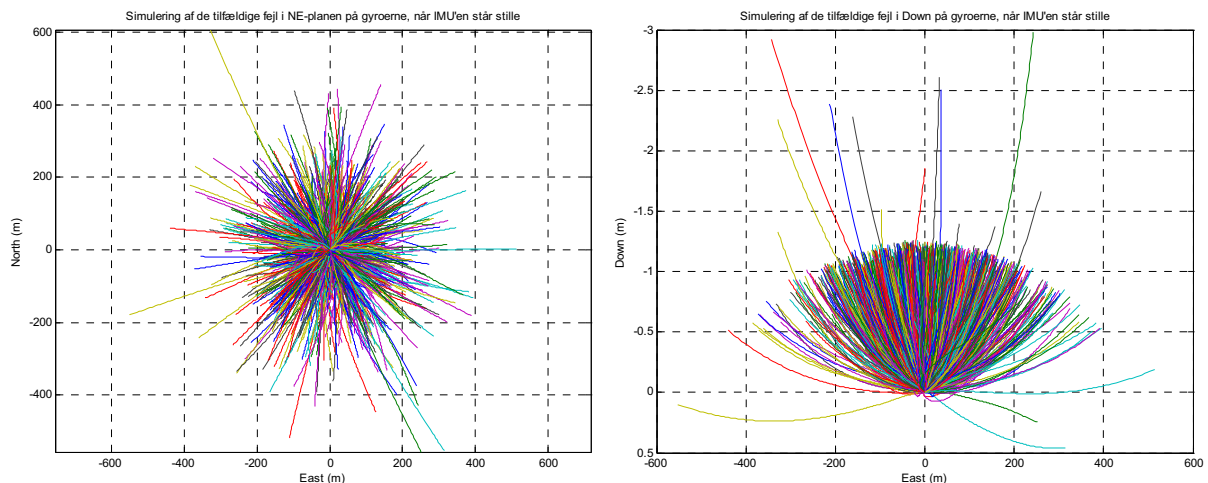
data svarende til 50 timer. Observationerne logges vha. Gyroview til en stor fil (1.6Gb), filen splittes efterfølgende op i 1000 filer af 180 sekunders. Gyroview er *Crossbows* eget datalogningsprogram [CrossbowC].

Simuleringerne, som er udført med scriptet *ins_random.m* (Bilag CD). De tilfældige fejl påføres de konstruerede datasæt som vist i formel (2.13) ved simulering af lige ud kørsel. Ved simulering af, at IMU'en står stille er $f_{fejl}^{bx} = v_{f^{bx}}$.

$$f_{konstrueret+v_{f^{bx}}}^{bx} = f_{konstrueret}^{bx} + v_{f^{bx}} \quad (2.13)$$

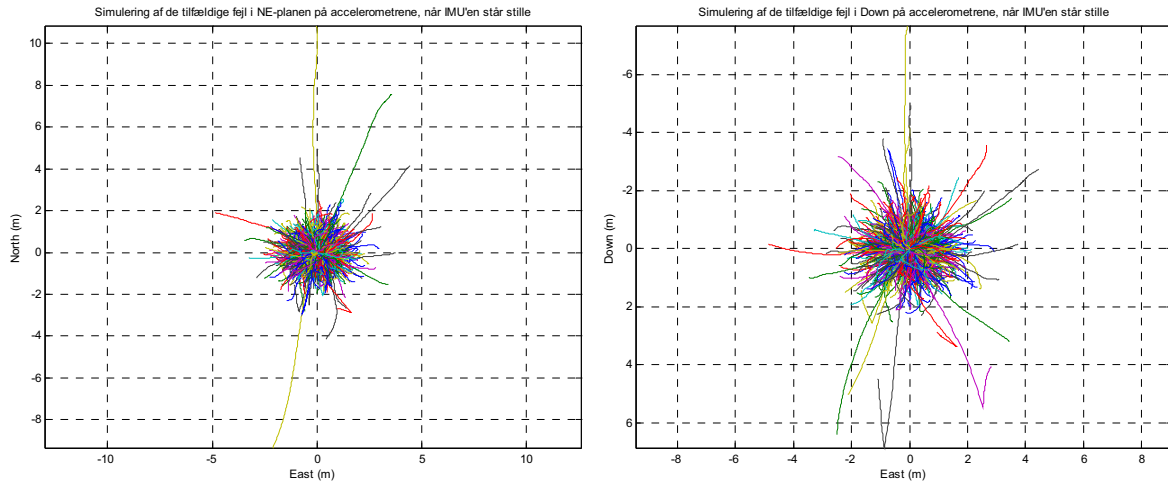
Ved simuleringen af de tilfældige fejl undersøges for det første, hvilken indflydelse de har på positionen i løbet af de 180 sek. Men det undersøges også, om der forskel på betydningen af de tilfældige fejl hhv. når IMU'en står stille eller er i bevægelse. Endvidere undersøges det som i de foregående afsnit, hvilken indflydelse de tilfældige fejl har på hhv. gyroer og accelerometre.

Der er jf. Figur 2-16 og Figur 2-17 simuleret for når IMU'en står stille for hhv. gyroer og accelerometre. Først kan det konkluderes, at de indsamlede data er valide til at gennemfører de tiltænkte simuleringer med, da de er tilfældige omkring (0,0). Ses der først på NE-planen ses det, at de tilfældige på gyroerne overskygger indflydelsen fra accelerometrene totalt. Det observeres for gyroernes vedkommende i NE-planen, at de tilfældige fejl numerisk bevirker, at der vil opbygges en middelfvigelse i positionen på ca. 250 m, mens den for accelerometrene kun er ca. 2 m. I Down er afvigelser fra gyroer og accelerometre derimod næsten ens. Formen på plottet i Figur 2-16 skyldes, at IMU'en hele tiden har en vilkårlig skæv orientering i forhold til vandret og derfor vil INS'et opfatte det som om, at IMU'en ligger for lavt, og derfor vil opretningen af tyngceacceleration resultere i, at INS'et trækker positionen op efter.



Figur 2-16: Simulering af de tilfældige fejl på gyroerne for IMU400CC-100, når denne står stille.

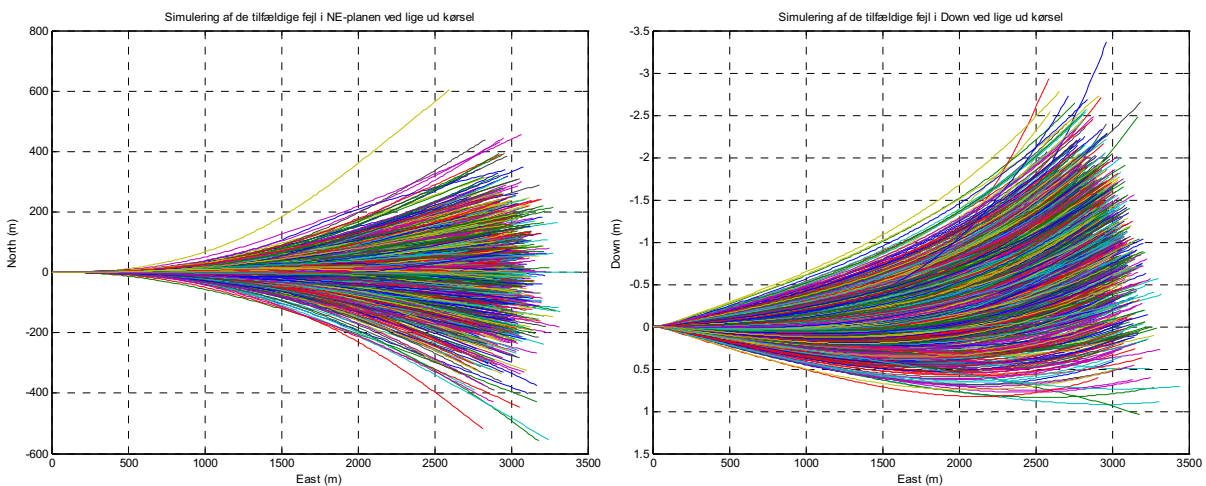
Tv. ses NE-planen og th. Down.



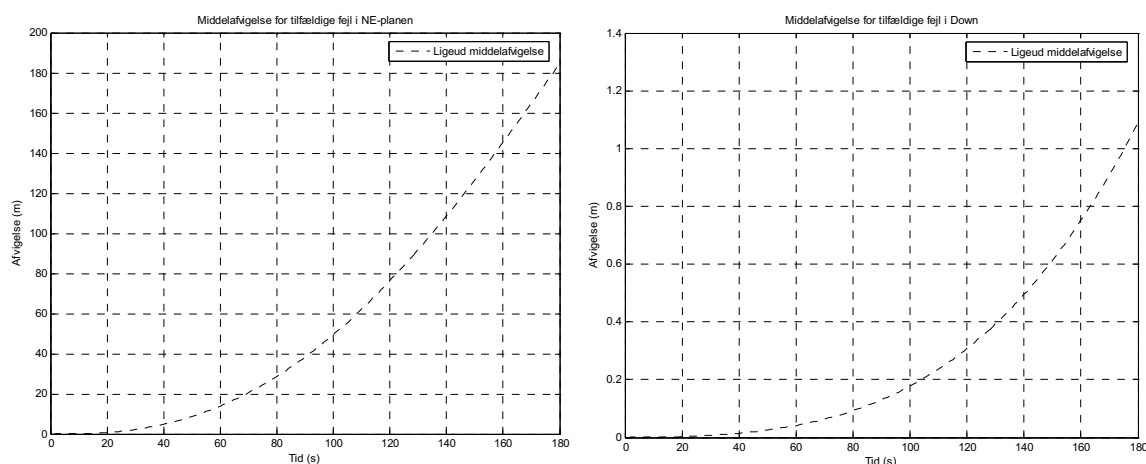
Figur 2-17: Simulering af de tilfældige fejl på accelerometrene for IMU400CC-100, når denne står stille. Tv. ses NE-planen og th. Down.

Efter have set på de tilfældige fejls betydning, når IMU'en står stille, ses nu på hvad der sker, når den er i bevægelse. På Figur 2-18 ses, hvordan simuleringerne ligger normalfordelt omkring East for NE-planen, mens der i Down ses samme indflydelse fra gyroerne som i Figur 2-16 ovenfor. På den næste Figur 2-19 ses middelfvigelsen som funktion af tiden for NE-planen og Down og værdierne for middelfvigelsen kan ses i Figur 2-20, hvorfra det kan konkluderes, at de tilfældige fejls betydning efter hhv. 10, 60 og 180 sekunder er ca. 0.15, 15 og 185 meter for NE-planen. For Down er middelfvigelse til de samme tidspunkter 0.010, 0.10 og 1.12 meter.

Ses der på forskellen i middelfvigelsen mellem lige ud kørsel simulering og når IMU'en står stille, ses det i jf. Figur 2-21, at den er meget lille. Deraf kan det konkluderes, at der ikke er forskel på indflydelsen fra de tilfældige fejl, når IMU'en hhv. stille er i bevægelse. Således kan det også konkluderes, at de nævnte middelfvigelser er det resultat, som det er muligt at opnå forudsat, at der er kalibreret for alle systematisk fejl.



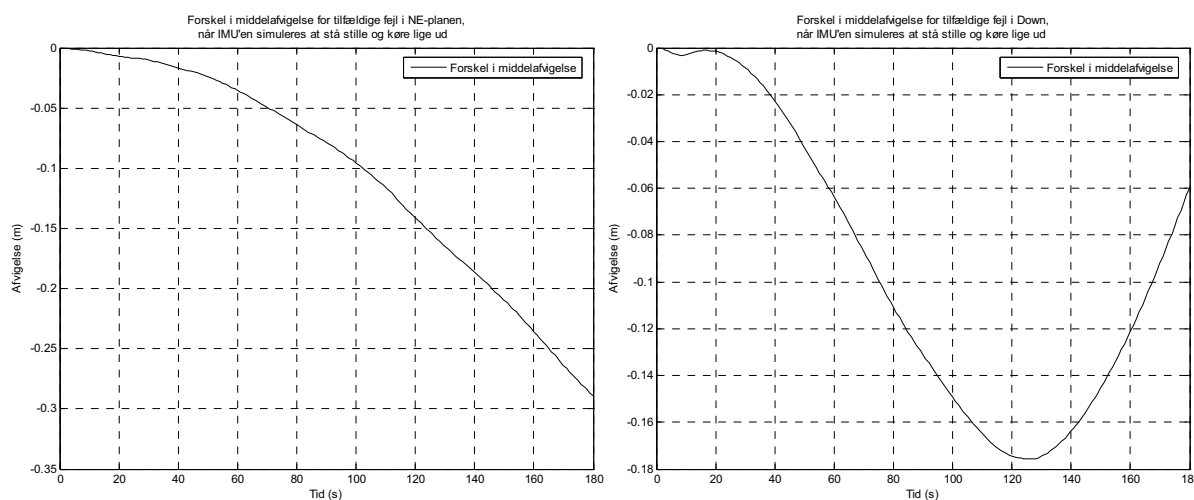
Figur 2-18: Simulering af de tilfældige fejl ved lige ud kørsel. Tv. NE-planen og th. Down.



Figur 2-19: Middelfvigelse for simuleringen af lige ud kørel.
Tv. middelfvigelsen for NE-planen og th. Down

Middelfvigelse ved simulering af tilfældige fejl (TF) i NE-planen og Down ved lige ud kørsel								
Tid(s)	5	10	20	30	45	60	120	180
TF NE	0.02	0.14	0.87	2.5	7.0	14.5	77.9	184.8
TF Down	0.002	0.010	0.037	0.064	0.105	0.149	0.417	1.119

Figur 2-20: Middelfvigelse ved simulering af tilfældige fejl i NE-planen og Down ved lige ud kørsel

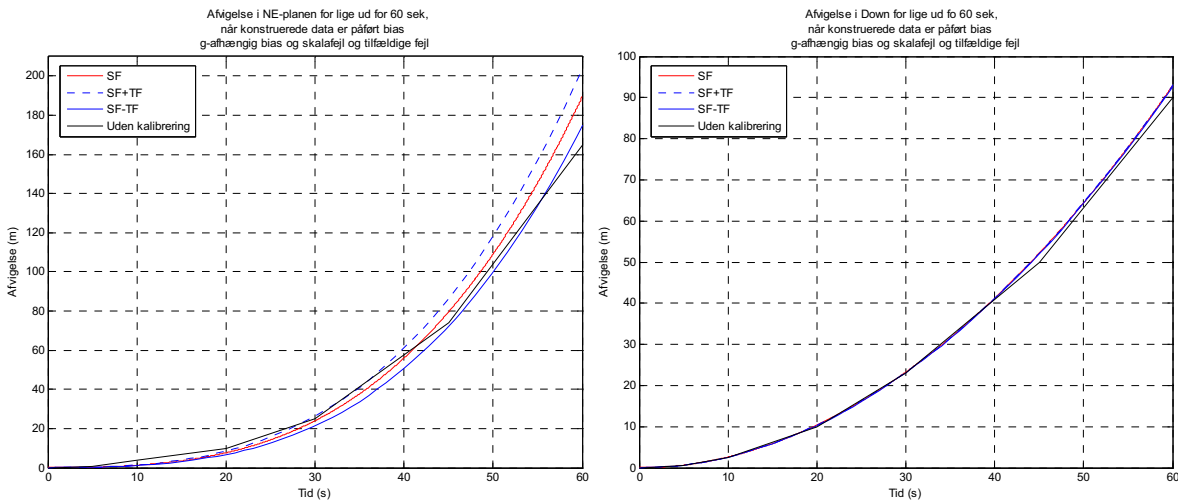


Figur 2-21: Forskel på middelfvigelsen fra hhv. når IMU'en simuleres at stå stille og kører lige ud.

Systematiske fejl og tilfældige fejl samlet

Hidtil er det undersøgt, hvilken betydning de systematiske fejl bias, g-afhængig bias og skalafejl har enkeltvis og samlet. Ligeledes er det ovenfor gennemgået, hvilken betydning de tilfældige fejl har. Ved at se på de systematiske og de tilfældige fejl sammen og sammenligne med en virkelige køretur med IMU'en kan vil det kunne konstateres om simuleringerne svarer til virkeligheden. Projektgruppen har fra [Eistrup m.fl., 2005, s. 110 og 111] data fra en køreture med ukalibrede data, disse kan så bruges til sammenligning af de middelfvgelser som er opnået gennem simuleringerne.

I Figur 2-22 nedenfor, vises grafer for hhv. middelfavigelser ved simulering af systematiske og de tilfældige fejl. I Figur 2-23 ses værdierne for afvigelse efter. Det er valgt kun at vise de første 60 sekunder, da der kun findes data til de virkelige data i dette tidsrum. Signaturforklaringen henviser med SF til systematiske fejl og TF til tilfældige fejl. Ved SF+TF og SF-TF er den systematiske fejls afvigelse hhv. adderet og subtraheret middelfavigelsen fra de tilfældige fejl, dette interval omkring den systematiske fejl ses tydeligt på Figur 2-22 for NE-planen, mens intervallet i Down er så lille, at det ikke kan ses. Intervallet er indlagt, fordi de tilfældige fejl enten kan adderes eller subtraheres den systematiske fejl jf. Figur 2-18. Uden kalibrering henviser til en køretur fra [Eistrup m.fl, 2005], hvor rå IMU data er kørt gennem IN-algoritmen for tilsvarende lige ud kørsel og hvor der er beregnet afvigelsen mellem INS og en RTK-GPS. Der ved kan afvigelse fra 9. semester sammenlignes med afvigelse beregnet fra simuleringens resultater. Som det ses jf. Figur 2-22 og Figur 2-23 ligger afvigelse fra 9. semester inden for intervallet af de simulerede data, eller sagt på en anden måde, de simulerede data passer med virkeligheden. Dermed kan det konkluderes, at de udførte simuleringer et udtryk for virkeligheden.



Figur 2-22: Sammenligning af afvigelser fra systematiske og de tilfældige fejl sammen med data fra en virkelig køretur fra [Eistrup m.fl., 2005, s. 110 og 111].

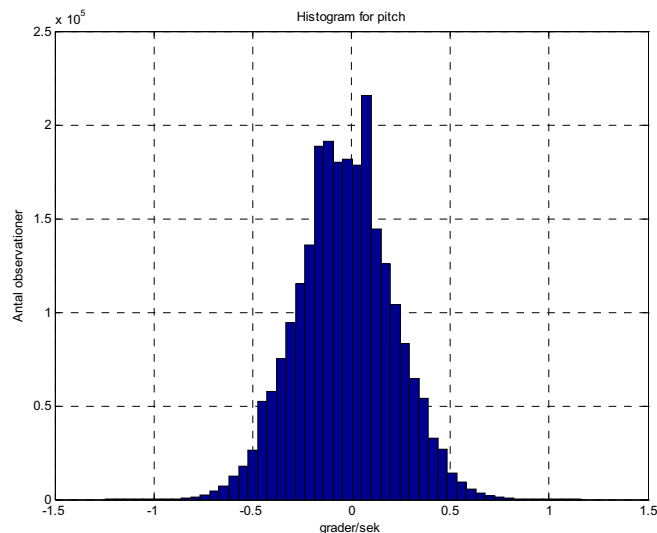
Afvigelser ift. de konstruerede data for de simulerede systematiske fejl (SF) og de tilfældige fejl (TF) i NE-planen og Down, samt afvigelsen fra 9. semester, når IMU'en ikke var kalibreret. NE = NE-planen, D = Down								
Tid (s)	5	10	20	30	45	60	120	180
SF NE (m)	0.28	1.29	7.60	23.9	79	189.5	1560	5258
TF NE (m)	0.02	0.14	0.87	2.5	7.0	14.5	77	184
SF+TF NE (m)	0.30	1.43	8.47	26.4	86	204	1638	5443
SF-TF NE (m)	0.25	1.14	6.73	21.4	72	175	1482	5074
9. Semester NE	0.7	4	10	25	74	165	-	-
SF Down (m)	0.64	2.59	10.37	23.19	52.08	92.89	389.32	940.36
TF Down (m)	0.00	0.01	0.04	0.06	0.11	0.15	0.42	1.12
SF+TF Down (m)	0.64	2.60	10.40	23.26	52.18	93.04	389.74	941.48
SF-TF Down (m)	0.63	2.58	10.33	23.13	54.97	92.74	388.91	939.24
9. Semester Down	0.63	2.5	10	23	50	90	-	-

Figur 2-23: Oversigt over middelfavigelser ved simuleringer af systematiske og tilfældige fejl, samt middelfavigelsen fra en rigtig køretur med rå IMU data.

2.1.3 Autokorrelationen af observationer fra accelerometre og gyroer

Observationerne fra IMU'ens gyroer og accelerometre kan udlæses med en sample rate på op til 134 Hz. Disse observationer vil dog i større eller mindre udstrækning være autokorrelerede, dvs. korrelerede med sig selv over tid. I forbindelse med en senere vurdering af forskellige kalibreringsmetoder er det nødvendigt at vide i hvilken udstrækning observationerne er autokorrelerede og derfor er det relevant at undersøge dette nærmere. Som udgangspunkt forventes det at sensorerne kan levere uafhængige observationer med en frekvens svarende til båndbredden, dvs. med 25 Hz og 75 Hz for henholdsvis gyroer og accelerometre. I det efterfølgende undersøges nærmere om denne forventning ser ud til at være korrekt.

For et sæt af observationer (stokastiske variable) der er normalfordelte gælder, at hvis korrelationen mellem to observationer er nul, vil de to observationer være uafhængige [Højbjerg, 2005]. Derfor undersøges først om observationerne er normalfordelte. Dette gøres ved at indsamle observationer fra hver af sensorerne ved fuld sample rate over 5 timer og derefter, for hver af sensorerne, at plote et histogram over de indsamlede observationer. Figur 2-24 nedenfor viser et eksempel herpå for observationerne fra y-gyroen:

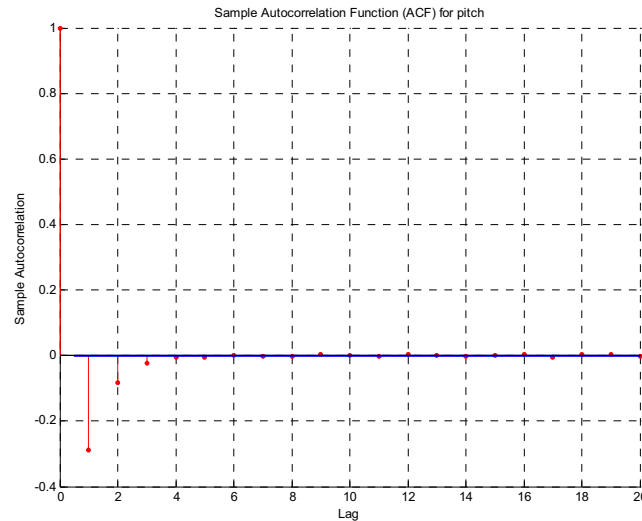


Figur 2-24: Histogram for observationer fra y-gyro (pitch) indsamlet over 5 timer ved fuld sample rate (134 Hz).

Det ses at histogrammet tilnærmelsesvis har en klokkeform karakteristisk for normalfordelingen og det må derfor antages at observationerne fra y-gyroen tilnærmelsesvis er normalfordelt. Det samme gør sig gældende for histogrammerne for de øvrige sensorer og det konkluderes derfor at observationerne fra accelerometre og gyroer tilnærmelsesvis er normalfordelte. Histogrammer for alle seks sensorer kan ses i *Bilag 1 – CD-rom* under kapitel 2.

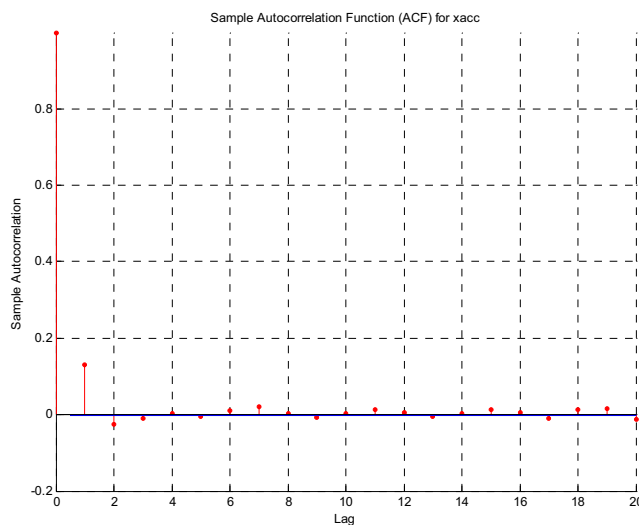
Dernæst undersøges det i hvilken udstrækning observationerne er autokorrelerede. Dette gøres ved, for observationerne fra hver sensor, at plote en empirisk bestemt autokorrelationsfunktion. Denne beskriver hvor korrelerede to observationer er som funktion af "afstanden" mellem dem, dvs. som funktion af om de to observationer er identiske (lag 0), følger umiddelbart efter hinanden (lag 1) eller er separeret af en eller flere mellemliggende observationer (lag 2 og opefter). Autokorrelationsfunktionerne

findes vha. matlab-funktionen *autocorr.m*⁵. Figur 2-25 nedenfor viser autokorrelationsfunktionen for y-gyroen. Førsteaksen på grafen angiver antallet af lags og andenaksen den tilhørende korrelation. Det blå bånd omkring førsteaksen, der er meget smalt og derfor fremtræder som en streg, angiver hvornår korrelationen er signifikant forskellig fra nul (på 95 %-niveau). Det ses at ved lag 4 og opefter er autokorrelationen meget tæt på nul (<+/-0.01) omend den ikke generelt er signifikant forskellig fra nul. Det indikerer, at praktisk talt er omtrent hver fjerde observation fra y-gyroen uafhængig svarende til at denne kan levere uafhængige observationer med ca. 34 Hz. Autokorrelationsfunktionerne for de øvrige gyroer har samme udseende og indikerer derfor en tilsvarende grad af autokorrelation. Autokorrelationsfunktionerne for samtlige gyroer kan ses i *Bilag 1* under kapitel 2.



Figur 2-25: Autokorrelationsfunktion for observationer fra y-gyro (pitch) indsamlet over 5 timer ved fuld sample rate (134 Hz).

For observationerne fra accelerometrene er billedet mindre entydigt. Figur 2-26 nedenfor viser autokorrelationsfunktionen for x-accelerometeret. Her er autokorrelationen tæt på nul (<+/-0.02) ved lag 2 og opefter, hvilket indikerer at ca. hver anden observation er uafhængig, svarende til at accelerometeret leverer uafhængige observationer med ca. 67 Hz.



Figur 2-26: Autokorrelationsfunktion for observationer fra x-accelerometer indsamlet over 5 timer ved fuld sample rate (134 Hz).

⁵ Forudsætter toolboxen "Garch"

Autokorrelationsfunktionerne for samtlige accelerometre kan ses i *Bilag 1*. For y- og z-accelerometeret er billedet anderledes end for x-accelerometeret, idet autokorrelationen først stabiliserer sig ved lag 10 henholdsvis lag 6. Der er dog stadig tale om, at autokorrelationen er lille ($< \pm 0.1$) ved lag 2 og opefter svarende til en høj grad af uafhængighed.

Samlet set tyder ovenstående imidlertid på at en antagelse om at sensorerne kan levere uafhængige observationer med en frekvens omtrent svarende til båndbredden er i relativ god overensstemmelse med den faktiske autokorrelation af observationerne fra accelerometre og gyroer, og derfor fastholdes denne antagelse.

2.2 Kalibreringsmetoder

I dette afsnit vil der blive gennemgået forskellige kalibreringsmetoder til bestemmelse af systematiske fejl på IMU400CC-100. Kalibreringsmetoder kan overordnet inddeles i statiske og dynamiske kalibreringsmetoder. Afsnittet er derfor opbygget efter denne inddeling, hvor de statiske kalibreringsmetoder beskrives først. Formålet med afsnittet er således at få et dækkende overblik over kalibreringsmetoder, hvilke fejl de kan kompensere for, kompleksitet, tidsforbrug og ikke mindst hvilke instrumenter, der er behov for. Med hensyn til hvilke fejl de enkelte metoder kan bestemme, så er metoderne gennemgået så de beskriver, hvilke fejl de forskellige kilder beskriver, at der kan bestemmes i praksis. Så derfor er fejl, der teoretisk set kan bestemmes med en given metode ikke beskrevet. Gennemgangen skal danne grundlag for et senere valg af kalibreringsmetode.

Projektgruppens definition af statiske og dynamiske kalibreringsmetoder er følgende.

Statisk kalibrering: IMU'en er ved en statisk kalibreringsmetode ikke i bevægelse i forhold til Jorden, når der samles data ind. Derfor kan der ved en statisk kalibrering udnyttes at summen af de 3 målte accelerationer – bør svare til tyngdeaccelerationen, og at vinkelhastigheden målt af de 3 gyroer – bør svare til Jordens rotation. Afvigelser mellem outputtet fra IMU'en og virkeligheden indikerer systematiske fejl, at der systematiske fejl. Kalibreringen kan foregå i laboratorium eller i marken.

Dynamisk kalibrering: Ved dynamisk kalibrering er IMU'en under dataindsamling i bevægelse i forhold til Jorden. IMU'en bevæges således i et kendt bevægelsesmønster og outputtet fra accelerometrene og gyroerne bør således svare til bevægelsesmønstret. Afvigelser mellem det kendte bevægelsesmønster og outputtet fra IMU'en indikerer, at der er systematiske fejl. Kalibreringen kan foregå i laboratorium eller i marken.

Herunder ses projektgruppens inddeling af de forskellige kalibreringsmetoder.

Statiske kalibreringsmetoder

- S1. Én-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch
- S2. 6-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch
- S3. Multi-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch, yaw
- S4. Multi-orienterings-kalibrering, ukendt orientering

D. Dynamiske kalibreringsmetoder

- D1. Rate table test (IMU'en roteres med kendt vinkelhastighed)
- D2. Kendt rotation (IMU'en roteres via en kendt vinkel)
- D3. Centrifuge-test (IMU'en udsættes for kendte accelerationer)
- D4. Translation (IMU flyttes en kendt retlinjet stækning)
- D5. Komplekst bevægelsesmønster, kendt. (Bevægelsesmønster bestemmes vha. GPS og systematiske fejl bestemmes vha. Kalman-filtrering.)

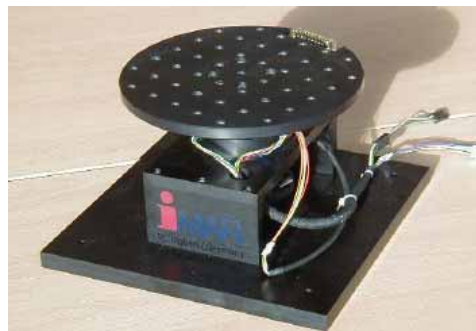
2.2.1 S1: Én-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch

I [Nebot, 1997] beskrives en statisk kalibreringsmetode, som kan bestemme bias på accelerometre og gyroer. Projektgruppen er i forvejen bekendt med denne metode, da denne blev anvendt på 9. semester. Metoden bygger på at bestemme IMU'ens orientering i LL-frame ved at bestemme roll og pitch og derefter rotere tyngdeacceleration, hvis størrelse kendes i LL-frame, over i body-frame således sensor aflæsningen fra hvert enkelt accelerometer kan sammenlignes direkte med tyngdeaccelerationen. Det samme princip gælder for gyroerne; Jordens rotation i LL-frame kan udtrykkes i body-frame. Eftersom Jordens vinkelhastighed er meget lille kan bias på gyroerne umiddelbart identificeres som aflæsningen på den enkelte sensor. Én-orienterings-kalibreringsmetoden forudsætter enten et instrument til at bestemme orienteringen (roll og pitch), f.eks. et inklinometer, libelle eller GPS-multiantenne system til at orientere/vandret stille IMU'en i forhold til LL-frame. Metoden er simpel og kan anvendes i et laboratorium og i marken.

Metode S1	
Fejl	Udstyr
$\mathbf{B}_{f^b}, \mathbf{B}_{\omega^b}$	Libeller/inklinometer/GPS-multiantenne system

2.2.2 S2: 6-orienterings-kalibrering, kendt roll og pitch

Det beskrives i [Salychev, 1998, s. 99-110], hvordan man kan bestemme bias på gyroer og accelerometre, g-afhængig bias, samt skalafejl på accelerometrene. Denne statiske kalibreringsmetode forudsætter vandretstilling og [Salychev, 1998] foreslår derfor, at der anvendes et turn table, jf. Figur 2-27, som arrangeres så omdrejningsaksen er vandret (ikke vist). Kalibreringen kan dog også udføres med libeller. Princippet i kalibreringsmetoden er skiftevis at orientere x, y og z-aksen så disse er parallelle med tyngdeaccelerationen. For hver akse er der to stillinger således der måles både 1g og -1g. [Salychev, 1998, s. 99-110]



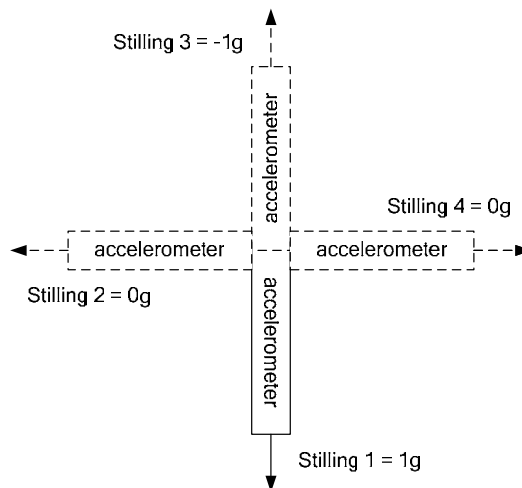
Figur 2-27: Enkelt akset turn table. Et turn table monteres så omdrejningsaksen er vandret, hvorefter IMU'en kan monteres og derefter orienteres som metoden foreskriver. [imar-navigation]

Metode S2	
Fejl	Udstyr
$\mathbf{B}_{\omega^b}, \mathbf{B}_{f^b}, \mathbf{B}_{f\omega^b}, \mathbf{S}_{f^b}$	Turn table eller libeller

2.2.3 S3: Multi-orienterings-kalibrering, kendt roll, pitch, yaw

Multi-orienterings-kalibrering er en statisk kalibreringsmetode og forudsætter, at IMU'en orienteres i forhold til LL-frame, således at roll, pitch og yaw kendes. Der beskrives i [Titterton, 1997] to typer multi-orienterings-kalibrering, en for gyroer og en for accelerometre. Begge metoder forudsætter avanceret udstyr, fordi der kræves stor nøjagtighed ved orienteringen og der anvendes derfor et såkaldt 3 akset positioning table jf. Figur 2-29. For gyroernes vedkommende kan der bestemmes bias og g-afhængigt bias, mens metoden for accelerometrene kan bestemme bias, skalafejl, non-linearitet og aksefejl.

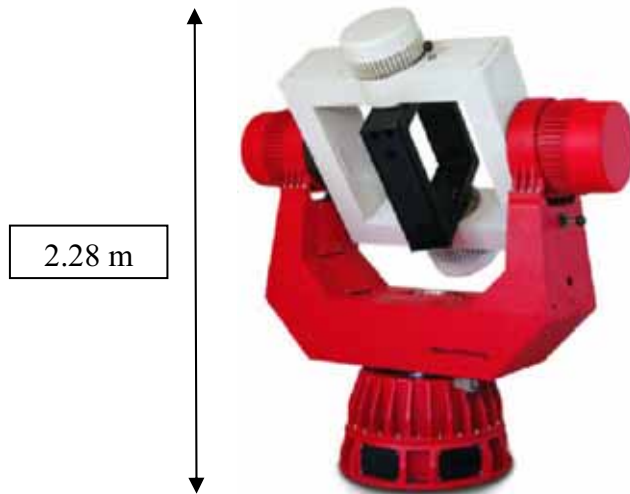
Med et positioning table kan IMU'en placeres nøjagtigt i en række forskellige stillinger. Hvert accelerometer placeres i fire forskellige stillinger jf. Figur 2-28. Måletiden i hver stilling er 10-20 minutter. Med anvendelsen af et positioning table er det også muligt at udføre stabilitetstest for accelerometrene. Dette kan gøres over forskellige perioder, hvor varigheden kan være timer, uger eller længere tid for hver stilling af IMU'en.



Figur 2-28: De fire stillinger som accelerometrene stilles i ved anvendelse af S3, hvor stillingerne 2 og 4 er vandret.

Fejlene som denne metode kan bestemme kan ligeledes undersøges mht. til temperaturafhængighed ved at anvende et klimakammer, som det vist i Figur 2-31 i *Afsnit 2.2.5*, hvor klimakammeret anvendes sammen med et rate table. [Titterton, 1997, s. 198-202 og 220-224]

En variant af metode S3 består i at fiksere IMU'en i en række forskellige stillinger og for hver stilling, vha. en IN-algoritme og det løbende output fra accelerometre og gyroer at bestemme en navigationsløsning, dvs. løbende værdier for position og orientering. Vha. kalman-filtrering eller mindste kvadraters udjævning kan de systematiske fejl estimeres ud fra de fundne navigationsløsninger. Fordelen ved denne variant af metode S3 er, at nøjagtighedskravene mht. orienteringen er mere lempelige end ellers for metode S3. [Salychev, 1998, s. 104-110]



Figur 2-29: Positioning table til anvendelse ved statisk kalibrering af gyroer og accelerometre. IMU'en monteres inde i den inderste sorte ramme. [acutronic1]

Metode S3	
Fejl	Udstyr
$\mathbf{B}_{\omega^b}, \mathbf{B}_{f^b}, \mathbf{S}_{f^b}, \mathbf{B}_{f\omega^b}, \mathbf{A}_{f^b}, \mathbf{k}_{f^b}^+$	Positioning table

2.2.4 S4: Multi-orienterings-kalibrering, ukendt roll, pitch og yaw

I [Shin, 2002] beskrives en statisk kalibreringsmetode til bestemmelse af bias, skalafejl og aksefejl på accelerometre og bias på gyroerne. Ved kalibrering med denne metode skal IMU'en stilles i mindst ni forskellige stillinger for at bestemme de nævnte fejl, men dette kan udvides til flere stillinger og derved opnås større nøjagtighed på bestemmelsen af fejlene. Antallet af stillinger kan minimeres, hvis alt efter hvor mange fejl som ønskes bestemt. Der kan anvendes udstyr som vist på Figur 2-30. Metoden kræver ikke, at de forskellige stillinger orienteres i forhold til LL-frame og kan derfor anvendes både i laboratoriet og i marken.



Figur 2-30: Multi-orienterings anordning til anvendelse med metode S4 fra [Shin, 2002]. IMU'en kan stilles i 26 stillinger, så de 6 flader, 8 hjørner og 12 kanter skiftevis vender nedad. Er fremstillet på Institut for Samfundsudvikling og Planlægning, Aalborg Universitet 2005.

Metode S4	
Fejl	Udstyr
$B_{f^b}, B_{\omega^b}, S_{f^b}, A_{f^b}$	Udstyr til orientering

2.2.5 D1: Rate table test (IMU'en roteres med kendt vinkelhastighed)

Ved denne dynamiske kalibreringsmetode til gyroer bruges et rate table, som vist på Figur 2-31. Gyroerne kalibreres ved at rotere IMU'en med hastighed fra få grader i sekundet op til mange hundrede grader i sekundet. Princippet i kalibreringsmetoden er, at sammenligne inputtet til rate table direkte med outputtet fra gyroerne. Ved at anvende et rate table sammen med et klimakammer kan også skalafejlens temperaturafhængighed undersøges. Ved rate table testen er det muligt at bestemme følgende fejl på gyroerne skalafejl, non-linearitet, aksefejl og hysteresis. [Titterton, 1997, s. 205-209]



Figur 2-31: High speed rate table med klimakammer. IMU'en monteres midt på rotationsfladen og låget lukkes, hvorefter rate testen kan begynde. IMU'en kan med rate table roteres fra 1/100 til 10000 °/s. Dette rate table styres vha. enheden til venstre. [acutronic2]

Metode D1	
Fejl	Udstyr
$S_{\omega^b}, k_{\omega^b}^+, A_{\omega^b}$ og hysteresis	Rate table

2.2.6 D2: Kendt rotation (IMU'en roteres kendt vinkel)

Ved denne dynamiske kalibreringsmetode roteres IMU'en en kendt vinkel. IMU'en roteres både positivt og negativt vha. af f.eks. et turn table, som vist på Figur 2-27 *Afsnit 2.2.3*. Ved at sammenligne den kendte vinkel, med den som udledes fra IMU'en ved at integrere outputtet fra gyroerne, kan der estimeres bias og skalafejl på gyroerne. [Titterton, 1997, s. 238]

Metode D2	
Fejl	Udstyr
$B_{\omega^b}, S_{\omega^b}$	F.eks. turn table

2.2.7 D3: Centrifuge-test

En centrifugetest anvendes både til at kalibrere gyroer og accelerometre, se Figur 2-32. For gyroernes vedkommende kan g-afhængigt bias undersøges ved at påføre IMU'en forskellige accelerationer og derefter sammenligne de forskellige observationer fra gyroerne.

For accelerometrenes vedkommende kan man ved en centrifugetest undersøge non-linearitet, aksefejl og hysteresis. Non-linearitet bestemmes ved påfører IMU'en en række forskellige acceleration, outputtet fra IMU'en skal så svare til den påførte acceleration plus bias, bestemt ved f.eks. metode S3. Svarer outputtet fra IMU'en ikke til dette er afvigelse et udtryk for non-linearitet. Aksefejlen bestemmes ved, at placere den ønskede akse vinkelret på accelerationen retningen. [Titterton, 1997, s.226-229] Ud over fejlene som beskrives i [Titterton, 1997] kan der umiddelbart også bestemmes accelerometer bias.



Figur 2-32: Centrifuge til kalibrering af gyroer og accelerometre. IMU'en skal ved centrifugetest monteres på kanten af rotationsfladen (Dette er den primære forskel på en centrifuge og et rate table, hvor IMU'en ved et rate table er monteret i centrum af rotationsfladen. Derfor kan en centrifuge som regel også anvendes som rate table.)

Metode D3	
Fejl	Udstyr
$\mathbf{B}_{f\omega^b}, \mathbf{B}_{f^b}, \mathbf{k}_{\omega^b}^+, \mathbf{A}_{f^b}$, hysteresis	Centrifuge

2.2.8 D4: Translation (IMU'en flyttes en kendt retlinjet strækning)

Ved denne dynamiske kalibreringsmetode flyttes IMU'en en kendt retlinjet strækning og derved kan skalafejl på accelerometrene bestemmes. Metoden forudsætter udover den kendte strækning, at fladen som IMU'en bevæges strækningen på er helt plan.

Metode D4	
Fejl	Udstyr
\mathbf{S}_{f^b}	Plan flade

2.2.9 D5: Komplekst bevægelsesmønster, kendt.

Ved denne kalibreringsmetode bevæges IMU'en i et mere eller mindre komplekst bevægelsesmønster. Vha. en IN-algoritme og det løbende output fra accelerometre og gyroer bestemmes en navigationsløsning dvs. løbende værdier for position og orientering. Navigationsløsningen bestemt vha. IMU'en sammenlignes derefter med en reference-navigationsløsning bestemt med overlegen nøjagtighed. Reference-navigationsløsningen findes typisk vha. RTK-GPS, men det er også muligt at anvende f.eks. en IMU, der er overlegen ift. den IMU der skal kalibreres. Forskellen mellem navigationsløsningen

bestemt vha. IMU'en, der skal kalibreres, og reference-navigationsløsningen er et udtryk for de systematiske fejl på IMU'en og vha. et kalman-filter kan disse estimeres. Hvis reference-navigationsløsningen er tilstrækkelig nøjagtig og hvis IMU'en udsættes for sådanne bevægelser at alle betydelige systematiske fejl kommer til udtryk i outputtet fra IMU'en vil i princippet alle systematiske fejl af betydning kunne bestemmes vha. metode D5. Den implementering af metoden der redegøres for i [Kremer, 2005] bestemmer bias og skalafejl for accelerometre og gyroer.

Metode D5 kan anvendes til at bestemme standardværdier/middelværdier for de systematiske fejl, dvs. som en "laboratoriemetode" eller den kan anvendes som en markmetode. Ved anvendelse af metoden i marken kan de systematiske fejl løbende estimeres således at der tages højde for de variationer de systematiske fejl gennemløber over tid.

Metode D5	
Fejl	Udstyr
$\mathbf{B}_{f^b}, \mathbf{B}_{\omega^b}, \mathbf{S}_{f^b}, \mathbf{S}_{\omega^b}$	F.eks. RTK-GPS eller overlegen IMU

2.2.10 Opsamling

Der er i ovenstående gennemgået, efter projektgruppens opfattelse, en dækkende oversigt over forskellige statiske og dynamiske kalibreringsmetoder. Det respektive metoders egenskaber er samlet op på i Figur 2-33 næste side. Gennemgangen skal senere i projektet danne grundlag for, hvilke kalibreringsmetoder projektgruppen vil anvende til at bestemme de systematiske fejl. Når valget af kalibreringsmetode eller metoder er taget, så vil denne/disse blive gennemgået mere i dybden med.

Oversigt over kalibreringsmetoder for en IMU

Kalibreringsmetode	Fejl der kan kalibreres for												Krav til udstyr	Tid**
	Bias		g-afh. bias	Skalafejl		Non-linearitet		Aksfejl		Hysteresis				
	g	acc	g	g	g	acc	g	acc	g	acc	g	acc		
S1	x	x											Libelle/inklinometer, GPS-multiantenne system	1
S2	x	x	x										Turn table/libelle	2
S3	x	x		x			x		x				Positioning table	4
S4*	x	x							x				Udstyr til orientering	2/3
D1					x				x				Rate table	3
D2	x				x								Rate table	2
D3				x			x		x			x	Centrifuge	3
D4													Plan flade	2
D5	x	x			x								RTK-GPS/overlegen IMU	2

Figur 2-33: Oversigt og kalibreringsmetoder

* De markerede fejl er dem det lykkes at bestemme i [Shin, 2000]. Afhængigt af IMU-typen kan der bestemmes flere fejl.

** Projektgruppens estimat for tidsforbruget ved udførelse af kalibreringsmetoden.

Dvs. stabilitets- og temperaturafhængighedsundersøgelse er ikke inkluderet.

- 1: Sekunder
- 2: Minutter
- 3: Timer
- 4: Dage

2.3 Opsamling på foranalysen

I Foranalysen er det undersøgt, hvilken betydning de enkelte systematiske fejl, samt de tilfældige fejl på hhv. gyroerne og accelerometrene har ved positionering med IMU400CC-100. De systematiske fejl som blev simuleret var bias, g-afhængig bias og skalafejl, og det kunne konstateres, at de enkelte fejl resulterede i en stor fejl i positionen.

Gennem simuleringer af de tilfældige fejl, som er bestemmende for den maksimale nøjagtighed som kan opnås med IMU400CC-100 blev det konkluderet, at der er en betydelig tilfældig fejl på IMU400CC-100, samt at den har lige stor betydning uanset om IMU'en er i bevægelse eller står stille. Ud fra simuleringen af de tilfældige fejl kan det også konkluderes, at gyroernes fejlbidrag er meget større end i forhold accelerometrenes.

Det vurderes ud fra simuleringerne, at de væsentligste systematiske fejl på IMU400CC-100 er bias, g-afhængig bias og skalafejl. Endvidere er det nødvendigt, at være opmærksom på skalafejlens asymmetri og non-linearitet. I undersøgelsen blev det endvidere konstateret, at hvis IMU'en anvendes indenfor temperaturintervallet 5 – 27 °C og tæt der omkring er bias ikke temperaturafhængig.

Observationerne fra IMU'en udlæses med 134 Hz og til brug for senere fejlregninger i projekt blev det undersøgt, hvor korrelerede observationerne er. Det kan sluttes, at observationernes korrelation svarer til båndbredden, altså 25 Hz for gyroerne og 75 Hz for accelerometrene.

I gennemgangen af de statiske og dynamiske kalibreringsmetoder blev det undersøgt, hvilke systematiske fejl de forskellige metoder kan kalibrere for, samt hvilke forudsætninger, herunder udstyr/instrumenter, den enkelte metode forudsætter. Viden fra undersøgelsen af kalibreringsmetoderne skal kapitel 5 danne grundlag for hvilke/hvilken kalibreringsmetode projektgruppen vurderer de vil anvende.

3

PROBLEMMFORMULERING OG AFGRÆNSNING

Kapitlet har til formål at redegøre for projektets problemformulering ud fra det initierende problem og foranalysen, og samtidig redegøre for de valgte afgrænsninger af projektførløbet.

3.1 Problemformulering

I *Indledningen* er det beskrevet, hvordan der kan opnås gode resultater på bestemmelse af ændringen i position med forud bestemte middelværdier for den systematiske fejl bias.

Det initierende problem til dette projekt er: *Hvilken nøjagtighed kan der opnås på bestemmelsen af ændring i position og orientering vha. IMU400CC-100, ved kalibrering vha. af middelværdier for systematiske fejl bestemt forud i et laboratorium?*

Projektgruppen har identificeret de væsentligste systematiske fejl i foranalysen og samtidigt identificeret hvilken afvigelse, som forårsages af de tilfældige fejl. De tilfældige fejl er bestemmende for den nøjagtighed, som kan opnås på bestemmelsen af position og orientering, da der ikke kan kalibreres for disse. Plane afvigelser forårsaget af de tilfældige fejl, jf. Figur 3-1 række 1, er således et udtryk for den nøjagtighed, som i bedste fald kan opnås på bestemmelsen af ændringen i position med IMU400CC-100 og dermed del af svaret på det initierende problem hvad angår positionering i planen. Der haves imidlertid ikke et svar for orienteringens vedkommende, da det blev fravalgt at simulere denne.

Det ses således jf. Figur 3-1, at afvigelsen forårsaget af de tilfældige fejl er 0.14 m, 2.5 m og 14.5 m efter hhv. 10, 30 og 60 sekunder. Dermed kan forhåbningerne fra *Indledningen* om, at der kunne opnås en nøjagtighed på nogle få meter i den plane positionsbestemmelse tilsidesættes.

Tid (s)	5	10	20	30	45	60
Afvigelser fra de tilfældige fejl (m)	0.02	0.14	0.87	2.5	7.0	14.5
Middelfavigelser 9.semester (m)	0.25	1	2	4	10	25

Figur 3-1: Middelfavigelser pga. tilfældige fejl, samt middelfavigelse fra 9. semester.

Modsat ses det også jf. Figur 3-1 række 2, som viser middelfavigelserne i planen for samtlige køreture på 9. semester, at der stadig er meget at hente på middelfavigelsen ved kalibrering med middelværdier for systematiske fejl udover bias. Der vil f.eks. kunne opnås en forbedring med en faktor 7 efter 10 sek., mens der vil kunne opnås en forbedring på 10 meter efter 60 sekunder. Disse forbedringer vil det

være muligt at nå ved kalibrering for de systematiske fejl, som er identificeret som de væsentligste i foranalysen.

Alene IMU'ens tilfældige fejl gør, at fejlphobningen i et INS, der anvender IMU'en, vil være meget stor og derfor er det nødvendigt at kombinere IMU'en med andre sensorer. Da GPS alligevel skal anvendes til at bestemme INS'ets startværdi for position er det oplagt at benytte IMU og GPS i et integreret system. Ved anvendelse af et sådan system vil der forekomme GPS-udfald og en væsentlig faktor for IMU'ens praktiske anvendelighed er, hvor godt det vha. denne kan lade sig gøre at bestemme ændring i position og orientering under GPS-udfald.

På baggrund af ovenstående opstilles følgende problemformulering:

Hvilken nøjagtighed kan der opnås på bestemmelsen af ændring i position og orientering under GPS-udfald vha. IMU400CC-100, når denne anvendes i et integreret INS/GPS og når denne kalibreres vha. forudbestemte middelværdier for systematiske fejl bestemt gennem simple kalibreringsmetoder i et laboratorium?

3.2 Afgrænsning

Den første afgrænsning af projektet findes allerede i problemformuleringen, hvor projektgruppen vælger udelukkende at beskæftige sig med kalibreringsmetoder, som kategoriseres som værende simple. Simple kalibreringsmetoder skal forstås som metoder, der dels er simple at gennemføre, men også som metoder, der ikke forudsætter en tilgang til mange specifikke instrumenter. Denne afgrænsning er foretaget ud fra betragtningen om, at når kalibreringen holdes simpel vil hele processen også være tilsvarende billigere. Samtidig er det også interessant at se om det er muligt at opnå brugbare resultater selvom metoderne, der ligger til grund for resultaterne er simpel.

Gennemførelsen af de valgte kalibreringsmetoder vil blive foretaget, mens IMU'en har den samme temperatur (dvs. et snævert temperaturinterval), og denne temperatur vil blive benyttet hele vejen igennem projektet, såvel ved kalibrering som ved forsøgskørsel. Dette valg skyldes, at gyroskalafejlen, jf. foranalysen, kan have en temperaturafhængighed og at det vil være et stort arbejde at afklare en eventuel temperaturafhængighed gennem en daglig bestemmelse af gyroskalafejlene ved forskellige temperaturer.

Den sidste afgrænsning der foretages vedrører betydningen af kørselsmønster for nøjagtigheden. Det vælges ikke at undersøge hvilken betydning kørselsmønstret har. Dette betyder at under afprøvningen af det udviklede INS/GPS ("Støttet INS") skal udfaldsperioderne indtræde under samme type kørsel. Grunden til at kørselsmønstret kan have en betydning for, hvor godt det er muligt at bestemme en position/orientering er, at betydningen af flere af sensorernes fejl afhænger af inputtet til sensorerne. Forsøg i [Eistrup m.fl., 2005] tyder dog på, at det er nødvendigt med et meget stort antal af køreture før end det er muligt at se en sammenhæng mellem kørselsmønster og nøjagtighed, hvilket er baggrunden for at dette aspekt fravælges.

4

METODE OG PROJEKTSTRUKTUR

Kapitlet har til formål at give læseren et indblik i hvordan projektet er struktureret i det videre forløb og hvordan problemløsningen foregår gennem projektet.

4.1 Metode

Projektgruppen vælger overordnet at have en praktisk tilgang til problemstillingen, derfor vil svar på spørgsmål søges gennem praktiske forsøg af de opstillede teorier frem for simuleringer, som tidligere anvendt i *Foranalysen*. Den praktiske tilgang er valgt, fordi det er vanskeligt at modellere alle virkelige forhold i en simulering og derfor er det mest pålideligt at udføre en praktisk test.

For gennem den praktiske tilgang at kunne besvare problemformuleringen mht. hvilken nøjagtighed, der kan opnås på position og orientering med et integreret INS/GPS under GPS-udfald, vil projektgruppen derfor opbygge et INS/GPS og montere dette på en bil samt udføre forsøgskørsler. Ved opbygningen af det integrerede INS/GPS vælger projektgruppen at afgrænse sig fra at opbygge et real-time INS, således at der under kørsel kun indsamles data som først efterfølgende processeres. Dette valg er foretaget, fordi real-time implementering er vanskelig og fordi man vil kunne opnå samme (eller bedre) nøjagtighed ved efterprocessering og derfor er en real-time INS/GPS løsning ikke nødvendig for at svare på problemformuleringen.

IMU'ens systematiske fejl skal bestemmes over en periode på 1 måned og derudfra vurderes stabiliteten af fejlene. Denne tidsbegrænsning for bestemmelse af middelværdier for de systematiske fejl vælges, da 30 observationssæt giver et acceptabelt statistisk grundlag.

For at have mulighed for at tjekke INS'et nøjagtighed under udfald på GPS, skal disse udfald på GPS simuleres, så der haves en kontrol af INS'et under udfaldet.

4.2 Projektstruktur

Herunder gives en beskrivelse af de enkelte kapitlers indhold for at skabe oversigt over rapporten.

Kapitel 5 – Kalibrering af IMU400CC-100

Kapitel 6 – Opbygning af GPS-støttet INS

Kapitel 7 – Implementering

Kapitel 8 – Planlægning og udførelse

Kapitel 9 – Resultater og vurdering

Kapitel 10 – Konklusion

Kapitel 11 - Perspektivering

Kapitel 5 – Laboriekalibrering af IMU400CC-100

Kapitel 5 tager udgangspunkt i resultaterne fra *Foranalysen* og vælger på baggrund af denne, hvilke systematiske fejl projektgruppen vil forsøge at kalibrere for og hvilke kalibreringsmetoder, som skal anvendes til dette. Der gennemgås detaljeret hvilke muligheder, der for at kalibrere for de forskellige systematiske fejl og på baggrund af en detaljeret teoretisk gennemgang vælges det hvordan proceduren skal være ved de forskellige kalibreringsmetoder. Det forklares herefter hvordan kalibreringsmetoderne er implementeret i laboratoriet og hvilke instrumenter som anvendes. Sidste del af kapitlet præsenterer og forklarer resultaterne af kalibreringen og beregner værdierne for de systematiske fejl. Resultatet af kapitlet er middelværdier for de systematiske fejl som kan anvendes til at korrigere observationerne fra IMU'en.

Kapitel 6 – Opbygning af GPS-støttet INS

Kapitel 6 skal afklare hvordan et INS kan integreres med GPS. På baggrund af en overordnet gennemgang af muligheder for integration af INS og GPS, vælges det hvordan projektgruppen vil udføre integrationen af INS og GPS. Det beskrives herefter, hvordan den matematiske model for et GPS-støttet INS med kalman-filtrering opstilles med hensyn til fejlmodel og detaljeret gennemgang af ligninger til Kalman filtret.

Kapitel 7 – Implementering

Kapitel 7 forklarer på baggrund af de teoretiske forudsætninger for det GPS-støttede INS, hvordan et integreret INS/GPS fysisk implementeres og monteres på en bil. Det undersøges hvilket GPS-udstyr som skal anvendes sammen med IMU400CC-100, samt hvordan dette orienteres i forhold til IMU'en og hvordan data synkroniseres mellem GPS og IMU. INS'et og kalman-filtret kræver en række startværdier, og det forklares fra hvilke instrumenter disse fås og hvordan de beregnes. Til sidst i kapitlet gives en samlet oversigt og det software som anvendes i hele processen omkring indsamling og processering af data fra INS/GPS.

Kapitel 8 – Planlægning og udførelse

Det forklares hvor og hvordan de til tænkte forsøgs kørsler med det integrerede INS/GPS skal foregå.

Kapitel 9 – Resultater og vurdering

I dette kapitel præsenteres og vurderes resultaterne fra forsøgs kørslerne. I første del af kapitlet undersøges, hvilken effekt det giver at kalibrere med de bestemte middelværdier. Anden del af kapitlet undersøger nøjagtigheden af det integrerede INS/GPS ifm. simulerede GPS-udfald.

Kapitel 10 – Konklusion

Kapitel 11 - Perspektivering

5

KALIBRERING AF IMU400CC-100

Formålet med dette kapitel er at klarlægge, hvilke af IMU'ens systematiske fejl der skal bestemmes, samt at afgøre hvilke kalibreringsmetoder, der skal anvendes i den forbindelse. Desuden er formålet med kapitlet at analysere de opnåede resultater og dermed at fastlægge de middelværdier for systematiske fejl, der skal anvendes ved testen af IMU'en i *Kap. 8*. Dette kapitel er struktureret således, at *Afsnit 5.1* giver en kort oversigt over de resultater, der er opnået i *Kap. 2* (foranalysen) vedrørende betydningen af de forskellige systematiske fejl. Derefter gennemgås i *Afsnit 5.2* i detaljer hvilke metoder til kalibrering, der i praksis er til rådighed ved bestemmelsen af systematiske fejl, mens det i *Afsnit 5.3* vælges hvilke metoder, der skal anvendes til at bestemme hvilke fejl. *Afsnit 5.4* indeholder en beskrivelse af de praktiske aspekter ved gennemførelsen af kalibreringen samt en præsentation af de opnåede resultater. Endelig analyseres resultaterne i *Afsnit 5.5*, således at et sæt af middelværdier for systematiske fejl bestemmes.

5.1 Systematiske fejl af betydning

I foranalysen er det blevet undersøgt, hvilken betydning IMU'ens systematiske fejl har for bestemmelsen af en ændring i position. På grundlag heraf må det forventes, at bias, skalafejl og g-afhængig-bias er betydelige fejl, mens betydningen af non-linearitet er usikker. Endvidere må det på grundlag af foranalysen forventes, at asymmetri, aksefejl, hysteresis samt øvrige fejl er mindre betydelige eller ubetydelige. Som udgangspunkt skal bias, skalafejl og g-afhængig-bias derfor bestemmes ved laboratoriekalibreringen. Det samme gælder non-linearitet, idet denne fejl kan være væsentlig. De øvrige fejl kan sandsynligvis ignoreres, men i den udstrækning det relativt enkelt kan lade sig gøre at bestemme en eller flere af disse, gøres dette, hvorved det kan verificeres, at den eller de pågældende fejl er uden betydning.

5.2 Mulige kalibreringsmetoder

Hvilke af de ovennævnte systematiske fejl, der i praksis kan bestemmes, er begrænset af, at der ikke er særligt kalibreringsudstyr til rådighed. Hvis anvendelsessceneriet for en kalibrering af IMU'en vha. middelværdier for de systematiske fejl er, at brugeren af IMU'en (f.eks. et firma) selv bestemmer middelværdierne, er denne begrænsning vedrørende udstyr realistisk. Det skyldes, at det sandsynligvis ikke kan betale sig at investere store summer i specialiseret udstyr til at kalibrere en low cost IMU som IMU400CC-100. Som udgangspunkt er der af relevant kalibreringsudstyr kun kompas og libeller til rådighed, herunder en krydslibelle. Det er dog rimelig enkelt at fremstille et instrument, der vha. en motor kan rotere IMU'en, og et sådan turn table forudsættes derfor at være til rådighed. I *Afsnit 5.2.1* nedenfor gives en oversigt over hvilke muligheder, der er for at bestemme de systematiske fejl. Som det vil fremgå heraf, er der flere forskellige muligheder, selvom kun simple midler er til rådighed.

Afsnit 5.2.2 og 5.2.3 gennemgår derefter i større detalje mulighederne ved kalibrering af henholdsvis accelerometre og gyroer.

5.2.1 Oversigt

Af Figur 5-1 og Figur 5-2 nedenfor fremgår for henholdsvis accelerometre og gyroer hvilke systematiske fejl, der kan bestemmes vha. hvilke kalibreringsmetoder. For en oversigt over de forskellige kalibreringsmetoder henvises til *Bilag 4*. To af de nedenfor nævnte metoder fremgår ikke af kap. 2. Det drejer sig om metoderne S1 mod. og S2 mod., der er en videreudvikling eller modificering af metoderne S1 og S2. Metode S1 mod. og S2 mod. er nærmere forklaret i *Afsnit 5.2.2*.

Metode	Systematiske fejl på accelerometre der kan bestemmes med tilgængeligt udstyr					
	Bias	Skalafejl	Asymmetri	Non-linearitet	Aksefejl	Hysteresis
S1	x					
S1 mod.		x	x	x		
S2	x	x				
S2 mod.	x	x		x		
S4	x	x	?	?	x	

Figur 5-1: Oversigt over hvilke systematiske fejl på accelerometrene der med det tilgængelige udstyr kan bestemmes vha. de mulige kalibreringsmetoder.

Metode	Systematisk fejl på gyroer der kan bestemmes med tilgængeligt udstyr						
	Bias	g-afh-bias	Skalafejl	Asymmetri	Non-linearitet	Aksefejl	Hysteresis
S1	x						
S2	x	x					
S4	x	?					
D1			x	x	x		
D2			x	x	x		

Figur 5-2: Oversigt over hvilke systematiske fejl på gyroerne der med det tilgængelige udstyr kan bestemmes vha. de mulige kalibreringsmetoder.

I den detaljerede gennemgang nedenfor er de fleste af kalibreringsmetoderne beskrevet matematisk ved en eller flere output-ligninger, der udtrykker sammenhængen mellem output fra sensoren og input til sensoren samt de systematiske fejl. Dette er for det meste kun gjort for x-accelerometeret eller x-gyroen. Ligningerne for y- og z-sensorerne vil være identiske og fejlene på y- og z-sensorerne derfor kunne findes på tilsvarende måde.

5.2.2 Accelerometrene

I det følgende gennemgås mere detaljeret hvilke muligheder, der i praksis er for at bestemme de systematiske fejl på accelerometrene.

Bias

Bias på accelerometrene kan enklest bestemmes vha. metode S1, dvs. ved at vandretstille IMU'en vha. en libelle, hvorefter bias for de to vandrette akser kan findes direkte som outputtet fra accelerometrene. For x-accelerometeret er output-ligningen:

$$\tilde{f}^{bx} = B_{f^{bx}} \quad (5.1)$$

En anden mulighed er at bestemme accelerometerbias vha. metode S2, dvs. ved vha. en libelle at lodretstille en af accelerometerakserne to gange, således at den positive akse peger opad den ene gang og nedad den anden gang. Ved denne procedure kan der, f.eks. for x-accelerometret, opstilles følgende to ligninger for outputtet fra accelerometret:

$$\tilde{f}_1^{bx} = -g_l^{LL} - S_{f^{bx}} \cdot g_l^{LL} + B_{f^{bx}} \quad (5.2)$$

$$\tilde{f}_2^{bx} = g_l^{LL} + S_{f^{bx}} \cdot g_l^{LL} + B_{f^{bx}} \quad (5.3),$$

hvor første og anden ligning udtrykker outputtet fra accelerometret som funktion af input, bias og skalafejl i første stilling og anden stilling henholdsvis, og hvor $g_l^{LL} = -1.0017 \text{ g}^{-1}$. Ved at summere de to ligninger kan bias umiddelbart bestemmes. [Salychev, 1998, s. 102-103]. Metode S2 forudsætter i modsætning til S1, at skalafejlen er symmetrisk.

Endelig er metode S4 en mulighed ved bestemmelse af bias. Metode S4 indebærer, jf. *Afsnit 2.2.4*, indsamling af observationer fra IMU'en, mens denne er fikseret i et antal forskellige stillinger. For accelerometrenes vedkommende bygger metoden på det forhold, at relationen mellem de tre sande accelerationer af IMU'en udtrykt i body frame, (f^{bx}, f^{by}, f^{bz}) , i en given stilling og den lokale tyngdeacceleration, efter Pythagoras, kan udtrykkes som:

$$(f^{bx})^2 + (f^{by})^2 + (f^{bz})^2 - |g_l^{LL}|^2 = 0 \quad (5.4)$$

Ved at udtrykke de sande accelerationer i body frame som funktioner af de målte værdier for accelerationerne samt af de systematiske fejl, fås et sæt af ligninger. Disse kan løses vha. mindste kvadraters udjævning, hvorved estimater for accelerometrenes systematiske fejl, herunder bias, kan bestemmes. [Shin, 2002]. Den implementering af metode S4, der er beskrevet i [Shin, 2002], forudsætter, at skalafejlen på accelerometrene er symmetrisk, men det udelukker ikke, at en implementering, der ikke forudsætter symmetri, er mulig.

¹ Værdien -1.0017 g ($1 \text{ g} = 9.8 \text{ m/sek.}^2$) svarer til den lokale tyngdeacceleration i Aalborg og omegn. Den lokale tyngdeacceleration er hovedsagelig en funktion af den geografiske bredde og orthometrisk højde og kan beregnes ud fra følgende udtryk:

$$g_l^{LL} = 9,780327 \cdot (1 + 0,0053024 \sin^2 \varphi) - 5,8 \cdot 1,0^{-6} \sin^2 2\varphi - 3,0833 \cdot 1,0^{-6} \sin^2 \varphi H + 7,2 \cdot 1,0^{-14} H^2$$

[Farrell, 1999, 222-225]

hvor φ er bredden og H er ortometrisk højde. Den beregnede værdi er fundet vha. $g_{LL.m}$ for $\varphi = 57^\circ$ og $H = 50 \text{ m}$.

Skalafejl og asymmetri

Skalafejlen på accelerometrene kan under forudsætning af, at denne er symmetrisk, bestemmes vha. metode S2. Substraheres ligning (5.2) fra ligning (5.3), fås således et udtryk for skalafejlen. [Salychev, 1998, s. 102-103].

Metode S2 tager ikke højde for non-linearitet, og derfor vil den skalafejl, der kan bestemmes vha. metoden, indeholde et non-lineært bidrag. Det er begrænset, hvilken variation der er i inputtet til IMU'en, når denne, som forudsat, anvendes i en bil. Det betyder, at hvis skalafejlen på accelerometrene (eller gyroerne) bestemmes vha. en kalibreringsmetode, som ikke tager højde for non-linearitet, er det mest hensigtsmæssigt at bestemme skalafejlen ved et input, der er repræsentativt i den forstand, at det svarer til et input, der typisk vil forekomme under bilkørsel. Det skyldes, at den skalafejl, der er bestemt ved et repræsentativt input, vil indeholde et non-lineært bidrag, der formentlig kun varierer lidt inden for det i praksis forekommende input til sensorerne, og således vil betydningen af non-linearitet reelt være elimineret. Metode S2 bestemmer skalafejlen ved 1 g, hvilket er væsentlig mere end det typiske input til x- og y-accelerometrene (ca. 0.05 g). Det kan meget vel betyde, at den skalafejl, der findes vha. metode S2, indeholder et non-lineært bidrag, der er væsentligt forskelligt fra det non-lineære bidrag, der vil forekomme ved det typiske input, og således er metode S2 ikke velegnet til at finde skalafejlen på x- og y-accelerometrene.

Det er baggrunden for at modificere metode S2, således at x- og y-accelerometerakserne ikke lodretstilles to gange, men i stedet skråstilles to gange i den samme passende vinkel ift. vandret, således at den positive akse peger opad i første stilling og nedad i anden stilling. Ved en passende vinkel forstås en vinkel, således at projektionen af den lokale tyngdeacceleration ind på accelerometeraksen udgør et repræsentativt input, jf. ovenstående. Ved denne procedure er output-ligningerne for x-accelerometeret givet ved:

$$\tilde{f}_1^{bx} = -g_l^{LL} \sin(\alpha) - S_{f^{bx}} \cdot g_l^{LL} \sin(\alpha) + B_{f^{bx}} \quad (5.5),$$

$$\tilde{f}_2^{bx} = g_l^{LL} \sin(\alpha) + S_{f^{bx}} \cdot g_l^{LL} \sin(\alpha) + B_{f^{bx}} \quad (5.6),$$

hvor første og anden ligning udtrykker outputtet fra accelerometeret i første og anden stilling henholdsvis. Hældningen α af accelerometeraksen kan bestemmes vha. krydslibellen. Krydslibellen har et arbejdsområde på $\pm 8.9^\circ$ og er det eneste tilgængelige instrument, der muliggør en hældningsbestemmelse med stor nøjagtighed. Skalafejlen kan findes på samme måde som ifm. metode S2, dvs. ved at subtrahere ligning (5.5) fra ligning (5.6).

Endvidere er metode S4, beskrevet ovenfor ifm. med mulighederne ved bestemmelse af accelerometerbias, en mulighed ved bestemmelsen af skalafejl.

Såvel metode S2, S2 mod. som S4 forudsætter, at skalafejlen er symmetrisk. Hvis det ønskes at bestemme asymmetrien (dvs. at bestemme en skalafejl for både positivt og negativt input), kan dette lade sig gøre ved en let modificeret anvendelse af metode S1 (i det følgende betegnet S1 mod.):

Skråstilles x- og y-accelerometerakserne, som forklaret ifm. med metode S2 mod., og betragtes én af ligningerne (5.5) og (5.6) ad gangen, kan en særskilt skalafejl for positivt og negativt output umiddelbart findes. Det kræver blot, at hældningsvinklen og accelerometerbias kendes. Accelerometerbias kan bestemmes vha. metode S1. Derimod kan metode S2 ikke anvendes til bestemmelse af bias i denne sammenhæng, eftersom metoden, som nævnt, bygger på en forudsætning om symmetri. Ved bestemmelse af asymmetri for z-accelerometeret, hvor 1 g er et repræsentativt input, skal accelerometeraksen lodretstilles, men ellers er proceduren den samme som for x- og y-accelerometrene.

Formentlig er det med det tilgængelige udstyr ikke hensigtsmæssigt at bestemme skalafejlen ved at forskyde IMU'en en kendt længde parallelt med en af accelerometerakserne (metode D4). Det skyldes, at tidligere erfaringer viser, at IMU'ens observationer kun dårligt kan beskrive det bevægelsesmønster, IMU'en udsættes for, når denne skubbes med hånden, hvilket kan skyldes, at skubning af IMU'en kan medføre, at denne i et kortidsrum ifm. start udsættes for accelerationer større end det maksimale input (2 g).

Non-linearitet

Non-lineariteten for accelerometrene kan bestemmes ved at bestemme skalafejlen vha. ovennævnte anvendelse af metode S1 mod. for forskellige hældningsvinkler α . For hver hældningsvinkel vil skalafejlen fundet vha. metode S1 mod. indeholde et forskelligt non-lineært bidrag (samt asymmetrien) og ved at bestemme en non-lineær funktion, der passer til de fundne skalafejl, kan non-lineariteten (inkl. asymmetri) beskrives.

Aksefejl

Aksefejlene for f.eks. x- og y-accelerometrene ift. IMU'ens ydre, dvs. ift. metalkassen sensorene er monteret i, kan i princippet bestemmes ved at vandretstille IMU'en to gange (svarende til metode S2). De to flader, der skal vandretstilles, er de to modstående flader, der er omtrent parallelle med det plan, x- og y-accelerometrene udspænder. At de pågældende flader kun er omtrent parallelle med planet, der udspændes af x- og y-accelerometrene, skyldes at accelerometrene i større eller mindre udstrækning vil have aksefejl. Vandretstillingen skal foregå således, at den flade på IMU'en, der vender opad første gang, vender nedad anden gang. [Salychev, 1998, s. 99-102]. Denne metode forudsætter, at skævhederne i metalkassen er væsentligt mindre end aksefejlene, og desuden at fejlen på vandretstillingen af IMU'en vha. krydslibellen er lille ift. aksefejlene. Det er tvivlsomt, om disse forudsætninger er opfyldt for IMU400CC-100 og for krydslibellen, og derfor er det tvivlsomt, om denne metode i praksis er anvendelig.

Metode S4, beskrevet tidligere, er ifølge [Shin, 2002] en mulighed ved bestemmelse af aksefejlene.

Øvrige fejl

Det er ikke umiddelbart muligt at bestemme hysteresis. En bestemmelse af hysteresis vil kræve, at IMU'ens ur kan relateres til en ydre påvirkning af IMU'en, f.eks. en pludselig acceleration af denne.

5.2.3 Gyroerne

I det følgende gennemgås mere detaljeret, hvilke muligheder der i praksis er for at bestemme de systematiske fejl på gyroerne.

Bias og g-afhængig bias

Den enkleste måde, hvorpå gyroernes bias kan bestemmes, er ved anvendelse af metode S1, dvs. ved at indsamle observationer, mens IMU'en ikke er i bevægelse ift. Jorden. Derved svarer observationerne, f.eks. fra x-gyroen, direkte til bias:

$$\tilde{\omega}^{bx} = B_{\omega^{bx}} \quad (5.7)$$

En anden mulighed er at bestemme gyrobias vha. metode S4. For gyroernes vedkommende bygger metode S4 på det forhold, at relationen mellem de tre sande rotationer (vinkelhastigheder) af IMU'en udtrykt i body frame, $(\omega^{bx}, \omega^{by}, \omega^{bz})$, i en given stilling og Jordens rotation, Ω , efter Pythagoras, kan udtrykkes som:

$$(\omega^{bx})^2 + (\omega^{by})^2 + (\omega^{bz})^2 - \Omega^2 = 0 \quad (5.8)$$

Ved at udtrykke de sande vinkelhastigheder i body frame som funktioner af de målte værdier for vinkelhastighed samt af gyrobias, fås et sæt af ligninger. Disse kan løses vha. mindste kvadraters udjævning, hvorved estimater for gyroernes bias kan bestemmes. [Shin, 2002].

Metode S1 tager hverken højde for effekten af Jordens rotation eller af det g-afhængige bias, mens metode S4 kun tager højde for Jordens rotation.

Ønskes det, at kalibreringen skal bestemme såvel bias som g-afhængigt bias, kan dette lade sig gøre på samme måde, som bias og skalafejl for accelerometrene kan bestemmes vha. metode S2. Dvs. at bias og g-afhængigt bias på gyroerne kan bestemmes ved at lodretstille hver af gyroakserne to gange, således at den positive akse peger opad den ene gang og nedad den anden gang. Denne procedure medfører, at gyroerne udsættes for varierende acceleration, således at g-afhængigt bias kan bestemmes. [Titterton, 1997, s. 201-202]. Metode S2 anvendt på gyroerne indebærer umiddelbart, at en eventuel effekt af Jordens rotation elimineres for så vidt angår bestemmelsen af bias. Ved at stille IMU'en op efter, ikke kun en libelle, men desuden efter et kompas, kan størstedelen af indflydelsen fra Jordens rotation beregnes, og alle ni parametre for det g-afhængige bias, dvs. tre for hver gyro, kan bestemmes under hensyntagen til effekten af Jordens rotation.

Stilles IMU'en, under gennemførelse af metode S2, op således, at z-aksen peger lodret nedad og x-aksen mod øst i første stilling, og således at z-aksen peger lodret opad og x-aksen mod vest i anden stilling, kan der opstilles følgende ligninger for outputtet fra gyroerne:

$$\tilde{\omega}_1^{bx} = B_{\omega^{bx}} + g_l^{LL} \cdot B_{fz\omega^{bx}} \quad (5.9)$$

$$\tilde{\omega}_1^{by} = \omega_{ei1}^{by} + B_{\omega^{by}} + g_l^{LL} \cdot B_{fz\omega^{by}} \quad (5.10)$$

$$\tilde{\omega}_1^{bz} = \omega_{ei1}^{bz} + B_{\omega^{bz}} + g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{bz}} \quad (5.11)$$

$$\tilde{\omega}_2^{bx} = B_{\omega^{bx}} - g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{bx}} \quad (5.12)$$

$$\tilde{\omega}_2^{by} = \omega_{ei2}^{by} + B_{\omega^{by}} - g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{by}} \quad (5.13)$$

$$\tilde{\omega}_2^{bz} = \omega_{ei2}^{bz} + B_{\omega^{bz}} - g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{bz}} \quad (5.14)$$

hvor eksempelvis $\tilde{\omega}_1^{by}$ er outputtet fra y-gyroen i første stilling, ω_{ei1}^{by} er Jordens rotation projiceret ind på y-aksen i første stilling, $\tilde{\omega}_2^{bx}$ er outputtet fra x-gyroen i anden stilling, og ω_{ei2}^{by} er Jordens rotation projiceret ind på y-aksen i anden stilling. Gyroernes skalafejl spiller en meget lille rolle (ca. 1 % af Ω), og derfor er der set bort herfra. På grund af proceduren ved opstillingen af IMU'en er $\omega_{ei1}^{by} = \omega_{ei2}^{by}$ og $\omega_{ei2}^{bz} = -\omega_{ei1}^{bz}$, og ligning (5.13) og (5.14) kan skrives som:

$$\tilde{\omega}_2^{by} = \omega_{ei1}^{by} + B_{\omega^{by}} - g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{by}} \quad (5.15)$$

$$\tilde{\omega}_2^{bz} = -\omega_{ei1}^{bz} + B_{\omega^{bz}} - g_l^{LL} \cdot B_{f_z \omega^{bz}} \quad (5.16)$$

Ved parvis at addere og subtrahere de to ligninger, der vedrører samme gyro, kan alle tre bias og de tre parametre af g-afhængig bias, som fastlægger effekten af en z-acceleration i body frame, bestemmes:

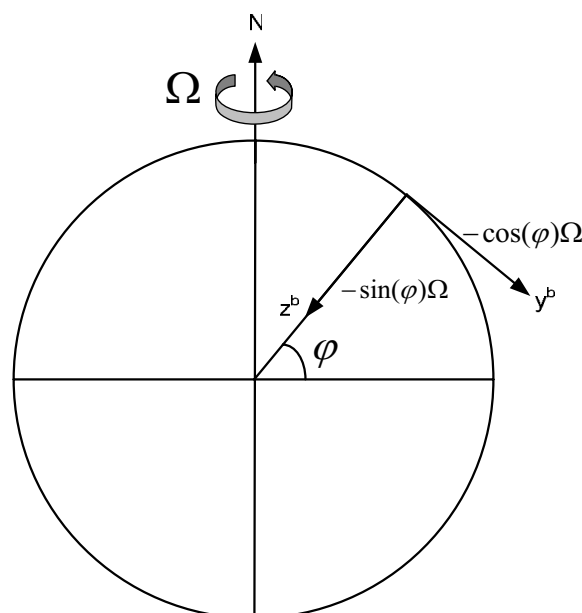
Ligning (5.9) og (5.12) vedrører x-gyroen og ved at addere disse to ligninger kan bias på x-gyroen, $B_{\omega^{bx}}$, bestemmes. Ved at subtrahere ligning (5.9) fra (5.12) kan g-afhængig bias på x-gyroen som følge af en z-acceleration i body frame, $B_{f_z \omega^{bx}}$, bestemmes. Ligning (5.10) og (5.15) vedrører y-gyroen og ved at addere disse to ligninger kan bias på y-gyroen, $B_{\omega^{by}}$, bestemmes. Ved at subtrahere ligning (5.10) fra (5.15) kan g-afhængig bias på y-gyroen som følge af en z-acceleration i body frame, $B_{f_z \omega^{by}}$, bestemmes. Ligning (5.11) og (5.16) vedrører z-gyroen og ved at addere disse to ligninger kan bias på z-gyroen, $B_{\omega^{bz}}$, bestemmes. Ved at subtrahere ligning (5.11) fra (5.16) kan g-afhængig bias på z-gyroen som følge af en z-acceleration i body frame, $B_{f_z \omega^{bz}}$, bestemmes.

Ved addition af ligning (5.10) og (5.15) elimineres ω_{ei1}^{by} ikke. Dvs., at det ved bestemmelsen af $B_{\omega^{by}}$ er nødvendigt at kende ω_{ei1}^{by} . Tilsvarende elimineres ω_{ei1}^{bz} ikke ved subtrahering af ligning (5.11) fra (5.16). Dvs., at det ved bestemmelsen af $B_{f_z \omega^{bz}}$ tilsvarende er nødvendigt at kende ω_{ei1}^{bz} . Pga. den beskrevne opstilling af IMU'en vha. libelle og kompas, der indebærer, at y-aksen peger mod syd og z-aksen lodret nedad i første stilling, er disse størrelser (se Figur 5-3 nedenfor) givet ved:

$$\omega_{ei1}^{by} = -\cos(\varphi) \cdot \Omega \quad (5.17)$$

$$\omega_{ei1}^{bz} = -\sin(\varphi) \cdot \Omega \quad (5.18)$$

hvor φ er den aktuelle bredde.



Figur 5-3: Jordens rotation projiceret ind på y-aksen, når denne er vandret og peger mod syd, samt Jordens rotation projiceret ind på z-aksen når denne peger lodret nedad.

Ved at foretage yderligere to par af opstillinger, hvor henholdsvis x- og y-aksen er lodret, kan der på tilsvarende vis bestemmes de øvrige seks parametre for g-afhængig bias. Dvs., at de tre g-afhængige bias som følge af en x-acceleration i body frame, og de tre g-afhængige bias som følge af en y-acceleration i body frame kan bestemmes. Derudover vil overbestemmelser for bias kunne bestemmes.

Skalafejl og asymmetri

Det er som nævnt muligt at konstruere et simpelt instrument, der vha. en motor drejer IMU'en om en af gyroakserne. Bestemmelse af gyroernes skalafejl vha. dette turn table kan foregå på to forskellige måder. Den ene mulighed er at anvende dette til at påvirke IMU'ens gyroer med en kendt vinkelhastighed (metode D1). Den anden mulighed er at anvende instrumentet til at dreje IMU'en en kendt vinkel, dvs. at påvirke gyroerne med en kendt rotation (metode D2).

Ved påvirkning af x-gyroen med en kendt vinkelhastighed (metode D1) kan der opstilles følgende ligning for outputtet fra gyroen:

$$\tilde{\omega}^{bx} = \omega^{bx} + S_{\omega^{bx}} \omega^{bx} + B_{\omega^{bx}} \quad (5.19)$$

$B_{\omega^{bx}}$ kan bestemmes vha. metode S1 umiddelbart inden, IMU'en drejes, og dermed kan skalafejlen bestemmes ud fra ligning (5.19). Ved at ændre omdrejningsretningen kan skalafejlen for både positive og negative input og dermed asymmetrien findes.

Som det ses, ignorerer ligning (5.19) det input til gyroen, der er forårsaget af Jordens rotation og g-afhængig bias som følge af tyngedeaccelerationen. Men tilsvarende inkluderer det bias, der kan bestemmes vha. metode S1, disse effekter. Nettoresultatet er derfor, at bestemmelsen af skalafejl vha.

metode D1 reelt tager højde for Jordens rotation og g-afhængigt bias. Under drejningen af IMU'en påvirkes denne dog af en centrifugalkraft, hvis effekt naturligvis ikke er inkluderet i det bias, der bestemmes vha. metode S1, mens IMU'en står stille. Skal der også tages højde for det g-afhængige bias, der forårsages af centrifugalkraften, forudsætter dette, at konkrete værdier for det g-afhængige bias er kendt. Haves der konkrete værdier for det g-afhængige bias og kendes størrelsen af centrifugalkraften kan størrelsen af det g-afhængige bias som følge af centrifugalkraften bestemmes og derved kan der korrigeres herfor i ligning (5.19).

Ved påvirkning af x-gyroen med en kendt rotation (metode D2) kan der opstilles følgende ligning for outputtet fra gyroen:

$$\tilde{\Delta}\gamma^{bx} = \Delta\gamma^{bx} + S_{\omega^{bx}}\Delta\gamma^{bx} + t \cdot B_{\omega^{bx}} \quad (5.20)$$

hvor $\Delta\gamma^{bx}$ og $\tilde{\Delta}\gamma^{bx}$ er henholdsvis den sande og den målte værdi for den roterede vinkel, og t er den tid, der er forløbet under rotationen. Da $B_{\omega^{bx}}$ kan bestemmes i forvejen vha. metode S1, og da tiden nemt kan bestemmes vha. IMU'ens ur, kan skalafejlen findes ud fra ligning (5.20). Ved at ændre omdrejningsretningen kan asymmetrien findes. Hvad angår Jordens rotation og g-afhængigt bias, gælder der for metode D2 de samme forhold, som anført ovenfor om metode D1.

Non-linearitet

Non-lineariteten for gyroerne kan bestemmes vha. såvel metode D1 som D2 ved at bestemme skalafejlen ved forskellige omdrejningshastigheder.

Øvrige fejl

Aksefejl kan ikke bestemmes vha. det til rådighedstående udstyr. At bestemme aksefejlene vil kræve, at det med stor nøjagtighed er muligt at orientere IMU'en ift. omdrejningsaksen for det turn table, der anvendes ved bestemmelse af gyroernes skalafejl. Stor nøjagtighed vil i denne sammenhæng sige en nøjagtighed mindst svarende til størrelsen af aksefejlene. Det skønnes, at det ikke er muligt at konstruere dette turn table bedre end, at IMU'en kan orienteres med en nøjagtighed på 0.5 grader ift. omdrejningsaksen. Da aksefejlene må forventes at være langt mindre end 0.5 grader, er det ikke muligt at bestemme disse. Heller ikke hysteresis er det muligt at bestemme med det til rådighedstående udstyr.

5.2.4 Betydningen af systematiske fejl for kalibrering

Det fremgår af ovenstående, at bestemmelsen af en systematisk fejl på en sensor vha. en given kalibreringsmetode kan være influeret (forringet) af, at metoden ikke tager højde for alle øvrige systematiske fejl. Eksempelvis vil bestemmelsen af gyrobias vha. metode S1 indeholde et bidrag fra g-afhængig bias, fordi metoden ikke tager højde herfor. Af Figur 5-4 nedenfor fremgår hvilke systematiske fejl, der har en betydelig indflydelse på bestemmelsen af de enkelte systematiske fejl på accelerometrene vha. de forskellige kalibreringsmetoder. Figur 5-5 nedenfor viser det tilsvarende for bestemmelsen af systematiske fejl på gyroerne.

Det er klart, at ved bestemmelsen af accelerometerbias vha. f.eks. metode S4 vil skalafejl og aksefejl ikke forringe resultatet, idet metode S4 også kan bestemme disse fejl og dermed korrigere det

beregnete accelerometerbias herfor. De fejl, som ikke har betydning, fordi pågældende metode kan bestemme dem, er i de to skemaer repræsenteret ved gråtonede felter. I det følgende forklares for de forskellige kalibreringsmetoder, hvilke systematiske fejl der ikke har betydning ved kalibrering samt hvorfor.

Accelerometre

Det fremgår af Figur 5-4, at bestemmelsen af accelerometerbias vha. metode S1 ikke forringes af skalafejl, asymmetri og non-linearitet. Det skyldes, at inputtet til accelerometret under anvendelse af metode S1 vil være meget lille, således at de nævnte fejl er uden betydning. At bestemmelsen af accelerometerbias vha. metode S2, som det fremgår af skemaet, ikke forringes af non-linearitet skyldes, at non-lineariteten vil være den samme i de to stillinger, der måles i, således at effekten heraf elimineres. At aksefejlene ikke har betydning ved bestemmelse af accelerometerbias og accelerometerskalafejl vha. metode S2 skyldes, at en fejl på lodretstilling af accelerometeraksen af geometriske årsager i praksis ikke har nogen betydning for kalibreringsresultatet. I forbindelse med vurdering af kalibreringsmetodernes nøjagtighed (*Afsnit 5.3.1*) er dette forhold vedrørende geometri beskrevet nærmere. Når bestemmelsen af accelerometrenes asymmetri og non-linearitet vha. metode S1 mod. ikke påvirkes af bias, skyldes dette, at metoden, som forklaret i *Afsnit 5.2.2*, korrigerer for bias. Ingen af kalibreringsmetoderne indebærer, at input og output til/fra accelerometrene skal sammenlignes til meget veldefinerede tidspunkter. Derfor spiller hysteresis ingen rolle ved kalibrering af accelerometrene.

Systematisk fejl der kan bestemmes	Metode	Systematiske fejl der har betydning for resultat af kalibrering af accelerometre					
		Bias	Skalafejl	Asymmetri	Non-linearitet	Aksefejl	Hysteresis
Bias	S1					X	
	S2			X			
	S2 mod.			X		X	
	S4			X	X		
Skalafejl	S2			X	X		
	S2 mod.			X		X	
	S4			X	X		
Asymmetri	S1 mod.					X	
Non-linearitet	S1 mod.					X	
	S2 mod.			X		X	
Aksefejl	S4			X	X		

Figur 5-4: Oversigt over hvilke systematiske fejl, der har betydning ved bestemmelse af systematiske fejl på accelerometrene vha. de mulige kalibreringsmetoder. Et x angiver, at fejlen har betydning for pågældende kalibrering.

Gyroer

Fordi Jordens rotation er et meget svagt signal, har skalafejl, asymmetri, non-linearitet og aksefejl ingen betydning ved kalibrering af IMU400CC-100's gyroer vha. statiske metoder (S-metoder). At aksefejlene ikke har betydning ifm. metode D1 og D2 skyldes, at en lille fejl på orientering af gyroaksen ift. rotationsaksen for det anvendte turn table af geometriske årsager i praksis ikke har nogen betydning for kalibreringsresultatet. Ved kalibrering af gyroerne vha. metode D1 og D2 har bias og g-afhængig bias ingen indflydelse, fordi de to metoder indebærer en korrektion herfor, som forklaret ifm. gennemgangen af metoderne. Ingen af kalibreringsmetoderne indebærer, at input og output til/fra gyroerne skal sammenlignes til meget veldefinerede tidspunkter. Derfor spiller hysteresis ingen rolle ved kalibrering af gyroerne. Det er allerede forklaret, hvordan metoderne S2, S4, D1 og D2 tager højde for Jordens rotation.

Systematisk fejl der kan bestemmes	Metode	Systematiske fejl der har betydning for resultat af kalibrering af gyroer							
		Bias	g-afh.-bias	Skala-fejl	Asym-Metri	Non-linearitet	Akse-fejl	Hysteresis	Jordens rotation
Bias	S1		x						x
	S2								
	S4		x						
g-afh.-bias	S2								
Asymmetri	D1								
	D2								
Non-linearitet	D1								
	D2								

Figur 5-5: Oversigt over hvilke systematiske fejl og effekter, der har betydning ved bestemmelse af systematiske fejl på gyroerne vha. de mulige kalibreringsmetoder. Et x angiver, at fejlen/effekten har betydning for pågældende kalibrering.

5.3 Valg af procedure ved kalibrering

Ved udvælgelse af hvilke fejl der skal bestemmes og af hvordan disse skal bestemmes, er følgende forhold vigtige: Med hvilken nøjagtighed, de forskellige kalibreringsmetoder kan bestemme de systematiske fejl, er væsentligt, men det er også væsentligt, at bestemmelsen af en systematisk fejl ikke i afgørende grad er influeret af andre systematiske fejl, jf. *Afsnit 5.2.4*. Endvidere spiller det en rolle, hvor meget tidsforbrug og arbejde der er forbundet med at gennemføre de enkelte kalibreringsmetoder ift. den formodede væsentlighed af de fejl, som kan bestemmes vha. metoderne. For såvel accelerometre som gyroer fravælges det på forhånd at bestemme non-lineariteten, fordi dette vil betyde, at skalafejlene skal bestemmes ved adskillige forskellige input, hvilket er tidskrævende. I stedet bestemmes skalafejlene ved input, der er typiske ifm. bilkørsel, idet dette, som tidligere nævnt, indebærer, at betydningen af non-linearitet reduceres.

Nedenfor undersøges det med hvilken nøjagtighed, de kalibreringsmetoder, der er beskrevet i *Afsnit 5.2*, kan bestemme de systematiske fejl.

5.3.1 Nøjagtighedsberegninger

De observationer af forskellige størrelser, som ifm. de forskellige kalibreringsmetoder anvendes til at beregne systematiske fejl, antages at være uafhængige. Eksempelvis antages der ved beregningen af nøjagtighed på bestemmelsen af gyroens skalafejl vha. metode D2 uafhængighed mellem outputtet fra gyroen, den indledende bestemmelse af gyrobias, orienteringen af gyro'en ift. omdrejningsaksen samt den anvendte værdi for den faktisk roterede vinkel. At der antages uafhængighed mellem de forskellige størrelser betyder, at den simple fejlforplantningslov kan anvendes ved beregningerne af nøjagtighed. Derimod antages der ikke uafhængighed mellem to på hinanden følgende observationer fra et af accelerometrene eller en af gyroerne. Det forudsættes i det følgende, at accelerometrene og gyroerne kan levere uafhængige observationer med henholdsvis 75 Hz og 25 Hz, hvilket svarer til båndbredden for sensorerne.

Instrumentspecifikationer

Af skemaet nedenfor (Figur 5-6) fremgår, for såvel IMU som kalibreringsudstyr, specifikationer, der ligger til grund for de gennemførte nøjagtighedsberegninger. Som værdi for random walk på gyroerne anvendes et estimat bestemt vha. følgende udtryk:

$$RW_{\omega^b} = 60 \cdot \sigma_{\omega^b} \frac{1}{\sqrt{BW_{\omega^b}}} \quad (5.21)$$

hvor RW_{ω^b} er random walk udtrykt i $^{\circ}/\sqrt{h}$, σ_{ω^b} er nøjagtigheden på én observation fra gyroerne udtrykt i $^{\circ}/\text{sek.}$ og BW_{ω^b} er båndbredden udtrykt i Hz [Stockwell, s. 3]. Eftersom det er vurderet, at kalibreringsmetode D4 ikke er gennemførlig med det tilgængelige udstyr, er der ingen af de mulige kalibreringsmetoder, der indebærer, at en afstand bestemt vha. IMU'ens accelerometre sammenlignes med en "sand" referenceafstand. Derfor skal der, i forbindelse med nøjagtighedsberegningerne for de forskellige kalibreringsmetoder, ikke bruges en værdi for random walk på accelerometrene.

Nøjagtigheden af orienteringen af gyroerne vha. kompas sættes til 3° . At der ikke haves større forventninger til kompasset skyldes, at dette ikke kan isoleres fra jerngenstande og elektronik, der skaber misvisning. I skemaet refererer $\sigma_{\text{omdrejaks}}$ til det tidligere omtalte skøn for den nøjagtighed, hvormed gyroernes inputakse kan orienteres parallelt med omdrejningsaksen for det turn table, der kan konstrueres. Den angivne værdi for nøjagtigheden hvormed den sande vinkelhastighed af det anvendte turn table kan styres, $\sigma_{\text{vinkelhastighed}}$, er baseret på et skøn². Det samme gør sig gældende for værdien for den nøjagtighed, hvormed den sande vinkelændring, $\sigma_{\text{vinkelændring}}$, kan bestemmes.

² Dette skøn er foretaget på grundlag af praktiske erfaringer med hvor nøjagtigt det er muligt at kontrollere hastigheden for pågældende turn table.

Nøjagtigheder (tilfældige fejl)	Accelerometre: $\sigma_{f^b} = 0.352 \text{ mg}^3$, 75 uafhængige observationer pr. sek.
	Gyroer: $\sigma_{\omega^b} = 0.248 \text{ }^\circ/\text{sek.}^4$, random walk: $RW_{\omega^b} = 2.98 \text{ }^\circ/\sqrt{\text{h}}$, 25 uafhængige observationer pr. sek.
	Krydslibelle: $\sigma_\alpha = 0.009 \text{ }^\circ^5$
	Orientering af gyroakser efter kompas: $\sigma_{kompas} = 3^\circ$
	Orientering af gyroakser ift. omdrejningsakse for turn table: $\sigma_{omdrejaks} = 0.5^\circ$
	Vinkelhastighed, turn table: $\sigma_{vinkelhastighed} = 0.015^\circ/\text{sek.}$
	Vinkelændring, turn table $\sigma_{vinkelændring} = 0.1^\circ$
Andre forudsætninger	Forventet accelerometerbias: $B_{f^b} = -2.2 \text{ mg}^6$
	Forventet gyrobias: $B_{\omega^b} = -0.0039 \text{ }^\circ/\text{sek.}^7$

Figur 5-6: Instrumentspecifikationer lagt til grund for nøjagtighedsberegninger.

Forhold uden betydning

Ved nøjagtighedsberegningerne ses der bort fra usikkerheden på g_i^{LL} (metode S1 og S2), idet denne ikke har nogen praktisk betydning [Eistrup mfl., 2005, s. 56-57]. Desuden ses der bort fra usikkerheden på måling af tid (metode D2), fordi opløsningen på IMU'ens ur er meget høj (1 $\mu\text{sek.}$), og nøjagtigheden derfor vurderes også at være høj.

Endvidere ses der ved nøjagtighedsberegningerne bort fra effekten af den usikkerhed, der er på *lodretstilling*, dvs. orientering parallelt med tyngdeaccelerationen, af accelerometerakserne vha. krydslibellen (metode S2). En fejl på lodretstillingen på $\alpha = 0.009 \text{ }^\circ$ vil, jf. Figur 5-7 nedenfor, give anledning til, at det faktiske input til det lodrette accelerometer afviger med $1g_i^{LL} - \cos(0.009^\circ)g_i^{LL} = 1.2 \cdot 10^{-8} g_i^{LL}$ fra den forudsatte værdi på $1g_i^{LL}$. Denne afvigelse er meget lille, og derfor kan der ses bort fra effekten af usikkerheden på lodretstillingen. Der ses derimod ikke bort fra effekten af den usikkerhed, der er på *vandretstilling* af accelerometerakserne vha. krydslibellen (metode S1). En fejl på vandretstillingen på $\alpha = 0.009 \text{ }^\circ$ vil, jf. Figur 5-7 nedenfor, give anledning til, at det faktiske input til det vandrette accelerometer er $\sin(0.009^\circ)g_i^{LL} = 1.6 \cdot 10^{-4} g_i^{LL}$ i stedet for nul, som forudsat. Denne afvigelse er stor ift. de tilfældige fejl på accelerometeret, og derfor tages der ved nøjagtighedsberegningerne højde for den effekt, som usikkerheden på vandretstillingen medfører.

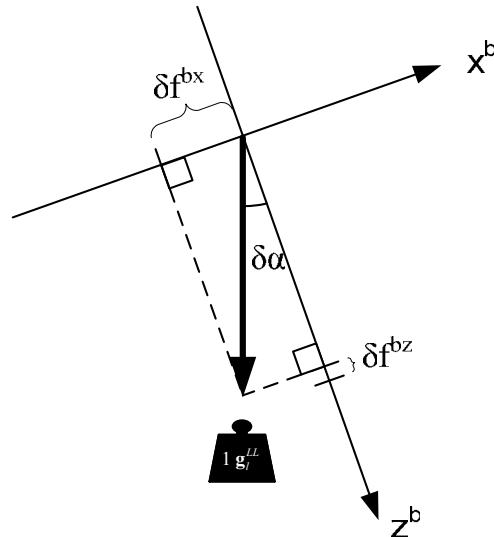
³ Et gennemsnit af de nøjagtigheder der for x-, y- og z-accelerometer er bestemt i [Eistrup mfl., 2005, s. 15-16].

⁴ Et gennemsnit af de nøjagtigheder der for x-, y- og z-gyro er bestemt i [Eistrup mfl., 2005, s. 15-16].

⁵ Kilde: [Eistrup mfl., 2005, s. 34]

⁶ Et gennemsnit af de bias der i [Eistrup mfl., 2005, s. 16-17] vha. metode S1 er bestemt for accelerometrene.

⁷ Et gennemsnit af de bias der i [Eistrup mfl., 2005, s. 16-17] vha. metode S1 er bestemt for x-, y- og z-gyroerne.



Figur 5-7: Betydningen af en fejl, $\delta\alpha$, på henholdsvis lodretstilling og vandretstilling af en accelerometerakse. I figuren angiver δf^{bx} ændringen i accelerometer-output som følge af en fejl på vandretstillingen, og δf^{bz} angiver ændringen i accelerometer-output som følge af en tilsvarende fejl på lodretstillingen. Den lodrette pil repræsenterer den lokale tyngdeacceleration. Det ses, at betydningen af en fejl på vandretstillingen er væsentligt større end betydningen af en fejl på lodretstillingen.

Som nævnt, forudsættes det, at der er en usikkerhed på orienteringen af gyroerne vha. kompasset på 3° i det vandrette plan. Denne usikkerhed betyder, at det faktiske input forårsaget af Jordens rotation afviger fra det input, der forudsættes ved beregningen af bias og g-afhængig bias for gyroerne (metode S2). En opstillingsfejl på 3° for en gyroakse, der peger mod øst eller vest, vil imidlertid kun give anledning til, at inputtet afviger fra det forudsatte med $0.12 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{sek}$. Endvidere vil en opstillingsfejl på 3° for en gyroakse, der peger mod øst eller vest, kun give anledning til, at inputtet afviger fra det forudsatte med $0.003 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{sek}$.⁸ Disse afvigelser er meget små ift. gyroernes opløsning (henholdsvis 0.5% og 0.01%), og derfor kan der ses bort fra usikkerheden på orienteringen af gyroerne vha. kompasset.

Eksempler på nøjagtighedsberegninger

Nøjagtighederne på bestemmelse af systematiske fejl beregnes, som nævnt, vha. den simple fejlforplantningslov. Hvis eksempelvis accelerometerbias, B_{f^b} , findes vha. metode S1, er B_{f^b} en funktion af specific force målt af accelerometeret, \tilde{f}^b , samt af accelerometeraksens hældningsvinkel⁹, α . Derfor kan nøjagtigheden på bestemmelse af B_{f^b} vha. metode S1 beregnes som:

⁸ Størrelsen af de to afvigelser er fundet ved at opstille to rotationsmatricer: Én rotationsmatrice der transformerer fra ECEF-frame til body-frame, når der ikke er nogen orienteringsfejl, og én rotationsmatrice der transformerer fra ECEF-frame til body-frame, når der er en fejl på 3° på orienteringen. Ved at transformere Jordens rotation fra ECEF-frame til body-frame vha. de to rotationsmatricer og sammenligne de to resultater fås afvigelse. De nødvendige beregninger er foretaget i *beregn_orienteringsfejl.m* og *orienteringsfejl.m*.

⁹ Selvom α , jf. ligning 5.1, ikke indgår i beregningen af B_{f^b} , fordi IMU'en vandretstilles, skal nøjagtigheden på α alligevel tages i betragtning ved beregningen af nøjagtigheden på bestemmelse af B_{f^b} . Det skyldes, at

$$\sigma_{B_{f^b}} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_{f^b}}{\partial \tilde{f}^b}\right)^2 \sigma_{\tilde{f}^b}^2 + \left(\frac{\partial B_{f^b}}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_{\alpha}^2} \quad (5.22)$$

hvor $\sigma_{\tilde{f}^b}$ er nøjagtigheden på målingen af specific force (målt i g), og σ_{α} er nøjagtigheden for den krydslibelle, der anvendes til at stille IMU'en vandret (målt i radian).

Hvis accelerometerbias, B_{f^b} , derimod findes vha. metode S2, er B_{f^b} en funktion af specific force målt i de to stillinger, dvs. af \tilde{f}_1^b og \tilde{f}_2^b . Derfor kan nøjagtigheden på bestemmelse af B_{f^b} vha. metode S2 beregnes som:

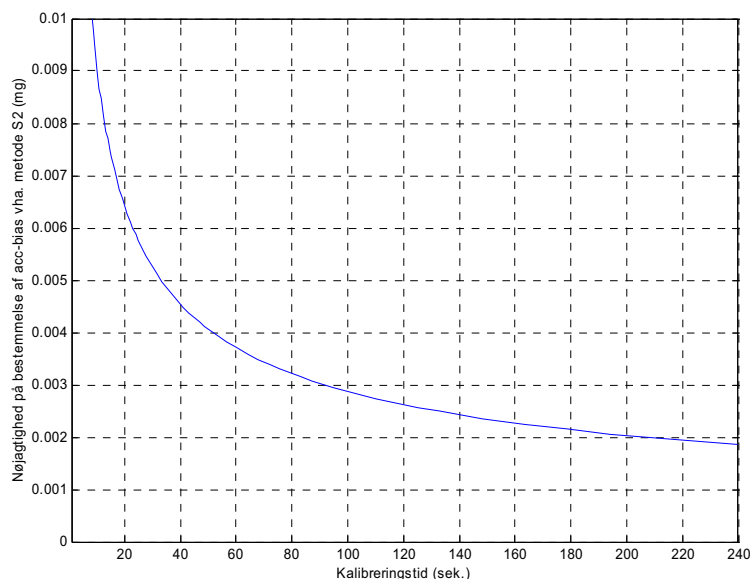
$$\sigma_{B_{f^b}} = \sqrt{\left(\frac{\partial B_{f^b}}{\partial \tilde{f}_1^b}\right)^2 \sigma_{\tilde{f}_1^b}^2 + \left(\frac{\partial B_{f^b}}{\partial \tilde{f}_2^b}\right)^2 \sigma_{\tilde{f}_2^b}^2} \quad (5.23)$$

På helt tilsvarende vis kan nøjagtigheden på bestemmelse af de systematiske fejl vha. de øvrige muligheder gennemgået i *Afsnit 5.2* beregnes. Der beregnes dog ikke nøjagtigheder for metode S4. De nøjagtigheder for metode S4, der senere hen præsenteres, svarer til de nøjagtigheder, der er opnået i [Shin, 2002].

Resultater og forudsætninger

De udregnede nøjagtigheder for fejl bestemt vha. metode S1 og S2 forudsætter generelt 120 sek. kalibreringstid i hver stilling. Generelt bliver nøjagtigheden større ved længere kalibreringstid, men det er begrænset, hvad der kan opnås ved f.eks. at fordoble kalibreringstiden, således at denne i stedet bliver 240 sek. Det giver grafen i Figur 5-8 et eksempel på, idet denne viser sammenhængen mellem kalibreringstid og nøjagtighed på bestemmelse af accelerometerbias vha. metode S2. Der forudsættes 45 sek. kalibreringstid ved bestemmelsen af accelerometerbias vha. metode S1 og ved bestemmelse af accelerometerskalafejl vha. metode S1 mod. og S2 mod. Det skyldes, at usikkerheden på orienteringen af accelerometeraksen her spiller så stor en rolle, at der ikke opnås en forbedret nøjagtighed ved øget kalibreringstid.

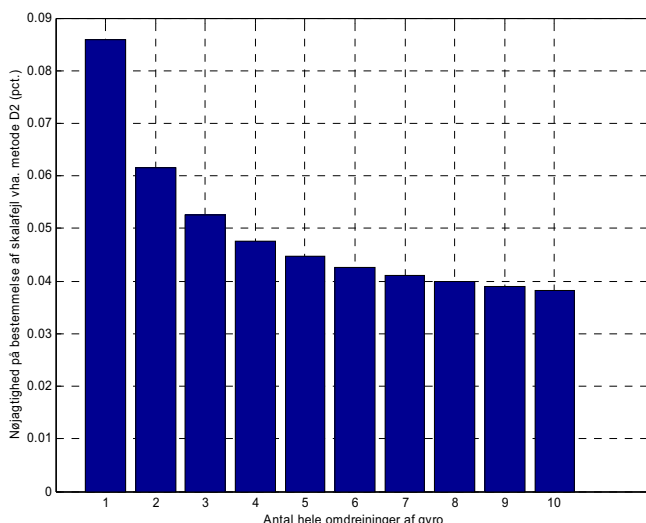
usikkerheden på forudsætningen om at IMU'en er vandretstillet (dvs. om at $\alpha = 0$), jf. Figur 5-7 og beregningseksemplet givet tidligere, spiller en væsentlig rolle ift. de tilfældige fejl på specific force og dermed har betydning for den samlede usikkerhed på bestemmelsen af B_{f^b} . Ved at udtrykke B_{f^b} som en funktion af såvel \tilde{f}^b som α og derefter at anvende den simple fejlforplantningslov, kan den reelle nøjagtighed findes.



Figur 5-8: Sammenhængen mellem kalibreringstid og opnåelig nøjagtighed på bestemmelse af accelerometerbias vha. metode S2.

Beregningen af nøjagtighed af accelerometerskalafejlen bestemt vha. metode S1 mod. og S2 mod. forudsætter, at accelerometeraksen hælder 8.5° ift. vandret. Dette svarer til en påvirkning af accelerometeret med 0.15 g. Den gennemsnitlige g-påvirkning af x- og y-accelerometeret ved almindelig bykørsel er ifølge tidligere erfaringer lavere end dette, men hældningsvinklen er sat til 8.5° , fordi dette omtrent svarer til den største hældningsvinkel, der kan måles vha. krydslibellen, og fordi en mindre hældningsvinkel vil give en uacceptabel stor usikkerhed på bestemmelsen af skalafejl. F.eks. betyder en halvering af hældningsvinklen, at spredningen omtrent fordobles. Beregningen af nøjagtighed af skalafejlen på gyroerne bestemt vha. metode D1 og D2 forudsætter tilsvarende en omdrejningshastighed på $15^\circ/\text{sek}$. Dette er ligeledes mere end den forventede gennemsnitlige påvirkning ved almindelig bykørsel, men en bestemmelse af skalafejl ved en lavere omdrejningshastighed vil give en uacceptabel stor usikkerhed.

Endvidere forudsætter beregningen af nøjagtighed af skalafejlen på gyroerne bestemt vha. metode D2, at gyroerne drejes fire hele omgange. Hvor mange omgange gyroerne drejes har indflydelse på den opnåelige nøjagtighed. Desto flere omgange der drejes, desto mindre betydning får usikkerheden på den samlede vinkelændring $\sigma_{\text{vinkelændring}}$. Til gengæld betyder et øget antal af omdrejninger, at kalibreringen tager længere tid (idet omdrejningshastigheden ligger fast) og dermed, at betydningen af random walk bliver større. Effekten heraf er en øget usikkerhed på den målte vinkelændring der ifm. kalibreringen skal sammenlignes med en referenceværdi. Søjlediagrammet nedenfor (Figur 5-9) viser sammenhængen mellem antallet af hele omdrejninger og opnåelig nøjagtighed. Det ses, at nøjagtigheden stiger med antallet af omdrejninger, således at effekten af at øge den samlede vinkelændring er dominerende ift. random walk. Det ses af søjlediagrammet, at der ikke opnås en væsentlig forbedring i nøjagtighed ved at foretage flere end fire omdrejninger. Derfor forudsætter nøjagtighedsberegningerne, som nævnt, fire omdrejninger.



Figur 5-9: Sammenhængen mellem antallet af hele omdrejninger og opnåelig nøjagtighed på bestemmelse af skalafejl på gyroer vha. metode D2.

Af skemaerne i Figur 5-10-Figur 5-14 nedenfor fremgår de forventede nøjagtigheder på bestemmelsen af systematiske fejl på accelerometre og gyroer. Fjerde kolonne i skemaerne angiver hvilke forudsætninger mht. kalibreringstid m.m., beregningen af nøjagtighed forudsætter. Beregningerne af nøjagtighed er foretaget i MatLab. Dette gælder også de partielle afledede, der er beregnet symbolsk i MatLab. Af femte kolonne i skemaerne fremgår hvilke MatLab-filer, der er anvendt ved beregningen af de enkelte nøjagtigheder.

Systematisk fejl	Metode	Nøjagtighed	Forudsætninger	Matlab-filer ¹⁰
Accelerometer-bias	S1	0.08 mg	Tid 45 sek. i en stilling (samme ved 120 sek.), beregnet for fire stillinger.	beregn_acc_nebot4stil.m sigma_acc_nebot4stil.m
	S2	0.003 mg	Tid 120 sek. i hver stilling	beregn_salychev.m sigma_salychev.m plot_sigma_bias_salychev.m
	S4	$8.4 \cdot 10^{-4}$ mg ¹¹	Tid 5 min i 9 ¹² forskellige stillinger	

Figur 5-10: Nøjagtigheder på bestemmelse af bias på IMU'ens accelerometre.

¹⁰ MatLab-filer, hvis navn starter med "bereg", udregner partielle afledede til brug for nøjagtighedsberegningerne. MatLab-filer, hvis navn starter med "sigma", beregner på grundlag heraf de ønskede nøjagtigheder.

¹¹ Denne nøjagtighed samt øvrige nøjagtigheder for metode S4 svarer til dem, der fremgår af [Shin, 2002, s. 48]. Værdierne skal tages med et vist forbehold, idet [Shin, 2002] anvender IMU'en Honeywell HG1700. Dette er en væsentlig bedre IMU end IMU400CC-100. F.eks. angives random walk for gyroerne i Honeywell HG1700 til at være $0.125-0.3 \text{ }^\circ/\sqrt{h}$.

¹² Det er i [Shin, 2002] uklart præcist hvor mange stillinger, der er målt i. Der er dog tale om mindst 9 forskellige stillinger, eftersom bias, skalafejl og aksefejl for accelerometrene udgør 9 ubekendte.

Systematisk fejl	Metode	Nøjagtighed	Forudsætninger	Matlab-filer
Accelerometer-skalafejl	S2	$2.6 \cdot 10^{-4} \%$	Tid 120 sek. i hver stilling	beregn_salychev.m sigma_salychev.m
	S2 mod.	0.11 %	Tid 45 sek. i hver stilling (samme ved 120 sek.), hældning 8.5°	beregn_mod_salychev.m sigma_mod_salychev.m
	S4	$1.1 \cdot 10^{-4} \%$	Tid 5 min i 9 forskellige stillinger	
Accelerometer-skalafejl for +/- input (dvs. asymmetri)	S1 mod.	0.12%	Tid 45 sek. i en stilling (samme ved 120 sek.), hældning 8.5^{o13}	beregn_mod_nebot.m sigma_mod_nebot.m

Figur 5-11: Nøjagtigheder på bestemmelse af skalafejl og asymmetri for IMU'ens accelerometre. En skalafejl angives som et procenttal, og procentangivelserne i skemaet skal forstås som nøjagtigheden på dette procenttal udtrykt i procentpoint. Dvs. at procenttallet ikke skal forstås som en andel af den sande skalafejl.

Systematisk fejl	Metode	Nøjagtighed	Forudsætninger	Matlab-filer
Accelerometer-aksefejl	S4	$1.9 \cdot 10^{-6}$ rad	Tid 5 min i 9 forskellige stillinger	

Figur 5-12: Nøjagtighed på bestemmelse af aksefejl på IMU'ens accelerometre.

Systematisk fejl	Metode	Nøjagtighed	Forudsætninger	Matlab-filer
Gyro-bias	S1	0.005 grad/sek.	Tid 120 sek. i en stilling.	sigma_gyro_nebot.m
	S2	0.002 grad/sek.	Tid 120 sek.	beregn_gyrobias.m sigma_gyrobias.m
	S4	$1.2 \cdot 10^{-5}$ °/sek.	Tid 5 min. i 9 forskellige stillinger	
Gyro-g-afh.-bias	S2	0.003 (grad/sek.) /g	Tid 120 sek.	beregn_gyrobias.m sigma_gyrobias.m

Figur 5-13: Nøjagtigheder på bestemmelse af bias og g-afhængigt bias på IMU'ens gyroer.

¹³ Når accelerometeraksen er lodret, dvs. når det er asymmetrien for z-accelerometeret og ikke for x- eller y-accelerometeret, der bestemmes, vil nøjagtigheden være bedre pga. bedre geometri jf. Figur 5-7.

Systematisk fejl	Metode	Nøjagtighed	Forudsætninger	Matlab-filer
Gyro-skalafejl for +/- input (dvs. asymmetri)	D1	0.11%	Tid 100 sek., omdrejningshastighed 15 grad./sek., 120 sek. kalibreringstid for bestemmelse af bias vha. metode S1	beregn_ratetable.m sigma_ratetable.m
	D2	0.05 %	4 hele omdrejninger (svarer til 100 sek.), omdrejningshastighed 15 grad./sek., 120 sek. kalibreringstid for bestemmelse af bias vha. metode S1	beregn_gyroskala.m sigma_gyroskala.m plot_sigma_gyroskala.m

Figur 5-14: Nøjagtigheder på bestemmelse af skalafejl og asymmetri på IMU'ens gyroer.

En skalafejl angives som et procenttal, og procentangivelserne i skemaet skal forstås som nøjagtigheden på dette procenttal udtrykt i procentpoint. Dvs. at procenttallet ikke skal forstås som en andel af den sande skalafejl.

5.3.2 Valg af måleprocedure

Det fravælges at benytte metode S4 ved bestemmelsen af de systematiske fejl. Det skyldes dels, at det er usikkert, om metode S4 i praksis kan anvendes til at bestemme g-afhængig bias og asymmetri, idet [Shin, 2002] ikke beskriver en sådan implementering af metoden. g-afhængig bias skal bestemmes, eftersom denne fejl, jf. foranalysen, kan være væsentlig, og også asymmetri ønskes undersøgt, således at betydningen heraf kan klarlægges. Endvidere tager metode S4, i hvert fald som den implementeres i [Shin, 2002], længere tid at gennemføre end de alternative metoder. Endelig giver metode S4 ikke en afgørende større nøjagtighed på bestemmelsen af bias og skalafejl for accelerometrene end metode S2.

At asymmetrien for accelerometrene ønskes undersøgt betyder, at skalafejlen skal bestemmes vha. metode S1 mod., idet dette er eneste metode, der kan bestemme en særkilt skalafejl for positivt og negativt input henholdsvis. At asymmetrien for accelerometrene ønskes undersøgt betyder endvidere, at accelerometerbias skal findes vha. metode S1, idet dette er eneste kalibreringsmetode for accelerometerbias, der ikke bygger på en forudsætning om symmetri, jf. Figur 5-4.

Hvis det viser sig, at der ingen asymmetri er, kan accelerometerskalafejlen for x- og y-accelerometeret i stedet findes vha. metode S2 mod., der ligesom metode S1 mod. muliggør en bestemmelse af skalafejl ved et for bilkørsel repræsentativt input. Tilsvarende kan accelerometerskalafejlen for z-accelerometeret i stedet findes vha. metode S2, hvis der ingen asymmetri er. Hvis der ingen asymmetri er, findes accelerometerbias bedst vha. metode S2, der har større nøjagtighed og jf. det følgende alligevel skal gennemføres.

Bias og g-afhængig bias for gyroerne bestemmes vha. metode S2. Metode S2 er eneste mulighed for at bestemme g-afhængig bias samt eneste mulighed for at bestemme bias under hensyntagen til g-afhængig bias, jf. Figur 5-5. Skalafejl og asymmetri for gyroerne bestemmes vha. metode D2, idet denne har større nøjagtighed end metode D1.

Det er ifm. bestemmelsen af gyroernes systematiske fejl valgt at tage højde for Jordens rotation vha. den i *Afsnit 5.2.3* under ”*Bias og g-afhængig bias*” beskrevne procedure. Jordens rotation udgør kun ca. 1/6 af opløsningen på IMU’ens gyroer¹⁴, men det kan ikke af den grund udelukkes, at effekten har betydning for outputtet fra gyroerne. Samtidig er opstillingen af IMU’en efter et kompas ved gennemførelse af metode S2, hvorved størstedelen af en eventuel effekt fra Jordens rotation kan elimineres, som beskrevet i *Afsnit 5.2.3*, relativt enkel at gennemføre. Metode D2 indebærer, som ligeledes beskrevet i *Afsnit 5.2.3*, umiddelbart en elimination af effekten af Jordens rotation.

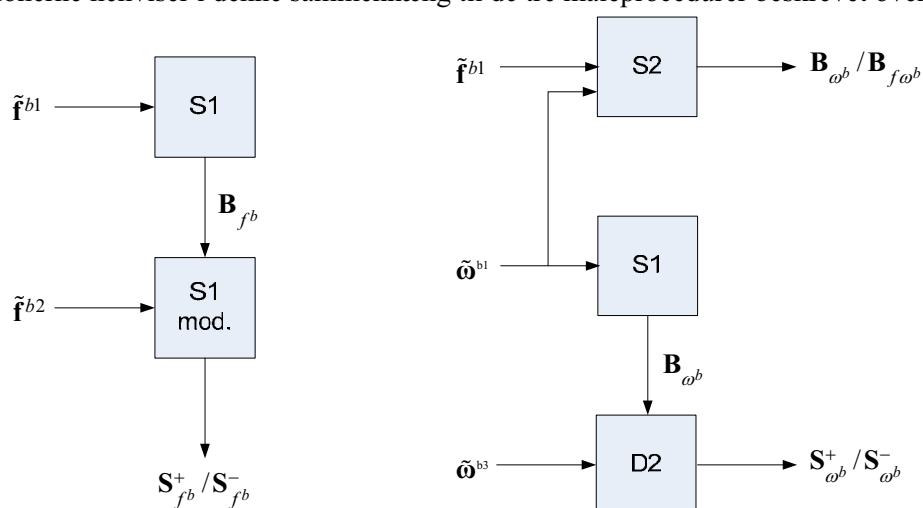
Ovenstående valg medfører, at IMU’ens systematiske fejl skal bestemmes gennem følgende måleprocedurer:

1. Hver af IMU’ens tre sensorakser lodretstilles to gange, således at den positive akse peger opad den ene gang og nedad den anden gang. Der indsamles data i 120 sek. i hver stilling (metode S1, S2 og S1 mod.).
2. Såvel IMU’ens x-accelerometerakse som y-accelerometerakse orienteres to gange i en vinkel på ca. 9° ift. vandret, således at den positive akse peger skråt opad den ene gang og nedad skråt den anden gang. Der indsamles data i 45 sek. i hver stilling (metode S1 mod.).
3. Vha. det konstruerede turn table roteres hver af gyroerne fire hele omgange med en omdrejningshastighed af 15 °/sek. Dette gøres for både positiv og negativ omløbsretning (metode D2).

Ovennævnte procedurer vil tilvejebringe de observationer, der er nødvendige for at kalibrere gyroer og accelerometre, uanset om skalafejlene viser sig at være symmetriske eller ej.

Opsummering

Nedenfor gives et overblik over den valgte procedure og dataflowet ved bestemmelsen af IMU’ens systematiske fejl. Diagrammerne i Figur 5-15 nedenfor giver for henholdsvis accelerometre og gyroer en oversigt over hvilke input og output, der er til de valgte kalibreringsmetoder. Tallet i superscriptet til observationerne henviser i denne sammenhæng til de tre måleprocedurer beskrevet ovenfor.



Figur 5-15: Input og output ifm. den valgte kalibreringsprocedure.
Tv. for accelerometrene, th. For gyroerne.

¹⁴ Jorden roterer med $7.29 \cdot 10^{-5}$ rad/sek., mens opløsningen på gyroerne er $4.36 \cdot 10^{-4}$ rad/sek.

Af diagrammet tv. ses, at specific force fra første måleprocedure anvendes til at bestemme accelerometerbias vha. metode S1. Dette bias indeholder, bortset fra aksefejl der antages at være meget små, ikke andre systematiske fejl og kan derfor anvendes til beregning af et middelbias til brug for kalibrering af accelerometrene. Dette bias er desuden, sammen med specific force fra anden måleprocedure, input til metode S1 mod., der bestemmer accelerometerskalafejlene for positivt og negativt input (dvs. asymmetri). Fordi disse accelerometerskalafejl bliver bestemt ved kun eet input, indeholder disse ikke kun et bidrag fra aksefejl, men desuden fra non-linearitet. Imidlertid er inputtet repræsentativt for bilkørsel, og derfor kan de fundne skalafejl anvendes til bestemmelse af middelværdier til brug for kalibrering af accelerometrene.

Af diagrammet th. ses, at specific force og vinkelhastigheder fra første måleprocedure, vha. metode S2, anvendes til at bestemme bias og g-afhængig bias for gyroerne. Disse estimater indeholder ikke bidrag fra andre systematiske fejl og kan derfor anvendes til bestemmelse af middelværdier til brug for kalibrering af gyroerne. Vinkelhastigheder fra første måleprocedure anvendes desuden som input til metode S1, hvorved endnu et estimat for gyrobias bestemmes. Dette estimat indeholder, i modsætning til det første, bidrag fra g-afhængig bias og Jordens rotation og skal kun bruges som input til metode D2. Metode D2 har desuden vinkelhastigheder fra tredje måleprocedure som input. Outputtet fra metode D2 er skalafejl for gyroerne for henholdsvis positivt og negativt input. Fordi disse skalafejl bliver bestemt ved kun eet input, indeholder disse et bidrag fra non-linearitet. Imidlertid er inputtet repræsentativt for bilkørsel, og derfor kan de fundne skalafejl anvendes til bestemmelse af middelværdier til brug for kalibrering af gyroerne.

5.4 Implementering af valgte kalibreringsmetoder

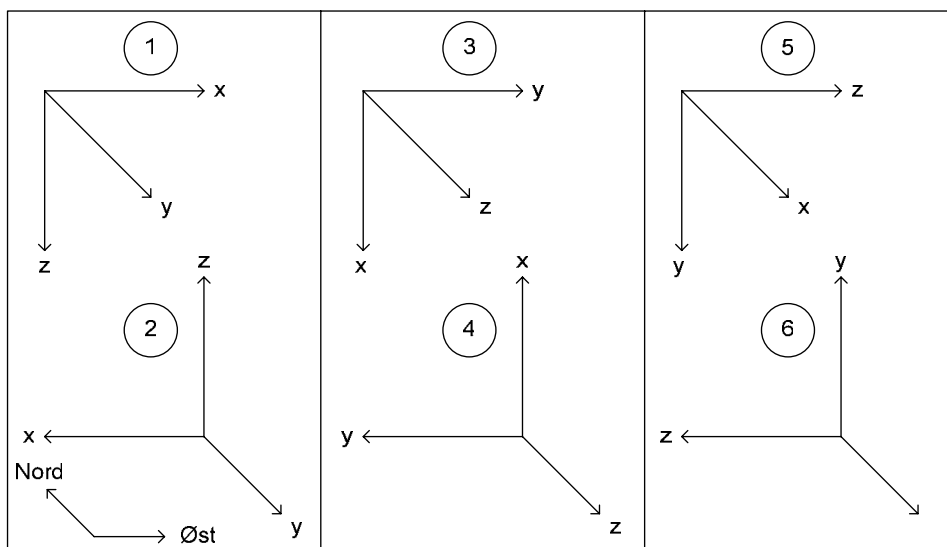
Efter at have fundet frem til de kalibreringsmetoder som er mest hensigtsmæssige at benytte til bestemmelsen af de systematiske fejl, bliver næste skridt at implementere disse. Kalibreringen bliver baseret på de fire metoder: S1, S1 mod., S2 og D2. Metoderne kan alle blive implementeret gennem tre forskellige måleprocedurer. I det efterfølgende vil denne implementering blive beskrevet nærmere.

5.4.1 Gennemførelse af måleprocedurer

I det efterfølgende er der en beskrivelse af de tre måleprocedurer, som tilsammen gør det muligt at implementere de før omtalte kalibreringsmetoder. Procedurerne svarer til de tre procedurer opstillet i punktform i *Afsnit 5.3.2*. I det efterfølgende benævnes disse tre procedurer; *Salychev*, *Stadie* og *Turn table*. Gældende for alle tre procedurer er, at de består af seks forskellige underopstillinger.

Salychev-proceduren

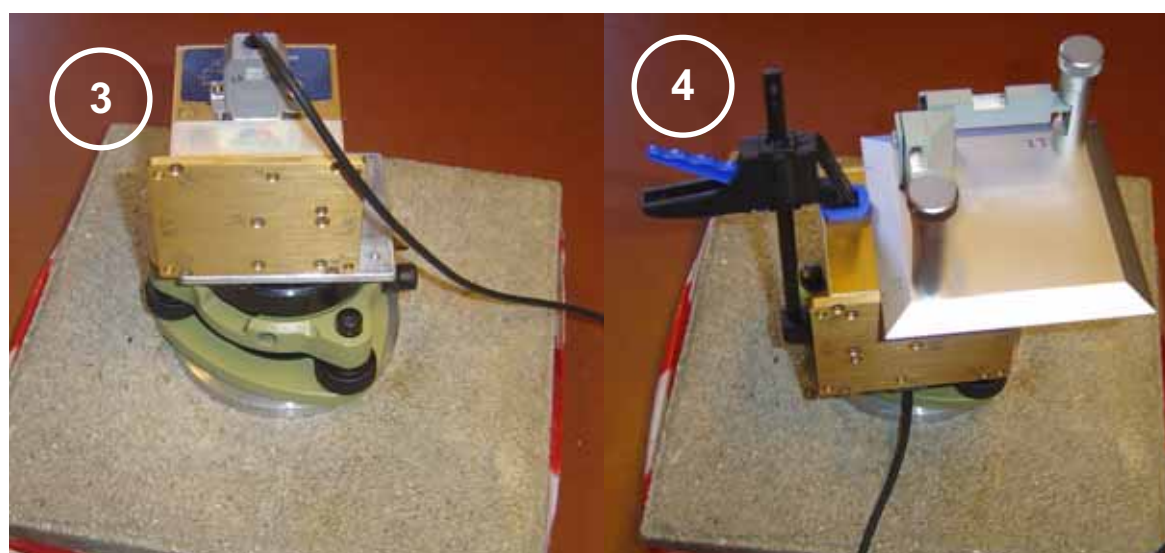
Proceduren *Salychev* er som følgende; IMU'en opstilles så alle tre positive akser én gang peger ned og én gang peger op, samtidig med at de vandrette akser altid orienteres mod henholdsvis syd/øst og syd/vest, se Figur 5-16.



Figur 5-16: Opstillingerne ifm. Salychev-proceduren. IMU'ens akser orienteres som de enkelte koordinatsystemer viser (opstilling 1-6).

Opstillingen gennemføres ved, at IMU'en placeres på en jernplade, som er monteret på et fodstykke, som igen er monteret på en flise. Jernpladens sider er, vha. et kompas, orienteret mod verdenshjørnerne, hvorved IMU'en nemmere orienteres.

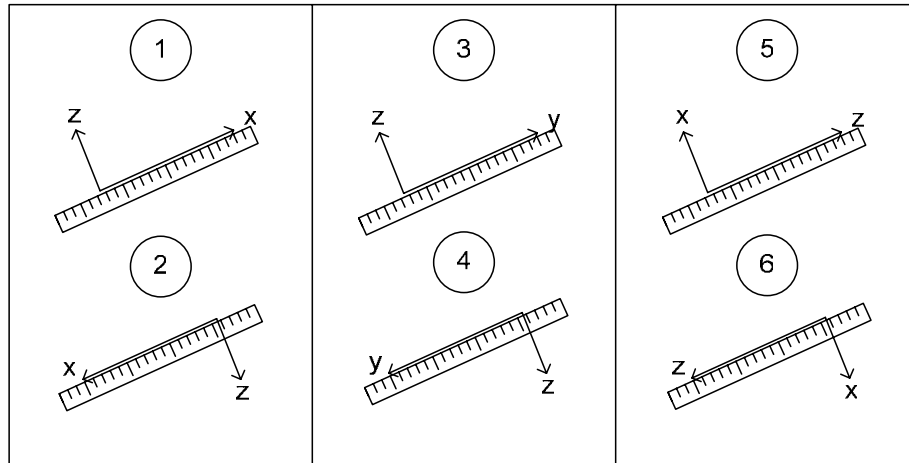
IMU'en vandretstilles ved at justere på fodskruerne indtil krydslibellen, som stilles ovenpå IMU'en, spiller ind. Grunden til at krydslibellen anvendes er, at det vha. denne er væsentligt hurtigere at stille to af IMU'ens akser vandret på samme tid end det er vha. kun én rørlibelle. IMU'ens udformning betyder dog, at opstilling 3 og 4 besværliggøres, idet stikket til IMU'en er i vejen. I stilling 3 vandretstilles imidlertid (også vha. krydslibellen) pladen som IMU'en står på, og i stilling 4 monteres IMU'en på pladen vha. en hurtigtvinge, hvorefter krydslibellen placeres ovenpå IMU'en, se Figur 5-17.



Figur 5-17: Tv. ses IMU'ens orientering i stilling 3 hvor jernpladen forinden er blevet vandretstillet, th. ses stilling 4 hvor IMU'en er fæstnet til jernpladen vha. en hurtigtvinge.

Stadie-proceduren

Stadie-proceduren er meget lig *Salychev*-proceduren, IMU'en opstilles på et skråt underlag, med skiftevis den positive akse pegende op langs stadiet og ned langs stadiet, se Figur 5-18. Underlagets hældning bestemmes inden måleproceduren gennemføres vha. den ene af krydslibellens libeller.



Figur 5-18: Underopstillingerne ifm. Stadie-proceduren. IMU'ens akser orienteres som vist på figuren.

Procedurens navn stammer fra det underlag IMU'en stilles på. Valget af et stadie som underlag skyldes, at dette er helt plant [Eistrup m.fl., 2005, s. 67], hvilket er med til at gøre, at IMU'en står meget stabilt, samt gør at stadiets hældning kan bestemmes nøjagtigt.

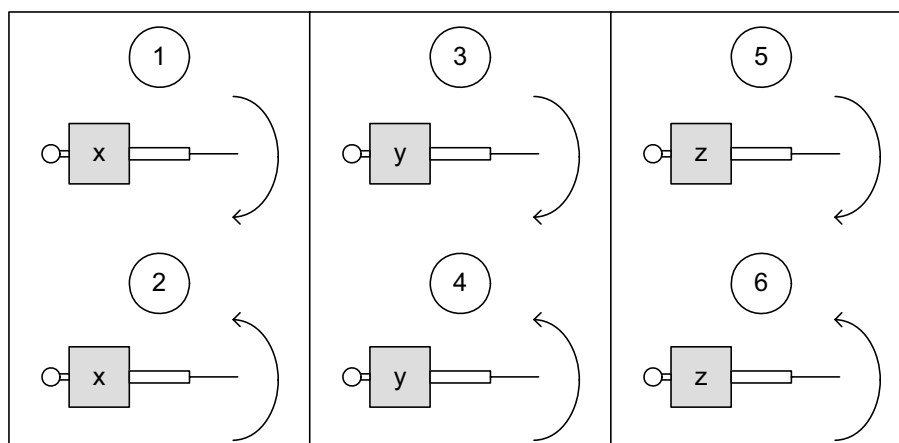


Figur 5-19: Stadie-proceduren, hvor IMU'en skråstilles.

Turn table proceduren

Turn table proceduren er som følgende; IMU'en opstilles på turn tablet så alle tre positive akser peger ned to gange, første gang roteres IMU'en med uret og anden gang mod uret, se Figur 5-20. Proceduren

forudsætter, at et estimat for gyrobias, der indeholder Jordens rotation samt g-afhængig bias, kendes, jf. Figur 5-15. Dette bias findes ved at lade IMU'en stå stille i 20 sek., inden den begynder at rotere¹⁵.



Figur 5-20: Underopstillingerne ifm. Turn table proceduren. I alle stillinger peger den positive akse, der roteres om, nedad.

Turn tablet er bygget op over en lille elmotor, som vha. en lav gearing gør det muligt at dreje IMU'en med en lav omdrejningshastighed. At der benyttes en motor til at dreje IMU'en skyldes, at kalibreringsmetode D2 forudsætter, at IMU'en drejes med ca. samme vinkelhastighed hver gang. I modsat fald vil det non-lineære bidrag til skalafejlen variere fra gang til gang.

Omdrejningshastigheden bestemmes af den spænding som sluttes til motoren, tabellen i Figur 5-21 viser sammenhængen mellem omdrejningshastighed og spænding. For med så stor nøjagtighed som muligt at kunne dreje IMU'en eksakt fire omgange, monteres der en svingarm på turn tablet. Yderligere udformes start- og slutpunktet, så der er en tvungen centrering af svingarmen, Figur 5-22 viser hvordan opstillingen er udformet.

Spænding	O/min
4,5 V	1,5
6,0 V	2
9,0 V	3
12,0 V	4
15,0 V	5
Gearing 3000:1	

Figur 5-21: Omdrejningshastigheden for den benyttede motor i forhold til spændingen.

¹⁵ At IMU'en står stille i netop 20 sek., skyldes at erfaringer fra [Eistrup mfl. 2005, s. 42-34, 109] viser, at nøjagtigheden ikke forbedres væsentligt ved at øge kalibreringstiden yderligere.



Figur 5-22: Turn tablet med IMU'en monteret, svarende til stilling 1 og 2. Det indsatte billede viser den tvungne centrering ved start/slut punktet.

Generelle forhold

Realiseringen af de tre måleprocedurer sker over en periode på ca. 30 dage (i løbet af april 2005), idet alle måleprocedurer gennemføres dagligt. Datalogningen under måleprocedurerne er foretaget ved 134 Hz i *Gyrowiev*, der er *Crossbow's* eget datalogningsprogram [CrossbowC]. De indsamlede data findes i *Bilag 1*. Foranalysen ligger op til, at enkelte af de systematiske fejl er temperaturafhængige ($\mathbf{S}_{\omega_b}^+ / \mathbf{S}_{\omega_b}^-$), og for at i mødekomme evt. problemer med varierende temperatur, foretages alle måleprocedurerne i et lokale hvor temperaturen holdes konstant, hvilket medfører, at IMU'ens starttemperatur altid er ca. 24.5 °C. Der vil dog forekomme variationer i IMU'ens temperatur under de tre måleprocedurer, som følge af at IMU'en bliver berørt, og som følge af det skiftende type underlag IMU'en placeres på (underlagets evne til at lede varme væk spiller en væsentlig rolle for IMU'ens temperatur).

5.5 Resultater af kalibrering

I dette afsnit beregnes de forskellige systematiske fejl på baggrund af de tre ovennævnte måleprocedurer. Til bestemmelsen af hver systematisk fejl er der udarbejdet et særskilt script, som er en realisering af matematikken i *Afsnit 5.2-5.3*, og resultatet af hver enkelt bestemmelse findes i en resultatfil (*.res) med samme navn som scriptet (*Bilag 1*). Resultatfilerne indeholder estimater for IMU'ens systematiske fejl for hver enkelt dag, der er foretaget målinger. For hver enkelt fejltype beregnes en middelværdi af de ca. 30 bestemmelser samt en spredning (præcision), der udtrykker hvor meget bestemmelserne af den samme fejl varierer fra dag til dag i løbet af de ca. 30 dage. De beregnede spredninger bliver vurderet i forhold til de teoretisk bestemte nøjagtigheder i *Afsnit 5.3.1* og enkelte af middelværdierne bliver vurderet i forhold de størrelser for systematiske fejl, der blev bestemt i [Eistrup, 2005, s. 17].

5.5.1 Metode S1

Bestemmelsen af systematiske fejl vha. metode S1 anvender data fra to af måleprocedurene; måleprocedurene *Turn table* og *Salychev*. Metode S1 benyttes, jf. Figur 5-15, til at bestemme et gyrobias, der fungerer som input til metode D2. I den sammenhæng er det muligt at anvende data indsamlet ifm. måleproceduren *Salychev*. Imidlertid kan også måleproceduren *Turn table* anvendes, idet IMU'en står stille i 20 sek. inden denne roteres. Endelig benyttes metode S1 til, ud fra data indsamlet ifm. måleproceduren *Salychev*, at bestemme et accelerometerbias, der fungerer som input til metode S1 mod.

Gyrobias (indeholdende Jordens rotation samt g-afhængig bias)

Første beregning af gyrobias vha. metode S1 er baseret på observationer fra måleproceduren *Turn table* indsamlet i 20 sek. umiddelbart inden IMU'en roteres, se Figur 5-23.

Skemaet skal læses på følgende måde; kolonerne 2-4 viser gyrobias, mens de positive akser peger ned, mens kolonerne 5-7 viser gyrobias mens akserne er vandrette. Resultaterne i kolonerne 2-4 kommer eventuelt til at indgå i en senere beregning af skalafejlene på gyroerne (vha. metode D2), mens resultaterne fra kolonerne 5-7 ikke kommer til at indgå i bestemmelserne af de systematiske fejl, men blot bestemmes for at kunne sammenholde disse med resultaterne fra forrige semester.

Turn table	$\mathbf{B}_{\omega^b}(\Omega, \mathbf{B}_{f\omega^b})$ (1 g parallelt med gyroakse))			$\mathbf{B}_{\omega^b}(\Omega, \mathbf{B}_{f\omega^b})$ (0 g parallelt med gyroakse))		
Gyro-bias	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$
%sek.	0.0406	-0.0365	-0.0046	0.0378	-0.0316	-0.0073
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.0131	0.0108	0.0099	0.0158	0.0100	0.0176
Script	<i>Metode_S1_turntable_gyrobias.m</i>					

Figur 5-23: Gyrobias indeholdende Jordens rotation og g-afhængig bias, bestemt ud fra en observationstid på 20 sek.

Resultaterne i nedenstående tabel (Figur 5-24) beror på samme beregningsrutine som resultaterne i ovenstående tabel, blot er disse resultater beregnet ud fra data indsamlet vha. måleproceduren *Salychev*. Forskellen mellem disse er tidsrummet dataindsamlingen er foregået over, hvor dataindsamlingen ifm. måleproceduren *Salychev* er sket over 120 sek. per stilling.

Salychev	$\mathbf{B}_{\omega^b}(\Omega, \mathbf{B}_{f\omega^b})$ (1 g parallelt med gyroakse))			$\mathbf{B}_{\omega^b}(\Omega, \mathbf{B}_{f\omega^b})$ (0 g parallelt med gyroakse))		
Gyro bias	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$
%sek.	0.0248	-0.0358	-0.0070	0.0178	-0.0348	-0.0197
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.0187	0.0104	0.0170	0.0181	0.0087	0.0145
Script	<i>Metode_S1_Salychev_gyrobias.m</i>					

Figur 5-24: Gyrobias indeholdende Jordens rotation og g-afhængig bias, bestemt ved 120 sek.

Af de to tabeller ses, at der ikke er en markant forskel mellem resultaterne, de største forskelle ligger på omkring 0.02 %/sek., og generelt kan det siges, at tendenserne er de samme. Forskellen skyldes, at observationerne ikke er foretaget under de samme forhold. Hvilket af de to datasæt, der er mest pålideligt, afgøres af den præcision, de systematiske fejl er bestemt med. I dette tilfælde er det ikke muligt at afgøre det direkte ud fra præcisionen, da de mindste spredninger er delt 50/50 mellem de to observa-

tionssæt. Men idet at observationstiden ved måleproceduren *Salychev* er 6 gange så lang som ved måleproceduren *Turn table*, er resultatet fra måleproceduren *Salychev* statistisk set mest pålideligt.

Begge resultater er dog bestemt med en lavere præcision end hvad, der kan forventes ud fra den teoretiske beregning (jf. Figur 5-13). Teoretisk burde gyrobias fundet vha. metode S1 ud fra data fra måleproceduren *Salychev* være bestemt med en nøjagtighed på 0.005 °/sek. Hvad denne afvigelse skyldes, er der ikke umiddelbart en sikker forklaring på, men en oplagt mulighed er, at bias simpelthen varierer fra dag til dag.

Sammenlignes spredningerne på gyrobias for måleproceduren *Turn table* og *Salychev* med spredningerne fundet på 9. semester, ligger alle spredningerne imidlertid i mellem 0.01 – 0.02 °/sek. og spredningen på resultaterne fra metode S1 accepteres.

Under *Generelle forhold* i *Afsnit 5.4 Implementering af valgte kalibreringsmetoder* kommer det frem, at grundet de forskellige underlag IMU'en placeres på, varierer dennes temperatur fra måleprocedure til måleprocedure. Mellem måleproceduren *Salychev* og måleproceduren *Turn Table* er der en gennemsnitlig temperaturforskel på 2°, om denne forskel har nogen indflydelse vides endnu ikke. Denne usikkerhed betyder, at det ikke på nuværende tidspunkt kan konkluderes hvilke af de to resultater, der skal benyttes som input til metode D2. I stedet beregnes gyroskalafejlene én gang med resultatet fra måleproceduren *Turn table* og én gang med resultatet fra måleproceduren *Salychev*, og det resultat som medfører den bedste bestemmelse af gyroskalafejlene benyttes.

Slutteligt sammenlignes de fundne gyrobias fra måleproceduren *Salychev* med gyrobias fra 9. semester (Figur 5-25), dvs. gyrobias på x- og y-aksen, når disse er vandrette og på z-aksen, når denne peger lodret nedad. Ud fra værdierne i tabellen ses det, at de fundne bias ikke er ens, men set i forhold til den spredning begge resultater er bestemt med, kan det ikke konkluderes, at gyrobias har ændret sig over tid.

Gyrobias (9. Sem.)	$B_{\omega^{bx}}(\Omega, B_{f_z\omega^{bx}})$	$B_{\omega^{by}}(\Omega, B_{f_z\omega^{by}})$	$B_{\omega^{bz}}(\Omega, B_{f_z\omega^{bz}})$
°/sek.	-0.0076	-0.0186	0.0146
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.0163	0.0115	0.0127
Gyrobias (10. Sem.)			
°/sek.	0.0178	-0.0348	-0.0070
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.0181	0.0087	0.0170

Figur 5-25: Gyrobias fundet på 9. semester [Eistrup mfl., 2005, s. 17] samt på 10. semester.

Accelerometerbias

Accelerometerbias bestemmes også vha. metode S1, idet dette bias senere skal indgå i bestemmelsen af skalafejlen vha. Metode S1 mod. Accelerometerbias skal bestemmes ved 0 g, hvilket sker ved at vandretstille IMU'en som beskrevet i gennemgangen af måleproceduren *Salychev*. Nedenstående tabel (Figur 5-26) viser resultatet, kolonne 2-4 er middelværdien af aflæsningerne fra de vandrette akser i alle stillinger, mens kolonne 5-7 er accelerometerbias kun fundet vha. 1. Stilling (dvs. når z-aksen peger nedad), som svarer til accelerometerbias bestemt på 9. semester.

Salychev	\mathbf{B}_{f^b}			\mathbf{B}_{f^b} stilling 1		
	$B_{f^{bx}}$	$B_{f^{by}}$	$B_{f^{bz}}$	$B_{f^{bx}}$ (0 g)	$B_{f^{by}}$ (0 g)	$B_{f^{bz}}$ (1 g)
mg	1.8	-1.9	4.4	-1.1	-1.7	7.1
$\sigma_{\text{Acc bias S1}}$	1.2	0.9	1.6	0.7	1.1	0.1
Script	<i>Metode_S1_Salychev_accbias.m</i>					

Figur 5-26: Acc.-bias fundet vha. metode S1. Bestemt ud fra 120 sekunders observationstid.

Metoden er meget følsom over for dårlig geometri, hvilket tydeligt ses ved at sammenligne spredningen på z-accelerometerbias i kolonne 4 og 7, hvor spredningen for bias i kolonne 4 er 16 gange større end spredning på bias i kolonne 7. Udover de bias, der fremgår af Figur 5-26, er der beregnet bias, hvor observationerne fra stilling 3 og 4 udelades. Dette skyldes, at netop disse to stillinger var meget besværlige at stille i vatter og derved vil stillingerne påføre resultatet yderligere fejl. At disse to stillinger udelades betyder blot, at bias på x- og z-accelerometrene bestemmes 2 gange i stedet for 4 gange dagligt.

Salychev (uden stilling 3 og 4)	\mathbf{B}_{f^b}		
	$B_{f^{bx}}$	$B_{f^{by}}$	$B_{f^{bz}}$
mg	1.7	-2.1	5.0
$\sigma_{\text{Acc bias S1}}$	0.9	0.8	1.6
Script	<i>Metode_S1_Salychev_accbias_u_3_4.m</i>		

Figur 5-27: Acc.-bias fundet vha. metode S1, uden stilling 3 og 4. Bestemt ud fra 120 sekunders observationstid.

Genberegningen af bias medfører, at spredningen bliver mindre, hvilket også var forventet. Sammenlignet med de teoretiske spredninger, jf. Figur 5-10, er spredningerne dog stadig for store. En af årsagerne hertil er, at IMU'ens ydre ikke er eksakt kubisk, dvs. at de modstående sider på IMU'en ikke er helt parallelle. Dette betyder, at når IMU'en vandretstilles vha. krydslibellen påføres observationerne en ensidig fejl. Denne fejl vil være forskellig alt efter, hvordan IMU'en orienteres og vil medføre en større spredning.

En mulighed for at kontrollere om værdierne for accelerometerbias er rigtige, er ved at foretage supplerende målinger, hvor IMU'en vandretstilles vha. en rørlibelle¹⁶, som er krydslibellen overlegen. Denne måling er dog foretaget efter den fastlagte indsamlingsperiode, og IMU'en er kun orienteret i stilling 1 for Salychev-proceduren. Dette betyder, at forskellen mellem de to resultater kan være et udtryk for at bias er ændret, samt et udtryk for at IMU'ens sider, som nævnt, ikke er helt parallelle.

Ud fra nedenstående tabel (Figur 5-28) ses, at resultaterne af de supplerende målinger er forskellige fra de i Figur 5-27 bestemte bias og spredninger. Datasættet, som ligger til grund for resultaterne, er 8 opstillinger af gennemsnitlig 30 min. varighed.

¹⁶ Libellen som benyttes har en nøjagtighed på ca. 0.0014°

Acc.-bias	$B_{f^{bx}}$ (0 g)	$B_{f^{by}}$ (0 g)
mg	-0.7	-1.8
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.4	0.4

Figur 5-28: Acc.-bias bestemt i stilling 1 for Salychev-procedureen, når IMU'en er vandretstillet vha. en rørlibelle.

Ud fra denne supplerende måling er det stadig ikke afklaret, hvad årsagen er til de store spredninger i Figur 5-27. For at komme nærmere en afklaring skal IMU'en opstilles i stillingerne 1,2 og 5,6 i *Salychev*, og vandretstilles vha. den førømtalte rørlibelle, for at kunne sammenligne resultaterne direkte. Men stadig vil en mulighed være, at bias er ændret i perioden mellem observationerne. På baggrund af denne overvejelse undlades der indtil videre at foretage flere supplerende målinger.

Sammenholdes værdierne for accelerometerbias fundet på 9. semester (Figur 5-29) med de aktuelle resultater (Figur 5-26 kolonne 5-7) ses det, i tråd med gyrobias, at det nye bias er forskelligt fra forrige semesters. Men med spredningen hvorpå bias er bestemt, kan det ikke med sikkerhed konkluderes, at bias har ændret sig.

Acc.- bias	$B_{f^{bx}}$ (0 g)	$B_{f^{by}}$ (0 g)	$B_{f^{bz}}$ (1 g)
mg	-2.6	-1.7	5.1
$\sigma_{\text{Gyro bias S1}}$	0.2	0.2	0.1

Figur 5-29: Acc.-bias fundet på 9. semester. [Eistrup mfl., 2005, s. 17].

5.5.2 Metode D2

Metoden benyttes kun for *Turn table* måleproceduren, hvor metoden bestemmer skalafejlene på gyroerne ved en rotationshastighed på ± 15 °/sek.

Skalafejlene i tabellerne (Figur 5-30 og Figur 5-31) er baseret på gyrobias bestemt umiddelbart inden IMU'en roteres (*Metode_S1_turntable_gyrobias.res*). Dette skyldes, at når disse værdier benyttes, er der en sammenhæng mellem den teoretiske spredning på skalafejlen (0.05 %) og den aktuelle, samt at spredningerne endvidere er mindst, når disse værdier benyttes¹⁷. At dette er tilfældet må formodes, at skyldes en sammenhæng mellem den temperatur, gyrobias og skalafejl er bestemt ved, da gyrobias bestemt gennem *Salychev*-proceduren statistisk er bedre bestemt.

En mulighed er også at tage et vægtet middel af resultaterne fra *turn table*-proceduren og *Salychev*-proceduren på baggrund af observationstiden (denne vægtning er mulig da observationerne er bestemt vha. samme metode). Dette vælges der imidlertid ikke at arbejde videre med.

¹⁷ Beregningerne af skalafejlen når gyrobias, fundet på baggrund af *Salychev*-proceduren, benyttes, kan findes i *Bilag 1*:

Metode_D2_turntable_gyroskalafejl_asym_mid_bias_S_data.res

Turn table	$S_{\omega^b}^+(\omega^b(+15^\circ/\text{sek.}))$			$S_{\omega^b}^-(\omega^b(-15^\circ/\text{sek.}))$		
Gyro-skalafejl	$S_{\omega^{bx}}^+$	$S_{\omega^{by}}^+$	$S_{\omega^{bz}}^+$	$S_{\omega^{bx}}^-$	$S_{\omega^{by}}^-$	$S_{\omega^{bz}}^-$
%	0.0921	0.8286	0.2637	-0.1304	-0.8199	-0.1811
σ_{gyro} Skala D2	0.0463	0.0550	0.0776	0.0574	0.0507	0.1154
Script	<i>Metode_D2_turntable_gyroskalafejl_asym_tt_data.m</i>					

Figur 5-30: Skalafejl baseret på den aktuelle dags bias (fundet vha. Turn table-proceduren).

Nedenstående tabel (Figur 5-31) viser skalafejlene bestemt ved at benytte et middeldtryk for gyrobias bestemt ud fra de ca. 30 dages målinger. Denne beregningsmetode kan være aktuell hvis spredningerne på bestemmelsen af gyrobias synes for høj. Af figuren ses det at denne metode ikke forbedrer resultatet og derfor bibeholdes resultatet fra Figur 5-30.

Turn table	$S_{\omega^b}^+(\omega^b(+15^\circ/\text{sek.}))$			$S_{\omega^b}^-(\omega^b(-15^\circ/\text{sek.}))$		
Gyro -skalafejl	$S_{\omega^{bx}}^+$	$S_{\omega^{by}}^+$	$S_{\omega^{bz}}^+$	$S_{\omega^{bx}}^-$	$S_{\omega^{by}}^-$	$S_{\omega^{bz}}^-$
%	0.0993	0.8237	0.2497	-0.1233	-0.8248	-0.1947
σ_{gyro} Skala D2	0.1111	0.1017	0.1140	0.1138	0.1020	0.1078
Script	<i>Metode_D2_turntable_gyroskalafejl_asym_mid_bias_tt_data.m</i>					

Figur 5-31: Skalafejl baseret på et middeltbias for hele måneden (fundet vha. Turn table-proceduren).

5.5.3 Metode S1 mod.

Metoden benyttes kun for *Stadie*-måleproceduren, hvor metoden bestemmer skalafejlene på accelerometerne ved et input på ± 0.2 g. Metoden forudsætter et kendskab til bias, da metoden forudsætter, at skalafejlene er asymmetriske.

I beregningen af skalafejlene benyttes biasværdierne fra *Metode_S1_Salychev_accbias_u_3_4.res*. Nedenstående tabel (Figur 5-32) viser skalafejlene bestemt, når der benyttes bias for den pågældende dag.

Stadie	$S_{f^b}^+(\mathbf{f}^b(+0.2\text{ g}))$			$S_{f^b}^-(\mathbf{f}^b(-0.2\text{ g}))$		
Acc. Skalafejl	$S_{f^{bx}}^+$	$S_{f^{by}}^+$	$S_{f^{bz}}^+$	$S_{f^{bx}}^-$	$S_{f^{by}}^-$	$S_{f^{bz}}^-$
%	0.0651	0.0384	-0.0167	0.0173	0.0264	0.0811
σ_{acc} Skala S1mod	0.0206	0.0281	0.0401	0.0208	0.0279	0.0399
Script	<i>Metode_S1mod_accskalafejl_asym.m</i> (uden 3 og 4)					

Figur 5-32: Skalafejl baseret på det aktuelle dags acc.-bias bestemt ud fra Metode S1 (Salychev-proceduren stilling 1,2,5,6).

Skalafejlene bestemmes også ved at benytte et middeltbias, bestemt ud fra *Metode_S1_Salychev_accbias_u_3_4.res*, resultatet ses af nedenstående tabel (Figur 5-33). Tabellen viser det forventede, at skalafejlen næsten forbliver den samme, mens spredningen bliver mindre. Dette underbygger antagelsen om, at middeltbias bestemt vha. Metode S1 er rigtig, og at den store spredning skyldes fejl i orienteringen som følge af, at IMU'ens sider ikke er parallelle.

Stadie	$\mathbf{S}_{f^b}^+ (\mathbf{f}^b (+0.2 \text{ g}))$			$\mathbf{S}_{f^b}^- (\mathbf{f}^b (-0.2 \text{ g}))$		
Acc. Skalafejl	$S_{f^{bx}}^+$	$S_{f^{by}}^+$	$S_{f^{bz}}^+$	$S_{f^{bx}}^-$	$S_{f^{by}}^-$	$S_{f^{bz}}^-$
%	0.0652	0.0309	-0.0202	0.0172	0.0340	0.0846
$\sigma_{\text{acc Skala S1mod}}$	0.0026	0.0070	0.0023	0.0027	0.0059	0.0027
Script	Metode_S1mod_accskalafejl_asym_mid_bias.m (uden 3 og 4)					

Figur 5-33: Skalafejl baseret på middelfbias bestemt ud fra Metode S1 (Salychev-proceduren, stilling 1,2,5,6).

5.5.4 Metode S2

Metoden benyttes kun for *Salychev*-måleproceduren, hvor metoden bestemmer følgende fejl: Bias på accelerometrene, skalafejlene på accelerometrene ved et input på $\pm 1\text{g}$, bias på gyroerne (uden Jordens rotation og det g-afhængige bias) samt det g-afhængige bias.

Bias på accelerometrene bestemt vha. metode S2 ses af nedenstående tabel (Figur 5-34), bias er udelukkende beregnet på baggrund af data indsamlet, når akserne har været orienteret lodret, for at udnytte den gode geometri. Dette kommer også til udtryk i den spredning, hvormed bias er blevet bestemt. Værdierne anses for at være rigtigt bestemt og tages videre med i projektet.

Salychev	\mathbf{B}_{f^b}		
Acc bias	$B_{f^{bx}}$	$B_{f^{by}}$	$B_{f^{bz}}$
mg.	5.4	-3.1	7.1
$\sigma_{\text{Acc bias S2}}$	0.2	0.3	0.2
Script	Metode_S2_Salychev_accbias.m		

Figur 5-34: Acc.-bias bestemt ved lodrette akser (metode S2).

Skalafejlen på accelerometrene ved $\pm 1 \text{ g}$ kan bestemmes som værende symmetriske eller asymmetriske. For at drage nytte af kalibreringsmetodens nøjagtighed, og samtidig undgå at forringe bestemmelsen af skalafejlen, ved at benytte accelerometrebias bestemt ved Metode S1, vælges det at bestemme denne som værende symmetrisk. Bestemmelsen af skalafejlen ses af tabellen (Figur 5-35)

Salychev	$\mathbf{S}_{f^b} (\mathbf{f}^b (\pm 1 \text{ g}))$		
Acc Skalafejl	$S_{f^{bx}}$	$S_{f^{by}}$	$S_{f^{bz}}$
%	-0.2953	-0.0803	-0.0002
$\sigma_{\text{acc skala S2}}$	0.0104	0.0087	0.0070
Script	Metode_S2_Salychev_accskalafejl_asym_mid_bias.m		

Figur 5-35: Acc.-skalafejl bestemt ved lodrette akser (metode S2).

Bias på gyroerne bestemt vha. metode S2 er det reelle bias, dvs. fri for Jordens rotation og det g-afhængige bias. Nedenstående tabel (Figur 5-36) viser resultatet. Sammenlignes resultatet med de bias der er bestemt vha. Metode S1 (Figur 5-23 og Figur 5-24) ses der ikke nogen markant forskel. Hvilket også var forventet, da Jordens rotation og det g-afhængige bias er meget små størrelser.

Salychev	\mathbf{B}_{ω^b}		
Gyro bias	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$
°/sek.	0.0246	-0.0343	-0.0153
$\sigma_{\text{Gyro bias S2}}$	0.0163	0.0089	0.0140
Script	Metode_S2_Salychev_accbias_u_Jord_G_af.m		

Figur 5-36: Gyrobias

Det g-afhængige bias bestemmes også ud fra Metode S2. Resultatet af beregningen kan ses i nedenstående tabel (Figur 5-37). Størrelserne af spredningerne på det g-afhængige bias tyder på, at det ikke er muligt at benytte det g-afhængige bias i en efterfølgende kalibrering. Det er generelt, at spredningerne er af samme størrelse eller er større end de estimerede g-afhængige bias. Endvidere er de fundne værdier for g-afhængig bias generelt langt mindre end de værdier, der kan forventes jf. *Foranalysen*. Årsagen hertil kan være, at der internt i IMU'en bliver korrigeret for g-afhængig bias, hvilket er muligt vha. målingerne fra accelerometrene. På baggrund af ovenstående forsøges det ikke i *Afsnit 9.1* at implementere en kalibrering for g-afhængig bias.

Salychev	$\mathbf{B}_{f\omega^b} [3 \times 3]$					
	$\mathbf{B}_{f\omega^{bx}}$	$\sigma_{\mathbf{B}_{f\omega^{bx}}}$	$\mathbf{B}_{f\omega^{by}}$	$\sigma_{\mathbf{B}_{f\omega^{by}}}$	$\mathbf{B}_{f\omega^{bz}}$	$\sigma_{\mathbf{B}_{f\omega^{bz}}}$
$B_{f\omega^{bx}}$	-0.0003	0.0058	-0.0002	0.0001	0.0006	0.0024
$B_{f\omega^{by}}$	-0.0005	0.0018	0.0021	0.0022	-0.0001	0.0000
$B_{f\omega^{bz}}$	-0.0076	0.0038	-0.0004	0.0057	0.0030	0.0021
Script	Metode_S2_Salychev_G_afhaengigbias.m					

Figur 5-37: g-afhængigt bias

5.6 Opsamling

Ud fra de tre gennemførte måleprocedurer og kalibreringsmatematikken i *Afsnit 5.2*, er de væsentligste af IMU400CC-100's systematiske fejl blevet bestemt, og der er blevet beregnet spredninger.

I det videre projektforsøg kommer de fundne værdier til at indgå i en korrektion af de IMU-observationer, som indsamles senere i projektet.

De værdier som benyttes er følgende:

- Bias på accelerometrene , Metode S2, Figur 5-34
- Skalafejl (asymmetrisk) på accelerometrene ved 0.2g, Metode S1 mod., Figur 5-33
- Skalafejl (symmetrisk) på accelerometrene ved 1g, Metode S2, Figur 5-35
- Bias på gyroerne, Metode S2, Figur 5-36
- Skalafejl (asymmetrisk) på gyroerne, Metode D2, Figur 5-16

6

OPBYGNING AF GPS-STØTTET INS

Det er, som fremdraget i foranalysen klart, at et INS indeholdende IMU400CC-100, alene pga. de tilfældige fejl, ikke kan anvendes ved bestemmelse af ændring i position og orientering af et køretøj over længere tidsrum. Det er derfor nødvendigt, at kombinere INS'et med andre metoder til bestemmelse af position og orientering. Eftersom GPS under alle omstændigheder skal anvendes til at levere startværdier for position, er det oplagt løbende at støtte et INS med GPS. Derfor ønskes det undersøgt hvilke fordele der kan opnås ved at integrere INS'et indeholdende IMU400CC-100 med GPS. Som grundlag herfor afklares det i dette kapitel, hvordan INS'et skal integreres med GPS. Der findes mange måder, hvorpå INS'et kan integreres med GPS, men den overordnede tilgang er at vælge en løsning, der, ift. de fleste alternativer, er relativ simpel og derefter at teste, hvor godt den valgte løsning i praksis fungerer.

Først redegøres i *Afsnit 6.1* for de muligheder der overordnet er ved integration af INS og GPS. I *Afsnit 6.2* redegøres derefter i detaljer for den valgte metode. I *Kap. 7* vil aspekterne knyttet til den konkrete implementering af metoden opstillet i dette kapitel blive gennemgået og i *Afsnit 9.2* vil resultaterne ifm. den praktiske anvendelse af metoden blive præsenteret.

6.1 Overordnede muligheder ved integration af INS og GPS

Ved integration af INS og GPS eller ved integration af INS og andre sensorer, som kan anvendes ved bestemmelse af en navigationsløsning, er der overordnet to mulige tilgange. Den ene mulighed er at foretage en løs kobling af instrumenterne og vha. outputtet fra hjælpesensoren løbende at korrigere INS'et. Den anden mulighed er at foretage en tæt kobling af instrumenterne og at lade disse gensidigt korrigere/støtte hinanden. En løs kobling af INS og GPS indebærer, at outputtet fra GPS-modtageren, typisk position og hastighed, anvendes til at korrigere INS'et. Der er altså tale om, at GPS anvendes til løbende at støtte INS'et. En sådan konstruktion, hvor INS'et bliver støttet af GPS, betegens i det følgende et GPS-støttet INS (eng.: 'GPS aided INS'). En tæt kobling af INS og GPS indebærer, at de observationer, der ellers ligger til grund for beregningen af position og hastighed i GPS-modtageren, f.eks. pseudoafstande og faseobservationer, kombineres med IMU'ens observationer for vha. en samlet beregning at finde den optimale navigationsløsning.

En væsentlig fordel ved kun at etablere en løs kobling mellem INS og GPS er, at dette er enklere at implementere end en tæt kobling. Samtidig giver en løs kobling af INS og GPS en stor fleksibilitet, idet det vil være relativt enkelt at udskifte eller supplere GPS-udstyret med andre hjælpesensorer. Fordelen ved at etablere en tæt kobling mellem INS og GPS er, at de tilgængelige observationer kan udnyttes bedst muligt. F.eks. kan de tilgængelige GPS-observationer indgå i beregningen af en navigationsløsning, uanset om der er nok synlige satellitter til, at der ud fra disse alene kan bestemmes

en navigationsløsning. Ved en løs kobling kan GPS derimod kun bidrage til den samlede navigationsløsning, så længe der er nok synlige satellitter til, at det er muligt ud fra disse alene at bestemme en navigationsløsning i GPS-modtageren. Endvidere vil en tæt kobling medføre, at en heltalsløsning i forbindelse med fasemåling i GPS-modtageren vil kunne genfindes hurtigere end ellers efter udfald. [Kocaman, 2003, s. 20-21]

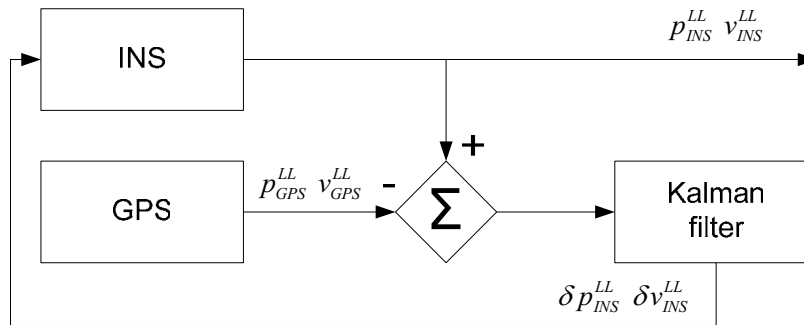
6.2 Valg af metode

Som nævnt er det enklere at implementere en løs kobling mellem INS og GPS end en tæt kobling og overordnet er det valgt at undersøge INS'ets ydelse, når GPS kobles løst hertil. Ved understøttelse af et INS med GPS er det oplagt at anvende kalmanfiltrering. Et INS kan betragtes som et dynamisk system, idet tilstandene (egenskaberne) for INS'et, f.eks. navigationsløsningen eller fejlene i navigationsløsningen varierer over tid, dvs. er dynamiske. Vha. GPS kan fejlene i den navigationsløsning, der er beregnet af INS'et, estimeres. Estimererne for fejlene i INS'ets navigationsløsning kan derefter anvendes til at korrigere navigationsløsningen. Fejlene i navigationsløsningen kan, som nævnt, betragtes som tilstande i det dynamiske system, INS'et udgør, og det er derfor oplagt at anvende kalman-filtrering. Det skyldes, at et kalman-filter ud fra observationer til diskrete tidspunkter netop kan estimere udvalgte tilstande for et dynamisk system. Endvidere har kalman-filtret den fordel, at det er relativt enkelt at implementere. Det vælges derfor at anvende kalman-filtrering ved integrationen af INS og GPS. Som det vil fremgå af det følgende er et diskret, lineært kalman-filter anvendeligt i denne sammenhæng. I *Appendiks E* er der givet en kort beskrivelse af dette kalman-filter samt en forklaring af de udtryk, der knytter sig hertil og som benyttes i det følgende.

Den opbygning af et GPS-støttet INS, der redegøres for i det følgende, anvender GPS til at korrigere position og hastighed i INS'ets navigationsløsning. Det er i kalman-filtret muligt også at estimere INS'ets orienteringsfejl og dermed at korrigere herfor. Imidlertid er det ikke lykkedes for projektgruppen at implementere en løbende korrektion for orienteringsfejl og dette er baggrunden for, at det GPS-støttede INS, der redegøres for i det følgende kun korrigerer position og hastighed. I *Afsnit 9.2* undersøges det hvor godt en sådan løsning, uden korrektion for orienteringfejl, fungerer i praksis.

Overordnet opbygning af GPS-støttet INS

Nedenstående gennemgang af den valgte metode til opbygning af et GPS-støttet INS vha. kalman-filtrering bygger hovedsagelig på [Shin, 2001] og [Sukkarieh, 2000]. Af diagrammet i Figur 6-1 nedenfor fremgår overordnet den valgte metode. Det fremgår, at inputtet (observationerne) til kalman-filtret er forskellen mellem den navigationsløsning, der er bestemt af INS'et og den navigationsløsning, der er bestemt af GPS. GPS-udstyret forudsættes at levere en position og en hastighed og det er derfor forskellen mellem disse størrelser bestemt af henholdsvis INS og GPS, der udgør observationerne til filtret. At disse observationer dannes vha. GPS-observationer betyder, at der kommer et nyt sæt af observationer til kalman-filtret, hver gang en ny GPS-observation er tilgængelig. Tilsvarende er outputtet fra kalman-filtret, dvs. tilstandsvektoren, et estimat for fejlene i position og hastighed i den navigationsløsning, der er bestemt vha. INS'et. Dette estimat anvendes til at korrigere INS'et, der således bliver korrigeret i forbindelse med hver ny GPS-observation. Det er valgt, at observationerne til kalman-filtret og dermed også de estimerede fejl i INS'ets navigationsløsning skal udtrykkes i LL-frame.



Figur 6-1: Den valgte tilgang ved anvendelse af kalman-filtrering til understøtning af INS'et vha. GPS. Efter [Shin, 2001, s. 45].

For at det skitserede kalman-filtret kan køre, kræves en model for, hvordan fejlene i INS'et udvikler sig over tid. En sådan tilvejebringes ved at linearisere INS'ets navigationsligninger. Endvidere er der en lineær sammenhæng mellem observationerne til filtret og de tilstande i INS'et, der estimeres vha. filtret. Nærmere bestemt er der en én til én relation mellem observationer og tilstande, idet observationerne til kalman-filtret, dvs. forskellen mellem den navigationsløsning, der er bestemt af INS'et og den navigationsløsning, der er bestemt af GPS direkte svarer til en observation af fejlene i INS'ets navigationsløsning. Med andre ord observeres tilstandsvektoren direkte. Ovenstående betyder tilsammen, at et diskret lineært kalman-filtret kan anvendes ved understøtningen af INS'et vha. GPS.

I stedet for, som valgt, at lade kalman-filtret estimere fejlene i INS'ets navigationsløsning, er det muligt at lade kalman-filtret estimere INS'ets navigationsløsning direkte, således at tilstandsvektoren indeholder navigationsløsningen. En estimering af INS'ets fejl har dog bl.a. den fordel, at den altid kan implementeres vha. et lineært kalman-filtret (idet modellen for hvordan fejlene i INS'et udvikler sig over tid, som nævnt, tilvejebringes ved at linearisere INS'ets navigationsligninger), og den typiske tilgang til opbygningen af et GPS-støttet INS er at estimere INS'ets fejl. [Sukkarieh, 2000, s. 19-21].

Det fremgår af diagrammet i Figur 6-1, at de estimerede fejl føres tilbage til INS'et således, at det er selve INS'et, der i forbindelse med hver ny GPS-måling korrigeres for fejlene. Dermed er det efterfølgende output fra INS til kalman-filtret korrigeret for fejlene. Denne feed-back struktur betyder, at fejlene i INS'ets navigationsløsning ikke vil vokse ubegrænset, hvilket er vigtigt eftersom lineariseringen af navigationsligningerne forudsætter relativt små fejl i navigationsløsningen [Shin, 2001, s. 44].

Udover at estimere fejlene i INS'ets navigationsløsning kan det, jf. gennemgangen af kalibreringsmetode D5 i *Afsnit 2.2.9*, lade sig gøre, vha. kalman-filtrering, at estimere de systematiske fejl i IMU'en, f.eks. bias og skalafejl, således at IMU'en løbende kalibreres vha. GPS-observationer. En implementering af kalibreringsmetode D5, dvs. en løbende estimering af IMU'ens systematiske fejl, er dog fravalgt, fordi dette vil komplicere INS/GPS-integrationen en del og fordi tilgangen til dette projekt overordnet er at undersøge anvendeligheden af en kalibrering vha. værdier bestemt i forvejen i et laboratorium.

Kalman-filtrets forudsætninger

Af *Appendiks E* fremgår, at det anvendte kalman-filtret forudsætter, at processtøjen \mathbf{Q} og målestøjen \mathbf{R} er normalfordelte samt forudsætter, at de to typer af fejl er indbyrdes ukorrelerede og ukorrelerede

med sig selv over tid (dvs. at fejlenes autokorrelation er nul). Det er imidlertid sikkert, at disse ideelle forudsætninger ikke alle kan overholdes. De systematiske fejl på IMU'en, der er tilbage efter laboratoriekalibreringen, vil bevirke en større eller mindre systematisk fejl i kalman-filtrets prædiktion, idet denne ikke kan tage højde for tilbageværende systematiske fejl på IMU'en. Som det fremgår af Figur 6-1, indebærer den gennemførte implementering af GPS/INS-integrationen kun en løbende korrektion af position og hastighed i INS'ets navigationsløsning. Betydningen heraf er, at der langsomt vil opbygges en orienteringsfejl i INS'et, der, som for de systematiske fejl på IMU'en, vil bevirke en systematisk fejl i kalman-filtrets prædiktion. Orienteringsfejlene og de systematiske fejl på IMU'en er naturligvis autokorrelerede og derfor gælder der, at processtøjens autokorrelation ikke er nul.

Endelig er GPS-observationer i høj grad autokorrelerede, således at \mathbf{R} tilsvarende vil være autokorreleret. Det er muligt at beskrive autokorrelationen, og at tage højde for denne i kalmanfiltret, men i [Nebot2, 1997] redegøres for en succesfuld implementering af et GPS-støttet INS, hvor der ikke tages højde for autokorrelationen. Det forventes derfor, at et GPS-støttet INS vil kunne implementeres på trods af ovenfor nævnte afvigelser fra kalman-filtrets forudsætninger, og således foretages ikke videre i den sammenhæng.

6.2.1 Opstilling af fejlmodel

Idet kalman-filtret estimerer INS'ets fejl i position og hastighed har tilstandsvektoren følgende udseende:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \delta p^{LLN} \\ \delta p^{LLE} \\ \delta p^{LLD} \\ \delta v^{LLN} \\ \delta v^{LLE} \\ \delta v^{LLD} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Som nævnt kræver den valgte metode til opbygning af et GPS-støttet INS, at der haves en model for hvordan fejlene i INS'et, dvs. tilstandsvektoren, udvikler sig over tid. Denne model udtrykkes vha. en differentialligning af formen:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x} \quad (6.2)$$

hvor \mathbf{x} er tilstandsvektoren, og \mathbf{F} er en såkaldt "error dynamics matrix", der beskriver, hvordan tilstandsvektoren udvikler sig over tid. Matricen \mathbf{F} skal anvendes i *Afsnit 6.2.2* og i det følgende gennemgås hvordan \mathbf{F} opstilles. Opstillingen af \mathbf{F} nedenfor svarer overordnet til gennemgangen i [Shin, 2001, s. 26-35], dog er den i [Shin, 2001, s. 26-35] beskrevne fejlmodel blevet simplificeret samt modificeret til at gælde en LL-frame implementering fremfor en ECEF-frame implementering.

En fejlmodel af formen svarende til ligning (6.2) kan opstilles ved at linearisere (perturbere) INS'ets navigationsligninger. De ligninger, som konkret skal lineariseres, er ligninger for ændringen i position og hastighed over tid. Ved at linearisere en ligning for ændringen over tid af f.eks. North fås en

ligning, der udtrykker, hvordan positionsfejlen i North udvikler over tid som funktion af de aktuelle positions- og hastighedsfejl i North, East og Down. En sådan linearisering er foretaget nedenfor:

$$\delta \dot{p}^{LLN} = \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLN}} \delta p^{LLN} + \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLE}} \delta p^{LLE} + \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLD}} \delta p^{LLD} + \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLN}} \delta v^{LLN} + \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLE}} \delta v^{LLE} + \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLD}} \delta v^{LLD} \quad (6.3)$$

Ved at linearisere en ligning for ændringen over tid af North-hastighed fås tilsvarende en ligning, der udtrykker, hvordan hastighedsfejlen i North udvikler over tid som funktion af de aktuelle positions- og hastighedsfejl i North, East og Down:

$$\delta \dot{v}^{LLN} = \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLN}} \delta p^{LLN} + \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLE}} \delta p^{LLE} + \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLD}} \delta p^{LLD} + \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLN}} \delta v^{LLN} + \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLE}} \delta v^{LLE} + \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLD}} \delta v^{LLD} \quad (6.4)$$

Ved endvidere at gennemføre tilsvarende lineariseringer af ligninger for ændringen i position og hastighed i East og Down fås i alt et ligningssystem svarende til ligning (6.2).

I det følgende defineres matricerne \mathbf{F}_{pp} , \mathbf{F}_{pv} , \mathbf{F}_{vp} og \mathbf{F}_{vv} som:

$$\mathbf{F}_{pp} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial p^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial p^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial p^{LLD}} \end{bmatrix} \quad (6.5) \quad \mathbf{F}_{pv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLN}}{\partial v^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLE}}{\partial v^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{p}^{LLD}}{\partial v^{LLD}} \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\mathbf{F}_{vp} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial p^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial p^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial p^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial p^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial p^{LLD}} \end{bmatrix} \quad (6.7) \quad \mathbf{F}_{vv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLN}}{\partial v^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLE}}{\partial v^{LLD}} \\ \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial v^{LLN}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial v^{LLE}} & \frac{\partial \dot{v}^{LLD}}{\partial v^{LLD}} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Derved opnås at ligning (6.2) kan udtrykkes som:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{pp} & \mathbf{F}_{pv} \\ \mathbf{F}_{vp} & \mathbf{F}_{vv} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} \quad (6.9)$$

Det konkrete indhold af \mathbf{F} afhænger af ligningerne for ændringen i position og hastighed over tid. I denne sammenhæng anvendes følgende simple model for, hvordan position og hastighed ændrer sig over tid:

$$\begin{bmatrix} \dot{p}^{LLN} \\ \dot{p}^{LLE} \\ \dot{p}^{LLD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{LLN} \\ v^{LLE} \\ v^{LLD} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}^{LLN} \\ \dot{v}^{LLE} \\ \dot{v}^{LLD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Valget af model medfører at:

$$\mathbf{F}_{pp} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (6.12)$$

$$\mathbf{F}_{pv} = \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (6.13)$$

$$\mathbf{F}_{vp} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (6.14)$$

$$\mathbf{F}_{vv} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (6.15)$$

hvor $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ og $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ er henholdsvis en 3x3 nulmatrice og en 3x3 enhedsmatrice. Dermed er \mathbf{F} givet ved:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

og den fulde fejlmodel svarende til ligning (6.2) kan udtrykkes som:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta p}^{LLN} \\ \dot{\delta p}^{LLE} \\ \dot{\delta p}^{LLD} \\ \dot{\delta v}^{LLN} \\ \dot{\delta v}^{LLE} \\ \dot{\delta v}^{LLD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta p^{LLN} \\ \delta p^{LLE} \\ \delta p^{LLD} \\ \delta v^{LLN} \\ \delta v^{LLE} \\ \delta v^{LLD} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Det ses af ligning (6.17), at den benyttede fejlmodel udtrykker, at hastigheden hvormed en positionsfejl ændrer sig ($\dot{\delta p}$), er lig med den aktuelle fejl i hastighed (δv), samt udtrykker at hastighedsfejlene er konstante over tid. Der er således tale om en meget simpel fejlmodel, der ikke tager højde for alle forhold. F.eks. tager fejlmodellen ikke højde for, at hastigheden, hvormed hastighedsfejlene ændrer sig ($\dot{\delta v}$), afhænger af orienteringsfejlene. Årsagen til at der anvendes en så relativ simpel fejlmodel er, at $\dot{\mathbf{x}}$, jf. ligning (6.2), skal udtrykkes som en funktion af \mathbf{x} . Det betyder f.eks., at $\dot{\delta v}$ ikke umiddelbart kan udtrykkes som en funktion af orienteringsfejl, idet orienteringsfejl ikke indgår i \mathbf{x} .

Dette er også baggrunden for valget af den simple model for, hvordan hastigheden ændrer sig over tid (ligning (6.11)). En model, der, jf. ligning (1.4) og (1.9) i *Appendiks C*, indeholder INS'ets orientering samt de accelerationer INS'et udsættes for, er ganske vist mere realistisk:

$$\dot{\mathbf{v}}^{LL} = \mathbf{C}_b^{LL} \cdot \mathbf{f}^b + \mathbf{g}_l^{LL} \quad (6.18)$$

Imidlertid vil det konkrete indhold af matricen \mathbf{F} , jf. ligning (6.7), (6.8) og (6.9), være uændret i forhold til, hvis den simple model anvendes, og det er baggrunden for valget af den simple model.

Tilfældige fejl

Det er klart, at hvordan navigationsfejlene i INS'et udvikler sig over tid er ikke kun styret af systematiske effekter modelleret vha. matricen \mathbf{F} . Også de tilfældige fejl på IMU'ens observationer spiller en rolle for navigationsfejlene og derfor kan modellen i ligning (6.2) udvides til:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{u} \quad (6.19)$$

hvor \mathbf{u} er en vektor indeholdende de tilfældige målefejl på IMU'ens sensorer, og \mathbf{G} er en matrice, der udtrykker, hvordan disse fejl i body-frame direkte påvirker udviklingen af fejlene i navigationsløsningen, dvs. hvordan disse fejl direkte påvirker $\dot{\mathbf{x}}$.

Vektoren \mathbf{u} har følgende udseende:

$$\mathbf{u} = [v_{f^{bx}} \ v_{f^{by}} \ v_{f^{bz}} \ v_{\omega^{bx}} \ v_{\omega^{by}} \ v_{\omega^{bz}}]^T \quad (6.20)$$

hvor f.eks. $v_{f^{bx}}$ repræsenterer den tilfældige målefejl på en observation fra x-accelerometeret.

De tilfældige fejl på accelerometerobservationerne påvirker direkte udviklingen af $\dot{\delta \mathbf{v}}$ og denne påvirkning kan findes ved vha. \mathbf{C}_b^{LL} at transformere $v_{f^{bx}}$, $v_{f^{by}}$ og $v_{f^{bz}}$ fra body frame til LL-frame, der er det koordinatsystem navigationsløsningen er udtrykt i. Der kan ikke på tilsvarende vis udtrykkes en direkte sammenhæng mellem de tilfældige fejl på accelerometerobservationerne og $\dot{\delta \mathbf{p}}$. Endvidere kan der ikke på tilsvarende vis udtrykkes en direkte sammenhæng mellem de tilfældige fejl på gyroobservationerne og $\dot{\delta \mathbf{p}}$ eller $\dot{\delta \mathbf{v}}$. Tilsammen betyder dette at \mathbf{G} har følgende udseende:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{C}_b^{LL} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

[Shin, 2001, s. 35-36].

Fordi effekten af de tilfældige fejl på observationerne fra gyroerne ikke direkte påvirker nogle af elementerne i $\dot{\mathbf{x}}$, har matricen \mathbf{G} et udseende, der gør, at de tilfældige fejl på observationerne fra gyroerne ikke får nogen indflydelse i ligning (6.19) (gyrofejlene multipliceres simpelthen med nul, jf. ligning (6.20) og (6.21)). Dette er en effekt af, at orienteringsfejlene ikke estimeres i kalman-filtret, idet de tilfældige fejl på observationerne fra gyroerne vil kunne relateres direkte til $\dot{\mathbf{x}}$ såfremt orienteringsfejlene er en del af tilstandsvektoren \mathbf{x} . Det forhold at der ikke tages højde for de tilfældige fejl på observationerne fra gyroerne behandles nærmere under opstillingen af kalman-filtrets prædiktionsligninger nedenfor.

6.2.2 Opstilling af ligninger for kalmanfilter

Beregningerne i et kalman-filter forløber i to trin; et prædiktionstrin og et korrektionstrin. Nedenfor opstilles ligningerne hørende til de to trin.

Prædiktionsligninger

I kalman-filtret kræves en model for, hvordan INS'ets navigationsfejl udvikler sig fra et tidspunkt til et andet. Denne model udtrykkes vha. en 'transition matrix' Φ_k , som kan bestemmes ud fra den kontinuerlige model for fejlenes udvikling, dvs. ud fra matricen F . Fordi det kun er nødvendigt at fremskrive navigationsfejlene i INS'et for et meget lille tidsrum ad gangen, kan Φ_k findes som:

$$\Phi_k = e^{F \cdot \Delta t} \quad (6.22)$$

hvor e er grundtallet for den naturlige logaritme og Δt er det tidsrum navigationsfejlene i INS'et skal fremskrives. At det tidsrum, navigationsfejlene i INS'et fremskrives, er meget lille betyder endvidere, at følgende approksimation for Φ_k kan anvendes:

$$\Phi_k = \mathbf{I}_{6 \times 6} + F \cdot \Delta t + \frac{(F \cdot \Delta t)^2}{2!} + \dots \approx \mathbf{I}_{6 \times 6} + F \cdot \Delta t + 0.5 \cdot F^2 \cdot \Delta t^2 \quad (6.23)$$

hvor $\mathbf{I}_{6 \times 6}$ er en 6x6 enhedsmatrice. [Shin, 2001, s. 37], [Nebo2, 1997, s. 173].

Hver gang en ny GPS-observation er tilgængelig, bliver navigationsløsningen i INS'et korrigeret. Efter at denne korrektion er foretaget, er det bedste (og eneste tilgængelige) estimat for størrelsen af fejlene i navigationsløsningen, at disse er nul. Ved "næste epoke" forstås, næste fremtidige tidspunkt til hvilket tilstandsvektoren skal fremskrives, og jf. ligningen for prædiktionen af tilstandsvektoren til næste epoke (ligning 1.3 i *Appendiks E*), er følgen af førnævnte forhold, at den prædikterede tilstandsvektor altid er en nulvektor. Det betyder, at det ikke er nødvendigt at beregne tilstandsvektoren i kalman-filtret:

$$\mathbf{x}_k^- = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (6.24)$$

Usikkerheden på den prædikterede tilstandsvektor vil imidlertid vokse med tiden og for at næste observation til kalman-filtret kan blive vægtet korrekt i forhold til den prædikterede tilstandsvektor, skal der bestemmes en kovariansmatrice for den prædikterede tilstandsvektor. Denne findes vha. følgende udtryk:

$$\mathbf{P}_k^- = \Phi_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (6.25)$$

hvor \mathbf{P}_k^- er den søgte kovariansmatrice for den prædikterede tilstandsvektor til næste epoke og \mathbf{P}_{k-1} er kovariansmatricen for tilstandsvektoren til den aktuelle epoke. \mathbf{Q}_{k-1} i ligning (6.25) er en

kovariansmatrice for den tilfældige fejl på beskrivelsen af tilstandsvektorens ændring fra epoke $k-1$ til k (processtøjen).

Vha. følgende udtryk, der gør brug af den generelle fejlforplantningslov, findes \mathbf{Q}_{k-1} :

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{G}\mathbf{Q}_{IMU}\mathbf{G}^T \Delta t \quad (6.26)$$

hvor \mathbf{G} som før er en matrice, der transformerer fejlene i IMU'ens observationer fra body-frame til LL-frame, \mathbf{Q}_{IMU} er en kovariansmatrice for observationerne fra IMU'en og Δt , som hidtil, er det tidsrum navigationsfejlene i INS'et skal fremskrives.

Kovariansmatricen \mathbf{Q}_{IMU} har følgende udseende:

$$\mathbf{Q}_{IMU} = \begin{bmatrix} \sigma_{f^{bx}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{f^{by}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{f^{bz}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{bx}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{by}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{bz}}^2 \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

hvor eksempelvis $\sigma_{f^{bx}}^2$ og $\sigma_{\omega^{bx}}^2$ er variansen på henholdsvis en måling af specific force fra x-accelerometret og en måling af vinkelhastighed fra x-gyroen. [Nebot2, 1997, s. 173].

Fordi \mathbf{G} , som nævnt, ikke lader de tilfældige fejl på gyroobservationerne komme til udtryk, vil varianserne i \mathbf{Q}_{k-1} være for små. Dette gør sig gældende ikke mindst, fordi de tilfældige fejl på gyroerne spiller en langt større rolle for ophobningen af positionsfejl end de tilfældige fejl på accelerometrene, jf. simulationerne i *Afsnit 2.1.2* under ”Tilfældige fejl”.

En mulig løsning er, i ligning (6.26) at addere et bidrag svarende til usikkerheden i position og hastighed forårsaget af de tilfældige fejl på gyroerne i løbet af tidsrummet mellem to epoker. Den beregnede processtøj vil dog blive for lille under alle omstændigheder, først og fremmest fordi denne ikke tager højde for, at INS'ets orienteringsfejl vokser med tiden og dermed medfører, at fejlene i position og hastighed vil vokse hurtigere og hurtigere. Også tilbageværende systematiske fejl på IMU'ens observationer vil betyde, at den beregnede processtøj er for lille. Det er vanskeligt eksakt at fastsætte den samlede effekt af de nævnte forhold og i stedet for a priori at fastsætte størrelsen af et bidrag i ligning (6.26), afprøves i *Afsnit 9.2* kalman-filtret, dels når der ikke adderes et bidrag, dels når varierende størrelser af bidrag adderes.

Prædiktionsligningen (6.25) ovenfor anvendes én gang for hvert nyt observationssæt fra IMU'en. At kovariansmatricen for den prædikterede tilstandsvektor således fremskrives til den næste IMU-observation ca. 134 gange pr. sek., og ikke blot til den næste GPS-observation, f.eks. 1-5 gange pr.

sek. afhængigt af det konkrete udstyr, skyldes at approksimationen anvendt i formel (6.23) forudsætter, at navigationsfejlene i INS'et kun fremskrives et lille tidsrum ad gangen. Rent praktisk foregår fremskrivningen til en epoke ved i ligning (6.25) at anvende den kovariansmatrice, der er blevet fremskrevet til den foregående epoke. Kun til de epoker, hvor der er en GPS-observation, benyttes i ligning (6.25) en kovariansmatrice fundet vha. ligning (6.33), som forklaret nedenfor.

Korrektionsligninger

Korrektionsligningerne i kalman-filtret anvendes hver gang en ny GPS-observation er tilgængelig (dvs. ca. 1-5 gange pr. sek.). Observationerne til kalman-filtret er som nævnt forskellen mellem navigationsløsningen bestemt af henholdsvis INS og GPS. I det følgende antages, at GPS leverer en tredimensionel position, dvs. north-, east- og down-koordinater, samt hastighed i henholdsvis north- og east-retningen. Det betyder, at observationsvektoren i kalman-filtret har følgende udseende:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} p_{INS}^{LLN} - p_{GPS}^{LLN} \\ p_{INS}^{LLE} - p_{GPS}^{LLE} \\ p_{INS}^{LLD} - p_{GPS}^{LLD} \\ v_{INS}^{LLN} - v_{GPS}^{LLN} \\ v_{INS}^{LLE} - v_{GPS}^{LLE} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Da der er en én til én relation mellem observationer og tilstande gælder endvidere, at designmatricen i kalman-filtret har følgende udseende:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

For at kunne vægte den nye observation og den prædikterede tilstandsvektor i forhold til hinanden, behøves kalman-gain matricen. Denne findes vha. følgende udtryk:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^{-1} \mathbf{H}_k^T \left(\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^{-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \right)^{-1} \quad (6.30)$$

hvor \mathbf{R}_k er en kovariansmatrice, der beskriver de tilfældige fejl på observationsvektoren. Eftersom observationsvektoren indeholder fejlene i INS'ets navigationsløsning bestemt vha. GPS, svarer de tilfældige fejl på observationsvektoren blot til de tilfældige fejl på GPS-observationerne:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{P_{GPS}}^{2,LLN} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{P_{GPS}}^{2,LE} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{P_{GPS}}^{2,LLD} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{V_{GPS}}^{2,LLN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{V_{GPS}}^{2,LE} \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

Idet den prædikterede tilstandsvektor er en nulvektor, vil den korrigerede tilstandsvektor, der inkorporerer den nyeste observation, jf. ligning 1.6 i *Appendiks E*, kunne findes som:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{K}_k \mathbf{z} \quad (6.32)$$

Endelig findes kovariansmatricen \mathbf{P}_k for den korrigerede tilstandsvektor som:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (6.33)$$

6.2.3 Beregningsgang i GPS-støttet INS

Når IN-algoritmen startes, skal anvendes en indledende værdi for position, hastighed og orientering, dvs. en startværdi for INS'ets navigationsløsning. Indtil tidspunktet for første GPS-observation nås, vil hvert gennemløb af IN-algoritmen, dvs. hver processering af nye IMU-observationer i IN-algoritmen blive efterfulgt af et gennemløb af prædiktionsligningerne i kalman-filtret. Således vedligeholdes løbende et estimat for usikkerheden på navigationsfejlene i INS'et.

Ved første gennemløb af prædiktionsligningerne behøves en startværdi for \mathbf{P} som input. Denne beskriver, hvilken nøjagtighed hvormed startværdierne til INS'et er bestemt og afhænger derfor af, hvordan startværdierne i praksis bestemmes. Når tidspunktet for første GPS-observation nås, bestemmes en observation til kalman-filtret ud fra GPS-observationen og INS'ets navigationsløsning, korrektionsligningerne i kalmanfiltret gennemløbes og estimerne for fejlene i INS'ets navigationsløsning anvendes til at korrigere INS'ets navigationsløsning. Derefter gennemløbes igen prædiktionsligninger og IN-algoritme på skift indtil tidspunktet for en ny GPS-observation.

Følgen af ovennævnte er, at ved fremskrivning af \mathbf{P} til en epoke, der følger umiddelbart efter en epoke, hvor der foretages en korrektion, vil \mathbf{P} være en filtreret kovariansmatrice og \mathbf{P} vil være fundet vha. ligning (6.33) ovenfor. Endvidere vil \mathbf{P} ved fremskrivning til en epoke, der ikke følger umiddelbart efter en epoke, hvor der foretages en korrektion, i modsætning hertil være en prædikteret kovariansmatrice fundet vha. ligning (6.25) ovenfor. En alternativ fremgangsmåde er, som nævnt, i ét trin at fremskrive \mathbf{P} til næste epoke, hvor der foretages en korrektion (dvs. til næste epoke hvortil der haves en RTK-observation), hvilket er en løsning, der numerisk er mere stabil [Brown, 1997, s. 281]. Når førstnævnte fremgangsmåde, dvs. at fremskrive \mathbf{P} til næste IMU-observation, alligevel er valgt skyldes det, at udtrykket for Φ i formel (6.23) som nævnt forudsætter, at tidsrummet, der fremskrives, er lille. Endvidere vil kovariansmatricen \mathbf{Q} , der repræsenterer processtøjen, jf. ligning (6.26) og (6.21), variere over tid og således ikke være konstant under f.eks. et GPS-udfald.

Interpolation af INS'ets navigationsløsning

Normalt vil der ikke være indsamlet et sæt af observationer fra IMU'en til det tidspunkt, hvortil der er indsamlet en GPS-observation. Dvs., at der ikke er bestemt en navigationsløsning af INS'et, som gælder for det tidspunkt, hvortil der haves en GPS-observation. Betydningen heraf afhænger af kvaliteten af synkroniseringen af IMU og GPS. Hvis synkroniseringen ikke er bedre end tidsrummet mellem to IMU-observationer (altså 1/134 sek.) kan den navigationsløsning, der tidsmæssigt ligger tættest på GPS-observationen, blot bruges ved beregningen af observationen til kalman-filtret. Umiddelbart forventes det, at det vil være muligt at synkronisere bedre end dette og derfor foretages der en lineær interpolation mellem navigationsløsningen bestemt af INS'et umiddelbart før GPS-observationen og navigationsløsningen bestemt af INS'et umiddelbart efter GPS-observationen. Således findes positionen, der passer til GPS-observationen, som:

$$\mathbf{p}_{INS}^{LL}(t_{GPS}) = \frac{t_{efter} - t_{GPS}}{t_{efter} - t_{for}} \mathbf{p}_{INS}^{LL}(t_{for}) + \frac{t_{GPS} - t_{for}}{t_{efter} - t_{for}} \mathbf{p}_{INS}^{LL}(t_{efter}) \quad (6.34)$$

hvor t_{for} , t_{efter} og t_{GPS} er tidspunktet for IMU-observationen umiddelbart før GPS-observationen, tidspunktet for IMU-observationen umiddelbart efter GPS-observationen og tidspunktet for GPS-observationen [Shin, 2001, s. 42]. Hastigheden, der passer til GPS-observationen, findes på tilsvarende måde.

Afrunding

Ovenfor er det blevet fastlagt, hvordan INS'et skal integreres med GPS. Den beskrevne løsning indebærer en løs kobling mellem INS og GPS, hvor GPS anvendes til at korrigere INS'ets estimater for position og hastighed. Det har været intentionen, at GPS også skulle korrigere INS'ets estimater for orientering, men dette har ikke været muligt at realisere.

I det efterfølgende beskrives det, hvordan det GPS-støttede INS implementeres i praksis.

7

IMPLEMENTERING

I kap. 5 og 6 er der redegjort for valg af kalibreringsmetoder og for valg angående opbygningen af det GPS-støttede INS. I det følgende redegøres for hvordan det GPS-støttede INS i praksis implementeres og for hvordan dette systems bestemmelse af position og orientering kontrolleres. Ved anvendelse af udtrykkene GPS-støttede INS og INS/GPS er det underforstået, at Kalman filter også hører under den definition. Oversigt over de enkelte dele i kapitlet gives.

Afsnit 7.1 beskriver først den fysiske opbygning af det GPS-støttede INS, herunder hvilke og hvordan instrumenterne monteres på en bil og hvordan de orienteres indbyrdes. Det beskrives også, hvordan projektgruppen søger at undgå, at vibrationer forplanter sig fra bilen til IMU'en, samt hvordan IMU'ens temperatur kan holdes konstant under kørslen. *Afsnit 7.2 Tidsstempling* beskriver herefter hvordan projektgruppen har udarbejdet synkroniseringen af det GPS-støttede INS mht. benyttede programmer og udstyr. Det beskrives herunder, hvordan den MatLab baserede synkronisering er tilrettelagt og hvilken præcision den holder. Under *afsnit 7.3 Valg af koordinatsystem* undersøges hvilket koordinatsystem som de GPS-støttede INS skal levere navigationsløsningen i. *Afsnit 7.4 Startværdier til INS/GPS*, forklarer omkring startværdier til INS og Kalman filter. *Afsnit 7.5* forklarer, hvordan RTK-GPS og ADU5 anvendes til kontrol af resultater. I *afsnit 7.6* forklares den softwaremæssige del af INS/GPS'et, herunder hvordan der indsamles data fra de anvendte instrumenter i MatLab, og der gives en samlet oversigt over, hvordan de indsamlede data efterprocesseres i forskellige MatLab-scripts inden de resultere i ændringer i position og orientering.

Dele af teksten og figurerne i det efterfølgende *Afsnit 7.1 Fysisk opbygning af system*, er identisk med [Eistrup m.fl., 2005], da det er udført på samme vis. Det angives nærmere i afsnittet, hvor det indgår.

7.1 Fysisk opbygning af system

Dette afsnit beskriver den fysiske opbygning af det GPS-støttede INS. Det vælges hvilken GPS type, der skal anvendes i det GPS-støttede INS, samt hvilket udstyr som vil blive anvendt som kontrolsegment til det GPS-støttede INS. Det gennemgås, hvordan de valgte instrumenterne monteres på en bil og hvordan de orienteres indbyrdes. Det beskrives også, hvordan projektgruppen søger undgå vibration forplanter sig fra bilen til IMU'en, samt hvordan IMU'ens temperatur kan holdes konstant under kørslen.

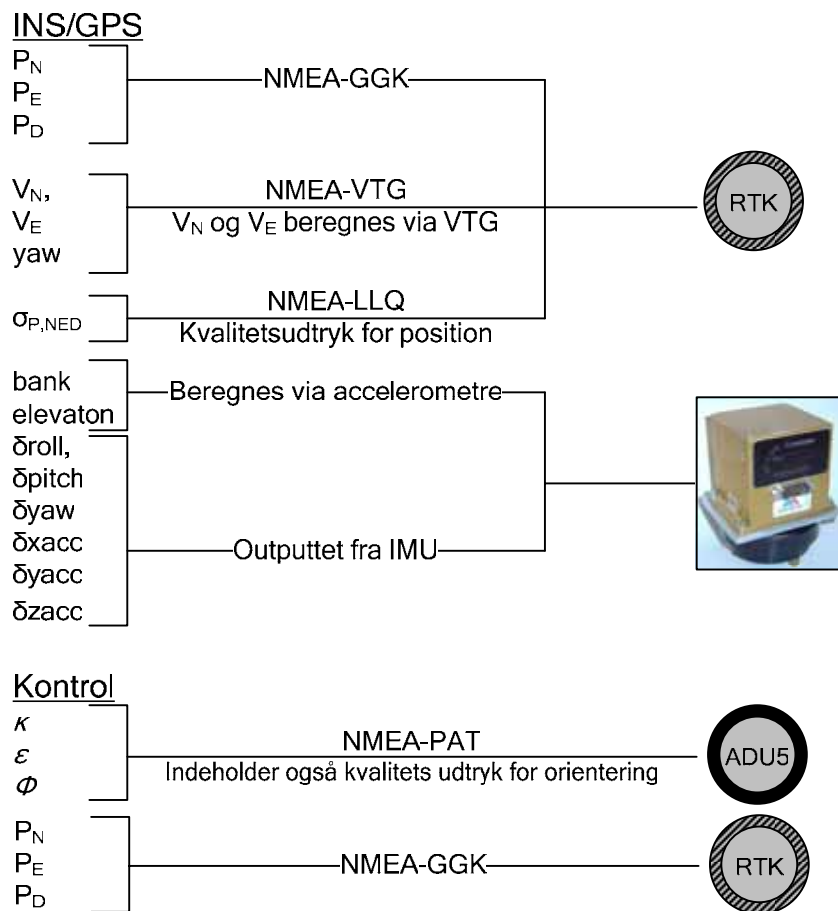
7.1.1 Benyttede instrumenter

Projektgruppen har mulighed for enten at integrere en RTK-GPS eller DGPS til støtte af INS'et. Det vælges umiddelbart at integrere en RTK-GPS, da denne giver mulighed for at opnå den bedste nøjagtighed på INS'et, og dermed kunne nå til en vurdering af den maksimale nøjagtighed, som det er mu-

ligt at opnå med IMU400CC-100, jf. den opstillede problemformulering. RTK-GPS'en som vil blive anvendt er en Leica "GPS System 500", denne benyttes sammen med en af de landsdækkende korrektionstjenester GPSnet.dk eller GPS-referencen.

RTK-GPS'en anvendes som overlegen reference til INS'et, når det ikke støttes af GPS'en. Der haves ikke nogen overlegen reference til det GPS-støttede INS. For kunne vurdere nøjagtigheden af orientering fra INS'et kræves ekstra udstyr i form af f.eks. en overlegen IMU eller et GPS-multiantenne system. Projektgruppen har et GPS-multiantenne system til rådighed og vælger derfor at anvende dette. Det tilgængelige system er en ADU5, bestående af 4 antenner, som kan bestemme den absolutte orientering i LL-frame. Nøjagtigheden af dette system ses der nærmere på under montering af antennesystemet på bilen.

Det ses af nedenstående Figur 7-1, at de input som forudsættes af INS'et, Kalman filteret, samt de dertil hørende indledende værdier kan bestemmes med det valgte udstyr. I forhold til den opstillede tilstandsvektor \mathbf{z} i *kap. 6 ligning 6.28*, kunne det være ønskeligt, at den også indeholdt en hastighed i Down V_D , men denne observation kan ikke udtrækkes fra NMEA-strengene fra Leica GPS'en. For mere info omkring de anvendte NMEA-strenges indhold, se hhv. [Leica, 2002, Appendiks E] og [Thales, 2002, s. 167].



Figur 7-1: Oversigt over de benyttede instrumenter og hvad de bidrager med til integrerede INS/GPS.

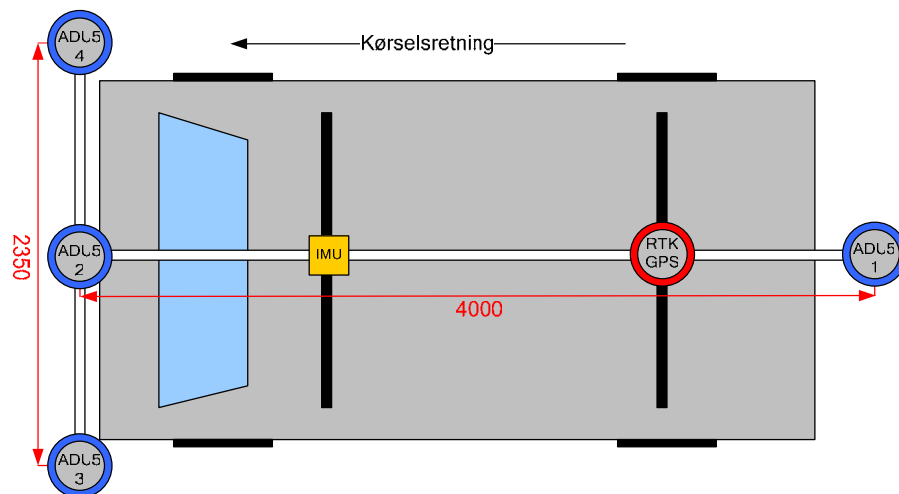
Montering af instrumenter på bil

Det beskrives efterfølgende, hvordan de 3 instrumenter er monteret på en bil. De tre instrumenter monteres på en fælles ramme. På Figur 7-2 og Figur 7-3 er det vist, hvordan instrumenter er monteret samt deres placering på rammen.

Rammen, hvorpå de forskellige instrumenter monteres, er lavet i jern og består af et 4 meter langt 5 tommer rør, hvor på der svejset tre U-profiler på tværs. Denne udformning gør at rammen er meget stabil. På to af tværprofilerne kan der monteres antenner, mens den tredje bruges til at montere rammen på bilens tagbøjle, i *Bilag 3 - Rammen* kan der ses en detaljeret oversigt over rammen og dens dimensioner. [Eistrup m.fl., 2005]



Figur 7-2: Rammen monteret på bilen. Inden i den hvide kasse sidder IMU'en.



Figur 7-3: Placeringen af de benyttede instrumenter på bilen.

Nøjagtighed på de anvendte GPS instrumenter

For RTK-GPS'en forventes det ved brug af en af de 2 landsdækkende tjenester at kunne holde en nøjagtighed på 2 cm i planen og 3 cm i højden, jf. [KMS, 2003, s. 6]. Kvaliteten af de indsamlede observationer sikres gennem NMEA-strengen "Leica Local Position and Quality" (LLQ), hvor ud fra der kommer en punktspredning defineret som følgende fra [Øhlenschläger, 2004, s. 78].

$$\sigma_{xyzLeica} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} + \sqrt{\sigma_z^2} \quad (7.1)$$

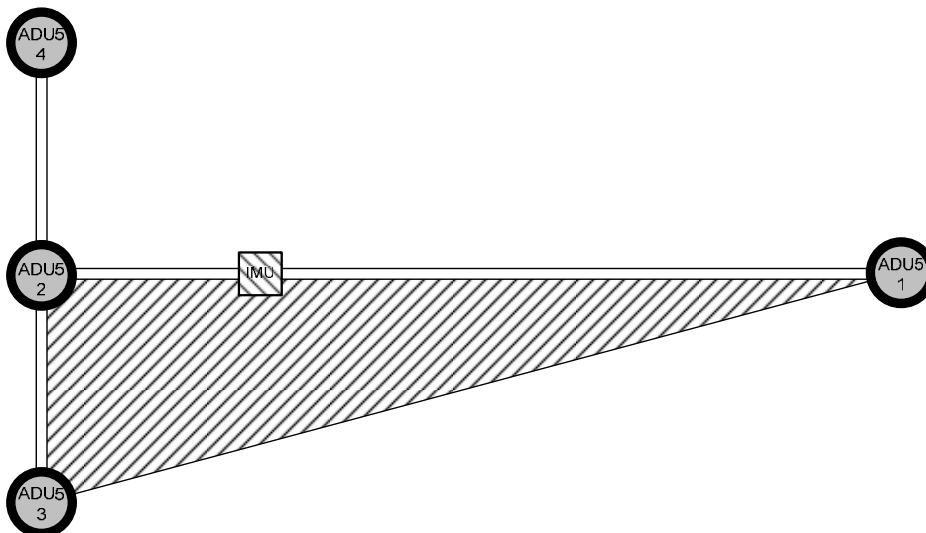
I Bilag F ADU5, anvendelse og kalibrering fremgår det, at nøjagtigheden af vinklerne bestemt med ADU5 afhænger af antenneseparationen. Dimensionerne af systemet bliver derfor det maksimalt tilladte mht. længde og bredde (4,20 m * 2,55 m inkl. antennerne), gældende for en personbil. Med den angivne antenne separation kan der opnås en nøjagtighed på $\kappa = 0.14^\circ$, $\varepsilon = 0.24^\circ$ og $\phi = 0.07^\circ$. NMEA-strengen "Position and Altitude"(PAT) indeholder to udtryk for kvaliteten af outputtet fra ADU'en. Ifølge manualen bør den første værdi MRMS¹ ikke overstige 5 millimeter, mens værdien for BRMS² ikke bør overstige 4 cm. [Thales, 2002, s. 167]

Orientering af IMU mht. roll og pitch

Følgende afsnit stammer fra [Eistrup m.fl. 2005]. Det er vigtigt, at IMU'en orienteres rigtig i forhold til ADU5, for at der ikke opstår en fejl, når denne skal anvendes til kontrol af den beregnede orientering fra INS'et.

IMU'en orienteres mht. roll og pitch i forhold til ADU5'en, ved at lade de to instrumenter være parallelle ift. hinanden. Dvs. de ADU5-antenner, der definerer roll og pitch, skal være parallelle med det plan på IMU'en, der definerer dens roll og pitch.

Af Figur 7-4 ses de to planer, der skal være parallelle med hinanden (skraveret), for ADU5 er det planet udspondt af antennerne 1,2 og 3, og for IMU'en er det planet defineret af dens top.

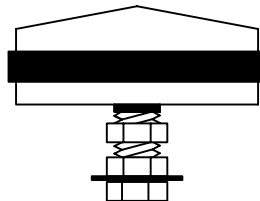


Figur 7-4: De to skraverede plan skal være parallelle.

¹ MRMS, Attitude phase measurement rms error.

² BRMS, Attitude baselinie length rms error.

Denne orientering løses praktisk ved at få de tre ADU5-antenner til at stå i vatter, dvs. først måles der mellem ADU5-antenne 3 og ADU5-antenne 2 og disse justeres op og ned indtil de er i vatter. Der efter måles der mellem ADU5-antenne 2 og ADU5-antenne 1, hvor kun antenne 1 justeres til antennerne er i vatter. Justeringen sker ved, at ADU5-antenne 1 fæstnes på en bolt, som de kan skrues ned og op på, se Figur 7-5.



Figur 7-5: En ADU5-antenne som kan justeres op og ned.

Antennerne sættes i vatter inden for 2 streger på den benyttede rørlibelle, dvs. at der antennerne imellem ikke er en højdeforskel på mere end 1 mm, da en streg på libellen svarer til 0,08 mm pr. meter og den samlede afstand mellem antennerne er 5,175 meter. Den maksimale afvigelse omsat til grader for κ og ε beregnes til $0,011^\circ$, hvilket er acceptabelt sammenlignet med specifikationerne for ADU5, hvor spredningen opgives til at være på $0,14^\circ$ for κ og for ε $0,24^\circ$.

IMU'en sættes i vatter ved at montere den på et fodstykke, som monteres på selve rammen der bærer alle antennerne. Til at måle om IMU'en er i vatter benyttes samme rørlibelle som ved antennerne. På Figur 7-6 ses, hvordan IMU'en er monteret på rammen.

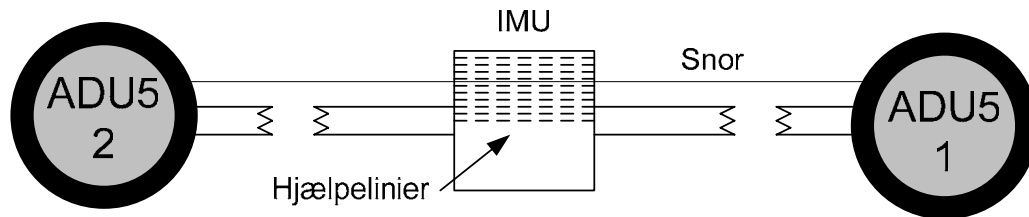


Figur 7-6: IMU'en monteret på rammen.

Orientering af IMU mht. yaw

Orienteringen af IMU'en mht. yaw sker ved at lade denne være parallel med en linie defineret af ADU5-antenne 1 og ADU5-antenne 2, som er antennerne, der definerer ADU5's yaw (ϕ), samtidig med, at IMU'en forinden er orienteret mht. roll og pitch.

Orienteringen sker ved at udspænde en fiskeline mellem antennerne 1 og 2, hvorefter IMU'en drejes til denne er parallel med linien. Da denne orientering baseres på et skøn markeres IMU'en med flere parallelle linier for at gøre skønnet nemmere, se Figur 7-7.



Figur 7-7: Orienteringen af IMU'en mht. yaw, ud fra linien udspændt fra ADU5-antenne 1 og 2

Det vurderes, at det er muligt at vurdere om IMU'en er parallel med snoren, ned til hvad der svarer til en blyantstreg (ca. 1/4 mm). På baggrund af IMU'ens bredde på 7.62 cm, beregnes den maksimale afvigelse mellem yaw defineret af IMU'en og yaw defineret af ADU5 til at være ca. 0,19°.

Af specifikationerne for ADU5 fremgår det, at ved en antenneseperation på 4 m, bliver spredningen på yaw 0.07°, dog forventes en forbedring ved flere observationer. Erfaringer fra [Øhlenschläger, 2005], som omhandler nøjagtigheden af ADU5 viser i midlertidigt, at spredningen er væsentlig højere ved samme antenneseperation. Projektets undersøgelser viser, at spredningen er ca. 0.1°. På baggrund af disse undersøgelser vurderes det, at orienteringen med en fejl på ca. 0.18° er acceptabel.

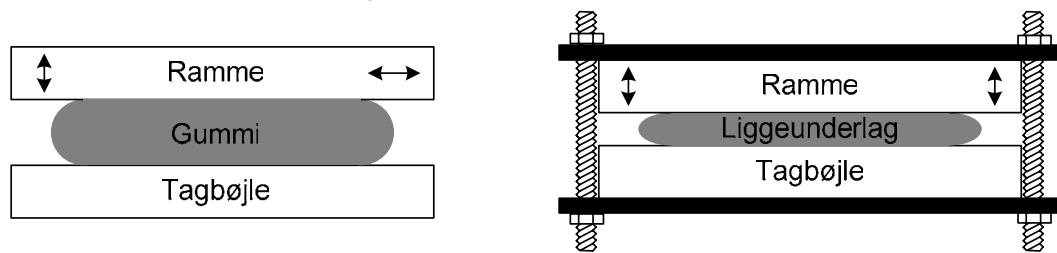
Monteringen af ADU5 og IMU'en på rammen og IMU'ens orientering er foretaget indenfor, hvorefter rammen er blevet monteret på bilen. Flytningen og monteringen af ramme er foretaget på en sådan måde, at rammen belastes mindst muligt mht. vrid for at undgå at antennerne og IMU'en mister deres orientering. Projektgruppen har imidlertid ikke mulighed for at kontrollere om der er sket et vrid i rammen, hvorfor der heller ikke korrigeres for det.

7.1.2 Vibrationsdæmpning ved montering af ramme på bilen

Følgende afsnit stammer også fra [Eistrup m.fl. 2005.]. I *Appendiks A* under specifikationerne for IMU'en fremgår det, at den skal monteres så den ikke udsættes for vibrationer mellem 25-75 Hz, hvilket formentlig vil dette medføre en fejl i positionen. For at forhindre rystelser fra bilen i at forplante sig til IMU'en, monteres hele rammen på et stødabsorberende materiale, lavet af flere lag liggeunderlag.

Det formodes at den optimale situation ville være hvis rammen monteres på noget hårdt gummi som er monteret på bilen, da rystelserne kun svagt kan forplante sig gennem gummiet (Figur 7-8.tv). I den aktuelle situation monteres rammen som det fremgår af Figur 7-8 th., hvor rammen placeres ovenpå noget liggeunderlag og efterfølgende spændes fast ved lægge et stykke metal over rammen og under tagbøjle som holdes sammen med to stykker gevind. Ved at benytte denne metode kan rystelserne kun

forplante sig gennem gevindene, i modsætning til hele berøringsfalden mellem tagbøjlen og tværprofilen, hvis ikke denne metode blev benyttet.



Figur 7-8: Montering af ramme, tv. ses formodet optimaltilfældet, th. ses den aktuelle montering. Pilene viser i hvilke retninger rammen kan bevæge sig i forhold til tagbøjlen.

7.1.3 Temperatur på IMU under kørsel

Som det er beskrevet i Kapitel 5 er laboratoriekalibreringen foregået under kontrollerede temperaturforhold. Temperaturen på IMU'en under kalibreringen var indenfor intervallet 24-28 °C, jf. Kapitel 5. Temperaturen fås fra IMU'ens interne sensor, hvis værdi udlæses sammen de andre observationer. Under kørsel skal temperaturen på IMU'en derfor holdes indenfor det nævnte interval og helst konstant. Dette skal overholdes for undgå fejl forårsaget af temperaturvariationer, når værdierne fra laboratoriet skal anvendes til at kalibrere observationer fra forsøgsførerne.

Som sagt er kalibreringen udført i et laboratorium, hvor temperaturen var konstant 22 °C. Ved forsøgene vil IMU'ens temperatur afhænge af vejret på den pågældende dag som forsøgsførerne udføres, da IMU'en monteres på taget af bilen. Da kørslen forgår i maj måned kan temperaturen variere meget og for at opnå en nogenlunde konstant temperatur under kørslerne, må der altså konstrueres en anordning som kan sørge for, at IMU'en opnår den ønskede temperatur på mellem 24 og 28 °C.

Der er imidlertid en svær opgave at opnå en konstant temperatur uden et aircondition anlæg, hvilket projektgruppen ikke har til deres rådighed. Derfor undersøges, hvordan isoleringsmaterialerne flamingo og rockwool kan anvendes i denne sammenhæng. Projektgruppen har erfaret under udførelsen af kalibreringen, at temperaturen i IMU'en stiger alt efter hvor mange af dens sider som tildækkes med f.eks. en træplade eller flamingo, altså ved at mindske varmeafledningsmulighederne for IMU'en.

Ved at konstruere en flamingokasse, fylde den med rockwool jf. Figur 7-9 tv. og placere den udenfor, og gennem nogle dage undersøge, hvordan temperaturen i IMU'en opfører sig alt efter, hvor mange af IMU'ens sider som tildækkes, kan det konkluderes, at det er muligt holde en konstant temperatur gennem en hel dag. Hvilken temperatur som IMU'en vil opnå, afhænger af flere forhold som temperaturen uden for, rockwoolens og flamingokassens temperatur ved start. Derfor kan det konkluderes, at projektgruppen på forsøgsdagen må forsøge at ramme den ønskede temperatur.

Den bundløse flamingokasse monteres på rammen ved føre den ned over IMU'en. Kassen pakkes derefter med rockwool i bunden og op omkring IMU'en gennem et låg i toppen af kassen. Hvor meget rockwool, som skal fyldes i vil afhænge af forholdene på forsøgsdagen. Når den rigtige temperatur er fundet, kan kassen forsegles med plastik så den sikres mod regn. Forinden kassen lukkes vil der blive indlagt en digital temperatursensor, som vil kunne aflæses inde i bilen under kørslen. Dette gøres, da det under kørslen ikke vil være muligt at monitorere IMU'ens egen temperatursensor. Så ved at moni-

torer den omgivende temperatur vil vi også indirekte kunne monitorere IMU'ens temperatur, da vi fra erfaringer ved, at IMU'ens temperatur ændres med den omgivende. Sensoren placeres så den har kontakt med både IMU og rockwool. Flamingokassen fastgøres slutteligt til rammen med en stærk tape, som det også ses på nedenstående Figur 7-9. Billedet tv. i figuren illustrerer, hvordan IMU'en isoleres med rockwool, IMU'en monteres selvfølgelig på rammen, som det tidligere er vist på Figur 7-6..



Figur 7-9: Tv. Ses flamingokassen fra neden af inden monteringen på rammen og det er illustreret, hvordan der er anvendt rockwool til at isolere omkring IMU'en for at holde en konstant temperatur.
Th. ses flamingokassen som omslutter IMU'en og hvordan kassen er tapet til rammen.

7.2 Tidsstempning af observationer

For at det GPS-støttede INS skal kunne fungere kræver det, at observationerne fra IMU'en og RTK-GPS er koblet sammen enten gennem en synkronisering af instrumenterne eller via en tidsstempning af de enkelte observationer. Projektgruppen definerer synkronisering således, at instrumenterne udlæser data synkront, altså på eksakt samme tidspunkt. Definitionen af tidsstempning er, at data udlæses asynkront fra instrumenterne og gives et tidsstempel fra et andet "ur". Projektgruppen har ikke mulighed for at skabe en synkronisering og arbejder kun videre med udarbejdelsen af en tidsstempning af observationerne fra IMU, RTK-GPS og ADU5.

7.2.1 Muligheder og valg

Udfordringen for projektgruppen ligger i at få relateret data fra hhv. IMU400CC-100 og RTK-GPS'en via en tidsstempning. Begge instrumenter har deres egen tidsstempning af data, IMU'en sin interne timer og RTK-GPS'en UTC-tid. Så den interne timer i IMU'en, som er relativ skal knyttes til den absolute UTC-tid fra RTK-GPS'en. Er IMU'en og RTK-GPS'en først relateret til hinanden kan UTC-tiden fra ADU5'en nemt kobles sammen med disse via UTC-tiden fra RTK-GPS'en.

Tidsstemplingen forventes fra *Afsnit 6.x.x* at være bedre end tiden mellem to IMU observationer, så derfor kræves en nøjagtighed bedre end 1/134 sek, da IMU'en udlæser data med 134 Hz. En fejl på

1/134 sek. og 1/1000 sek. vil hhv. betyde en fejl på 0.119 m og 0.016 m ved en hastighed på 60 km/t, hvilket viser nødvendigheden af en god tidsstempling. Det hardwaremæssige krav er, at systemet skal kunne køre selvstændigt eller via en bærbar pc, da det skal kunne installeres i en bil, hvor den eneste strømkilde er 12V.

Tidsstempling er en kompleks størrelse og kræver som regel avanceret udstyr, hvilket betyder, at prisen på dette ofte er høj. Projektgruppen har gennem litteratur omkring INS/GPS søgt efter beskrivelser om tidsstempling. Det meste litteratur omtaler slet ikke tidsstempling(/synkronisering), mens det som gør, har meget sporadiske beskrivelser. En enkelt artikel beskriver dog netop synkroniseringen mellem en IMU400CC fra Crossbow og en Leica-GPS. I [Li m.fl., 2005] beskrives, hvordan Pulse Per Second³ (PPS) funktionen i GPS'en modtageren anvendes til tidsstemple data fra IMU'en ved brug af et DAQ⁴ pcmcia-kort. Prisen på dette DAQ-kort er 7500 kr, samt der kræves diverse software, så projektgruppen vælger ikke at arbejde videre med denne løsningsmodel. I [Hide, 2003, afsnit 1.4] beskrives også kort, hvordan et DAQ pcmcia-kort af mærket ADAC-PCM-5516-16 anvendes. Tidsstempling i [Hide, 2003] foregår ved, at hver gang DAQ-kortet modtager en datapakke fra IMU'en sendes et signal til deres GPS-modtager (Astech Z-XII), når signalet kommer ind i modtageren registres dette sammen med en UTC-tid og på den måde relateres IMU og GPS observationer med hinanden. Projektgruppen fravælger også at gå videre med denne løsning og i stedet selv udarbejde en tidsstempling.

7.2.2 Opbygning af tidsstempling i MatLab

Som software er det valgt at bruge MatLab installeret på en Suse Linux v. 9.1 platform. Der anvendes Linux, fordi tidsstemplingen, som beskrives i det følgende, ikke kunne holde præcisionen på 1/1000 sek. ved anvendelse af MatLab under Windows. Det er essentielt, at tidsstemplingen skal holde de 1/1000, når IMU'en udlæser data med 134 Hz.

I MatLab er det med "Instrument Control Toolbox" mulighed for at tidsstemple de data, som logges via en seriel port eller lignende. Denne mulighed anvendes derfor til at opbygge tidsstemplingen af data fra instrumenterne IMU, RTK-GPS og ADU5. Det forklares senere hvordan denne tidsstempling foregår. Som tidligere nævnt kan RTK-GPS og ADU5 synkroniseres gennem UTC-tiden, så det efterfølgende fokusere på tidsstemplingen af data mellem IMU og RTK-GPS. Det vælges dog også at tidsstemple ADU5 data for en ekstra sikkerhed.

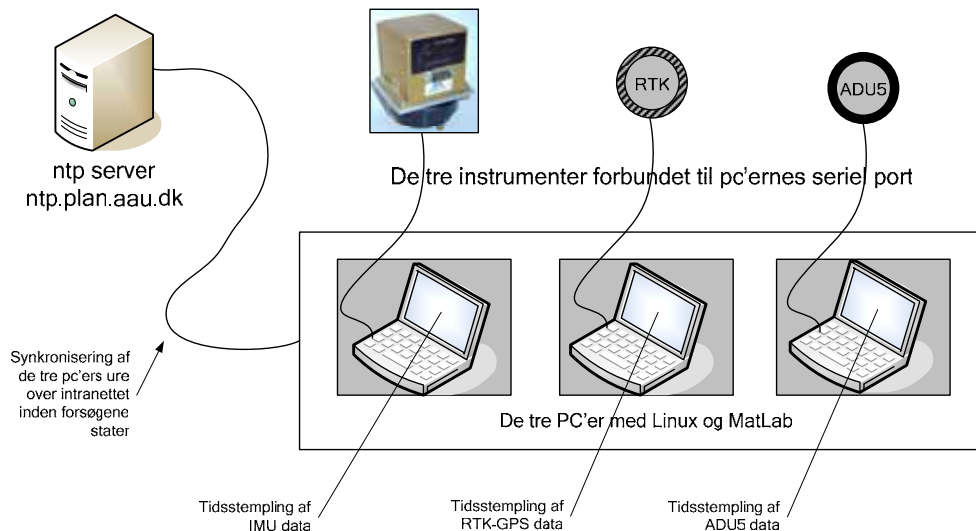
MatLab kan tidsstemple data med en 1/1000 sekund, hvilket gør det anvendeligt til projektgruppens tidsstempling. Det som sker, når der logges data i MatLab er, at data indlæses i en buffer, når de modtages på den serielle port. Datalogningen kan så konfigureres, så der sker en tidsstempling, når data kommer til bufferen. Tidsstempling skrives så til en logfil og data flyttes fra bufferen til en variable, inden den som i vores tilfælde skrives til en datafil. Tidsstemplingen fra logfilen kan herefter ved efterprocesering overføres til datafilen. MatLab har imidlertid den begrænsning, at programmet ikke kan læse data fra flere instrumenter på samme tid. Derfor skal der anvendes en pc til hvert af de 3 instrumenter. For kunne relatere tidsstemplingerne fra de tre pc'er, må disse derfor synkroniseres. Konfiguration af tidsstempling opbygges derfor som illustreret på Figur 7-10. For at kunne sammenkoble

³ For mere info se og [Li m.fl., 2005] og [Leica, 2002]

⁴ DAQ står Data Acquisition, altså logging af data.

tidsstemplerne fra de 3 pc'er synkroniseres deres ure via en Network Time Protocol (ntp)⁵ på universitets intranet. I og med, at pc'erne synkroniseres via det samme netværk må det forventes, at synkroniseringen bliver perfekt. Dog vil synkroniseringen over tid afhænge af urenes stabilitet i de 3 bærbare pc'ere.

For detaljeret beskrivelse af de anvendte funktioner til tidsstemplingen og opsætningen i de forskellige scripts henvises der til *Bilag 1*, under nærværende kapitel. Det ses på software oversigten Figur 7-11, hvilke scripts som vedrører datalogning.



Figur 7-10: Sammenkoblingen af tidsstempling af data i MatLab ved at synkroniserer de 3 anvendte pc'er

Herunder ses et uddrag af en tidsstemplingsfil for IMU'en, hvor der udført tidsstempling hvert sekund. Tiderne fil skal dog korrigeres for den tid det tager at overføre data gennem den serielle port. Korrektionen afhænger af overførelses hastigheden og datamængden. For IMU'ens vedkomne vil korrektionen af tidsstempling være som vist i formel (7.3), ved overførelse af 18 byte også svarende til en datapakke. For RTK data er korrektion væsentlig større, hvor der som tidligere nævnt anvendes tre NMEA-strengte og den første som overføres er VTG. De tre NMEA-strengte kommer ind i bufferen hver for sig, og da VTG er den første skal dennes tidsstempling anvendes. Størrelsen af VTG er 51 ascii karakterere og en ascii karakter fylder 8 bit (eller 7), vi vælger at regne med 8 bit, korrektionen ses i formel (7.2). Korrektionsværdier som er beregnet herunder skal så subtraheres tidsstemplingen fra logfilerne.

$$\frac{51 \text{ ascii} \cdot 8 \text{ bit}}{9600 \text{ baud}} = 0.0425 \text{ sek.} \quad (7.2)$$

$$\frac{18 \text{ byte} \cdot 8 \text{ bit}}{38400 \text{ baud}} = 0.00375 \text{ sek.} \quad (7.3)$$

⁵ ntp kommandoen skal under Linux udføres i terminal, når man er logget på som *root*. Kommando: ntpdate plan.aau.dk

Eksempel fra log-fil med tidsstempling:

Legend:

- * - An event occurred.
- > - A write operation occurred.
- < - A read operation occurred.

- 1 Recording on 10-May-2005 at 18:50:54.474. Binary data in little endian format.
- 2 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:50:55.452.
- 3 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:50:56.453.
- 4 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:50:57.452.
- 5 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:50:58.454.
- 6 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:50:59.453.
- 7 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:51:00.455.
- 8 * BytesAvailable event occurred at 10-May-2005 at 18:51:01.454.

7.2.3 Vurdering af tidsstempling

Hvis det forudsættes at synkroniseringen mellem de 3 pc'er er perfekt, vil tidsstemplingen i teorien være perfekt, når tidsstemplingen korrigeres vha. ovenstående formler. Der vil imidlertid også spille andre forhold ind som ikke er nævnt her, men som udgangspunkt opfattes tidsstemplingen som perfekt.

7.3 Valg af koordinatsystem til navigation

Hvilket koordinatsystem der navigeres i vha. det GPS-støttede INS, dvs. hvilket koordinatsystem outputtet herfra er udtrykt i, afhænger af hvordan systemet implementeres. Jf. *Appendiks B* er der i den sammenhæng flere muligheder. Imidlertid er det i *Afsnit 6.2* valgt, at observationerne til kalman-filtret og tilstandsvektoren i kalman-filtret i det integrerede INS/GPS skal udtrykkes i LL-frame. Derfor er det oplagt at lade det GPS-støttede INS navigere i LL-frame. INS'et opbygget i [Eistrup m.fl., 2005] navigerer i LL-frame, hvilket er realiseret ved at de RTK-positioner, der anvendes til startværdier og løbende kontrol, er omregnet til UTM i GPS-modtageren. Den store afstandskorrektion i UTM (ca. -35 cm/km i og omkring Aalborg [Eistrup m.fl., 2005, s. 69-70]) vil dog medføre en afvigelse mellem kontrolpositioner bestemt af GPS og positioner bestemt af INS'et, når dette, pga. GPS-udfald, har fungeret uden korrektioner fra GPS over længere strækninger. For at undgå denne, omend relativ lille, afvigelse, er det i stedet valgt at indsamle RTK-positioner til startværdier og løbende kontrol i ECEF-frame (dvs. i WGS84 udtrykt i længde, bredde og ellipsoidehøjde) og efterfølgende at omregne disse observationer til LL-frame (North, East og Down).

Hvad angår omregningen fra bredde og længde til North og East foretages denne ved først at omsætte registreringerne af bredde og længde til tilvækster ift. startpunktet (den første registrering). Dernæst omregnes disse tilvækster i bredde og længde til tilvækster i North og East vha. to omregningsfaktorer, der er en funktion bl.a. af referenceellipsoidens radius i henholdsvis nord-sydlig og øst-vestlig retning. Disse omregningsfaktorer kan findes ud fra ligning 1-15 og 1-16 i *Appendiks C* og det samlede resultat er følgende to udtryk for omregningen af bredde og længde i ECEF-frame (radian) til North og East i LL-frame (meter):

$$\mathbf{p}^{LLN} = (\varphi^{ECEF} - \varphi_0^{ECEF})(R_N + h) \quad (7.4)$$

$$\mathbf{p}^{LLE} = (\lambda^{ECEF} - \lambda_0^{ECEF}) \left(\frac{R_E + h}{\sec(\lambda_{middel}^{ECEF})} \right) \quad (7.5)$$

hvor \mathbf{p}^{LLN} og \mathbf{p}^{LLE} er vektorer med de søgte værdier for North og East for hele køreturen, φ^{ECEF} og λ^{ECEF} er vektorer med alle observationer af geografisk bredde og længde, der er indsamlet under køreturen, φ_0^{ECEF} og λ_0^{ECEF} er startværdien for geografisk bredde og længde, og λ_{middel}^{ECEF} er den gennemsnitlige geografiske længde under køreturen. Eftersom processering af data foregår efter at køreturen har fundet sted er der ikke noget problem i at anvende en værdi for den gennemsnitlige geografiske længde. Ønskes en real-time løsning kan startværdien for længde eventuelt anvendes i stedet for. Endelig er R_N , R_E og h henholdsvis referenceellipsoidens radius i nord-sydlig retning, referenceellipsoidens radius i øst-vestlig retning samt ellipsoidehøjden. Down findes ved at vende fortegnet på de registrerede ellipsoidehøjder. Omregningen fra ECEF-frame til LL-frame foregår vha. scriptet *ECEF2LL.m*.

7.4 Startværdier til INS/GPS

Startværdierne for position til det GPS-støttede INS findes som et gennemsnit af de RTK-positioner, der er indsamlet før start og jf. ovenstående omregnet til LL-frame. Da testen af det GPS-støttede INS starter, mens dette er stillestående, er startværdierne for hastighed nul.

Ved bestemmelse af startværdi for drejningen af INS'et i NE-planen, dvs. ved bestemmelsen af startværdi for yaw, benyttes de første RTK-positioner registreret under kørslen. Dvs., at startværdien for yaw manuelt justeres indtil der er overensstemmelse mellem første del af køreturen bestemt vha. RTK og første del af køreturen bestemt vha. INS'et, når dette ikke støttes med GPS.

Ved bestemmelse af startværdier for roll og pitch er der flere forskellige muligheder. I [Eistrup m.fl., 2005] afprøves således både en bestemmelse af roll/pitch vha. ADU5, krydslibellen og et inklinometer. Efterfølgende har det imidlertid vist sig, at det er muligt at bestemme roll/pitch vha. accelerometrene i IMU'en uden, at der af den grund opnås et dårligere resultat på den efterfølgende positionsbestemmelse vha. INS'et end, hvis en af de førstnævnte metoder anvendes. En klar fordel ved at anvende accelerometrene er, at det derved ikke er nødvendigt med særligt udstyr til bestemmelse af roll/pitch. En væsentlig motivation for en hovedidé i dette projekt; at kalibrere vha. middelværdier for de systematiske fejl, er at begrænse udstyrskravet til et INS/GPS og derfor hører en bestemmelse af roll/pitch vha. accelerometrene naturligt sammen hermed.

I [Nebo1, 1997] beskrives hvordan accelerometerbias kan bestemmes ud fra outputtet fra accelerometrene samt et kendskab til accelerometrenes orientering ift. den lokale tyngdeacceleration. En bestemmelse af roll og pitch vha. outputtet fra accelerometrene, svarer til den omvendte proces, idet orienteringen af accelerometrene, og dermed IMU'en bestemmes ud fra outputtet fra accelerometrene samt et kendskab til accelerometrenes bias og eventuelt andre systematiske fejl. Nedenstående gen-

nemgang af hvordan roll og pitch bestemmes vha. outputtet fra accelerometrene bygger derfor overordnet på [Nebot1, 1997].

Observationerne fra alle tre accelerometre leverer information om roll og/eller pitch, men pga. geometriske forhold bidrager det næsten lodrette z-accelerometer ikke væsentligt med information og derfor beregnes roll og pitch kun vha. x- og y-accelerometrene. Det omtalte geometriske forhold er nærmere beskrevet i Afsnit 5.3.1 under ”Forhold uden betydning”.

Vha. observationer fra x- og y-accelerometret beregnes først de to hældningsvinkler *elevation* og *bank*. *Elevation* er hældningen af x^b -aksen ift. vandret, og ved en positiv *elevation* forstås, at den positive del af x^b -aksen peger opad, dvs. at forenden af bilen peger opad. Tilsvarende er *bank* hældningen af y^b -aksen ift. vandret, og ved en positiv *bank* forstås, at den positive del af y^b -aksen peger nedad, dvs. at højre side af bilen skrånede nedad. Det er ved bestemmelsen af *elevation* og *bank* vha. observationerne fra accelerometrene nødvendigt at anvende observationer, der er korrigeret for bias, evt. også andre systematiske fejl.

Elevation og *bank* beregnes vha. følgende udtryk:

$$elevation = \sin^{-1} \left(\frac{-\hat{f}^{bx}}{g_l^{LL}} \right) \quad (7.6)$$

$$bank = \sin^{-1} \left(\frac{\hat{f}^{by}}{g_l^{LL}} \right) \quad (7.7)$$

hvor \hat{f}^{bx} og \hat{f}^{by} er gennemsnittet af de umiddelbart inden start indsamlede accelerometerobservationer korrigeret for systematiske fejl, mens g_l^{LL} er den lokale tyngdeacceleration.

Det GPS-støttede INS repræsenterer information om orientering i en rotationsmatrice, \mathbf{C}_b^{LL} , og for at kunne opstille en startværdi for denne kræves at *elevation* og *bank* omregnes til rotationsvinkler (eulervinkler).

Ved rotationsvinklerne θ , β og γ forstås i det følgende henholdsvis en rotation roll om x^b -aksen, en rotation pitch om y^b -aksen samt en rotation yaw om z^b -aksen. θ , β og γ defineres som rotationer omkring meddrejede akser i rækkefølgen γ , β og θ .

Når θ og β defineres som i det ovenstående, kan disse beregnes ud fra *elevation* og *bank* vha. følgende udtryk:

$$\theta = \sin^{-1} \left(\frac{\sin(bank)}{\cos(-elevation)} \right) \quad (7.8)$$

$$\beta = elevation \quad (7.9)$$

γ , der er den første rotation, svarer blot til den værdi for yaw der, som tidligere omtalt, bestemmes vha. RTK-positionerne.

Nu kan \mathbf{C}_{LL}^b findes som:

$$\mathbf{C}_{LL}^b = \mathbf{R}_3(\theta) \cdot \mathbf{R}_2(\beta) \cdot \mathbf{R}_1(\gamma) \quad (7.10)$$

$$\mathbf{C}_{LL}^b = \begin{bmatrix} \cos \beta \cdot \cos \gamma & \cos \beta \sin \gamma & -\sin \beta \\ -\cos \theta \sin \gamma + \sin \theta \sin \beta \cos \gamma & \cos \theta \cos \gamma + \sin \theta \sin \beta \sin \gamma & \sin \theta \cos \beta \\ \sin \gamma \sin \theta + \cos \theta \sin \beta \cos \gamma & -\sin \theta \cos \gamma + \cos \theta \sin \beta \sin \gamma & \cos \theta \cos \beta \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

hvor $\mathbf{R}_1(\gamma)$, $\mathbf{R}_2(\beta)$ og $\mathbf{R}_3(\theta)$ er rotationsmatricer, der beskriver de enkelte på hinanden følgende rotationer γ , β og θ omkring henholdsvis z^b -aksen, y^b -aksen og x^b -aksen.

Endelig findes startværdien for rotationsmatricen \mathbf{C}_b^{LL} som:

$$\mathbf{C}_b^{LL} = (\mathbf{C}_{LL}^b)^T \quad (7.12)$$

[Nebot1, 1997]

Beregningen af startværdier for position og orientering til INS'et foregår som en integreret del af scriptene *INS.m* og *RTKINS.m*.

Startværdier til kalman-filter

Som nævnt i *Afsnit 6.2.3* behøver kalman-filtret i det integrerede INS/GPS en startværdi for \mathbf{P} som input, dvs. en kovariansmatrice, der beskriver nøjagtigheden på startværdierne for position og hastighed. Efter som det implementerede kalman-filter ikke estimerer fejlene i INS'ets orientering skal \mathbf{P} ikke beskrive nøjagtigheden på den indledende orientering.

Da startværdierne for position findes vha. RTK-GPS afhænger nøjagtigheden på startværdierne af nøjagtigheden på RTK-GPS. Det forudsættes i det følgende at nøjagtigheden på en enkelt måling med RTK-GPS er 2 cm i planen og 3 cm i højden [Eistrup m.fl., 2005, s. 65]. Det forudsættes endvidere, at startværdierne for position bestemmes ud fra et gennemsnit af ca. 60 RTK-observationer. Autokorrelationen for disse observationer er imidlertid ukendt og derfor kan der ikke siges noget eksakt om nøjagtigheden af startværdierne for position. Det antages dog, at nøjagtigheden af startværdierne i plan og højde er henholdsvis 1 cm og 1.5 cm. De enkelte GPS-koordinater, f.eks. for North og East, er korrelerede med hinanden, men da heller ikke størrelsen af denne korrelation umiddelbart er tilgængelig, ses der bort herfra ved opstillingen af \mathbf{P} . Nøjagtigheden af startværdierne for hastighed afhænger af i hvilken udstrækning bilen står stille umiddelbart inden start. Det skønnes at nøjagtigheden af de tre startværdier for hastighed er 0.2 cm/sek. At nøjagtigheden ikke sættes til nul skyldes at f.eks. vind påvirker, at INS'et ikke er fuldstændigt stillestående ved start.

Som følge af ovenstående får kovariansmatricen, der beskriver nøjagtigheden på startværdierne, og dermed nøjagtigheden på elementerne i kalman-filtrets tilstandsvektor, følgende udseende:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_{\delta p^{LLN}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\delta p^{LLE}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\delta p^{LLD}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta v^{LLN}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta v^{LLE}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\delta v^{LLD}}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.01^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.015^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.002^2 (\text{m/sek.})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.002^2 (\text{m/sek.})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.002^2 (\text{m/sek.})^2 \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

Som beskrevet i *Afsnit 6.2.2 under "Prædiktionsligninger"* skal kalman-filtret endvidere have en kovariansmatrice, \mathbf{Q}_{IMU} , for observationerne fra IMU'en som input. Denne kovariansmatrice opstilles ud fra spredningerne fundet i [Eistrup m.fl., 2005, s. 16], idet disse dog først omregnes til henholdsvis m/sek.² og rad/sek. Resultatet er at \mathbf{Q}_{IMU} har følgende udseende:

$$\mathbf{Q}_{IMU} = \begin{bmatrix} \sigma_{f^{bx}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{f^{by}}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{f^{bz}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{bx}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{by}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\omega^{bz}}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{IMU} = \begin{bmatrix} 0.0029^2 (\text{m/sek.}^2)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0038^2 (\text{m/sek.}^2)^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0036^2 (\text{m/sek.}^2)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0041^2 (\text{rad/sek.})^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0040^2 (\text{rad/sek.})^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0048^2 (\text{rad/sek.})^2 \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

Endelig skal kalman-filtret som input have en kovariansmatrice \mathbf{R} , der beskriver nøjagtigheden for observationerne til filtret, dvs. nøjagtigheden for positioner og hastigheder bestemt vha. RTK. Det vides ikke hvilken kvalitet RTK-hastighederne har, men det antages at nøjagtigheden er 5 cm/sek. Dermed har \mathbf{R} følgende udseende:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sigma_{PGPS}^{2, LLN} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{PGPS}^{2, LLE} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{PGPS}^{2, LLD} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{VGPS}^{2, LLN} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{VGPS}^{2, LLE} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.02^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.02^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05^2 \text{ (m/sek.)}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05^2 \text{ (m/sek.)}^2 \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

7.5 Kontrol af resultater

For at kunne vurdere INS'ets ydelse ønskes der foretaget en løbende kontrol af INS'ets bestemmelser af position og orientering. Når INS'et under testkørslen ikke bliver støttet med positioner og hastigheder bestemt af RTK, kan RTK og ADU'en anvendes til en løbende kontrol af INS'ets navigationsløsning. Når INS'et bliver støttet undervejs med RTK, dvs. når dette fungerer som et GPS-støttet INS, haves der, for så vidt angår position og hastighed, ikke nogen overlegen reference, der kan fortælle om navigationsløsningen bestemt af det integrerede system er bedre end den navigationsløsning, der kan bestemmes f.eks. vha. RTK-GPS alene. Ved at simulere GPS-udfald under testkørslen og at sammenligne INS'ets navigationsløsning med den bestemt af RTK-GPS kan der dog fås et indtryk af INS'ets ydelse. Endelig kan orienteringsbestemmelsen vha. det GPS-støttede INS naturligvis kontrolleres vha. ADU'en.

INS'et bestemmer en navigationsløsning med ca. 134 Hz, mens RTK-GPS leverer en navigationsløsning med 1 Hz. Det er klart, at der typisk ikke vil være en navigationsløsning fra INS'et til samme tidspunkt som der vil være en navigationsløsning fra RTK. For at kunne bestemme en afvigelse mellem INS og RTK foretages derfor en lineær interpolation mellem INS'ets navigationsløsning bestemt umiddelbart inden og umiddelbart efter en RTK-observation. Denne interpolation foretages som forklaret i *Afsnit 6.2.3*. Ved som valgt at interpolere mellem to navigationsløsninger bestemt af INS'et er det kun muligt at bestemme afvigelser til tidspunkterne for RTK-observationer. Til gengæld er fejlen som følge af en interpolation over 1/134 sek. meget mindre end fejlen ved en interpolation over 1 sek. mellem to RTK-observationer, der ellers vil muliggøre en bestemmelse af afvigelser med ca. 134 Hz.

Når ADU'en er monteret ift. IMU'en som forklaret i *Afsnit 7.1.1*, svarer ADU'ens rotationsvinkler κ , ε og ϕ til henholdsvis pitch, roll og yaw, idet pågældende rotationsvinkler angiver rotationen omkring henholdsvis y^b -, x^b - og z^b -aksen (i body-frame). Men for at kunne sammenligne disse vinkler med pitch, roll og yaw bestemt vha. INS'et og dermed kontrollere INS'ets orienteringsbestemmelse er det nødvendigt at de to sæt af rotationsvinkler er defineret på ækvivalent vis angående rækkefølgen af rotationerne og angående hvorvidt rotationerne foregår om meddrejede eller fastholdte akser.

κ , ε og ϕ er defineret som rotationer af ADU'ens koordinatsystem (dvs. koordinatsystemet fastlagt af ADU'ens antenner, ADU-frame) omkring fastholdte akser i rækkefølgen ϕ , κ og ε . For yderligere detaljer henvises til [Eistrup m.fl., 2005, s.35-38].

Det er ved kontrol af INS'ets orientering naturligvis en mulighed direkte at omsætte rotationsmatricen, \mathbf{C}_b^{LL} , i INS'et til rotationsvinkler defineret som rotationsvinklerne bestemt af ADU'en. Imidlertid omsættes i stedet rotationsvinklerne bestemt af ADU'en til en rotationsmatrice og ud fra denne rotationsmatrice samt ud fra rotationsmatricen bestemt af INS'et beregnes et sæt af sammenlignelige rotationsvinkler med ens definition. Således opstilles ud fra [Eistrup m.fl., 2005, s.37-38] vha. rotationsvinklerne fra ADU'en en rotationsmatrice, \mathbf{C}_b^{LL} , der roterer fra body-frame til LL-frame. Dernæst beregnes, ud fra denne rotationsmatrice, referenceværdier for rotationsvinklerne θ , β og γ , (defineret som hidtil). Tilsvarende rotationsvinkler beregnes ud fra rotationsmatricen, \mathbf{C}_b^{LL} , bestemt i INS'et og afvigelseerne fra referenceværdierne giver et indtryk af kvaliteten af INS'ets orienteringsbestemmelse.

Rotationsvinklerne θ , β og γ beregnes på følgende vis:

$$\theta = \arctan 2(\mathbf{C}_b^{LL}(3,2), \mathbf{C}_b^{LL}(3,3)) \quad (7.16)$$

$$\beta = -\tan^{-1}\left(\frac{\mathbf{C}_b^{LL}(3,1)}{\sqrt{1 - \mathbf{C}_b^{LL^2}(3,1)}}\right) \quad (7.17)$$

$$\gamma = \arctan 2(\mathbf{C}_b^{LL}(2,1), \mathbf{C}_b^{LL}(1,1)) \quad (7.18)$$

[Farrell, 1999, s. 46]

hvor f.eks. $\mathbf{C}_b^{LL}(3,2)$ angiver det element der står i 3. række og i 2. søjle i \mathbf{C}_b^{LL} . Hvordan \mathbf{C}_b^{LL} er opbygget ud fra θ , β og γ fremgår af ligning (7.11). $\mathbf{C}_b^{LL^2}(3,1)$ angiver det element der står i 3. række og i 1. søjle i matricen $\mathbf{C}_b^{LL^2} = \mathbf{C}_b^{LL} \cdot \mathbf{C}_b^{LL}$. Funktionen $\arctan 2$ er en såkaldt fire-kvadrant invers tangensfunktion, hvis output er beliggende i intervallet $[-\pi; \pi]$. Beregningen af rotationsvinklerne θ , β og γ ud fra ADU'ens observationer foretages i scriptet *konverteringADU.m*. Beregningen af rotationsvinklerne θ , β og γ ud fra INS'ets rotationsmatrice er en integreret del af scriptene *INS.m* og *RTKINS.m*.

7.6 Software

Som afslutning på dette kapitel gives en samlet oversigt og det anvendte software. Oversigten i Figur 7-11 viser, hvordan data flowet er fra indsamlingen af data til den endelige navigationsløsning. Der er under de forskellige trin i forløbet listet de anvendte scripts og hvilket output det giver. Samtlige scripts findes på *Bilag 1 – CD-ROM* under nærværende kapitel.

Datalogning:

Der er på hver af de tre pc'er anvendt tre scripts til at logge data. Det første script i hver kasse er main scriptet, her i sættes hvor lang tid der skal logges data og hvilke filer data og tidsstempling skal gemmes i. Main scriptet initialisere forbindelsen til det pågældende instrument ved at kalde script nummer to, som så også behøver den tredje fil (.mat), som indeholder parametre vedrørende opsætningen af forbindelsen. For opsætning af ADU5 se *Appendiks F*, mens der for RTK-GPS henvises til [Leica, 2002] og de anvendte scripts.

Efterprocessing:

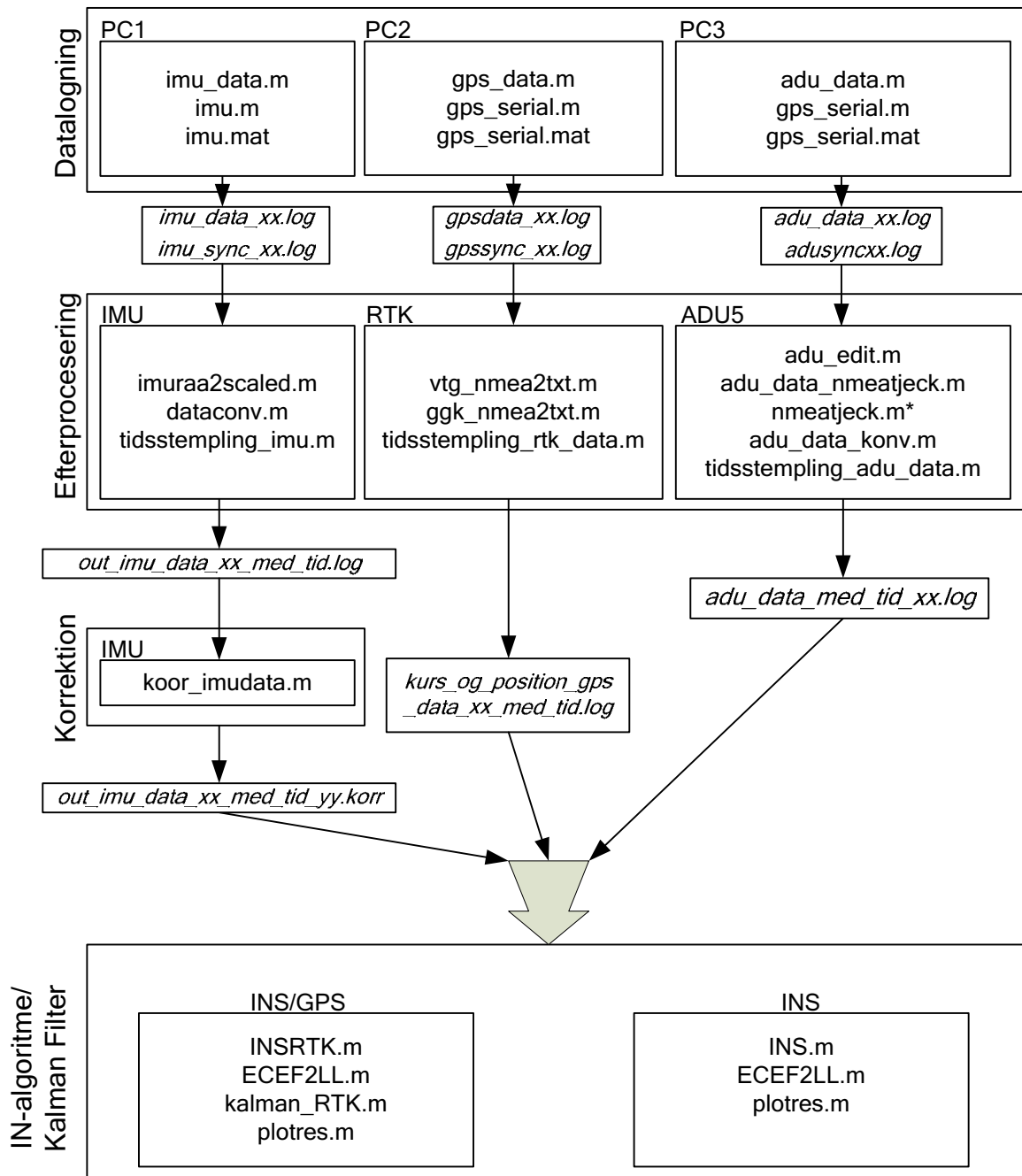
For IMU'ens vedkomne konverteres de binære data fra datalogningen til Scaled data, som beskrevet i *Appendiks D*. Længde/bredde, kurs, vinkler og vinkelændringer konverteres til radian, så det kan anvendes i MatLab. IMU og RTK-GPS data relateres til hinanden via tidsstemplingen fra filerne *imu_sync_xx.log* og *gpsync_xx.log*. *nmeatjeck.m* er ikke projektet-gruppens eget script. Outputtet fra efterprocessingen er således tre filer indeholdende en tidsstempling og data fra pågældende instrument.

Korrektion

Under korrektion korrigeres IMU data for de systematiske fejl, som er bestemt under laboratoriekalibreringen i Kapitel 5. Outputfilen fra *korr_imudata.m* er *out_imu_data_xx_med_tid_xx.korr*, *xx* angiver hvilken kørsel data stammer fra og *yy*, hvordan observationerne er korrigeret. Dette gælder dog kun for inputtet til INS, da korrektionen af IMU data er indbygget i INS/GPS i scriptet.

IN-algoritme/Kalman filter

Når data er korrigeret er det klar til blive beregnet i hhv. *INS.m* og *INS/RTK.m*. *INS.m* beregner en navigationsløsning udelukkende på grundlag af IMU'en, dog fås startværdier til positionen fra RTK-GPS. *INSRTK.m* beregner navigationsløsningen på grundlag af det GPS-støttede INS med Kalman filter, *INSRTK.m*. *INSRTK.m* og *INS.m* er main scripts, hvor de andre understående scripts kaldes igennem. *ECEF2LL.m* konverterer som navnet også siger GPS-observation fra ECEF-frame til LL-frame. *Kalman_RTK.m* indeholder de opstillede Kalman filter og scriptet kaldes for hvert gennemløb af filtret. *Plotres.m* plotter resultaterne fra hhv. *INSRTK.m* og *INS.m*.



Figur 7-11: Software oversigt

7.7 Afrunding

I dette kapitel er der redegjort for den fysiske opbygningen af det integrerede INS/GPS, så det nu er muligt at foretage forsøgskørsler. Gennem beskrivelsen af monteringen af de anvendte instrumenter er det sikret, at instrumenterne er orienteret korrekt ift. til hinanden og at der ved datalogningen indhentes de data som forudsættes af INS og Kalman Filtret. Der er desuden redegjort for valg af koordinatsystem til at navigere i, samt startværdier til hhv. INS og Kalman filter. I det næste kapitel planlægges det hvor det muligt at udføre forsøgskørslerne, så der så vidt muligt haves konstant frit udsyn til satellitterne. Resultaterne af det implementerede system gives i Kapitel 9.

8

PLANLÆGNING OG UDFØRELSE

Dette kapitel beskriver planlægningen og udførelsen af de gennemførte forsøgskørsler. Det skal planlægges på hvilken vejstrækninger forsøgskørslerne udføres på og hvor lang tid kørslen skal vare.

8.1 Planlægning af rute

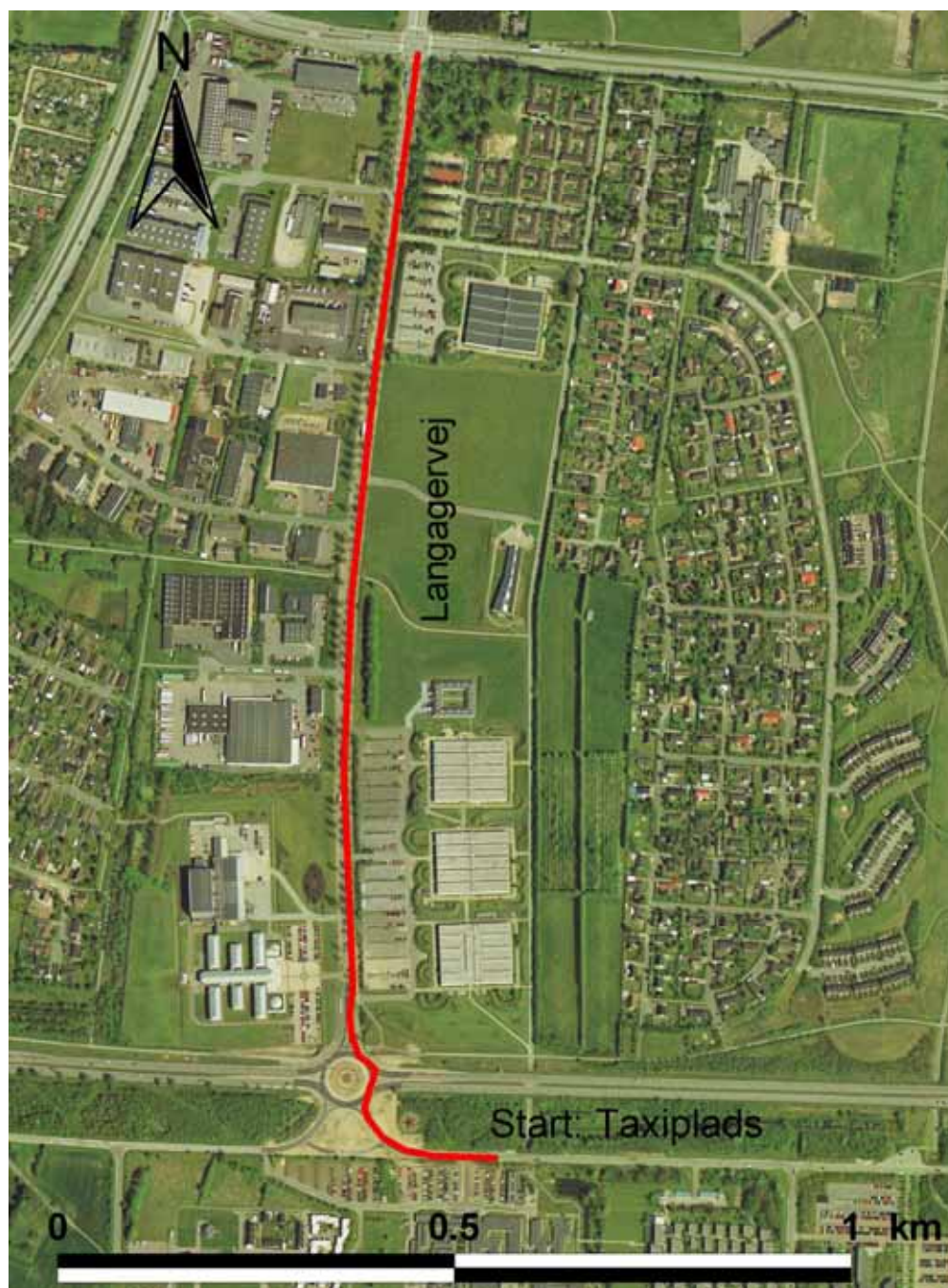
Ruten til forsøgskørslerne skal have samme udgangspunkt som de forsøgskørsler projektgruppen udførte på 9. semester for at have mulighed for at sammenligne resultaterne af laboratoriekalibreringen med den simple kalibrering fra sidste semester. Turen tager derfor udgangspunkt i den samme taxiholdplads¹ som 9. semester, dennes placering ses på Figur 8-1 næste side. Ruten gik sidste semester fra holdepladsen og hen igennem rundkørslen som vist på Figur 8-1, men kort efter rundkørslen blev der drejet til højre. Kort efter højresvinget er det imidlertid erfaret, at der altid er udfald p GPS'en, hvilket der ikke må være på de nye forsøgskørsler. Derfor vælger projektgruppen i stedet, at lade forsøgskørslerne fortsætte lige op ad Langagervej, hvor de gennem forinden er testet, at der ikke vil være udfald. Det er vigtigt, at der undgås udfald på GPS'erne, fordi det for RTK-GPS'en vedkomne vil betyde, at referencen til INS'et mistes, og at det der vil mangle observationer til det GPS-støttede INS. For ADU5's vedkomne vil muligheden for kontrol af orienteringen fra INS og INS/GPS ikke være til stede.

Det fastsættes, at turen ikke skal vare mere end 180 sek., hvilket passer cirka med, at der nås op til et lyskryds(Humlebakken). Turen er afgrænset til 180 sek., da der jf. Foranalysen vil en så stor fejlophobning pga. de tilfældige fejl, at de ikke er realistisk, at anvende IMU400CC-100 til navigeringen længere.

8.2 Udførelse

Under udførelsen af forsøgskørslerne skal der forinden en tur påbegyndes, holdes stille i et minut, hvor der indsamles data fra IMU'en. Disse skal anvendes til at beregne den indledende orientering (*bank og elevation*), som beskrevet under forrige kapitel *Afsnit 7.4 Startværdier til INS/GPS*. Det er i dette minut vigtigt, at projektgruppen som opholder sig i bilen sidder så stille som muligt for at sikre den en korrekt indledende orientering. En forsøgskørsel vil så foregå som følgende, at der holdes stille i 60 sekunder og derefter køres i 180 sekunder, så den samlede tid for en kørsel vil være 4 minutter.

¹ Taxiholdepladsen ligger 100m nord for Fibigerstræde 11, hvis bygninger ligger 0.5 på målestokken og det jo her Landinspektørerne holder til.



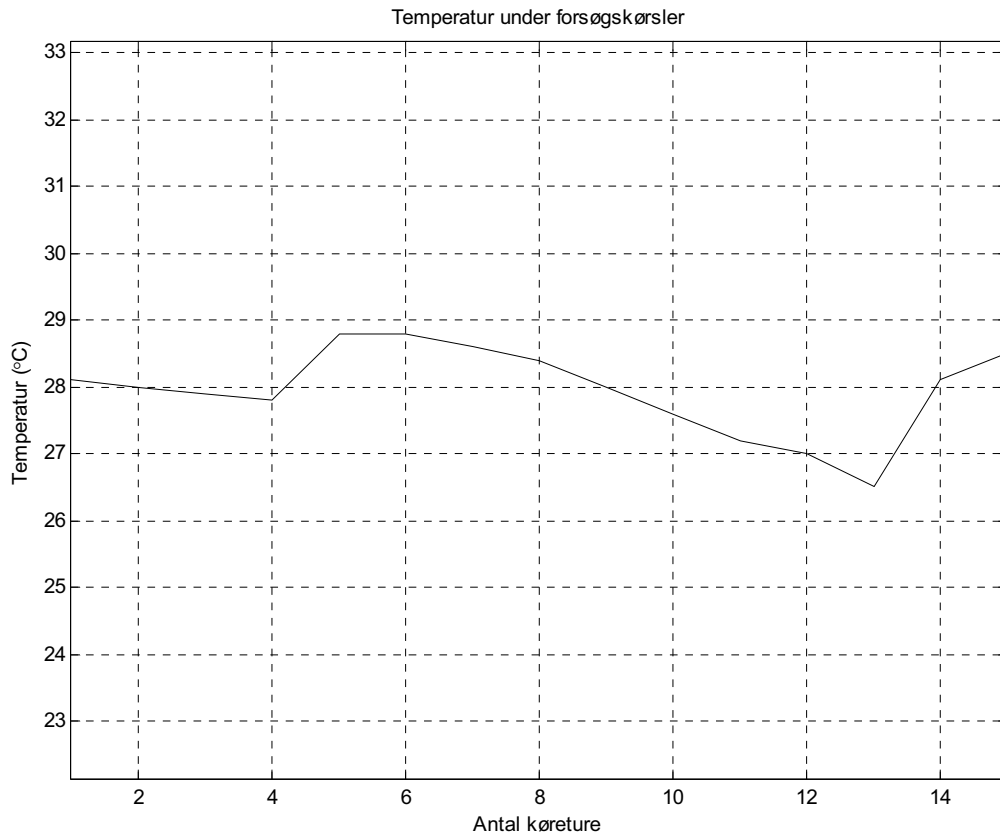
Figur 8-1: Oversigt over ruten til forsøgskørslerne

Forsøgskørslerne blev udført tirsdag d. 10 maj, hvor der blev foretaget 13 køreture, som benævnes tur nr. 10-22. Af disse 13 ture forekom der GPS udfald på 7 ture, nedenstående tabel (Figur 8-2) viser hvilke.

Tur	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Forløb	ok	ok	ok	uf.	uf.	uf.	ok	uf.	ok	ok	uf.	uf.	uf.

Figur 8-2: Tabellen viser hvordan de enkelte køreture forløb, uf. betyder at der forekom GPS udfald.

Et af kravene til forsøgskørslerne var, jf. kap. 7, at IMU'en skulle have samme temperatur som i laboratoriet ved kalibreringen. Nedenstående Figur 8-2 viser temperaturen ved samtlige kørsler og det ses, at temperaturen ligger ret konstant omkring 28, hvilket svarer til temperaturen i laboratoriet, som var 24-28 °C.



Figur 8-3: Temperatur som funktion af antal forsøgskørsler.

9

RESULTATER OG VURDERING

Kapitlet omhandler kalibreringen af de indsamlede observationer fra *Kapitel 8* og processen, når disse kalibreres med de beregnede systematiske fejl fra *Kapitel 5*. Kapitlet har således til formål at bestemme med hvilken nøjagtighed det er muligt at bestemme en position og orientering når IMU'en kalibreres vha. middelværdierne for de systematiske fejl. Anden del af kapitlet har til formål at afklare hvordan integrationen mellem GPS og INS virker, hvor efter der undersøges hvor godt denne integration virker under GPS-udfald.

9.1 Resultater og vurdering af kalibrering

Kalibreringen af de systematiske fejl, beregnet i *Kapitel 5*, sker trinvis for at få et overblik over, hvilken effekt det giver at kalibrere for de enkelte systematiske fejl. Der gennemgås jf. nedenstående punktopstilling, hvilke afvigelser INS'et vil resultere i, hvis der ikke foretages en kalibrering for systematiske fejl. Derefter kalibreres for bias på accelerometre og gyroer og resultaterne for denne kalibrering præsenteres, hvor efter det vurderes, hvilken effekt det giver at kalibrere for skalafejlene på hhv. accelerometre og gyroer.

- Uden kalibrering
- Kalibrering for accelerometer- og gyrobias
- Kalibrering for gyroskalafejl
- Kalibrering for accelerometerskalafejl

9.1.1 Korrektion af observationer

De indsamlede IMU observationer fra køreturene skal korrigeres for de systematiske fejl, inden de benyttes i INS'et. Korrektionerne foretages med udgangspunkt i formlerne 2-1 og 2-2 fra *Kapitel 2 Foranalysen*, som udtrykker sammenhængen mellem de systematiske fejl og en observation. De to formler fra *Foranalysen* indeholder flere systematiske fejl, end der er blevet bestemt i *Afsnit 5.5 Resultater af kalibrering*, og derfor sættes de fejl, som ikke er blevet bestemt til nul. Formlerne kan omskrives til de to nedenstående formler, som viser, hvordan de indsamlede observationer skal korrigeres.

$$f^{bx} = \frac{\tilde{f}^{bx} - B_{f^{bx}}}{1 + S_{f^{bx}}} \quad (9.1)$$

$$\omega^{bx} = \frac{\tilde{\omega}^{bx} - B_{\omega^{bx}}}{1 + S_{\omega^{bx}}} \quad (9.2)$$

Formel 9-1 indeholder ikke noget udtryk for non-linearitet, selv om bestemmelsen af skalafejlen er sket ved input på ± 0.2 g og ± 1 g. Denne non-linearitet implementeres i stedet ved at benytte de to forskellige værdier for skalafejlen afhængigt af inputtets størrelse. De to formler er implementeret i scriptet *korrr_imudata.m*, som findes i *Bilag 1*.

9.1.2 Beregning af position og orientering

Beregningen af bilens position og orientering foretages vha. den *udvidede IN-algoritme*, som er beskrevet i *Appendiks C*. Algoritmen er tilrettet, så LL-frame (tangentplanet) ikke flytter sig ift. ECEF-frame.

Som følger af, at observationerne fra de enkelte køreture kalibreres mere en én gang, indføres et kalibrerings id, som angiver hvilke systematiske fejl, den enkelte køretur er kalibreret for. En detaljeret beskrivelse findes i *Bilag 5*. F.eks. er filen *10_02_2D_NE.emf* et plan plot af køretur nr. 10 og datasættet er blevet kalibreret for gyro- og accelerometerbias.

Resultaterne af de enkelte beregninger dokumenteres gennem forskellige filer og plots, som alle er at finde i *Bilag 1*. Hvad de forskellige plots og filer indeholder, kan ses af Figur 5-5 i *Bilag 5*.

Der foretages kun beregninger af position og orientering for de køreture, hvor der ikke forekommer GPS-udfald, jf. *Afsnit 8.2*. Dette betyder, at der kun beregnes resultater for seks køreture (Nr.: 10, 11, 12, 16, 18, 19).

9.1.3 Vurdering af kalibreringerne

Resultaterne af de enkelte kalibreringer fra den ovenstående punktopstilling vurderes ved at se på nøjagtigheden af positionen og orientering for INS'et ift. RTK-positionen og ADU5 orienteringen, som en funktion af tiden. Beregningen ses af nedenstående formel.

$$\sigma_{pos} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}} \quad (9.3)$$

n Antal observationer
 d Afvigelsen mellem INS til tiden t og GPS til tiden t

Yderligere bestemmes præcisionen, som vil blive omtalt som spredningen på afvigelsen. Præcisionen er beregnet ud fra nedenstående formel.

$$\sigma_{afv} = \sqrt{\frac{\sum (\mu - d)^2}{n - 1}} \quad (9.4)$$

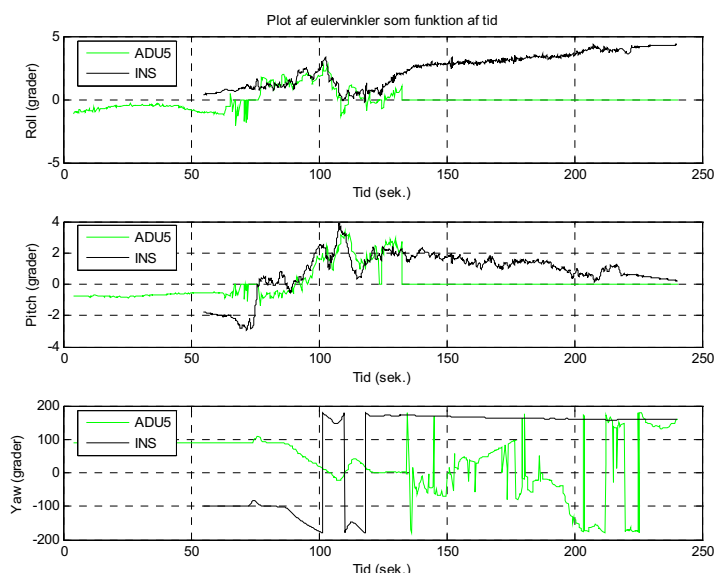
n Antal observationer
 d Afvigelsen mellem INS til tiden t og GPS til tiden t
 μ Middeltallet af de målte afvigelser

Disse fremkommende kvalitetsudtryk, er præsenteres under de enkelte kalibreringer, og ses i sammenhæng i *Bilag 5*.

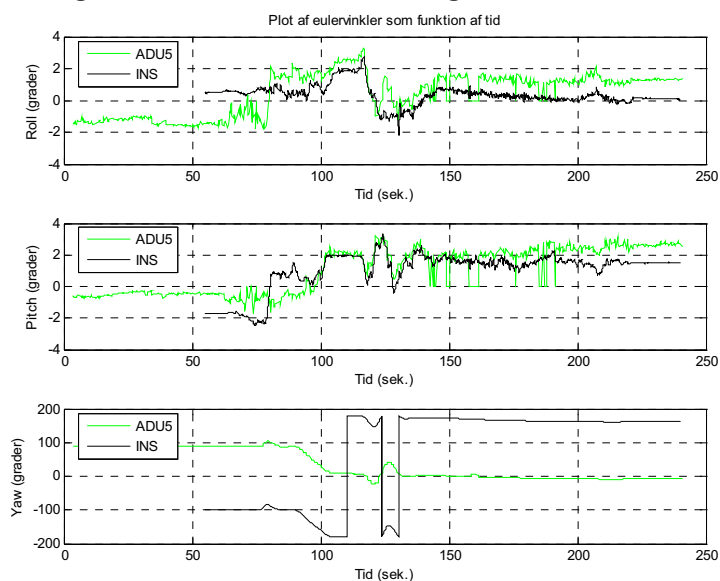
9.1.4 Kontrol af INS

Resultaterne fra ligningerne i forrige afsnit udtrykker, hvor nøjagtigt den enkelte kalibrering er. Inputtet til disse to ligninger er afvigelsen mellem positioner og orienteringer beregnet ud fra INS'et, og positioner og orienteringer målt med RTK-GPS og ADU5.

At sammenholde INS'ets orienteringsbestemmelse med ADU'ens orienteringsbestemmelse har imidlertid ikke vist sig praktisk muligt. De to nedenstående plots (Figur 9-1 Figur 9-2) viser et generelt billede af sammenhængen mellem INS'ets orienteringsvinkler og orienteringsvinklerne fra ADU5. I samtlige af de 6 køreture er afvigelserne mellem 1-2 grader for den første del af køreturen. I tidsrummet ca. 100-150 sek., er der som regel størst lighed. Dette tidsrum har vist sig at være det tidsrum, hvor bilen befinder sig omkring rundkørslen, hvor der også er bedst udsyn til satellitterne. ADU5 vinklernes store udsving i starten og i slutningen af turene, formodes at være forårsaget af træer, der skygger for signalet. Taxiholdepladsen, hvor fra køreturene starter, er placeret ved en lille skov, mens turen op langs Langagervej også er afskærmet af træer, hvilket dog tidligere er testet til ikke at have nogen indflydelse.



Figur 9-1: Plot af vinkler for INS og ADU5, køretur 16.



Figur 9-2: Plot af vinkler for INS og ADU5, køretur 12.

Metoden hvorpå der blev indsamlet observationer fra ADU5, gjorde at det ikke var muligt at registrere et signal udfald under kørslen, hvilket har betydet, at signal udfaldet først er konstateret efterfølgende.

Denne usikkerhed mht. kvalitet af vinklerne, bestemt vha. ADU5, gør, at disse observationer fravælges at arbejde videre med. Dette betyder, at nøjagtigheden af INS'et nu kun vurderes mht. positionen, og ikke orienteringen jf. *Problemformuleringen*.

9.1.5 Kalibrering af observationer

I det efterfølgende afsnit gennemgås kalibreringerne af de enkelte køreturer.

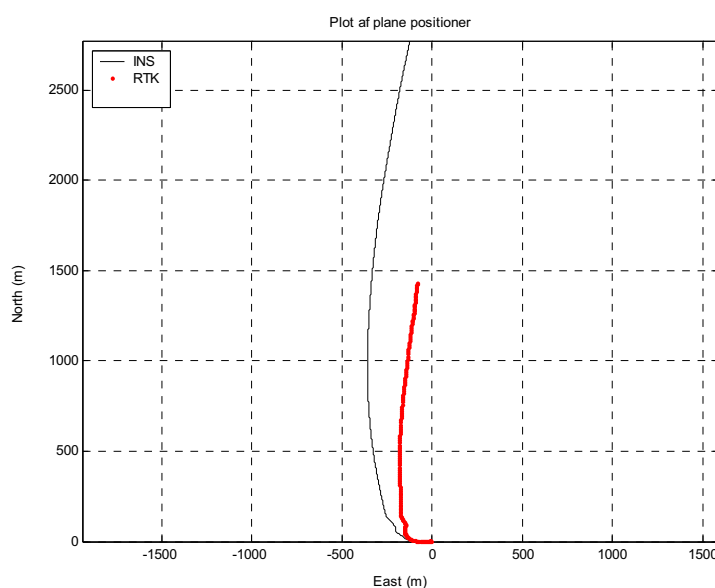
Beregning uden kalibrering (01)

Første gennemregning er for køretur nr. 10, hvor IMU observationerne ikke kalibreres inden. Resultat af denne beregning viser et billede af afvigelses størrelser, hvis observationerne fra IMU'en ikke kalibreres. For kalibreringen af de enkelte køreturer, fremstilles der forskellige plots, som alle beskriver kvaliteten af INS'ets output (positionerne, hastigheder og orienteringer). De væsentligste plots vil blive fremhævet og kommenteret ellers henledes læserens opmærksomhed til *Bilag 1*, hvor alle plots vil være at finde.

Af det nedenstående plot (Figur 9-4) ses positionerne for INS og RTK i planet. Som forventet forekommer der store afvigelser mellem INS'ets positioner og GPS positionerne. Afvigelser skyldes, at IMU observationerne ikke er korrigeret for de systematiske fejl, hvilket bl.a. har indflydelse på bestemmelsen af den indledende orientering af IMU'en. Tabellen (Figur 9-3) viser numeriske plan- og højdefravigelser mellem RTK og INS til udvalgte tidspunkter.

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
Plan afv. [m]	0.39	1.34	2.69	4.84	15.63	33.14	53.92	73.86	320.58	1321.62
Down afv. [m]	4.37	9.03	15.33	23.25	44.08	71.98	106.57	147.73	530.97	1124.75

Figur 9-3: Kalibrering 10_01, plan- og downafvigelser til udvalgte tider.



Figur 9-4: Kalibrering 10_01, rå observationer fra INS'et.

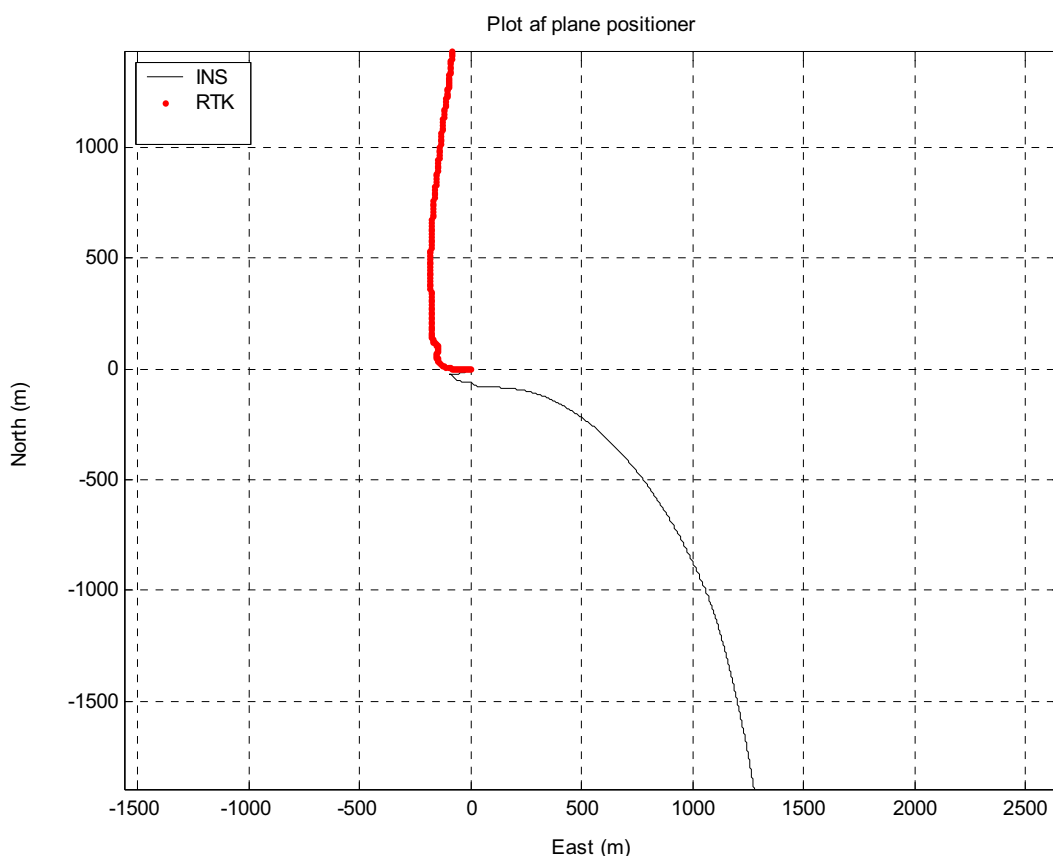
Kalibrering for accelerometer - og gyrobias (02)

Denne kalibrering omfatter kalibrering for accelerometer- og gyrobias, begge bias er fundet vha. kalibreringsmetode S2, som kan ses i Figur 5-23.

Nedenstående plot (Figur 9-6) af køretur nr. 10, viser at kalibreringen for bias vha. de bestemte værdier ikke resultere i mindre afvigelser. Samme kalibrering er efterfølgende foretaget for de resterende køreture og tendensen er den samme. Dette tyder på, at et af de benyttede bias ikke er bestemt rigtigt, eller dette har ændret sig i perioden mellem bestemmelsen af bias og køreturene. Tabellen i Figur 9-5 viser med hvilken nøjagtighed positionerne til udvalgte tidspunkter, er bestemt. Af resultatet fremgår det, at afvigelserne er størst i planet, hvilket tyder på, at fejlen skyldes gyroerne, da forkerte orienteringsvinkler sammen de tilfældige fejl får størst betydning i planen, og meget lille indflydelse på down.

Tid (s)	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.69	2.68	6.94	12.37	30.79	66.22	125.81	191.82	666.17	1460.13
σ_{afv2D} [m]	0.14	0.34	1.42	2.37	6.19	11.60	32.94	56.97	111.79	782.50
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.60	0.81	1.16	1.45	2.47	4.25	18.20	60.59
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.24	0.69	0.83	1.10	1.91	6.10	5.75

Figur 9-5: Kalibrering 02, kalibrering for accelerometer- og gyrobias vha. Metode S2



Figur 9-6: 10_02 Kalibrering for acc.- og gyrobias vha. Metode S2

I *Afsnit 7.4 Startværdier til INS/GPS* beskrives, hvordan det er nødvendigt at starte hver køretur med, at holde stille i 60 sek. for at indsamle acceleration til at bestemme IMU’ens indledende orientering. I dette tidsrum indsamles der også gyroobservationer, der kan benyttes til at bestemme et nyt gyrobias. Dette bias indeholder Jordens rotation samt det G-afhængige bias (svarende til gyrobias bestemt ved Metode S1). Erstattes det benyttede gyrobias, med biaset bestemt inden køreturene starter, fås en markant bedre effekt af kalibrering (Kalibrering 03).

Nedenstående tabel (Figur 9-7) viser resultatet, når det nye gyrobias fra marken benyttes. Det ses, at nøjagtigheden stiger, samtidig med at positionerne er bedre bestemt. Forbedringerne er dog mest markante i planen, mens resultatet i down er tæt på uændret.

Tid (s)	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.46	0.45	1.43	2.59	7.07	13.15	21.64	42.84	212.43	1043.03
σ_{afv2D} [m]	0.31	0.22	0.92	1.75	4.48	6.89	14.43	25.64	103.50	314.05
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.59	0.84	1.34	1.94	2.98	4.29	17.15	34.64
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.19	0.47	0.64	0.73	0.94	3.12	7.51

Figur 9-7: Kalibrering 03, acc.bias beregnet vha. S2 og gyrobias beregnet inden hver køretur.

Et forsøg på at afklare, hvad årsagen er til den lave nøjagtighed i Figur 9-5, foretages der supplerende målinger for at kunne genberegne gyrobias. De supplerende målinger indsamles ca. 1 måned efter køreturene er foretaget, og består af måleproceduren *Salychev*, der gennemføres én gang med en observationstid på ca. 10 min i hver stilling. IMU’en vandretstilles vha. en rørlibelle modsat krydslibellen som blev benyttet i *Kapitel 5*, Rørlibellen benyttes da denne er mere nøjagtig end krydslibellen.

De fremkommende bias ses af Figur 9-8. Værdierne viser sig at være forskellige fra gyrobias bestemt i *Kapitel 5*, men da den supplerende måling ikke indeholder overbestemmelser, er det ikke muligt at vurdere med hvilken præcision bias er bestemt.

Salychev sup.	\mathbf{B}_{ω^b}		
Gyro bias	$B_{\omega^{bx}}$	$B_{\omega^{by}}$	$B_{\omega^{bz}}$
°/sek.	-0.0258	-0.0174	0.0411
Script	<i>Metode_S2_Salychev_accbias_u_Jord_G_af_sup.m</i>		

Figur 9-8: Gyrobias bestemt ved supplerende målinger.

Figur 9-9 viser et middel af de 6 gyrobias som bestemmes inden bilen sætter i gang. Resultatet viser et mindre gyrobias end den supplerende måling og bias bestemt i *Kapitel 5*. Hvad denne ændring af bias skyldes vises ikke.

Køretur	$B_{\omega^{bx}}(\Omega, B_{f\omega^{bx}}(0))$	$B_{\omega^{by}}(\Omega, B_{f\omega^{by}}(0))$	$B_{\omega^{bz}}(\Omega, B_{f\omega^{bz}}(1))$
°/sek.	0.0011	-0.0146	0.0072
$\sigma_{\text{Gyro bias}}$	0.0030	0.0019	0.0051

Figur 9-9: Gyrobias bestemt som et middel af de 6 køreture.

Efter at det er konstateret, at bias er ændret rejser spørgsmålet sig, om det samme er gældende for skalafejlen på gyroerne? Projektgruppen vælger at arbejde videre med kalibreringerne, hvor bias fundet inden køreturen benyttes.

Kalibrering for gyroskalafejl (04)

Denne kalibrering omfatter, at gyro observationerne kalibreres for den fundene skalafejl ved ca. $\pm 15^\circ/\text{sek}$. (Figur 5-30). Implementeringen af fejlen sker ved, at alle observationer uanset størrelse korrigeres for fejlen.

Af nedenstående tabel (Figur 9-10) ses resultatet af kalibrering 04. Kalibreringen medfører ikke nogen forbedringer de første 30 sek., mens nøjagtigheden de efterfølgende 30 sek. stiger, samtidig med at præcisionen også stiger.

Tid (s)	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.54	0.68	1.92	3.54	8.18	11.45	15.91	28.52	231.32	1060.00
σ_{afv2D} [m]	0.38	0.36	1.20	2.27	4.65	5.11	8.72	13.42	85.40	304.89
σ_{pos1D} [m]	0.15	0.33	0.60	0.85	1.41	2.03	2.97	4.12	16.25	31.32
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.10	0.17	0.42	0.64	0.75	0.94	3.13	7.82

Figur 9-10: Kalibrering 04, acc.bias beregnet vha. S2, gyrobias beregnet inden hver køretur, gyro skalafejl beregnet vha. D2

Kalibrering for accelerometreskalafejl (05-06)

De fremkommende afvigelser mellem RTK-GPS og INS fundet i [Eistrup m.fl. 2005, s. 113] viser konsekvent, at afvigelsen i down er mindre end planafvigelserne. Dette forhold tilskrives den benyttede kalibreringsmetode (Metode S1), som bestemte bias på z-accelerometret så dette indeholdte et bidrag fra skalafejlen (pga. Jordens tyngdeacceleration). Denne antagelse kommer til udtryk ved, at dette bias netop er større end de bias bestemt på de to vandrette akser [Eistrup mfl. 2005, s. 17].

Simuleringen af de tilfældige fejl i *Foranalysen* afviser imidlertid, at bidraget fra skalafejlen i et bias, bestemt vha. S1, udelukkende er afgørende for at opnå små afvigelser. Grafen i Figur 2-16 viser, at de tilfældige fejl har en afgørende rolle for, hvor små afvigelser det er muligt at opnå ved at gennemføre en kalibrering. Simuleringen viser, at efter 180 sek. er middelafrvigelsen i planen vokset til 250 m, mens middelafrvigelsen i down kun er vokset til 2 m.

Nedenstående tabel (Figur 9-11) viser nøjagtigheden, når accelerometrene kalibreres for skalafejlen ved input på ± 0.2 g ud fra Figur 5-33 (Kalibrering 05), hvilket kun har en reel effekt på afvigelserne i planen.

Indflydelsen på nøjagtigheden som følger af denne kalibrering for skalafejl, er modsat af effekten fra kalibreringen for gyroskalafejl. Nøjagtigheden stiger de første 30 sek., for derefter at aftage de efterfølgende 30 sek.

Tid (s)	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.49	0.48	1.89	3.07	7.66	13.30	19.50	33.57	250.99	1123.84
σ_{afv2D} [m]	0.31	0.20	1.40	2.26	4.49	5.08	10.74	18.83	87.86	336.87
σ_{pos1D} [m]	0.16	0.36	0.65	0.93	1.54	2.21	3.19	4.43	18.11	35.53
σ_{afv1D} [m]	0.02	0.03	0.09	0.17	0.46	0.77	0.93	1.24	5.61	13.77

Figur 9-11: Kalibrering 05, plan- og downafvigelse til udvalgte tider.

Sidste kalibrering (Kalibrering 06) omfatter kalibrering af accelerometrene, når disse udsættes for input på $\pm 1g$, hvilket reelt kun gør sig gældende for z-accelerometret. Af Figur 5-35 ses, at skalafejlen ved $\pm 1g$ beregnes til at være 0.2 %, hvilket svare til, at skalafejlen på z-accelerometeret ved $\pm 1g$ er lig 0. På baggrund her af vælges det ikke at gennemføre Kalibrering 06.

9.1.6 Afrunding

På baggrund af den gennemførte kalibrering, af de 6 køretur, sammenfattes følgende kommentar:

- På grund af omstændighederne mht. de mange GPS-udfald under dataindsamlingen, ender kalibreringen kun med at fortages af 6 datasæt, hvilket ikke betragtes som et godt statistisk grundlag. Dette betyder, at de afsluttende kommentarer mere skal ses som indicier frem for konklusioner.
- Nøjagtigheden i down ændres ikke som følger af de forskellige kalibreringer. Kalibrering 02, som betragtes som værende forkert, er nøjagtigheden den samme som i de resterende 3 kalibreringer.
- Skalafejlene på gyroerne (Kalibrering 04) medfører en øget nøjagtighed i planen, i tidsrummet 30-60 sek., mens den tilsvarende forringer nøjagtigheden i tidsrummet 0-30 sek. Modsat gældende er det for skalafejlen på accelerometrene (Kalibrering 04), hvor det er i tidsrummet 0-30 sek. nøjagtigheden øges, og i tidsrummet 30-60 nøjagtigheden forringes.
- Nøjagtighederne (i planen) for Kalibrering 03 og Kalibrering 05 er ca. de samme, hvilket tyder på, at skalafejlede ophæver hinanden.
- Gennemførelsen af kalibreringen af de 6 køreture viser, at det er muligt at bestemme et middel for de systematiske fejl og efterfølgende kalibrere IMU'ens observationer for det.

9.2 Resultater af GPS-støttet INS

I det følgende afklares det, hvordan det GPS-støttede INS i praksis fungerer. Først afklares det hvilke resultater, der opnås, når INS/GPS-integrationen implementeres som beskrevet i *Afsnit 6.2.2*, dvs. når der ikke adderes et ekstra bidrag til processtøjen i ligning (6.26). Dernæst undersøges det hvilke forbedringer, der kan opnås ved at addere et bidrag til processtøjen, dvs. når kalman-filtret tunes. Endelig simuleres GPS-udfald og det vurderes, hvor godt det implementerede INS/GPS fungerer under GPS-udfald. Alle konkrete resultater, der er beskrevet i det følgende, vedrører køretur nr. 10, men resultaterne fra de andre køreture afgiver ikke væsentligt herfra. I *Bilag 1* kan figurer, der viser resultaterne for køretur nr. 10 samt resultater for flere af de øvrige køreture ses.

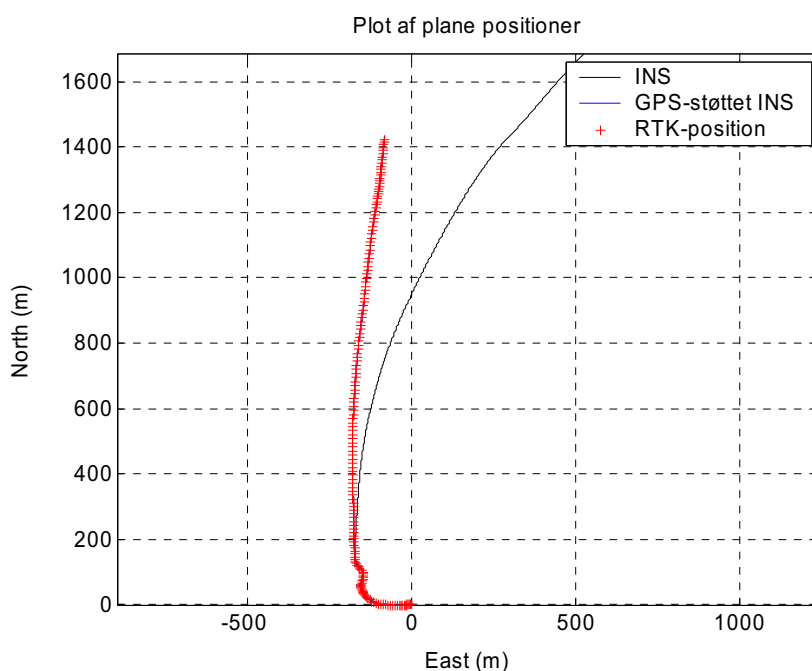
Fælles for alle test af det GPS-støttede INS er, at kalman-filtret starter til tidspunktet $t=55$ sek. Dvs. at startværdierne til det GPS-støttede INS beregnes ud fra de første 55 sekunders dataindsamling, og at

kalman-filtret gennemløber de observationer, der er indsamlet efter dette tidspunkt. De observationer fra IMU'en, der bruges i det GPS-støttede INS, er korrigeret for bias¹.

9.2.1 Resultater uden tuning

I det følgende beskrives de resultater, der er opnået vha. det GPS-støttede INS, når dette implementeres som beskrevet i *Afsnit 6.2.2*, dvs. når der ikke adderes et bidrag til processtøjen.

Figur 9-12 nedenfor viser for hele køretur nr. 10 plane positioner bestemt vha. RTK, samt plane positioner bestemt vha. INS'et, når dette ikke støttes løbende med GPS, dvs. når INS'et fungerer som i *Afsnit 9.1*. I løbet af køreturen afviger positionerne bestemt vha. dette INS naturligtvis mere og mere fra RTK-positionerne pga. den løbende fejlphobning.

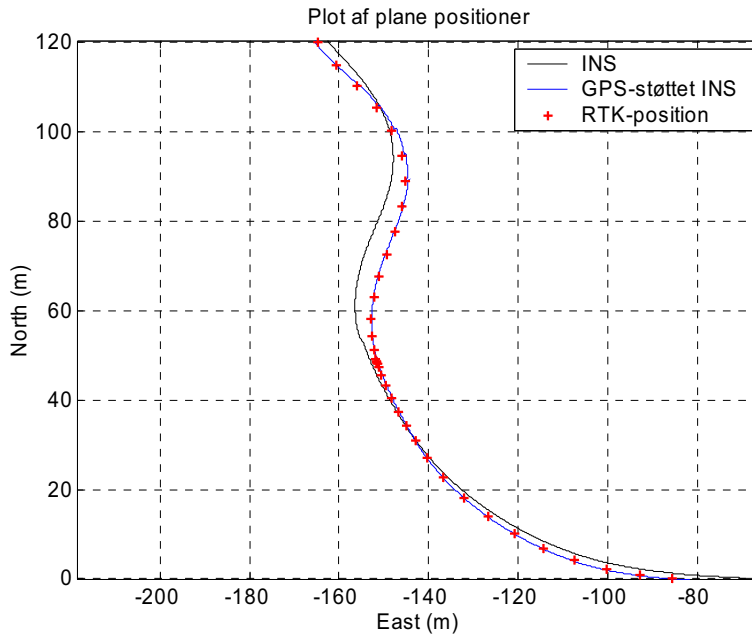


Figur 9-12. Plane positioner bestemt vha. RTK samt plane positioner bestemt vha. INS'et, når dette ikke støttes løbende med GPS.

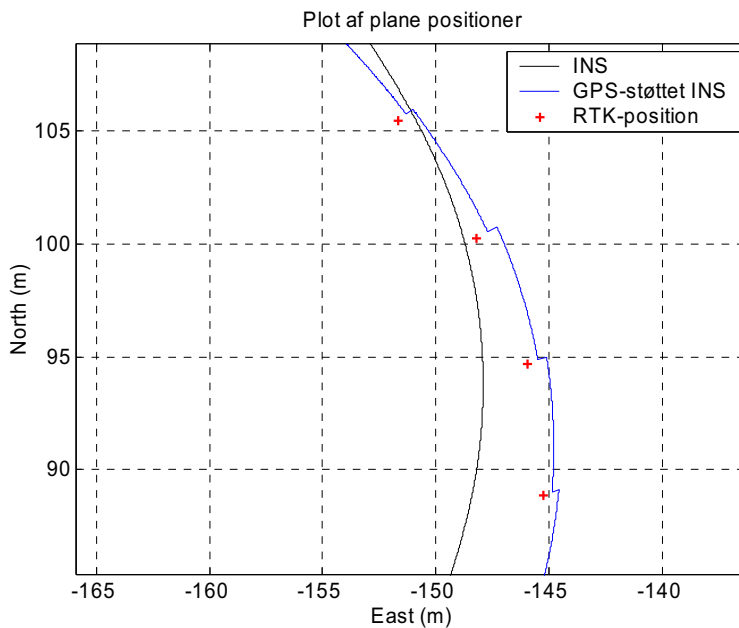
Figur 9-13 nedenfor viser for et udsnit centreret omkring (60 m; -140 m) det samme som Figur 9-12. Derudover viser Figur 9-13 plane positioner bestemt vha. det GPS-støttede INS. Som forventet følger de plane positioner bestemt vha. det GPS-støttede INS overordnet positionerne bestemt vha. RTK. Således vokser INS'ets positioneringsfejl ikke længere ubegrænset som tilfældet er, når INS'et fungerer uden støtte. Betragtes resultaterne i et endnu større målforhold (Figur 9-14 nedenfor) kan det ses, at positionerne bestemt vha. det GPS-støttede INS flytter sig i spring, hver gang en ny RTK-

¹ Undersøgelsen i dette afsnit af mulighederne ved et GPS-støttet INS er foregået sideløbende med undersøgelserne i afsnit *Afsnit 9.1*. Det betyder, at resultatet af undersøgelsen i afsnit *Afsnit 9.1* ikke har været tilgængeligt og dermed har et komplet sæt af middelværdier for de systematiske fejl ikke været tilgængeligt. På den baggrund er de observationer fra IMU'en, der anvendes i det GPS-støttede INS, korrigeret på følgende vis: Gyroerne er korrigeret vha. et middelbias bestemt i marken umiddelbart inden køreturen starter og de anvendte værdier for bias på x- og y-accelerometeret svarer til de værdier, der er bestemt i [Eistrup m.fl., 2005, s. 17]. Den anvendte værdi for bias på z-accelerometeret svarer til den værdi, der er bestemt i afsnit *Afsnit 9.1* ovenfor.

position er tilgængelig, dvs. hver gang INS'et bliver korrigeret. Eftersom beregningerne ikke foretages real-time, er det muligt at foretage en udglatning af tilstandsvektorne, således at INS'et ikke flytter sig i spring ved hver korrektion og således at der findes et estimat for INS'ets fejl, som bedst udnytter de tilgængelige observationer, såvel dem der er indsamlet op til pågældende epoke, som dem der er indsamlet efterfølgende. Der er ikke foretaget en udglatning, men ved en videreudvikling af det opbyggede INS/GPS er dette en oplagt mulighed.



Figur 9-13. Udsnit af plane positioner bestemt vha. det GPS-støttede INS, vha. RTK samt vha. INS, når dette ikke støttes med GPS.

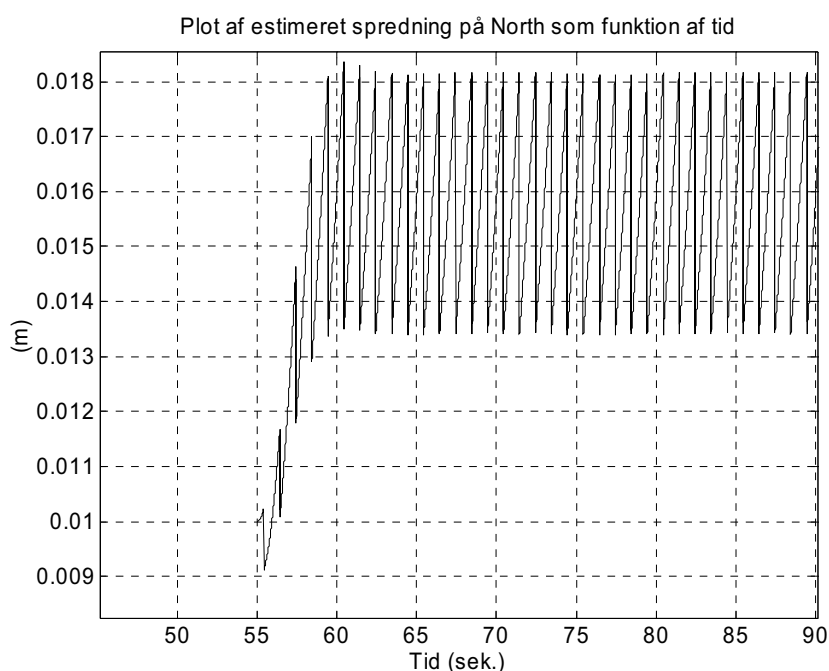


Figur 9-14. Udsnit af plane positioner bestemt vha. det GPS-støttede INS, vha. RTK samt vha. INS, når dette ikke støttes med GPS.

Det ses endvidere af Figur 9-14, at positionerne bestemt vha. det GPS-støttede INS er beliggende langt fra RTK-positionerne selv umiddelbart efter, at INS'et er blevet korrigeret vha. en RTK-position. På figur Figur 9-14 er afvigelsen op til ca. 0.5 m. RTK-positionerne har en plan nøjagtighed på ca. 2 cm og derfor er det ønskeligt, at det GPS-støttede INS følger RTK-positionerne tættere end tilfældet er. At INS'et ikke bliver flyttet tilstrækkeligt på plads af RTK-positionerne skyldes, at navigationsløsningen bestemt af INS'et vægtes for højt i forhold til RTK-positionerne. Årsagen hertil er, at fremskrivningen af kovariansmatricen \mathbf{P} for de vha. kalman-filtret estimerede fejl i INS'ets navigationsløsning, som beskrevet i *Afsnit 6.2.2 i "Prædiktionsligninger"*, ikke tager højde for alle forhold, der forringer nøjagtigheden af INS'ets navigationsløsning. Formentlig er det forhold, at \mathbf{P} ikke tager højde for den tilfældige fejl på observationerne fra gyroerne og ikke tager højde for, at der langsomt opbygges en orienteringsfejl i INS'et en afgørende årsag til, at positionerne ikke bliver korrigeret tilstrækkeligt. Dette er baggrunden for, at der i *Afsnit 9.2.2* nedenfor eksperimenteres med at ændre vægtningen i kalman-filtret.

Hvad angår bestemmelsen af Down vha. det GPS-støttede INS, fås et resultat, der svarer til det ovenfor beskrevne resultat for bestemmelsen af plane positioner. Dvs., at det GPS-støttede INS ikke i tilstrækkelig grad følger RTK, men dog holdes på plads, således at fejlene ikke vokser ubegrænset.

Figur Figur 9-15 nedenfor viser for de første ca. 35 sek. af køreturen (fra $t=55$ sek. til $t=90$ sek.) den af kalman-filtret estimerede nøjagtighed på bestemmelsen af North. Denne nøjagtighed er beregnet ud fra kovariansmatricen \mathbf{P} .



Figur 9-15. Estimeret nøjagtighed på bestemmelse af North som funktion af tid.

Det ses for det første, at grafen er "savtakket", idet spredningen falder kraftigt ifm. hver korrektion vha. RTK for derefter hurtigt at stige igen. Den overordnede tendens er, at spredningen vokser i løbet af de første ca. 5 sek (ca. frem til $t=60$ sek.) for derefter at svinge inden for et nogenlunde konstant interval. Fra tiden $t=60$ sek. til tiden $t=90$ sek. går dette interval fra ca. 13.5 mm til 18 mm, hvilket nogenlunde svarer til den forventede nøjagtighed på RTK-GPS. Idet startpositionen for INS'et

bestemmes som et middel af RTK-positioner indsamlet over 60 sek., har startpositionen en relativ stor nøjagtighed. Det er derfor naturligt, at spredningen på North efter start vokser indtil, der indtræder en ligevægtstilstand, hvor tilvækster og fald i spredning modsvarer hinanden. At spredningen stiger til start kan imidlertid også være et udtryk for, at den indledende værdi for \mathbf{P} , dvs. for startpositionens og starthastighedens nøjagtighed, er angivet for optimistisk. Jf. ligning (7-13) er disse nøjagtigheder dog sat relativt lavt og derfor forventes dette ikke at være tilfældet. F.eks. antages det, at nøjagtigheden for startværdien på North og East er 1 cm, selvom startpositionen bestemmes ud fra ca. 55 RTK-positioner.

De estimerede nøjagtigheder for bestemmelsen af East og Down, samt for bestemmelsen af hastighed i North, East og Down udviser samme generelle tendens som den estimerede nøjagtighed for North. Dvs. at nøjagtigheden falder i starten for derefter at stabilisere sig.

9.2.2 Resultater med tuning

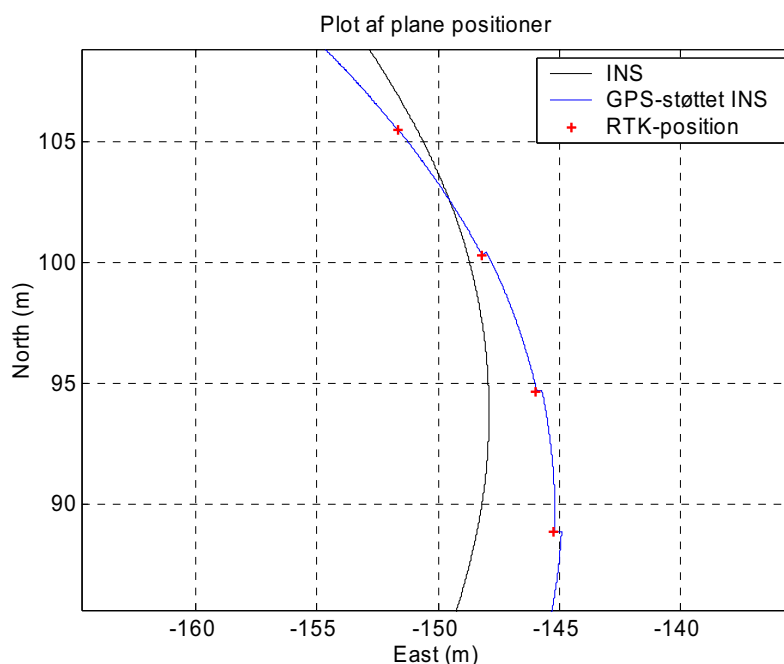
Ved tuningen af kalman-filtret er det forsøgt at addere en kovariansmatrice \mathbf{Q}_{ekstra} til udtrykket for processtøjen, således at \mathbf{P} ifm. hver fremskrivning vokser mere end ellers. \mathbf{Q}_{ekstra} tildeler en ekstra varians på position og hastighed og processtøjen beregnes, i stedet for vha. ligning (6.26), nu som:

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{G}\mathbf{Q}_{IMU}\mathbf{G}^T\Delta t + \mathbf{Q}_{ekstra} \quad (9.5)$$

Hvis afvigelserne mellem RTK og GPS-støttet INS umiddelbart efter en korrektion skal være af størrelsesorden et par cm og hvis det forudsættes, at alle diagonalelementerne i \mathbf{Q}_{ekstra} tildeles samme værdi, er det nødvendigt, at \mathbf{Q}_{ekstra} gives følgende værdi:

$$\mathbf{Q}_{ekstra} = \begin{bmatrix} 0.003^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.003^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.003^2 \text{ m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.003^2 \text{ (m/sek.)}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.003^2 \text{ (m/sek.)}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.003^2 \text{ (m/sek.)}^2 \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

Figur 9-16 nedenfor viser, for samme udsnit som Figur 9-14, resultaterne opnået vha. det GPS-støttede INS, men denne gang ved anvendelse af den nye vægtning. Det ses, at positionerne bestemt vha. det GPS-støttede INS nu kun afviger ganske lidt fra RTK-positionerne umiddelbart efter en korrektion. Bestemmelsen af Down vha. det GPS-støttede INS svarer hertil, idet Down efter en korrektion typisk kun afviger nogle få cm fra Down bestemt vha. RTK.



Figur 9-16. Ny vægtning. Udsnit af plane positioner bestemt vha. det GPS-støttede INS, vha. RTK samt vha. INS, når dette ikke støttes med GPS.

Processtøjen summeres til kovariansmatricen for tilstandsvektoren i kalman-filtret én gang for hver epoke, dvs. ca. 134 gange pr. sekund. Dvs. at \mathbf{Q}_{ekstra} repræsenterer en tilvækst i varians på henholdsvis $(0.3 \text{ cm})^2$ og $(0.3 \text{ cm/sek.})^2$ i løbet af $1/134$ sek. Dette er en stor tilvækst ift. størrelsen af første led i ligning (9.5). Ved første fremskrivning i kalman-filtret har første led f.eks. følgende størrelse:

$$\mathbf{G}\mathbf{Q}_{IMU}\mathbf{G}^T\Delta t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (3.2421 \cdot 10^{-4})^2 (\text{m/sek.})^2 & -0.0007 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 & 0.0003 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0007 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 & (2.5316 \cdot 10^{-4})^2 (\text{m/sek.})^2 & -0.0001 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0003 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 & -0.0001 \cdot 10^{-6} (\text{m/sek.})^2 & (3.1072 \cdot 10^{-4})^2 (\text{m/sek.})^2 \end{bmatrix} \quad (9.7)$$

Årsagen til, at det er nødvendigt med en så stor værdi for \mathbf{Q}_{ekstra} er, at orienteringsfejl i INS'et gør, at opbygningen af fejl i position og hastighed i løbet af én epoke er meget stor.

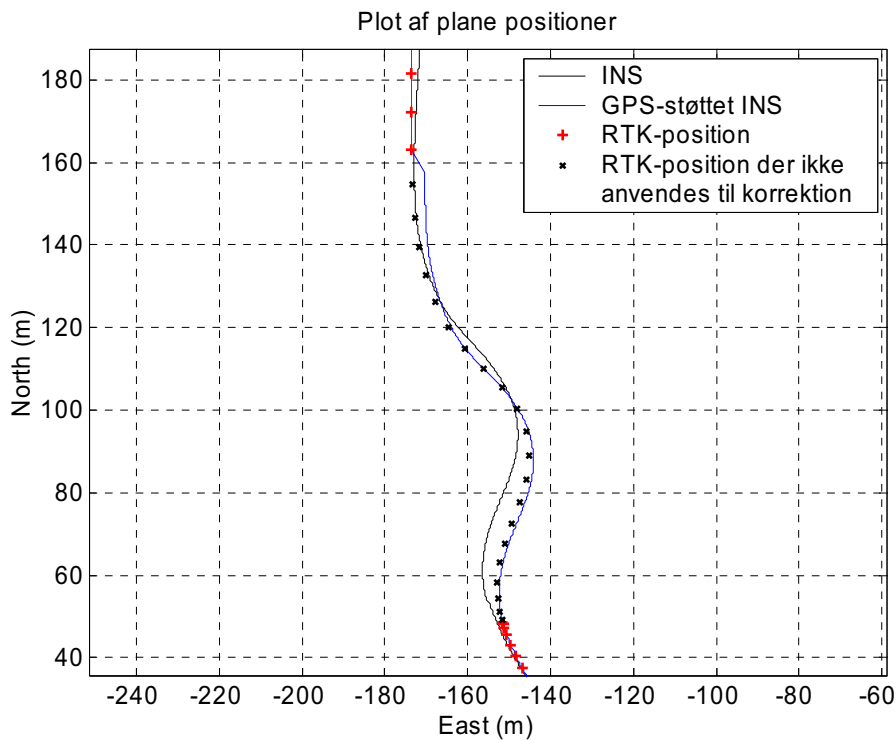
9.2.3 Simulering af GPS-udfald

For at vurdere den praktiske anvendelighed af det GPS-støttede INS simuleres i det følgende udfald på RTK. Ved at undlade at korrigere INS'et, f.eks. for en periode af 20 sek., kan det ses, hvordan INS'et vil reagere ifm. GPS-udfald. Ved simuleringerne af udfald er det tunede kalman-filter, jf. *Afsnit 9.2.2*, anvendt.

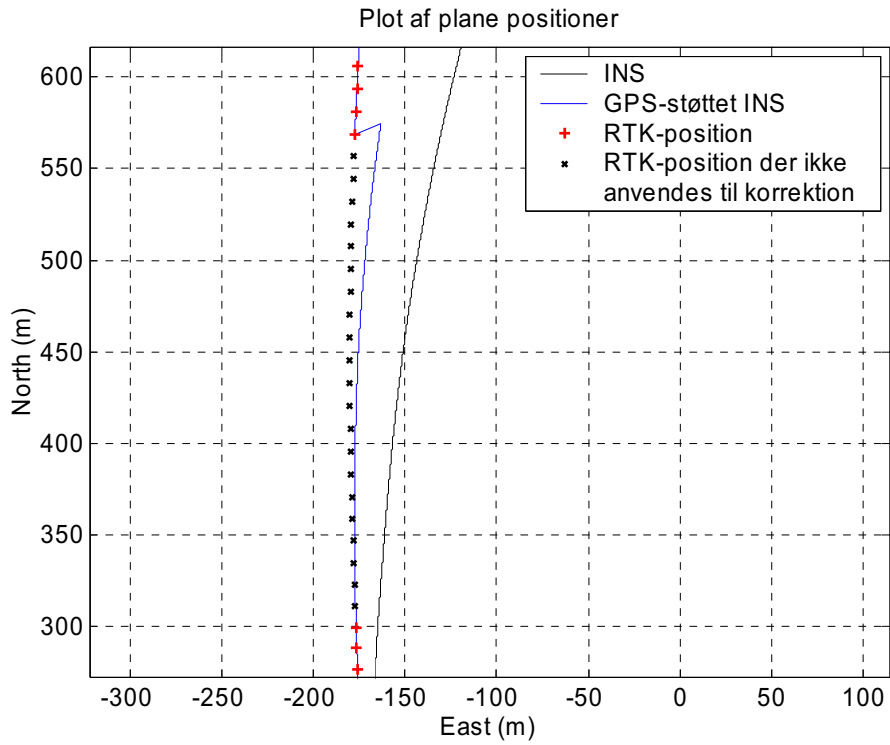
Figur 9-17 nedenfor viser således, hvordan det GPS-støttede INS reagerer, når der simuleres GPS-udfald i ca. 22 sek. (fra ca. $t=105$ sek. til ca. $t=127$ sek.). De små sorte kryds i figuren repræsenterer

RTK-positioner, der ikke anvendes til korrektion af INS'et. Det ses, at positionerne bestemt vha. INS'et (blå) under udfald hurtigt afviger indtil flere meter fra RTK-positionerne. Umiddelbart inden korrektionerne vha. RTK genoptages er positionsfejlen vokset til ca. 10 m. Det ses desuden, at så snart korrektionen vha. RTK genoptages følger INS'et igen RTK-positionerne tæt.

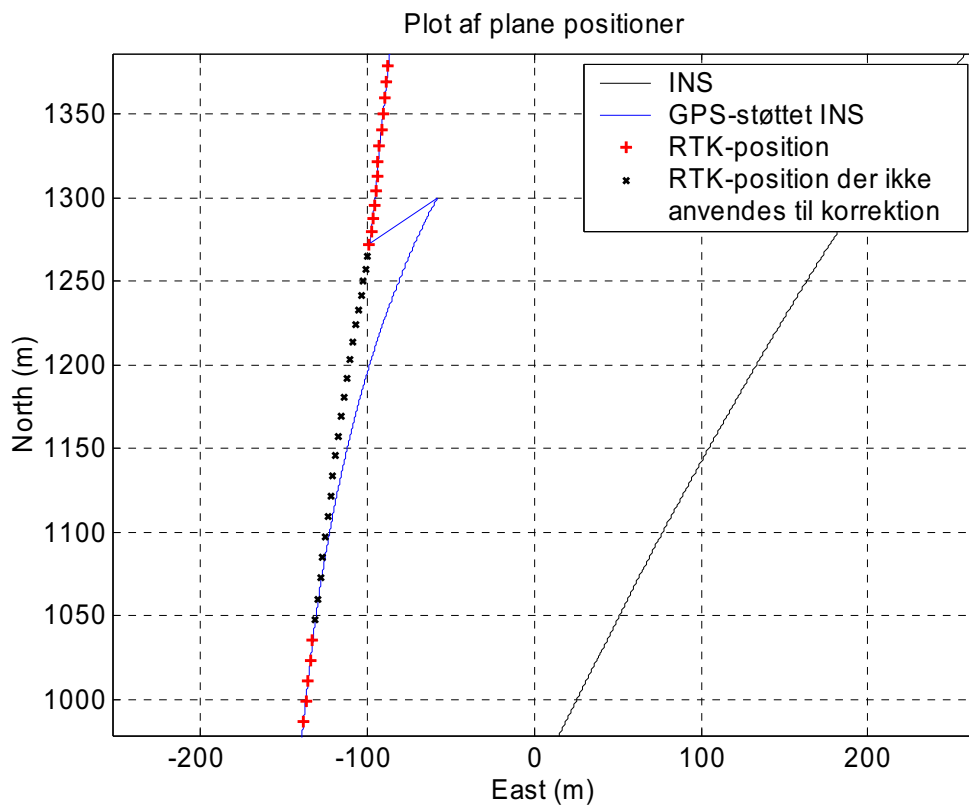
Figur 9-18 viser resultatet af at simulere RTK-udfald lidt senere under køreturen (fra ca. $t=140$ sek. til ca. $t=162$ sek.). I dette tilfælde afviger positionen bestemt vha. INS'et med ca. 15 m efter 22 sek. uden korrektion. Endelig viser Figur 9-19 resultatet af at simulere RTK-udfald under sidste del af køreturen (fra ca. $t=200$ sek. til ca. $t=222$ sek.). I dette tilfælde opbygges der endnu hurtigere en positionsfejl. Således afviger positionen bestemt vha. INS'et med ca. 60 m efter 22 sek. uden korrektion. Figur 9-20 viser bestemmelsen af Down under det sidste GPS-udfald (fra ca. $t=200$ sek. til ca. $t=222$ sek.). I down er afvigelsen ca. 0.5 m efter 20 sekunders udfald. At afvigelsen ikke er større skyldes, at fejlphobningen i Down, jf. *Afsnit 2.1.2*, går meget langsommere end fejlphobningen i planen.



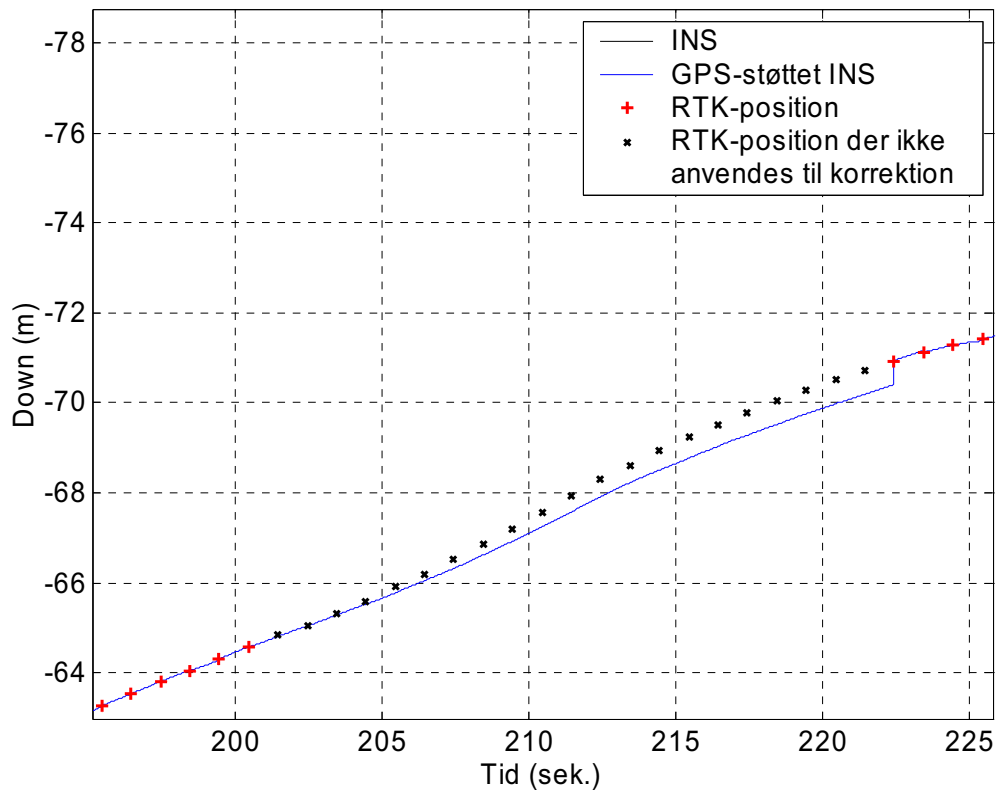
Figur 9-17. Simulering af RTK-udfald fra ca. $t=105$ sek. til ca. $t=127$ sek.



Figur 9-18. Simulering af RTK-udfald fra ca. t=140 sek. til ca. t=162 sek.



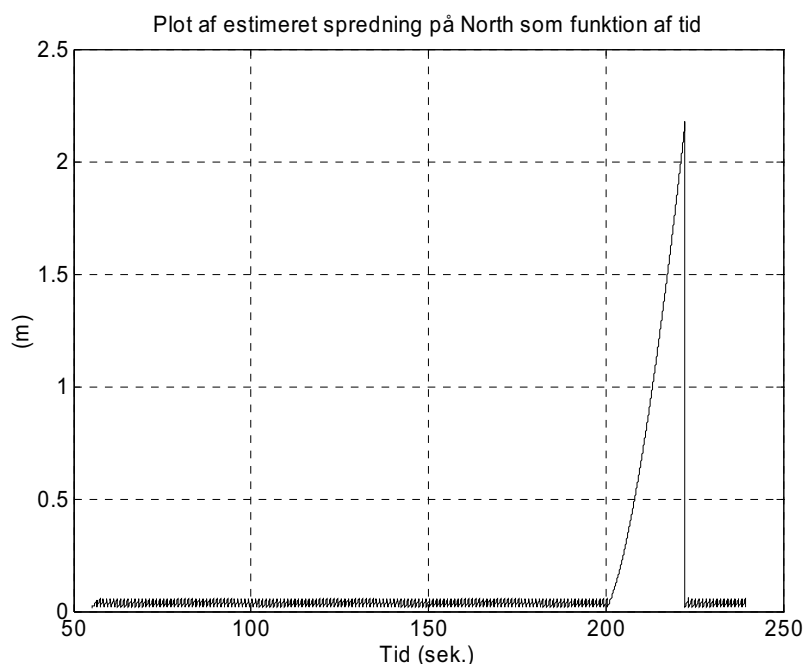
Figur 9-19. Simulering af RTK-udfald fra ca. t=200 sek. til ca. t=222 sek.



Figur 9-20. Simulering af RTK-udfald fra ca. t=200 sek. til ca. t=222 sek.

At positionsfejlen vokser stærkere under udfald på sidste del af køreturen end under udfald først på køreturen skyldes sandsynligvis, at orienteringsfejlene i INS'et, pga. gyroernes random walk, gradvis bliver større og større. Den voksende orienteringsfejl i løbet af køreturen vil betyde, at positionsfejlene vokser hurtigere og hurtigere, idet INS'et vil oprette den lokale tyngdeacceleration mere og mere forkert. Det midlertidigt ukorrigerede INS, samt INS'et, der har fungeret alene fra start, vil have de samme orienteringsfejl og forskydningen i position (positionsfejlene), som følge af orienteringsfejl vil derfor være rettet samme vej. At det midlertidigt ukorrigerede INS følger samme retning som INS'et, der har fungeret alene fra start af (se Figur 9-18 og Figur 9-19), tyder derfor på, at den væsentligste kilde til positionsfejl er en ukorrigeret orienteringsfejl.

Figur 9-21 nedenfor viser den af kalman-filtret estimerede nøjagtighed på bestemmelsen af North for hele den køretur, hvor der simuleres udfald fra ca. t=200 sek. til ca. t=222 sek. Det ses, at spredningen stiger kraftigt i løbet af GPS-udfaldet for derefter at falde brat i forbindelse med første korrektion efter udfaldet. I løbet af udfaldet når den estimerede spredning op på ca. 2.2 m, hvilket er langt under den reelle afvigelse umiddelbart inden udfaldets ophør (ca. 60 m). Dette viser, at selvom den anvendte vægtning bevirker, at det GPS-støttede INS følger RTK-positionerne tæt, så bliver usikkerheden på INS'ets fejl i planen alligevel fremskrevet for optimistisk. De estimerede spredninger for East og Down når op på samme niveau som North i løbet af GPS-udfaldet, dvs. ca. 2.2 m. Dette er en direkte følge af, at Q_{ekstra} spiller den største rolle ved beregningen af P vha. ligning (9.5) og (6.25) samt af, at Q_{ekstra} tildeler den samme spredning på North, East og Down uanset, at fejlophobningen i realiteten går væsentligt langsommere i Down end i North og East.



**Figur 9-21. Simulering af RTK-udfald fra ca. t=200 sek. til ca. t=222 sek.
Estimeret nøjagtighed på bestemmelse af North som funktion af tid.**

9.2.4 Afrunding

Det overordnede resultat af undersøgelserne af det GPS-støttede INS er, at dette ikke fungerer på en sådan måde, at dette er anvendeligt i praksis. Problemet er med stor sandsynlighed, at INS'ets orinteringsfejl vokser for hurtigt og at der ikke løbende korrigeres herfor. Hvis det GPS-støttede INS skal bruges i forbindelse med et køremønster, hvor der hyppigt stoppes op, f.eks. pga. rødt lys, er det muligt ofte at bestemme orienteringen vha. af observationer fra accelerometrene og dermed muligt at begrænse orinteringsfejlenes vækst. Imidlertid sker ophobningen i orinteringsfejl så hurtigt, at det ikke synes realistisk at holde orinteringsfejlene på et acceptabelt niveau gennem denne procedure. Ovenstående eksempler viser, at et GPS-udfald af 20 sek. varighed allerede et par minutter efter en bestemmelse af INS'ets orintering vha. accelerometrene giver meget store fejl i positionsbestemmelsen (op til 60 m). Derfor er det nødvendigt løbende at vedligeholde INS'ets orinteringsbestemmelse, f.eks. ved at korrigere orinteringen vha. kalman-filtret.

10

KONKLUSION

Målet med dette projekt har, jf. problemformuleringen, været at afklare hvilken nøjagtighed, der kan opnås på den løbende bestemmelse af ændring i position og orientering af en bil under GPS-udfald vha. IMU400CC-100, når denne anvendes i et integreret INS/GPS og når denne kalibreres vha. forudbestemte middelværdier for systematiske fejl bestemt gennem simple kalibreringsmetoder i et laboratorium.

For at afklare dette er det først blevet undersøgt hvilke muligheder, der er ved bestemmelse af de systematiske fejl under anvendelse af simpelt kalibreringsudstyr. På den baggrund er en konkret kalibreringsprocedure, der bestemmer bias og skalafejl (asymmetrisk) på accelerometrene samt bias, g-afhængig bias og skalafejl (asymmetrisk) på gyroerne, blevet fastlagt. Dernæst er der, på grundlag af daglige kalibreringer i løbet af en måned, bestemt middelværdier for disse systematiske fejl. Derefter er det blevet bestemt, hvordan et GPS-støttet INS indeholdende IMU'en kan opbygges og det er blevet klarlagt, hvordan dette system kan implementeres, samt hvordan dets ydelse kan kontrolleres. Til kontrol af positionsbestemmelsen vælges RTK-GPS og til kontrol af orienteringsbestemmelsen vælges ADU5. Endelig er det GPS-støttede INS blevet testet gennem 13 køreture.

Hovedkonklusionen er, at det kan lade sig gøre at kalibrere IMU400CC-100 vha. middelværdier for de systematiske fejl. Dog har det ikke været muligt at kalibrere i marken ved at anvende middelværdier for gyrobias og g-afhængig bias, som har vist sig meget lille og derfor uden praktisk betydning. Af figur 10-1 nedenfor fremgår de opnåede nøjagtigheder for de gennemførte test (i alt 6 kørsler) til syv forskellige tider efter start. Første række angiver nøjagtigheden i planen, og anden række angiver nøjagtigheden i højden.

Sek.	5	10	15	20	30	40	50	60	120	180
σ_{pos2D} [m]	0.49	0.48	1.89	3.07	7.66	13.30	19.50	33.57	250.99	1123.84
σ_{pos1D} [m]	0.16	0.36	0.65	0.93	1.54	2.21	3.19	4.43	18.11	35.53

Figur 10-1: Nøjagtigheden på bestemmelsen af ændring i position vha. IMU400CC-100. Beregnet ud fra 6 køreture.

At nøjagtighederne er bestemt ud fra 6 køreture betyder, at usikkerheden på disse er stor, og tallene skal derfor kun opfattes som en grov indikation af hvilken nøjagtighed, der kan opnås.

Hvad angår nøjagtigheden på orienteringsbestemmelsen vha. det GPS-støttede INS, har ADU5 ikke vist sig velegnet til i praksis at kontrollere denne, i det mindste ikke under de i forbindelse med testen

gældende omstændigheder. Derfor er det ikke blevet afklaret hvilken nøjagtighed, der kan opnås på orienteringsbestemmelsen.

Når der simuleres GPS-udfald under kørslen med det GPS-støttede INS, varierer hastigheden i fejlop-hobningen alt efter, hvor lang tid, der er gået siden starten af køreturen, hvilket skyldes at orienter-ingen i det GPS-støttede INS ikke korrigeres løbende. Betydningen heraf er, at der selv under et kort GPS-udfald kan opbygges en stor positionsfejl. Figur 10-2 nedenfor viser resultaterne af at simulere 20 sekunders GPS-udfald under en køretur som funktion af tiden siden start.

Tid siden start [sek.]	50 sek.	85 sek.	145 sek.
Ca. planafvigelse [m]	10	15	60

Figur 10-2: Eksempel på planafvigelse ved bestemmelsen af ændring i position vha. IMU400CC-100 under 20 sekunders GPS-udfald og som funktion af tiden efter start.

Naturligvis er de konkrete afvigelser i figur 10-2 ikke et udtryk for de afvigelser, der hver gang vil forekomme efter 20 sekunders GPS-udfald, men værdierne viser tydeligt, at positionsfejlene vokser hurtigt under GPS-udfald. At orienteringsfejlene ikke korrigeres betyder, at det GPS-støttede INS, der er implementeret og testet, ikke udnytter potentialet ved IMU400CC-100.

11

PERSPEKTIVERING

Dette projekt udspringer af de senere års fokus på udvikling af mobile kortlægningsystemer, som er fordret af at optimere opmålingsprocessen indenfor en række områder og samtidig kunne levere nogle nye produkter. Det er specielt inden for opmåling af veje og deres udstyr udviklingen af MKS har været fokuseret, da der her er en uforholdsmæssig stor økonomisk og tidsmæssig besparelse at hente. Der er her tale om kortlægning af vejenes tilstand (f.eks. sporkøring) og kortlægning af vejudstyr. Inden for nye kortlægningsprodukter kan der med et MKS leveres fotorealistiske bymodeller til anvendelse ifm. f.eks. planlægning.

Det må imidlertid konstateres, at der på nuværende tidspunkt ikke kan positioneres og orienteres tilfredsstillende med det system, som projektgruppen har opbygget, da dette ikke vil kunne opfylde de nøjagtighedskrav som vil findes på de ovennævnte anvendelsesområder. For at forbedre det nuværende system, følger herefter en række anvisninger, som projektgruppen mener, vil kunne forbedre systemet. Der er ikke tale om en udtømmende oversigt over mulige indsatsområder, men om en oversigt over de emner, som vurderes at kunne medføre de største forbedringer. Emnerne beror på de erfaringer, der er gjort gennem projektarbejdet mht. de barrierer, der er mødt, men er også emner, der ikke har været tid til at følge op på, samt emner litteraturen om MEMS strap down IMU'er behandler.

11.1.1 Udbygning af kalman-filter

Det er allerede nævnt, at det opstillede kalman-filter kan udbygges, således at det estimerer orienteringsfejl og systematiske fejl på IMU'ens observationer.

11.1.2 Synkronisering/Tidsstempling

I både dette projekt og projektgruppens sidste projekt, har projektgruppen selv måtte udarbejde en synkronisering/tidsstempling af data fra de anvendte instrumenter. Teoretisk set så fungerer projektets tidsstempling af data og der ikke noget, som tyder på, at den ikke fungerer, men der findes ingen vurdering af, hvor god den i virkeligheden er. Der findes imidlertid en anden metode, som anvender et DAQ-kort og funktionen 1PPS i GPS-modtageren. Metoden er relativ billig og det vides, hvor god den er, derfor er der grund til at undersøge dette. Metoden er beskrevet i [Li m.fl., 2005].

11.1.3 Filtrering

På grundlag af en del litteratur er det projektgruppens opfattelse, at der kan opnås forbedringer på bestemmelsen af position og orientering ved implementering af forskellige former for filtrering og stokastisk modellering af de tilfældige fejl på IMU400CC-100. I [Schwarz, 2004] fastslås det, at der ved filtrering af rå observationer kan opnås en forbedring i nøjagtighed med en faktor 5. Omkring filtrering omtales emner som wavelet-denoising og anvendelse af low pass filtrering. Projektgruppen har ikke

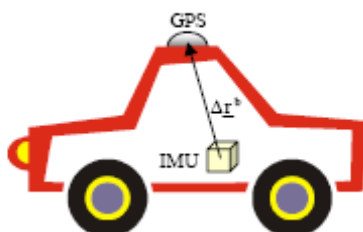
beskæftiget sig videre med emnet, og kan derfor kun fra følgende anviste litteratur henvide til deres resultater. Omkring anvendelse af wavelet denoising og low pass filter henvises til [Shaikh, 2004] og [Shin, 2005]. Uden at gå videre ind i emnet stokastisk modellering af de tilfældige fejl henvises til følgende litteratur [Nasser, 2003] og [Park, 2004].

11.1.4 Begrænsninger i bevægelsesmønstret for en bil

En bil der kører på en vej vil ikke i særlig stor udstrækning have en hastighed parallelt med z-aksen i body frame eller en hastighed parallelt med y-aksen i body frame. Men fejl i INS'ets orienteringsbestemmelse vil betyde en fejlagtig opretning af den lokale tyngdeacceleration, således at den bane INS'et bestemmer kan inkludere hastigheder i de nævnte retninger. Disse hastigheder kan anvendes til at korrigere INS'et og formentlig vil dette kunne udnyttes til at reducere ophobningen i positionsfejl under GPS-udfald.

11.1.5 Lever Arm

Lever-arm er det offset der uvilkårligt opstår mellem IMU og GPS, da disse ikke kan placeres nøjagtigt i samme punkt. På grund af forskellig placering på bilen som vist på Figur 11-1, vil sensorerne have forskellig position og hastighed. Offsættet mellem IMU og GPS udtrykkes som en 3D-vektor i body-frame, som så anvendes til at beregne korrektioner med.



Figur 11-1: Lever-arm [Shin, 2001, s. 44]

LITTERATURLISTE

Bøger

- [Axelson, 2000] Axelson, Jan
Serial Port Complete
Lakeview Research, 2000
ISBN 0965081923
- [Brown, 1997] Brown, Robert Grover & Hwang, Patrick Y.C
Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, 3rd ed.
John Wiley & Sons, 1997
ISBN 0-471-12839-2
- [Farrell, 1999] Farrell, A. Jay og Barth, Matthew
The Global Positioning System & Inertial Navigation
McGraw-Hill, 1999
ISBN 007022045
- [Grewal, 2001] Grewal, Mohinder S. og Weill Lawrence R. og Andrews, Angus P.
Global positioning systems, inertial navigation, and integration
New York Wiley 2001
ISBN 047135032
- [Lawrence, 1998] Lawrence, Anthony
Modern Inertial Technology, Navigation, Guidance, and Control. 2nd ed.
Springer-Verlag 1998
ISBN 0387985077
- [Rogers, 2003] Rogers, Robert M.
Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems, 2nd ed.
AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) 2003
ISBN 1563476568
- [Salychev, 1998] Salychev, Oleg
Inertial Systems in Navigation and Geophysics

The Bauman Moscw State Technical University
ISBN 5703813468

- [Sternheim, 1991] Sternheim, Morton M. og Kane, Joseph W.
General Physics, 2nd Edition
1991
ISBN: 0471522783
- [Titterton, 1997] Titterton, D. H. og Weston, J.L.
Strapdown inertial navigation technology
The Institut of Electrical Engineers, London
ISBN 0863412602
- Artikler**
- [Allen, 1998] Allen, J.J. m.fl.
Integrated Micro-Electro Mechanical Sensor Development for Inertial Applications.
Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM, USA.
- [Domelen, 2000] Domelen, David J. Van
Getting Around The Coriolis Force
Department of Physics
Physics Education Research Group
The Ohio State University, 2000
- [Nebot1, 1997] Nebot, Eduardo og Durrant-Whyte Hugh
Initial calibration and alignment of an Inertial Navigation
Department of Mechanical and Mechatronic Engineering
University of Sydney, 1997
- [Nebot2, 1997] Nebot, Eduardo og Sukkarieh, Salah og Durrant-Whyte, Hugh
Inertial Navigation aided with GPS information
Department of Mechanical and Mechatronic Engineering
University of Sydney, 1997
- [Stockwell] Stockwell, Walter
Angle Random Walk
Application Note
Crossbow Technology, Inc.
- [Schwarz, 2004] Mobile Mapping Systems – State of the Art and future Trends
Dr. Klaus Peter Schwarz and Dr. Naser El-Sheimy
Geo-Imagery Bridging Continents
XXth ISPRS Congress,
12-23 July 2004
-

Istanbul, Turkey
Commission 5

[Shin, 2002] Shin, Eun-Hwan og El-Sheimy, Naser
A New Calibration Method for Strapdown Inertial Navigation Systems
Zeitschrift für Vermessungswesen, Heft 1/2002, 127. Jahrgang.

[Stovall, 1997] Stovall, Sherryl H.
Basic Inertial Navigation
Naval Air Warfare Center Weapons Division, China Lake, California, USA,
september 1997

Manualer

[Ashtech, 1991] Three-Dimension Attitude Determination with the Ashtech 3DF 24-channel
GPS Measurement System.
Ashtech, 1991.

[Crossbow, 2002] DMU User's Manual
Crossbow Technology, Inc.
Revision A, marts 2002

[CrossbowA] Theory of Operation of Angular Rate Sensors
Application Note
Crossbow Technology, Inc.

[CrossbowB] IMU 6DOF Inertial Measurement Unit
Produktblad
Crossbow Technology, Inc.

[Leica, 2002] Leica GPS System 500
Technical Reference Manual
Version 4 – engelsk
Leica Geosystems AG
Schweiz 2002

[Thales, 2002] ADU5 Operation and Reference Manual
Thales Navigation, Inc.
Revision A, august 2002

Projekter

[Eistrup m.fl., 2005] Eistrup, Peter & Meister, Aslak & Gregersen, Rasmus
Undersøgelse og Kalibrering af IMU400CC-100
Landinspektørstudiet

Aalborg Universitet
9. semesterprojekt 2005

- [Hide, 2003] Hide, Christopher & Morre, Terry & Smith, Martin
Institute of Engineering, Surveying and Space Geodesy
University of Nottingham, 2003.
- KMS, 2003] Kurt Madsen og Sigvard Stampe Villadsen
Test af Netværs RTK og Enkeltstations RTK
KMS 2002
Offentliggjort på www.referencenet.dk
- [Kremer, 2005] Kremer, Jens
Direct Georeferencing of Aerial Images and other Airborne Sensor Data
IGI mbH, 57223 Kreuztal/Germany
Slides til gæsteforelæsning holdt d. 23/2-2005 på AAU
- [Shin, 2001] Shin, Eun-Hwan
Accuracy Improvement of Low Cost INS/GPS for Land Applications
UCGE Reports Number 20156
Department of Geomatics Engineering
University of Calgary, 2001
- [Sukkarieh, 2000] Sukkarieh, Salah
Low Cost, High Integrity, Aided Inertial Navigation Systems for Autonomous
Land Vehicles
Australian Centre for Field Robotics
Department of Mechanical and Mechatronic Engineering
The University of Sydney, 2000
- [Øhlenschläger m.fl., 2004] Øhlenschläger, Andreas & Eistrup, Peter & Gregersen, Rasmus & Jellesen,
Jacob & Sørensen, Morten Møller.
Flugt til bestemmelse af utilgængelige punkter - De fem på flugt
Landinspektørstudiet
Aalborg Universitet
8. semesterprojekt 2004
- [Øhlenschläger m.fl., 2005] Øhlenschläger, Andreas & Jellesen, Jacob & Sørensen, Morten Møller.
ADU5
Landinspektørstudiet
Aalborg Universitet
9. semesterprojekt 2004
- [Shin, 2005] Shin, Eun-Hwan
-

Estimation Techniques for Low Cost Inertial Navigation
Department of Geomatics Engineering
University of Calgary, 2005
<http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html>
(Vedlagt i Bilag 1)

[Shaikh, 2004] Shaikh, Khurram Niaz
Inertial navigation Systems (INS) Data Processing for Land Vehicle Mapping
University Putra Malaysia, 2004
(Vedlagt i Bilag 1)

[Park, 2004] Park, Minha
Error Analysis and Stochastic Modeling of MENS based Inertial Sensors for
Land Vehicle Navigation Applications
Department of Geomatics Engineering
University of Calgary, 2004
<http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html>
(Vedlagt i Bilag 1)

[Nasser, 2003] Nasser, Sameh
Improving the Inertial Navigation System (INS) Error Model for INS and
INS/DGPS Applications.
Department of Geomatics Engineering
University of Calgary, 2003
<http://www.geomatics.ucalgary.ca/links/GradTheses.html>
(Vedlagt i Bilag 1)

Kompendier

[Bishop m.fl., 2001] Bishop, Gary & Welch, Greg
An Introduction to the Kalman Filter
Department of Computer Science
University of North Carolina at Chapel Hill, 2001

[Kocaman, 2003] Kocaman, Sultan
GPS and INS Integration with Kalman Filtering for Direct Georeferencing of
Airborne Imagery
Geodetic Seminar Report
Institute of Geodesy and Photogrammetry
ETH Höggerberg, Zürich, 2003

Websider

[acutronic1] http://www.acutronic.ch/download/ach/3X/Data_Sheet_AC_3350.pdf
15. marts 2005

- [acutronic2] <http://www.acutronic.ch/download/aus/1X/DS-9100C.PDF>
- [CrossbowC] www.xbow.com/support/downloads.htm
- [imar-navigation] http://www.imar-navigation.de/englishside/dat_engl/tes_pdt07_turtable.pdf
15. marts 2005
- [Rasskazov] Rasskazov, Oleg & Donegan, Mark
Systems with Hysteresis, What is 'Hysteresis'
Department of Applied Math
National University of Ireland-Cork
<http://phys.ucc.ie/~oll/hysteresis/>
09-01-2005



Synopsis

Dette afgangsprøjt undersøger hvilken nøjagtighed i 3D-positionsbestemmelse, der kan opnås ved navigation af en bil vha. IMU400CC-100 fra Crossbow. IMU400CC-100 er en low cost IMU (Inertial Measurement Unit) bestående af tre ortogonalt placerede accelerometre og tre ortogonalt placerede gyroer, som tilsammen gør det muligt kontinuerligt at bestemme ændring i 3D-position og orientering. Det undersøges hvilken nøjagtighed, der kan opnås på 3D-positionsbestemmelse, når en laboratoriekalibrering af IMU400CC-100 anvendes. Laboratoriekalibreringen bygger på målinger fra accelerometre og gyroer indsamlet over en periode på 30 dage og resultaterne heraf er estimater for forskellige systematiske fejl. Laboratoriekalibreringen er en kombination af flere forskellige metoder, men kræver intet dyrt eller specielt udstyr. IMU'en implementeres i et INS (Inertial Navigation System), der støttes med RTK-GPS og fejlestimerne fra laboratoriekalibreringen anvendes til at korrigere IMU'ens målinger, således at en markkalibrering er unødvendig. Der foretages 13 testkørsler af 3 minutters varighed. Når INS'et kun anvender RTK til at bestemme startværdier for position er resultatet efter 30 sekunders navigation en plan nøjagtighed på 7.66 m og en højdenøjagtighed på 1.54 m. Når INS'et under kørsel støttes med RTK-GPS, og der simuleres GPS-udfald, er eksempler på de opnåede resultater: Når et GPS-udfald af 20 sekunders varighed indtræder 145 sekunder efter start, udvikles en planafvigelse på ca. 60 m og en højdeafvigelse på ca. 0.5 m. En årsag til, at der opstår så store fejl er, at RTK kun støtter INS'et gennem en korrektion af INS'ets estimater for position og hastighed. Efterfølgende undersøgelser bør vedrøre en implementering af også en orienteringskorrektion.