

**Title:**

Dynamic human-structure interaction

**Theme:**

Long Master Thesis

**Duration of project:**

March 3rd 2009 - February 8th 2010

**Participants:**

---

Søren Østergaard Jensen

**Supervisor:**

Lars Pedersen

**Copies : 3**

**Main thesis: 112**

**Appendix: 35**

**Abstract:**

In this project the dynamic interaction between human and structure has been investigated, based on a simple supported, prestressed concrete floor beam.

The concrete floor beam has been used in experimental tests to clarify the interaction, that occurs when people are present on structures.

In connection with the project, two major experimental tests have been carried out, where the first part of the tests only has focus on passive persons, and the second part deals with the combination of passive and active persons.



**Titel:**

Dynamisk interaktion mellem menneske og struktur

**Tema:**

Langt afgangsprøve

**Projektperiode:**

3. marts 2009 - 8. februar 2010

**Gruppemedlemmer:**

---

Søren Østergaard Jensen

**Vejleder:**

Lars Pedersen

**Antal kopier : 3**

**Sideantal: 112**

**Bilag: 35**

**Synopsis:**

Rapporten behandler emnet den dynamiske interaktion mellem menneske og struktur, med udgangspunkt i et simpelt understøttet, forspændt dækelement af beton.

Dækelementet er anvendt i forbindelse med forsøg, for at belyse den interaktion, der opstår, når mennesker færdes på konstruktioner.

Der er udført to, større forsøg i forbindelse med projektet, hvor det ene forsøg udelukkende har fokus på passiv personlast, og det andet forsøg har fokus på kombinationen af passiv og aktiv personlast.



# Indhold

<b>1 Forord</b>	<b>1</b>
<b>2 Indledning</b>	<b>5</b>
2.1 Problemanalyse - og formulering . . . . .	6
2.2 Afgrænsning . . . . .	6
2.3 Forudsætninger . . . . .	7
<b>3 Forsøg I: Forsøg med passiv personlast</b>	<b>9</b>
3.1 Præsentation af forsøgselement . . . . .	10
3.2 Forsøgsopstilling . . . . .	14
3.3 Anvendte positurer . . . . .	16
3.4 Tomt dækelement . . . . .	19
3.5 Dækelement med træklodser . . . . .	22
3.6 Person på dækelement . . . . .	23
3.7 Resultater for samtlige forsøgspersoner . . . . .	27
3.8 Sammenfatning af resultater . . . . .	44
3.9 Forsøgspersonernes vurdering af start-amplituden . . . . .	48
3.10 Usikkerheder . . . . .	51
<b>4 Identifikation af modale parametre</b>	<b>53</b>
4.1 Identifikation af dækelementets modale parametre . . . . .	53
4.2 Identifikation af personernes modale parametre . . . . .	54
<b>5 Forsøg II: Forsøg med aktiv og passiv personlast</b>	<b>59</b>
5.1 Forsøgsopstilling . . . . .	60
5.2 Persondata og -kombination . . . . .	65
5.3 Kontrolmålinger . . . . .	66
5.4 Ganglast uden passiv persons tilstedeværelse . . . . .	69
5.5 Ganglast med passiv persons tilstedeværelse . . . . .	86
5.6 Sammenfatning af resultater . . . . .	104
5.7 Usikkerheder . . . . .	110
<b>6 Konklusion</b>	<b>113</b>
<b>Bilag</b>	<b>114</b>
<b>A Dynamiske systemer, generelt</b>	<b>115</b>
A.1 Forudsætninger . . . . .	115
A.2 Udæmpet SDOF-system . . . . .	116
A.3 Dæmpet SDOF-system . . . . .	118

A.4 Dæmpet MDOF-system . . . . .	124
<b>B Teoretisk analyse af dækelement, fastlæggelse af frihedsgrader</b>	<b>129</b>
<b>C Metode til bestemmelse af dæmpningsforhold og dæmpede frekvens</b>	<b>133</b>
C.1 Dæmpningsforhold . . . . .	133
C.2 Dæmpede frekvens . . . . .	135
<b>D Bestemmelse af dækelementets modale parametre</b>	<b>137</b>
<b>E Modellering af ganglast og respons af dækelement</b>	<b>139</b>
E.1 Newmark algoritme . . . . .	139
E.2 Opstilling af systemets bevægelsesligning . . . . .	140
E.3 Ganglast . . . . .	141
E.4 Beregnings-eksempel . . . . .	142
 <b>Litteraturliste</b>	 <b>151</b>

# Kapitel 1

## Forord

Nærværende rapport er resultatet af et langt afgangsprøve, udarbejdet i perioden 3. marts 2009 - 8. februar 2010, på B-sektorens 9-10. semester ved Aalborg Universitets Ingeniør-, Natur- og Sundhedsvidenskabelige Fakultet. Rapporten beskæftiger sig med temaet den dynamiske interaktion mellem mennesker og struktur, og henvender sig til læsere med et grundlæggende kendskab indenfor faget Strukturel Dynamik.

Projekt materialet består af en rapport, delt op i en hoved- og bilagsdel samt en CD-rom, hvor henvisningerne til CD-rom'en er opstillet som: [CD/sti/filnavn], hvor "sti" er stien af mappen til den henviste fil, og "filnavn" er det fulde navn af filen. Selve rapporten er vedlagt på CD-rom'en i PDF-format, hvor stien er: [CD/projekt/rapport].

Hoveddelen indeholder resultater af analyser og undersøgelser, i bilagsdelen forefindes udvalgte, grundlæggende teoriafsnit, som der løbende henvises til i hoveddelen. Hoveddelen kan dog læses uafhængigt af bilagsdelen, ligeledes er CD-rom'en ikke nødvendig for den samlede forståelse af projekt materialet, og kan benyttes efter behov.

Der er i forbindelse med projektet udført forsøg i Laboratorie For Bærende Konstruktioner, tilhørende Aalborg Universitet, og der rettes en stor tak til det behjælpelige laboratorie personale.

PC-programmet MatLab, version R2009b er anvendt til at udføre beregninger og simuleringer; alle programfiler er vedlagt på CD-rom'en.

Hele rapporten er skrevet i programmet L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, og denne anvender Harvard-metoden i forbindelse med kilder, og er derfor på formen [Efternavn, årstal]. Litteraturlisten forefindes bagerst i rapporten.

Slutteligt skal også lyde en stor tak til de personer, der fandt tid til at agere som forsøgspersoner i forsøgene.





## Kapitel 2

# Indledning

Adskillige konstruktioner er i dag af forskellige årsager meget slanke, og deres laveste egenfrekvens så lav, at den frekvens mennesker bevæger sig med, eksempelvis gang- eller hoppefrekvens, kan forårsage resonans-svingninger af f.eks. kontorarealer, tribuner, gangbroer m.v. Det kan blive farligt for en konstruktion, såfremt dennes laveste egenfrekvens bliver "ramt", og et eksempel herpå fra den virkelige verden, fandt sted under en fodboldkamp den 25. november 2007 på Fonte Nova fodboldstadiet i Salvador, Brasilien, hvor en del af tribunen kollapsede, hvilket medførte at syv mennesker blev dræbt, og 40 blev sårede [Reuters, 2007]. Figur 2.1 viser den kollapsede tribune.



**Figur 2.1:** Den kollapsede tribune på Fonte Nova fodboldstadiet i Brasilien, i 2007. [Reuters, 2007]

Et andet eksempel på interaktionen mellem mennesker og konstruktioner, er gangbroen Millennium Bridge i London, som krydser floden Themsen. Gangbroen er vist på figur 2.2.



*Figur 2.2: Millennium Bridge i London. [Wikipedia, 2009]*

Gangbroen åbnede for befolkningen den 10. juni 2000, men blev lukket igen to dage efter, da fodgængere oplevede store og ukomfortable svingninger, når de færdedes på gangbroen. Broen fik tilnavnet "wobbly bridge", og blev lukket i to år for at svingnings-forstærke broen. Problemet var, at fodgængere naturligt gik i takt med svingningerne, og dermed forstærkede effekten.

## 2.1 Problemanalyse - og formulering

Scenariet med Millennium Bridge vidner om, at aktive mennesker kan sætte en konstruktion i svingninger, uden decideret at være klar over det, men det afspejler også, at gående personer, der principielt kan betegnes som lav-intensitets personlast, kan sætte en konstruktion i svingninger. Tilbage er så spørgsmålet, hvorvidt om en passiv person, som i tilfældet med fx hoppende og gående personer, kan have en dynamisk interaktion med en konstruktion?

Intuitivt burde en passiv person modelleres som en stillestående tillægsmasse, men muligvis det ikke forholder sig sådan? Og i så fald, er personens masse den afgørende faktor? Hvad med eksempelvis højden af personen, eller forholdet mellem massen og højden, navnlig et BMI-indeks? Med disse overvejelser in mente, leder det frem til projektets problemformulering:

*Kan passive personers dynamiske interaktion med en konstruktion modelleres som et koblet system, dvs. et person-konstruktion system? Er der andre parametre i spil end personens vægt, såsom højden af personen, eller forholdet imellem disse, navnlig et BMI-indeks? Hvorledes oplever personerne vibrationerne?*

## 2.2 Afgrænsning

Muligheden for at afdække en model, der er fyldestgørende, vil kræve utallige konstruktions-typer, hvorfor der kun tages udgangspunkt i én type konstruktion.

## 2.3 Forudsætninger

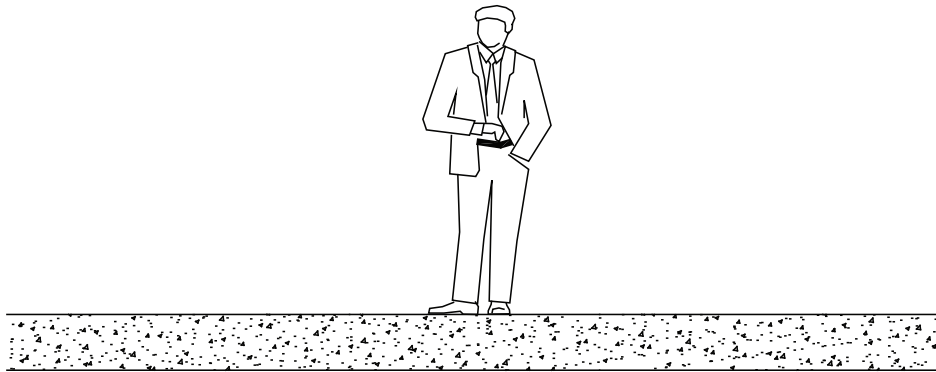
Generelt for hele projektet gælder følgende forudsætninger:

- Systemet er lineært, dvs. lineær svingnings-teori antages at være gældende. Dette medfører, at fjedre antages at være lineært elastiske, og dæmpere betragtes som lineære, viskose dæmpere.
- Bevægelserne er målt fra den statiske ligevægtstilstand.



## Kapitel 3

# Forsøg I: Forsøg med passiv personlast



Der er i forbindelse med projektet udført forsøg i Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, Aalborg Universitet. Formålet med Forsøg I er at bestemme, hvorledes tilstedeværelsen af forskellige, passive personer påvirker egenfrekvens og dæmpningsforhold af et dækelement af beton, og for at opnå så præcist billede som muligt af den enkelte person, er personerne placeret på dækelementet enkeltvist, og ej gruppevist. Dækelementet, både med og uden passiv persons tilstedeværelse, antages at kunne modelleres som et system med én frihedsgrad (Single Degree Of Freedom system). I Bilag A kan læses mere om SDOF-systemer, og om dynamiske systemer generelt. Selve den teoretiske analyse af dækelementet er beskrevet i Bilag B, og metoden til estimering af dæmpningsforholdet, der tager udgangspunkt i et logaritmisk dekrement, er beskrevet i Bilag C. Ligeledes er metoden til bestemmelse af egenfrekvensen beskrevet i Bilag C. Det anvendte program til estimering af egenfrekvens og dæmpningsforhold kan findes på: [CD/Matlab/zetaogfrek].

Generelt for forsøget gælder, at:

- Hver person blev målt og vejlet, således at personenes BMI (Body Mass Index) kan fastslåes<sup>1</sup>
- Hver person skulle henholdsvis anvendes til følgende positioner: Stå oprejst på dækelementet, sidde på selve dækelementet og sidde på en stole-anordning, placeret på dækelementet

---

<sup>1</sup>Personens højde blev estimeret eksempelvis i form af personens højde anført i hans/hendes pas.

- Dækelementet blev sat i svingninger, i form af et stød med foden på dækelementet<sup>2</sup>
- Hver opstilling med den enkelte person blev gentaget tre gange, således at statistik kan anvendes, dvs. hver person blev anvendt i alt ni gange<sup>3</sup>
- I forbindelse med delspørgsmålet ”Hvorledes oplever personerne vibrationerne?” i projektets problemformulering, blev hver person bedt om, at give et estimat på startamplituden af dækelementets svingninger, når personen befandt sig på dækelementet, for den oprejste positur
- Måleudstyrets opsamlingsfrekvens var  $2400Hz$
- Måletiden blev sat til 16 sekunder
- I alt blev der udført forsøg med 42 personer

### 3.1 Præsentation af forsøgsэлемент

Dækelementet, der er blevet udført forsøg på i laboratoriet, er fremstillet af fabrikanten Spæncom A/S. Dækelementet er et huldæk, af typen Spanmax PX32, og har en spændvidde, der er opmålt til  $12,1m$ . Ydermere består elementets armering, der er forspændt, af  $8 \times L15,2$  liner. Elementet er vist på figur 3.1.



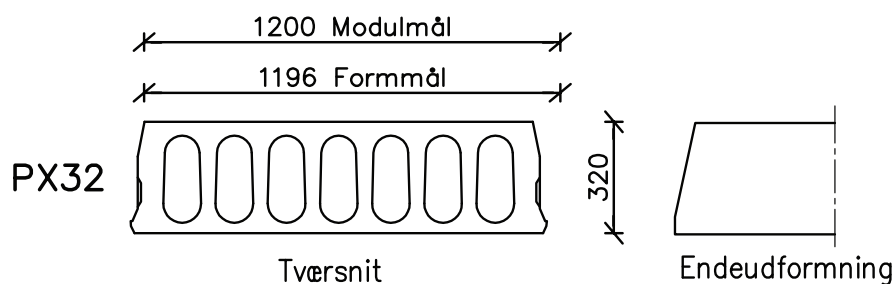
*Figur 3.1: Huldæk-elementet, fra Spæncom A/S.*

På figur 3.2 er vist en tværsnits-tegning af elementet, dog uden armering.

---

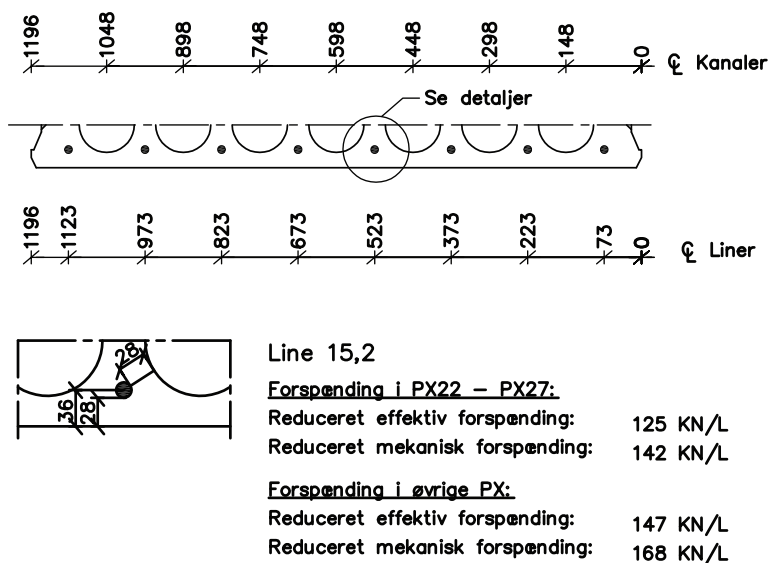
<sup>2</sup>Stødet med foden blev dog ikke udført af selve forsøgspersonen, men af en ”ekstern person”, dvs. en person, der ikke stod på dækelementet.

<sup>3</sup>Dette lykkedes ikke i alle tilfælde pga. forsøgenes tidsmæssige begrænsning. Ydermere blev enkelte personer anvendt flere end ni gange, når tiden tillod dette.



**Figur 3.2:** Huldækelementets tværsnit uden armering. Mål i mm. [Spæncom, 2009a]

En tegning over armeringens placering, samt detalje tegning er vist på figur 3.3.



**Figur 3.3:** Huldækelementets placering af armeringen samt forspændingskraften af armeringen. Mål i mm. [Spæncom, 2009b]

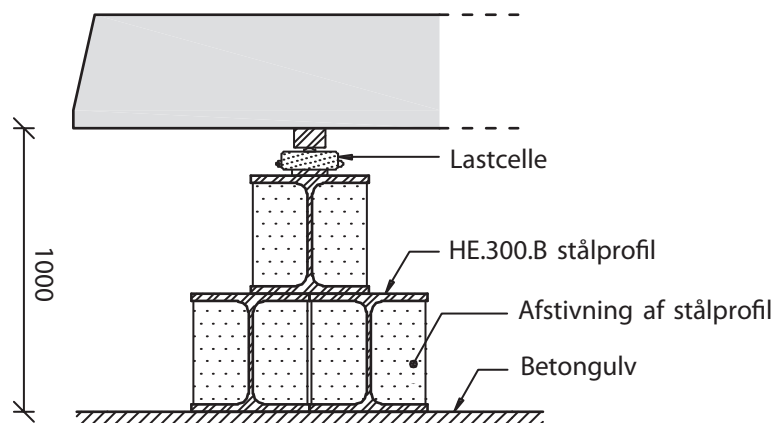
På figur 3.4 er dækelementets to understøtninger vist. Understøtningerne er opmålt til at have en indbyrdes afstand på CC (center-center afstand) 10,9m.



*Figur 3.4: Dækelementets understøtninger.*



Figur 3.5 viser en tegning over understøtningerne.



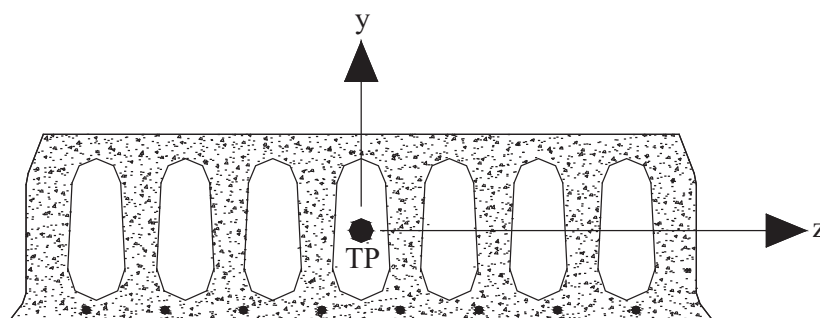
**Figur 3.5:** Huldækelementes understøtning. Understøtningen er ens i begge ender. Mål i mm.

Som det fremgår af figur 3.5 består understøtningen øverst af en lastcelle, disse lastceller er dog ikke anvendt i projektet, herefter understøttes dækket af stålprofiler. Tværsnitskonstanterne for det pågældende dækelement er opstillet i tabel 3.1.

Areal	$mm^2$	$214,2 \cdot 10^3$
Inertimoment, $I_z$	$mm^4$	$2576,7 \cdot 10^6$
E-modul	$[MPa]$	45504
Tyngdepunkt, fra underside	$[mm]$	156,5
Masse pr. længdeenhed, $\mu$	$\frac{kg}{m}$	471

**Tabel 3.1:** Tværsnitskonstanter for Spanmax 32 dækelement. [Skovhus, 2009] NB:  $\mu$  er ikke i henhold til [Skovhus, 2009], men er dog medtaget i tabellen.

Inertimomentet er beregnet efter en indlægning af et koordinatsystem som vist på figur 3.6.



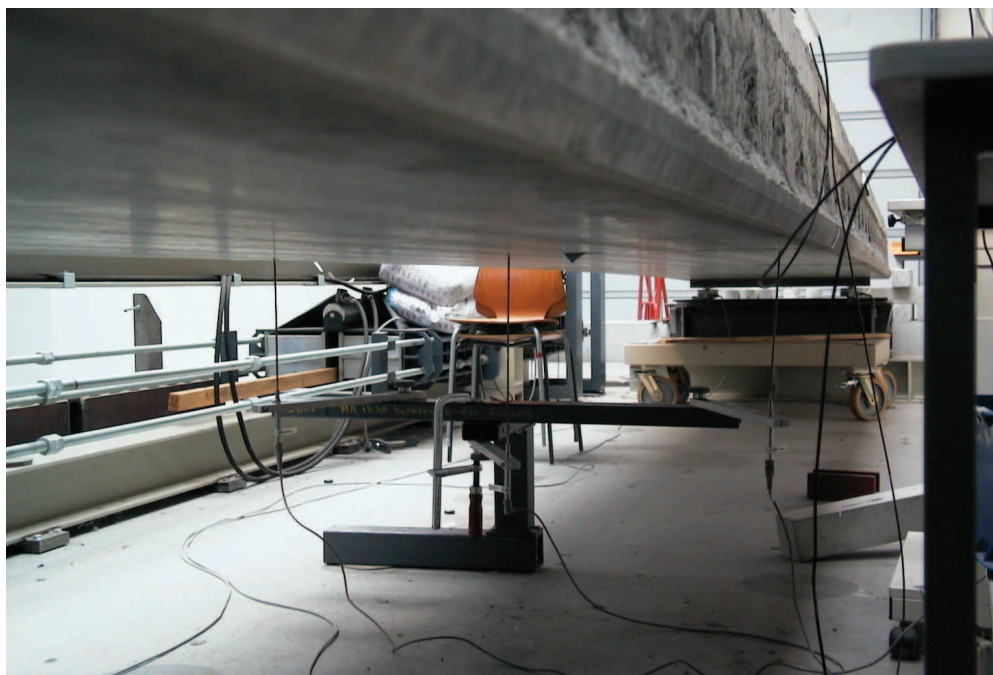
**Figur 3.6:** Principskitse af koordinatsystemets placering til beregning af inertimoment om z-aksen.

Det skal understreges, at i henhold til [Skovhus, 2009], er geometrien forsimplet med et I-profil til beregning af inertimomentet, endvidere gælder E-modulet for en beton med trykstyrke,  $f_{ck} = 45MPa$ . Ved løft af elementet vha. laboratoriets kran er fundet, at dækelementet vejer ca.  $5699kg$ , og med dækelementets opmålte spændvidde på  $12,1m$  opnåes derfor en massefordeling på cirka  $\mu = 471 \frac{kg}{m}$  for det faktiske betonelement. Parametrene i tabel 3.1, i form

af  $E$ ,  $I$  og  $\mu$  (og også dækelementets længde), kan anvendes til at bestemme dækelementets modale parametre i form af modalmassen  $m$ , fjederstivheden  $k$  og dæmperkonstanten  $c$ , men da eksperimentiel bestemmelse af dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold kan tilvejebringe  $k$  og  $c$  (når modalmassen  $m$  er kendt), ”fungerer” parametrene, i form af  $E$  og  $I$ , i tabel 3.1 primært som sammenligningsgrundlag.

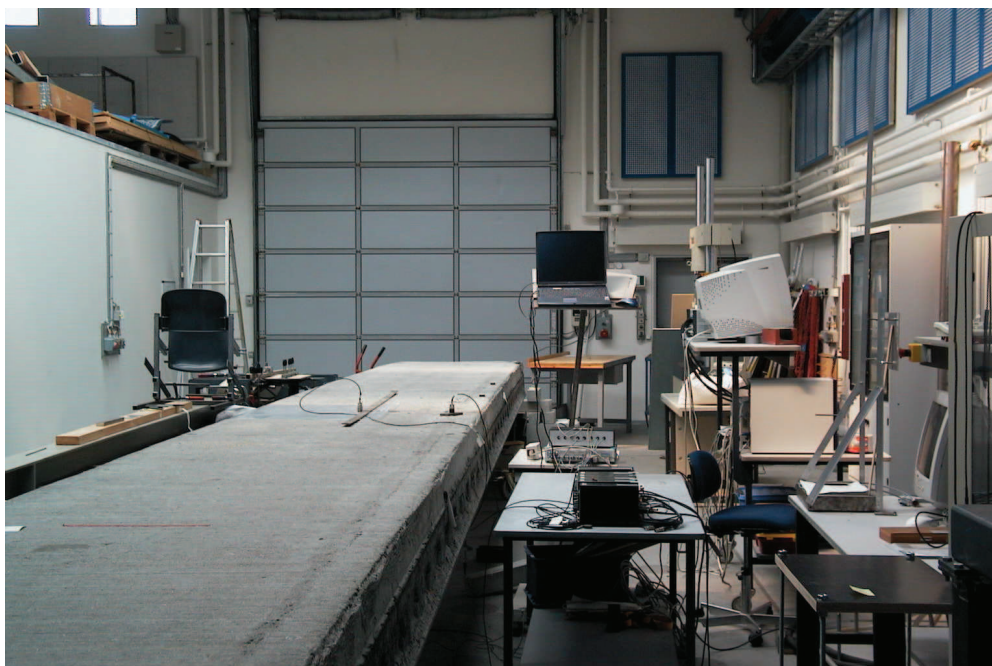
## 3.2 Forsøgsopstilling

På betondækkets underside, er placeret tre flytningsmålere midtfags på dækket, der måler flytninger i lodret retning, og er vist på figur 3.7.



**Figur 3.7:** Flytningsmålere på undersiden af betondækket (Fra venstre: F1, F2 og F3).

På oversiden af dækket, ligeledes placeret midtfags, er monteret to accelerometre, der måler accelerationen i lodret retning. Accelerometrene er ikke anvendt i Forsøg I, men er dog medtaget i beskrivelsen af forsøgsopstillingen. Opstillingen af accelerometrene er vist på figur 3.8.



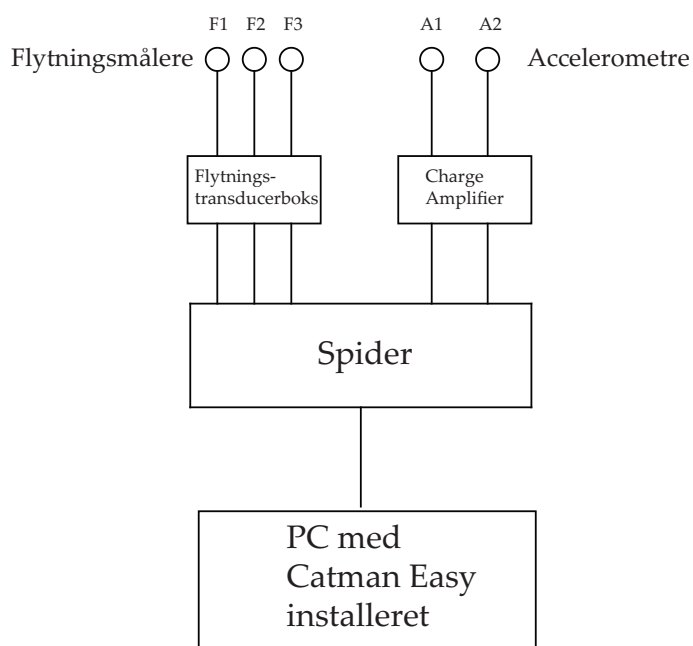
**Figur 3.8:** Accelerometre på oversiden af dækket (Fra venstre: A1 og A2).

Input fra hver accelerometer går over i en Charge Amplifier Type 2635 Brüel & Kjær, og er begge tilsluttet en Power Supply Type 2805; input fra flytningsmålerne går over i en flytningstransducerboks. Outputtene fra samtlige sensorer opsamles via en Spider fra Hottinger Baldwin Messtechnik. De forskellige enheder er vist på 3.9.



**Figur 3.9:** Venstre: Charge Amplifiers og Power Supply til accelerometrene. Højre: Øverst = Flytningstransducerboks. Nederst = Spider'en.

Outputtet fra Spider'en opsamles via en USB adapter til en PC med programmet Catman Easy, version 1.0.80 installeret. Det er vha. dette program at opsamlingen af data styres. På figur 3.10 er illustreret et diagram over hele måleopstillingen.

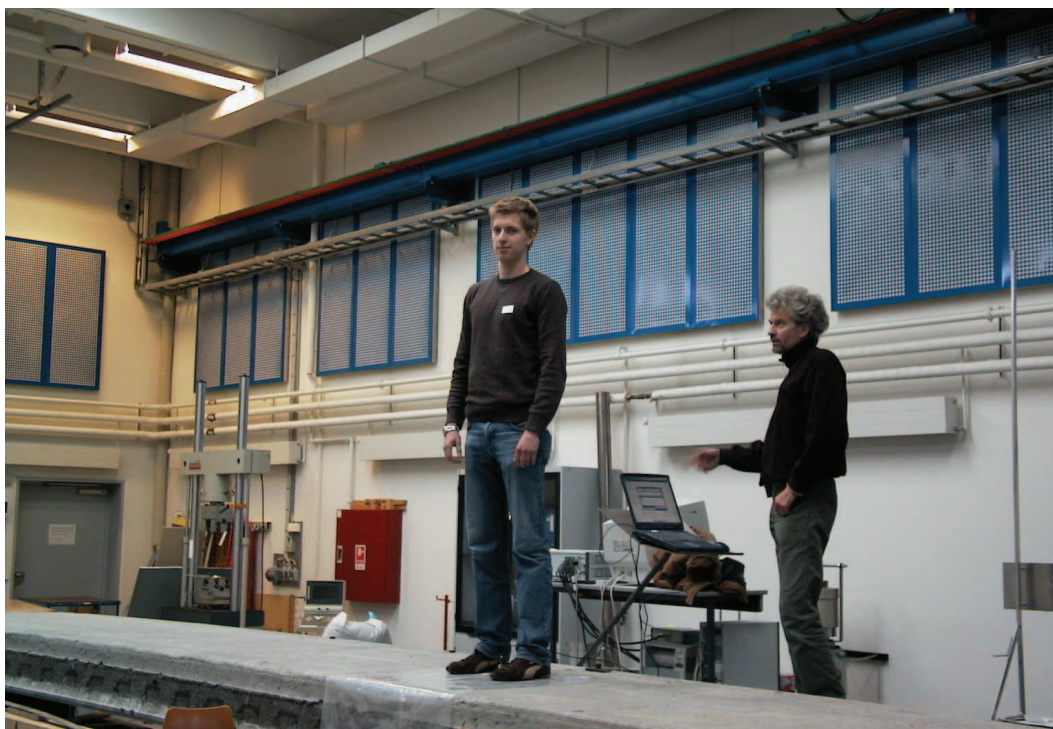


**Figur 3.10:** Diagram over måleopstillingen.

I det efterfølgende gennemgås de forskellige positurer for forsøgspersonerne.

### 3.3 Anvendte positurer

Som tidligere nævnt, skulle samtlige forsøgspersoner hhv. stå og sidde på dækelementet, og sidde på en stole-anordning. Til hver enkelt af de tre stillinger personerne skulle indtage, blev anvendt en given positur, som var fælles for alle forsøgspersoner. Til forsøget med oprejst position, skulle personerne stå i en afslappet positur, med hænderne ned langs siden som vist på figur 3.11.



*Figur 3.11: Forsøgsperson, der står på dækelementet, med den anvendte positur.*

Til forsøget med at sidde på selve elementet, skulle den enkelte person sidde med hænderne i skødet som vist på figur 3.12.



*Figur 3.12: Forsøgsperson, der sidder på dækelementet, med den anvendte positur.*

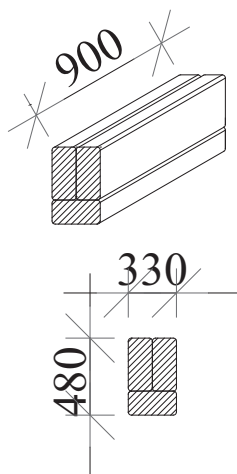
Som en sidste øvelse i forsøgene skulle personerne, som før nævnt, sidde på en stole-anordning,

som var i form af træklodser. Træklodserne blev vejet til at have en samlet masse på 66,6kg. Anordningen med træklodser er vist på figur 3.13.



**Figur 3.13:** Forsøgsperson, der sidder på stole-anordningen i form af træklodser.

På figur 3.14 er vist en tegning over dimensionerne af stole-anordningen, der består af tre ens træklodser.

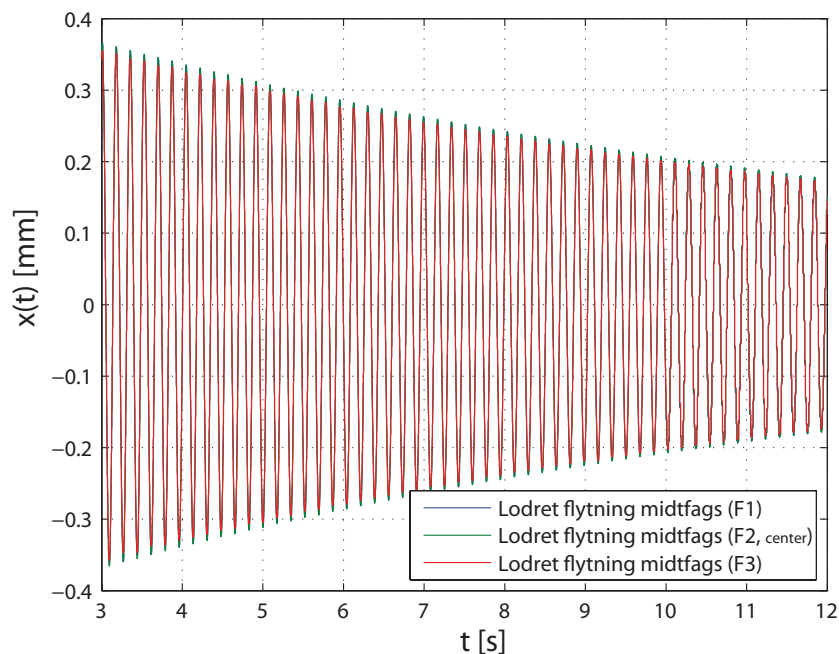


**Figur 3.14:** Tegning over stole-anordningen, i form af træklodser. Klodserne blev vejet til at have en samlet vægt på 66,6kg. Mål i mm.

I det følgende behandles estimering af dæmpningsforhold og egenfrekvens med udgangspunkt i et tomt dækelement, dækelement med træklodser, og efterfølgende med forsøgspersonerne.

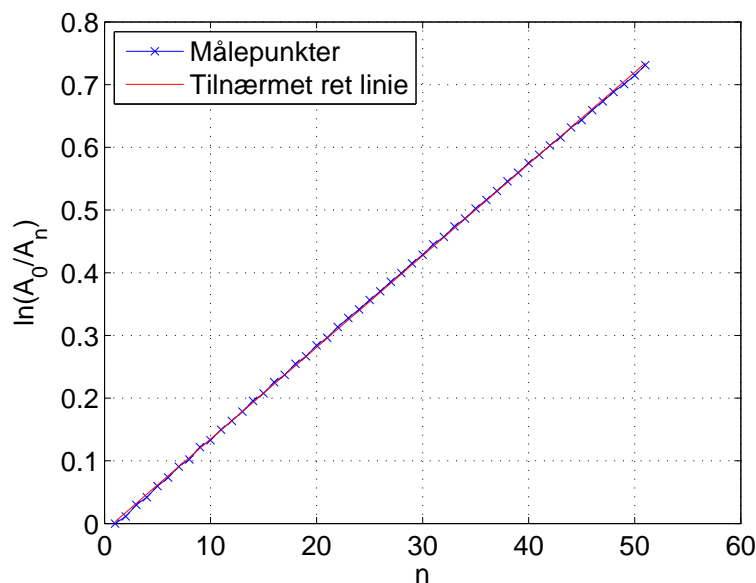
### 3.4 Tomt dækelement

Som del af forsøgsproceduren blev der foretaget målinger af henfaldsvibrationer af tomt dækelement, hvor tomt dækelement skal tolkes som dækelementet uden nogen form for ekstern belastning. Dette blev gjort for at have et sammenligningsgrundlag, dvs. målingerne for det tomme dækelement fungerer som ”referencemålinger”. På figur 3.15 er vist en henfalds-kurve for det tomme dækelement, der er blevet sat i svingninger, til tiden  $t = 0$ . Resultaterne er målt fra  $t = 3s$  til  $t = 12s$  og dette tidsvindue er også anvendt ved identifikation af det tomme dækelements dæmpning og frekvens.



**Figur 3.15:** Henfalds-kurve for tomt dækelement.

Det fremgår af figur 3.15 at svingningerne er forholdsvis længe om at klinge ud, efter 12s svinger dækelementet stadig, hvilket umiddelbart vidner om et lavt dæmpningsforhold. Ligeledes fremgår det, at outputtet fra flytningsmålerne er næsten identiske, hvorfor det antages at den beregnede egenfrekvens og dæmpningsforhold for én flytningsmåler er fyldestgørende for tilfældet med tomt dækelement. Centerflytningsmåleren, F2, vælges derfor til videre beregninger. Figur 3.16 viser målepunkter og en tilnærmet, ret linie i forbindelse med det logaritmiske dekrement.



**Figur 3.16:** Det logaritmiske dekrement skal tolkes som hældningen af den tilnærmede rette linie, her med udgangspunkt i centerflytningsmåleren, F2.  $n$  er antal perioder,  $A_0$  er en "vilkaarlig" start-amplitude, og  $A_n$  er den tilhørende amplitude.

Det fremgår af 3.16 at der er stor overensstemmelse med målepunkter og den tilnærmede rette linie, hvilket vidner om, at ingen "støj" er kommet med i signalet. I alt blev der foretaget 40 målinger med det tomme dækelement, og resultaterne, der angiver dets dæmningsforhold  $\zeta$  og dæmpede egenfrekvens,  $f_d$ , er opstillet i tabel 3.2. Ydermere antages det, at resultaterne repræsenterer dynamiske egenskaber for dækelementets første vertikale bøjningsegensvingning, da dette er det altdominerende respons.



	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0023	5,7708
Måling 2	0,0022	5,7735
Måling 3	0,0022	5,7727
Måling 4	0,0022	5,7722
Måling 5	0,0022	5,7727
Måling 6	0,0023	5,7700
Måling 7	0,0021	5,7752
Måling 8	0,0023	5,7714
Måling 9	0,0021	5,7722
Måling 10	0,0022	5,7722
Måling 11	0,0023	5,7714
Måling 12	0,0022	5,7720
Måling 13	0,0022	5,7714
Måling 14	0,0026	5,7765
Måling 15	0,0022	5,7722
Måling 16	0,0023	5,7733
Måling 17	0,0022	5,7811
Måling 18	0,0023	5,7733
Måling 19	0,0023	5,7816
Måling 20	0,0022	5,7819
Måling 21	0,0023	5,7811
Måling 22	0,0022	5,7816
Måling 23	0,0022	5,7789
Måling 24	0,0023	5,7822
Måling 25	0,0023	5,7795
Måling 26	0,0022	5,7806
Måling 27	0,0023	5,7784
Måling 28	0,0022	5,7800
Måling 29	0,0022	5,7806
Måling 30	0,0022	5,7827
Måling 31	0,0023	5,7779
Måling 32	0,0023	5,7795
Måling 33	0,0023	5,7795
Måling 34	0,0023	5,7795
Måling 35	0,0023	5,7795
Måling 36	0,0023	5,7806
Måling 37	0,0022	5,7827
Måling 38	0,0022	5,7807
Måling 39	0,0023	5,7795
Måling 40	0,0022	5,7806

**Tabel 3.2:** Beregnede dæmpningsforhold og dæmpede egenfrekvens for det tomme dækelement, med tidsintervallet 3-12 sekunder. Beregningerne er med udgangspunkt i centerflytningsmåleren, F2.

Det fremgår af tabel 3.2, at der er ganske lav spredning på værdierne. Ydermere fremgår det også, at dæmpningsforholdet er ganske lavt, hvilket stemmer overens med, at svingningerne er forholdsvis længe om at klinge ud. Som sammenligningsgrundlag til videre beregninger, midles værdierne fra tabel 3.2, og er opstillet i tabel 3.3.

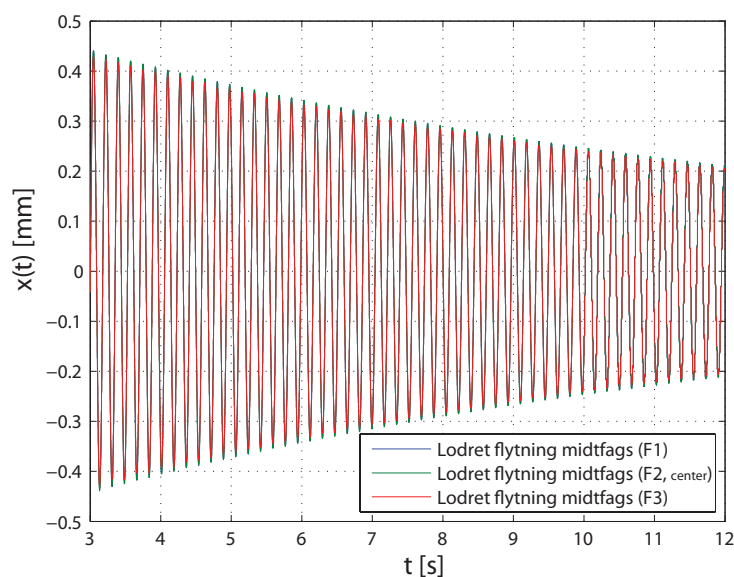
Midlede værdier	$\zeta = 0,0022$	$f_d = 5,78Hz$
-----------------	------------------	----------------

**Tabel 3.3:** Midlede værdier for dæmpningsforhold og egenfrekvens for tomt dækelement. Beregnet med udgangspunkt i tabel 3.2.

I det følgende behandles dæmpningsforhold og egenfrekvens for dækelement med de anvendte trækloдser, placeret på dækelementet.

### 3.5 Dækelement med trækloдser

Pga. forsøgenes tidsmæssige begrænsning blev der kun foretaget fem målinger med trækloдserne alene på dækelementet. På figur 3.17 er en henfaldskurve for dækelementet med trækloдser vist.



**Figur 3.17:** Henfaldskurve for dækelement med trækloдser med tidsintervallet 3 – 12s.

Det ses af figur 3.17, at trækloдserne umiddelbart har en ringe indflydelse på dæmpningen af svingningerne. Det fremgår også at outputtet fra samtlige flytningsmålere er tilnærmelsesvis identiske, hvorfor det vælges at regne videre med output fra én flytningsmåler, som igen vælges til center-flytningsmålere, F2. Resultaterne, i form af dæmpningsforhold og dæmpet frekvens, er vist i tabel 3.4.

	$\zeta [-]$	$f_a [Hz]$
Måling 1	0,0023	5,7003
Måling 2	0,0022	5,7026
Måling 3	0,0018	5,6965
Måling 4	0,0022	5,6994
Måling 5	0,0022	5,7004
<b>Midlede værdier</b>	0,0022	5,70

**Tabel 3.4:** Beregnede dæmpningsforhold og dæmpede egenfrekvens for dækelementet med træklodser, med tidsintervallet 3-12 sekunder. Beregningerne er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det fremgår af tabel 3.4 at træklodsernes tilstedeværelse på dækelementet har en negligerbar indflydelse på det tomme dækelements dæmpningsforhold, der blev fundet til  $\zeta = 0,0022$ . Dog fremgår det, at egensvingningsfrekvensen med træklodser er lavere end det tomme dæks egenfrekvens ( $5,78 Hz$ ), hvilket er forventet pga. den ekstra masse på  $66,6 kg$  som træklodserne introducerer. Ergo introducerer træklodserne ikke nogen dæmpning af dækelementet, men en formindskelse af egensvingningsfrekvensen, hvilket vidner om, at træklodserne principielt skal modelleres som en stillestående tillægsmasse på dækelementet.

I det følgende behandles dæmpningsforhold og frekvens for en persons tilstedeværelse på dækelementet.

### 3.6 Person på dækelement

I det følgende gennemgås et eksempel med en forsøgspersons tilstedeværelse på dækelementet. Eksemplet belyser kun personens indflydelse "som helhed" på dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens, forstået på den måde, at der fx. ikke plottes dækelementets ændring i egenfrekvens som funktion af personens vægt, her henvises til afsnit 3.7, hvor resultater og data for samtlige forsøgspersoner forefindes. Dog gennemgås der i eksemplet, hvorledes et BMI-indeks beregnes.

For forsøgsperson  $A_1$  foreligger følgende data, som opstillet i tabel 3.5.

Højde	1,7m
Vægt	72,8kg

**Tabel 3.5:** Data for forsøgsperson  $A_1$ .

Forsøgspersonernes BMI-indeks er regnet ud fra følgende relation:

$$\text{BMI} = \frac{\text{Vægt [kg]}}{\text{Højde}^2 [m]} \quad (3.1)$$

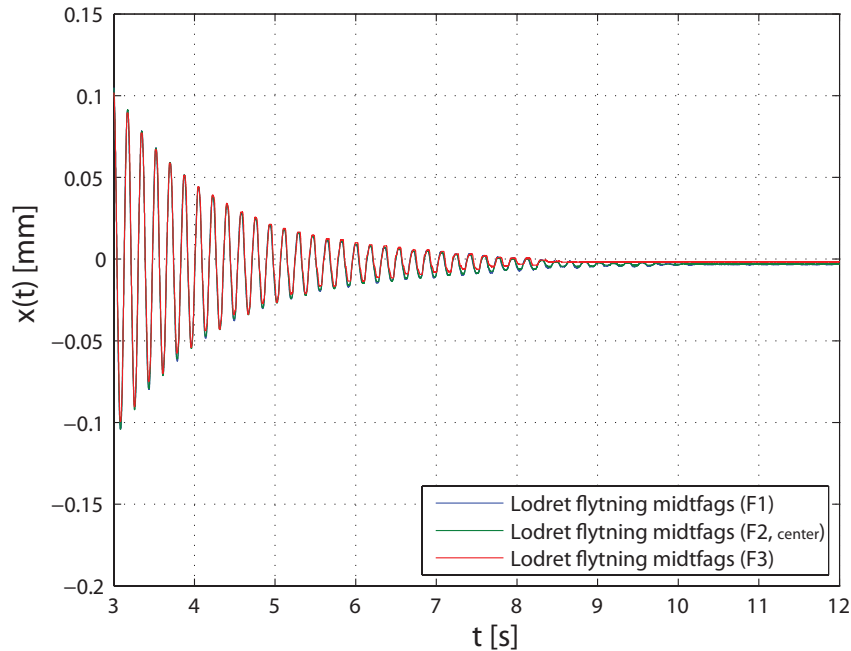
Med udgangspunkt i formel 3.1 og tabel 3.5, bliver BMI for forsøgsperson  $A_1$ :

$$\text{BMI, person } A_1 = 25,2$$

I tilfældet med det tomme dækelement blev tidsintervallet "udtaget til beregning" sat til 3-12 sekunder; men i tilfældet med en persons tilstedeværelse på dækelementet, var det i de fleste tilfælde fornødent at formindske intervallet yderligere. Dette forklares nærmere i det efterfølgende.

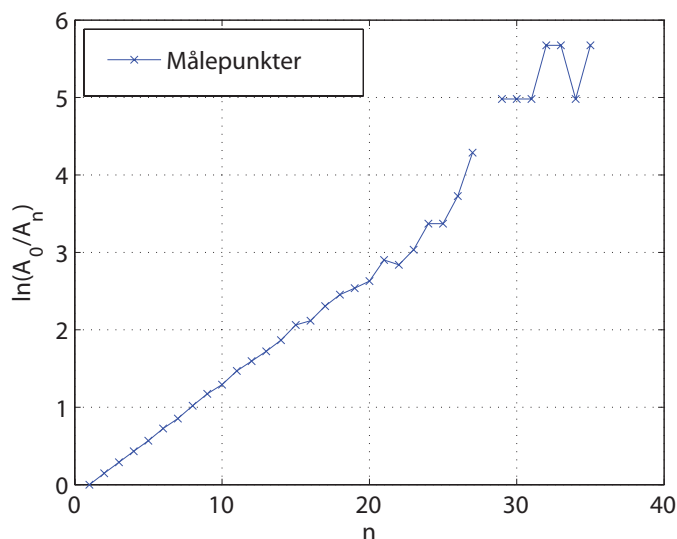
### 3.6.1 Person stående på dækelement

På figur 3.18 er vist henfaldskurven for første måling med forsøgsperson  $A_1$  stående oprejst på dækelementet.



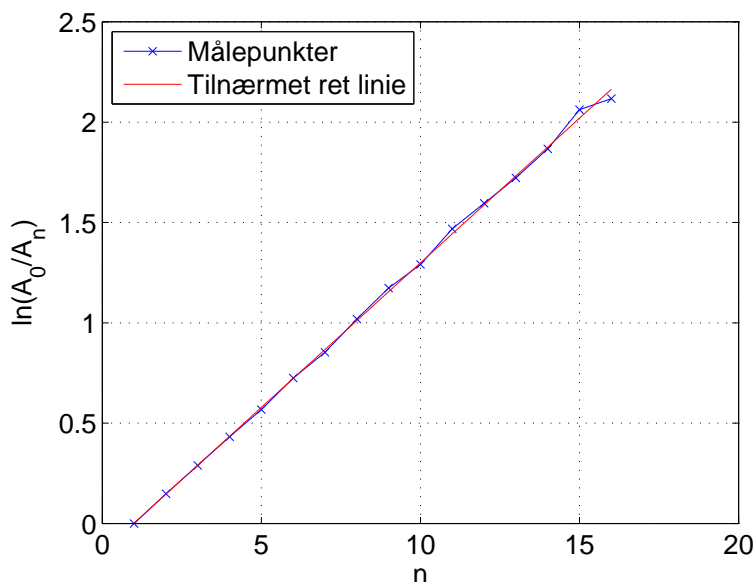
**Figur 3.18:** Henfaldskurve for person  $A_1$  stående oprejst på dækelementet.

Det fremgår tydeligt af figur 3.18, hvis sammenlignet med figur 3.15, at en persons tilstedeværelse på dækket dæmper svingningerne væsentligt; efter cirka ni sekunder er svingningerne ved at være dæmpet ud, ligeledes ses det at henfaldsvibrationernes amplituder er blevet reduceret. Det fremgår også af figuren, at outputtet fra flytningsmålerne er tilnærmelsesvis identiske, hvorfor det antages, at beregningerne for én flytningsmåler er fyldestgørende, hvilket igen vælges til center-flytningsmåleren, F2. På figur 3.19 er funktionsudtrykket (i forbindelse med det logaritmiske dekrement)  $\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) = \delta \cdot n$  vist.



**Figur 3.19:** Det logaritmiske dekrement som hældningen af kurven  $\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) = \delta \cdot n$  for person  $A_1$  stående på dækelementet, med tidsintervallet 3 – 12s.

Det fremgår af figur 3.19 at det angivne tidsinterval 3 – 12s giver usammenhængende målepunkter, idet ”støj” opstår når svingnings-amplituderne bliver små; måske fordi at personen har bevæget sig en anelse. Ydermere er der et knæk på kurven, hvorfor der ikke kan tilnærmes en ret linie til funktionsudtrykket. Ved at nedjustere tidsintervallet til 3 – 6s, undgås det værste støj og mere sammenhængende målepunkter blev opnået, som vist på figur 3.20.



**Figur 3.20:** Det logaritmiske dekrement som hældningen af kurven  $\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) = \delta \cdot n$  for person  $A_1$  stående på dækelementet, med tidsintervallet 3 – 6s.

Resultaterne for forsøgsperson  $A_1$  stående på dækelementet, og med udgangspunkt i centerflytningsmåleren og tidsintervallet 3 – 6s er opstillet i tabel 3.6.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0229	5,6410
Måling 2	0,0198	5,6610
Måling 3	0,0219	5,6636
<b>Midlede værdier</b>	0,022	5,66

**Tabel 3.6:** Resultater samt midlede værdier for dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens for forsøgsperson  $A_1$  stående på dækelementet.

Sammenholdt med referenceværdierne for et tomt dækelement,  $\zeta = 0,0022$  og  $f_d = 5,78Hz$ , kan det umiddelbart konkluderes, at tilstedeværelsen af forsøgsperson  $A_1$  giver en markant forøgning af dækelementets dæmpningsforhold, der svarer ca. til en faktor 10, og en formindskelse af dækelementets egenfrekvens, hvilket skyldes den ekstra masse, som personen introducerer. Det ses endvidere, at spredningen på estimater af  $\zeta$  og  $f_d$  er lille, sammenholdt med den ændring som tilstedeværelsen af person  $A_1$  introducerer.

### 3.6.2 Person siddende på dækelement

Behandlingen af målingerne for en person siddende på dækelementet, er analogt med behandlingen af en person siddende på dækelementet, dvs. der tages udgangspunkt i centerflytningsmåleren og tidsintervallet er 3 – 6s. Resultaterne af beregningerne for forsøgsperson  $A_1$  siddende på dækelementet er opstillet i tabel 3.7.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0227	5,6913
Måling 2	0,0190	5,6848
Måling 3	0,0191	5,6662
<b>Midlede værdier</b>	0,020	5,68

**Tabel 3.7:** Resultater samt midlede værdier for dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens for forsøgsperson  $A_1$  siddende på dækelementet.

Også i dette tilfælde ses dæmpningen at øges og frekvensen at falde, når person  $A_1$  er til stede på dækelementet.

### 3.6.3 Person siddende på træklodser

Resultaterne af beregningerne for forsøgsperson  $A_1$  siddende på stole-anordningen i form af træklodser, er opstillet i tabel 3.8.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0189	5,6418
Måling 2	0,0186	5,6297
Måling 3	0,0189	5,6672
<b>Midlede værdier</b>	0,019	5,65

**Tabel 3.8:** Resultater samt midlede værdier for dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens for forsøgsperson  $A_1$  siddende på dækelementet med træklodser som stole-anordning.

Analogt med de foregående forsøgsresultater for tilstedeværelsen af  $A_1$  på dækelementet, øges dæmpningen og frekvensen formindskes.

### 3.6.4 Sammenfatning af resultater

For forsøgsperson  $A_1$  foreligger følgende middelværdier, fra de tre positurer, som opstillet i tabel 3.9.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Stående	0,022	5,66
Siddende	0,020	5,68
Siddende på træklodser	0,019	5,65
Tomt dækelement	0,0022	5,78

**Tabel 3.9:** *Midlede værdier for dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens for de tre positurer med udgangspunkt i forsøgsperson  $A_1$ , samt referenceværdierne for tomt dækelement.*

Det fremgår af tabel 3.9, at for forsøgsperson  $A_1$  tilstedeværelse på dækelementet i samtlige positurer observeres en væsentlig forøgning af dækelementets dæmpningsforhold, og et fald i egenfrekvensen. Umiddelbart har den stående positur størst indflydelse på dæmpningsforholdet, og egenfrekvensen ses at være lavest i forbindelse med at sidde på træklodser, hvilket kan skyldes den masse, som både person og træklodser introducerer. I henhold til tabel 3.1 havde forsøgsperson  $A_1$  en vægt på  $72,8kg$ , hvilket kun er en ringe forskel i vægt i forhold til træklodsernes vægt på  $66,6kg$ , men der var væsentlig forskel på personens og træklodsernes indflydelse af dæmpning af dækelementet, hvilket umiddelbart må vidne om, at en person kan modelleres som en fjedrende og dæmpende masse i bevægelse, relativt i forhold til dækelementet. I det følgende gennemgås resultaterne for samtlige forsøgspersoner.

## 3.7 Resultater for samtlige forsøgspersoner

I afsnit 3.6 viste det sig, at et tidsinterval på  $3 - 6s$  for person  $A_1$  gav brugbare resultater for alle målinger og til alle positurer, men idet det er umuligt at forudsige, hvornår en forsøgsperson skulle komme til at bevæge sig, så der kommer "støj" med i signalet, er det en iterativ proces at fastlægge tidsintervallet for hver enkelt måling, således at bedst mulige sammenhængende målepunkter opnåes. Disse plots for hver enkelt måling tilhørende hver enkelt person, dvs. målepunkter og den tilnærmede rette linie i forbindelse med logaritmisk dekrement, er af overskuelighedsmæssige grunde ikke medtaget i rapporten, da der er over 400 målinger, men hvert plot er blevet kontrolleret af projektforfatteren, således at bedst mulige resultater opnåes.

Indledningsvist vises data i form af højde og vægt samt BMI-indeks for samtlige forsøgspersoner<sup>4</sup>, og er opstillet i tabel 3.10 og 3.11.

<sup>4</sup>Forsøgspersonerne ankom i grupper, deraf nummereringen  $A_i$ ,  $B_i$ , osv.

	Højde [ $m$ ]	Vægt [ $kg$ ]	BMI-indeks [-]
Person $A_1$	1,70	72,8	25,2
Person $A_2$	1,78	77,2	24,4
Person $A_3$	1,92	97,4	26,4
Person $A_4$	1,71	69,7	23,8
Person $A_5$	1,87	68,6	19,6
Person $B_1$	1,93	90,6	24,3
Person $B_2$	1,86	66,6	19,3
Person $B_3$	1,72	72,2	25,4
Person $B_4$	1,95	118,7	31,2
Person $B_5$	1,77	71,3	22,8
Person $B_6$	1,90	98,6	27,3
Person $C_1$	1,82	89,7	27,1
Person $C_2$	1,77	63,5	20,3
Person $C_3$	1,84	70,7	20,9
Person $D_1$	1,88	82,1	23,2
Person $D_2$	1,95	84,6	22,3
Person $D_3$	1,75	79,1	25,8
Person $D_4$	1,75	73,7	24,1
Person $D_5$	1,80	74,4	23,0
Person $D_6$	1,78	72,9	23,0
Person $D_7$	1,72	69,1	23,4

**Tabel 3.10:** Data for forsøgspersoner.

Data for de resterende forsøgspersoner er opstillet i tabel 3.11.



	Højde [ $m$ ]	Vægt [ $kg$ ]	BMI-indeks [-]
Person $E_1$	1,80	76,7	23,7
Person $E_2$	1,72	66,6	22,5
Person $E_3$	1,70	59,1	20,5
Person $E_4$	1,82	86,4	26,1
Person $E_5$	1,82	80,2	24,2
Person $E_6$	1,70	79,7	27,6
Person $F_1$	1,71	62,0	21,2
Person $F_2$	1,61	53,3	20,6
Person $F_3$	1,63	50,0	18,8
Person $G_1$	1,68	64,8	23,0
Person $G_2$	1,75	55,7	18,2
Person $G_3$	1,87	89,6	25,6
Person $H_1$	1,83	81,2	24,3
Person $H_2$	1,91	75,5	20,7
Person $H_3$	1,83	89,5	26,7
Person $H_4$	1,97	82,1	21,2
Person $H_5$	1,68	69,8	24,7
Person $H_6$	1,66	60,7	22,0
Person $H_7$	1,66	58,8	21,3
Person $I_1$	1,76	91,5	29,5
Person $I_2$	1,82	63,7	19,2

*Tabel 3.11: Data for forsøgspersoner.*

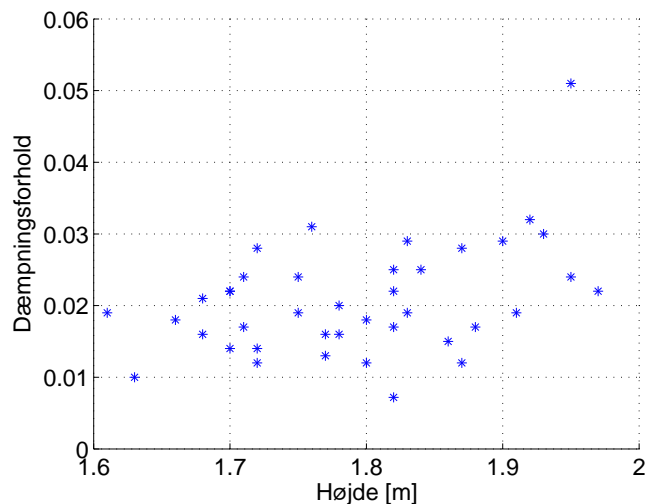
### 3.7.1 Stående positur

Forsøgsresultater,  $\zeta$  og  $f_d$ , i forbindelse med den stående positur er vist i tabel 3.12.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Person $A_1$	0,022	5,66
Person $A_2$	0,032	5,68
Person $A_3$	0,032	5,65
Person $A_4$	0,024	5,72
Person $A_5$	0,012	5,68
Person $B_1$	0,030	5,67
Person $B_2$	0,015	5,68
Person $B_3$	0,028	5,71
Person $B_4$	0,051	5,62
Person $B_5$	0,016	5,70
Person $B_6$	0,029	5,64
Person $C_1$	0,025	5,76
Person $C_2$	0,013	5,68
Person $C_3$	0,025	5,70
Person $D_1$	0,017	5,66
Person $D_2$	0,024	5,67
Person $D_3$	0,019	5,67
Person $D_4$	0,024	5,70
Person $D_5$	0,012	5,67
Person $D_6$	0,016	5,69
Person $D_7$	0,012	5,68
Person $E_1$	0,018	5,68
Person $E_2$	0,014	5,68
Person $E_3$	0,014	5,69
Person $E_4$	0,017	5,67
Person $E_5$	0,022	5,69
Person $E_6$	0,022	5,66
Person $F_1$	0,017	5,68
Person $F_2$	0,019	5,69
Person $F_3$	0,010	5,70
Person $G_1$	0,016	5,69
Person $G_2$	*	*
Person $G_3$	0,028	5,72
Person $H_1$	0,019	5,67
Person $H_2$	0,019	5,68
Person $H_3$	0,029	5,64
Person $H_4$	0,022	5,70
Person $H_5$	0,021	5,75
Person $H_6$	0,018	5,73
Person $H_7$	0,018	5,69
Person $I_1$	0,031	5,65
Person $I_2$	0,007	5,70

**Tabel 3.12:** Dækelementets beregnede dæmpningsforhold og egenfrekvens for samtlige forsøgspersoner, med den oprejste positur. Værdierne er midlede værdier. \* = Vedkommende sad i kørestol, og kunne folgelig ikke stå på dækelementet.

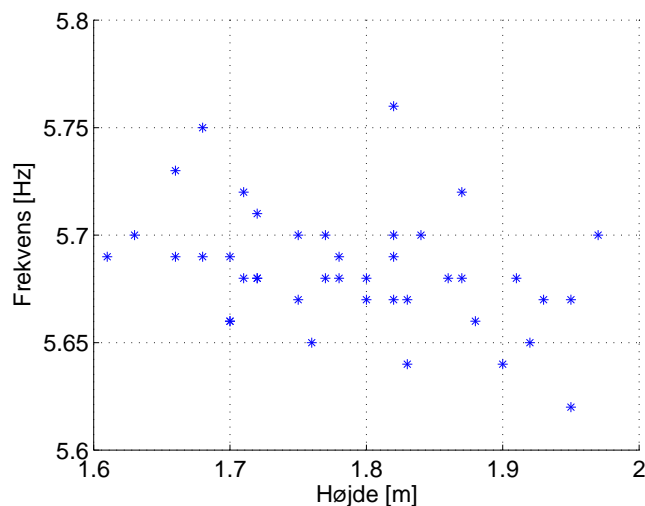
Det fremgår af tabel 3.12, at der er størst spredning på dæmpningsforholdet, og kun moderat på frekvensen. For at illustrere indflydelsen af personers højde, vægt og BMI på dækelementets dæmpning, plottes indledningsvist dækelementets dæmpningsforhold,  $\zeta$ , som funktion af højden, som vist på figur 3.21.



**Figur 3.21:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af højden for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Det ses af figur 3.21, der ikke er nogen entydig sammenhæng mellem højden og dæmpningsforholdet, da eksempelvis en person på ca. 1,6m bidrager med cirka samme dæmpningsforhold som en person på ca. 1,9m.

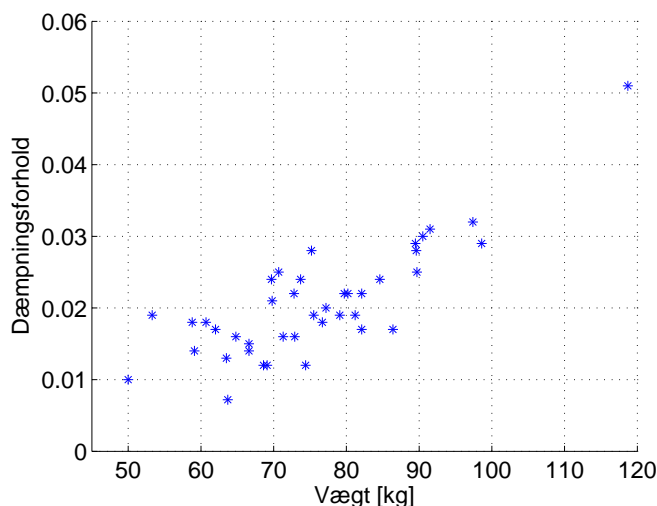
Frekvensen,  $f_d$ , plottes ligeledes som funktion af højden, som vist på figur 3.22.



**Figur 3.22:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af højden for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Det fremgår af figur 3.22, at der, ligesom med figur 3.21, ikke er en entydig sammenhæng mellem frekvensen som funktion som højden. Umiddelbart lader det dog til, på trods af nogle enkelte "afstikkere", at dækelementets egenfrekvens falder, jo højere personen er, men dette

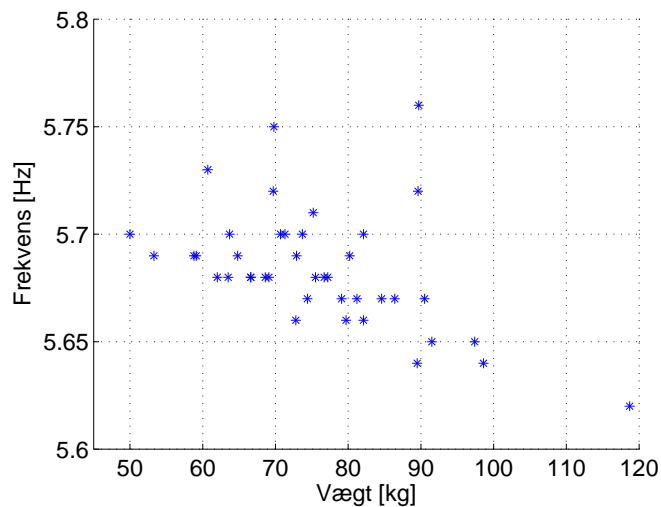
kan også være på baggrund af, at en høj person normalt vil veje mere end en lavere person. Følgelig plottes dækelementets dæmpningsforhold som funktion af personernes vægt, som vist på figur 3.23.



**Figur 3.23:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af vægt for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Det ses, at der er mere sammenhæng mellem dæmpningsforholdet som funktion af vægten end som funktion af højden, idet det generelle billede synes, at dækelementets dæmpningsforhold øges, efterhånden som vægten af personen ”øges”, men der er dog nogle ”afstikkere” i form af, at det eksempelvis ses, at nogle personer i vægtintervallet 70–80kg har lige så stor indflydelse på dæmpningen, som personer i vægtintervallet 60–70kg. Der er nogle punkter af ”interesse”, idet det fremgår at den letteste person på ca. 50kg har ganske lav indflydelse, ligesom den tungeste person på ca. 120kg er personen, der dæmper dækelementet mest. Ligeledes fremgår det, at for en vægt > 90kg, er der større indflydelse på dæmpningen, end for de resterende. Der er naturligvis usikkerheder forbundet til forsøget; disse betegnes nærmere i afsnit 3.10.

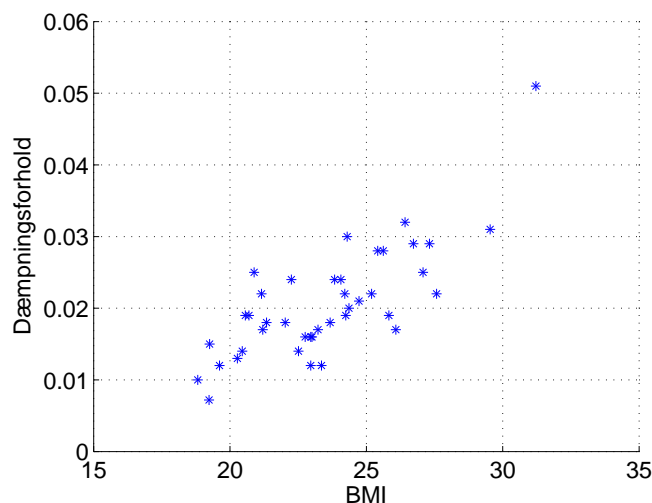
Personernes indflydelse på egenfrekvensen af dækelementet som funktion af vægten, er vist på figur 3.24.



**Figur 3.24:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af vægt for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Det er svært at tyde en entydig sammenhæng på figur 3.24, idet der forekommer flere ”afstikkere”, da det ses, at flere personer med en vægt i intervallet  $80\text{--}90\text{kg}$  reducerer dækelementets egensvingningsfrekvens i samme størrelsesorden som nogle personer i intervallet  $70\text{--}80\text{kg}$ . På trods af de mange ”afstikkere”, kunne der dog være en tendens, der peger i retning af, at jo tungere personen er, jo mere reduceres dækelementets egenfrekvens, idet det ses at forsøgets tungeste person på ca.  $120\text{kg}$ , er personen, der reducerer dækelementets egenfrekvens mest.

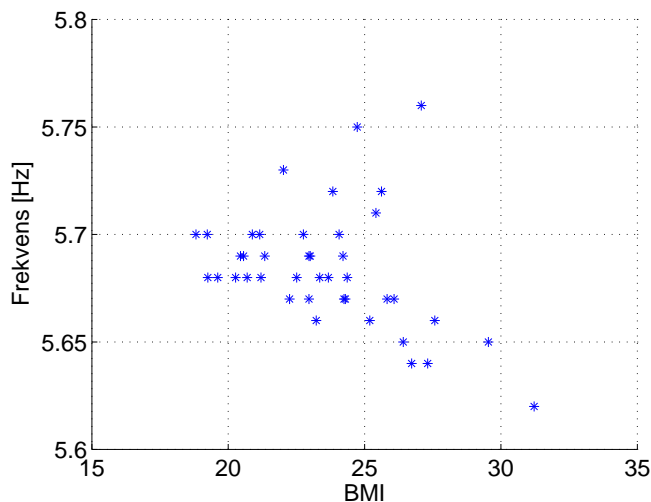
Slutteligt tages personernes BMI i betragtning. På figur 3.25, er vist dækelementets dæmpningsforhold som funktion af personernes BMI.



**Figur 3.25:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af BMI for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Det generelle forløb på figur 3.25 synes at være, at dækelementets dæmpningsforhold øges i takt med en persons BMI, men en person med et stort BMI, er en person med en stor vægt i forhold til højden, hvorfor det kan være svært at vurdere, om BMI giver et mere præcist

billede, end fx. vægten alene. På figur 3.26 er vist dækelementets egenfrekvens som funktion af BMI.



**Figur 3.26:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af BMI for forsøgspersonerne, for oprejst positur.

Umiddelbart lader det til på figur 3.26, at dækelementets egenfrekvens aftager, jo større BMI en person har; men som nævnt i forbindelse med figur 3.25, er en person med et stort BMI en person, der vejer meget i forhold til højden, hvorfor det er svært at vurdere om BMI giver et mere præcist billede, end fx. vægten alene.

### 3.7.2 Siddende på dækelementet

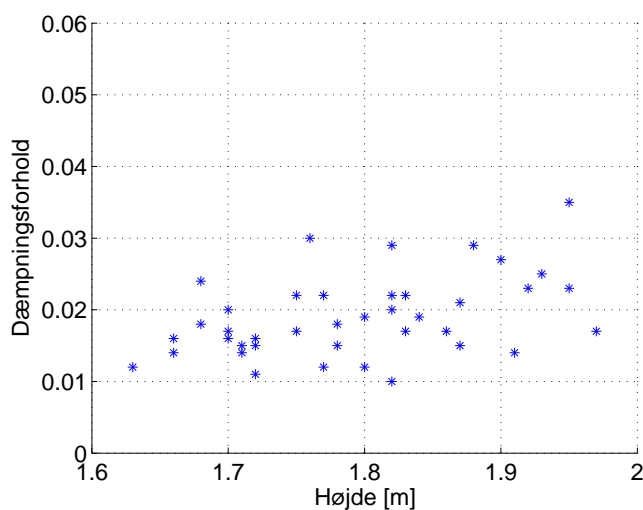
Forsøgsresultater, i form af dækelementets dæmpningsforhold og egenfrekvens, i forbindelse med personerne siddende på dækelementet, er vist i tabel 3.13.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Person $A_1$	0,020	5,69
Person $A_2$	0,018	5,68
Person $A_3$	0,023	5,65
Person $A_4$	0,015	5,71
Person $A_5$	0,015	5,68
Person $B_1$	0,025	5,71
Person $B_2$	0,017	5,71
Person $B_3$	0,015	5,67
Person $B_4$	0,035	5,64
Person $B_5$	0,022	5,70
Person $B_6$	0,027	5,69
Person $C_1$	0,029	5,73
Person $C_2$	0,012	5,69
Person $C_3$	0,019	5,73
Person $D_1$	0,029	5,70
Person $D_2$	0,023	5,75
Person $D_3$	0,019	5,67
Person $D_4$	0,022	5,67
Person $D_5$	0,012	5,66
Person $D_6$	0,015	5,67
Person $D_7$	0,016	5,69
Person $E_1$	0,019	5,70
Person $E_2$	0,011	5,69
Person $E_3$	0,017	5,71
Person $E_4$	0,022	5,65
Person $E_5$	0,020	5,67
Person $E_6$	0,016	5,63
Person $F_1$	0,014	5,70
Person $F_2$	0,008	5,72
Person $F_3$	0,012	5,72
Person $G_1$	0,018	5,71
Person $G_2$	*	*
Person $G_3$	0,021	5,67
Person $H_1$	0,017	5,66
Person $H_2$	0,014	5,68
Person $H_3$	0,022	5,67
Person $H_4$	0,017	5,72
Person $H_5$	0,024	5,72
Person $H_6$	0,016	5,70
Person $H_7$	0,014	5,71
Person $I_1$	0,030	5,65
Person $I_2$	0,010	5,68

**Tabel 3.13:** Beregnede dæmpningsforhold og den tilhørende egenfrekvens for dækelementet, for samtlige forsøgspersoner, i forbindelse med at sidde på dækelementet. Værdierne er midlede værdier. \* = Vedkommende sad i kørestol, og kunne følgelig ikke sidde på dækelementet.

Som det fremgår af tabel 3.13 er det svært at vurdere, hvorvidt forskellen er mellem den stående positur og i forhold til at sidde på dækelementet, idet dækelementets dæmpningsforhold og den tilhørende egenfrekvens er steget for nogle personer, faldet for andre personer, og uændret for nogle. Det fremgår dog af tabel 3.13 at person  $B_4$  (der i øvrigt er den forsøgsperson, med den største vægt), som i tilfældet med oprejst positur, er personen, der forøger dæmpningsforholdet mest, men det er forsøgsperson  $E_6$ , der reducerer egenfrekvensen mest.

For at afgøre om højden denne gang spiller ind, plottes dækelementets dæmpningsforhold som funktion af denne, som vist på figur 3.27.

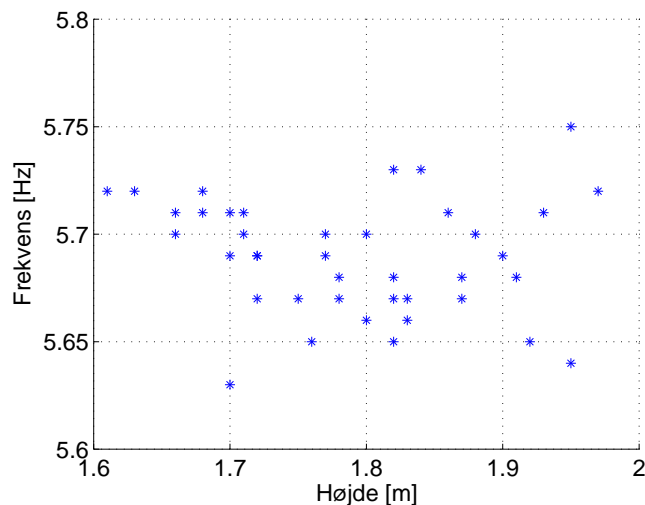


**Figur 3.27:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af højden for forsøgspersonerne, for siddende på dækelementet.

Som med den oprejste positur, er det svært at tyde sammenhængen mellem højden alene og dæmpningsforholdet, idet eksempelvis flere personer med en højde på  $1,6 - 1,8m$  har lige så stor indflydelse på dæmpningen som personer med højden  $1,8 - 1,9m$ .

På figur 3.28 er dækelementets egenfrekvens, som funktion af personernes højde vist.

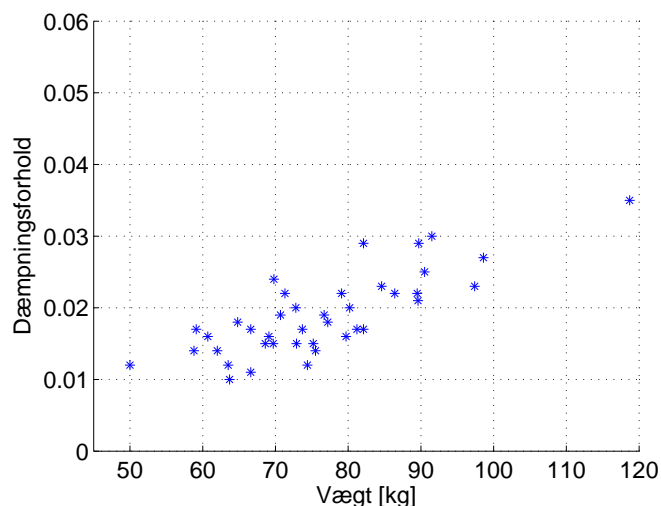




**Figur 3.28:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af højden for forsøgspersonerne, for siddende på dækelementet

Det fremgår af figur 3.28, som i tilfældet med oprekest positur, at det umiddelbart lader til, på trods af nogle enkelte "afstikkere", at dækelementets egenfrekvens falder, jo højere personen er, men dette kan også være på baggrund af, at en høj person normalt vil veje mere end en lavere person.

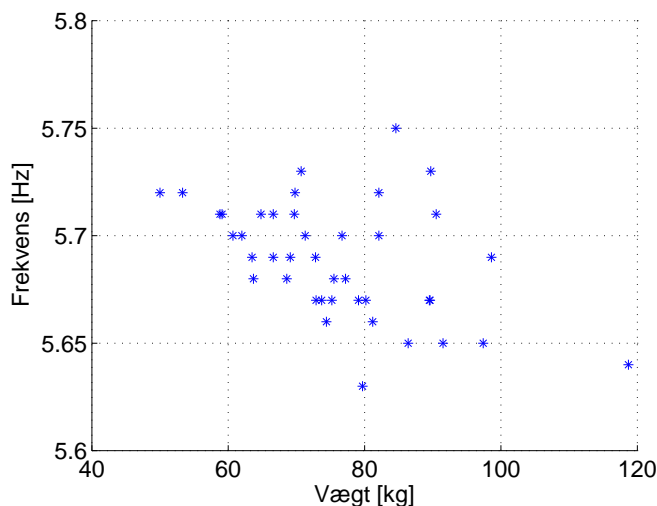
Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af personernes vægt er vist på figur 3.29.



**Figur 3.29:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af vægten for forsøgspersonerne, for siddende på dækelementet.

Det ses på figur 3.29, at i dette tilfælde er den letteste person ikke personen med mindst indflydelse, men personen med den største vægt, er den med størst indflydelse. Det fremgår også, at en person på ca. 90kg kan have større indflydelse end en person på ca. 100kg. Muligvis er disse målinger en "fejlmåling", men som tidligere nævnt, er der flere usikkerheder knyttet til forsøget. På trods af de enkelte "afstikkere" synes det generelle billede at være, at dækelementets dæmpningsforhold øges, jo tungere personen er.

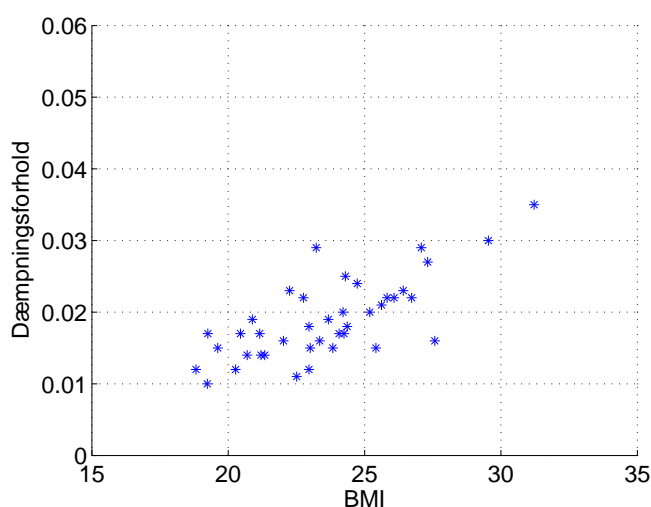
Personernes indflydelse på egenfrekvensen af dækelementet som funktion af vægten, er vist på figur 3.30.



**Figur 3.30:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af vægt for forsøgspersonerne, for siddende på dækelementet.

Det er svært at tyde en entydig sammenhæng på figur 3.30, og sammenlignes figuren med figur 3.24, er personen med vægten på ca. 120kg ikke personen, der reducerer dækelementets egenfrekvens mest, men derimod person  $E_6$ , med en vægt på ca. 80kg. Dog kunne det tyde på, at egenfrekvensen reduceres i takt med personens vægt, i forbindelse med at sidde på dækelementet.

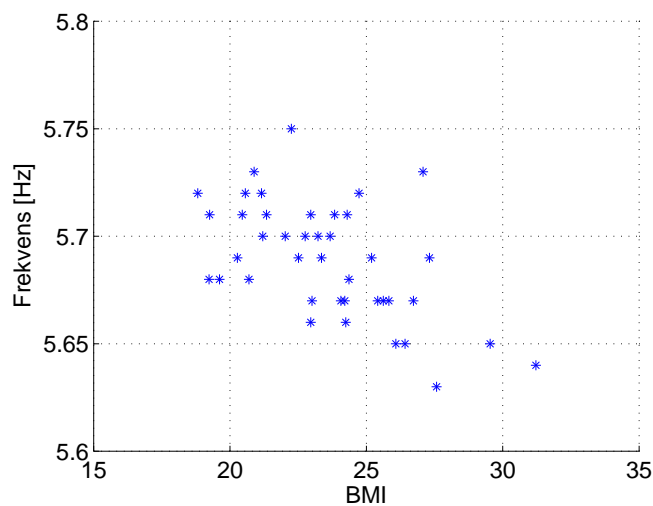
På figur 3.31, er vist dækelementets dæmpningsforhold som funktion af BMI for forsøgspersonerne.



**Figur 3.31:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af BMI for forsøgspersonerne, siddende på dækelementet.

Som i tilfældet med oprejst positur, lader det til, at dæmpningsforholdet øges i takt med et

stigende BMI, men som tidligere nævnt, indebærer et højt BMI en stor vægt i forhold til højden af personen. Slutteligt plottes dækelementets egenfrekvens som funktion af personernes BMI, som vist på figur 3.32.



**Figur 3.32:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af BMI for forsøgspersonerne, for siddende på dækelementet.

Som i tilfældet med oprejst positur, synes dækelementets egenfrekvens at aftage i takt med et voksende BMI.

### 3.7.3 Siddende på træklodser

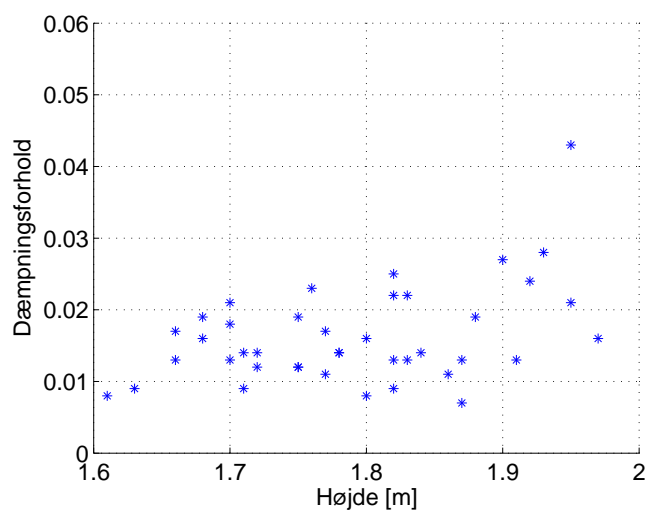
Forsøgsresultater i forbindelse med at sidde på træklodser vist i tabel 3.14.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Person $A_1$	0,018	5,64
Person $A_2$	0,014	5,62
Person $A_3$	0,024	5,58
Person $A_4$	0,014	5,65
Person $A_5$	0,007	5,61
Person $B_1$	0,028	5,62
Person $B_2$	0,011	5,62
Person $B_3$	0,014	5,60
Person $B_4$	0,043	5,60
Person $B_5$	0,017	5,64
Person $B_6$	0,027	5,65
Person $C_1$	0,025	5,65
Person $C_2$	0,011	5,61
Person $C_3$	0,014	5,60
Person $D_1$	0,019	5,59
Person $D_2$	0,021	5,61
Person $D_3$	0,019	5,62
Person $D_4$	0,012	5,60
Person $D_5$	0,008	5,60
Person $D_6$	0,014	5,59
Person $D_7$	*	*
Person $E_1$	0,016	5,65
Person $E_2$	0,012	5,63
Person $E_3$	0,013	5,65
Person $E_4$	0,022	5,65
Person $E_5$	0,013	5,59
Person $E_6$	0,021	5,61
Person $F_1$	0,009	5,62
Person $F_2$	0,008	5,64
Person $F_3$	0,009	5,64
Person $G_1$	0,016	5,65
Person $G_2$	0,012	5,65
Person $G_3$	0,013	5,58
Person $H_1$	0,013	5,60
Person $H_2$	0,013	5,61
Person $H_3$	0,022	5,61
Person $H_4$	0,016	5,63
Person $H_5$	0,019	5,63
Person $H_6$	0,017	5,64
Person $H_7$	0,013	5,63
Person $I_1$	0,023	5,57
Person $I_2$	0,009	5,63

**Tabel 3.14:** Beregnede dæmpningsforhold og den tilhørende frekvens for samtlige forsøgspersoner, med at sidde på træklodser. Værdierne er midlede værdier. \* = Måling bortkommet.

Analogt med de foregående positurer, giver tilfældet med personerne siddende på træklodserne enten en stigning, et fald eller status quo på den enkelte persons indflydelse på dækelementets dæmpningsforhold; umiddelbart lader det dog til, at for de fleste personer er dæmpningsforholdet faldet i forhold til de foregående positurer. Dækelementets egenfrekvens ser ud til at være nogenlunde stabiliseret i intervallet  $5,60 - 5,65\text{Hz}$  for langt de fleste persons tilstedeværelse på dækelementet.

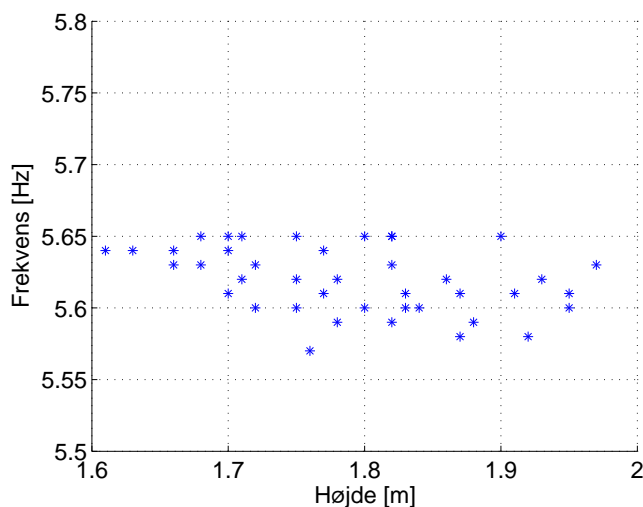
På figur 3.33 er vist personernes indflydelse på dæmpningsforholdet som funktion af personernes højde.



**Figur 3.33:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af højden for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Som i tilfældet med de foregående positurer, fremgår det af figur 3.33, at højden alene ikke giver et kvalitativt estimat på en persons indflydelse på dækelementets dæmpningsforhold, men det fremgår dog af figuren, at personerne med en højde på ca.  $1,6\text{m}$  har en lav indflydelse kontra personerne med en højde på  $1,9\text{m}$  eller højere. Dette kan dog også skyldes, at en højere person normalt vil veje mere end en lavere person.

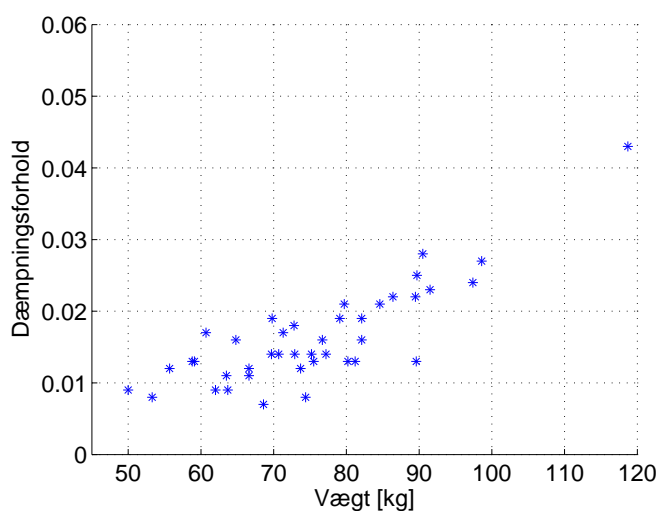
På figur 3.34 er dækelementets egenfrekvens, som funktion af personernes højde vist.



**Figur 3.34:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af højden for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Det ses af figur 3.34, at dækelementets egenfrekvens synes stabiliseret i intervallet  $5,60 - 5,65\text{Hz}$  for langt de fleste personernes tilstedeværelse; dette kan skyldes, at træklodserne, ligesom med personen, introducerer mere masse på dækelementet, hvorfor egenfrekvensen ikke overstiger  $5,65\text{Hz}$  på figur 3.34. Men på trods af egenfrekvensens umiddelbare stabilisering, er det svært at tolke en sammenhæng på figuren, idet fx. forsøgsperson  $I_1$  med en højde på  $1,76\text{m}$  er personen, der har den største indflydelse på egenfrekvensen, kontra personer, der er højere/lavere end forsøgsperson  $I_1$ .

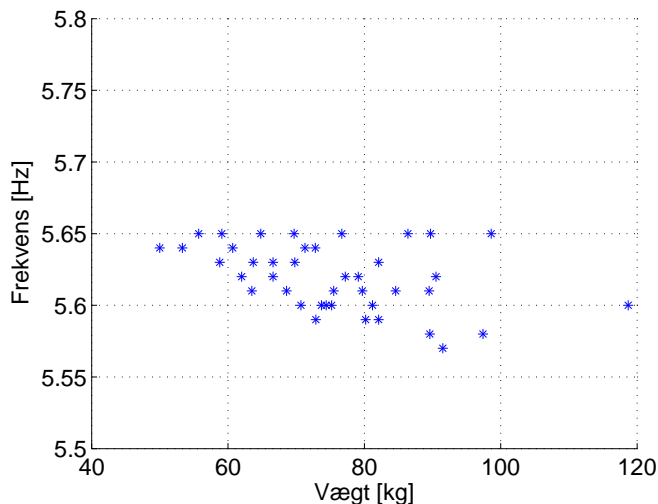
På figur 3.35 er dækelementets dæmpningsforhold som funktion af personernes vægt vist.



**Figur 3.35:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af vægten for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Figur 3.35 indikerer generelt, at dækelementets dæmpningsforhold øges i takt med personens vægt, især ses det af ”yderpunkterne”, at personen med en vægt på ca.  $50\text{kg}$  har svag indflydelse kontra personen, der vejer ca.  $120\text{kg}$ .

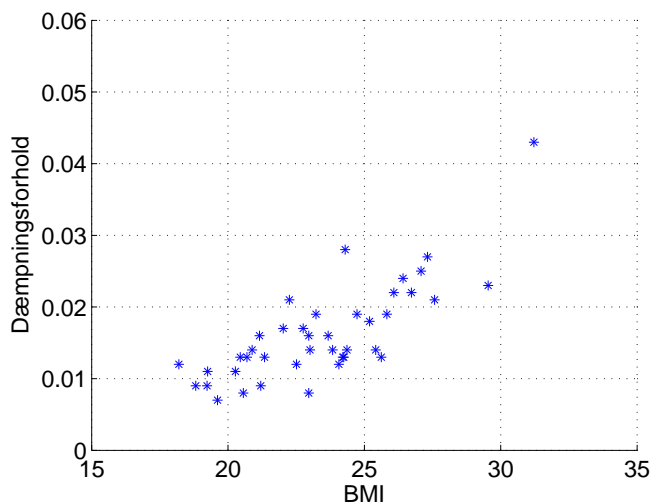
På figur 3.36 ses dækelementets egenfrekvens som funktion af personernes vægt.



**Figur 3.36:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af vægt for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Det fremgår af figur 3.36, at for langt de fleste personers tilstedeværelse i form af at sidde på træklodser, ligger dækelementets egenfrekvens i intervallet  $5,60 - 5,65 \text{ Hz}$ , men idet træklodsernes masse på forhånd har reduceret egenfrekvensen, kan det være svært at tyde det store udsving, for den enkelte person. Ydermere ses det forsøgets tungeste person, ikke er personen, der reducerer egenfrekvensen mest, men derimod forsøgsperson  $I_1$  med en vægt på ca.  $92 \text{ kg}$ .

På figur 3.37 er dækelementets dæmpningsforhold som funktion af personernes BMI vist.

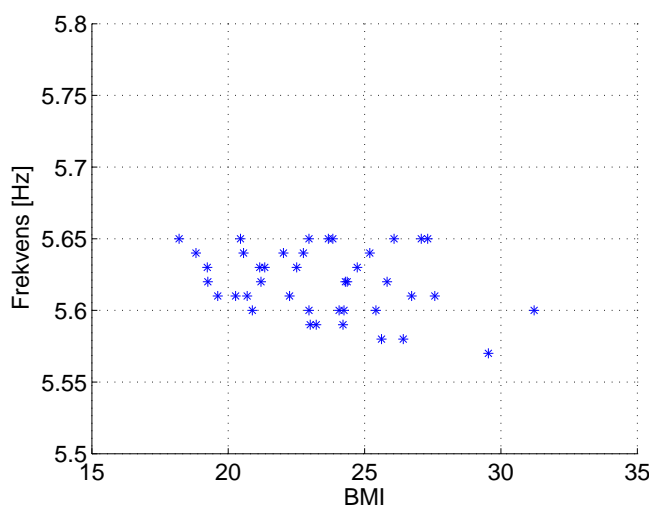


**Figur 3.37:** Dækelementets dæmpningsforhold som funktion af BMI for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Figur 3.37 ændrer ikke på det, indtil videre, generelle billede af, at der generelt observeres en øgning i dækelementets dæmpningsforhold i takt med et voksende BMI for personen. Men

som nævnt tidligere, medfører et stort BMI en stor vægt i forhold til højden. Personen med det største BMI på ca. 32, er personen, der medfører den største forøgning af dæmpningsforholdet, men dette er også forsøgets tungeste person på ca. 120kg.

Slutteligt plottes dækelementets egenfrekvens som funktion af personernes BMI, som vist på figur 3.38.



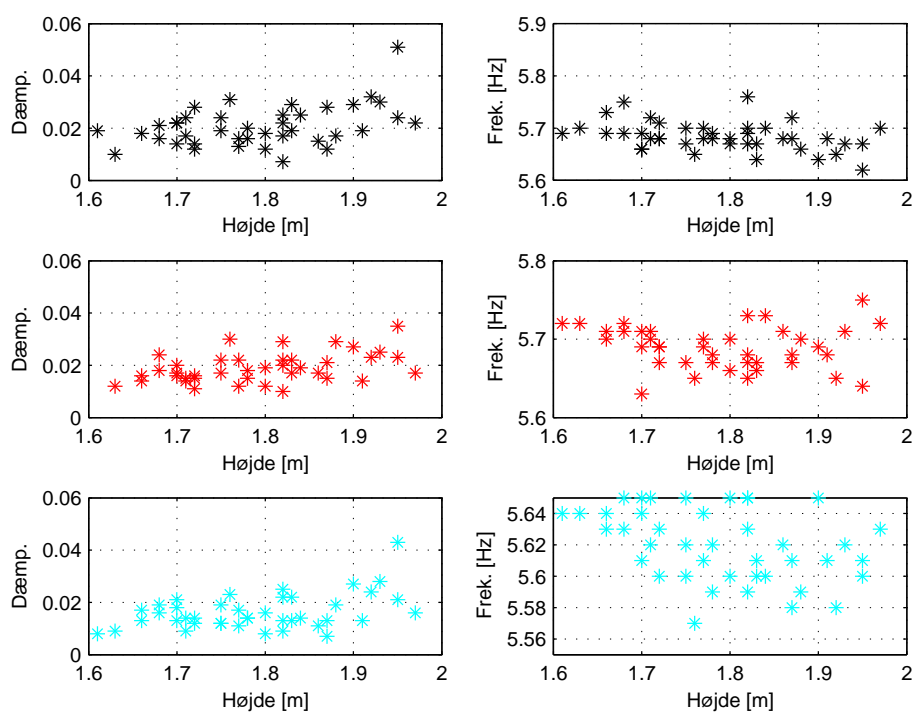
**Figur 3.38:** Dækelementets egenfrekvens som funktion af BMI for forsøgspersonerne, siddende på træklodser.

Det fremgår af figur 3.38, som i tilfældet med de foregående positurer, at på trods af enkelte ”afstikkere”, synes egenfrekvensen at falde i takt med et voksende BMI, dog kan det også være vægten i BMI’et, der har den afgørende indflydelse. Dette, samt en generel opsummering af samtlige forsøgsresultater, afdækkes nærmere i afsnit 3.8.

### 3.8 Sammenfatning af resultater

I dette afsnit sammenfattes samtlige forsøgsresultater. Indledningsvist plottes dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold som funktion af personernes højde for alle positurer, som vist på figur 3.39.

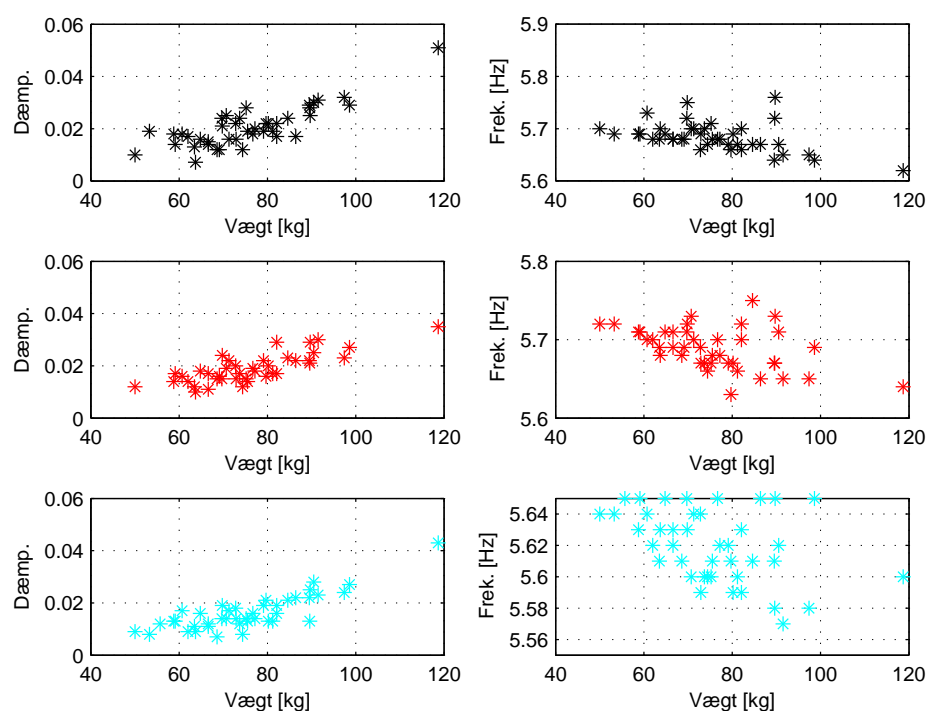




**Figur 3.39:** Dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, som funktion af personernes højde. Øverst: Stående positur, markeret med sort. Midterst: Siddende på dækelementet, markeret med rødt. Nederst: Siddende på træklodder, markeret med blåt. Flg. betegnelser er anvendt: Dæmp.: Dæmpningsforhold. Frek.: Frekvens.

Det fremgår af figur 3.39, at højden alene generelt giver et dårligt estimat på en persons indflydelse på elementets egenfrekvens og dæmpningsforhold. Der er enkelte tilfælde, hvor det kan synes, at personens indflydelse til at reducere egenfrekvens og forøge dæmpningsforholdet af dækelementet stiger med højden, men dette skyldes sandsynligvis, at en persons vægt normalt stiger med højden af personen. Figuren bærer dog præg af, at personenes indflydelse afhænger af posituren, idet det ses, at personerne generelt dæmper mest i stående positur, og mindst i forbindelse med at sidde på træklodser. Det ses, at egenfrekvensen er lavest i forbindelse med at sidde på træklodser, hvilket må skyldes, at træklodsernes masse, sammen med personen, reducerer egenfrekvensen. Generelt må det dog konkluderes, at en persons højde giver et svagt estimat på den dynamiske interaktion mellem personen og dækelementet.

På figur 3.40 er vist dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold som funktion af personernes vægt for alle positurer.

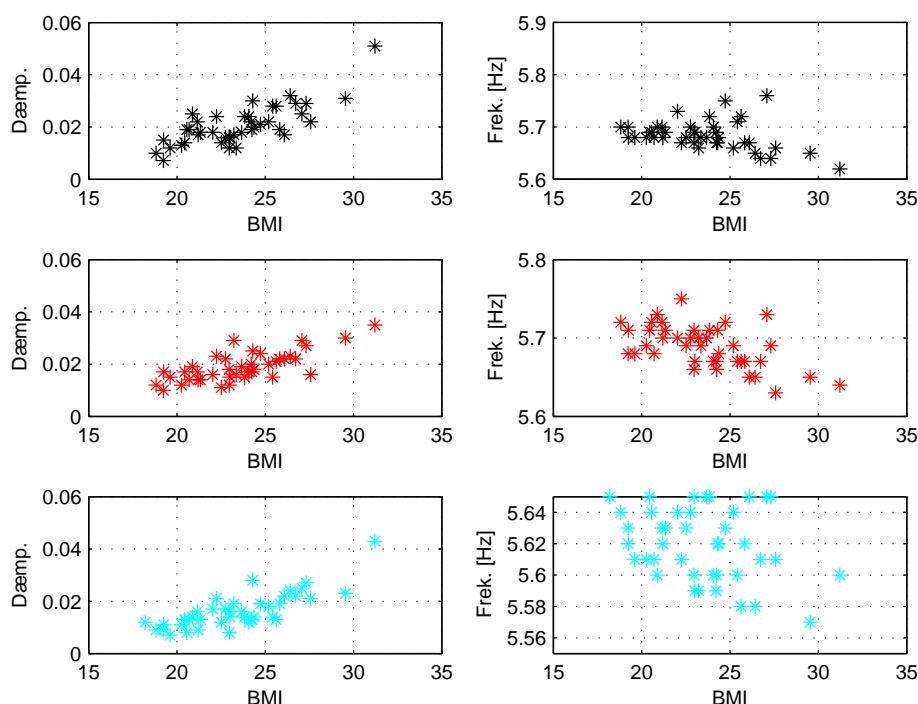


**Figur 3.40:** Dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, som funktion af personernes vægt. Øverst: Stående positur, markeret med sort. Midterst: Siddende på dækelementet, markeret med rødt. Nederst: Siddende på træklodser, markeret med blå. Flg. betegnelser er anvendt: Dæmp.: Dæmpningsforhold. Frek.: Frekvens.

Det ses af figur 3.40, at vægten af personerne giver et væsentlig bedre estimat i forhold til højden, på den enkelte persons indflydelse på dækelementets dynamiske parametre. Det fremgår af figuren, at dæmpningsforholdet af dækelementet har tendens til at øges i takt med vægten af personen, ligeledes synes egenfrekvensen i almindelighed at reduceres, jo tungere personen er. Ligeledes ses det, at posituren har indflydelse, idet personerne generelt dæmper mest ved den stående positur, kontra siddende på træklodser.

Slutteligt plottes dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold som funktion af per-

sonernes BMI for alle positurer, hvilket er vist på figur 3.41.



**Figur 3.41:** Dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, som funktion af personernes BMI. Øverst: Stående positur, markeret med sort. Midterst: Siddende på dækelementet, markeret med rødt. Nederst: Siddende på træklodser, markeret med blå. Flg. betegnelser er anvendt: Dæmp.: Dæmpningsforhold. Frek.: Frekvens.

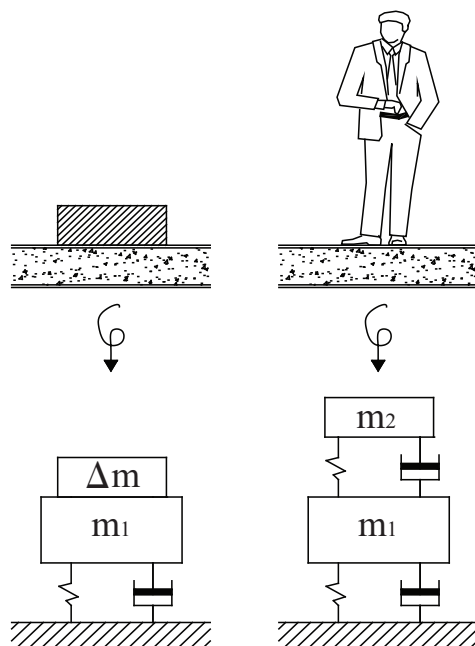
Det ses af figur 3.41, at en persons indflydelse på dækelementets dynamiske parametre synes at øges i takt med et stigende BMI, forstået på den måde, at personen øger dæmpningsforholdet, jo større BMI personen har; tilsvarende observeres der er fald i elementets egenfrekvens for voksende BMI af personen.

Det må dog konkluderes, at en persons vægt giver det bedste estimat på interaktionen med dækelementet, idet det kan oplyses, (men også ses i tabel 3.10 og 3.11), at personerne med et BMI > 25, i langt de fleste tilfælde var for personer med en vægt på ca. 80kg og opefter. Nogle forsøg med fx en person med en højde på ca. 1,5m og en vægt på 65kg (der medfører et BMI på 29) kontra en person med en vilkårlig højde, men en vægt på fx. 90kg, ville muligvis verificere, at vægten er den afgørende faktor, og bidrager med det bedste estimat.

Der kan dog ikke herske tvivl om, at en persons tilstedeværelse på dækelementet, uanset posituren, har en væsentlig forøgning af dækelementets dæmpningsforhold, og en formindskelse af egenfrekvensen.

Da det er blevet belyst i det foregående, at træklodserne (uden personen) har en negligibel indflydelse på dæmpningsforholdet, og tilsvarende at en person introducerer væsentlig dæmpning, vidner om, at træklodserne blot er ”dødvægt”, dvs. en stillestående tillægsmasse, hvorfor det ækvivalente, dynamiske system for hhv. træklodser og en passiv person principielt

må være som skitseret på figur 3.42.

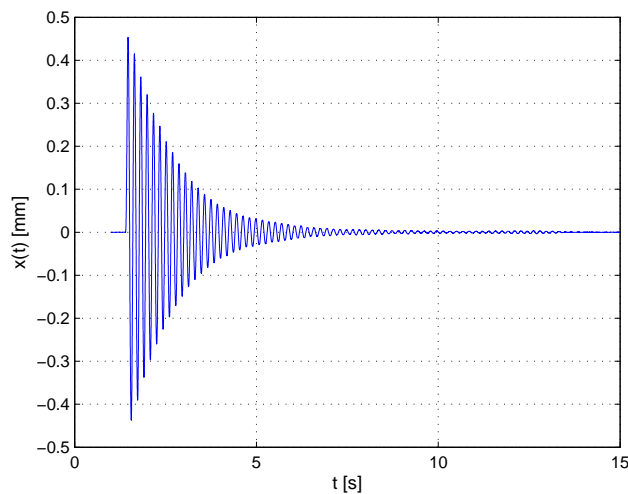


**Figur 3.42:** Det ækvivalente, dynamiske system for hhv. træklokker og passiv person.  $m_1$  = Massen af dækelementet.  $m_2$  = Massen af passiv person.  $\Delta m$  = Tillægsmassen fra træklokkerne.

I det følgende gennemgås personernes vurdering af start-amplituden.

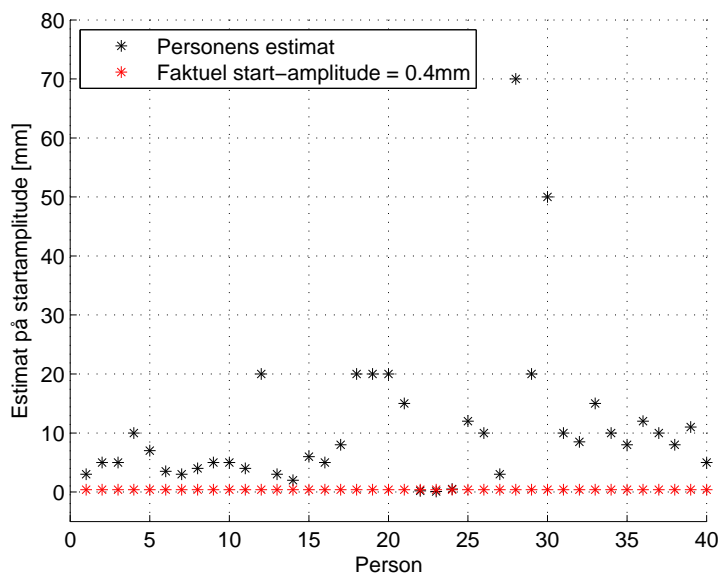
### 3.9 Forsøgspersonernes vurdering af start-amplituden

Som tidligere nævnt, blev hver person bedt om, at give et estimat på start-amplituden af dækelementets svingninger (når personen befandt sig på dækelementet), i forbindelse med den stående positur. Start-amplituden på dækelementets henfald var i samtlige tilfælde ca.  $0,4\text{ mm}$ , og på figur 3.43 er vist et eksempel på en henfaldskurve, med en persons tilstedeværelse på dækelementet.



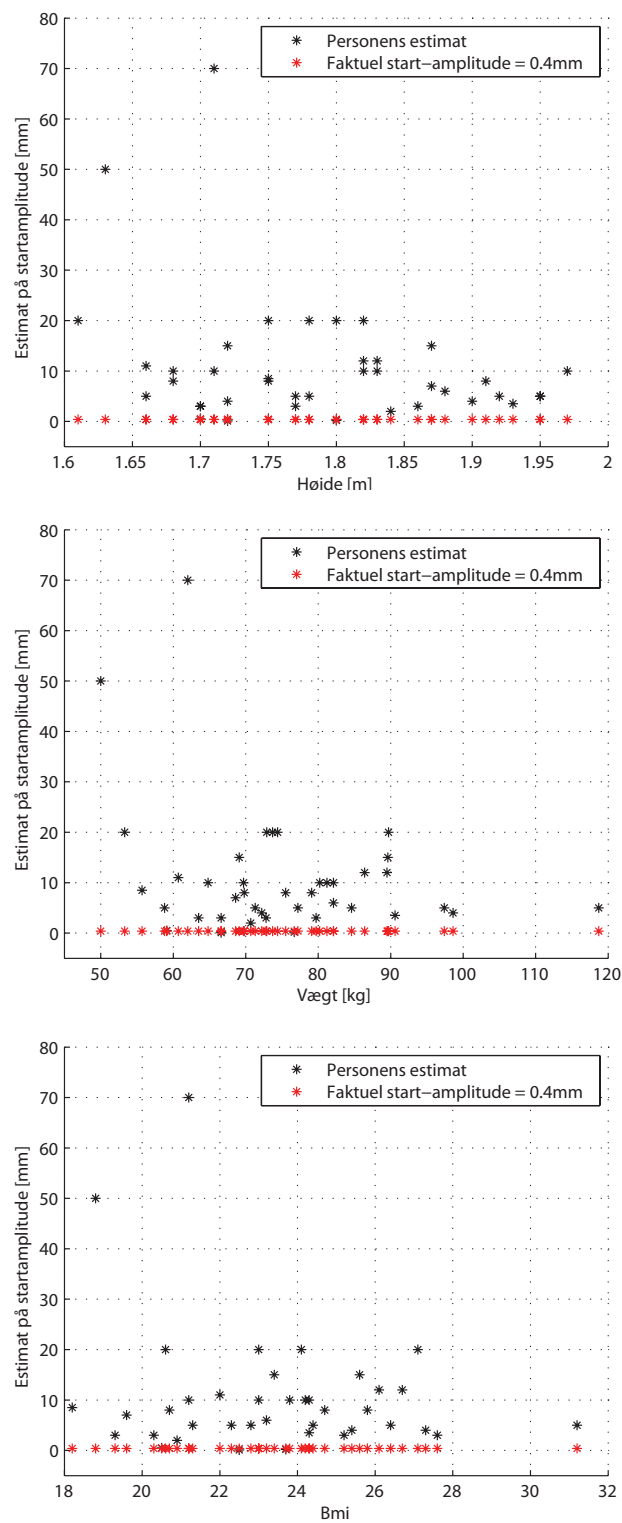
**Figur 3.43:** Eksempel på henfaldskurve med en persons tilstedeværelse på dækelementet, for oprejst positur.

Det ses af figur 3.43, at start-amplituden er ca.  $0,4\text{mm}$ . På figur 3.44 er vist de enkelte personers vurdering.



**Figur 3.44:** Personernes vurdering af start-amplituden af dækelementets frie henfald.

Det ses af figur 3.44, at samtlige personer, bortset fra enkelte tilfælde, kraftigt overvurderer start-amplituden, selvom denne er af en relativt lille størrelse på  $0,4\text{mm}$ . Dette vidner om, at personer er meget sensitive vibrations-sensorer. For at afdække om personens estimat kunne afhænge af personens højde, vægt eller BMI, plottes personernes estimat som funktion af disse, som vist på figur 3.45.



**Figur 3.45:** Personernes estimat på start-amplituden som funktion af hhv. højde, vægt og BMI.

Det ses af figur 3.45, at der ikke er nogen entydig sammenhæng mellem personens estimat som funktion af enten højde, vægt eller BMI; det ses dog, at de personer, der særdeles kraftigt overvurderer amplituden (50mm og 70mm), er i den forholdsvis ”lave ende” af skalaen af højde, vægt og BMI. Flere målinger med flere personer ville muligvis give et mere præcist billede.

### 3.10 Usikkerheder

Forsøget er vedhæftet med flere usikkerheder. Disse er som følgende:

- Højderne er ikke målt, men antaget ud fra eksempelvis pashøjde
- Antallet af målinger for den enkelte person
- Det anvendte tidsinterval til beregning af dæmpningsforhold og egenfrekvens

Det kan dog diskuteres, hvorvidt om en decideret måling af højden af personerne ville ændre noget i billedet, idet den tungeste forsøgsperson  $B_4$  var den med størst indflydelse af dæmpningsforholdet i alle positurer, men person  $B_4$  var ikke personen med den største højde; ligeledes er det bekræftet flere gange i de foregående afsnit, af højden alene giver et svagt estimat på den enkelte persons indflydelse, hvorfor denne usikkerhed må betegnes som neglicibel. En væsentlig større usikkerhed er dog antallet af målinger for de enkelte personer, idet ikke alle blev anvendt tre gange til de enkelte positurer, mens andre blev anvendt mere end tre gange. Flere (og samme antal) målinger ville muligvis give et mere præcist billede. Den største usikkerhed er dog det anvendte tidsinterval for de enkelte personer, idet denne varierer væsentligt. Forsøgsudstyret er meget sensitivt, og en mindre, pludselig bevægelse giver ”støj” i signalet. Nogle personer har haft meget svært ved at stå forholdsvis stille, da det anvendte tidsvindue til identifikation af  $\zeta$  og  $f_d$  i nogle tilfælde var helt nede på 0,5s for at opnå nogenlunde sammenhængende målepunkter, ellers lå det meget spredt i intervallet 1 – 8s. Resultaterne for samtlige forsøgspersoner er midlede værdier, men det kan oplyses, at i nogle tilfælde var der væsentlig variation på delmålingerne for den enkelte person i den enkelte positur, pga. meget støj i signalet. Det antages dog, at det programmerede software til beregning, *MatLab*, ikke har introduceret en fejlkilde, idet referencemålingerne for tomt dækelement, stemmer overens med målingerne foretaget i [Horsager og Jørgensen, 2008].





## Kapitel 4

# Identifikation af modale parametre

Som oplæg til Forsøg II, hvor passiv personlast kombineres med aktiv personlast, forstået på den måde, at en aktiv person, dvs. en gående person på dækelementet, nu kommer i spil, er det fornødent at estimere dækelementets samt personernes modale parametre, idet der ønskes en endelig verificering af, om en passiv persons dynamiske interaktion med dækelementet kan modelleres som et koblet system, dvs. et system med to frihedsgrader, hvor person og dækelement hver repræsenterer én frihedsgrad. De modale parametre skal anvendes i en numerisk metode til estimering af dækelement samt en passiv persons respons, når en aktiv person går fra understøtning til understøtning på dækelementet. De beregnede resultater, estimeret ved den numeriske metode, danner derfor et grundlag for sammenligning med de målte resultater.

### 4.1 Identifikation af dækelementets modale parametre

I det følgende benævnes dækelementets modale parametre med index 1, eksempelvis

$$\text{modalmasse, dækelement} = m_1$$

Som tidligere nævnt, er dækelementet blevet løftet vha. laboratoriets kran, og er fundet til at have en totalvægt på  $5699\text{kg}$ . Spændvidden er opmålt til  $12,1\text{m}$ , og under forudsætning af homogent tværsnit giver dette en massefordeling på  $\mu = 471 \frac{\text{kg}}{\text{m}}$ . Massefordelingen og længden af dækelementet skal anvendes til estimering af modalmassen, og i Bilag D er modalmassen for første egensvingningsform (hvilket også er eneste egensvingningsform, da dækelementet er blevet behandlet som et system med én frihedsgrad) blevet bestemt til  $m_1 = 2567\text{kg}$ . I forbindelse med fjederstivheden,  $k_1$ , er der principielt to metoder til identifikation af denne, hvor Metode 1 anvender dækelementets E-modul og inertimoment, der var oplyst i Kapitel 3, tabel 3.1, og hvor Metode 2 anvender dækelementets egenfrekvens  $f_{d_1}$  og dæmpningsforhold  $\zeta_1$ . Det tomme dækelements egenfrekvens og dæmpningsforhold er i Kapitel 3 blevet eksperimentielt bestemt til hhv.  $f_{d_1} = 5,78\text{Hz}$  og  $\zeta_1 = 0,0022$ , og i Bilag D er resultaterne fremkommet, ved brug af de to Metoder, som opstillet i tabel 4.1.

	$k_1 \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$
Metode 1	$4,410 \cdot 10^6$
Metode 2	$3,386 \cdot 10^6$

**Tabel 4.1:** Estimering af dækelementets fjederstivhed ved brug af to metoder.

Det ses af tabel 4.1, at Metode 1 giver en større værdi for  $k_1$  i en størrelses-orden på  $30,2\%$  i forhold til Metode 2. Dette kan bl.a. skyldes, at geometrien i forbindelse med dækelementets

inertimoment, som tidligere nævnt, er tilnærmet med et I-profil. Ydermere kan der også være en afvigelse på E-modulen. Af disse grunde er det valgt, at regne videre med  $k_1 = 3,386 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$ , da denne vurderes mere præcis, idet denne er eksperimentielt bestemt for det faktiske dækelement. Dæmpningskonstanten,  $c_1$ , er ligeledes bestemt i Bilag D, ved brug af resultatet fra Metode 2, og de endelige, modale parametre er sammensat i tabel 4.2.

$m_1$ [kg]	$k_1$ [ $\frac{N}{m}$ ]	$c_1$ [ $\frac{kg}{s}$ ]
2567	$3,386 \cdot 10^6$	410,2

**Tabel 4.2:** Beregnede modale parametre for det tomme dækelement, i form af modal masse, fjederstivhed og dæmpningskonstant.

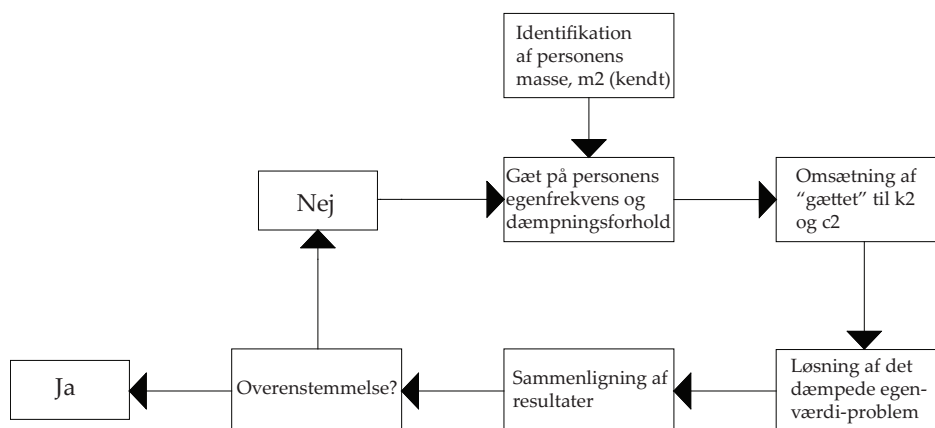
## 4.2 Identifikation af personernes modale parametre

I det følgende benævnes personens modale parametre med index 2, eksempelvis

modalmasse, person =  $m_2$

Da det blev belyst i Kapitel 3, afsnit 3.8, at en person umiddelbart kan modelleres som et SDOF-system, bestående af en masse, en fjeder og en dæmper, kan der i princippet bestemmes en fjederstivhed,  $k_2$  og en dæmperkonstant,  $c_2$  for personen. Den eneste parameter, der er kendt, er massen for den enkelte person,  $m_2$ , idet samtlige personer er blevet vejede. I afsnit 4.1 blev dækelementets modale parametre bestemt ud fra  $f_{d_1}$  og  $\zeta_1$ , som kan omsættes til en fjederstivhed og en dæmpningskonstant, når modalmassen er kendt. Denne procedure kan dog ikke anvendes til identifikation af personernes modale parametre, idet der ikke foreligger nogle målinger af henfaldsvibrationer for personen alene, der ville kunne tilvejebringe  $f_{d_2}$  og  $\zeta_2$ , hvilket sandsynligvis er umuligt i praksis. Der kan dog anvendes en iterativ proces i form af, at løse det dæmpede egenverdiproblem (dæmpede egenverdiproblemer er nærmere beskrevet i Bilag A), hvor der gættes på personens egenfrekvens  $f_{d_2}$ , og dæmpningsforhold,  $\zeta_2$ , som så omsættes til  $k_2$  og  $c_2$ , idet  $m_2$  er kendt, og egenverdiproblemet løses.

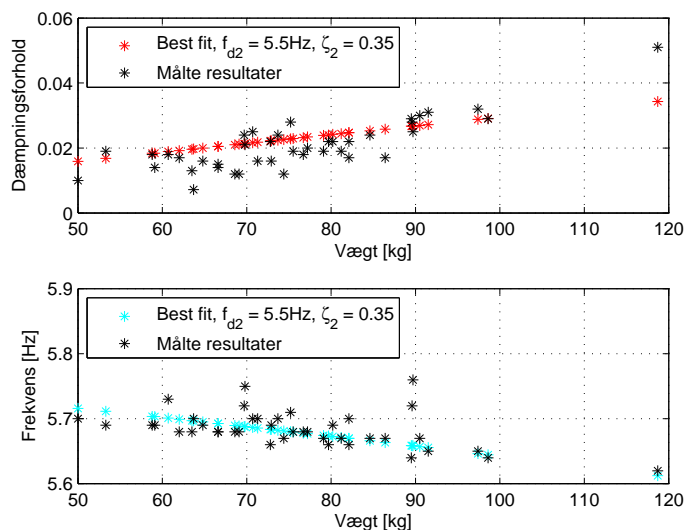
Grunden til, at egenverdiproblemet tages i betragtning, er at output'ne fra dæmpede egenverdiproblemer er et koblet systems egenfrekvens(er) og dæmpningsforhold, og disse er kendt fra de foregående målinger, i og med dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, med personens tilstedeværelse, er blevet eksperimentielt bestemt. Idet personen introducerer en væsentlig forøgning af dækelementets dæmpning, må person og dækelement umiddelbart kunne betegnes som et koblet/sammensat system af masser, fjedre og dæmpere. De målte resultater, i form af dækkets egenfrekvens og dæmpningsforhold med personens tilstedeværelse, kan derfor verificere om gættet på personens egenfrekvens og dæmpningsforhold er kvalitativt, når disse sammenlignes med resultaterne fra det dæmpede egenverdiproblem. Selve processen er illustreret på figur 4.1.



**Figur 4.1:** Diagram over den iterative proces mht. estimering af personernes modale parametre.

Det skal dog indskræpes, jvf. boksen ”overenstemmelse” i diagrammet på figur 4.1, at det kan være kompliceret, at lave et gæt, der giver en fuldkommen overensstemmelse mellem de beregnede og målte resultater, bl.a. på baggrund af usikkerheder af de målte resultater, hvorfor gættet på personens egenfrekvens og dæmpningsforhold må betegnes som tilfredsstillende, når der er nogenlunde overensstemmelse mellem resultaterne.

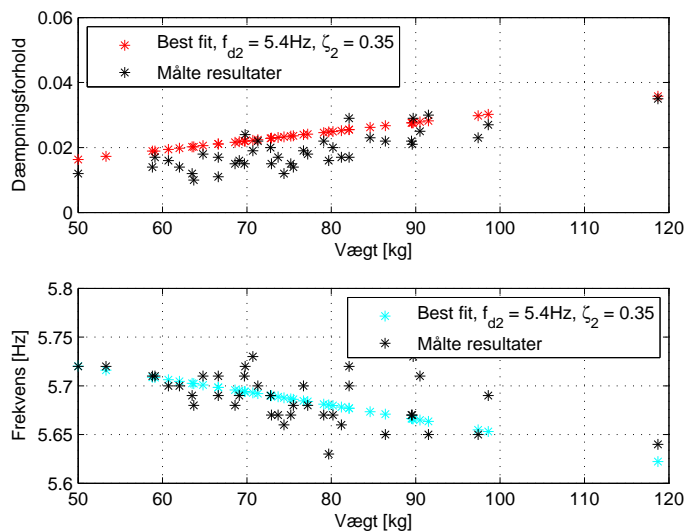
I Kapitel 3, afsnit 3.8, blev det afdækket, at personens indflydelse på dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold ikke var ens for de anvendte positurer, omend der ikke var væsentlig forskel, hvorfor dette kan have indflydelse på ”best fit”, dvs. estimeringen af personens egenfrekvens og dæmpningsforhold. For den oprejste positur gav et gæt på personens egenfrekvens og dæmpningsforhold på hhv.  $f_{d2} = 5,5\text{Hz}$  og  $\zeta_2 = 0,35$  for samtlige forsøgspersoner, en forholdsvis overensstemmelse mellem resultaterne, som vist på figur 4.2.



**Figur 4.2:** Beregnede og målte resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold for person-dækelement systemet, for personen stående på dækelementet.

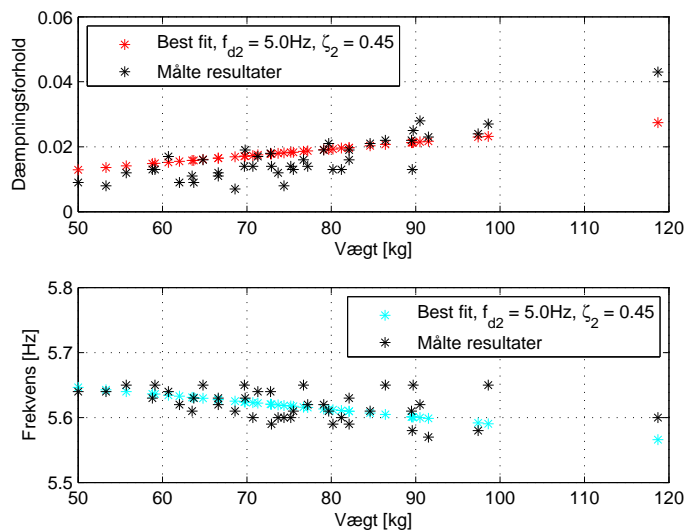
I forbindelse med at sidde på dækelementet, gav et gæt på personens egenfrekvens og dæmp-

ningsforhold på hhv.  $f_{d_2} = 5,4\text{Hz}$  og  $\zeta_2 = 0,35$  for samtlige forsøgspersoner, en forholdsvis overensstemmelse mellem resultaterne, som vist på figur 4.3.



**Figur 4.3:** Beregnede og målte resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold for person-dækelement systemet, for personen siddende på dækelementet.

I forbindelse med at sidde på stole-anordningen i form af træklodser, gav et gæt på personens egenfrekvens og dæmpningsforhold på hhv.  $f_{d_2} = 5,0\text{Hz}$  og  $\zeta_2 = 0,45$  for samtlige forsøgspersoner, en forholdsvis overensstemmelse mellem resultaterne, som vist på figur 4.4.



**Figur 4.4:** Beregnede og målte resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold for person-dækelement systemet, for personen siddende på træklodser.

De anvendte gæt for samtlige positurer er opsummeret i tabel 4.3.

	$f_{d_2}$ [Hz]	$\zeta_2$
Stående	5,5	0,35
Siddende	5,4	0,35
Siddende, trækklodser	5,0	0,45

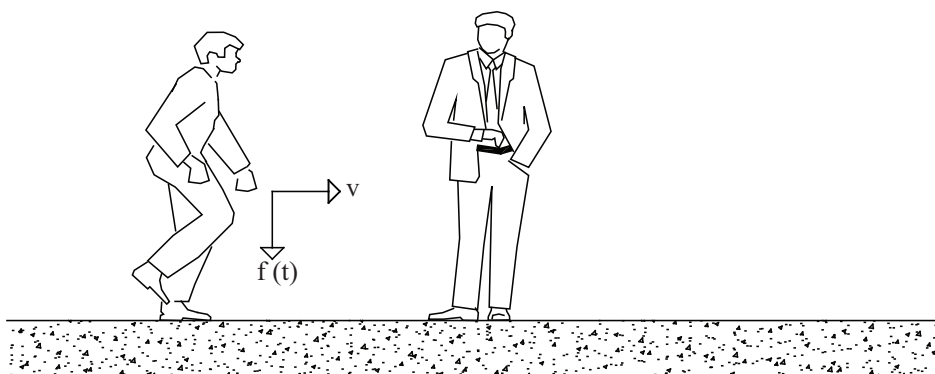
**Tabel 4.3:** Best fit for samtlige forsøgspersoner i form af personens egenfrekvens og dæmpningsforhold, for den enkelte positur.

Den umiddelbare ”fordel” ved parametrene i tabel 4.3, er at eneste input, der kræves til opstilling af  $k_2$  og  $c_2$  (i forbindelse med den numeriske metode, som indgår i Forsøg II) er personens masse  $m_2$ .



## Kapitel 5

# Forsøg II: Forsøg med aktiv og passiv personlast



Formålet med Forsøg II, er at verificere tesen om, at passiv person og dækelementet udgør et koblet system med to frihedsgrader, hvor person og dækelementet hver repræsenterer én frihedsgrad. Dette belyses via måling af dækelementets samt en passiv persons respons, når en aktiv person, dvs. en gående person, går fra understøtning til understøtning på dækelementet. Målingerne sammenlignes med et beregnet respons, estimeret ved en numerisk metode, i form af Newmark-algoritmen, dette for en række af forskellige gangfrekvenser. Newmark-algoritmen samt modelleringen af ganglasten er beskrevet i Bilag E. Det anvendte program til estimering af det beregnede respons kan findes på: [CD/Matlab/Newmark].

Generelt for forsøget, gælder at:

- Forsøgsemne, samt måleudstyr og dataopsamlingsprogram, er det samme som i Forsøg I. Forsøgsemnet er dog, pga. økonomiske beskæringer af plads-arealer, blevet flyttet udenfor, hvorfor der er blevet foretaget, inden hver påbegyndelse af ganglast, nogle kontrolmålinger af dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, for at undersøge om vejrforholdet har indflydelse på disse
- Forsøgets ”faser” var i form af, at en person går fra understøtning til understøtning ved forskellige gangfrekvenser uden en passiv persons tilstedeværelse. Herefter gentages processen, men nu med passiv persons tilstedeværelse centralt på dækelementet
- Ganghastigheden,  $v$ , er i forsøg søgt konstant, idet denne er for samtlige numeriske beregninger antaget konstant og sat til  $v = 1,5 \frac{m}{s}$

- For at gående person havde et ”pejlemærke” at gå efter, til de forskellige gangfrekvenser, er anvendt en tone-generator i form af programmet NCH Tone Generator, version 2.10. Programmet er *open source* og kan findes på [World-Voices, 2009]
- Måleudstyrets opsamlingsfrekvens var  $2400\text{Hz}$
- Måletiden for ganglast var 20 sekunder, og 16 sekunder for det frie henfald ved kontrolmålinger
- I forbindelse med Newmark-algoritmen er tidsskridtet,  $\Delta t$ , sat til  $\Delta t = 0,01\text{s}$ , stabilitetsværdierne  $\gamma$  og  $\beta$  er sat til henholdsvis  $\frac{1}{2}$  og  $\frac{1}{4}$ . Ligeledes er dækelementets hhv. passiv persons initiale flytning og hastighed, til tiden  $t_0 = 0\text{s}$ , antaget at være 0, hvilket er søgt udført i forsøgene, ved at sørge for, at dækelementets svingninger er klinget ud, inden påbegyndelse af hver gangfrekvens
- I alt blev der foretaget forsøg med 3 personer. Mere info om personerne, samt ”kombinationen” af disse foreligger i afsnit 5.2

Den udendørs forsøgsopstilling præsenteres i det følgende.

## 5.1 Forsøgsopstilling

Dækelementets udendørs placering er vist på figur 5.1.



*Figur 5.1: Dækelementet placeret udendørs.*

Elementet er simpelt understøttet i begge ender med en indbyrdes afstand, der er opmålt til  $10,9\text{m}$ . Dette svarer til samme understøtnings-form og afstand, som i Forsøg I, dog er understøtningerne skiftet ud med andre stålprofiler. Understøtningerne er vist på figur 5.2.

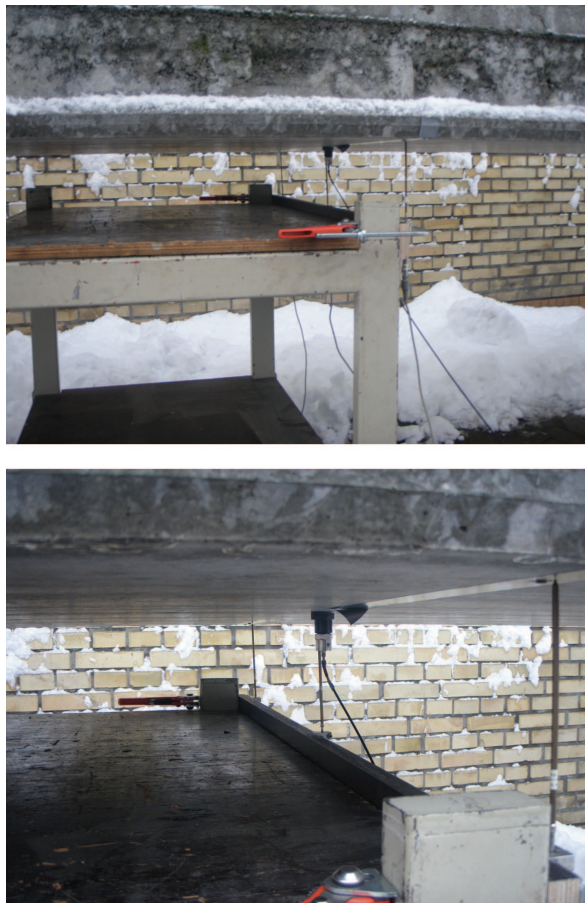




**Figur 5.2:** Elementets understøtninger. NB: Anordningen med bukke osv. omkring den ene understøtning, skyldes udelukkende at lette op/nedstigning for forsøgspersonerne.

Da understøtnings-form og afstand er den samme som i Forsøg I, ændrer dette ikke ved den teoretiske analyse af dækelementet, som er beskrevet i Bilag B.

Accelerometret er placeret på undersiden af dækelementet (i modsætning til overside ved Forsøg I). De tre flytningsmålere er placeret på undersiden af dækket midtfags, som ved tidligere forsøg. Opstillingen er vist på figur 5.3.



**Figur 5.3:** Målerne på undersiden af dækket midtfags, set fra forskellige vinkler. Fra venstre: F1, F2 og F3. Accelerometret er placeret til højre for centerflytningsmåleren, F2.

Måleudstyr i form af PC, flytningstransducerbokse, charge amplifiers og Spider var placeret i en varevogn, der var kørt op på siden af dækelementet, som vist på figur 5.4.



*Figur 5.4: Øverst: Varevogn kørt op på siden af dækelementet. Nederst: Måleudstyr i varevognen.*

På figur 5.5 er vist et forsøg, med en person der går henover dækelementet, uden passiv persons tilstedeværelse.



**Figur 5.5:** Forsøg med person, der går på dækelementet, uden passiv persons tilstedeværelse.

Til ”fasen” med passiv persons tilstedeværelse på dækelementet, blev et vinkelbeslag med et accelerometer fastspændt på kroppen af personen via en spænderem, som vist på figur 5.6.



**Figur 5.6:** Passiv person med accelerometer monteret via vinkelbeslag og spænderem, set fra forskellige vinkler.

Pga. det givne forsøgsudstyr, var det ikke praktisk muligt at montere en flytningsmåler på

den passive person. På figur 5.7 er vist et forsøg, med en person der går henover dækelementet med passiv persons tilstedeværelse.



**Figur 5.7:** Forsøg med person, der går på dækelementet, med passiv persons tilstedeværelse.

## 5.2 Persondata og -kombination

Persondata, i form af vægt, funktion, samt hvilken forsøgsdag, de deltog på, er opstillet i tabel 5.1. NB: Forsøgsdag 1 indgår ikke i tabellen, idet der var adskillige praktiske problemer på Dag 1, hvorfor Dag 1 kun bidrog med kontrolmålinger af det tomme dækelement.

Person	Vægt [kg]	Forsøgsdag	Funktion(er)
1	91,3	2 + 3 + 4	Aktiv <sub>A<sub>1</sub></sub> , Passiv <sub>P<sub>1</sub></sub>
2	81,0	3	Passiv <sub>P<sub>2</sub></sub>
3	99,7	4	Aktiv <sub>A<sub>3</sub></sub> , Passiv <sub>P<sub>3</sub></sub>

**Tabel 5.1:** Data for forsøgspersoner.

Hvorledes personerne er kombineret på de enkelte forsøgsgage, fremgår af tabel 5.2.

Forsøgsdag	Kombination
2	A <sub>1</sub>
3	A <sub>1</sub> , (A <sub>1</sub> + P <sub>2</sub> )
4	A <sub>1</sub> , (A <sub>1</sub> + P <sub>3</sub> ), (A <sub>3</sub> + P <sub>1</sub> )

**Tabel 5.2:** Kombinationen af forsøgspersoner, for de enkelte forsøgsgage.

Tabel 5.2 skal tolkes således, at på fx. Dag 2, blev der kun foretaget forsøg med person 1, hvor denne var aktiv, dvs. gik på dækelementet, uden en passiv persons tilstedeværelse; for

Dag 3 var person 1 ligeledes gående uden passiv persons tilstedeværelse, men herefter blev der foretaget et forsøg med en passiv persons (person 2) tilstedeværelse.

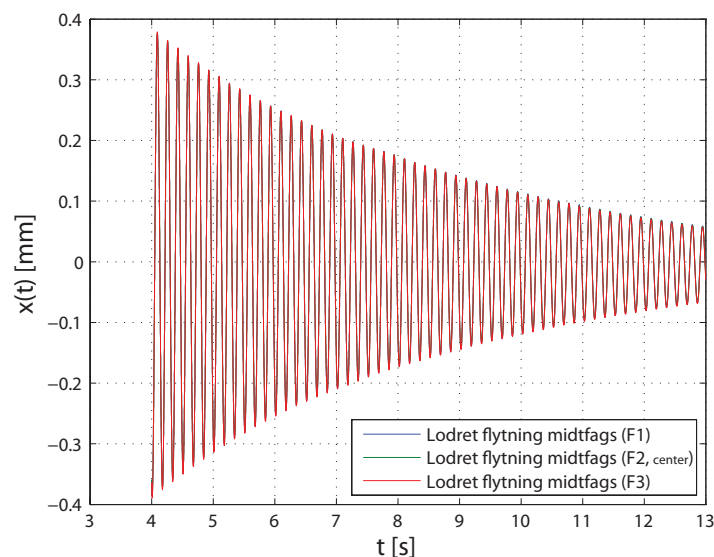
I det følgende gennemgås kontrolmålingerne for de forskellige dage, af det tomme dæks egenfrekvens og dæmpningsforhold. Metoderne til estimering af dæmpningsforholdet samt egenfrekvensen, er de samme metoder anvendt i Forsøg I, og er beskrevet i Bilag C.

## 5.3 Kontrolmålinger

Som i tidligere forsøg blev det tomme dækelement sat i svingninger med foden af en ekstern person, dvs. en person, der ikke stod på selve dækelementet. I det følgende gennemgås kontrolmålingerne for de forskellige "forsøgs-dage".

### 5.3.1 Dag 1, lufttemperatur = $-1^{\circ}$ Celsius

På figur 5.8 er vist en henfalds-kurve for det tomme dækelement sat i svingninger.



**Figur 5.8:** Henfalds-kurve for tomt dækelement, for Dag 1.

Det fremgår af figur 5.8, at outputtet fra flytningsmålerne er så identiske, at det ikke er muligt at se forskel, hvorfor det antages at den beregnede frekvens og dæmpningsforhold for én flytningsmåler er fyldestgørende; denne vælges til centerflytningsmåleren, F2. I alt blev der foretaget 12 målinger, og resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold er opstillet i tabel 5.3. NB: Det skal nævnes, at opsamlingsfrekvensen for Dag 1 var  $1200\text{Hz}$ , pga. komplikationer med dataopsamlings-programmet; dette vurderes dog til, at være en neglignelig usikkerhed.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0055	5,9860
Måling 2	0,0054	5,9905
Måling 3	0,0055	5,9929
Måling 4	0,0052	5,9904
Måling 5	0,0057	5,9929
Måling 6	0,0054	5,9935
Måling 7	0,0055	5,9940
Måling 8	0,0058	5,9929
Måling 9	0,0053	5,9955
Måling 10	0,0055	5,9959
Måling 11	0,0056	5,9965
Måling 12	0,0055	5,9960
<b>Midlede værdier</b>	0,0055	5,99

**Tabel 5.3:** Beregnede dæmpningsforhold og egenfrekvens for det tomme dækelement for Dag 1, med det generelle tidsvindue 4-13 sekunder (i enkelte tilfælde var tidsvinduet andre intervaller, pga. støj i signalet). Beregningerne er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det fremgår af tabel 5.3, at egenfrekvens og dæmpningsforhold er ændret, idet værdierne er blevet større, i forhold til Forsøg I, hvor disse blev beregnet til  $f_d = 5,78Hz$  og  $\zeta = 0,0022$  (baseret på 40 målinger). Inden der kommenteres yderligere på dette, gennemgås kontrolmålingerne for de resterende forsøgsdage.

### 5.3.2 Dag 2, lufttemperatur = $-3^\circ$ Celsius

I alt blev der foretaget 10 kontrolmålinger, på Dag 2, og resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold er opstillet i tabel 5.4.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0041	6,2014
Måling 2	0,0041	6,2009
Måling 3	0,0044	6,2019
Måling 4	0,0044	6,2019
Måling 5	0,0044	6,2012
Måling 6	0,0046	6,2009
Måling 7	0,0044	6,2009
Måling 8	0,0045	6,2022
Måling 9	0,0038	6,1934
Måling 10	0,0045	6,2012
<b>Midlede værdier</b>	0,0043	6,20

**Tabel 5.4:** Beregnede dæmpningsforhold og egenfrekvens for det tomme dækelement, for Dag 2. Beregningerne er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren, F2.

Det fremgår af resultaterne i tabel 5.4, hvis sammenlignet med tabel 5.3, at dæmpningsforholdet er blevet reduceret, men egenfrekvensen er steget. Værdierne i tabel 5.4 er dog stadig større end værdierne for Forsøg I.

### 5.3.3 Dag 3, lufttemperatur = $-8^\circ$ Celsius

Der blev foretaget 10 kontrolmålinger på Dag 3, og resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold er opstillet i tabel 5.5.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0034	6,2396
Måling 2	0,0035	6,2387
Måling 3	0,0036	6,2401
Måling 4	0,0036	6,2393
Måling 5	0,0036	6,2390
Måling 6	0,0036	6,2389
Måling 7	0,0036	6,2376
Måling 8	0,0036	6,2385
Måling 9	0,0036	6,2369
Måling 10	0,0036	6,2361
<b>Midlede værdier</b>	0,0036	6,24

**Tabel 5.5:** Beregnede dæmpningsforhold og dæmpede frekvens for det tomme dækelement, for Dag 3. Beregningerne er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren, F2.

Det fremgår af resultaterne i tabel 5.5, hvis sammenlignet med tabel 5.4, at dæmpningsforholdet er blevet reduceret, men egenfrekvensen er steget. Værdierne i tabel 5.5 er dog stadig større end værdierne for Forsøg I.

### 5.3.4 Dag 4, lufttemperatur = $-2^\circ$ Celsius

Der blev foretaget 6 kontrolmålinger på Dag 4, og resultater i form af egenfrekvens og dæmpningsforhold er opstillet i tabel 5.6.

	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$
Måling 1	0,0049	6,1759
Måling 2	0,0047	6,1730
Måling 3	0,0047	6,1757
Måling 4	0,0048	6,1755
Måling 5	0,0047	6,1730
Måling 6	0,0047	6,1738
<b>Midlede værdier</b>	0,0048	6,17

**Tabel 5.6:** Beregnede dæmpningsforhold og dæmpede frekvens for det tomme dækelement, for Dag 4. Beregningerne er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren, F2.

Det fremgår af resultaterne i tabel 5.6, hvis sammenlignet med tabel 5.5, at dæmpningsforholdet er øget, men egenfrekvensen reduceret. Værdierne i tabel 5.6 er ligeledes større end værdierne for Forsøg I.

### 5.3.5 Sammenfatning af resultater for kontrolmålinger

I tabel 5.7 er sammenfattet resultaterne for kontrolmålingerne, samt værdierne for Forsøg I (her er antaget en lufttemperatur på  $20^\circ C$ ).



	$\zeta [-]$	$f_d [Hz]$	Luft-temperatur [ $^{\circ}C$ ]	Antal målinger
Forsøg I	0,0022	5,78	20,0	40
Dag 1	0,0055	5,99	-1,0	12
Dag 2	0,0043	6,20	-3,0	10
Dag 3	0,0036	6,24	-8,0	10
Dag 4	0,0048	6,17	-2,0	6

**Tabel 5.7:** Resultater fra kontrolmålinger samt resultater fra tidligere forsøg

Det ses af tabel 5.7, at egenfrekvensen stiger efterhånden som temperaturen falder, som kan tyde på at betonens stivhed øges med aftagende temperatur, hvilket stemmer overens med [Herholdt et al., 1985], idet egenfrekvensen er størst ved den laveste temperatur på  $-8^{\circ}C$  på Dag 3.

Ligeledes kan det tyde på, at dæmpningskonstanten  $c$  er steget i forhold til Forsøg I, idet dæmpningsforholdet er blevet forøget. Dæmpningsforholdet er størst ved Dag 1, og falder for Dag 2 og 3, mens  $k$  øges, hvorefter  $\zeta$  øges på Dag 4, og  $f_d$  falder, hvilket kan tyde på, at stivheden  $k$  øges i større omfang end  $c$ , for aftagende temperatur. Flere målinger over forskellige dage ville muligvis have givet et mere præcist billede.

Ændringerne i dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold ændrer dog dækelementets modale parametre, og til videre beregninger er det antaget, at massen er uændret, og de respektive modale parametre tilhørende de forskellige forsøgsdage er opstillet i tabel 5.8. Metoden til bestemmelse af de modale parametre ud fra egenfrekvens, dæmpningsforhold og modalmasse er beskrevet i Bilag D.

	m [kg]	c $\left[\frac{kg}{s}\right]$	k $\left[\frac{N}{m}\right]$
Forsøg I	2567	410,20	$3,386 \cdot 10^6$
Dag 1	2567	1062,70	$3,636 \cdot 10^6$
Dag 2	2567	859,98	$3,896 \cdot 10^6$
Dag 3	2567	724,63	$3,946 \cdot 10^6$
Dag 4	2567	955,36	$3,858 \cdot 10^6$

**Tabel 5.8:** Dækelementets modale parametre for de forskellige forsøgsdage, under antagelse af at massen er uændret.

De modale parametre i tabel 5.8 er anvendt i Newmark-algoritmen i forbindelse med de numeriske beregninger, for de enkelte Dage.

## 5.4 Ganglast uden passiv persons tilstedeværelse

I forbindelse med forsøget med ganglast uden passiv persons tilstedeværelse, danner resultaterne herfra blot et grundlag for sammenligning med resultaterne for dækelementets respons med den passive person tilstede, for at belyse tesen om, at en passiv person på dækelementet, danner et koblet system med to frihedsgrader.

Forsøgene med ganglast uden passiv person er foretaget på Dag 2, 3 og 4, idet der var, som tidligere nævnt, adskillige praktiske problemer på Dag 1, hvorfor Dag 1 kun bidrog med kontrolmålinger af det tomme dæk. Massen af den gående person er anvendt i model-

leringen af ganglasten. Pga. forsøgenes tidsmæssige begrænsning og af hensyn til personens komfort i frostvejret, er den enkelte gangfrekvens, for den enkelte Dag, kun foretaget én gang.

#### 5.4.1 Ganglast uden passiv person, Dag 2

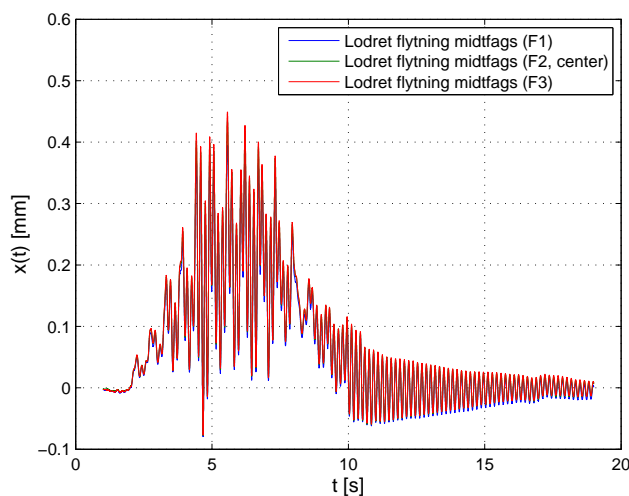
Som beskrevet i afsnit 5.2 var vægten af person 1  $91,3kg$ . Vægten af den gående person er anvendt i modelleringen af ganglasten.

De enkelte gangfrekvenser, der blev foretaget for Dag 2, er opstillet i tabel 5.9.

Gangfrekvens	[ $Hz$ ]
1	1,65
2	1,70
3	1,75
4	1,80
5	1,85
6	1,90
7	1,91
8	1,92
9	1,93
10	1,94
11	1,95
12	1,96
13	1,97
14	1,98
15	1,99
16	2,00

**Tabel 5.9:** De anvendte gangfrekvenser for Dag 2.

En persons gangfrekvens vil normalt ligge i intervallet  $1,6 - 2,4Hz$  [Pedersen, 2009], men af hensyn til forsøgenes tidsmæssige begrænsning, blev det valgt at starte med en gangfrekvens på  $1,65Hz$  og ”steppe” i frekvensen med et step på  $0,05Hz$  op til en gangfrekvens på  $1,90Hz$ , hvorefter steppet reduceres til  $0,01Hz$  til og med en gangfrekvens på  $2,00Hz$ . Grunden til den varierende størrelse i step’et, er at med en gangfrekvens på  $1,90Hz$  og opefter, er gangfrekvensen ved at nærme resonans-frekvens området (her tænkes på den tredje harmoniske lastkomponent i Fourier-rækkerne ifb. med ganglasten hvor  $i = 3$ ), og dette område er af interesse. På figur 5.9 er vist det målte flytningsrespons, for en gangfrekvens på  $1,65Hz$ .

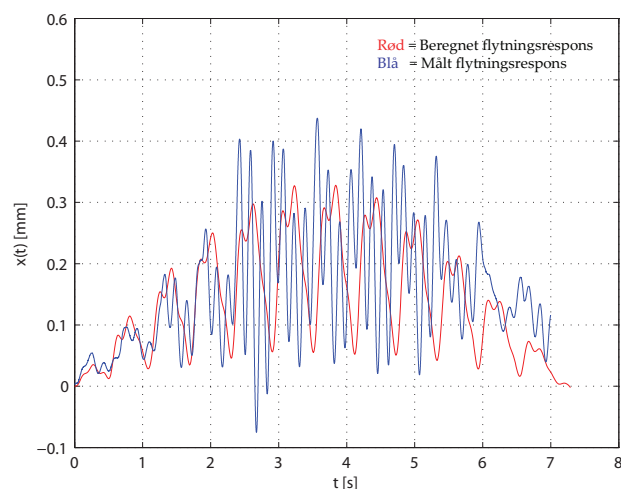


**Figur 5.9:** Det målte flytningsrespons ved en gangfrekvens på 1,65Hz.

Som i tilfældet med målingerne af henfaldsvibrationer for det tomme dæk, fremgår det af figur 5.9, at det ikke er muligt at se forskel på output'ne fra flytningsmålerne, hvorfor det antages at outputtet fra én flytningsmåler er fyldstgørende. Denne vælges til centermåleren, F2. Det vides ikke, hvorfor det pludselige ”ryk” i signalet opstår omkring 17s; muligvis pga. støj.

I fb. med accelerationsresponsen, var der væsentlig støj i accelerometer-signalet (hvilket var gældende for alle accelerations-målinger på Dag 2), hvorfor dette målte signal må anses at være for uanvendeligt i denne sammenhæng. På baggrund af dette sammenholdes det målte accelerationsrespons ikke med det beregnede accelerationsrespons.

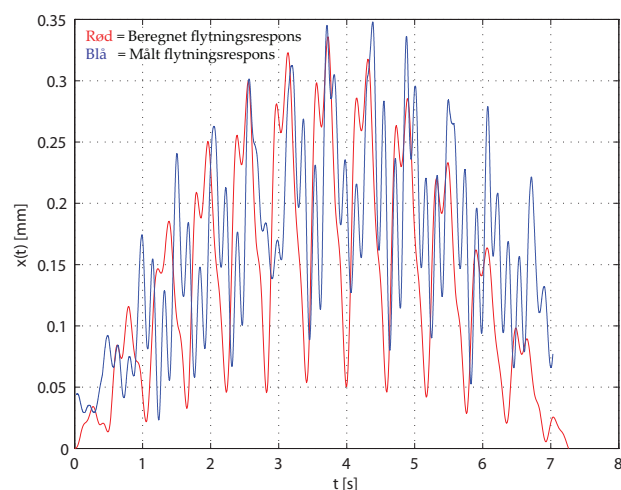
For at sammenligne det målte flytningsrespons med det beregnede flytningsrespons indskrænkes tidsvinduet på det målte flytningsrespons til at være i intervallet 0 – 8s. Dette skyldes, at den beregnede modellering af ganglasten forudsætter, at personen er cirka 7,5s om at gå fra understøtning til understøtning. På figur 5.10 er vist det målte flytningsrespons samt det beregnede flytningsrespons. Der tages dog højde for personens starttid på figur 5.9, idet denne ses at være cirka  $t_0 = 2,0s$ , hvilket skyldes, at det er kompliceret for en forsøgsperson at starte på akkurat samme tid, måleudstyret begynder at sample data. Derfor ”flyttes” det målte signal til at starte i  $t_0 = 0s$ , som vist på figur 5.10, idet det beregnede respons forudsætter en starttid på  $t_0 = 0s$ .



**Figur 5.10:** Målt flytningsrespons (center-flytningsmåler,  $F2$ ) samt beregnet flytningsrespons ved gangfrekvens på  $1,65\text{Hz}$ .

Det ses af figur 5.10, at formen af det målte respons afviger i nogen grad fra det beregnede. Det målte respons har et peak på ca.  $0,44\text{mm}$ , hvor det beregnede har et peak på cirka  $0,33\text{mm}$ . Dette giver en afvigelse på cirka 33%, hvilket kan vidne om, at personen muligvis har gået med en lidt større gangfrekvens end  $1,65\text{Hz}$ , og derfor har været tættere på resonans-frekvens regionen. Forsøgene er dog vedhæftet med flere usikkerheder; disse afdækkes nærmere i afsnit 5.7.

På figur 5.11 er vist det målte og beregnede flytningsrespons for gangfrekvensen på  $1,70\text{Hz}$ , med et tidsvindue på  $0 - 8\text{s}$ .



**Figur 5.11:** Målt flytningsrespons (center-flytningsmåler,  $F2$ ) samt beregnet flytningsrespons ved gangfrekvens på  $1,70\text{Hz}$ .

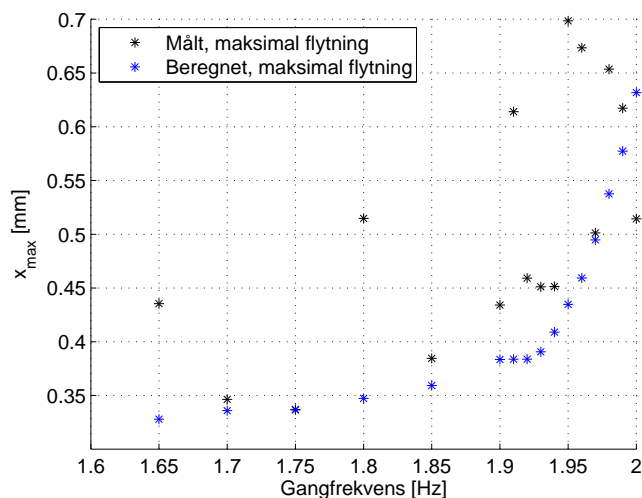
Det fremgår af figur 5.11, at det målte respons er mere "jævnt" i forhold til det målte respons på figur 5.10, måske fordi, at personen har gået ved en mere konstant frekvens. Der er stor overensstemmelse mellem det maksimale, målte og beregnede flytningsrespons; det målte

respons har et peak på ca.  $0,35\text{mm}$  hvor det beregnede respons har et peak på ca.  $0,34\text{mm}$  hvilket giver en neglignelig afvigelse på 3%. Af overskuelighedsmæssige grunde er plots'ne for de resterende gangfrekvenser for Dag 2 ikke taget med i rapporten, men resultaterne, i form af det maksimale, målte respons, og det maksimale, beregnede respons samt afvigelsen mellem disse, er opstillet i tabel 5.10.

Gangfrekvens [Hz]	$x_{max}$ , målt [mm]	$x_{max}$ , Newmark [mm]	Afvigelse [%]
1,65	0,4354	0,3280	32,7
1,70	0,3463	0,3359	3,1
1,75	0,3370	0,3365	0,1
1,80	0,5148	0,3473	48,2
1,85	0,3846	0,3592	7,1
1,90	0,4341	0,3835	13,2
1,91	0,6140	0,3838	60,0
1,92	0,4591	0,3837	19,7
1,93	0,4511	0,3907	15,5
1,94	0,4514	0,4090	10,4
1,95	0,6985	0,4348	60,7
1,96	0,6735	0,4593	46,7
1,97	0,5012	0,4948	1,3
1,98	0,6536	0,5376	21,6
1,99	0,6172	0,5773	14,9
2,00	0,5144	0,6318	-18,6

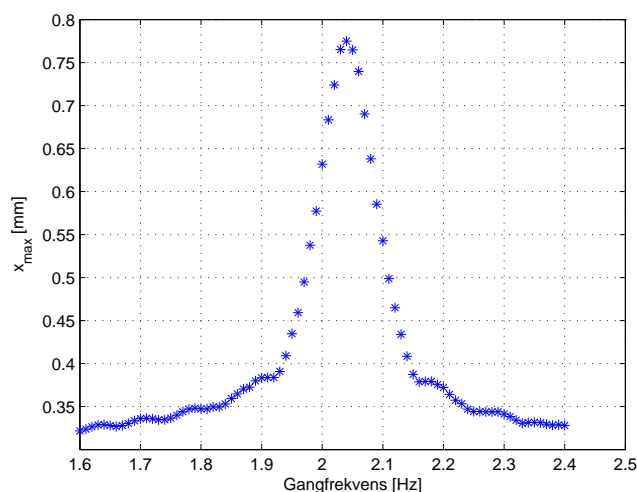
**Tabel 5.10:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 2. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Tabel 5.10 indikerer, at, bortset fra enkelte tilfælde, at der er en generel overensstemmelse mellem målte og beregnede resultater. I et enkelt tilfælde er målt respons lavere end det beregnede, indikeret med et –tegn i tabellen. Figur 5.12 viser de målte og beregnede, maksimale flytninger som funktion af gangfrekvensen, ved brug af resultaterne fra tabel 5.10.



**Figur 5.12:** Målte og beregnede, maksimale flytninger som funktion af de anvendte gangfrekvenser.

Figur 5.12 (eller tabel 5.10) indikerer, at for en gangfrekvens på  $1,95\text{Hz}$  opnåes det maksimale, målte respons på ca.  $0,7\text{mm}$ , hvorimod det maksimale, beregnede respons på ca.  $0,63\text{mm}$  opstår ved  $2,00\text{Hz}$ , hvilket giver en mindre afvigelse på  $11,1\%$  på flytningerne. Ligeledes er der en tendens til på figuren, for de målte resultater, at respons øges, efterhånden som de anvendte gangfrekvenser nærmer resonans-regionen, hvilket stemmer overens med de beregnede resultater. Idet der, pga. den tidsmæssige begrænsning, ikke blev foretaget forsøg med det ønskede antal gangfrekvenser, lokaliseres den gangfrekvens, der principielt burde have udløst det største respons, ved at plote hele "spektret" af det generelle gangfrekvens interval på  $1,6 - 2,4\text{Hz}$ , som vist på figur 5.13.

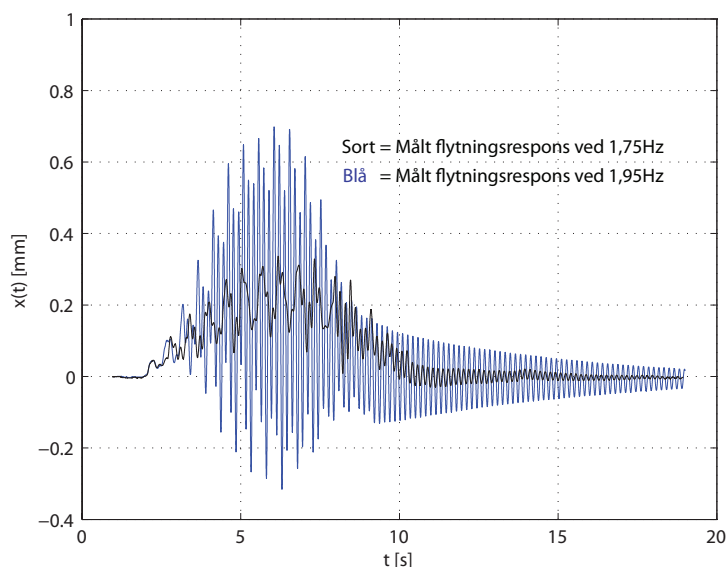


**Figur 5.13:** Beregnede, maksimale flytningsrespons som funktion af gangfrekvens.

Det ses af figur 5.13, at en gangfrekvens på  $2,04\text{Hz}$ , hvilket er meget tæt på den anvendte gangfrekvens på  $2,00\text{Hz}$ , udløser det største respons på ca.  $0,78\text{mm}$ , hvilket er en mindre afvigelse på ca.  $11,7\%$ , i forhold til det maksimale, målte respons på ca.  $0,7\text{mm}$ , der dog forekom ved en gangfrekvens på  $1,95\text{Hz}$ . Dette kunne tyde på, at personen har gået ved ca.

$2,04Hz$ , hvor personen ”skulle” have gået ved  $1,95Hz$ .

Varighed samt størrelsen af amplituderne af henfaldsvibrationerne, efter personen er gået af dækelementet, afhænger af om personen har ramt en frekvens, der ligger i resonans-frekvens området for dækelementet. Figur 5.14 viser det målte respons for tidsvinduet  $0 - 20s$ , ved en gangfrekvens på hhv.  $1,75Hz$  og  $1,95Hz$ . Disse er valgt, da det var ved disse gangfrekvenser, det hhv. mindste og største respons blev målt.



**Figur 5.14:** Målt respons ved gangfrekvens på  $1,75Hz$  og  $1,95Hz$ .

Det ses af figur 5.14, at henfaldsvibrationerne er forholdsvis længe om at klinge ud ved en gangfrekvens på  $1,95Hz$  i forhold til en gangfrekvens på  $1,75Hz$ ; ved ca. 15 sekunder er henfaldsvibrationerne ved  $1,75Hz$  ved at være udklinget, hvilket ikke er tilfældet ved den anden frekvens.

### 5.4.2 Ganglast uden passiv person, Dag 3

Som beskrevet i afsnit 5.2 var den gående person på Dag 3, den samme som på Dag 2. De anvendte gangfrekvenser på Dag 2 er opstillet i tabel 5.11.

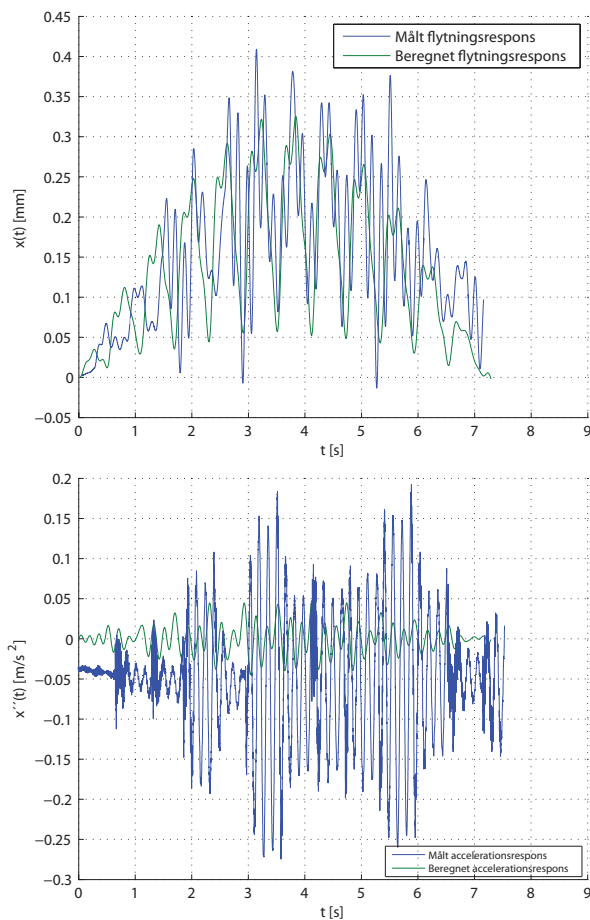
---

Gangfrekvens	[Hz]
1	1,65
2	1,70
3	1,75
4	1,80
5	1,85
6	1,86
7	1,87
8	1,88
9	1,89
10	1,90
11	1,91
12	1,92
13	1,93
14	1,94
15	1,95
16	1,96
17	1,97
18	1,98
19	1,99
20	2,00
21	2,10
22	2,20
23	2,30
24	2,40

**Tabel 5.11:** De anvendte gangfrekvenser for Dag 3.



På figur 5.15 er vist det målte og beregnede flytningsrespons, ved en gangfrekvens på  $1,65\text{Hz}$ .



**Figur 5.15:** Øverst: Målt og beregnet flytningsrespons ved gangfrekvens på  $1,65\text{Hz}$ . Nederst: Målt og beregnet accelerationsrespons ved gangfrekvens på  $1,65\text{Hz}$ .

Det ses af figur 5.15, at der er nogenlunde overensstemmelse mellem målt og beregnet flytningsrespons; selvom formen af det målte respons afviger i nogen grad fra det beregnede, er der ikke stor afvigelse på målt hhv. beregnet maksimal flytning, det målte har et peak på ca.  $0,4\text{mm}$  hvor det beregnede har et peak på ca.  $0,33\text{mm}$ . Der er væsentlig mere afvigelse på accelerationsresponsen, hvor det målte har et peak på ca.  $0,27\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  kontra det beregnede peak på ca.  $0,05\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ . Det ses dog, at det målte accelerationsrespons ikke "starter" helt i 0, muligvis pga. lidt tidsdrift i accelerometret (hvilket i øvrigt var gældende for nogle målinger). Dette introducerer en fejlkilde, men da det ses af figur 5.15, at signalet er tæt på at starte i 0, er der valgt, at se bort fra dette.

Resterende resultater, i form af de maksimale, målte og beregnede flytnings- og accelerationsrespons samt afvigelsen mellem disse, er opstillet i hhv. tabel 5.12 og 5.13.

Gangfrekvens [ $Hz$ ]	$x_{max}$ , målt [ $mm$ ]	$x_{max}$ , Newmark [ $mm$ ]	Afvigelse [%]
1,65	0,4017	0,3253	23,5
1,70	0,4045	0,3298	22,7
1,75	0,3766	0,3301	14,1
1,80	0,3578	0,3438	4,1
1,85	0,3753	0,3470	8,2
1,86	0,4427	0,3533	25,3
1,87	0,4197	0,3597	16,7
1,88	0,3820	0,3652	4,6
1,89	0,4569	0,3671	24,5
1,90	0,4026	0,3752	7,3
1,91	0,4148	0,3794	9,3
1,92	0,3733	0,3796	-1,7
1,93	0,4102	0,3785	8,38
1,94	0,6300	0,3807	65,5
1,95	0,5138	0,3994	28,7
1,96	0,3994	0,4241	-5,8
1,97	0,6516	0,4508	44,6
1,98	0,4274	0,4823	-11,4
1,99	0,4993	0,5263	-5,1
2,00	0,4884	0,5683	-14,1
2,10	0,5932	0,6028	-1,6
2,20	0,5742	0,3739	53,6
2,30	0,5179	0,3391	52,8
2,40	0,4653	0,3241	43,6

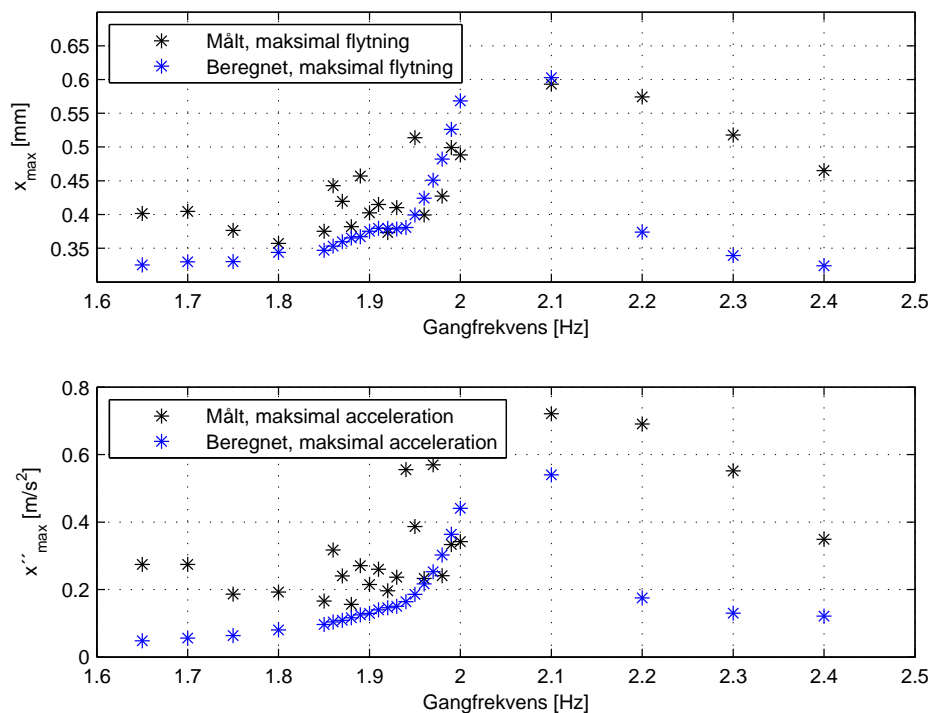
**Tabel 5.12:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 3. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det fremgår af tabel 5.12, at der er en generel overensstemmelse mellem beregnede flytningsrespons, bortset fra enkelte tilfælde. Ydermere er der også tilfælde, hvor det beregnede respons er større end det målte respons, angivet med et  $-$ tegn i tabellen. I tabel 5.13 er resultaterne for accelerations-responset opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,65	0,2744	0,0470	483,8
1,70	0,2744	0,0563	387,4
1,75	0,1864	0,0635	193,5
1,80	0,1928	0,0804	139,8
1,85	0,1660	0,0963	72,4
1,86	0,3172	0,1039	205,3
1,87	0,2404	0,1090	120,6
1,88	0,1560	0,1162	34,3
1,89	0,2704	0,1250	116,3
1,90	0,2148	0,1295	65,9
1,91	0,2604	0,1400	86,0
1,92	0,1960	0,1459	34,3
1,93	0,2364	0,1502	57,4
1,94	0,5556	0,1638	239,2
1,95	0,3868	0,1860	108,2
1,96	0,2328	0,2169	7,3
1,97	0,5696	0,2525	125,6
1,98	0,2408	0,3021	-20,3
1,99	0,3336	0,3639	-8,3
2,00	0,3420	0,4406	-22,4
2,10	0,7212	0,5398	33,6
2,20	0,6908	0,1754	293,8
2,30	0,5516	0,1298	325,0
2,40	0,3456	0,1212	185,2

**Tabel 5.13:** Målte og beregnede maksimale accelerationer samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 3.

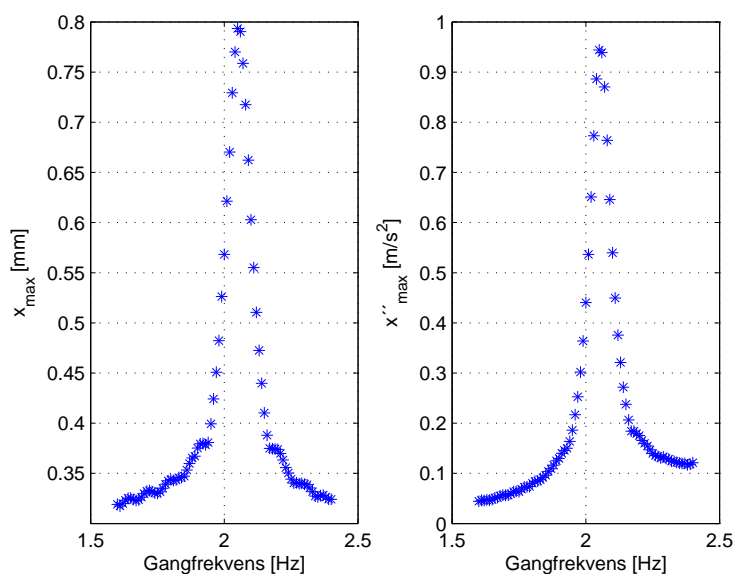
Det ses af tabel 5.13, at det beregnede accelerations-respons generelt underestimerer det målte respons, især i starten og slutningen af gangfrekvenserne, dog er der ét enkelt tilfælde hvor afvigelsen er på blot 7,3%, ydermere er der tilfælde hvor det målte respons er lavere end det beregnede, angivet med et  $-$ tegn i tabellen. Figur 5.16 viser de målte og beregnede, maksimale flytninger og accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser, ved brug af resultaterne fra tabel 5.12 og 5.13.



**Figur 5.16:** Målte og beregnede, maksimale flytninger samt accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser.

Det ses af figur 5.16 (eller tabel 5.12), at en gangfrekvens på  $1,97\text{ Hz}$  udløser det største, målte flytnings-respons på ca.  $0,65\text{ mm}$ , hvilket er tilnærmelsesvist det samme, som det største, beregnede flytnings-respons på  $0,6\text{ mm}$ , der dog forekom ved en gangfrekvens på  $2,10\text{ Hz}$ ; hvilket giver en mindre afvigelse af responset på ca.  $8,3\%$ . Der er større afvigelse mht. accelerations-responset, som det ses af figuren (eller tabel 5.13), men det målte og beregnede accelerations-respons peak'er ved den samme gangfrekvens, som er  $2,10\text{ Hz}$ . Afvigelsen på responset er på  $33,6\%$ , hvilket er en større afvigelse end i tilfældet med flytnings-responset. Det ses dog af figuren, at der er en generel tendens til, for de målte respons, at disse stiger efterhånden som resonans-frekvens regionen nærmes, hvorefter de falder igen.

For at lokalisere den gangfrekvens, der principielt burde have udløst det største respons plottes hele "spektret" af det generelle gangfrekvens interval på  $1,6 - 2,4\text{ Hz}$  som vist på figur 5.17.



**Figur 5.17:** Beregnede, maksimale flytnings- og accelerationsrespons som funktion af gangfrekvens.

Det ses af figur 5.17, at en gangfrekvens på  $2,05Hz$ , hvilket er meget tæt på den anvendte gangfrekvens på  $2,10Hz$ , udløser det største flytnings- og accelerationsrespons, i en størrelsesorden på hhv.  $0,79mm$  og  $0,94\frac{m}{s^2}$ . Det maksimale, målte respons var, som tidligere nævnt, ca.  $0,65mm$ , og sammenlignes denne med det beregnede på  $0,79mm$  er det en afvigelse på ca. 21,5%. Det maksimale, målte accelerations-respons var på ca.  $0,72\frac{m}{s^2}$ , hvilket er lavere end det maksimale, beregnede accelerations-respons på  $0,94\frac{m}{s^2}$  med en afvigelse på ca. 30,6%. Dette vidner om, at personen muligvis ikke har "ramt" frekvensen på  $2,05Hz$ , som burde udløse det største respons.

### 5.4.3 Ganglast uden passiv person, Dag 4

Pga. mere tilrådighedsstående tid på Dag 4, blev der anvendt flere gangfrekvenser end på Dag 2 og 3, og disse er opstillet i tabel 5.14.

---

Gangfrekvens	[Hz]
1	1,80
2	1,85
3	1,86
4	1,87
5	1,88
6	1,89
7	1,90
8	1,91
9	1,92
10	1,93
11	1,94
12	1,95
13	1,96
14	1,97
15	1,98
16	1,99
17	2,00
18	2,01
19	2,02
20	2,03
21	2,04
22	2,05
23	2,06
24	2,07
25	2,08
26	2,09
27	2,10
28	2,15
29	2,20
30	2,25
31	2,30
32	2,35
33	2,40

*Tabel 5.14: De anvendte gangfrekvenser for Dag 4.*

Resultater, i form af det målte og beregnede, maksimale flytnings- og accelerationsrespons samt afvigelsen mellem disse, er opstillet i tabel 5.15 og 5.16 .

Gangfrekvens [ $Hz$ ]	$x_{max}$ , målt [ $mm$ ]	$x_{max}$ , Newmark [ $mm$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,3216	0,3933	-18,4
1,85	0,2615	0,4139	-36,8
1,86	0,2815	0,4196	-33,0
1,87	0,4007	0,4229	-5,3
1,88	0,3512	0,4297	-18,3
1,89	0,3162	0,4343	-27,2
1,90	0,3550	0,4354	-18,5
1,91	0,2204	0,4359	-49,4
1,92	0,4485	0,4452	0,7
1,93	0,3454	0,4644	-25,6
1,94	0,3840	0,4898	-21,6
1,95	0,4553	0,5208	-12,6
1,96	0,4039	0,5566	-27,4
1,97	0,7406	0,6043	22,6
1,98	0,6442	0,6483	-6,3
1,99	0,4938	0,7058	-30,0
2,00	0,5475	0,7553	-27,5
2,01	0,5989	0,8100	-26,1
2,02	0,7515	0,8417	-10,7
2,03	0,8482	0,8624	-1,7
2,04	0,5556	0,8551	-35,0
2,05	0,6914	0,8162	-15,3
2,06	0,4955	0,7728	-35,9
2,07	0,7936	0,7128	11,3
2,08	0,5722	0,6571	-12,9
2,09	0,4530	0,6127	-26,1
2,10	0,3743	0,5607	-33,2
2,15	0,6500	0,4306	51,0
2,20	0,3573	0,4139	-13,7
2,25	0,3062	0,3901	-21,5
2,30	0,3862	0,3837	0,7
2,35	0,3130	0,3751	-16,6
2,40	0,2683	0,3705	-27,6

**Tabel 5.15:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det ses af tabel 5.15, at der er forholdsvis overensstemmelse mellem beregnede og målte resultater, men det fremgår også, at det målte respons er i mange tilfælde lavere end det beregnede, angivet med et  $-$ tegn i tabellen, hvilket muligvis kan tyde på, at personen har gået ved en anden gangfrekvens, end den søgte.

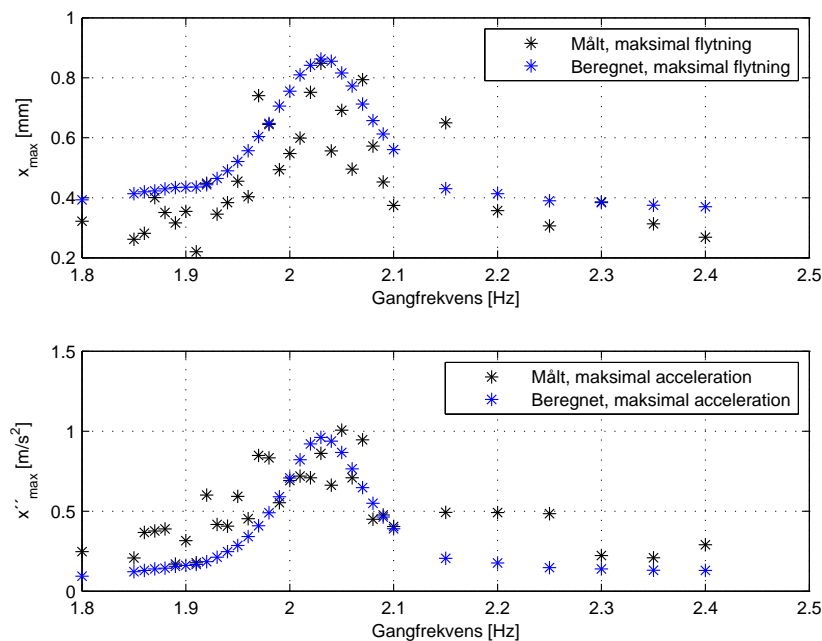
I tabel 5.16 er resultaterne for accelerationsresponsen opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,2476	0,0940	163,4
1,85	0,2076	0,1215	70,9
1,86	0,3668	0,1299	182,3
1,87	0,4007	0,1395	187,2
1,88	0,3892	0,1433	171,6
1,89	0,1696	0,1550	9,4
1,90	0,3156	0,1610	96,0
1,91	0,1768	0,1668	6,0
1,92	0,6008	0,1848	225,1
1,93	0,4168	0,2121	96,5
1,94	0,4064	0,2472	64,4
1,95	0,5925	0,2851	107,8
1,96	0,4532	0,3412	32,8
1,97	0,8480	0,4092	107,2
1,98	0,8332	0,4900	70,0
1,99	0,5524	0,5899	-6,4
2,00	0,6908	0,7075	-2,4
2,01	0,7192	0,8219	-12,5
2,02	0,7084	0,9200	-23,0
2,03	0,8616	0,9613	-10,4
2,04	0,6624	0,9377	-29,4
2,05	1,0060	0,8665	16,1
2,06	0,7088	0,7641	-7,2
2,07	0,9456	0,6466	46,2
2,08	0,4500	0,5490	-18,0
2,09	0,4760	0,4628	2,9
2,10	0,4044	0,3906	3,5
2,15	0,4924	0,2057	139,4
2,20	0,4912	0,1766	178,1
2,25	0,4840	0,1475	228,1
2,30	0,2224	0,1393	59,7
2,35	0,2088	0,1305	60,0
2,40	0,2900	0,1296	116,1

**Tabel 5.16:** Målte og beregnede maksimale accelerationer samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4.



Det fremgår af tabel 5.16, at der er forholdsvis overenstemmelse mellem målte og beregnede resultater, bortset fra omkring ”starten og slutningen” af gangfrekvenserne. Som i tilfældet med flytningsresponsen forekommer nogle tilfælde hvor målt respons er lavere end beregnet respons; hvilket igen kan tyde på, at personen har gået ved en anden gangfrekvens end den søgte. Figur 5.18 viser målte og beregnede resultater, som funktion af de anvendte gangfrekvenser, ved brug af resultaterne fra tabel 5.15 og 5.16.



**Figur 5.18:** Målte og beregnede, maksimale flytninger samt accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser.

Det ses af figur 5.18 eller tabel 5.15 og 5.16, at en gangfrekvens på  $2,03\text{Hz}$  udløser det maksimale, beregnede respons på hhv.  $0,86\text{mm}$  og  $0,96\frac{m}{s^2}$ . Det maksimale, målte flytningsrespons forekom ligeledes ved  $2,03\text{Hz}$  og blev målt til ca.  $0,85\text{mm}$ , hvilket er en negligibel afvigelse. Maksimale, målte accelerationsrespons forekom ved gangfrekvens på  $2,05\text{Hz}$  og blev målt til ca.  $1,0\frac{m}{s^2}$ , hvilket giver en mindre afvigelse på  $4,2\%$ , i forhold til det beregnede.

#### 5.4.4 Sammenfatning af resultater, ganglast uden passiv persons tilstedeværelse

Det fremgår af samtlige resultater for Dag 2, 3 og 4 for ganglast uden passiv persons tilstedeværelse, at der er en generel overenstemmelse mellem beregnede og målte respons, især for Dag 4, da det var på denne Dag, flest antal gangfrekvenser blev anvendt.

Som tidligere nævnt, danner resultaterne for ganglast uden den passive person blot et grundlag for sammenligning med resultaterne for forsøgets næste ”fase”, hvor en passiv person nu er tilstede, for at belyse tesen om, at passiv person på dækelementet danner et koblet system med to frihedsgrader.

## 5.5 Ganglast med passiv persons tilstedeværelse

Forsøget med ganglast med passiv persons tilstedeværelse er foretaget på Dag 3 og 4. Af hensyn til personernes komfort i frostvejret er den enkelte gangfrekvens kun foretaget én gang. I det følgende behandles resultaterne, men den endelige sammenligning med resultaterne uden passiv persons tilstedeværelse er opstillet i afsnit 5.6.

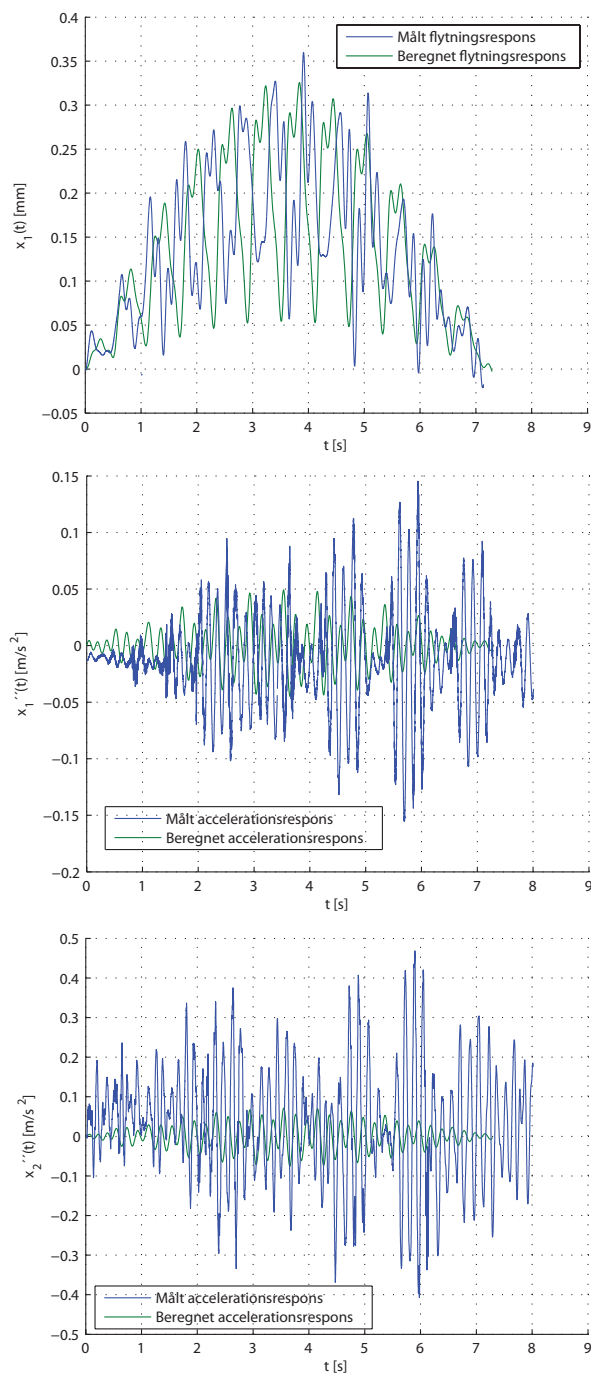
### 5.5.1 Ganglast med passiv persons tilstedeværelse, Dag 3

De anvendte gangfrekvenser er de samme som i forsøget med ganglast uden passiv persons tilstedeværelse for Dag 3, og der henvises derfor til tabel 5.11. Den passive person stod i oprejst positur (dvs. samme positur som anvendt i Forsøg I), men af hensyn til forsøgets tidsmæssige begrænsning, blev der ikke foretaget nogle målinger, af dækelementets frie henfald med den passive person, hvilket muligvis kunne verificere forsøgspersonernes ”best fit” ifb. med Forsøg I, i den oprejste postitur. Det antages dog, at personen kan modelleres ved en egenfrekvens og et dæmpningsforhold på hhv.  $f_d = 5,5Hz$  og  $\zeta = 0,35$ , som angivet i tabel 4.3, i Forsøg I. Dette giver personen de modale parametre som opstillet i tabel 5.17.

m [kg]	c $\frac{kg}{s}$	k $\frac{N}{m}$
81	2091,71	$0,110 \cdot 10^6$

**Tabel 5.17:** Modale parametre for den passive person.

På figur 5.19 er vist det målte og beregnede flytnings- og accelerationsrespons for dækelementet for en gangfrekvens på  $1,65Hz$  samt det målte og beregnede accelerationsrespons for den passive person for en gangfrekvens på  $1,65Hz$ . Flytningsresponsen for den passive person er ikke medtaget, idet det ikke var, som nævnt i afsnit 5.1, praktisk muligt at montere en flytningsmåler på den passive person, hvorfor denne ikke kan sammenlignes med det beregnede respons.



**Figur 5.19:** Målt og beregnet flytnings- og accelerationsrespons for dækelement, samt målt og beregnet accelerationsrespons for passiv person ved gangfrekvens på 1,65 Hz. Index 1 og 2 refererer til hhv. dækelement og passiv person.

Det ses af figur 5.19, at der er forholdsvis overensstemmelse mellem målt og beregnet flytningsrespons for dækelementet, men der er noget større afvigelse på målt og beregnet accelerationsrespons for dækelementet og personen, men det ses dog af figuren, at den passive person har et større accelerationsrespons end dækelementet, hvilket stemmer overens med det beregnede. Det ses, at det målte accelerationsrespons ikke starter helt i 0, men ganske tæt på, hvilket må betegnes som en forholdsvis neglicibel usikkerhed. Resultater, i form af de maksimale, målte og beregnede flytnings- og accelerationsrespons samt afvigelsen mellem disse, er opstillet i hhv. tabel 5.18, 5.19 og 5.20

Gangfrekvens [ $Hz$ ]	$x_{max}$ , målt [ $mm$ ]	$x_{max}$ , Newmark [ $mm$ ]	Afvigelse [%]
1,65	0,3640	0,3259	11,7
1,70	0,3885	0,3316	17,2
1,75	0,3740	0,3386	10,5
1,80	0,4157	0,3462	14,1
1,85	0,4286	0,3610	18,2
1,86	0,3859	0,3640	6,0
1,87	0,4183	0,3682	13,6
1,88	0,5002	0,3733	34,0
1,89	0,3692	0,3790	-2,6
1,90	0,4617	0,3855	19,8
1,91	0,4277	0,3933	8,7
1,92	0,4036	0,4023	0,3
1,93	0,4556	0,4121	10,6
1,94	0,5038	0,4217	19,5
1,95	0,4187	0,4353	-3,8
1,96	0,4771	0,4470	6,7
1,97	0,4566	0,4554	0,3
1,98	0,5269	0,4665	12,9
1,99	0,4579	0,4716	-2,9
2,00	0,4727	0,4729	-0,1
2,10	0,5337	0,4077	30,9
2,20	0,4395	0,3526	24,7
2,30	0,4569	0,3331	37,2
2,40	0,4768	0,3232	47,5

**Tabel 5.18:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser med passiv persons tilstedeværelse, for Dag 3. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det fremgår af tabel 5.18, at der er generel stor overensstemmelse mellem målt og beregnet flytningsrespons for dækelementet, hvilket umiddelbart verificerer tesen om, at en passiv person indgår i en dynamisk interaktion med dækelementet. Der fremkommer enkelte tilfælde i tabel 5.18 hvor beregnet respons er større end det målte, markeret med et  $-$  tegn i tabellen.

I tabel 5.19 er resultaterne for accelerationsresponsen for dækelementet opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{1max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{1max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,65	0,1640	0,0498	229,3
1,70	0,1932	0,0567	240,7
1,75	0,1432	0,0675	112,2
1,80	0,1908	0,0812	135,0
1,85	0,1796	0,1039	72,9
1,86	0,1336	0,1101	21,3
1,87	0,1784	0,1166	53,0
1,88	0,2744	0,1236	122,0
1,89	0,1656	0,1314	26,0
1,90	0,2032	0,1404	44,7
1,91	0,1884	0,1525	23,5
1,92	0,2300	0,1637	40,5
1,93	0,2272	0,1832	24,0
1,94	0,2848	0,2004	42,1
1,95	0,1944	0,2210	-12,0
1,96	0,2844	0,2416	17,7
1,97	0,2252	0,2597	-13,3
1,98	0,2824	0,2805	0,7
1,99	0,2512	0,2979	-15,7
2,00	0,2704	0,3094	-12,6
2,10	0,3232	0,2101	53,8
2,20	0,2756	0,1348	91,1
2,30	0,2304	0,1136	102,8
2,40	0,2476	0,1085	128,2

**Tabel 5.19:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for dækelementet samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 3.

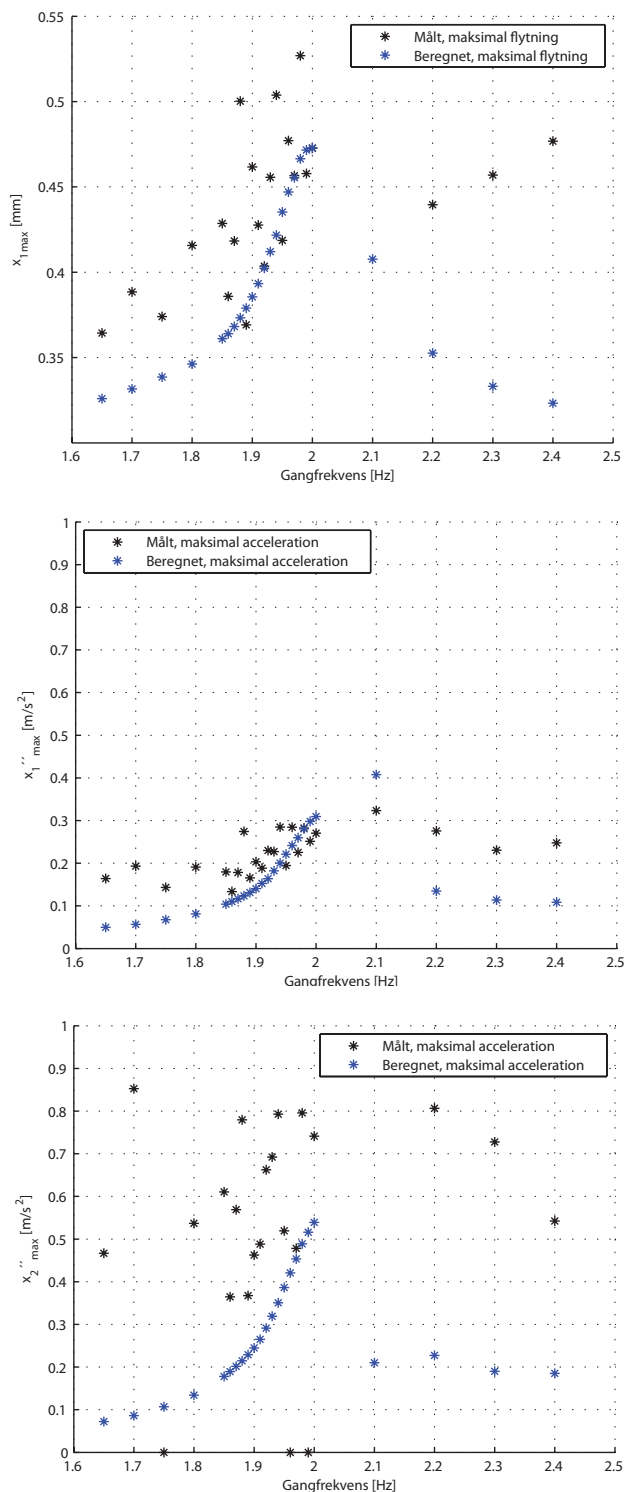
Det ses af tabel 5.19, at der er nogenlunde overensstemmelse mellem beregnet og målt accelerationsrespons, bortset fra starten og slutningen af gangfrekvenserne, men der er dog enkelte tilfælde, hvor det beregnede respons er lavere end det målte, markeret med et – tegn i tabellen. I tabel 5.20 er resultaterne for accelerationsresponsen for den passive person opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{2max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{2max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,65	0,4668	0,0721	547,4
1,70	0,8524	0,0863	887,7
1,75	*	0,1069	
1,80	0,5368	0,1343	299,7
1,85	0,6104	0,1779	243,1
1,86	0,3644	0,1894	92,4
1,87	0,5688	0,2015	182,3
1,88	0,7796	0,2145	263,5
1,89	0,3676	0,2288	60,7
1,90	0,4624	0,2449	88,8
1,91	0,4880	0,2649	84,2
1,92	0,6624	0,2912	127,5
1,93	0,6924	0,3191	117,0
1,94	0,7928	0,3506	126,1
1,95	0,5192	0,3862	34,4
1,96	*	0,4207	
1,97	0,4780	0,4535	5,4
1,98	0,7956	0,4887	62,8
1,99	*	0,5151	
2,00	0,7412	0,5391	37,5
2,10	0,9373	0,3575	162,2
2,20	0,8064	0,2272	254,9
2,30	0,7276	0,1900	283,0
2,40	0,5424	0,1851	193,0

**Tabel 5.20:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for passiv person samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 3. \* = Ikke brugbart måleresultat pga. støj i accelerometret.

Det fremgår af tabel 5.20, at det målte accelerationsrespons for den passive person er større end det beregnede, især i starten af gangfrekvenserne er afvigelsen i et særdeles stort omfang; dog er der et enkelt tilfælde hvor afvigelsen er på blot 5,4%. Responsen af personen er dog generelt større end dækelementets respons, hvilket stemmer overens med det beregnede. Flere gangfrekvenser ville muligvis give et mere præcist billede, ydermere kan der også være en fejlkilde på personens antagede, modale parametre.

Figur 5.20 viser de målte og beregnede, maksimale flytninger og accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser, ved brug af resultaterne fra tabel 5.18, 5.19 og 5.20.

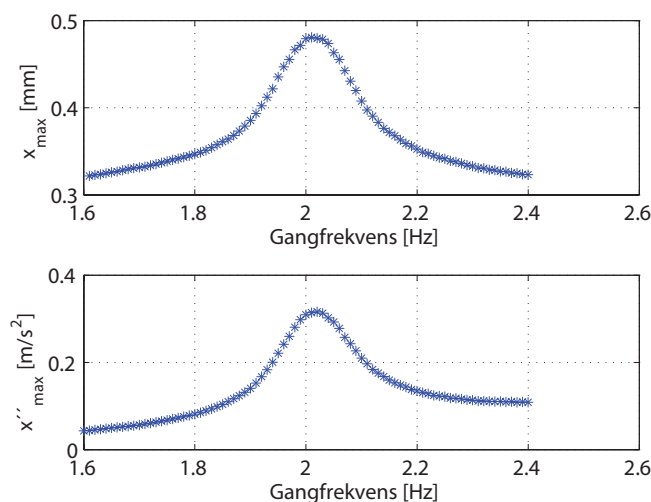


**Figur 5.20:** Målte og beregnede, maksimale flytninger samt accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser. Index 1 og 2 henviser til hhv. dækelementet og den passive person. NB: De målte accelerationer, der ikke var brugbare for den passive person, er sat til værdien nul.

Det fremgår af figur 5.20 (eller tabel 5.18) at en gangfrekvens på  $2,10Hz$  udløser det største, målte flytningsrespons for dækelementet på ca.  $0,53mm$ , hvor det beregnede flytningsrespons har et maksimum på ca.  $0,47mm$  ved en gangfrekvens på  $2,00Hz$ ; hvilket giver en ”indbyrdes” mindre afvigelse af flytningsresponsen på  $12,8\%$ . Peak’et for det målte og beregnede flytningsrespons opstår ved tilnærmelsesvist den samme gangfrekvens. Mht. accelerationsresponsen for dækelementet, ses det af figuren (eller tabel 5.19), at det målte accelerationsrespons har et maksimum på ca.  $0,32\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,10Hz$ , hvor det beregnede accelerationsrespons for dækelementet har et maksimum på ca.  $0,31\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,00Hz$ , hvilket er en negligerbar afvigelse.

Den passive person har, som det fremgår af figuren (eller tabel 5.20), et maksimalt, målt accelerationsrespons på ca.  $0,94\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,10Hz$ , hvilket er samme gangfrekvens, hvor dækelementet havde et maksimalt, målt accelerationsrespons. Det beregnede, maksimale accelerationsrespons for den passive person er af en størrelsesorden på ca.  $0,54\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,10Hz$ ; dette er en afvigelse på ca.  $74\%$ , men værdierne forekommer dog ved tilnærmelsesvist samme gangfrekvens.

For at lokalisere den gangfrekvens, der principielt burde have udløst det største respons plottes hele ”spektret” af det generelle gangfrekvens interval på  $1,6 - 2,4Hz$  som vist på figur 5.21.



**Figur 5.21:** Øverst: Beregnede, maksimale flytningsrespons for dækelementet som funktion af gangfrekvens. Nederst: Beregnede, maksimale accelerationsrespons for dækelementet som funktion af gangfrekvens.

Det ses af figur 5.21, at en gangfrekvens på  $2,01Hz$ , hvilket er meget tæt på den anvendte gangfrekvens på  $2,00Hz$ , udløser det største flytningsrespons for dækelementet i en størrelsesorden på ca.  $0,48mm$ , (hvilket ligeledes er meget tæt på det maksimale, beregnede flytningsrespons på  $0,47mm$  ved den anvendte gangfrekvens på  $2,00Hz$ ), og giver en mindre afvigelse på ca.  $10,4\%$  i forhold til det maksimale, målte flytningsrespons på ca.  $0,53mm$ . Det ses ligeledes af figuren, at ved en gangfrekvens på  $2,02Hz$ , som er meget tæt på den anvendte gangfrekvens på  $2,00Hz$ , udløses dækelementets maksimale accelerationsrespons på ca.  $0,32\frac{m}{s^2}$ , hvilket stemmer overens med det maksimale, målte respons på  $0,32\frac{m}{s^2}$ .

Slutteligt kan det oplyses, selvom det ikke fremgår af figur 5.21, at den passive person opnår



et maksimalt, beregnet accelerationsrespons på  $0,6\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,02Hz$ , hvilket er en afgivelse på ca. 57% i forhold til det maksimale, målte accelerationsrespons for den passive person på ca.  $0,94\frac{m}{s^2}$ , ved den anvendte gangfrekvens på  $2,10Hz$ .

### 5.5.2 Ganglast med passiv persons tilstedeværelse, Dag 4

De anvendte gangfrekvenser er de samme som i forsøget med ganglast uden passiv persons tilstedeværelse for Dag 4, og der henvises derfor til tabel 5.14. På Dag 4 blev der foretaget forsøg med to passive personer (én ad gangen), som beskrevet i afsnit 5.2, og disse er benævnt person 1 og 3, idet, som tidligere beskrevet, person 2 kun deltog på Dag 3.

Der blev foretaget 5 målinger af dækelementets henfaldsvibrationer med den enkelte person tilstede på dækelementet, og disse målinger behandles indledningsvist, således at de passive personers modale parametre er fastlagt.

#### Fastlæggelse af personernes modale parametre

Person 1 og 3 blev vejet til at have en vægt på  $91,3kg$  hhv.  $99,7kg$ , og ud fra en midling af de 5 målinger af dækelementets henfaldsvibrationer, blev dækelementets "nye" egenfrekvenser og dæmpningsforhold fundet som opstillet i tabel 5.21.

	$f_d [Hz]$	$\zeta [-]$
Person 1	6,02	0,0283
Person 3	5,96	0,0367

**Tabel 5.21:** Dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, med de forskellige personer tilstede.

Som tidligere nævnt, blev best fit for personerne i Forsøg I, for oprejst positur, fundet til  $f_d = 5,5Hz$  og  $\zeta = 0,35$ , men da dækelementets modale parametre er blevet ændret, pga. dennes eksponering udendørs, i forhold til Forsøg I, var det fornødent at korrigere fit'et lidt. I tabel 5.22 er vist det opdaterede fit, og hvad fit'et "udløser" jvf. det dæmpede egenværdiproblem (processen med best fit er tidligere beskrevet i Kapitel 4).

Best fit	Resultat, målt	Resultat, dæmp. egen.:
Person 1: $f_d = 6,0Hz, \zeta = 0,35$	$6,02Hz, \zeta = 0,0283$	$6,03Hz, \zeta = 0,0285$
Person 3: $f_d = 6,0Hz, \zeta = 0,35$	$5,96Hz, \zeta = 0,0367$	$6,01Hz, \zeta = 0,0306$

**Tabel 5.22:** Best fit af forsøgspersoner. Dæmp. egen.: Dæmpet egenværdiproblem.

Med udgangspunkt i tabel 5.22 bliver personernes modale parametre som opstillet i tabel 5.23.

	m [kg]	c $\left[\frac{kg}{s}\right]$	k $\left[\frac{N}{m}\right]$
Person 1	91,3	2572,03	$0,148 \cdot 10^6$
Person 3	99,7	2808,70	$0,161 \cdot 10^6$

**Tabel 5.23:** Dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, med de forskellige personer tilstede.

**Ganglast med person 1 som aktiv person**

Resultater, i form af beregnet og målt, maksimalt flytnings- og accelerationsrespons for dækelementet, samt beregnet og målt, maksimalt accelerationsrespons for den passive person er opstillet i tabel 5.24, 5.25 og 5.26.

Gangfrekvens [ $Hz$ ]	$x_{max}$ , målt [ $mm$ ]	$x_{max}$ , Newmark [ $mm$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,4434	0,3852	15,1
1,85	0,4848	0,4016	20,7
1,86	0,4379	0,4055	6,5
1,87	0,5016	0,4111	22,0
1,88	0,4842	0,4172	16,1
1,89	0,5494	0,4237	29,7
1,90	0,4383	0,4307	1,8
1,91	0,5199	0,4383	18,6
1,92	0,5600	0,4482	24,9
1,93	0,4845	0,4580	5,8
1,94	0,4996	0,4665	7,1
1,95	0,4450	0,4726	-5,8
1,96	0,5237	0,4821	10,7
1,97	0,5257	0,4870	8,0
1,98	0,5186	0,4901	5,8
1,99	0,6208	0,4926	26,0
2,00	0,5234	0,4923	6,3
2,01	0,6015	0,4906	22,6
2,02	0,6278	0,4906	28,0
2,03	0,5028	0,4855	3,6
2,04	0,4640	0,4764	-2,6
2,05	0,5462	0,4709	16,0
2,06	0,4971	0,4621	7,6
2,07	0,5048	0,4511	12,0
2,08	0,4910	0,4436	10,7
2,09	0,5899	0,4359	35,3
2,10	0,5102	0,4257	19,9
2,15	0,5051	0,3995	26,4
2,20	0,4563	0,3834	19,0
2,25	0,4495	0,3728	20,6
2,30	0,4363	0,3651	19,5
2,35	0,4235	0,3597	17,8
2,40	0,4154	0,3359	23,7

**Tabel 5.24:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det ses af tabel 5.24, at der er forholdsvis overensstemmelse mellem målte og beregnede flytninger.

I tabel 5.25, er resultaterne for accelerationsresponsset af dækelementet opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{1max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{1max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,2164	0,0947	128,5
1,85	0,2880	0,1212	137,6
1,86	0,1756	0,1279	37,3
1,87	0,2544	0,1362	86,8
1,88	0,2384	0,1457	63,6
1,89	0,3256	0,1565	108,1
1,90	0,2156	0,1682	28,2
1,91	0,2664	0,1804	47,7
1,92	0,3692	0,1923	92,0
1,93	0,2740	0,2074	32,1
1,94	0,2816	0,2226	26,5
1,95	0,2700	0,2395	12,7
1,96	0,2968	0,2549	16,4
1,97	0,3716	0,2669	7,8
1,98	0,3352	0,2756	21,6
1,99	0,4196	0,2831	48,2
2,00	0,2904	0,2862	1,5
2,01	0,4012	0,2860	40,3
2,02	0,4380	0,2810	55,9
2,03	0,3008	0,2744	9,6
2,04	0,2812	0,2680	4,9
2,05	0,3269	0,2571	27,2
2,06	0,2896	0,2429	19,2
2,07	0,3196	0,2301	38,9
2,08	0,2996	0,2199	36,2
2,09	0,4004	0,2089	91,7
2,10	0,3028	0,1978	53,1
2,15	0,3352	0,1608	108,5
2,20	0,2476	0,1399	77,0
2,25	0,2076	0,1290	60,9
2,30	0,2156	0,1226	75,9
2,35	0,2004	0,1200	67,0
2,40	0,2180	0,1195	82,4

**Tabel 5.25:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for dækelementet samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4.

Det fremgår af tabel 5.25, at der er forholdsvis overensstemmelse mellem målte og beregnede resultater.

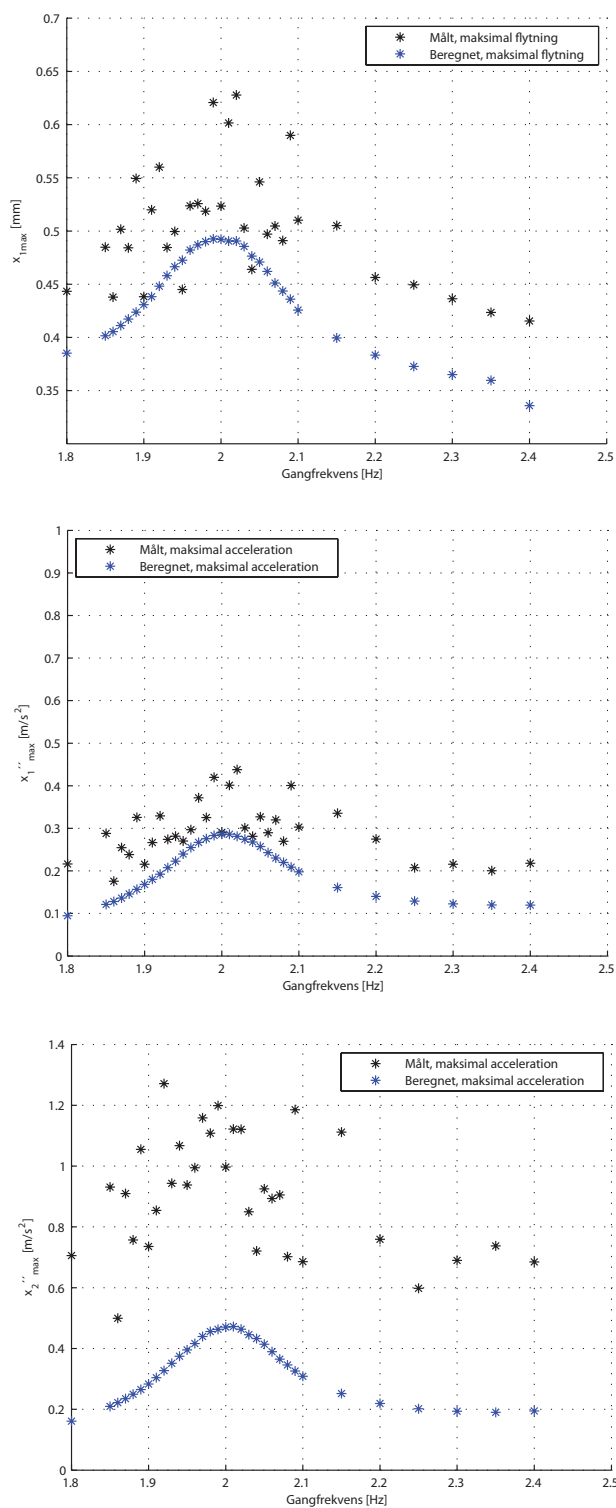
I tabel 5.26 er målte og beregnede resultater for passiv person opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{2max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{2max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,7056	0,1612	337,7
1,85	0,9312	0,2096	344,3
1,86	0,4996	0,2220	126,2
1,87	0,9096	0,2353	286,6
1,88	0,7568	0,2497	183,1
1,89	1,0548	0,2649	298,2
1,90	0,7356	0,2831	159,4
1,91	0,8540	0,3043	180,6
1,92	1,2712	0,3273	288,4
1,93	0,9432	0,3513	168,5
1,94	1,0672	0,3447	209,6
1,95	0,9380	0,3952	139,9
1,96	0,9948	0,4165	138,9
1,97	1,1584	0,4396	163,5
1,98	1,1080	0,4559	143,0
1,99	1,1992	0,4632	158,9
2,00	0,9968	0,4702	112,0
2,01	1,1216	0,4723	137,5
2,02	1,1210	0,4636	141,8
2,03	0,8496	0,4455	90,7
2,04	0,7208	0,4326	66,6
2,05	0,9252	0,4139	123,5
2,06	0,8932	0,3896	129,3
2,07	0,9051	0,3651	147,9
2,08	0,7020	0,3459	103,0
2,09	1,1852	0,3259	263,4
2,10	0,6856	0,3088	122,0
2,15	1,1220	0,2518	345,6
2,20	0,7592	0,2193	246,2
2,25	0,5980	0,2017	196,5
2,30	0,6900	0,1939	255,9
2,35	0,7376	0,1899	288,4
2,40	0,6848	0,1945	252,1

**Tabel 5.26:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for den passive person, samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4.

Det ses af tabel 5.26, at der er væsentlig afvigelse på målt og beregnet resultater; hvilket kan indikere, at de modale parametre for personen skulle være anderledes, men muligvis også, at personen har kommet til at bevæge sig en del.

Figur 5.22 viser de målte og beregnede, maksimale flytninger og accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser, ved brug af resultaterne fra tabel 5.24, 5.25 og 5.26.



**Figur 5.22:** Målte og beregnede, maksimale flytninger samt accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser. Index 1 og 2 henviser til hhv. dækelementet og den passive person.

Det ses af figur 5.22 (eller tabel 5.24), at en gangfrekvens på  $2,02Hz$  udløser det maksimale, målte flytningsrespons på ca.  $0,63mm$ , hvor det maksimale, beregnede flytningsrespons er på ca.  $0,49mm$  ved en gangfrekvens på  $1,99Hz$ . Dette giver en indbyrdes afvigelse af flytningsresponsen på ca. 29%.

Det maksimale, målte accelerationsrespons for dækelementet opstår ved en gangfrekvens på  $2,02Hz$  af en størrelsesorden på ca.  $0,44\frac{m}{s^2}$ , hvor det beregnede accelerationsrespons har et peak på ca.  $0,29\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,00Hz$ , hvilket medfører en indbyrdes afvigelse af responsen på ca. 52%.

Den passive person har et maksimalt, målt accelerationsrespons på ca.  $1,27\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $1,92Hz$ , hvor det beregnede har et peak på ca.  $0,47\frac{m}{s^2}$  ved  $2,01Hz$ , hvilket medfører en væsentlig afvigelse på ca. 170,2%.

### Ganglast med person 3 som aktiv person

Resultater, i form af beregnet og målt, maksimalt flytnings- og accelerationsrespons for dækelementet, samt beregnet og målt, maksimalt accelerationsrespons for den passive person er opstillet i tabel 5.27, 5.28 og 5.29.

Gangfrekvens [ $Hz$ ]	$x_{max}$ , målt [ $mm$ ]	$x_{max}$ , Newmark [ $mm$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,4727	0,4209	12,3
1,85	0,5355	0,4401	21,7
1,86	0,5597	0,4450	25,8
1,87	0,6722	0,4516	48,9
1,88	0,6927	0,4590	50,1
1,89	0,6188	0,4674	32,4
1,90	0,6114	0,4770	28,2
1,91	0,6792	0,4873	39,4
1,92	0,6722	0,4987	34,8
1,93	0,6789	0,5127	32,4
1,94	0,5848	0,5251	11,4
1,95	0,6227	0,5335	16,7
1,96	0,7282	0,5457	33,4
1,97	0,6426	0,5517	16,5
1,98	0,6047	0,5562	8,7
1,99	0,5816	0,5585	4,13
2,00	0,6580	0,5584	17,4
2,01	0,6487	0,5575	16,4
2,02	0,6918	0,5537	24,9
2,03	0,5719	0,5429	5,3
2,04	0,6185	0,5340	15,8
2,05	0,5854	0,5227	12,0
2,06	0,4990	0,5081	-1,8
2,07	0,5539	0,4964	11,6
2,08	0,5533	0,4857	14,0
2,09	0,4787	0,4745	0,9
2,10	0,5099	0,4639	9,9
2,15	0,5137	0,4344	18,3
2,20	0,6433	0,4161	54,5
2,25	0,6089	0,4053	50,2
2,30	0,5456	0,3969	60,1
2,35	0,5960	0,3912	45,5
2,40	0,5639	0,3871	47,7

**Tabel 5.27:** Målte og beregnede maksimale flytninger samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4. De målte, maksimale flytninger er med udgangspunkt i center-flytningsmåleren.

Det fremgår af tabel 5.27, at der er nogenlunde overensstemmelse mellem målt og beregnet flytningsrespons for dækelementet.

I tabel 5.28 er resultaterne for dækelementets acceleration opstillet.

Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{1max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{1max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,2692	0,1035	160,1
1,85	0,3232	0,1346	140,1
1,86	0,3816	0,1424	168,0
1,87	0,5444	0,1514	259,6
1,88	0,5432	0,1616	236,1
1,89	0,4608	0,1752	163,0
1,90	0,4196	0,1908	119,9
1,91	0,5060	0,2078	143,5
1,92	0,5240	0,2248	133,1
1,93	0,5544	0,2451	122,1
1,94	0,4348	0,2649	64,1
1,95	0,4432	0,2866	54,7
1,96	0,5944	0,3075	93,3
1,97	0,4984	0,3236	54,0
1,98	0,4396	0,3378	30,1
1,99	0,4556	0,3458	31,8
2,00	0,4740	0,3467	36,7
2,01	0,4680	0,3428	36,6
2,02	0,5208	0,3344	55,7
2,03	0,4016	0,3244	23,8
2,04	0,4404	0,3099	42,1
2,05	0,4140	0,2904	42,6
2,06	0,2564	0,2728	-6,0
2,07	0,3208	0,2574	25,0
2,08	0,3496	0,2413	44,9
2,09	0,2732	0,2250	21,4
2,10	0,2912	0,2130	36,7
2,15	0,2708	0,1721	57,4
2,20	0,3568	0,1489	139,6
2,25	0,4528	0,1375	229,3
2,30	0,3100	0,1311	136,5
2,35	0,2984	0,1286	132,0
2,40	0,2588	0,1282	101,9

**Tabel 5.28:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for dækelementet samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4.

Det fremgår af tabel 5.28, at der er nogenlunde overensstemmelse mellem resultaterne, for dækelementets accelerationsrespons, bortset fra starten og slutningen af de anvendte gangfrekvenser, hvor der er en del afvigelse.

I tabel 5.29 er resultaterne for den passive persons accelerationsrespons opstillet.

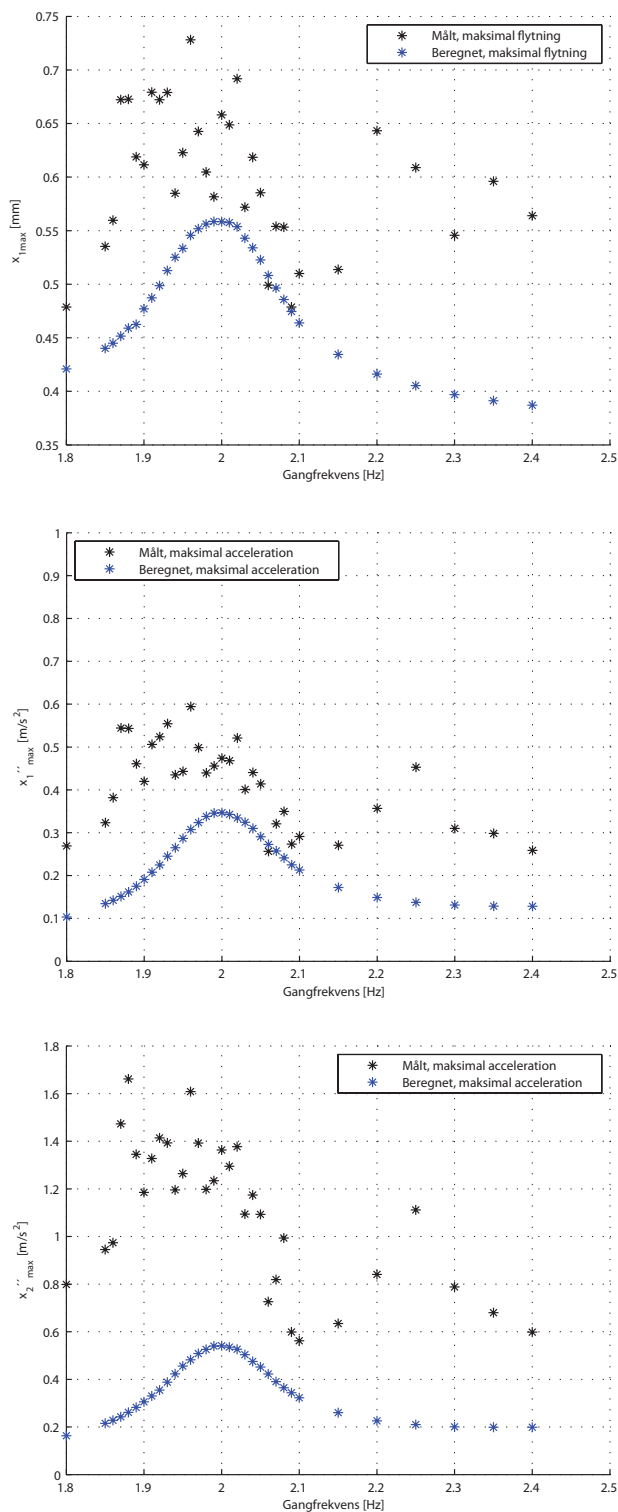


Gangfrekvens [Hz]	$\ddot{x}_{2max}$ , målt [ $\frac{m}{s^2}$ ]	$\ddot{x}_{2max}$ , Newmark [ $\frac{m}{s^2}$ ]	Afvigelse [%]
1,80	0,7988	0,1635	388,6
1,85	0,9452	0,2155	338,6
1,86	0,9736	0,2282	326,6
1,87	1,4732	0,2427	507,0
1,88	1,6620	0,2611	536,5
1,89	1,3456	0,2832	375,1
1,90	1,1852	0,3059	287,5
1,91	1,3280	0,3303	302,1
1,92	1,4144	0,3547	298,8
1,93	1,3932	0,3883	258,8
1,94	1,1956	0,4232	182,5
1,95	1,2640	0,4560	177,2
1,96	1,6088	0,4824	233,5
1,97	1,3924	0,5084	173,9
1,98	1,1980	0,5260	127,8
1,99	1,2344	0,5400	128,6
2,00	1,3636	0,5411	189,0
2,01	1,2950	0,5355	141,8
2,02	1,3736	0,5264	161,0
2,03	1,0940	0,5037	117,2
2,04	1,1740	0,4749	147,2
2,05	1,0928	0,4517	141,9
2,06	0,7260	0,4224	71,9
2,07	0,8192	0,3903	109,6
2,08	0,9940	0,3646	172,6
2,09	0,5988	0,3437	74,2
2,10	0,5620	0,3224	24,0
2,15	0,6348	0,2602	144,0
2,20	0,8408	0,2256	272,7
2,25	1,1116	0,2099	429,6
2,30	0,7880	0,2007	292,6
2,35	0,6804	0,1989	242,1
2,40	0,5984	0,1991	200,6

**Tabel 5.29:** Målte og beregnede maksimale accelerationer for passiv person samt afvigelsen mellem disse, ved de anvendte gangfrekvenser, for Dag 4.

Tabel 5.29 indikerer, at der er væsentlig afvigelse på målt og beregnet accelerationsrespons for den passive person; hvilket igen kan tyde på, at personens modale parametre skulle være sat anderledes, men muligvis også, at personen har kommet til at bevæge sig en del.

Figur 5.23 viser de målte og beregnede, maksimale flytninger og accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser, ved brug af resultaterne fra tabel 5.27, 5.28 og 5.29.



**Figur 5.23:** Målte og beregnede, maksimale flytninger samt accelerationer som funktion af de anvendte gangfrekvenser. Index 1 og 2 henviser til hhv. dækelementet og den passive person.

Det ses af figur 5.23, (eller tabel 5.27) at en gangfrekvens på  $1,96Hz$  udløser det maksimale, målte flytningsrespons på ca.  $0,73mm$ , hvor det beregnede har et peak på ca.  $0,56mm$  ved en gangfrekvens på  $1,99Hz$ , hvilket giver en indbyrdes afvigelse af responset på 30,4%.

Det maksimale, målte accelerationsrespons for dækelementet opstår ligeledes ved en gangfrekvens på  $1,96Hz$  af en størrelsesorden på ca.  $0,59\frac{m}{s^2}$ , hvor det beregnede accelerationsrespons har et peak på ca.  $0,35\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $2,00Hz$ , hvilket medfører en indbyrdes afvigelse af responset på ca. 69%.

Den passive person har et maksimalt, målt accelerationsrespons på ca.  $1,61\frac{m}{s^2}$  ved en gangfrekvens på  $1,96Hz$ , hvor det beregnede har et peak på ca.  $0,54\frac{m}{s^2}$  ved  $2,00Hz$ , hvilket medfører en væsentlig afvigelse på ca. 198,2%.

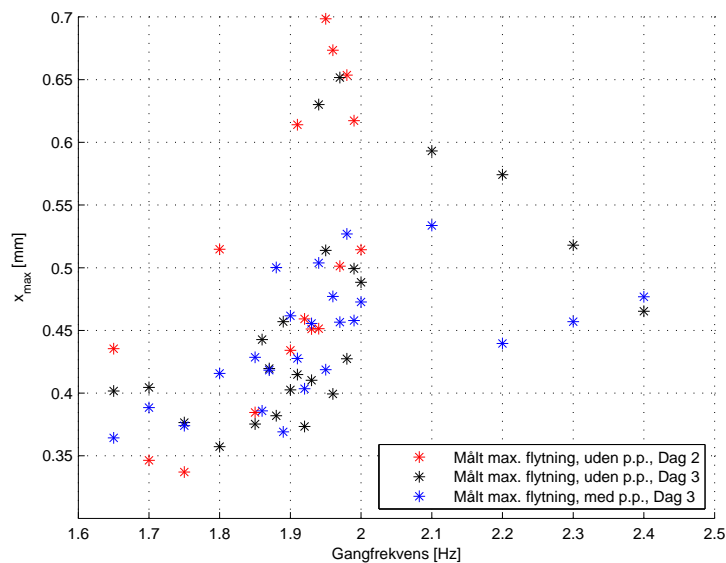
### 5.5.3 Sammenfatning af resultater, ganglast med passiv persons tilstedeværelse

Det fremgår af resultaterne for ganglast med passiv persons tilstedeværelse, at der er forholdsvis overensstemmelse mellem målt og beregnet flytnings- og accelerationsrespons for dækelementet, dog er der generelt væsentlig afvigelse på målt og beregnet accelerationsrespons for den passive person, men responset for denne er større end dækelementets respons for samtlige målinger, hvilket stemmer overens med det beregnede.

I det følgende sammenholdes resultaterne for ganglast med og uden den passive persons tilstedeværelse.

## 5.6 Sammenfatning af resultater

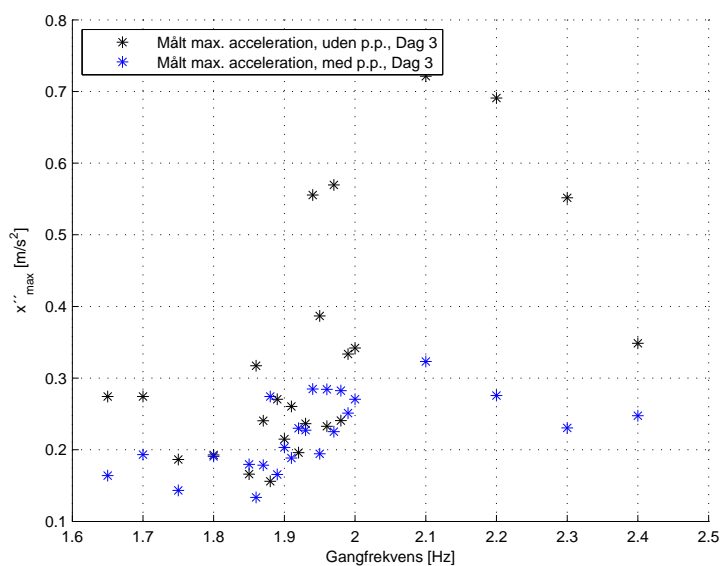
På figur 5.24 er vist dækelementets maksimale flytningsrespons for Dag 2 og 3, med og uden den passive persons tilstedeværelse, som funktion af de anvendte gangfrekvenser. Resultaterne for Dag 2 er medtaget i figuren, selvom denne Dag kun bidrog med målinger af dækelementets flytningsrespons (da der var væsentlig støj i accelerometret), uden passiv persons tilstedeværelse.



**Figur 5.24:** Dækelementets maksimale flytningsrespons for Dag 2 og 3, med og uden passiv persons tilstedeværelse. P.P.: Passiv Person.

Det fremgår af figur 5.24, at det generelle billede er, at dækelementets flytningsrespons bliver reduceret med den passive persons tilstedeværelse, især omkring resonans-frekvens regionen, da det eksempelvis ses, at på Dag 2 når dækelementet op på en flytning på ca. 0,7 mm, hvilket aldrig bliver tilfældet med den passive persons tilstedeværelse.

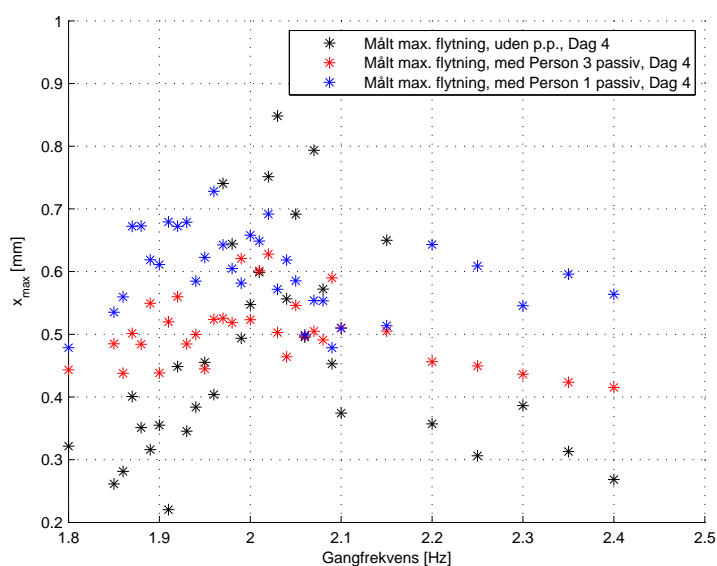
På figur 5.25 er vist dækelementets maksimale accelerationsrespons for Dag 3, med og uden den passive persons tilstedeværelse, som funktion af de anvendte gangfrekvenser.



**Figur 5.25:** Dækelementets maksimale accelerationsrespons for Dag 3, med og uden passiv persons tilstedeværelse. P.P.: Passiv Person.

Det fremgår af figur 5.25, at dækelementets accelerationsrespons generelt bliver reduceret med den passive persons tilstedeværelse, men den største forskel findes omkring resonans-frekvens regionen; uden den passive persons tilstedeværelse opnår dækelementet et accelerationsrespons på omkring  $0,7 \frac{m}{s^2}$ , hvilket ikke bliver tilfældet med den passive person tilstede.

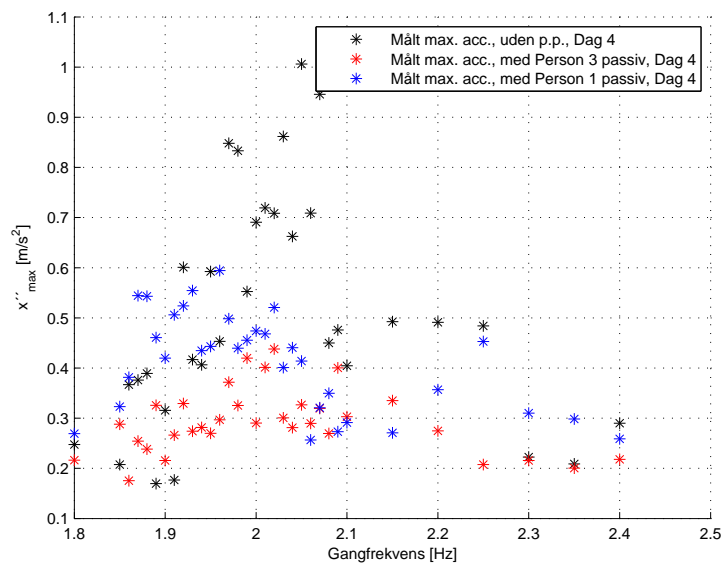
På figur 5.26 er vist dækelementets maksimale flytningsrespons for Dag 4, med og uden den passive persons tilstedeværelse, som funktion af de anvendte gangfrekvenser. NB: Pga. den ringe vægtforskel mellem Person 1 og 3 ( $\approx 8kg$ ) er resultaterne fra disse medtaget i de samme grafer.



**Figur 5.26:** Dækelementets maksimale flytningsrespons for Dag 4, med og uden passiv persons tilstedeværelse. P.P.: Passiv Person.

Det ses af figur 5.26, at flytningsresponsen af dækelementet udenfor resonans-området rent faktisk er større uden den passive persons tilstedeværelse, men i selve resonans-området dæmper den passive person flytningsresponsen idet responsen fx. ikke opnår en størrelse på ca.  $0,85mm$ , når den passive person er tilstede.

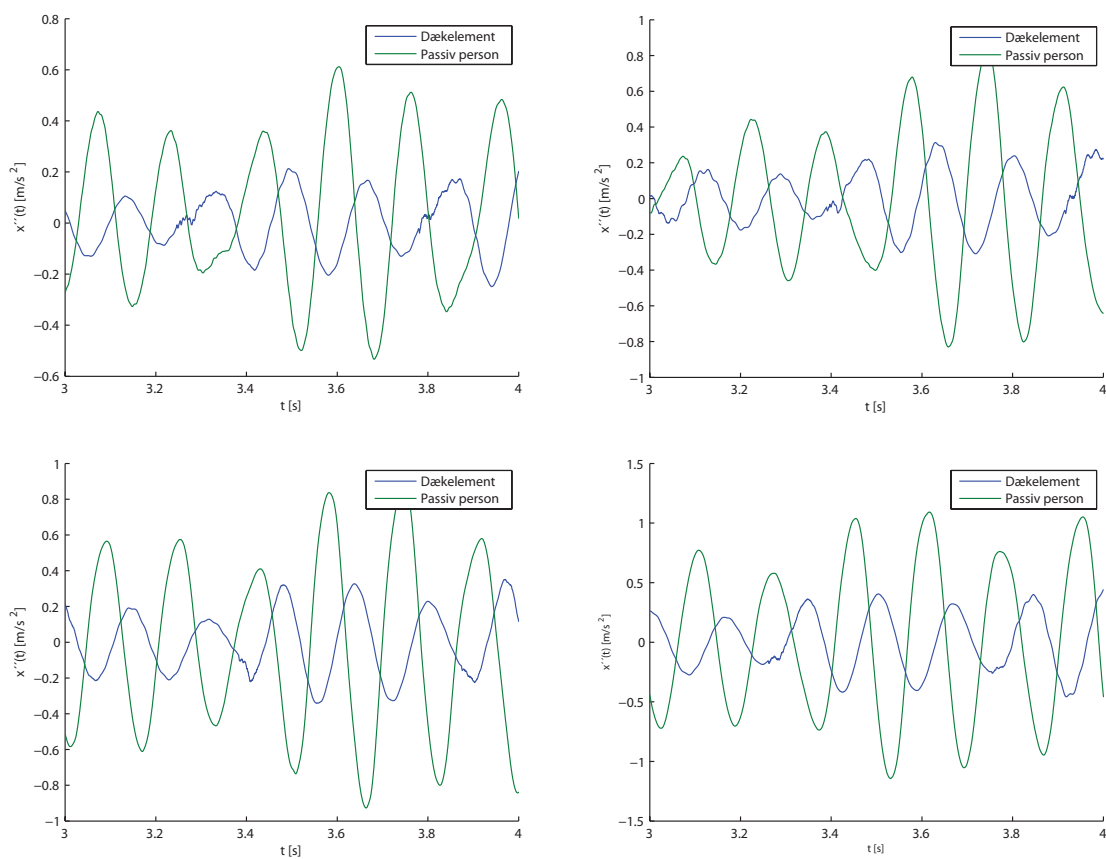
På figur 5.27 er vist dækelementets maksimale accelerationsrespons for Dag 4, med og uden den passive persons tilstedeværelse, som funktion af de anvendte gangfrekvenser.



**Figur 5.27:** Dækelementets maksimale accelerationsrespons for Dag 4, med og uden passiv persons tilstedeværelse. P.P.: Passiv Person.

Det fremgår af figur 5.27, at i nogle tilfælde udenfor resonans-området, at den passive persons tilstedeværelse forøger dækelementets accelerationsrespons, men i selve resonans-området reducerer den passive person dækelementets respons; eksempelvis ses det i et enkelt tilfælde, at dækelementets accelerationsrespons opnår en størrelse på ca.  $1,0 \frac{m}{s^2}$  hvilket ikke bliver aktuelt, med den passive persons tilstedeværelse.

På figur 5.28 er vist nogle tilfældigt udvalgte, målte tidsserier, hvor dækelementets og den passive persons accelerationsrespons er plottet i samme graf.

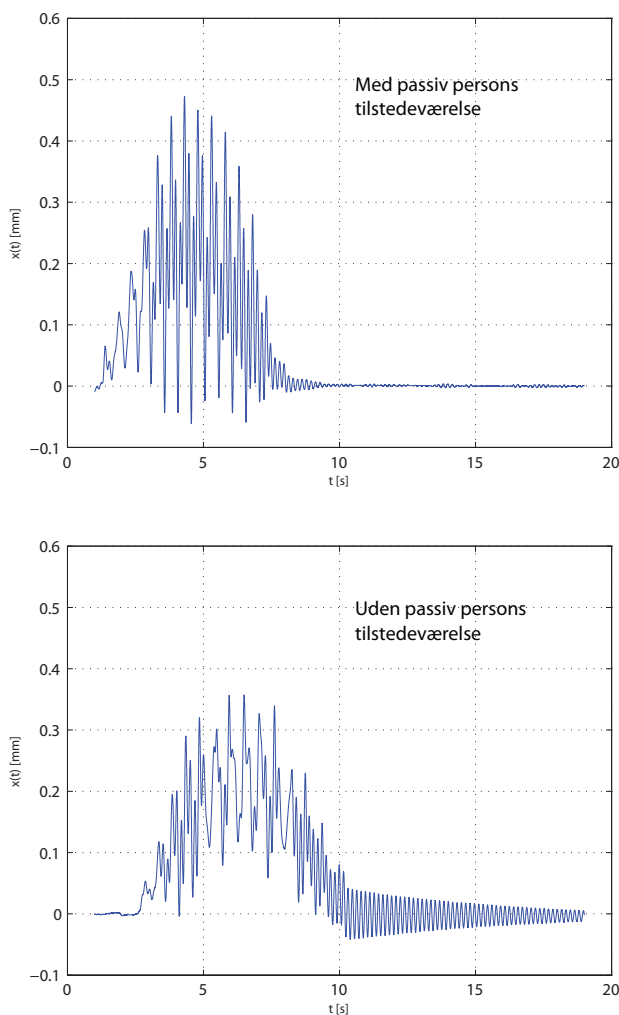


**Figur 5.28:** Tilfældigt udvalgte tidsserier med dækelementets og passiv persons accelerationsrespons plottet i samme graf.



Det ses af figur 5.28 at der er en faseforskydning på ca.  $\Delta t = 0,1s$  mellem accelerationsresponsen for dækelementet og den passive person for samtlige tidsserier, hvilket indikerer at passiv person hhv. dækelement "hver for sig" er to separat svingende systemer, men når den passive person er tilstede på dækelementet udgør de et koblet system.

På figur 5.29 er vist et tilfældigt udvalgt, målt flytningsrespons for dækelementet, med og uden den passive persons tilstedeværelse.



**Figur 5.29:** Dækelementets flytningsrespons. Øverst: Med passiv persons tilstedeværelse. Nederst: Uden passiv persons tilstedeværelse.

Det ses af figur 5.29 at den passive persons tilstedeværelse reducerer væsentligt "efterklangstiden" af dækelementets henfaldsvibrationer efter den gående person er gået af dækelementet; når den passive person er tilstede er vibrationerne stort set klinget ud øjeblikkeligt, hvilket ikke er tilfældet, når personen ikke er tilstede.

Slutteligt må det konkluderes, at, på trods af den væsentlige afvigelse på målt og beregnet accelerationsrespons for den passive person, at målingerne i Forsøg II umiddelbart verificerer tesen om, at passiv person og dækelementet udgør et koblet system med to frihedsgrader,

hvor de hver især repræsenterer én frihedsgrad, idet:

- Den passive person introducerer en reducere af dækelementets respons omkring resonans-frekvens regionen, og en ændring af egenfrekvensen
- Målingerne af dækelementets respons med den passive person tilstede, stemmer forholdsvis overens med den numeriske metode
- På trods af den væsentlige afvigelse på responset af den passive person, er dette større end dækelementets respons for samtlige målinger, hvilket stemmer overens med det beregnede
- Der er en faseforskydning på ca.  $\Delta t = 0,1s$  mellem responset af den passive person og dækelementet, hvilket vidner om, at dækelement og passiv person "hver for sig" er to separat svingende systemer, men tilsammen udgør disse et koblet system, hvor dækelement og person hver repræsenterer én frihedsgrad

På baggrund af ovenstående, må det umiddelbart konkluderes, at det vil være en "fejlagtig" tilnærmelse, at modellere passive personer som stillestående tillægsmasser.

## 5.7 Usikkerheder

Forsøget er vedhæftet med flere usikkerheder. Disse er som følgende:

- Gående persons evne til at "simulere" en given gangfrekvens
- Gående persons evne til at opretholde en konstant gangfrekvens
- Gående persons evne til at opretholde en konstant ganghastighed
- Passiv persons evne til at forblive passiv
- De modale parametre for passiv person
- Modelleringen af ganglasten
- Kalibrering af måleudstyret
- "Tidsdriften" i accelerometrene
- Placering af måleudstyret

Gående persons evne til at gå med en konstant, given gangfrekvens, og konstant ganghastighed introducerer en usikkerhed, idet det beregnede respons forudsætter, at gangfrekvens samt ganghastighed er konstante, i praksis vil disse parametre utvivlsomt variere. Derudover er det væsentlig kompliceret i praksis, at "steppe" i gangfrekvensen med  $0,01Hz$ , dvs. at gå ved fx. en gangfrekvens på  $1,88Hz$  og derefter  $1,89Hz$ . Det skal understreges, at dækelementet var glat på nogle forsøgsdage pga. islag, og dette besværliggør at gå med en konstant gangfrekvens. I enkelte tilfælde på Dag 3 var måleresultatet for passiv persons accelerationsrespons ikke brugbart, idet der var væsentlig støj i accelerometret, hvilket kan skyldes, at personen var kommet til at bevæge sig. Ydermere kan det muligvis også spille ind, at den monterede spænderem med accelerometret på den passive person ikke var fæstnet tilstrækkeligt, idet passiv person havde væsentlig beklædning på pga. frostvejret, således at spænderemmen muligvis har "vibreret" på personens beklædning, og derfor har accelerometret målt et større respons, end det faktuelle. Endelig kan der også være en afvigelse på de modale parametre i

form af  $f_d$  og  $\zeta$  for de passive personer; disse skulle muligvis være sat anderledes, idet personen havde et væsentlig større respons end det beregnede.

Den anvendte modellering af ganglasten er ligeledes en usikkerhed, idet der er forskellige "bud" på hvorledes denne modelleres, fx. i forbindelse med faserne og amplitude-faktorerne, men det fremgik af resultaterne, at der var forholdsvis overensstemmelse mellem målte og beregnede resultater (bortset fra målte og beregnede resultater for passiv person), hvilket kan tyde på, at den anvendte modellering i dette projekt har været "tilstrækkelig". Muligvis kunne en anden anvendt modellering af ganglasten have givet en større overensstemmelse mellem målte og beregnede resultater, men dette er der dog afgrænset fra.

Måleudstyret er blevet kalibreret, idet dette viste et for højt flytningsrespons, og blev kalibreret ind ved at påføre flytningsmåleren en kendt flytning, fx.  $1,0mm$ , og undersøge hvor stor flytning, der blev vist i dataopsamlingsprogrammet, for den pågældende flytningsmåler; nogle flere kalibrerings-målinger ville muligvis give en mere præcis kalibrerings-faktor.

Der forekom for nogle målte accelerations-respons lidt "tidsdrift", dvs. at det målte respons ikke startede helt i 0, hvilket giver et lidt større, målt respons end det "faktuelle", men tidsdriften var dog ikke væsentlig, hvorfor denne fejlkildes betydning kan diskuteres.

Slutteligt er der en usikkerhed ifb. med selve placeringen af måleudstyret, disse sad på undersiden af dækelementet midtfags og omkring livet på den passive person; i modelleringen af dækelementet og personen, er disse modelleret som to klumpmasser, men hverken dækelement eller person er klumpmasser "i virkeligheden", men derimod et kontinuum, hvorfor det kan tænkes, at placeringen af måleudstyr kan spille ind ifb. med de målte resultater.



## Kapitel 6

# Konklusion

Som tidligere beskrevet var projektets problemformulering:

*Kan passive personers dynamiske interaktion med en konstruktion modelleres som et koblet system, dvs. et person-konstruktion system? Er der andre parametre i spil end personens vægt, såsom højden af personen, eller forholdet imellem disse, navnlig et BMI-indeks? Hvorledes oplever personerne vibrationerne?*

Det umiddelbare svar til det første delspørgsmål må være ”ja”, idet det fremgik af resultaterne i Forsøg I, at en passiv person introducerer væsentlig dæmpning af det svingende dækelement, hvilket foranledigede, at forsøge at modellere den passive person og dækelementet som et koblet system med to frihedsgrader i Forsøg II, og sammenligne målte og beregnede resultater, hvor de beregnede resultater tog udgangspunkt i en numerisk metode, i form af Newmark-algoritmen. Det fremgik af resultaterne i Forsøg II, at der var forholdsvis overensstemmelse mellem målte og beregnede resultater, hvorfor det må konkluderes, på baggrund af resultaterne i dette projekt, at en passiv persons dynamiske interaktion med en konstruktion, kan modelleres som et koblet system. Derfor er det principielt en fejlagtig tilnærmelse, at modellere passive personer som stillestående tillægsmasser på konstruktioner, dvs. dødvægt. Målingerne med træklodserne alene på dækelementet i Forsøg I, viste at disse havde en negligibel indflydelse på dæmpningen, hvorfor disse må betegnes som en stillestående tillægsmasse på dækelementet.

I forbindelse med det andet delspørgsmål, fremgik det af resultaterne fra Forsøg I, at persons vægt giver det bedste estimat på indflydelse af dækelementets modale parametre, i form af egenfrekvens og dæmpningsforholdet, idet det sås af sammenfatningen af resultaterne, at højden alene og BMI giver et usikkert estimat på indflydelsen.

I forbindelse med hvorledes personerne oplevede vibrationerne, fremgik det af resultaterne i Forsøg I, at deres estimat på start-amplituden var væsentlig overvurderet, og der ikke var nogen direkte sammenhæng mellem personens estimat, og dennes højde, vægt eller BMI. Men personernes kraftige overvurdering vidner om, at personer er meget sensitive vibrations-sensorer.



## Bilag A

# Dynamiske systemer, generelt

Følgende er beskrevet med udgangspunkt i [Nielsen, 2004] medmindre andet er anført.

Ved et dynamisk system forstås generelt et system, der er udsat for en påvirkning, der ikke er konstant i tid, men derimod tidsvarierende. Formålet med svingningsanalyse, vil oftest være at bestemme bevægelsen, dvs. den tidsafhængige flytning, typisk benævnt  $x(t)$ , af et system, der er påvirket af en ekstern dynamisk last, ofte benævnt  $f(t)$ . Et eksempel på  $f(t)$  er en person, der går/løber over en gangbro.

Bevægelsen antages at være beskrevet ved et sæt koordinater:

$$\mathbf{x}^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$$

Her angiver  $\mathbf{x}$  en vektor, og T betyder at vektoren er transponeret. Koordinatsættet  $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]$  kaldes frihedsgraderne (degrees of freedom, DOF). Jo flere frihedsgrader, jo mere præcis vil beskrivelsen af konstruktionen være, og principielt har et system et uendeligt antal frihedsgrader. Der skelnes normalt imellem tre ”typer” systemer, afhængig af antallet af frihedsgrader. Er antallet af frihedsgrader én, dvs.  $n = 1$  (diskret system) kaldes systemet for et SDOF-system (Single Degree Of Freedom), hvilket også er det simpleste tilfælde, og i nogle tilfælde vil et system modelleret som et SDOF-system give tilfredsstillende resultater. Er  $1 < n < \infty$  (diskret system) er det et MDOF-system (Multi Degree Of Freedom). Er  $n = \infty$  kaldes systemet for et kontinuert system. Bestemmelse af antal frihedsgrader, vil ofte være den indledende overvejelse i svingningsanalyse, hvorefter det svingende system kan beskrives ved hjælp af såkaldte bevægelsesligninger, der rent matematisk er lineære, partielle differentiaalligninger. Ved opstillingen af bevægelsesligningerne er det ikke kun flytningsresponsen  $x(t)$ , der kommer i spil, men også andre responstyper, såsom hastigheden  $\dot{x}(t)$  og accelerationen  $\ddot{x}(t)$ . Ydermere skelnes der mellem dæmpede og udæmpede systemer.

I afsnit A.2, A.3 og A.4 gives eksempel på et udæmpet og dæmpet SDOF-system, samt et dæmpet MDOF-system. Indledningsvist behandles nogle forudsætninger for opstilling af bevægelsesligningerne.

### A.1 Forudsætninger

Generelt kan tyngdekraften (og andre statiske kræfter) ignoreres, hvis de følgende betingelser er opfyldt:

- Bevægelserne er målt fra den statiske ligevægtstilstand.

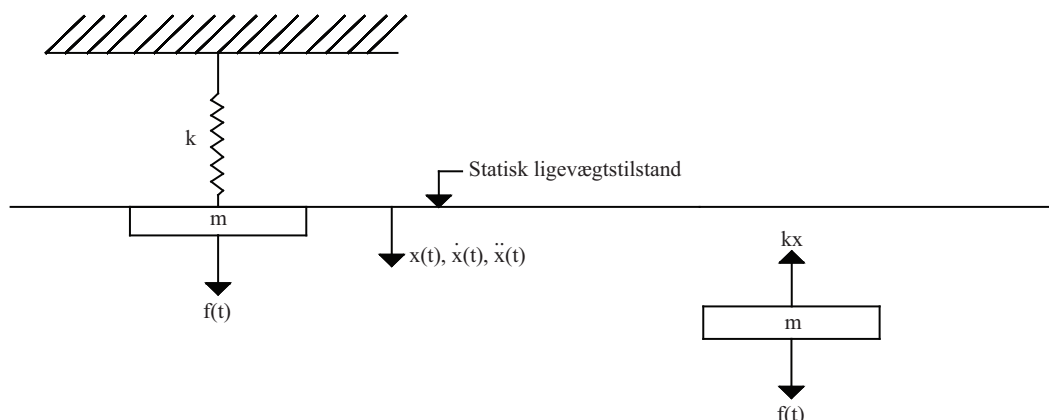
- Systemet er lineært. Fx antages fjedre at være lineært elastiske, og dæmpere betragtes som lineære, viskose dæmpere.

Herefter kan følgende procedure anvendes:

1. Alle masser skæres fri.
2. Alle eksterne og interne kræfter påføres som eksterne kræfter på de frie masser og regnes positive, når de virker i samme retning som den tilsvarende frihedsgrad.
3. Newtons anden lov anvendes på hver af de frie masser.
4. Begyndelsesbetingelserne antages generelt at være:  $[x(0), \dot{x}(0)] = [x_0, \dot{x}_0]$ . Dette vil sige, at til tiden  $t = 0$ , er den initiale flytning og hastighed givet som hhv.  $x_0$  og  $\dot{x}_0$ .

## A.2 Udæmpet SDOF-system

På figur A-1 er vist en punktmasse  $m$ , der er forbundet til en fjeder, der antages lineær elastisk, med stivheden  $k$ . Punktmassen antages yderligere, kun at kunne bevæge sig i lodret retning, hvorfor det kan betragtes som et SDOF-system.



**Figur A-1:** Venstre side: En punktmasse  $m$ , der er forbundet til den lineære elastiske fjeder med stivheden  $k$ , og påført en ekstern dynamisk last  $f(t)$ . Højre side: Massen skåret fri og alle kræfter er påført som eksterne laster.

De første to skridt, som omtalt i afsnit A.1, er vist til højre på figur A-1, idet massen er skåret fri, og alle kræfter er påført som eksterne kræfter. Flytningen,  $x(t)$ , hastigheden  $\dot{x}(t)$  og accelerationen  $\ddot{x}(t)$  måles alle i samme retning.

Newtons anden lov er givet ved:

$$\sum F = m \cdot \ddot{x}(t) \quad (\text{A-1})$$

Hvor

$$\begin{aligned} \sum F & \text{ er summen af alle involverede kræfter } [N] \\ m & \text{ er massen } [kg] \\ \ddot{x}(t) & \text{ er accelerationen } \left[\frac{m}{s^2}\right] \end{aligned}$$



Ved anvendelse af A-1, og der regnes positivt i retningen som frihedsgraden fåes følgende bevægelsesligning:

$$m \cdot \ddot{x}(t) = f(t) - k \cdot x(t) \quad (\text{A-2})$$

Hvilket kan omskrives til:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = f(t) \quad (\text{A-3})$$

Såfremt, der ingen eksterne dynamiske kræfter er tilstede, dvs.  $f(t) = 0$ , kaldes vibrationerne for egensvingninger (eigenvibrations), og A-3 omskrives til A-4:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \quad (\text{A-4})$$

### A.2.1 Egensvingninger af udæmpet SDOF-system

Ligning A-4 er en anden-ordens differential-ligning og en generel løsning er givet ved:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + B \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) [\text{Williams og Todd, 2000}] \quad (\text{A-5})$$

Hvor

$A, B$  er konstanter

$\omega_0$  er den cirkulære egenfrekvens, og er givet som  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  [rad/s]

Konstanterne kan findes ved brug af begyndelses-betingelserne, der i afsnit A.1 var givet som  $[x(0), \dot{x}(0)] = [x_0, \dot{x}_0]$ . Første konstant findes ved indsættelse:

$$x_0 = A \cdot \sin(\omega_0 \cdot 0) + B \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0) \Rightarrow B = x_0 \quad (\text{A-6})$$

Ligning A-5 differentieres mht.  $t$ , for at finde  $\dot{x}(t)$ :

$$\dot{x}(t) = A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - B \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{A-7})$$

Sidste konstant kan nu findes:

$$\dot{x}_0 = A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0) - B \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot 0) \Rightarrow A \cdot \omega_0 = \dot{x}_0 \Rightarrow A = \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \quad (\text{A-8})$$

Med de fundne konstanter  $[A, B] = \left[ \frac{\dot{x}_0}{\omega_0}, x_0 \right]$  kan ligning A-5 skrives som:

$$x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t), \quad t \geq 0 \quad (\text{A-9})$$

Ligning A-9 kan alternativt skrives som:

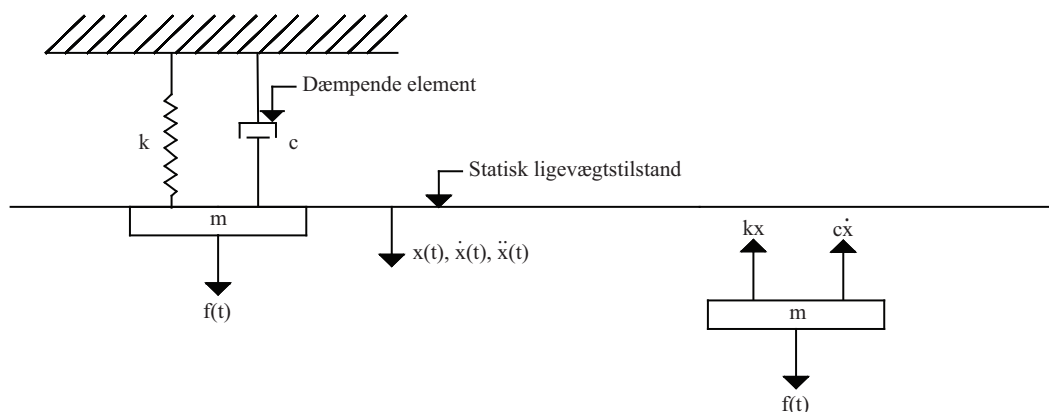
$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \Psi) \quad (\text{A-10})$$

Hvor

$$\begin{aligned} \Psi & \text{ er fasevinklen, } \Psi \in [0, 2\pi] \\ A \cdot \cos(\Psi) &= x_0 \\ A \cdot \sin(\Psi) &= \frac{\dot{x}_0}{\omega_0} \\ A &= \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega_0}\right)^2} \end{aligned}$$

### A.3 Dæmpet SDOF-system

På figur A-2 er vist det samme system som på figur A-1, dog med den forskel, at der nu er monteret et dæmpende element, med dæmpnings-konstanten  $c$ .



**Figur A-2:** Venstre side: En punktmasse  $m$ , der er forbundet til den lineære elastiske fjeder med stivheden  $k$ , og et dæmpnings-element med konstanten  $c$ , og påført en ekstern dynamisk last  $f(t)$ . Højre side: Massen skåret fri og alle kræfter er påført som eksterne laster.

Dæmpning, dvs. transformation af mekanisk energi til varme, vil altid forekomme pga. eksempelvis friktion, plastiske deformationer, osv. Dæmpning er derfor energi-dissipation i systemet. Det er derfor mest realistisk, at introducere et dæmpnings-element i modellen. Fjederen antages fri for dæmpning, således at energi-dissipationen sker i dæmpnings-elementet. Bevægelses-ligningen bliver, analogt med A-3:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = f(t) \quad (\text{A-11})$$

Såfremt systemet er fri for ydre belastning, bliver A-11 reduceret til:

$$m \cdot \ddot{x}(t) + c \cdot \dot{x}(t) + k \cdot x(t) = 0 \quad (\text{A-12})$$

#### A.3.1 Egensvingninger af dæmpet SDOF-system

Formel A-5 er ikke en løsning til ligning A-12. Ydermere er der ikke en endegyldig løsning. Ligning A-12 er på formen:

$$R \cdot y'' + P \cdot y' + Q \cdot y = 0 \quad [\text{Zill og Cullen, 2005}] \quad (\text{A-13})$$

Hvor

$R, P, Q$  er konstanter, som i dette tilfælde skal tolkes som  $[R, P, Q] = [m, c, k]$

For at løse ligning A-13 opstilles den karakteristiske ligning:

$$R \cdot z^2 + P \cdot z + Q = 0 \quad [\text{Zill og Cullen, 2005}] \quad (\text{A-14})$$

Formel A-14 er en andengrads-ligning, og kan have tre udfald:

- Hvis  $P^2 - 4 \cdot R \cdot Q > 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er reelle, og  $z_1 \neq z_2$
- Hvis  $P^2 - 4 \cdot R \cdot Q = 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er reelle, og  $z_1 = z_2$
- Hvis  $P^2 - 4 \cdot R \cdot Q < 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er komplekse

Da A-14 kan have tre forskellige udfald, vil løsningen til A-13 ligeledes være én ud af tre mulige, afhængig af udfaldet af A-14. Inden dette behandles nærmere, omskrives A-12 til:

$$\ddot{x} + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0, \quad t > 0 \quad (\text{A-15})$$

Parameteren  $\zeta$  er dæmpningsforholdet, og givet ved:

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 = \frac{c}{m} \Rightarrow \zeta = \frac{c}{2 \cdot \omega_0 \cdot m} = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{k \cdot m}} \quad (\text{A-16})$$

Dæmpningsforholdet fortæller om systemet er hhv. udæmpet, underkritisk dæmpet, kritisk dæmpet eller overkritisk dæmpet. Betingelserne er givet ved:

$$\zeta = 0 \quad \text{Udæmpet system. Bevægelsen er givet ved formel A-9.} \quad (\text{A-17})$$

$$\zeta \in ]0, 1[ \quad \text{Underkritisk dæmpet system.} \quad (\text{A-18})$$

$$\zeta = 1 \quad \text{Kritisk dæmpet system.} \quad (\text{A-19})$$

$$\zeta \in ]1, \infty[ \quad \text{Overkritisk dæmpet system.} \quad (\text{A-20})$$

Sammenhængen mellem størrelsen af  $\zeta$  og de mulige udfald til ligning A-14 er givet ved:

- $\zeta \in ]1, \infty[ \Rightarrow P^2 - 4 \cdot R \cdot Q > 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er reelle, og  $z_1 \neq z_2$
- $\zeta = 1 \Rightarrow P^2 - 4 \cdot R \cdot Q = 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er reelle, og  $z_1 = z_2$
- $\zeta \in ]0, 1[ \Rightarrow P^2 - 4 \cdot R \cdot Q < 0$  Rødderne  $z_1$  og  $z_2$  er komplekse

Alle ”virkelige” konstruktioner er dog underkritisk dæmpet, og ligger typisk i intervallet  $\zeta \in [0,005; 0,05]$ , hvorfor kun løsningen til dette betragtes i det følgende.

De komplekse rødder findes ved:

$$z_{1,2} = -\omega_0 \cdot \left( \zeta \pm i \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \right) \quad (\text{A-21})$$

Hvor

$i$  er det komplekse enhedstal, givet ved:  $i = \sqrt{-1}$

En generel løsning er givet ved:

$$x(t) = e^{\alpha \cdot t} \cdot (c_1 \cdot \cos(\beta \cdot t) + c_2 \cdot \sin(\beta \cdot t)) \quad [\text{Zill og Cullen, 2005}] \quad (\text{A-22})$$

Hvor

$c_1, c_2$  er konstanter, der skal bestemmes ud fra begyndelses-betingelserne  
 $\alpha, \beta$  bestemmes ud fra  $z_1$  og  $z_2$ .

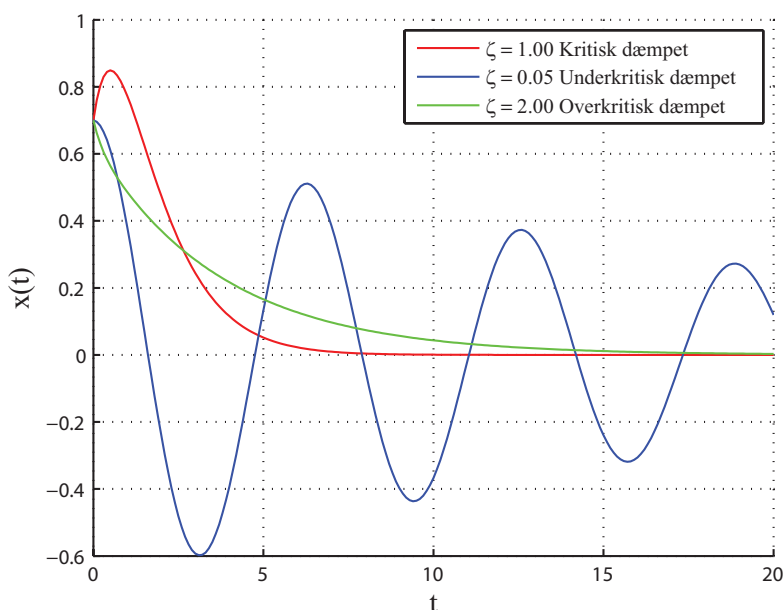
Ved indsættelse af ligning A-21 i A-22 findes:

$$x(t) = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot \left( c_1 \cdot \cos\left(\sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0 \cdot t\right) + c_2 \cdot \sin\left(\sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0 \cdot t\right) \right) \quad (\text{A-23})$$

Konstanterne  $c_1$  og  $c_2$  findes ved brug af de generelle begyndelses-betingelser, formuleret i afsnit A.1. Det endelige flytningsrespons er da givet ved:

$$x(t) = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot \left( x_0 \cdot \cos\left(\sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0 \cdot t\right) + \frac{\dot{x}_0 + \zeta \cdot \omega_0 \cdot x_0}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}} \cdot \sin\left(\sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0 \cdot t\right) \right), \quad t \geq 0 \quad (\text{A-24})$$

Selvom alle ”virkelige” konstruktioner har et dæmpningsforhold  $\zeta < 1$ , er der på figur A-3 vist et eksempel på et systems opførsel, afhængig af dæmpningsforholdet.



**Figur A-3:** Et systems opførsel afhængig af  $\zeta$ . Tiden  $t$  er plottet ud af abscisse-aksen, og flytningsresponsen er plottet op ad ordinat-aksen. Værdierne  $[\omega_0, x_0, \dot{x}_0]$  er sat til hhv.  $[1, 0; 0, 7; 0, 7]$

Det fremgår af figur A-3 at det kritiske dæmpede system konvergerer hurtigst mod nul, uden at oscillere. Det overkritiske dæmpede system konvergerer langsommere mod nul ift. det kritisk dæmpede, ligeledes uden oscillation. Det underkritisk dæmpede system oscillerer, med en dæmpet, cirkulær egenfrekvens. Denne er nærmere beskrevet i afsnit A.3.2.

### A.3.2 Dynamiske karakteristika for underkritisk dæmpet system

Da alle "virkelige" konstruktioner er, som før nævnt, underkritisk dæmpet, gennemgås kort nogle karakteristika for denne type systemer.

Den dæmpede, cirkulære egenfrekvens er givet ved:

$$\omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (\text{A-25})$$

Den dæmpede egensvingningsperiode er defineret som:

$$T_d = \frac{2\pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (\text{A-26})$$

### A.3.3 Tvungne harmoniske svingninger

Hvis eksempelvis figur A-2 betragtes igen, og den eksterne, dynamiske last antages at være harmonisk varierende i tid, må denne være givet ved:

$$f(t) = \text{Re}(F \cdot e^{i\omega_0 t}) \quad (\text{A-27})$$

$F$  er en kompleks last-amplitude, givet ved:

$$F = |F| \cdot e^{-i\alpha} \quad (\text{A-28})$$

A-27 kan da skrives som:

$$f(t) = |F| \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \alpha) \quad (\text{A-29})$$

$|F|$  er amplituden, og  $\alpha$  er fasen af den harmoniske last. Efter noget manipulation af udtrykket A-11, kan dette skrives som:

$$\ddot{x} + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot \dot{x} + \omega_0^2 \cdot x = \text{Re} \left( \frac{F}{m} \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} \right), \quad t > 0 \quad (\text{A-30})$$

I henhold til [Nielsen, 2004] bliver bevægelsen med tiden harmonisk, med samme cirkulære frekvens som lasten, hvorfor der søges en løsning på formen:

$$x(t) = \text{Re} (X \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t}) \quad (\text{A-31})$$

Hvis ligning A-31 indsættes i A-30 opnåes:

$$\text{Re} \left( \left[ (\omega_0^2 - \omega^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot \omega_i) \cdot X - \frac{F}{m} \right] \right) \cdot e^{i \cdot \omega \cdot t} = 0 \quad (\text{A-32})$$

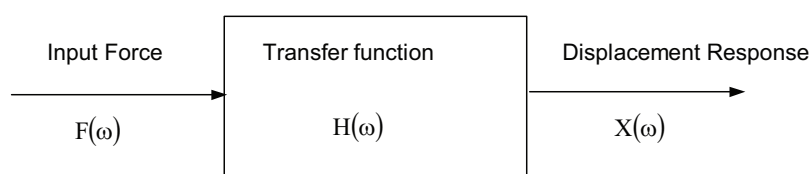
Ligning A-31 er et muligt flytningsrespons, hvis argumentet i de firkantede parenteser i formel A-32 er lig nul. Dette vil give:

$$X = H(\omega) \cdot F \quad (\text{A-33})$$

Her er  $X$  en kompleks flytnings-amplitude. Af formel A-33 og A-32 fremkommer frekvensrespons-funktionen, (frequency response function):

$$H(\omega) = \frac{1}{m \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot \omega_i)} \quad (\text{A-34})$$

Frekvensrespons-funktionen udtrykker en konstruktions respons til den påsatte last, som funktion af den cirkulære frekvens. Sammenhængen er illustreret på figur A-4.

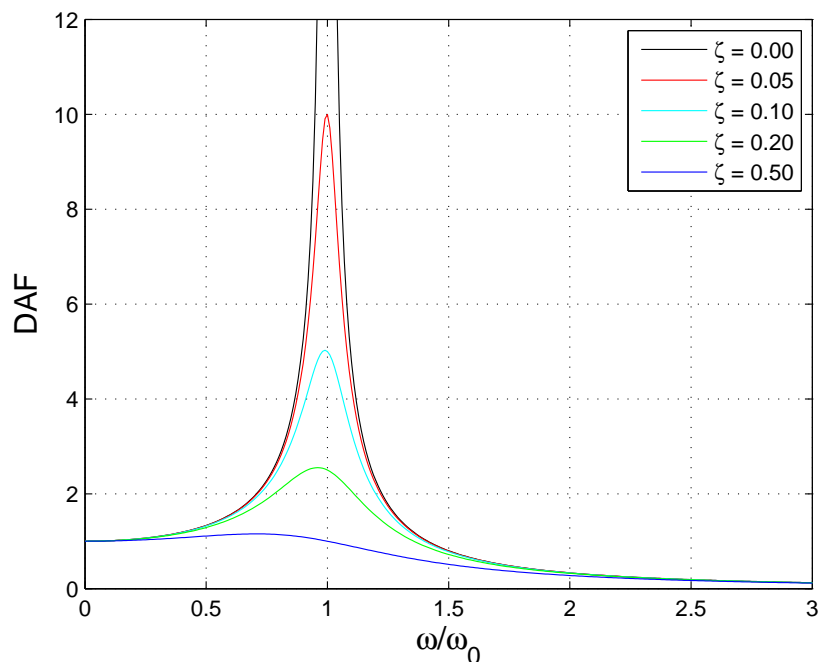


**Figur A-4:** Sammenhængen mellem den eksterne last, frekvensrespons-funktionen og flytningsresponsen. [Irvine, 2000]

For at give en grafisk illustration af formel A-33, normaliseres dette:

$$\frac{|X| \cdot k}{|F|} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + 4 \cdot \zeta^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (\text{A-35})$$

Formel A-35 er et udtryk for den dimensionsløse amplitude, som funktion af frekvens-forholdet  $\frac{\omega}{\omega_0}$  og  $\zeta$ . Ydermere skal venstresiden af A-35 tolkes som en dynamisk forstærknings faktor, (Dynamic Amplification Factor, DAF). En grafisk illustration af formel A-35 er vist på figur A-5.



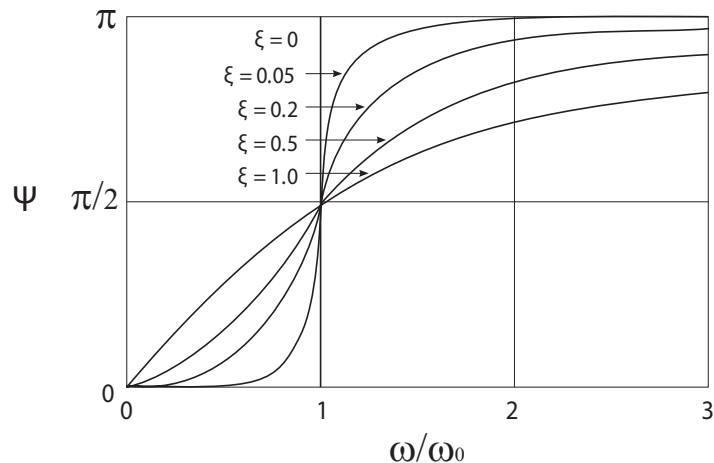
**Figur A-5:** Dynamisk forstærknings faktor ( $DAF$ ), som funktion af frekvens-forholdet og for forskellige værdier af  $\zeta$ .

Det fremgår af figur A-5, at hvis systemet er meget stiv, eller belastningens cirkulære frekvens meget langsom, dvs.  $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$ , sker der ingen dynamisk forstærkning og  $DAF \approx 1$ . Når systemets cirkulære egenfrekvens nærmes lastens cirkulære frekvens, opstår resonans, og  $DAF$  øges kraftigt, især for det idealiserede system uden dæmpning, dvs. hvor  $\zeta = 0$ . I tilfældet hvor  $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ , er  $DAF = \frac{1}{2\zeta}$ . Den dynamiske forstærknings faktor er derfor i særdeleshed sensitiv overfor dæmpning ved resonans. Hvis systemet er væsentlig fleksibelt, eller lastens cirkulære frekvens antager en høj værdi,  $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ , bliver  $DAF < 1$ .

Ligeledes kan et udtryk for fasevinklen opstilles i forbindelse med resonans, og er givet ved:

$$\tan(\Psi) = \frac{2 \cdot \zeta \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (\text{A-36})$$

En grafisk illustration af formel A-36 er vist på figur A-6.



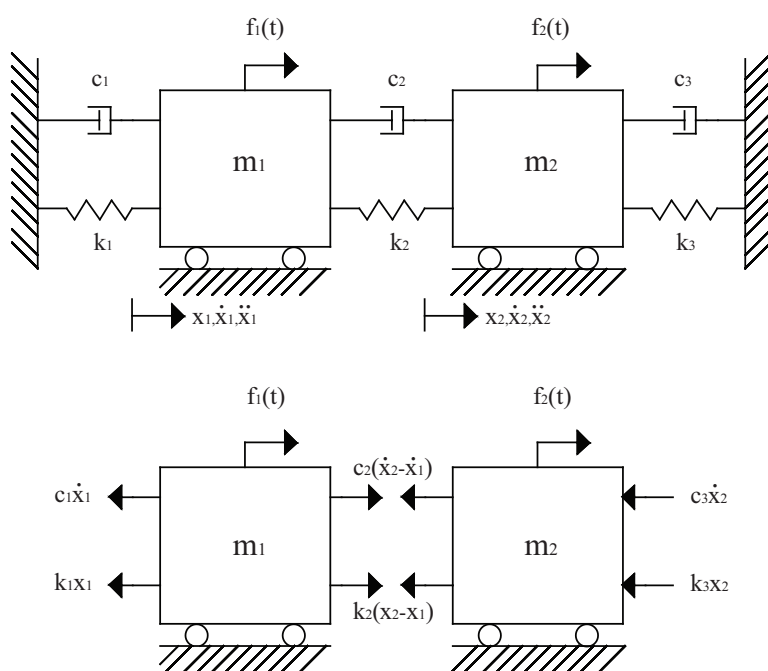
**Figur A-6:** Fasevinklen  $\Psi$  som funktion af frekvens-forholdet og for forskellige værdier af  $\zeta$ . [Clough og Penzien, 2003]

Det fremgår af figur A-6, at dæmpningsforholdet ligeledes har stor indflydelse på fasevinklen, i frekvens-regionen omkring resonans. For et udæmpet system er fasevinklen nul for  $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$ , og er lig  $\frac{\pi}{2}$  ved resonans, og ellers  $\pi$ . For de dæmpede systemer, er fasevinklen generelt mindre, jo mere dæmpet systemet er.

#### A.4 Dæmpet MDOF-system

På figur A-7 er vist et eksempel på et MDOF-system.





**Figur A-7:** Eksempel på et MDOF-system. Øverst: To punktmasser forbundet med hinanden via fjedre og dæmpere. Hver masse er påvirket af en ekstern, dynamisk last. Nederst: Masserne skåret fri med samtlige kræfter påsat som interne kræfter.

Systemet er to punktmasser,  $m_1$  og  $m_2$ , der er forbundet igennem fjedre og dæmpere. Systemet har to frihedsgrader, der er valgt som flytningen  $x_1(t)$  og  $x_2(t)$  fra den statiske ligevægtstilstand. Bevægelsesligningerne bliver, analogt med ligning A-11, og det erindres, at der regnes positivt i samme retning som frihedsgraderne:

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \ddot{x}_1 &= -k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot (x_2 - x_1) - c_1 \cdot \dot{x}_1 + c_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f_1(t) \\ m_2 \cdot \ddot{x}_2 &= -k_3 \cdot x_2 - k_2 \cdot (x_2 - x_1) - c_3 \cdot \dot{x}_2 - c_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f_2(t) \end{aligned} \quad (\text{A-37})$$

A-37 kan omskrives på matrix-form:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t)^1 \quad (\text{A-38})$$

”Udskrevet” vil A-38 give:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 + c_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \\ \mathbf{f}(t) &= \begin{bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-39})$$

<sup>1</sup>Formel A-38 er i almindelighed bevægelsesligningernes standard-form.

### A.4.1 Egensvingninger af udæmpet MDOF-system

For  $\mathbf{C} = \mathbf{0}$  og  $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$  reduceres ligning A-38 til:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad , \quad \dot{\mathbf{x}}(0) = \dot{\mathbf{x}}_0 \quad (\text{A-40})$$

En løsning til A-40 søges på formen:

$$\mathbf{x}(t) = \text{Re}(\Phi \cdot e^{i\omega \cdot t}) \quad (\text{A-41})$$

Hvor

$\Phi$  en en amplitude-vektor, der bestemmer formen på deformationen af systemet (eigenmode)

Hvis ligning A-41 indsættes i ligning A-40, opnåes:

$$\text{Re}((-\omega^2 \cdot \mathbf{M} + \mathbf{K}) \cdot \Phi \cdot e^{i\omega \cdot t}) = 0 \quad (\text{A-42})$$

↓

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \Phi = 0$$

For at opnå ikke-trivielle løsninger,  $\Phi \neq \mathbf{0}$ , kræves determinanten til A-42 at være lig nul:

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) = 0 \quad (\text{A-43})$$

### A.4.2 Egensvingninger af dæmpet MDOF-system

Indledningsvist betragtes identiteten:

$$\mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{M} \cdot \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{0} \quad (\text{A-44})$$

Hvis ligning A-44 kombineres med ligning A-38, opnåes følgende system af differentiallyigninger:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \ddot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{A-45})$$

Hvilket kan omskrives til:

$$\mathbf{A} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{F}(t) \quad , \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 \quad , \quad t > 0 \quad (\text{A-46})$$

”Udskrevet” bliver ligning A-46 til:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{M} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbf{z}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{M} \end{bmatrix} \\ \mathbf{z}_0 &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 \\ \dot{\mathbf{x}}_0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{0}(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-47})$$

Egensvingninger til ligning A-46 findes som:

$$\mathbf{A} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0 \quad , \quad t > 0 \quad (\text{A-48})$$

Løsninger til A-48 søges på formen:

$$\mathbf{z}(t) = \text{Re} \left( \boldsymbol{\Psi} \cdot e^{\lambda \cdot t} \right) \quad (\text{A-49})$$

Her er  $\boldsymbol{\Psi}$  en konstant kompleks vektor af dimensionen  $2n$ , og  $\lambda$  er en kompleks konstant. Ved indsættelse, er A-49 en løsning til A-48 hvis, og kun hvis,  $\boldsymbol{\Psi}$  er en løsning til det lineære egenværdiproblem:

$$(\lambda \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B}) \cdot \boldsymbol{\Psi} = \mathbf{0} \quad (\text{A-50})$$

For at opnå ikke-trivielle løsninger, kræves determinanten at være lig nul:

$$\det(\lambda \cdot \mathbf{A} + \mathbf{B}) = 0 \quad (\text{A-51})$$

Ligning A-50 er på samme form som A-42, hvor  $\mathbf{A}$  svarer til  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{B}$  svarer til  $\mathbf{K}$ , og  $\lambda$  svarer til  $-\omega^2$ . Egenværdierne  $\lambda_j$  skrives som:

$$\lambda_j = -\mu_j + i\nu_j \quad (\text{A-52})$$

Hvor  $\mu_j$  og  $\nu_j$  er reelle, og  $i$  er, som tidligere nævnt, det komplekse enhedstal givet ved:  $i = \sqrt{-1}$ . Dæmpningsforhold og frekvens af egenværdierne findes af:

$$\zeta_j = \frac{-\text{Re}(\lambda_j)}{|\lambda_j|} \quad (\text{A-53})$$

$$f_{d_j} = \frac{|\lambda_j|}{2\pi}$$

Hvor

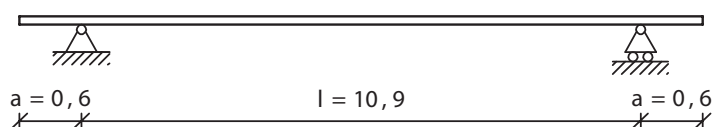
- Re er realdelen af den komplekse egenværdi
- |.| er "længden" (modulus) af den komplekse egenværdi



## Bilag B

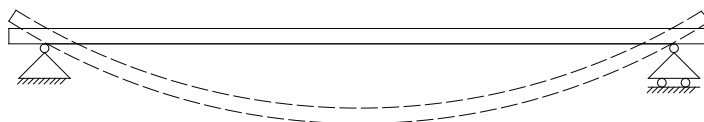
# Teoretisk analyse af dækelement, fastlæggelse af frihedsgrader

I dette kapitel behandles den teoretiske analyse af forsøgs-elementet, som er et dækelement af beton. Indledningsvist forsimples dækelementet til et bjælkeelement, som vist på figur B-1.



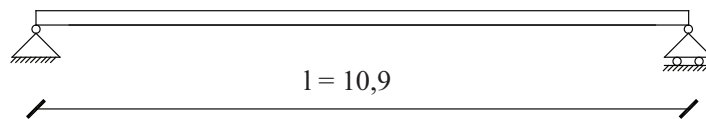
**Figur B-1:** Dækelementet som bjælkeelement. Mål i m.

Den første egensvingningsform (eigenmode) for bjælkeelementet på figur B-1, vil principielt have udseendet som skitseret på figur B-2.



**Figur B-2:** Skitse af første egensvingningsform for bjælkeelementet. Svingningsformen er markeret med stiplede linier. Figur ikke målfast.

Det antages, at modalmassen, der svinger "ud over" understøtningerne er negligerbar, hvorfor bjælkeelementet forsimples til bjælkeelementet som vist på figur B-3.



**Figur B-3:** Forsimplet bjælkeelement. Mål i m.

Med den forsimplede bjælkeelement, vil første egensvingningsform principielt se ud som illustreret på figur B-4.

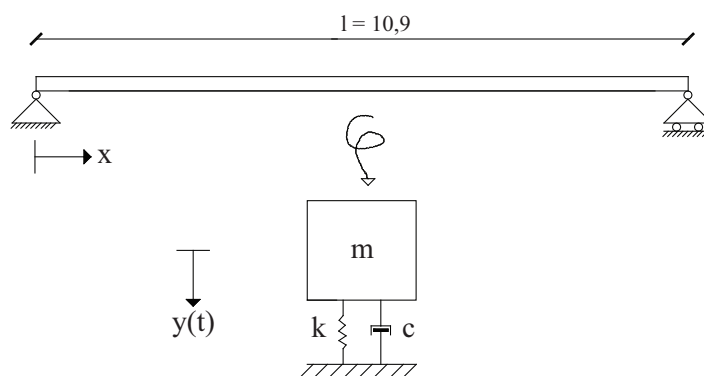


**Figur B-4:** Skitse af første eigenmode for den forsimplede bjælkemodel. Svingningsformen er markeret med stiplede linier. Figur ikke målfast.

Som nævnt i Bilag A, kan et system inddeles i tre typer af frihedsgrader:

- Single-degree-of-freedom (SDOF) system (diskret system):  $n = 1$
- Multi-degree-of-freedom (MDOF) system (diskret system):  $1 < n < \infty$
- Kontinuert system:  $n = \infty$

SDOF-systemet er det simpleste tilfælde hvor systemet antages at være repræsenteret af én klumpmasse, og derfor at systemets respons er repræsenteret ved responset af denne klumpmasse. For at forsimple beregningerne, antages bjælkeelementet at kunne forsimples til et SDOF-system, idet et SDOF-system kun har én egensvingningsform, og denne vurderes, at have det altdominerende respons. Figur B-5 viser bjælkeelementet forsimplet til et SDOF-system.



**Figur B-5:** Forsimpling af bjælkeelement til SDOF-system. Mål i m.

Til estimering af fjederstivheden,  $k$ , og modalmassen,  $m$ , kan følgende udtryk bruges [Nielsen, 2004]:

$$k = \int_0^l EI(x) \left( \frac{d^2 \Phi(x)}{dx^2} \right)^2 dx \quad (\text{B-1})$$

$$m = \int_0^l \mu(x) (\Phi(x))^2 dx$$

$\Phi(x)$  er amplitdefunktionen, der beskriver formen på egensvingningsformen. Denne egensvingningsform, skitseret på figur B-4, antages at kunne beskrives via en sinus-funktion:

$$\Phi(x) = \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{l}\right) \quad (\text{B-2})$$

Ligning B-2 overholder randbetingelserne:

$$\Phi(0) = 0$$

$$\Phi(l) = 0$$

Der forudsættes homogent tværsnit (konstante værdier af bøjningsstivheden  $EI$  og massefordelingen  $\mu$ ), hvorfor formel B-1, ved brug af egensvingningsformen defineret i formel B-2, reduceres til:

$$\begin{aligned}k &= E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{2 \cdot l^3} \\m &= \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot l\end{aligned}\tag{B-3}$$

Dæmperkonstanten  $c$  kan tilvejebringes eksperimentielt, hvor der ud fra en henfaldskurve af et svingende system kan bestemmes et dæmpningsforhold, via et logaritmisk dekrement. Når dæmpningsforholdet  $\zeta$ , og modal-massen  $m$  og stivheden  $k$  er kendt, kan  $c$  findes, ud fra sammenhængen:

$$c = 2 \cdot \zeta \cdot \sqrt{k \cdot m}\tag{B-4}$$

Ligeledes kan  $k$  bestemmes eksperimentielt, såfremt  $EI$  ikke er kendt, ud fra dæmpede egensvingningsperioder fra en henfaldskurve, gennem sammenhængen, når  $f_d, \zeta, m$  er kendt:

$$k = \frac{4 \cdot f_d^2 \cdot m \cdot \pi^2}{1 - \zeta^2}\tag{B-5}$$

Ligeledes kan  $m$  bestemmes eksperimentielt, ved at måle totalvægten og længden, beregne  $\mu$ , og derved bestemme modalmassen  $m$ .

Til videre beregninger, i form af eksperimentiel bestemmelse af dækelementets egenfrekvens og dæmpningsforhold, behandles dækelementet som et SDOF-system, og i Bilag C redegøres for de eksperimentielle metoder til at bestemme den dæmpede frekvens  $f_d$  og dæmpningsforholdet  $\zeta$ .



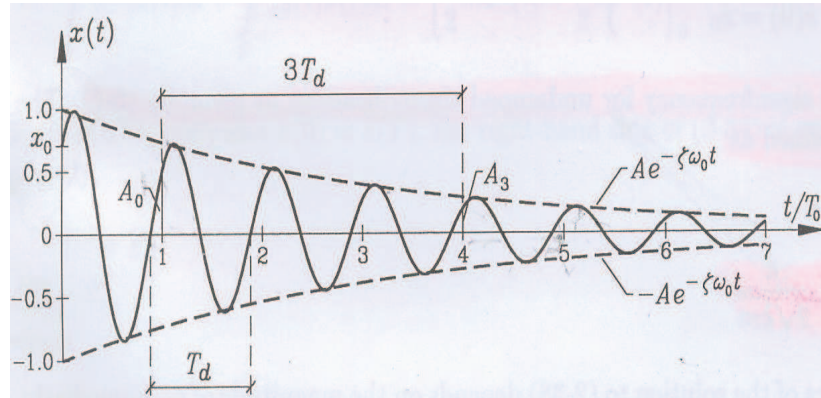


## Bilag C

# Metode til bestemmelse af dæmpningsforhold og dæmpede frekvens

### C.1 Dæmpningsforhold

Et logaritmisk dekrement,  $\delta$ , anvendes ofte i praksis for at bestemme dæmpningsforholdet,  $\zeta$ , og kan anvendes ifb. med et SDOF-system. Det logaritmiske dekrement beregnes ud fra en henfaldskurve, som vist på figur C-1.



**Figur C-1:** Eksempel på henfaldskurve for underkritisk dæmpet system. De forskellige parametre er sat til hhv.  $\zeta = 0.05$ ,  $\omega_0 = 1.0$ ,  $x_0 = 0.7$ ,  $\dot{x}_0 = 0.7$ . [Nielsen, 2004]

Bevægelsen på figur C-1 kan skrives som:

$$x(t) = A \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot \cos\left(\sqrt{1 - \zeta^2} \cdot \omega_0 \cdot t - \Psi\right) \quad (\text{C-1})$$

Faktoren  $e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t}$  angiver formindskelsen af svingnings-amplituden med tiden. Til tiden  $t+n \cdot T_d$  efter  $n$  dæmpede svingningsperioder, kan bevægelsen skrives som:

$$x(t + n \cdot T_d) = A \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t+n \cdot T_d)} \cdot \cos(\omega_d \cdot t + \omega_d \cdot n \cdot T_d - \Psi) = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot n \cdot T_d} \cdot x(t) \quad (\text{C-2})$$

Ligning C-2 kan skrives som:

$$\frac{x(t + n \cdot T_d)}{x(t)} = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot n \cdot T_d} = \exp\left(-2\pi \cdot n \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right) \quad (\text{C-3})$$

Formel C-3 indikerer, at hvis flytningen til en given tid  $t$  er  $x(t)$ , så er flytningen til tiden  $t + n \cdot T_d$  blevet reduceret med faktoren  $\exp\left(-2\pi \cdot n \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}\right)$ , uafhængig af den valgte tid,  $t$ . Derved er det logaritmiske dekrement givet som, og idet det erindres, at  $\ln(e^x) = x$ :

$$\delta = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t + T_d)}\right) = 2\pi \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad (\text{C-4})$$

Det følger af formel C-3 og C-4 at det logaritmiske dekrement kan findes af:

$$\delta = \frac{1}{n} \cdot \ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) \quad (\text{C-5})$$

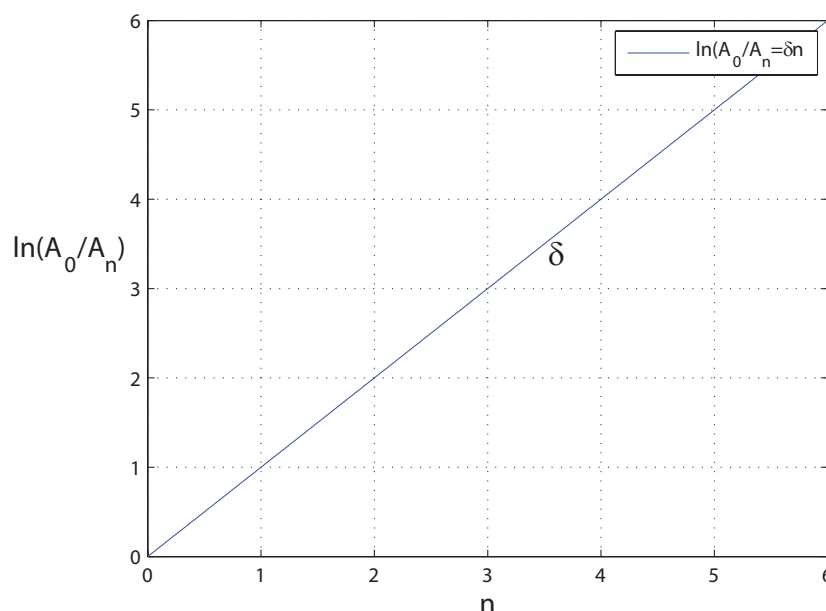
Hvor

- $n$  er et vilkårligt antal perioder
- $A_n$  er den tilhørende amplitude
- $A_0$  er en vilkårlig start-amplitude

Herefter kan dæmpningsforholdet bestemmes af:

$$\zeta = \frac{\frac{\delta}{2\pi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\delta}{2\pi}\right)^2}} \quad (\text{C-6})$$

En grafisk illustration af formel C-5 er vist på figur C-2.



**Figur C-2:** Illustration af  $\delta$ , som hældningen af kurven:  $\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) = \delta \cdot n$ .

Figur C-2 er dog "illustrativt fortegnet", idet der i praksis ofte vil være tale om en række punkter, der tilnærmes med en ret linie.

## C.2 Dæmpede frekvens

Den dæmpede frekvens,  $f_d$ , bestemmes som den inverse af den dæmpede periode, og principielt er perioden ens, men i praksis kan perioden variere, såfremt "støj" kommer med i signalet. Derfor findes frekvensen som den inverse af middelværdien af  $T_d$ , dvs:

$$f_d = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{d_i}} \quad (\text{C-7})$$

Hvor

$N$  er antallet af perioder



## Bilag D

# Bestemmelse af dækelementets modale parametre

I dette kapitel bestemmes det tomme dækelements modale parametre i form af henholdsvis modal massen,  $m$ , fjederstivheden  $k$ , og dæmperkonstanten  $c$ . Indledningsvist bestemmes modal massen. Det skal dog indskræpes, at dette er med udgangspunkt i Forsøg I, idet det viste sig, at  $c$  og  $k$  blev ændret i Forsøg II, pga. dækelementets påvirkning af den udendørs temperatur, men ”fremgangsmåden”, er den samme, som for Forsøg II.

I bilag B, blev det fastlagt, at modal massen for første egenmode kunne bestemmes som:  $m = \frac{1}{2}\mu l$ , og da det forsimplede dækelement har en spændvidde på  $10,9m$  og en massefordeling på  $\mu = 471 \frac{kg}{m}$ , findes modal massen til:

$$\begin{aligned} m &= \frac{1}{2} \cdot 471 \frac{kg}{m} \cdot 10,9m \\ m &\approx 2567kg \end{aligned}$$

Ligeledes kunne  $k$  bestemmes ud fra:  $k = E \cdot I \cdot \frac{\pi^4}{2 \cdot l^3}$ , og i henhold til [Skovhus, 2009], var E-modulen og inertimomentet givet som  $E = 45504MPa$  og  $I = 2576,7 \cdot 10^6 mm^4$ , hvorfor  $k$  bliver:

$$\begin{aligned} k &= 45504MPa \cdot 2576,7 \cdot 10^6 mm^4 \cdot \frac{\pi^4}{2 \cdot 10900^3 mm} \\ k &= 4,410 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \end{aligned}$$

Som tidligere nævnt, er inertimomentet for dækelementet ifølge [Skovhus, 2009] tilnærmet med et I-profil; hvor ”grov” denne tilnærmelse er vides ikke, hvorfor  $k$  bestemmes ud fra sammenhængen:  $k = \frac{4 \cdot f_d^2 \cdot m \cdot \pi^2}{1 - \zeta^2}$ . Idet  $f_d$  og  $\zeta$  for det tomme dækelement i Kapitel 3, afsnit 3.4, blev bestemt til hhv.  $5,78Hz$  og  $0,0022$ , findes  $k$  til:

$$\begin{aligned} k &= \frac{4 \cdot 5,78^2 Hz \cdot 2567kg \cdot \pi^2}{1 - 0,0022^2} \\ k &= 3,386 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \end{aligned}$$

Det fremgår, at den første metode giver en større værdi for  $k$  i størrelsesordenen af en stigning på 30,3%. Dette kan bl.a. skyldes, at inertimomentet for dækelementet, som tidligere nævnt, er tilnærmet med et I-profil. Ydermere kan der også være en afvigelse på E-modulen. Det vælges dog, at regne videre med  $k = 3,386 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$ , da denne vurderes mere præcis, idet denne

er eksperimentielt bestemt for det faktiske dækelement. Dæmperkonstanten  $c$  bestemmes ud fra sammenhængen:  $c = 2 \cdot \zeta \cdot \sqrt{k \cdot m}$ , og findes derfor til:

$$c = 2 \cdot 0,0022 \cdot \sqrt{3,386 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \cdot 2567 kg}$$

$$c = 410,2 \frac{kg}{s}$$

De beregnede, modale parametre for det tomme dækelement er sammensat i tabel D-1.

m [kg]	k [ $\frac{N}{m}$ ]	c [ $\frac{kg}{s}$ ]
2567	$3,386 \cdot 10^6$	410,2

**Tabel D-1:** Beregnede modale parametre for det tomme dækelement, i form af modal masse, fjederstivhed og dæmpningskonstant.

Som tidligere nævnt, er fremgangsmåden til estimering af  $c$  og  $k$  det samme som Forsøg II, dog med udgangspunkt i metoden, der anvender de eksperimentielt bestemte parametre,  $f_d$  og  $\zeta$ , idet der er nogen usikkerhed på metoden, der anvender bøjningstivheden  $EI$ .

## Bilag E

# Modellering af ganglast og respons af dækelement

Med en model for ganglast, anvendes en numerisk metode i form af Newmark algoritmen, til estimering af dækelementets respons. Ved modellering af ganglasten, antages at en person går med konstant ganghastighed  $v$ , fra den ene understøtning til den anden. Indledningsvist beskrives Newmark algoritmen, og beskrivelsen af denne er med udgangspunkt i [Nielsen, 2007], medmindre andet er anført.

### E.1 Newmark algoritme

Newmark algoritmen er den mest brugte algoritme til at løse bevægelsesligningen:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t)$$

Newmark algoritmen forudsætter, at den initiale flytningsvektor  $\mathbf{x}_0$  og initiale hastighedsvektor  $\dot{\mathbf{x}}_0$  til tiden  $t_0$  er kendte, hvorefter følgende procedure anvendes.

Den initiale accelerationsvektor,  $\ddot{\mathbf{x}}_0$ , bestemmes ud fra:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{f}_0 - \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}_0 \quad (\text{E-1})$$

Herefter kan følgende gentages for  $j = 0, 1, \dots, n$ :

Estimering af predictors for den nye flytnings- og hastighedsvektor:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}}_{j+1} &= \mathbf{x}_j + \dot{\mathbf{x}}_j \cdot \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{\mathbf{x}}_j \\ \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} &= \dot{\mathbf{x}}_j + (1 - \gamma) \cdot \Delta t \cdot \ddot{\mathbf{x}}_j \end{aligned} \quad (\text{E-2})$$

Den nye accelerationsvektor estimeres:

$$(\mathbf{M} + \gamma \cdot \Delta t \cdot \mathbf{C} + \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \mathbf{K}) \cdot \ddot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} = \mathbf{f}_{j+1} - \mathbf{C} \cdot \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} - \mathbf{K} \cdot \bar{\mathbf{x}}_{j+1} \quad (\text{E-3})$$

Slutteligt bestemmes de nye flytnings- og hastighedsvektorer:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{j+1} &= \bar{\mathbf{x}}_{j+1} + \beta \cdot \Delta t^2 \cdot \ddot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} \\ \dot{\mathbf{x}}_{j+1} &= \dot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} + \gamma \cdot \Delta t \cdot \ddot{\bar{\mathbf{x}}}_{j+1} \end{aligned} \quad (\text{E-4})$$

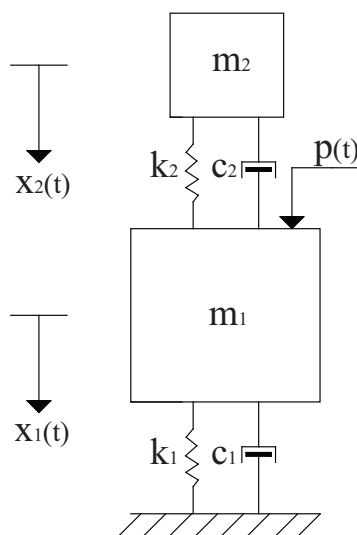
Parametrene  $\Delta t$ ,  $\beta$  og  $\gamma$  er henholdsvis tidsskridt og stabilitetsværdier. Et kriterie for at opnå ubetinget stabilitet af algoritmen er givet som:

$$\frac{1}{2} \leq \gamma \leq 2 \cdot \beta \quad (\text{E-5})$$

Ved at sætte  $\gamma = \frac{1}{2}$  og  $\beta = \frac{1}{4}$  opfyldes kriteriet i E-5.

## E.2 Opstilling af systemets bevægelsesligning

En "passiv" persons tilstedeværelse på dækelementet antages, at kunne repræsenteres som en masse, en fjeder og en dæmper, dvs. et separat svingende system placeret på dækelementet. På baggrund af dette, antages den dynamiske interaktion mellem en person, der går på dækelementet, og selve dækelementet, der også bærer en passiv person, at kunne repræsenteres ved et 2DOF-system, som vist på figur E-1.



**Figur E-1:** Person, der går på dækelementet repræsenteret med modallasten  $p(t)$ . Dækelementet med passiv person er repræsenteret som et 2DOF-system.  $m_1$  = Masse af dækelementet,  $m_2$  = Masse af passiv person.

Opstilling af bevægelsesligningen er analogt med eksemplet i Bilag A, afsnit A.4, hvorfor matricerne og vektorerne for bevægelsesligningen for systemet på figur E-1 bliver:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{f}(t) &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot p(t) \end{aligned} \quad (\text{E-6})$$



Hvor

$p(t)$  er modallasten, exciterende dækelementets første egensvingningsform [ $N$ ]

### E.3 Ganglast

Modallasten fra ganglasten antages at kunne modelleres ved:

$$p(t) = f(t) \cdot \Phi(t) \text{ [Bachmann og Ammann, 1987]} \quad (\text{E-7})$$

Hvor  $f(t)$  er Fourier-rækker, der beskriver de dynamiske karakteristika af ganglasten, og er givet ved:

$$f(t) = m_p \cdot g + \sum_{i=1,2,3} \alpha_i \cdot m_p \cdot g \cdot \sin(2\pi \cdot i \cdot f_p \cdot t + \Psi_i) \quad (\text{E-8})$$

Hvor

$\alpha_i$  er en amplitdefaktor  $[-]$   
 $m_p$  er massen af personen [ $kg$ ]  
 $g$  er tyngdeaccelerationen [ $\frac{m}{s^2}$ ]  
 $f_p$  er personens gangfrekvens [ $Hz$ ]  
 $\Psi_i$  er fasevinklen  $[-]$

Ligning E-8 kan tolkes som et statisk bidrag adderet med tre dynamiske bidrag, modelleret ved Fourier-rækker.  $\Phi(t)$  er givet som:

$$\Phi(t) = \sin\left(\pi \cdot \frac{v}{l} \cdot t\right) \quad (\text{E-9})$$

Hvor

$v$  er ganghastigheden [ $\frac{m}{s}$ ]  
 $l$  er længden af dækelementet [ $m$ ]

Ligning E-9 skal tolkes som en spatial last, for at "kunne styre" ganglasten, således at randbetingelserne er overholdt i form af, at ganglasten er lig nul til tiden  $t = 0$ , og nul når personen har gået dækelementets længde. Ganghastigheden  $v$  er antaget konstant.

Ligning E-8 er, til en vis grad, analogt med:

$$q_L(t) = F_p \cdot \left[ 1 + \sum_{j=1,2,3} \alpha_j \cdot K_j \cdot \sin(2\pi \cdot j \cdot n_p \cdot t + \varphi_j) \right] \text{ [DS 410, 1999]} \quad (\text{E-10})$$

Hvor

$q_L$  er personlast i lodret retning [ $\frac{kN}{m^2}$ ]  
 $F_p$  er gennemsnitlig statisk personlast per  $m^2$  vandret projektionsareal [ $\frac{kN}{m^2}$ ]  
 $\alpha_j$  er en amplitdefaktor for den  $j$ 'te harmoniske lastkomponent i lodret retning  $[-]$   
 $K_j$  er en størrelsesreduktionsfaktor, der tager hensyn til den reducerede korrelation mellem personernes bevægelser. Er udbøjningen fra personlast med samme fortegn over hele konstruktionen, kan der på den sikre side anvendes  $K_j = 1$   
 $n_p$  er bevægelsesfrekvensen for personerne [ $Hz$ ]  
 $\varphi_j$  er faseforskydningen for den  $j$ 'te harmoniske lastkomponent i lodret retning  $[-]$

Ligning E-10 er dog kun anvendelig ved rytmisk personlast, der omfatter virkningen af synkroniserede hop eller stamp på konstruktioner, fra fx tilskuere på tribuner, der anvendes til sportsarrangementer, rockkoncerter m.v.

Nogle af parametrene, der entrerer E-8, er opstillet i tabel E-1.

$i$	$\alpha_i$	$\Psi_i$
1	0,5	0
2	0,1	$\frac{\pi}{2}$
3	0,05	$\frac{\pi}{2}$

**Tabel E-1:** Indgående parametre til formel E-8.

Faserne,  $\Psi_i$ , samt amplitude-faktorerne  $\alpha_1$  og  $\alpha_2$ , i tabel E-1, er i henhold til [Bachmann og Ammann, 1987];  $\alpha_3$  er i henhold til [Rainer og Pernica, 1986].

## E.4 Beregnings-eksempel

I det følgende gives et eksempel på ganglasterne  $f(t)$  og  $p(t)$ , hvor parametrene fra tabel E-1 er anvendt, og med følgende parametre som input:

$$m_p = 75 \text{ kg}$$

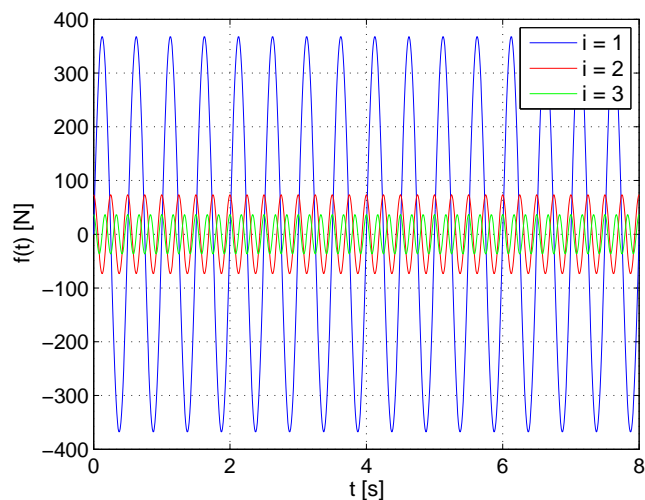
$$g = 9,82 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$l = 10,9 \text{ m}$$

$$f_p = 2 \text{ Hz}$$

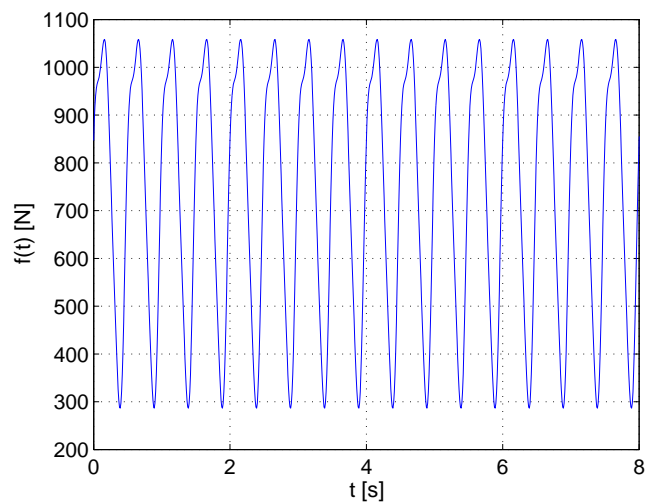
$$v = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Figur E-2 viser en grafisk illustration af de enkelte led af  $f(t)$  for de respektive værdier af  $i$  og med de nævnte parametre, dog uden bidraget fra den statiske last.



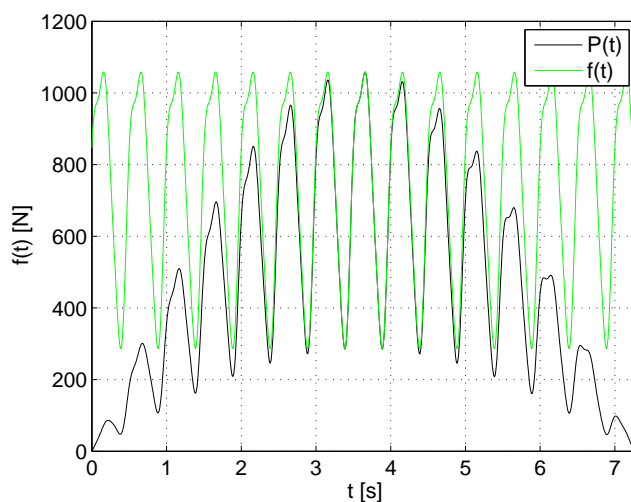
**Figur E-2:** Grafisk illustration af de enkelte led af funktionsudtrykket  $f(t)$  for værdierne  $i = 1, 2, 3$ , dog uden bidraget fra den statiske last. Der er benyttet et tidskridt på  $\Delta t = 0,01s$ .

Det fremgår af figur E-2, at svingnings-amplituderne reduceres i takt med lavere værdier for amplitude-faktoren  $\alpha_i$ . Figur E-3 viser de summerede led for  $f(t)$ , adderet med det statiske bidrag.



**Figur E-3:** Grafisk illustration af funktionsudtrykket  $f(t)$  for værdierne  $i = 1, 2, 3$ . Der er benyttet et tidskridt på  $\Delta t = 0,01s$ .

På figur E-4 er modallasten  $p(t)$  og  $f(t)$  plottet.



**Figur E-4:** Plot af modallasten  $p(t)$  og  $f(t)$ .

Det fremgår af figur E-4, at modallastens "randbetingelser" er overholdt, i form af at modallasten er nul til tiden  $t = 0s$  og  $t = 7,3s$ , der svarer til, at personen har gået dækelementets længde. Ydermere har modallasten et maksimum på  $p_{max} = 1058,4N$  til tiden  $t = 3,67s$ , der svarer til, at personen er cirka midtvejs på dækelementet.

#### E.4.1 Dækelement med passiv person

Herefter gives der et eksempel på respons af dækelementet med en passiv person tilstede midtfags, ved anvendelse af Newmark algoritmen, hvor den "foregående" modallast  $p(t)$ , illustreret på figur E-4, anvendes.

Den passive person på dækelementet antages at have en vægt på  $75kg$ , og antages yderligere, at kan repræsenteres ved en frekvens på  $f_d = 6Hz$  og et dæmningsforhold på  $\zeta = 0,35$ . Med disse parametre findes stivheden og dæmningskonstanten for personen til:

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{4 \cdot 6^2 Hz \cdot 75kg \cdot \pi^2}{1 - 0,35^2} = 0,122 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \\
 c &= 2 \cdot 0,35 \cdot \sqrt{0,122 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \cdot 75kg} = 2112,84 \frac{kg}{s}
 \end{aligned}
 \tag{E-11}$$

Matricerne og vektorerne for systemets bevægelsesligning bliver da:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 2567 & 0 \\ 0 & 75 \end{bmatrix}$$

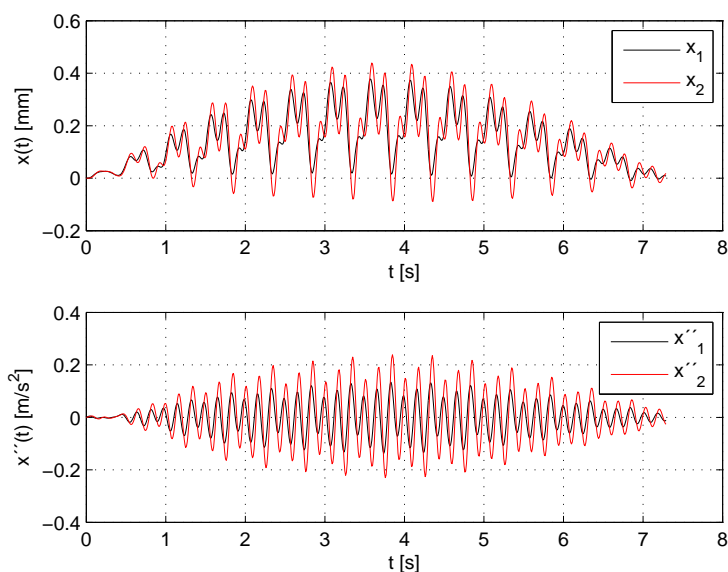
$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (410,2 + 2112,84) & -2112,84 \\ -2112,84 & 2112,84 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} (3,386 + 0,122) & -0,122 \\ -0,122 & 0,122 \end{bmatrix} \cdot 10^6$$

$$\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot p(t)$$

Herefter startes Newmark-algoritmen, med  $\gamma = \frac{1}{2}$  og  $\beta = \frac{1}{4}$ , og et tidsskridt på  $\Delta t = 0,01s$ , og med startbetingelserne  $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\dot{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , og resultatet i form af flytnings- og accelerationsresponsen for de to masser,  $m_1$  og  $m_2$  er vist på figur E-5.



**Figur E-5:** Øverst = Flytningsrespons. Nederst: Accelerationsrespons.  $x_1$  = Flytningsrespons for dækelement.  $x_2$  = Flytningsrespons for passiv person.  $\ddot{x}_1$  = Accelerationsrespons for dækelement.  $\ddot{x}_2$  = Accelerationsrespons for passiv person.

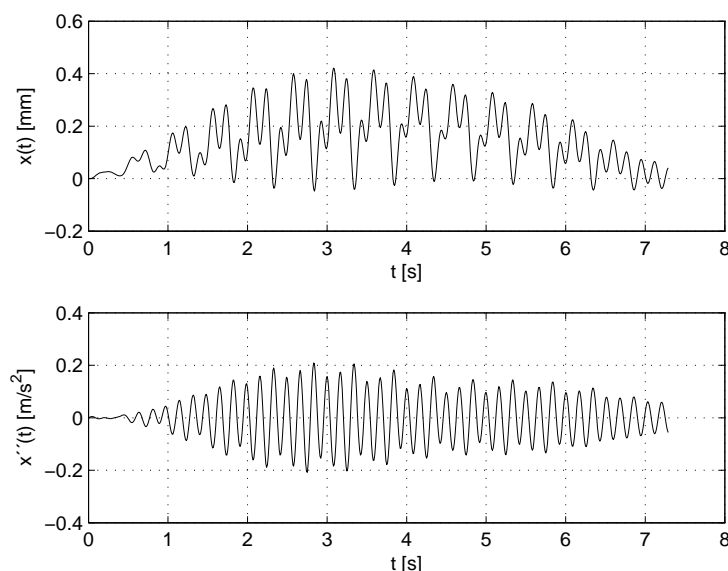
Det fremgår af figur E-5, at flytningsresponsen er størst for den passive person. Dækelementet har en maksimal flytning på  $x_{1max} = 0,378mm$  til tiden  $t = 3,58s$ . Den passive person har en maksimal flytning på  $x_{2max} = 0,439mm$  til tiden  $t = 3,60s$ . Ligesom med flytningsresponsen, er accelerationsresponsen størst for den passive person. Dækelementet har en maksimal acceleration på  $\ddot{x}_{1max} = 0,137 \frac{m}{s^2}$  til tiden  $t = 3,75s$ , hvor den passive person har en maksimal acceleration på  $\ddot{x}_{2max} = 0,239 \frac{m}{s^2}$  til tiden  $t = 3,86s$ .

### E.4.2 Dækelement uden passiv person

Idet en passiv persons tilstedeværelse på dækelementet bidrager med væsentlig dæmpning, gennemgås nu det samme eksempel med de samme forudsætninger, blot uden den passive persons tilstedeværelse, hvilket foranlediger, at systemet bliver reduceret til et SDOF-system. ”Matricerne” og ”vektorerne”, der entrerer Newmark-algoritmen, bliver da:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= [2567] \\ \mathbf{x}(t) &= [x_1(t)] \\ \mathbf{C} &= [410, 2] \\ \mathbf{K} &= [3, 386] \cdot 10^6 \\ \mathbf{f}(t) &= [p(t)]\end{aligned}$$

Newmark-algoritmen startes og dækelementets respons i form af flytning og acceleration er vist på figur E-6.



**Figur E-6:** Respons for dækelementet, uden passiv persons tilstedeværelse. Øverst: Flytningsrespons. Nederst: Accelerationsrespons.

Det fremgår af figur E-6, hvis sammenlignet med figur E-5, at dækelementets respons bliver større uden den passive persons tilstedeværelse. Dækelementet opnår en maksimal flytning på  $x_{max} = 0,421\text{mm}$  til tiden  $t = 3,09\text{s}$ , og en maksimal acceleration på  $\ddot{x}_{max} = 0,209\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  til tiden  $t = 2,84\text{s}$ .

### E.4.3 Resonans-gangfrekvenser

Det største respons for systemet opnåes, når personens gangfrekvens rammer systemets egenfrekvens. Det tomme dækelement har, som tidligere beregnet, en egenfrekvens på  $f_d = 5,78\text{Hz}$ , men denne ændres med en persons tilstedeværelse på dækelementet. Idet masse-, dæmpnings- og stivhedsmatricen er opstillet for eksemplet med en passiv persons tilstedeværelse, kan egenfrekvenserne og dæmpningsforholdene beregnes ud fra egenværdierne af

systemet. Disse beregnes som beskrevet i Bilag A, afsnit A.4, og egenværdierne for det dæmpede system findes til:

$$\lambda_1 = -0,6546 + 35,5518i$$

$$\lambda_2 = -0,6546 - 35,5518i$$

$$\lambda_3 = -13,9224 + 38,6762i$$

$$\lambda_4 = -13,9224 - 38,6762i$$

$(\lambda_2, \lambda_4)$  er blot de komplekst konjugerede af hhv.  $\lambda_1$  og  $\lambda_3$ , hvorfor kun  $(\lambda_1, \lambda_3)$  har interesse (eller alternativt  $(\lambda_2, \lambda_4)$ ). Første (laveste) egenfrekvens og dæmpningsforhold findes til:

$$\zeta_1 = \frac{0,6546}{\sqrt{0,6546^2 + 35,5518^2}} = 0,0184$$

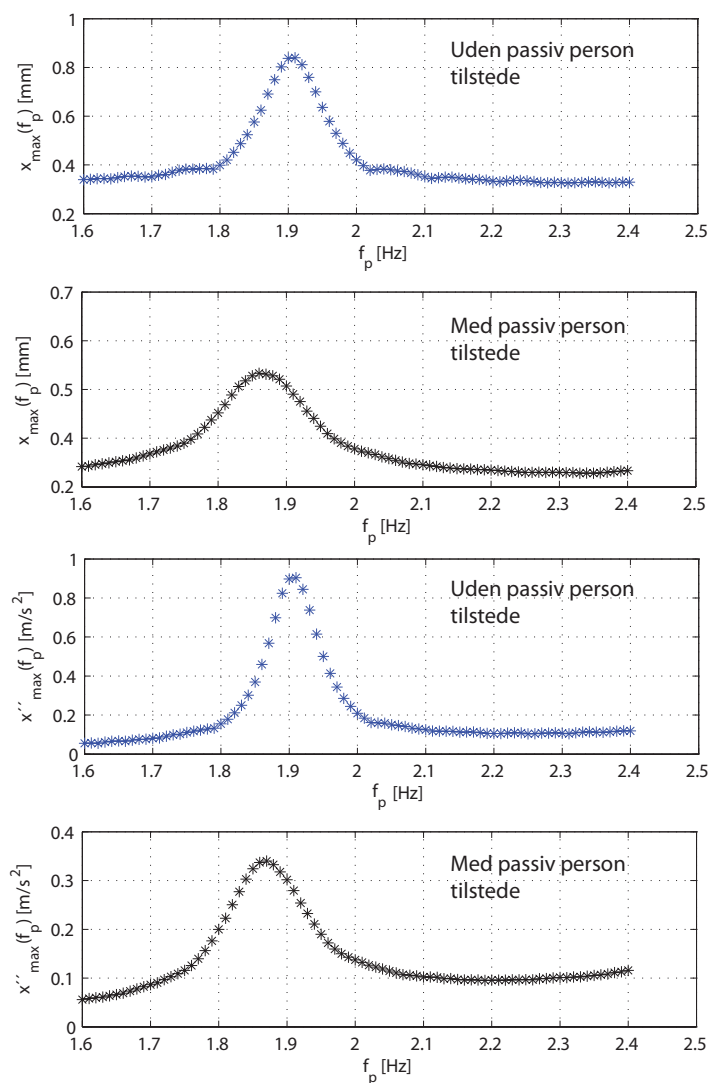
$$f_{d1} = \frac{\sqrt{0,6546^2 + 35,5518^2}}{2\pi} = 5,66Hz$$

For  $\lambda_3$  findes egenfrekvens og dæmpningsforhold til:

$$\zeta_2 = \frac{13,9224}{\sqrt{13,9224^2 + 38,6762^2}} = 0,3387$$

$$f_{d2} = \frac{\sqrt{13,9224^2 + 38,6762^2}}{2\pi} = 6,54Hz$$

Det er dog den laveste egenfrekvens, der er af interesse, da responset er størst ved denne, idet dæmpningsforholdet er væsentligt større for den anden egenfrekvens. En persons gangfrekvens vil typisk ligge i intervallet  $1,6-2,4Hz$  [Pedersen, 2009], og på figur E-7 er vist dækelementets maksimale respons, med og uden en passiv persons tilstedeværelse (personen repræsenteres ved  $m = 75kg$ ,  $f_d = 6Hz$ , og  $\zeta = 0,35$ ), som funktion af gangfrekvensen. Resultaterne er opnået, ved at simulere gang ved forskellige gangfrekvenser og identificere det maksimale respons fra respons-tids serierne.



**Figur E-7:** Dækelementets maksimale respons (ved hver gangfrekvens), med og uden en passiv persons tilstedeværelse som funktion af gangfrekvensen. To øverste: Flytningsrespons. To nederste: Accelerationsrespons. Responset er modelleret ved brug af Newmark-algoritmen, og med de samme forudsætninger, som de foregående.



Det fremgår af figur E-7, at en passiv persons tilstedeværelse reducerer responset væsentligt. Ved en gangfrekvens på  $1,91Hz$  (uden den passive person tilstede) opstår det største respons  $0,84mm$  hhv.  $0,91\frac{m}{s^2}$ . Resonanseffekten skyldes den tredje harmoniske lastkomponent i Fourier-rækkerne, hvor  $i = 3$ , dvs. en frekvens på  $3 \cdot 1,91Hz = 5,73Hz$ , der er tæt på dækelementets laveste egenfrekvens. Dækelementet med personen ændrer resonansfrekvensen (for flytningsresponset) til  $1,86Hz$ , og opnår et maksimum på  $0,53mm$ , og ifb. med accelerationsresponset opstår der et maksimalt respons ved  $1,87Hz$  på  $0,34\frac{m}{s^2}$ . Den tredje harmoniske lastkomponent i Fourier-rækkerne ses at ligge tæt på den dominerende egenfrekvens af 2DOF-systemet (som blev beregnet til  $5,66Hz$ ).

Det kan konkluderes af eksemplet, at den passive person på dækelementet, ændrer resonansfrekvensen samt reducerer væsentligt resonans-responset. Resonans-flytningsresponset bliver reduceret med ca. 37% og resonans-accelerationsresponset reduceres med ca. 63%. Resonans-responset med hhv. uden personen er opsummeret i tabel E-2.

	Uden passiv person tilstede	Med passiv person tilstede	Reducering [%]
$x_{max}$ [mm]	0,84	0,53	36,9
$\ddot{x}_{max}$ [ $\frac{m}{s^2}$ ]	0,91	0,34	62,6

**Tabel E-2:** Resonans flytnings- og accelerationsrespons for dækelementet med og uden passiv person tilstede, samt reduceringen af disse.



# Litteratur

- [Bachmann og Ammann, 1987] Bachmann, H. og Ammann, W. (1987). *Vibrations in structures - induced by man and machines*. IABSE, Zürich, 3. udgave.
- [Clough og Penzien, 2003] Clough, R. W. og Penzien, J. (2003). *Dynamics of structures*. Computers & Structures, Inc., 3. udgave.
- [DS 410, 1999] DS 410 (1999). *Norm for last på konstruktioner*. Erhvervs- og byggestyrelsen, 4. udgave.
- [Herholdt et al., 1985] Herholdt, A. D., Justesen, C. F. P., Nepper-Christensen, P. og Nielsen, A. (1985). *Beton-Bogen*. Aalborg Portland, 2. udgave.
- [Horsager og Jørgensen, 2008] Horsager, T. og Jørgensen, H. I. (2008). Dynamisk interaktion mellem mennesker og fleksible konstruktioner. Specialeafhandling, Bygge- og Anlægskonstruktion, Aalborg Universitet.
- [Irvine, 2000] Irvine, T. (2000). An introduction to frequency response functions. Rapport, College of Engineering and Computer Science.
- [Nielsen, 2004] Nielsen, S. (2004). *Vibration Theory, Vol 1. Linear Vibration Theory*. Aalborg Universitet, 3. udgave.
- [Nielsen, 2007] Nielsen, S. (2007). *Structural Dynamics, Vol. 9 - Computational Dynamics*. Aalborg Universitet, 2. udgave.
- [Pedersen, 2009] Pedersen, L. (2009). Underviser ved Aalborg Universitet, Institut for Byggeri & Anlæg.
- [Rainer og Pernica, 1986] Rainer, J. og Pernica, G. (1986). *Vertical dynamic forces from footsteps*. Canadian Acoustics.
- [Reuters, 2007] Reuters (2007). *Online-artikel skrevet af Reuters*. <http://www.reuters.com/article/idUSN2638182920071126>. Sidst besøgt 08.01.10.
- [Skovhus, 2009] Skovhus, M. L. (2009). E-mail korrespondance med Mogens Lund Skovhus, sagsingeniør ved Spæncom A/S. E-mail: mls@spaencom.dk.
- [Spæncom, 2009a] Spæncom (2009a). *Spæncom Tværsnitstegninger*. [http://www.spaencom.dk/media/EXT\\_1010-01\\_PX.pdf](http://www.spaencom.dk/media/EXT_1010-01_PX.pdf). sidst besøgt 05.08.09.
- [Spæncom, 2009b] Spæncom (2009b). *Spæncom Tværsnitstegninger*. [http://www.spaencom.dk/media/INT1010-1\\_side1.pdf](http://www.spaencom.dk/media/INT1010-1_side1.pdf). sidst besøgt 05.08.09.
- [Wikipedia, 2009] Wikipedia (2009). London millennium bridge — wikipedia, den frie encyklopædi. Sidst besøgt 08.01.10.

- [Williams og Todd, 2000] Williams, M. S. og Todd, J. (2000). *Structures, theory and analysis*. Palgrave Macmillan.
- [World-Voices, 2009] World-Voices (2009). *Elektronisk tone-program*. <http://www.world-voices.com/software/nchtone.html>. Sidst besøgt 29.11.09.
- [Zill og Cullen, 2005] Zill, D. G. og Cullen, M. R. (2005). *Differential equations with boundary-value problems*. Brooks/Cole, 6. udgave.