

Bestemmelse af utilgængelige punkter ved GNSS RTK måling

- en undersøgelse af nye metoder



SPECIALEPROJEKT AF DANIEL SONDRUP
4. SEMESTER PÅ MASTER'S PROGRAMME IN
SURVEYING, PLANNING AND LAND MANAGEMENT
SPECIALISERING I OPMÅLING OG KORTLÆGNING
SKOLEN FOR ARKITEKTUR, DESIGN OG PLANLÆGNING
AALBORG UNIVERSITET
D. 16. JUNI 2017



AALBORG UNIVERSITET
STUDENTERRAPPORT

Det Teknisk-naturvidenskabelige Fakultet
Strandvejen 12-14, DK 9000 Aalborg
Telefon +45 99 40 97 30, <http://www.tnb.aau.dk>
Master's programme in Surveying, Planning
and land management
specialisering i opmåling og kortlægning
Skolen for arkitektur, design og planlægning

Synopsis:

Titel:

Bestemmelse af utilgængelige punkter ved GNSS RTK måling

Tema:

En undersøgelse af nye metoder

Projektperiode:

Forår 2017

Projekt gruppe:

1

Forfatter:

Daniel Sondrup

Vejleder:

Karsten Jensen

Sidetal: 60 (80 inklusive bilag)

Afsluttet: 16.06.2017

Nye metoder til bestemmelse af utilgængelige punkter ved GNSS RTK undersøges.

Hvad er præcisionen ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod?

Hvad er nøjagtigheden ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for en antennestok ude af lod i forhold til antennestok i lod?

Lever udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod op til kravene i "Vejledning om RTK-tjenester"?

Findes der simple metoder eller udstyr der kan det samme?

Konklusionen er i spurgte rækkefølge 1: $\sigma_E = 0.0076$, $\sigma_N = 0.0080$, $\sigma_H = 0.0098$. 2: $\sigma_E = 0.0092$, $\sigma_N = 0.0098$, $\sigma_H = 0.0099$. 3: Ja. 4: Ja.

Rapportens indhold er frit tilgængeligt, men offentliggørelse (med kildeangivelse) må kun ske efter aftale med forfatteren.



Forord

Denne rapport er et specialeprojekt på 4. semester projekt i Master's degree in in Surveying, Planning and Land management med specialisering i Opmåling og kortlægning. Den er skrevet i perioden 1. februar 2017 til 16. juni 2017. Det er dokumentationen for arbejdet udført i forbindelse med undersøgelse af hædningskompensering i forbindelse med GNSS RTK måling. Projektet er udført som problembaseret arbejde og som et produkt heraf afspejles det i rapporten.

Teksten er skrevet til et publikum indenfor samme felt som uddannelsen, Opmåling og Kortlægning, hvorfor alle fagbegreber ikke forklares eller beskrives nærmere. Det er rapportens formål at dokumentere arbejdsindsatsen bag dette projekt og at validere resultater og konklusion. Rapporten er søgt udarbejdet efter en struktur som diskuteret i (Aunsborg et al., 2012), det vil bl.a. sige at argumentere for hvad, hvorfor og hvordan tingene er gjort eller skal gøres.

Et stort tak til Geoteam for besvarelse af spørgsmål angående Trimble R10, Kasper Svendsen ved LE34 for udlån af udstyr i travle perioder og Karsten Jensen for god vejledning og tilgængelighed.

Læsevejledning

I rapporten vil der være kildehenvisninger, og disse vil være samlet i en litteraturliste bagerst i rapporten. Der er i rapporten anvendt kildehenvisning efter Harvardmetoden, så i teksten refereres en kilde med [Efternavn, År, evt. sidetal]. Denne henvisning fører til litteraturlisten, hvor bøger er angivet med forfatter, titel, udgave og forlag, mens internetsider er angivet med forfatter, titel og dato. Figurer og tabeller er nummereret i henhold til kapitlerne, dvs. den første figur i kapitel 2 har nummer 2.1, den anden figur, nummer 2.2 osv. Alle henvisninger i rapporten er klikbare.

Daniel Sondrup



Indhold

1	Introduktion	1
1.1	Indledning	1
1.1.1	Problemformulering	4
1.2	Metode	5
1.2.1	Detailplanlægning	5
2	Problemanalyse	7
2.1	Bar mark - måling på Thomas Manns Vej	7
2.1.1	Hædningskompenseret	7
2.1.1.1	Præcision	7
2.1.1.2	Relativ nøjagtighed	23
2.1.2	Bueskæring med skrå stok	37
2.1.2.1	Præcision	37
2.1.2.2	Relativ nøjagtighed	45
2.2	Tæt lav bebyggelse - måling på campus	49
2.2.1	Traditionel bueskæring	49
2.2.2	Bueskæring med skrå stok	51
2.2.2.1	Præcision	51
2.2.2.2	Relativ nøjagtighed	53
2.2.3	Hædningskompenseret	55
3	Konklusion	57
	Litteratur	59
A	Formler	
A.1	Stikprøvestørrelse	61
A.2	Formler	62
B	Målebog	

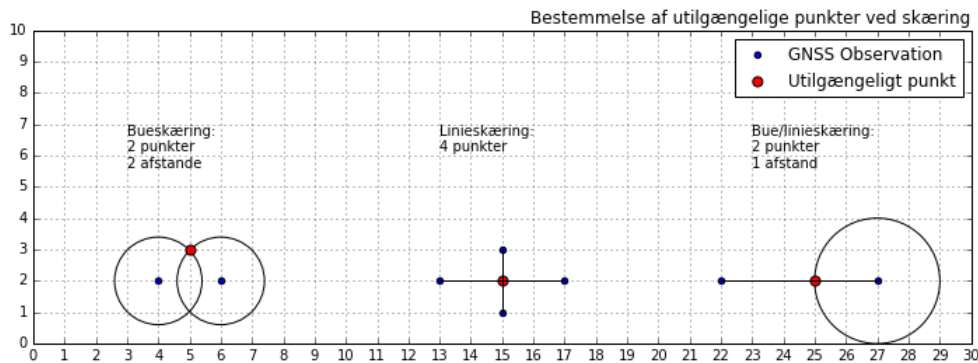
Introduktion

Dette kapitel er inddelt i to afsnit. I det første, afsnit 1.1, præsenteres problemet og dets kontekst. I det andet, afsnit 1.2, præsenteres metoden til analyse af problemet.

1.1 Indledning

Ved GNSS måling bestemmes fasecenterets position. Der kan bestemmes et offset fra fasecenteret til et punkt på antennen, der sidder typisk et sådan punkt i forbindelse med et monteringsgevind på antennen. Oftest monteres antennen på en stok som anbringes lodret over det detailpunkt der skal bestemmes, det kan eksempelvis ske ved hjælp af en antennestok med libelle eller en form for tripod. Det giver et vertikalt offset. Det kan på simpel vis trækkes fra den bestemte position ved at måle den vertikale afstand mellem detailpunktet der skal bestemmes og et punkt på antennen. På nyere modtagere sker dette via software på controlleren ved at indtaste en værdi for den vertikale afstand, ofte vil det være antennestokkens længde og en angivelse monteringsmetode. En antennestok kan have enhver længde afhængig af situationen og hvad antennen skal gå fri af. Typisk vil den dog som minimum være omkring 2 meter både for at sikre at brugeren ikke skygger for satellitter eller er skyld i multipath. Bliver den meget højere bliver det sværere at holde antennen i ro hvilket forringer kvaliteten af positionen; det er derfor et kompromis mellem sikre antenne frit udsyn og at kunne holde antennen stabil.

Af og til skal utilgængelige detailpunkter bestemmes. Med utilgængelige menes situationer hvor det ikke er muligt at placere antennen direkte i et punkt; det kan eksempelvis være et skelrør i en hæk, et hushjørne, under en overdækning, carport, tagudhæng eller midten af et træ, mast, eller lignende. Særlige situationer kan kræve at en totalstation orienteres ved hjælp af flere GNSS bestemte positioner og det utilgængelige detailpunkt bestemmes med denne. Ofte er flere GNSS observationer dog tilstrækkeligt, eventuelt kombineret med afstandsmåling. Detailpunktet bestemmes da ved at beregne skæringer. Disse skæringer kan grundlæggende beregnes på baggrund af to observationsmetoder; en cirkel(bue) med centrum i en GNSS position og en observeret radius eller ved en linie bestemt ved to GNSS positioner. For at bestemme skæringspunkt kan disse kombineres på flere måder, i figur 1.1 er illustreret 3 tilgange.



Figur 1.1. Illustration af tre metoder til bestemmelse af utilgængelige detailpunkter

For at sikre pæne konfidensellipser og derved bedst præcision er det en god ide at planlægge sådan at en skæring der bestemmer et utilgængeligt detailpunkt sker mellem to på hinanden ortogonale linier; i tilfælde af en cirkelbue er det tangenten i skæringspunktet der skal være ortogonal på den skærende linie, i tilfælde af en linie er det god ide at søge at det utilgængelige detailpunkt findes i den bestemte linie og ikke i forlængelse heraf. (Cederholm and Jensen, 2006). En mere udtømmende beskrivelse af de traditionelle metoder er at finde i (Cederholm and Jensen, 2006).

At bestemme et utilgængeligt detailpunkt kræver derfor flere observationer end et tilgængeligt detailpunkt og kræver dermed også flere beregninger. På de fleste moderne modtagere sker beregningerne direkte i marken via software tilgængeligt på controlleren, dermed er der kun tale om flere observationer ved bestemmelse af utilgængelige punkter. For at sikre flere observationer må operatøren bruge mere tid og risikoen for indførelse af grove fejl stiger med hver observation. I de seneste år er der kommet GNSS modtagere på markedet der kan autokorrigere for hældning hvis antennestokken ikke holdes i lod; det vil sige at der pludseligt er offset ad tre akser og ikke kun en kote der skal reduceres med differencen mellem fasecenter og detailpunkt. Antennen skal altså kunne orienteres, ikke kun i forhold til satellitter men også i forhold til detailpunktet der skal bestemmes. At de kommer på markedet nu kan tænkes at skyldes udviklingen indenfor lønomkostninger, controllerens regnekraft i marken og prisen på sensorer.

RTK-tjenester i Danmark Der findes flere udbydere af Real Time Kinematisk, RTK, referencenet i Danmark. Af dem er to godkendte i henhold til "Vejledning om RTK-tjenester" (Miljøministeriet, 2008), der finder anvendelse for referencenet der benyttes ved opmåling til offentlig kortlægning og registrering, herunder matrikulære arbejder og derfor meget brugte i landmålingen. Andre referencenet benyttes bl.a. i landbruget og af entreprenører. Af vejledningen fremgår:

''Nøjagtigheden beregnes i planen og koten ud fra de opnåede koordinaters afvigelser i forhold til de på forhånd kendte koordinater for punktet.''

Plan afvigelse

$$\sqrt{v_N^2 + v_E^2} \leq 5 \text{ cm}$$

Kote afvigelse

$$-10\text{cm} \leq v_H \leq 10\text{cm}$$

hvor v er afvigelsen mellem den kendte og den observerede koordinat. Dette krav skal være mødt for mere end 95% af afvigelserne.

Regnes kravet til plan afvigelse om til et krav til E og et krav til N og $95\% = 2\sigma$ fås:

$$\begin{aligned}\sigma_E = \sigma_N &= 50/2/\sqrt{2} \approx 18 \text{ mm, altså} \\ \sigma_E &\leq \pm 18 \text{ mm, } \sigma_N \leq \pm 18 \text{ mm.}\end{aligned}$$

og på tilsvarende vis for koten:

$$\sigma_H \leq \pm 100/2 = 50 \text{ mm}$$

Der er ikke defineret et krav til præcision andet end at den skal kunne rummes indenfor rammerne til nøjagtighed.

1.1.1 Problemformulering

I en undersøgelse af nye metoder til bestemmelse af utilgængelige punkter ved GNSS RTK måling er det interessant at spørge:

Hvad af præcisionen ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod?

Hvad er nøjagtigheden ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for en antennestok ude af lod i forhold til antennestok i lod?

Lever udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod op til kravene i "Vejledning om RTK-tjenester"?

Findes der simple metoder eller udstyr der kan det samme?

1.2 Metode

I dette afsnit beskrives metoden til hvordan problemet skal besvares i dette projekt. Det er her projektets "opskrift" er at finde. Problemformuleringen indeholder flere spørgsmål, derfor bliver disse behandlet hver for sig.

LE34 har venligst udlånt udstyr der kan autokorrigere hvis antennestokken ikke holdes i lod. Der er tale om mærke og model Trimble R10.

For at besvare kunne besvare spørgsmålene i problemformuleringen anvendes sårligt tilgange

- Litteraturstudie
- Indsamling af empiriske data
- Databehandling

1.2.1 Detailplanlægning

Her diskuteres hvordan de enkelte analyser skal foretages.

Udstyr For at kunne betjene og forstå udstyret anvendes litteraturstudie og interview.

Præcision For at besvare det første spørgsmål indsamles empiriske data som grundlag for beregninger. Der indsamles observationer i to forskellige situationer, et punkt på bar mark og et hushjørne i tålt-lav bebyggelse. I punkt på bar mark holdes stokken i 5, 10 og 15° mod hvert verdenshjørne. Ved hushjørne i tålt-lav holdes stokken i 5, 10 og 15° væk fra hushjørnet parallelt med murene og midt imellem de to retninger. Det gælder for begge at der tages nok tilstrækkeligt med observationer i hver stokkeposition til at sikre at der er grundlag for beregning af præcision på stokkepositionsniveau som beskrevet i appendiks A.1. Præcision beregnes som ligning (A.1).

Nøjagtighed For at besvare det andet spørgsmål indsamles empiriske data som grundlag for beregninger. Der indsamles observationer i to forskellige situationer, et punkt på bar mark og et hushjørne i tålt-lav bebyggelse. I punkt på bar mark holdes stokken i 5, 10 og 15° mod hvert verdenshjørne. Ved hushjørne i tålt-lav holdes stokken i 5, 10 og 15° væk fra hushjørnet parallelt med murene og midt imellem de to retninger. Det gælder for begge at der tages nok tilstrækkeligt med observationer i hver stokkeposition til at sikre at der er grundlag for beregning af nøjagtighed på stokkepositionsniveau som beskrevet i appendiks A.1. Nøjagtighed beregnes som ligning (A.2). Bemærk at den sande værdi ikke er kendt, derfor bruges middelværdier fra traditionelle og velkendte metoder; det betyder at der ikke er tale om absolut nøjagtighed, men nøjagtighed i forhold til en anden målemetode - derfor indføres begrebet **relativ nøjagtighed**.

Problemanalyse

Dette kapitel indeholder de afsnit og underanalyser der tilsammen udgør problemanalysen.

2.1 Bar mark - måling på Thomas Manns Vej

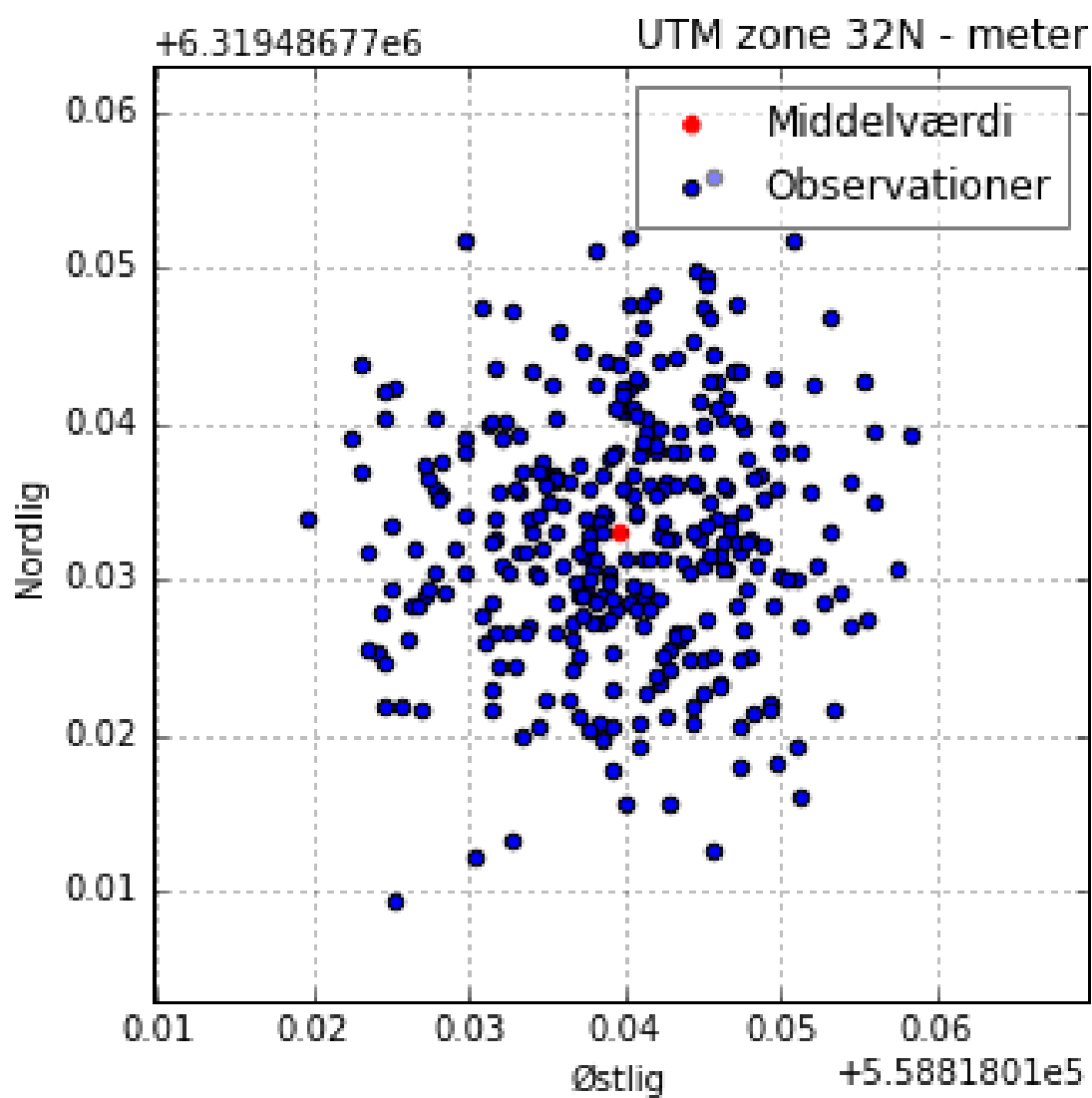
2.1.1 Hældningskompenseret

I dette afsnit undersøges præcision og relativ nøjagtighed af hældningskompenserede observationer på Thomas Manns Vej. Dette undersøges for at kunne vurdere kvaliteten af hældningskompenserede punkter. Til analysen anvendes hældningskompenserede observationer såvel som traditionelle observationer.

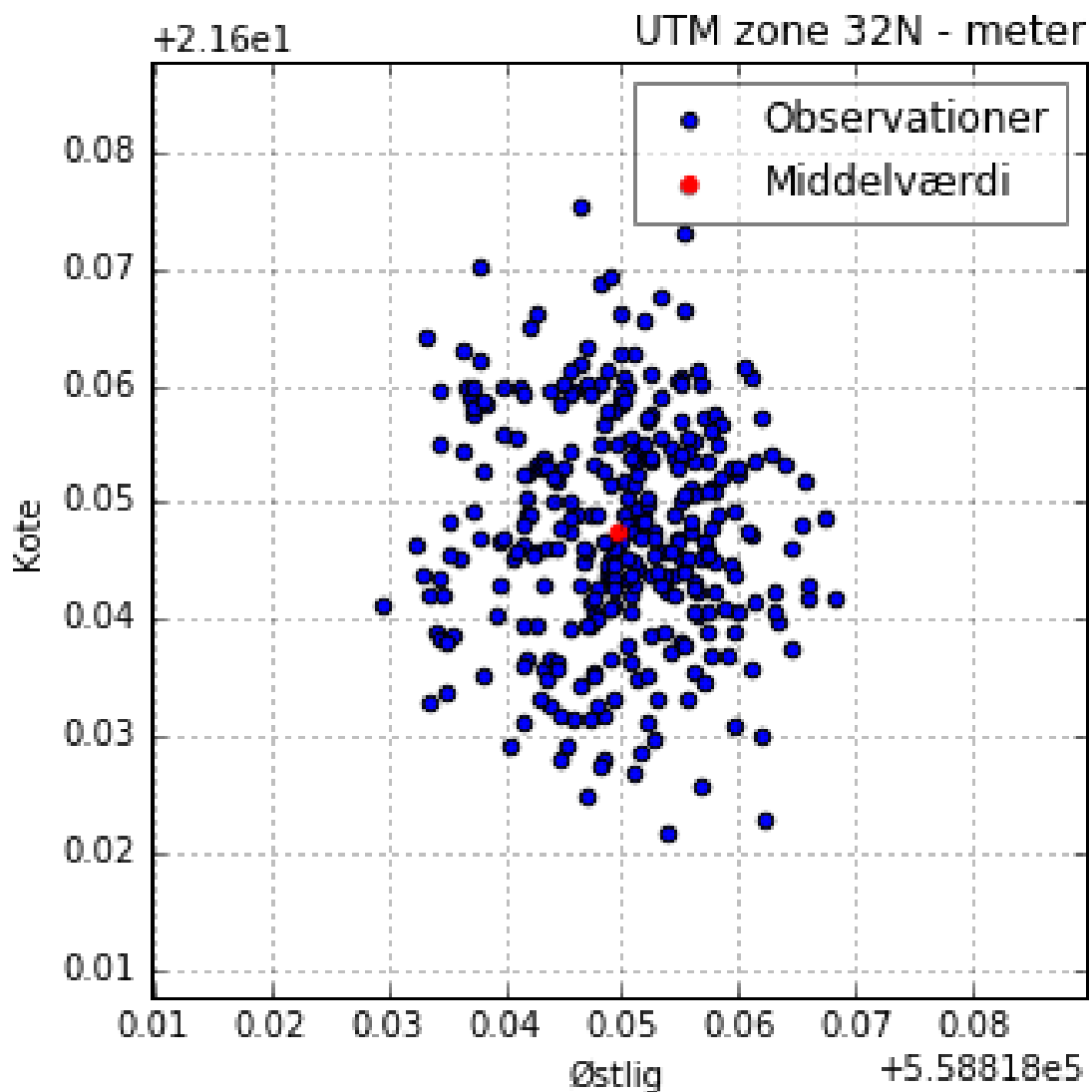
2.1.1.1 Præcision

Her undersøges præcisionen af observationerne i daniel8. Dette gøres ved beregning og fortolkning understøttet af grafiske illustrationer.

Daniel8 indeholder 323 observationer af henholdsvis e, n og h. Dette er efter 5 grove fejl er frasorteret. I figur 2.1 ses det at alle observationer ligger pænt fordelt og indenfor få cm af middelværdien for alle observationer.



Figur 2.1. Scatterplot af alle observationer for E og N



Figur 2.2. Scatterplot af alle observationer for E og H

I tabel 2.1 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet.

Tabel 2.1. Præcision: alle observationer (meter)

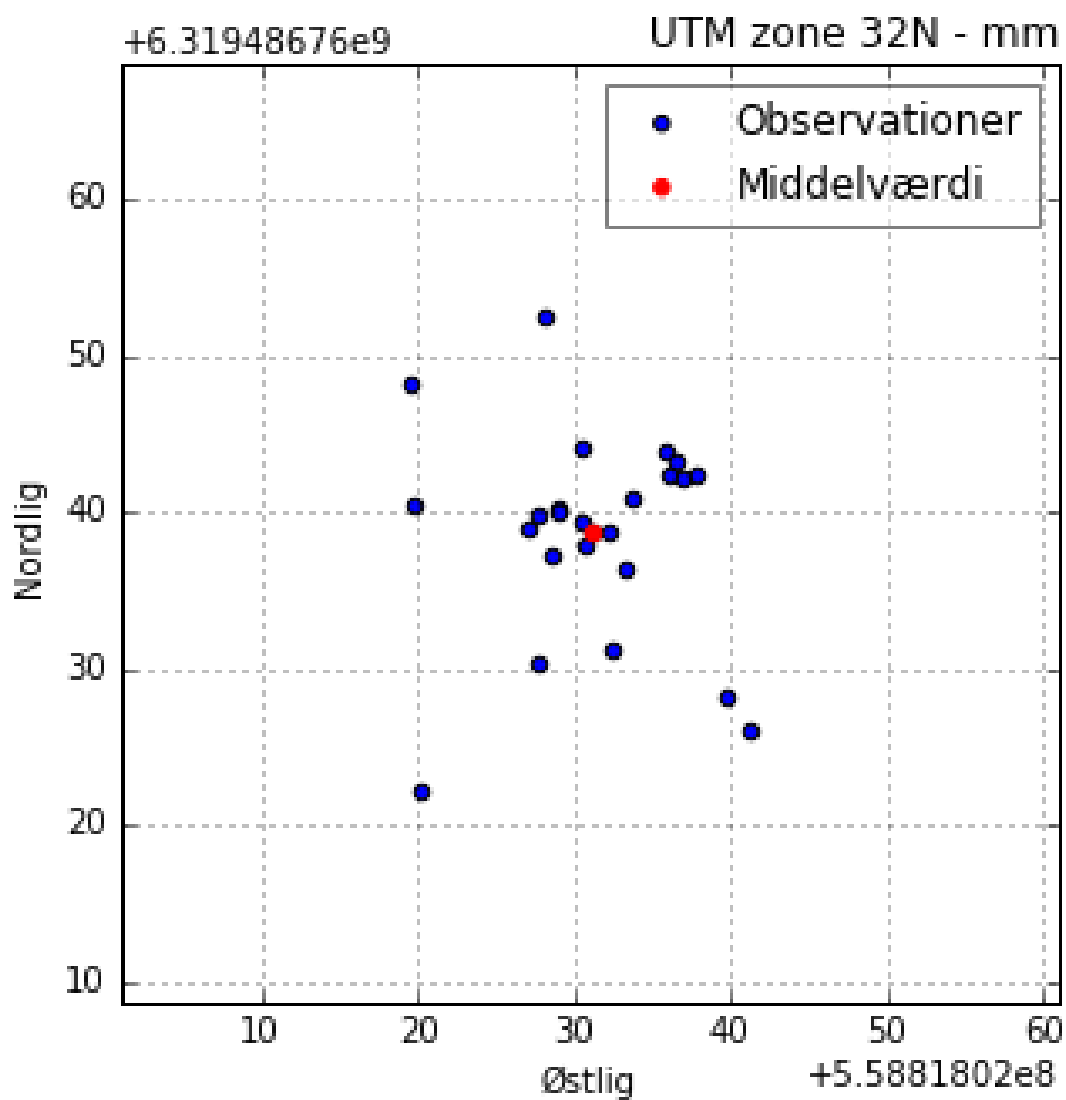
σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
0.0076	0.0080	0.0079	0.0098

I figur 2.3 ses et tilsvarende plot der giver et mindre mudret billede, de plottede observationer er valgt ud fra stokkestilling under indmåling, i dette tilfælde med stok i lod. De tilhørende spredninger fremgår af tabel 2.2. Med hensyn til stokkestilling kan dette kan gøres for yderligere 12 unikke situationer som det fremgår af nedenstående:

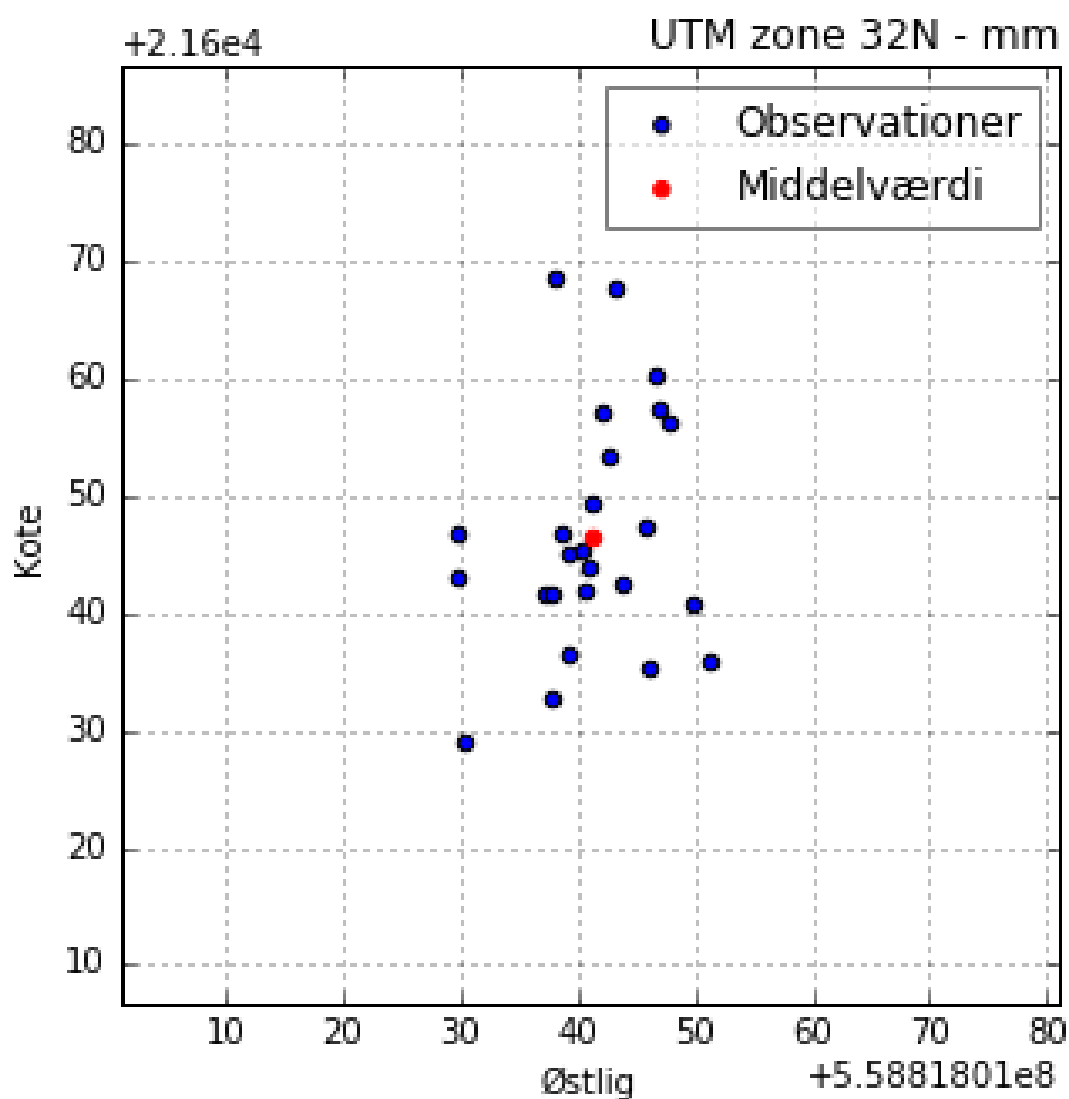
- Mod nord ved 5, 10 og 15°

- Mod øst ved 5, 10 og 15°
- Mod syd ved 5, 10 og 15°
- Mod vest ved 5, 10 og 15°

Plots for de resterende 12 stokkestillinger fremgår af figurer 2.5 til 2.8, 2.13 til 2.16 og 2.21 til 2.24 og de tilhørende sprednigner af tabel 2.3.



Figur 2.3. Scatterplot af observationer for E og N med stok i lod.



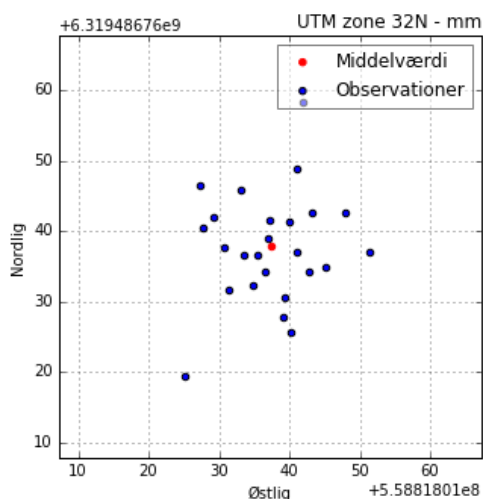
Figur 2.4. Scatterplot af observationer for E og N med stok i lod.

Tabel 2.2. Præcision: stok i lod (meter)

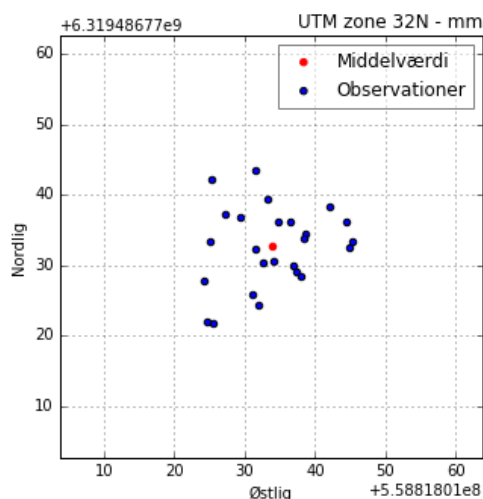
σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
0.0057	0.0067	0.0063	0.0102

En anden interessant ting er om en gruppering af observationerne i forhold til retning mod verdenshjørnerne eller hældning vil kunne afsløre systematiske fejl. Det giver anledning til ialt syv situationer:

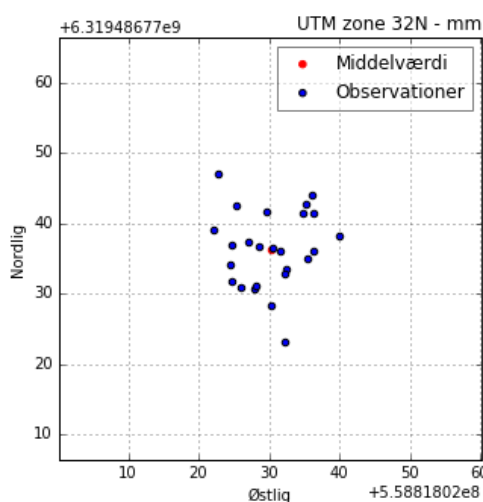
- Mod hvert verdenshjørne ved alle hældninger
- Mod alle verdenshjørner ved 5, 10 og 15°



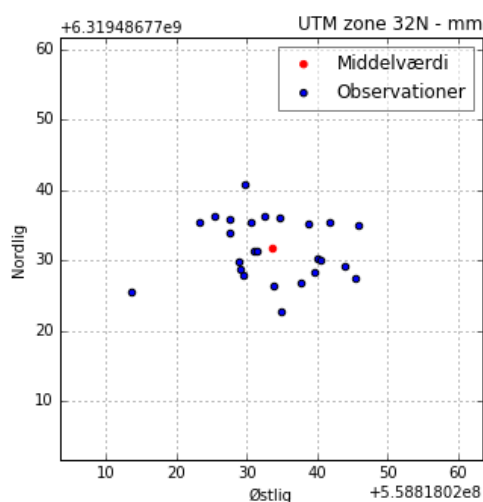
Figur 2.5. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5°, retning N.



Figur 2.6. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5°, retning Ø.

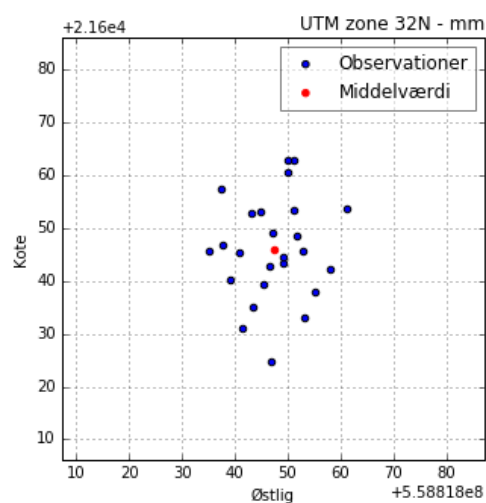


Figur 2.7. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5°, retning S.

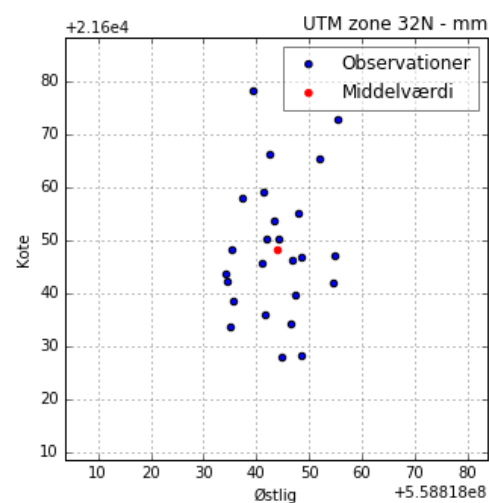


Figur 2.8. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5°, retning V.

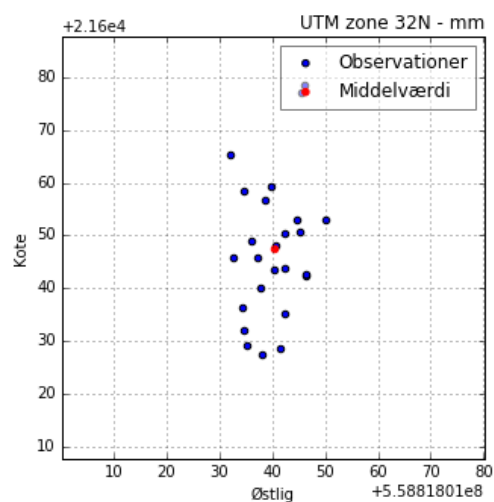
Ved at studere figurerne og tabel 2.3 er det svært at udelede ret meget. Der er tendens til at σ_E er lavere end σ_N . Derudover er der en svag tendens til at hældningskompenserede observationer taget mod et verdenshjørne har lavere spredning ad den tilhørende akse end ad den i planen vinkelrette derpå akse; observationer hvor stokken hælder mod vest har en lavere σ_E end σ_N , to eksempler herpå er figurer 2.22 og 2.24. Af dette kan vel ikke udeledes meget andet end at aflæsningen af libellen monteret på det ekstra ben har været mere konsekvent end aflæsningen af kompasset monteret på samme. Dette stemmer fint overens med oplevelsen i marken.



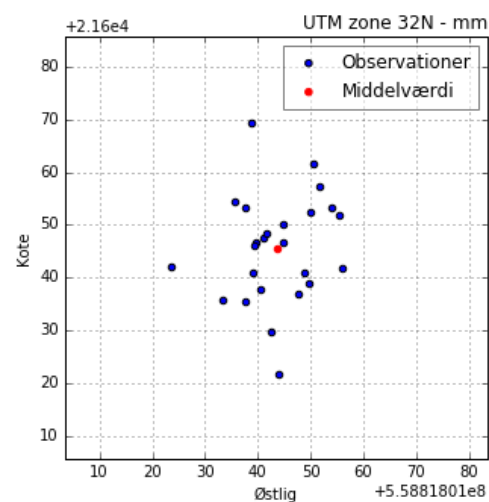
Figur 2.9. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning N.



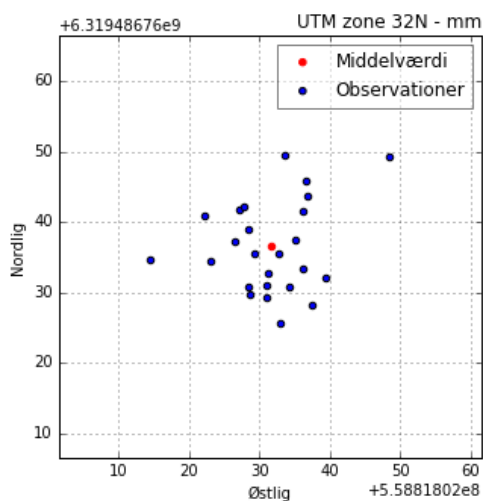
Figur 2.10. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning Ø.



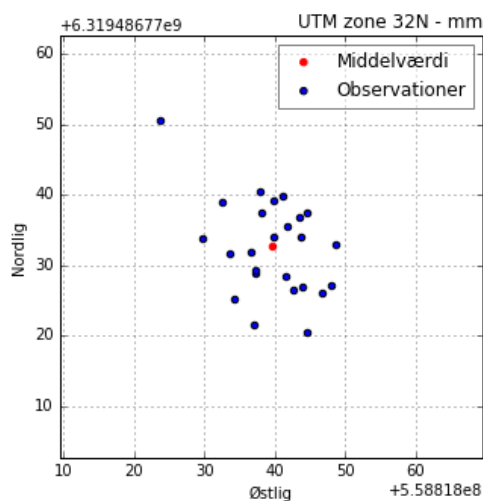
Figur 2.11. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning S.



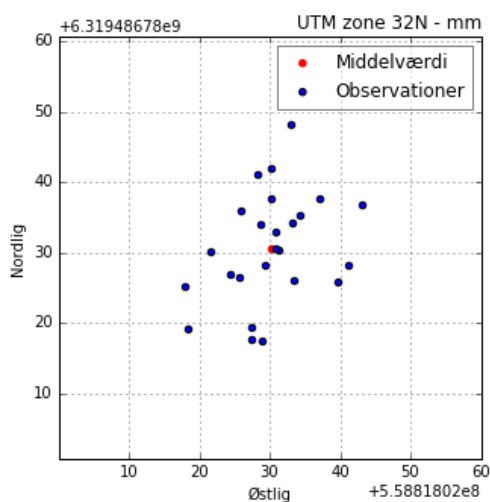
Figur 2.12. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning V.



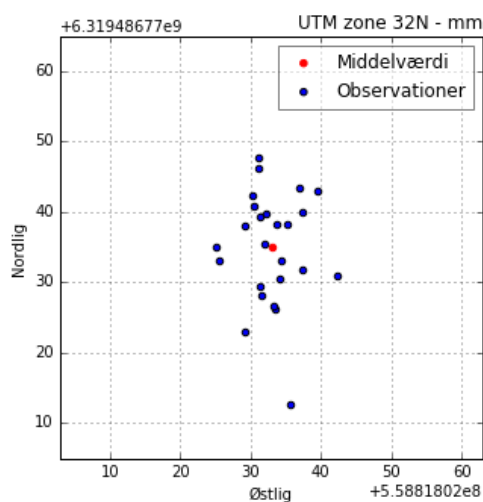
Figur 2.13. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 10°, retning N.



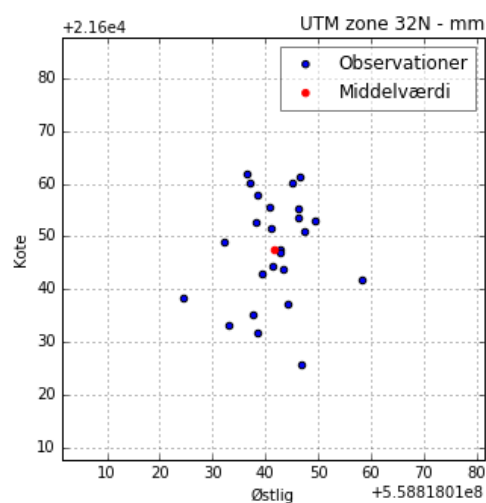
Figur 2.14. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 10°, retning Ø.



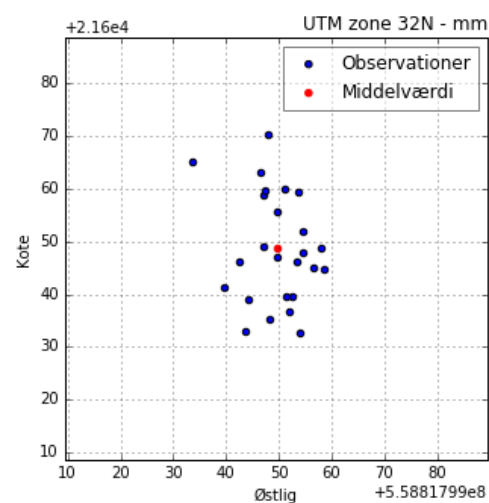
Figur 2.15. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 10°, retning S.



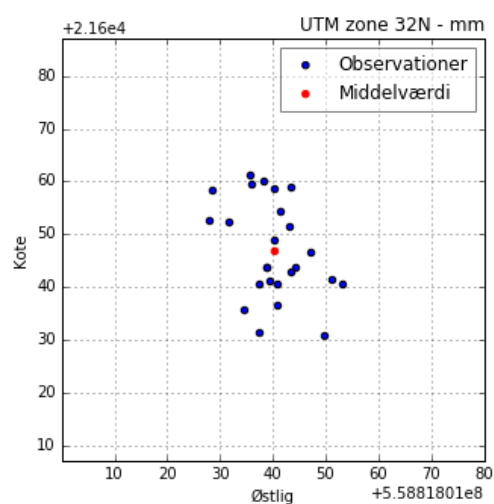
Figur 2.16. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 10°, retning V.



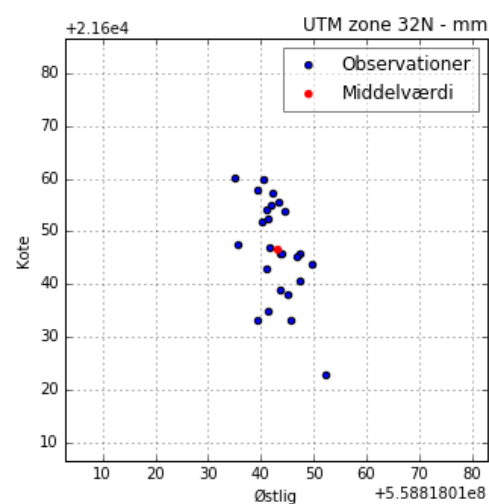
Figur 2.17. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning N.



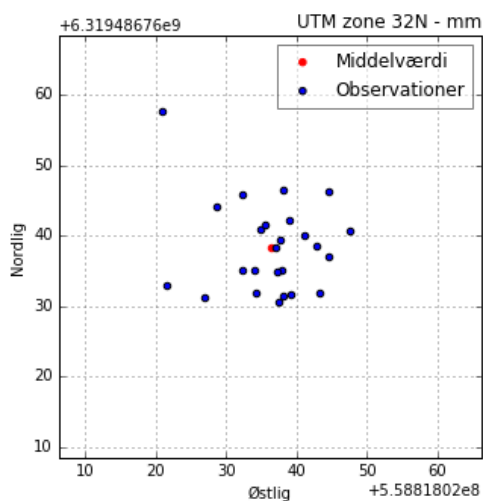
Figur 2.18. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning Ø.



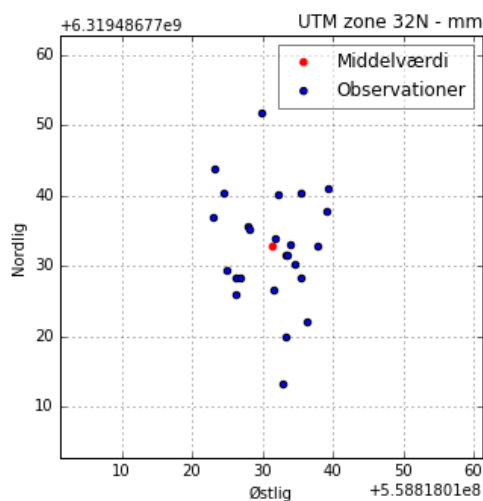
Figur 2.19. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning S.



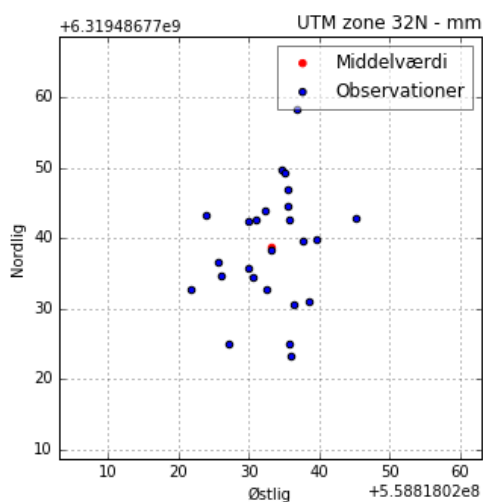
Figur 2.20. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning V.



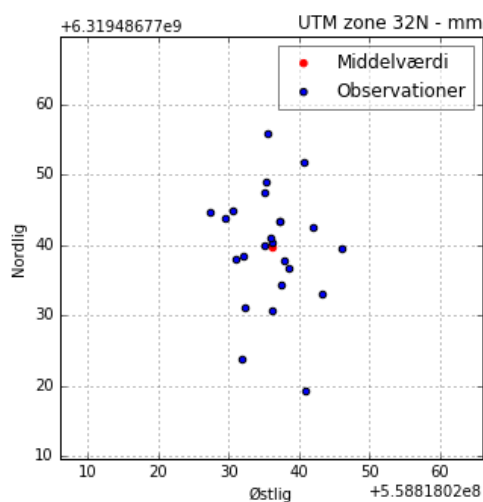
Figur 2.21. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 15°, retning N.



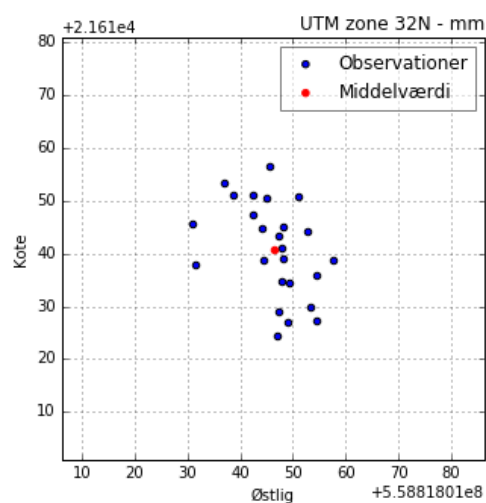
Figur 2.22. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 15°, retning Ø.



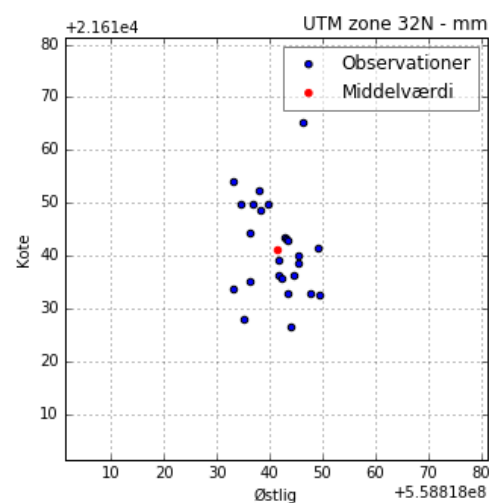
Figur 2.23. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 15°, retning S.



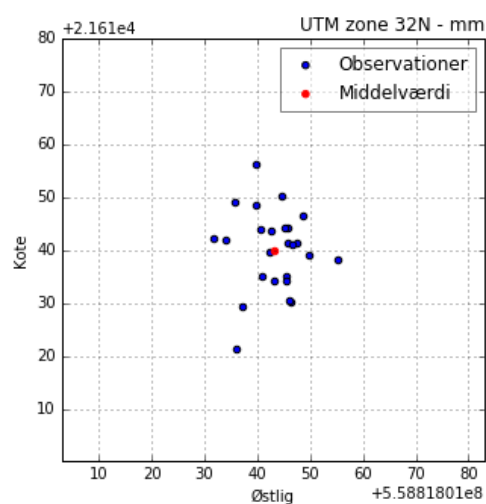
Figur 2.24. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 15°, retning V.



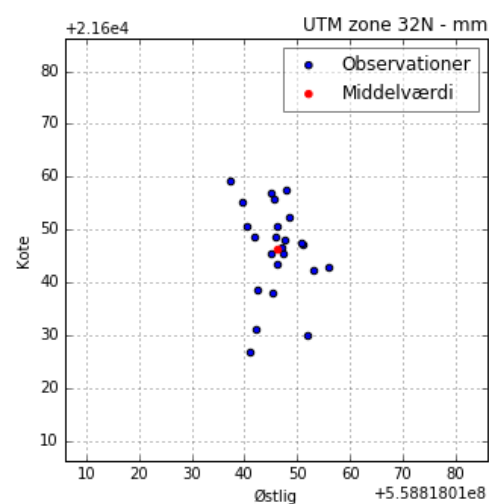
Figur 2.25. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning N.



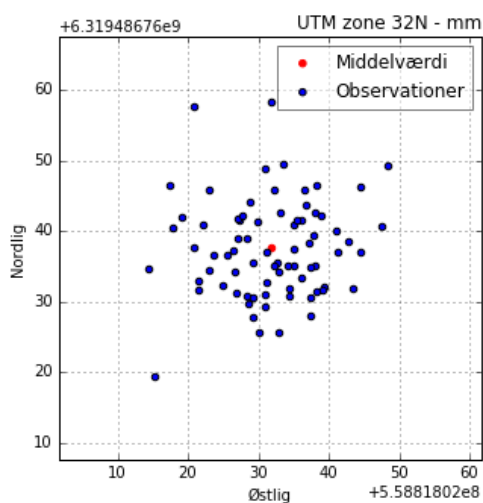
Figur 2.26. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning Ø.



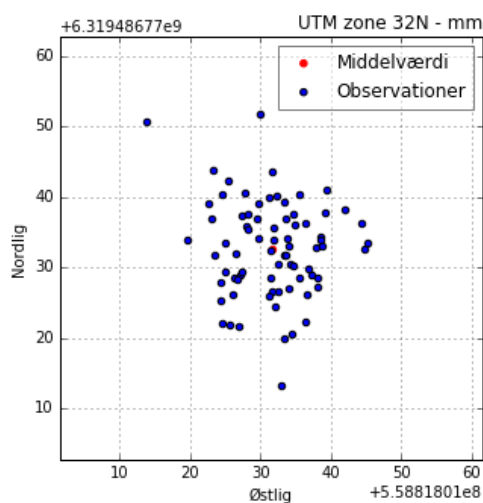
Figur 2.27. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning S.



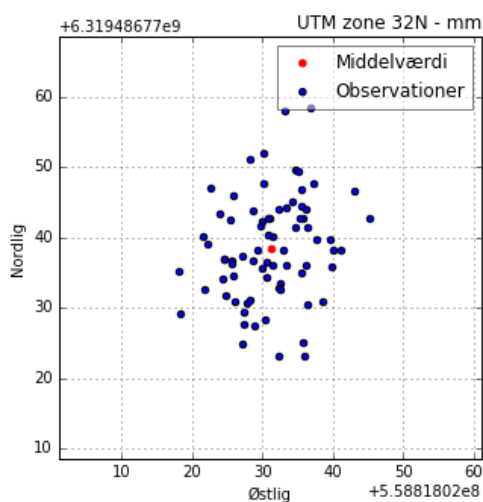
Figur 2.28. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning V.



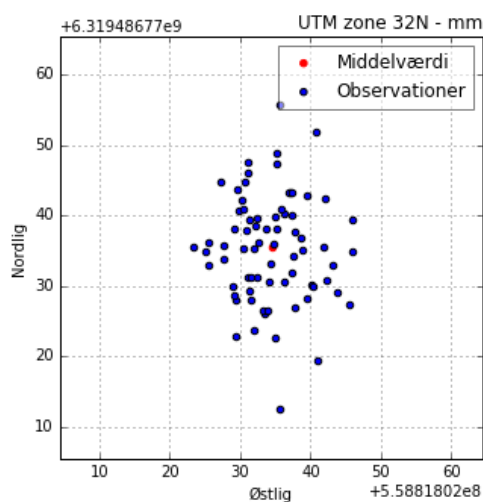
Figur 2.29. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning N.



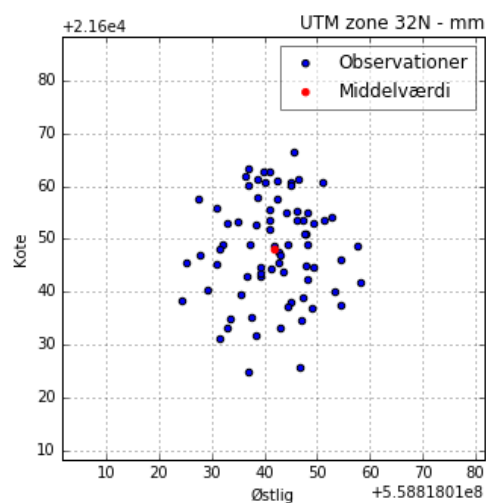
Figur 2.30. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning Ø.



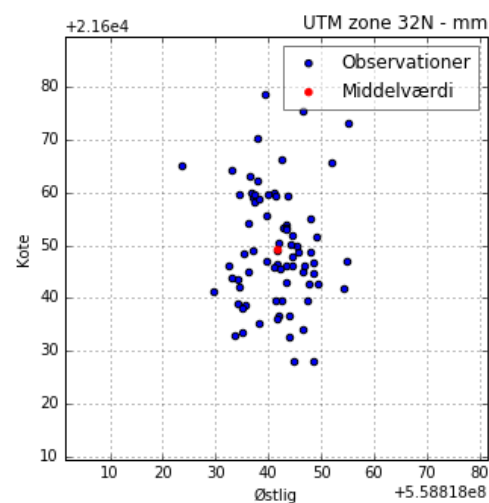
Figur 2.31. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning S.



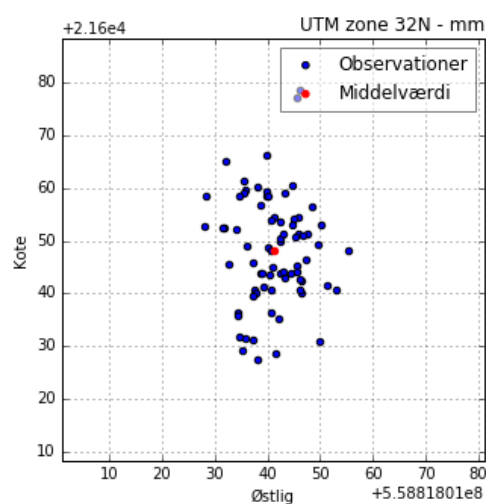
Figur 2.32. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning V.



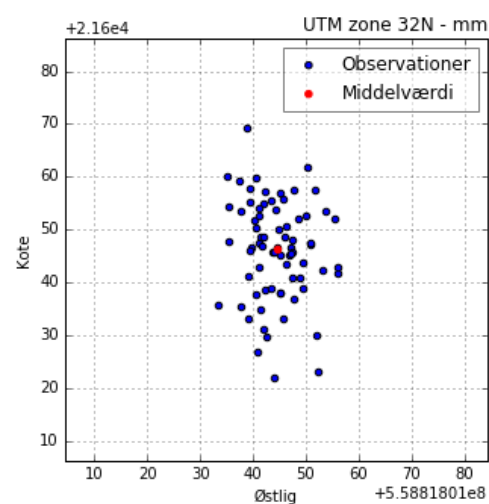
Figur 2.33. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning N.



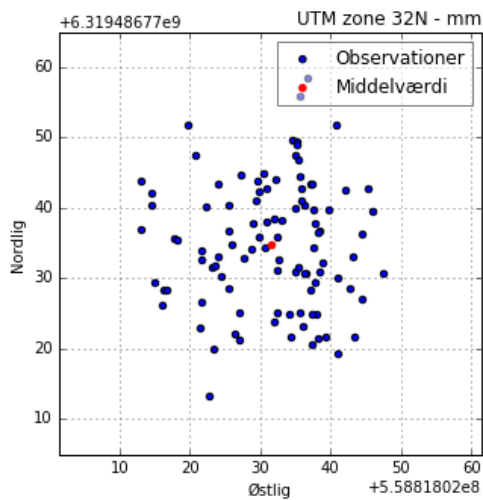
Figur 2.34. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning Ø.



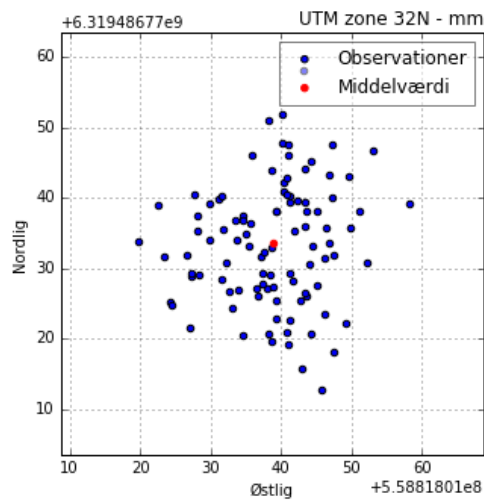
Figur 2.35. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning S.



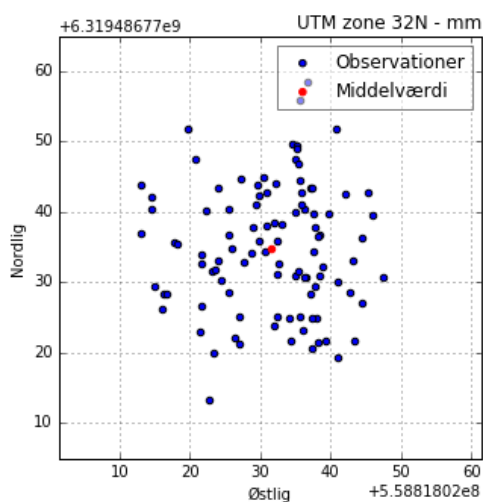
Figur 2.36. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5, 10 og 15°, retning V.



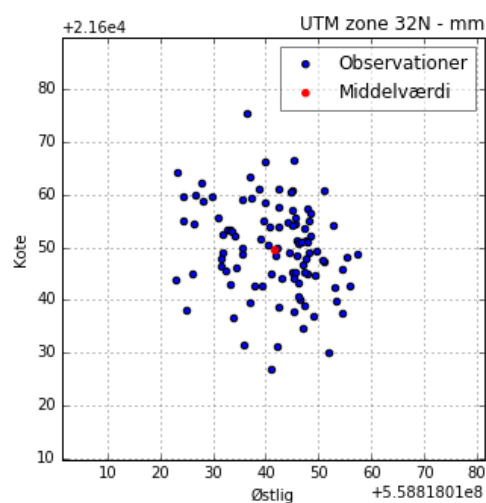
Figur 2.37. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 5°, retning alle.



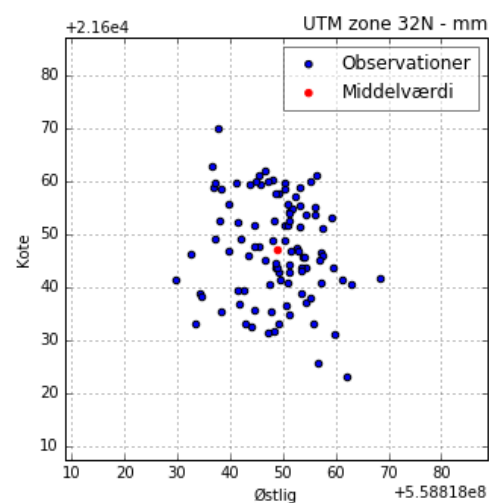
Figur 2.38. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 10°, retning alle.



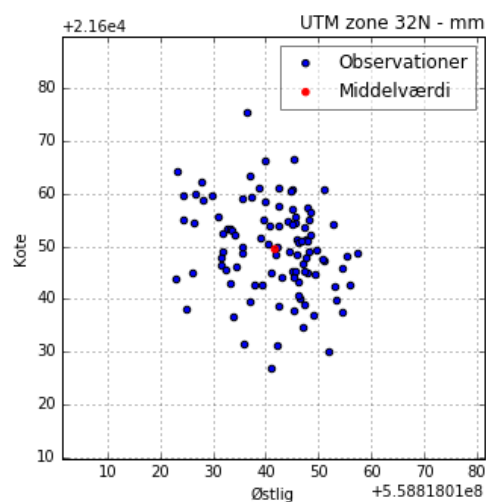
Figur 2.39. Scatterplot af E og N. Stokkestilling: hældning 15°, retning alle.



Figur 2.40. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning alle.



Figur 2.41. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning alle.



Figur 2.42. Scatterplot af E og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning alle.

Tabel 2.3. Præcision: alle plottede observationskombinationer (meter)

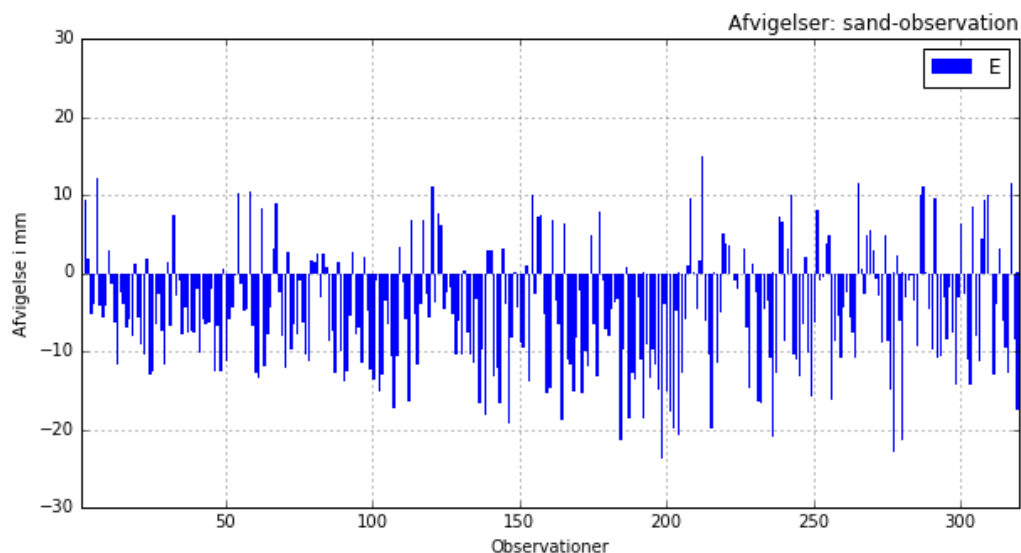
Hældning	Retning	σ_E	σ_N	σ_P	σ_H	Plot
alle	alle	0.0076	0.0080	0.0079	0.0098	figurer 2.1 og 2.2
lod	-	0.0057	0.0067	0.0063	0.0102	figurer 2.3 og 2.4
5°	N	0.0065	0.0080	0.0073	0.0097	figurer 2.5 og 2.9
5°	Ø	0.0065	0.0057	0.0061	0.0131	figurer 2.6 og 2.10
5°	S	0.0049	0.0055	0.0052	0.0134	figurer 2.7 og 2.11
5°	V	0.0076	0.0044	0.0062	0.0103	figurer 2.8 og 2.12
10°	N	0.0066	0.0065	0.0066	0.0100	figurer 2.13 og 2.17
10°	Ø	0.0059	0.0068	0.0063	0.0105	figurer 2.14 og 2.18
10°	S	0.0062	0.0078	0.0071	0.0092	figurer 2.15 og 2.19
10°	V	0.0039	0.0080	0.0063	0.0095	figurer 2.16 og 2.20
15°	N	0.0066	0.0064	0.0065	0.0090	figurer 2.21 og 2.25
15°	Ø	0.0049	0.0082	0.0067	0.0090	figurer 2.22 og 2.26
15°	S	0.0054	0.0084	0.0071	0.0077	figurer 2.23 og 2.27
15°	V	0.0045	0.0082	0.0067	0.0086	figurer 2.24 og 2.28
alle	N	0.0075	0.0070	0.0072	0.0097	figurer 2.29 og 2.33
alle	Ø	0.0060	0.0069	0.0064	0.0109	figurer 2.30 og 2.34
alle	S	0.0056	0.0075	0.0066	0.0104	figurer 2.31 og 2.35
alle	V	0.0052	0.0077	0.0065	0.0094	figurer 2.32 og 2.36
5°	alle	0.0072	0.0063	0.0068	0.0117	figurer 2.37 og 2.40
10°	alle	0.0074	0.0087	0.0081	0.0096	figurer 2.38 og 2.41
15°	alle	0.0083	0.0090	0.0086	0.0087	figurer 2.39 og 2.42

2.1.1.2 Relativ nøjagtighed

Her undersøges den relative nøjagtighed af observationerne i daniel8 ved at sammenholde dem med observationerne i daniel3. Dette gøres ved beregning og fortolkning understøttes af grafiske illustrationer.

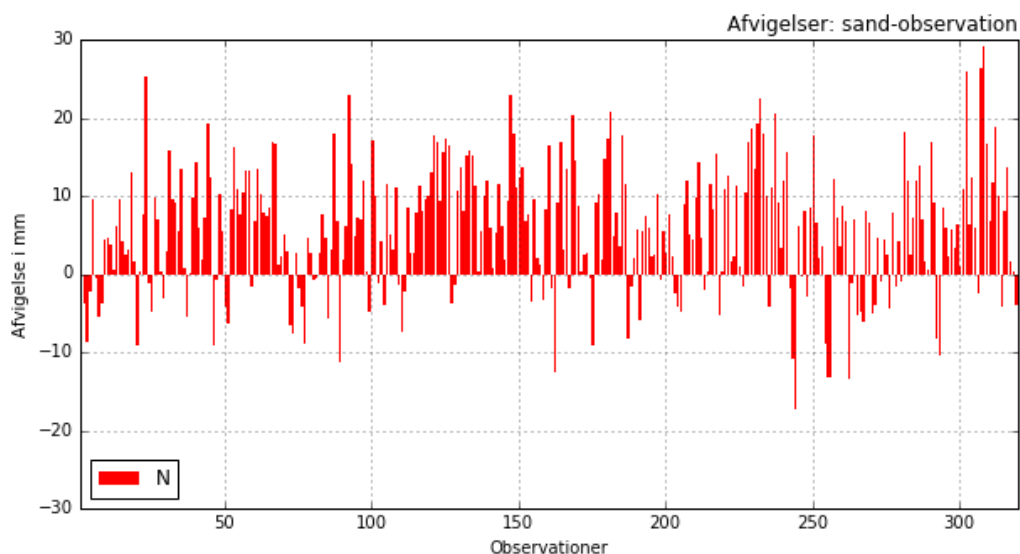
Efter samme rækkefølge som i afsnit 2.1.1.1 behandles her den relative nøjagtighed af observationerne i daniel8. Til beregning af nøjagtighed af observationerne må de sande værdier for koordinaterne E,N og H være kendte. Det er de imidlertid ikke, derfor er de sande værdier beregnede og er reelt beregnede referencekoordinater. De er beregnet som middelværdierne af traditionelle observationer i daniel3. Da begge observationsæt er med er målt med samme udstyr, samme RTK referencenet og samme sted vil de være behæftede med nogle af de samme fejl. Derfor bruges termen relativ nøjagtighed.

I figurer 2.43 til 2.45 ses histogrammer over afvigelser fra de sande værdier for alle observationer. En visuel analyse af figur 2.43 kan give et indtryk af systematiske fejl; selvom der afvigelser med begge fortegn ser hovedparten af observationerne af E ud til at have en større koordinat end den sande. På samme vis for figur 2.44, her giver en visuel analyse et mere udtalt billede af systematiske fejl; igen er der afvigelser med begge fortegn, men klart hovedparten og de største afvigelser er med samme fortegn, de observerede N koordinater ser ud til at være mindre end den sande. En visuel analyse af figur 2.45 giver derimod ikke et indtryk af systematiske fejl, afvigelserne ser umiddelbart ud til at være normalfordelte.

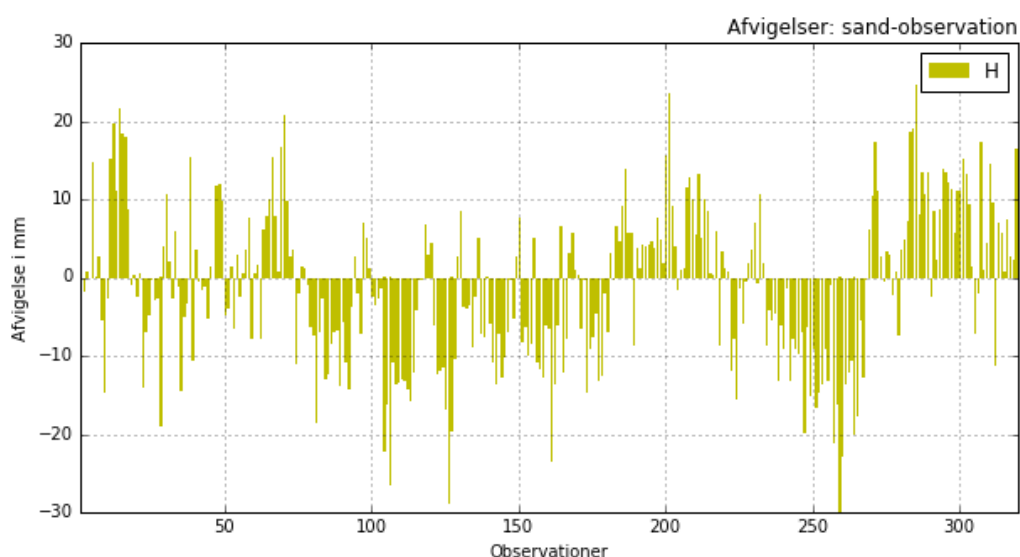


Figur 2.43. Histogram over afvigelser for alle observationer af E

I tabel 2.4 er de relative nøjagtigheder for E, N og H beregnet på alle observationer angivet. Ved at sammenholde disse spredninger for de relative nøjagtigheder for E og N med spredninger for præcision tabel 2.1 for samme, ses det spredningerne for de relative nøjagtigheder for E og N faktisk større. Det er interessant da en lavere nøjagtighed kan skyldes systematiske fejl. Derimod er den relative nøjagtighed og præcisionen for H af samme størrelsesorden og giver



Figur 2.44. Histogram over afvigelser for alle observationer af N



Figur 2.45. Histogram over afvigelser for alle observationer af H

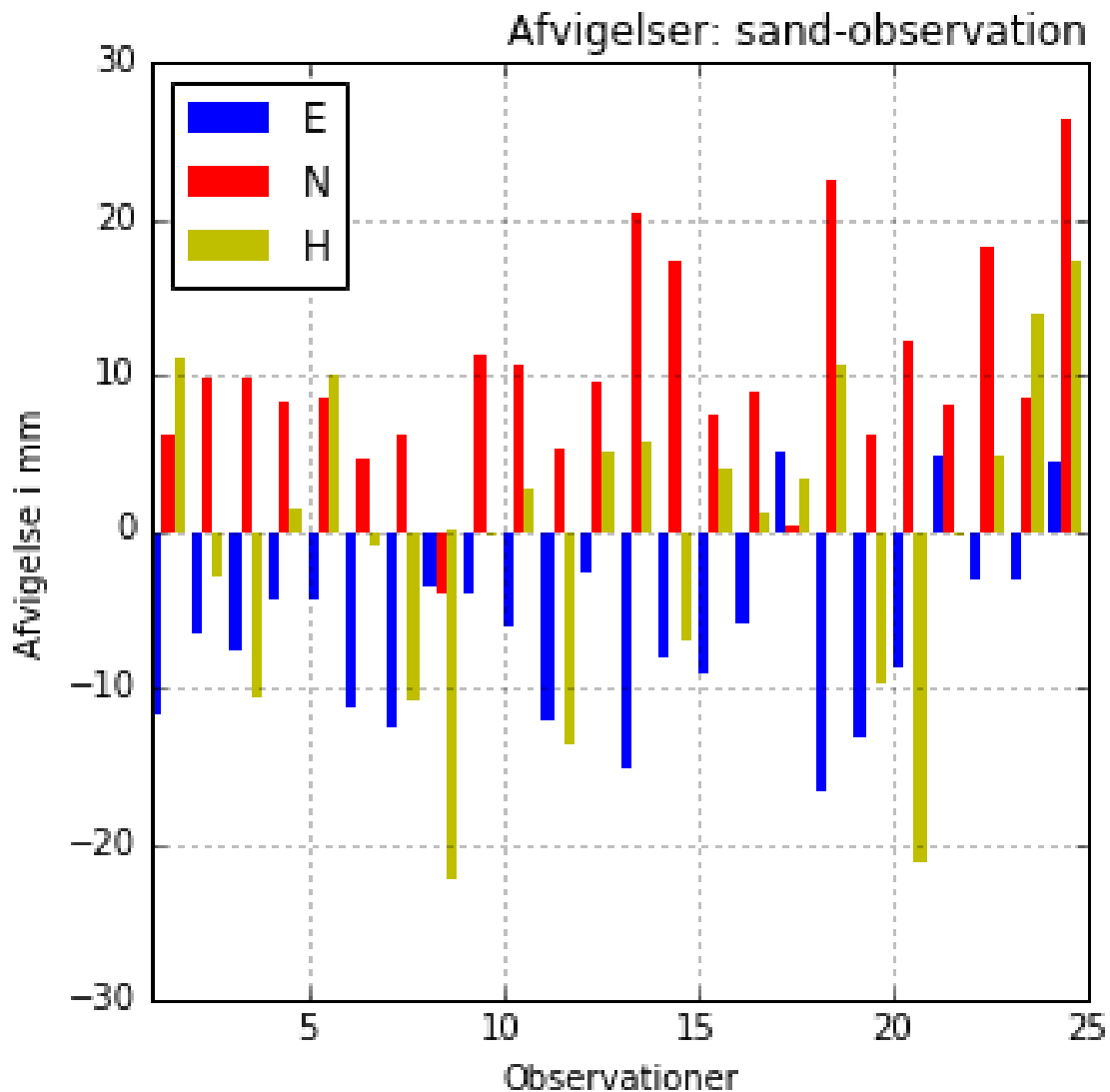
ikke et indtryk af systematiske fejl. Dermed giver de beregnede spredninger samme indtryk som de visuelle analyser.

Tabel 2.4. Relativ nøjagtighed: alle observationer (meter)

σ_E	σ_N	σ_H
0.0092	0.0098	0.0099

I figur 2.46 ses et histogram af afvigelser i E, N og H for tiltkompenserede observation med stok i lod. Spredninger for de tilhørende relative nøjagtigheder fremgår af tabel 2.5. Ved at

sammenholde denne med spredningen for præcision figur 2.3 ses det igen at spredningen for den relative nøjagtighed i E og N er større end spredningen for præcisionen.

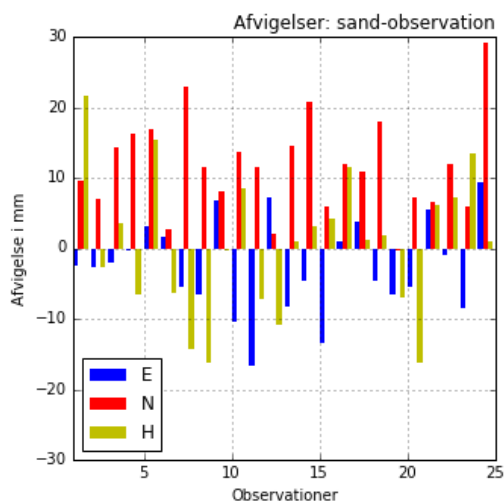


Figur 2.46. Histogram med afvigelser for E, N og H med stok i lod

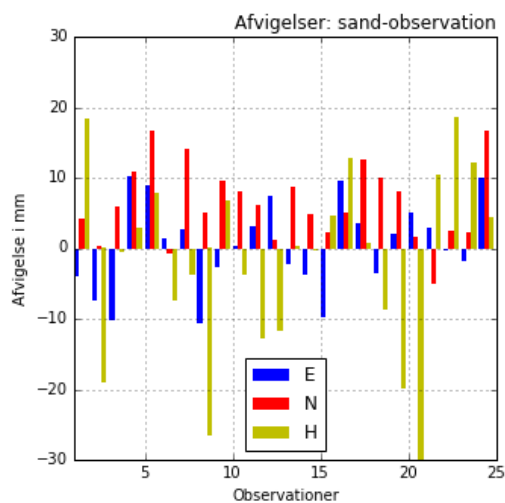
Tabel 2.5. Relativ nøjagtighed: alle observationer (meter)

σ_E	σ_N	σ_H
0.0086	0.0119	0.0100

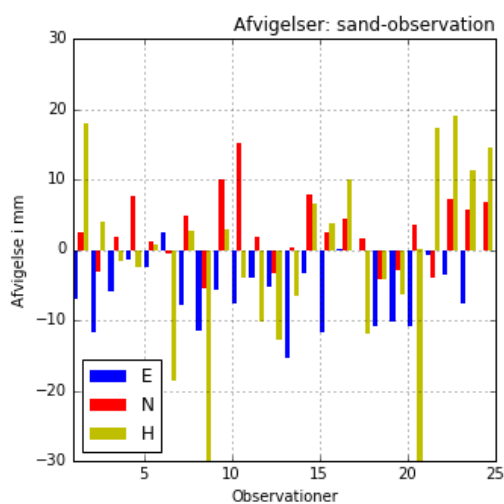
Ved gennemgang af histogrammerne fås for nogle situationer eller grupperinger af observationer et udtalt indtryk af systematiske fejl mens fejlene for andre tilsyneladende er fint fordelt i forhold til den sande værdi.



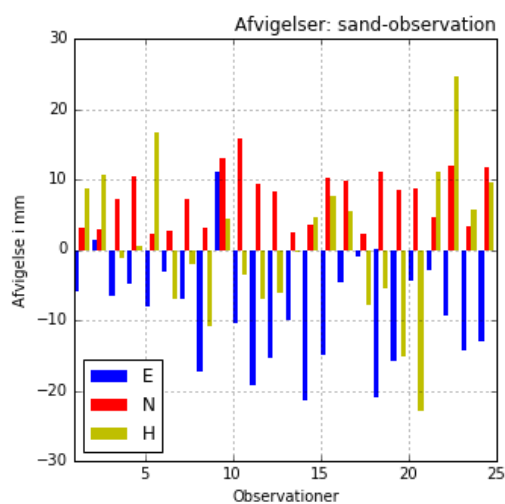
Figur 2.47. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning N.



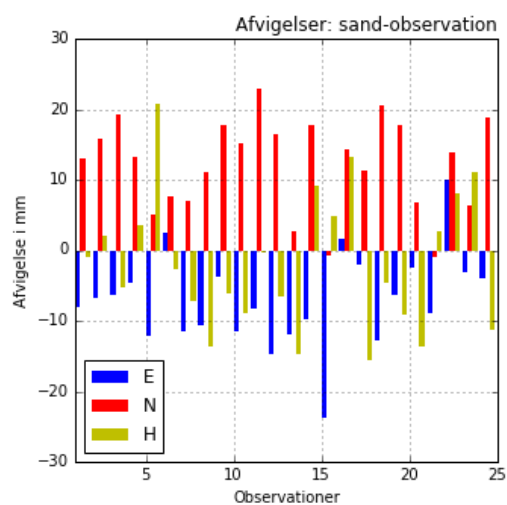
Figur 2.48. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning Ø.



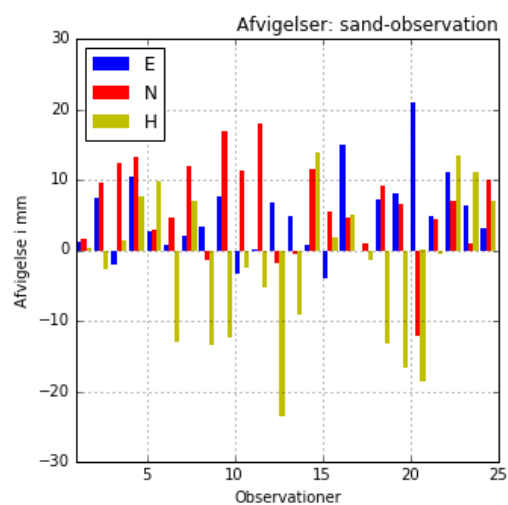
Figur 2.49. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning S.



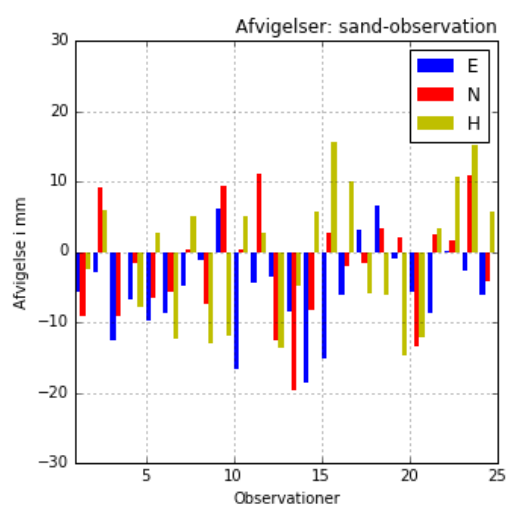
Figur 2.50. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 5°, retning V.



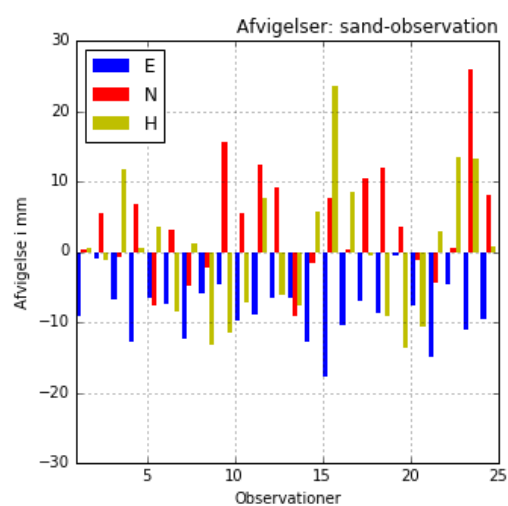
Figur 2.51. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning N.



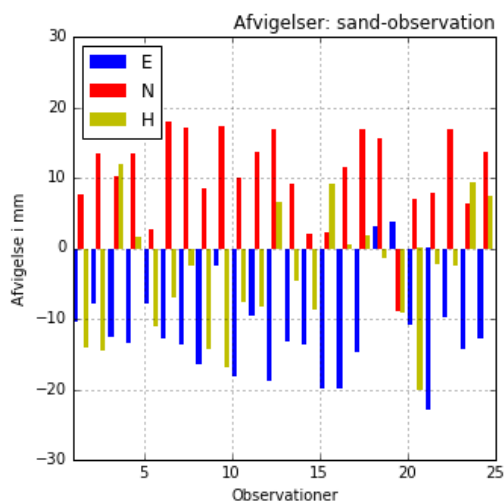
Figur 2.52. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning Ø.



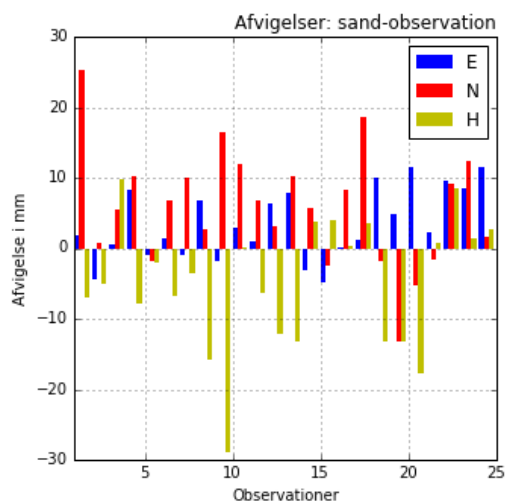
Figur 2.53. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning S.



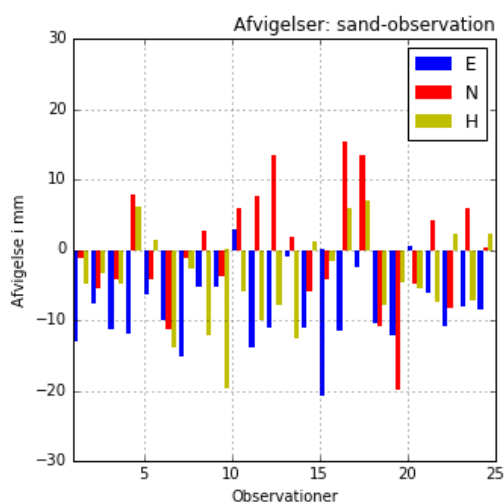
Figur 2.54. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 10°, retning V.



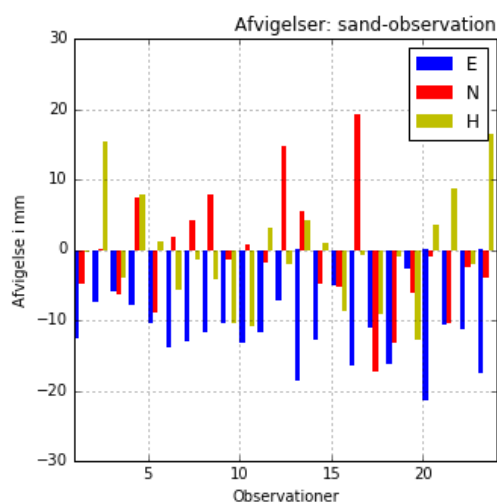
Figur 2.55. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning N.



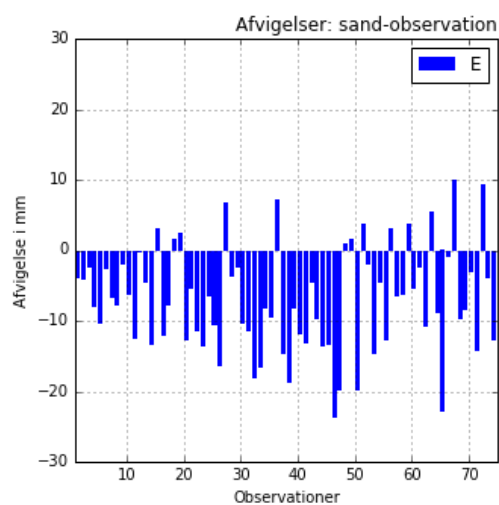
Figur 2.56. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning Ø.



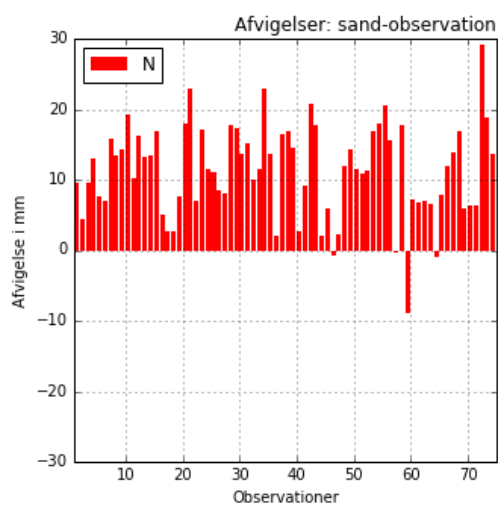
Figur 2.57. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning S.



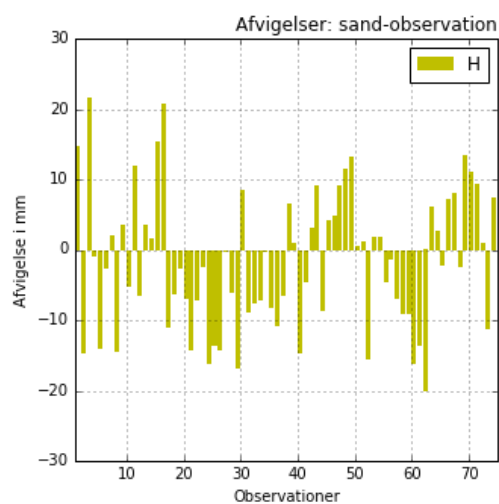
Figur 2.58. Histogram med afvigelser for E, N og H. Stokkestilling: hældning 15°, retning V.



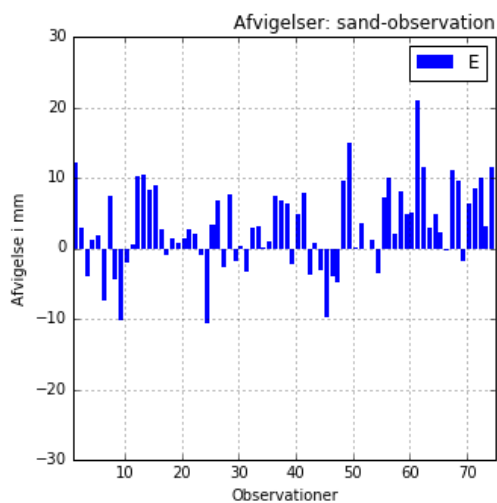
Figur 2.59. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning N.



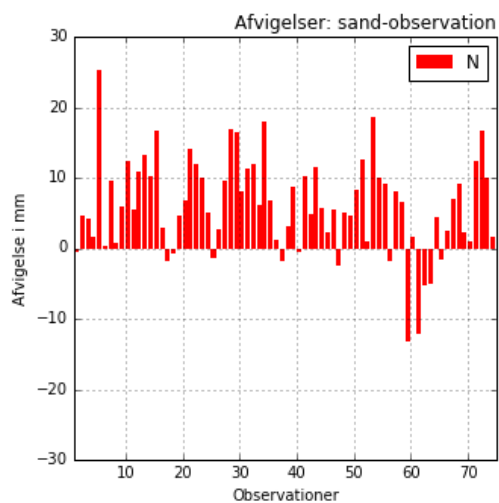
Figur 2.60. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning N.



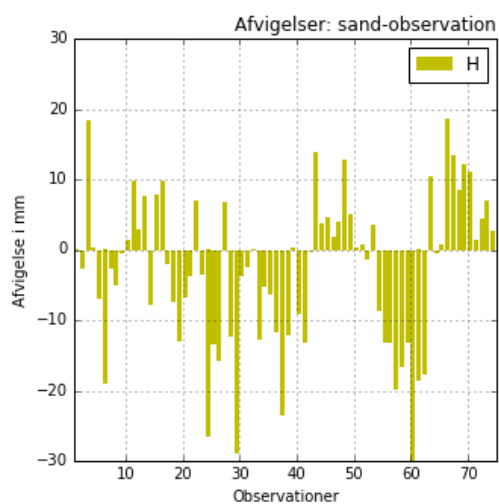
Figur 2.61. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning N.



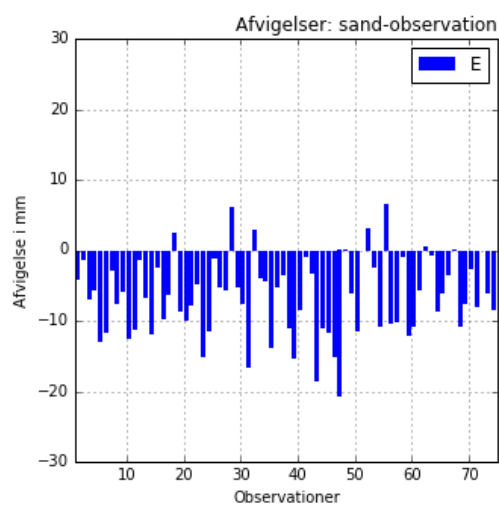
Figur 2.62. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning Ø.



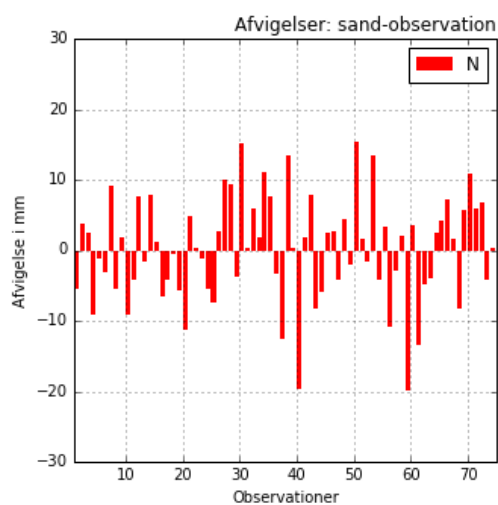
Figur 2.63. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning Ø.



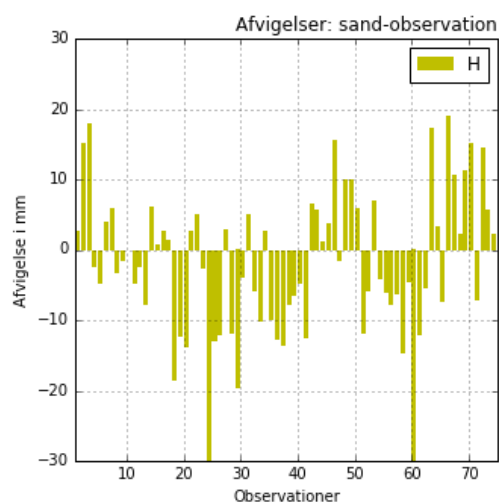
Figur 2.64. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning Ø.



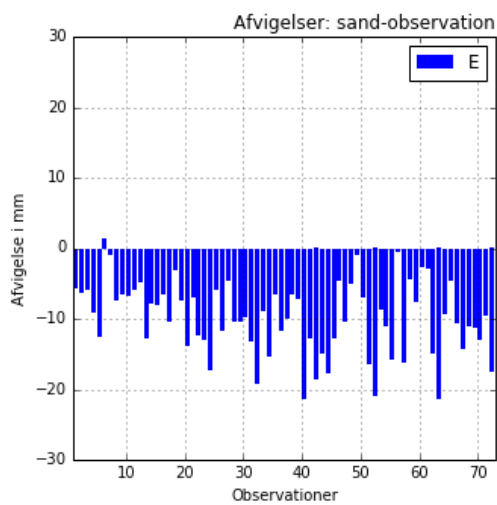
Figur 2.65. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning S.



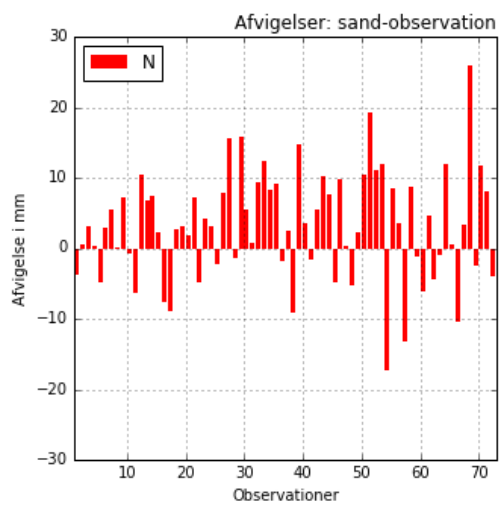
Figur 2.66. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning S.



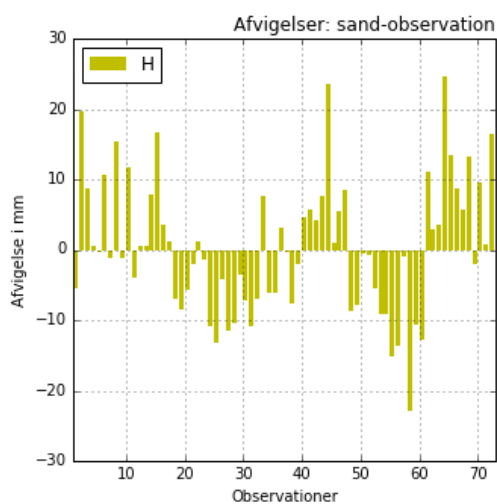
Figur 2.67. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning S.



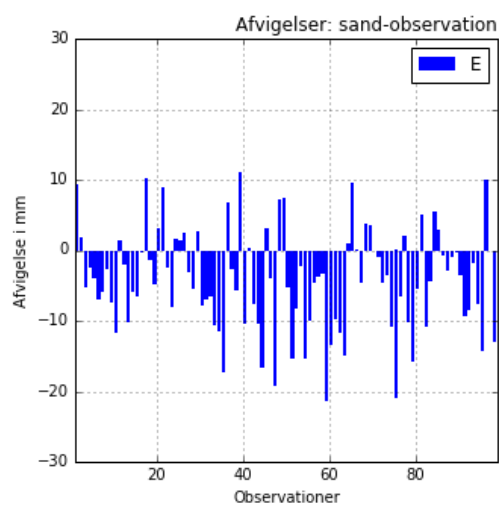
Figur 2.68. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning V.



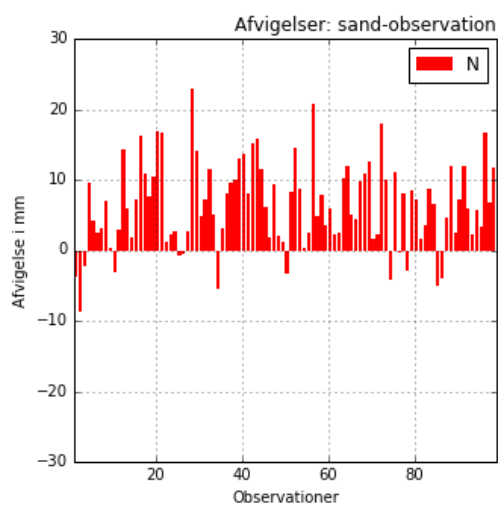
Figur 2.69. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning V.



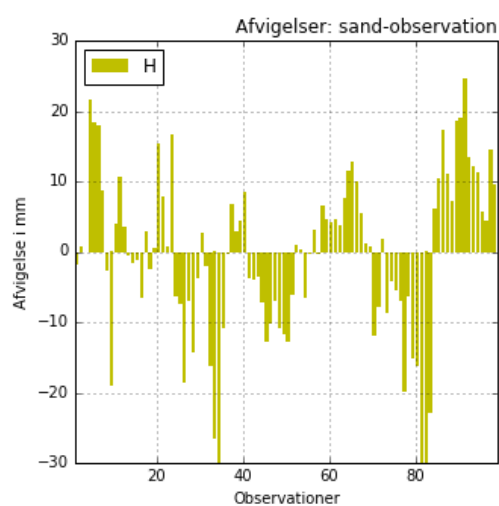
Figur 2.70. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 5, 10 og
15°, retning V.



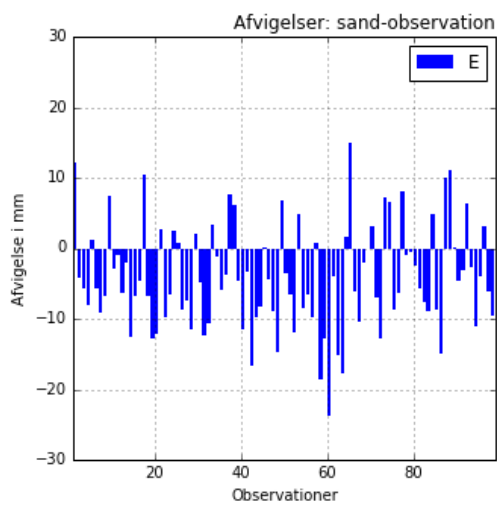
Figur 2.71. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 5°, retning alle verdenshjørner



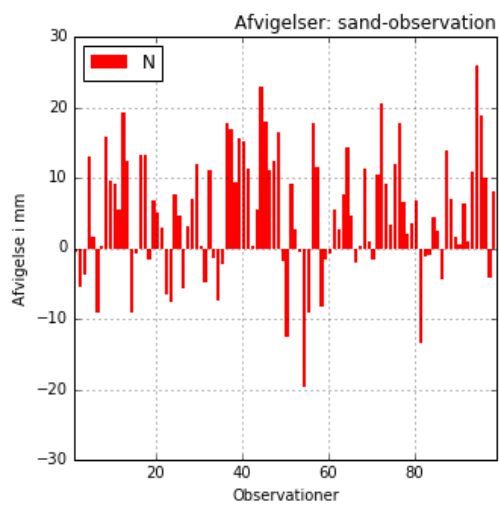
Figur 2.72. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 5°, retning alle verdenshjørner



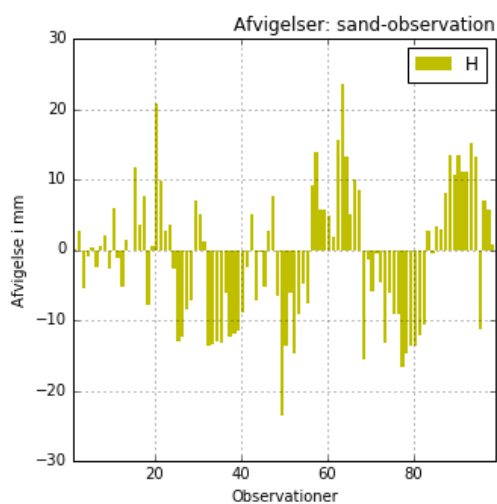
Figur 2.73. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 5°, retning alle verdenshjørner



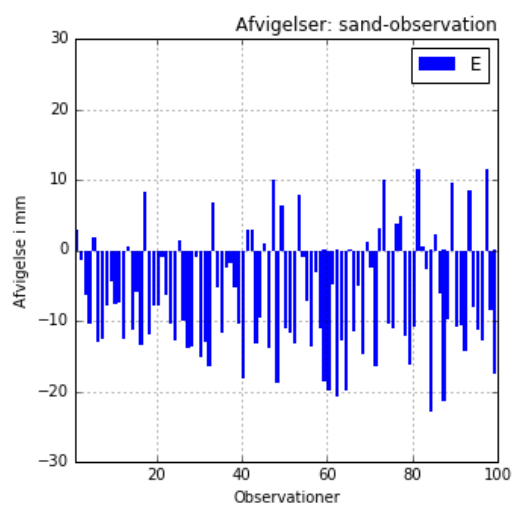
Figur 2.74. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 10°, retning alle verdenshjørner



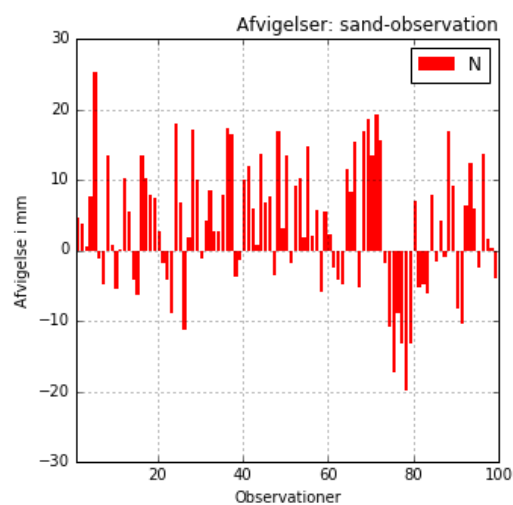
Figur 2.75. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 10°, retning alle verdenshjørner



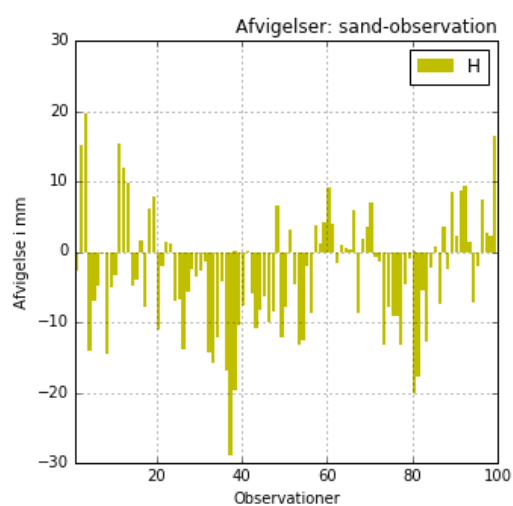
Figur 2.76. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 10°, retning alle verdenshjørner



Figur 2.77. Histogram over afvigelser for E.
Stokkestilling: hældning 15°, retning alle verdenshjørner



Figur 2.78. Histogram over afvigelser for N.
Stokkestilling: hældning 15°, retning alle verdenshjørner



Figur 2.79. Histogram over afvigelser for H.
Stokkestilling: hældning 15°, retning alle verdenshjørner

Tabel 2.6. Relativ nøjagtighed: alle plottede observationskombinationer (meter)

Hældning	Retning	σ_E	σ_N	σ_H	Plot
alle	alle	0.0092	0.0098	0.0099	figurer 2.43 til 2.45
lod	-	0.0086	0.0119	0.100	figur 2.46
5°	N	0.0070	0.0133	0.0095	figur 2.47
5°	Ø	0.0064	0.0081	0.0130	figur 2.48
5°	S	0.0074	0.0057	0.0132	figur 2.49
5°	V	0.0116	0.0081	0.0101	figur 2.50
10°	N	0.0095	0.0134	0.0099	figur 2.51
10°	Ø	0.0077	0.0089	0.0105	figur 2.52
10°	S	0.0082	0.0080	0.0091	figur 2.53
10°	V	0.0092	0.0086	0.0093	figur 2.54
15°	N	0.0134	0.0119	0.0097	figur 2.55
15°	Ø	0.0058	0.0098	0.0101	figur 2.56
15°	S	0.0100	0.0082	0.0083	figur 2.57
15°	V	0.0123	0.0081	0.0084	figur 2.58
alle	N	0.0103	0.0130	0.0098	figurer 2.59 til 2.61
alle	E	0.0067	0.090	0.0113	figurer 2.62 til 2.64
alle	S	0.0086	0.0074	0.0104	figurer 2.65 til 2.67
alle	V	0.0111	0.0082	0.0094	figurer 2.68 til 2.70
5°	alle	0.0083	0.0088	0.0116	figurer 2.71 til 2.73
10°	alle	0.0085	0.0100	0.0096	figurer 2.74 til 2.76
15°	alle	0.0108	0.0096	0.0092	figurer 2.77 til 2.79

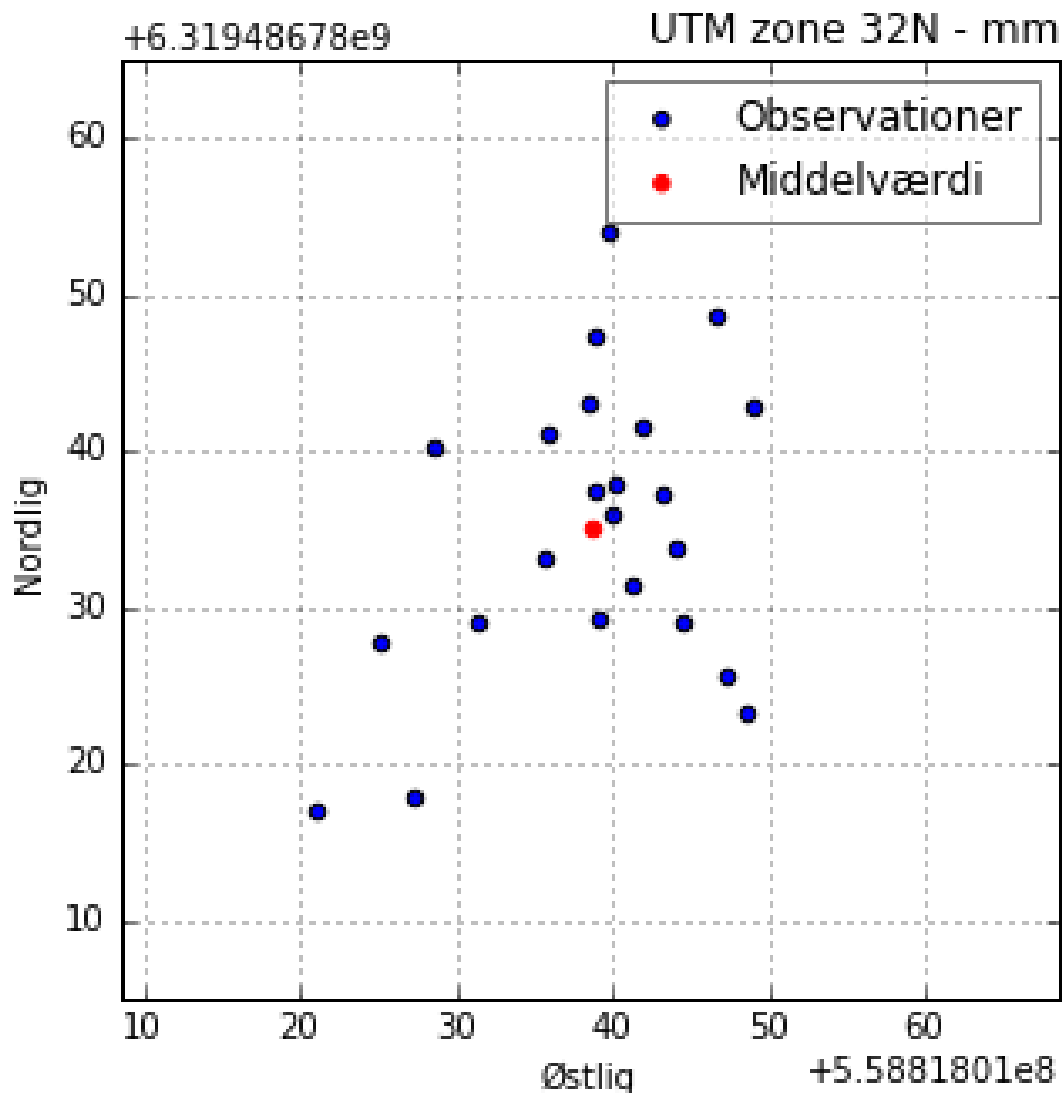
2.1.2 Bueskæring med skrå stok

I dette afsnit undersøges præcision og relativ nøjagtighed for punkter bestemt ved bueskæring for observationer med skrå stok på Thomas Manns Vej på baggrund af observationerne i daniel3. Dette undersøges for at kunne vurdere kvaliteten af denne metode. Til analysen anvendes primært af skrå stok observationer, dog suppleret med traditionelle observationer.

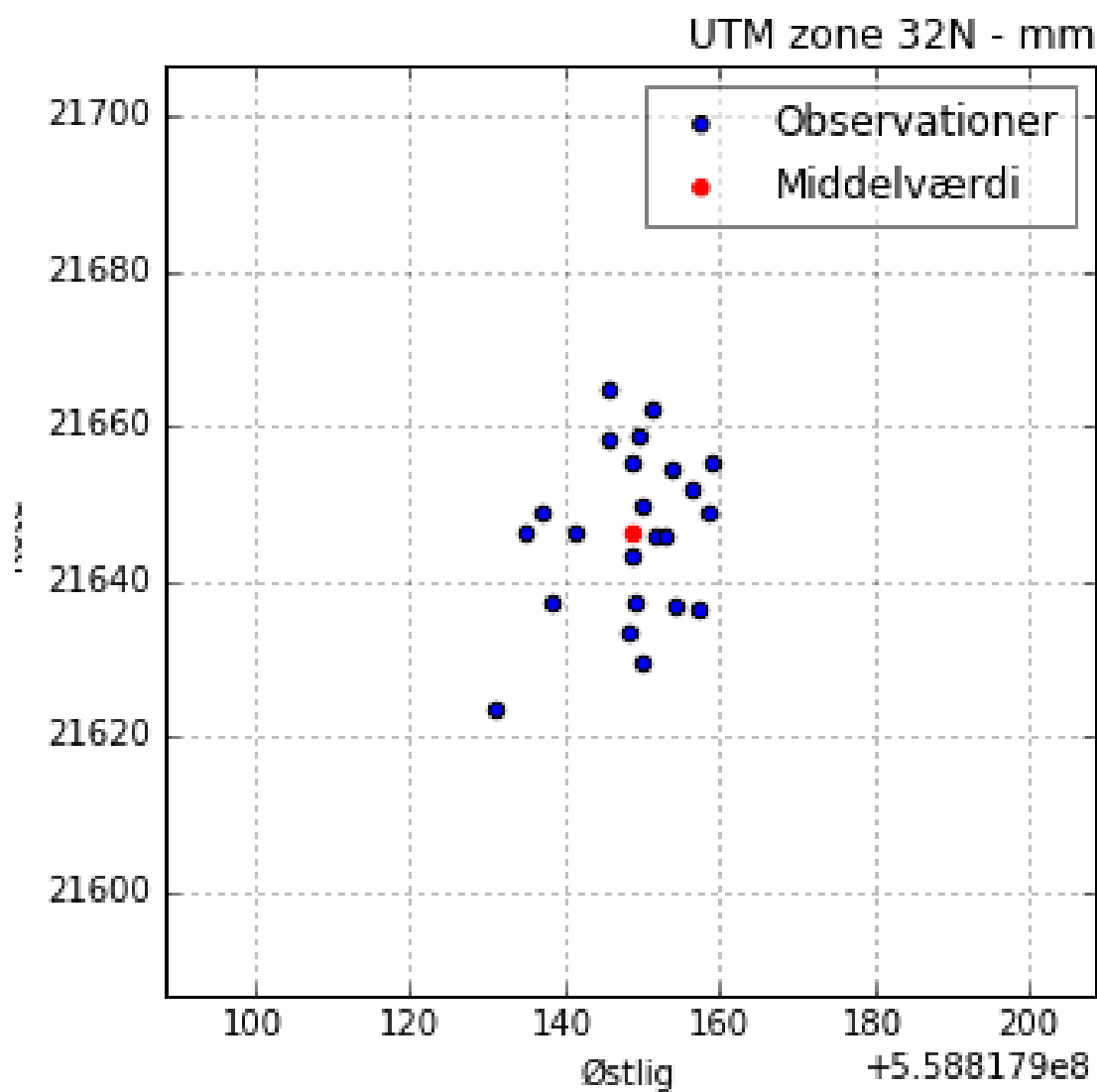
2.1.2.1 Præcision

I dette underafsnit undersøges præcision ved bueskæring med skrå stok på baggrund af observationerne i daniel3.

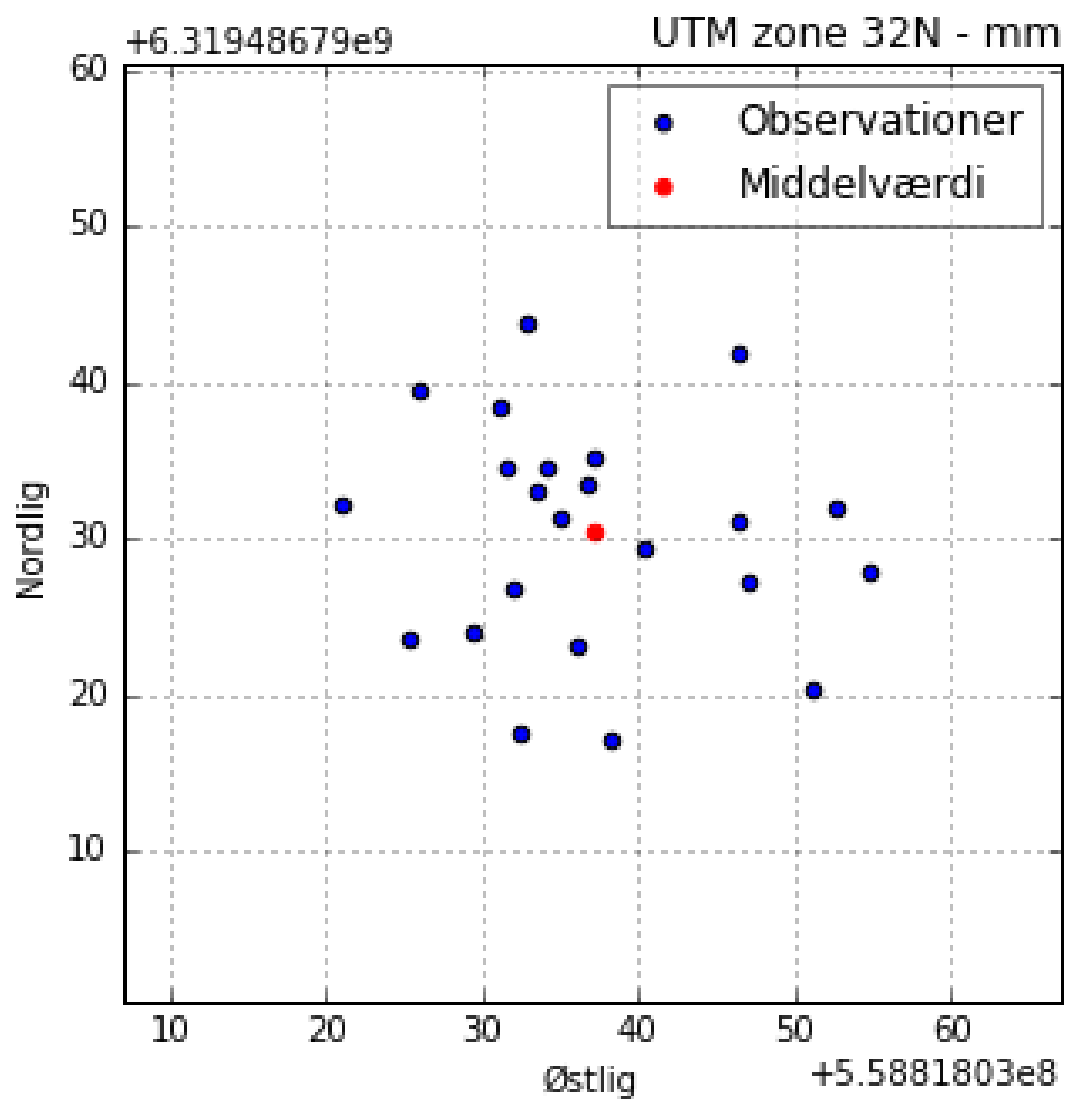
I figurer 2.80 til 2.87 ses hvordan skæringerne er fordelt og i forhold til middelværdien i både plan og kote. Bemærk at koten er ikke beregnet som skæring.



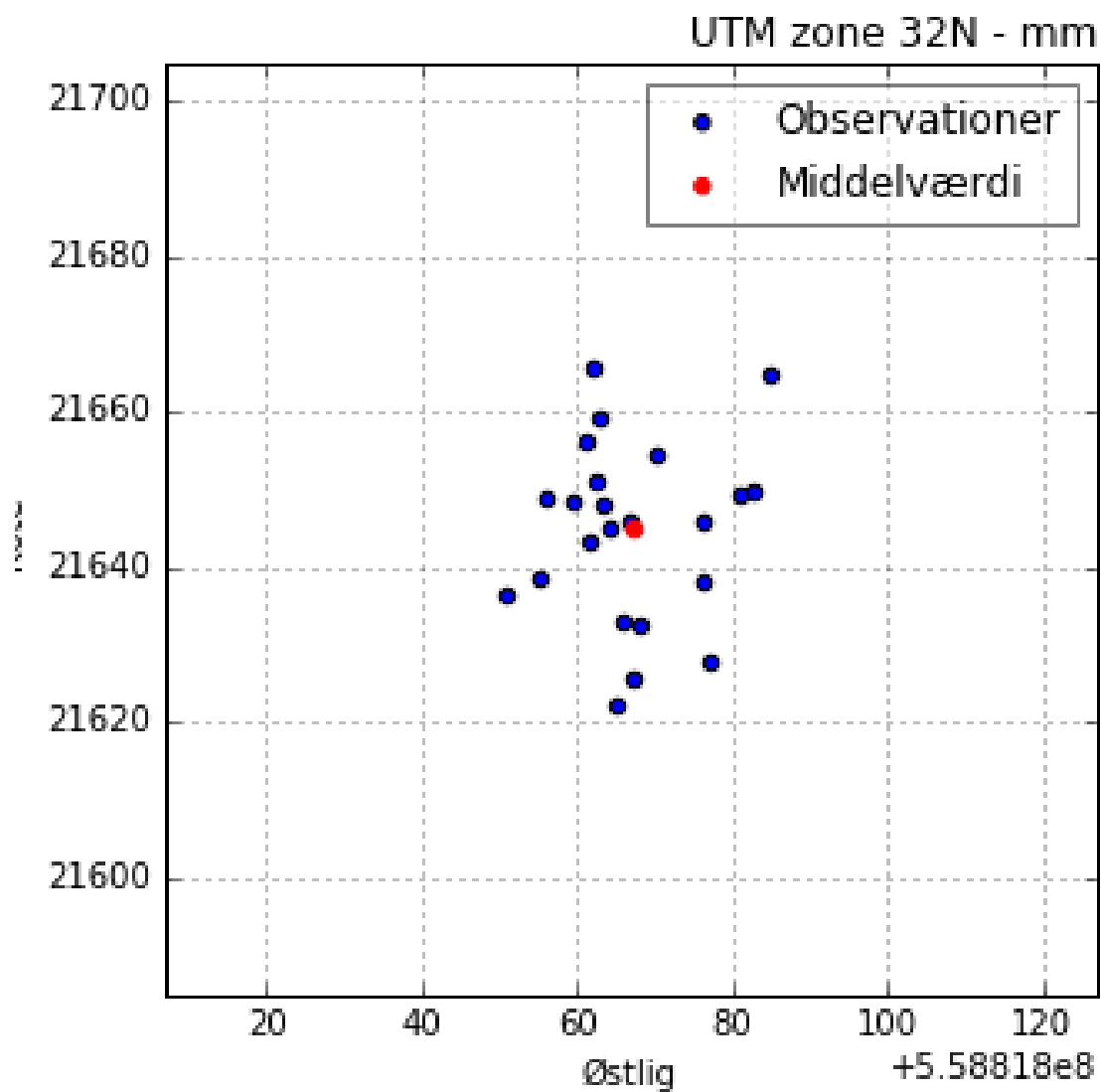
Figur 2.80. Scatterplot af alle skæring for E og N. 10°, V og N.



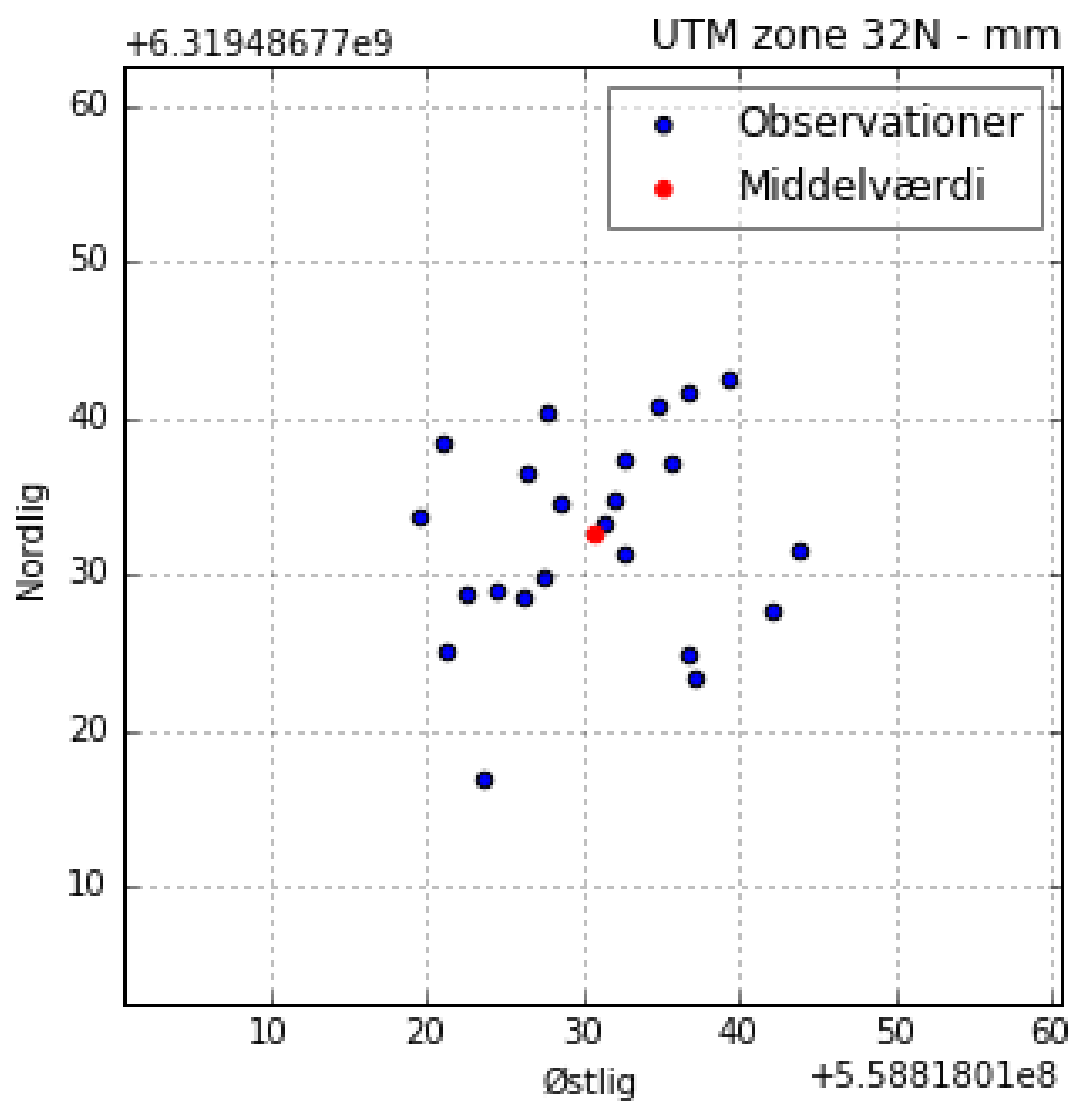
Figur 2.81. Scatterplot af alle skæringer for E og H. 10°, V og N.



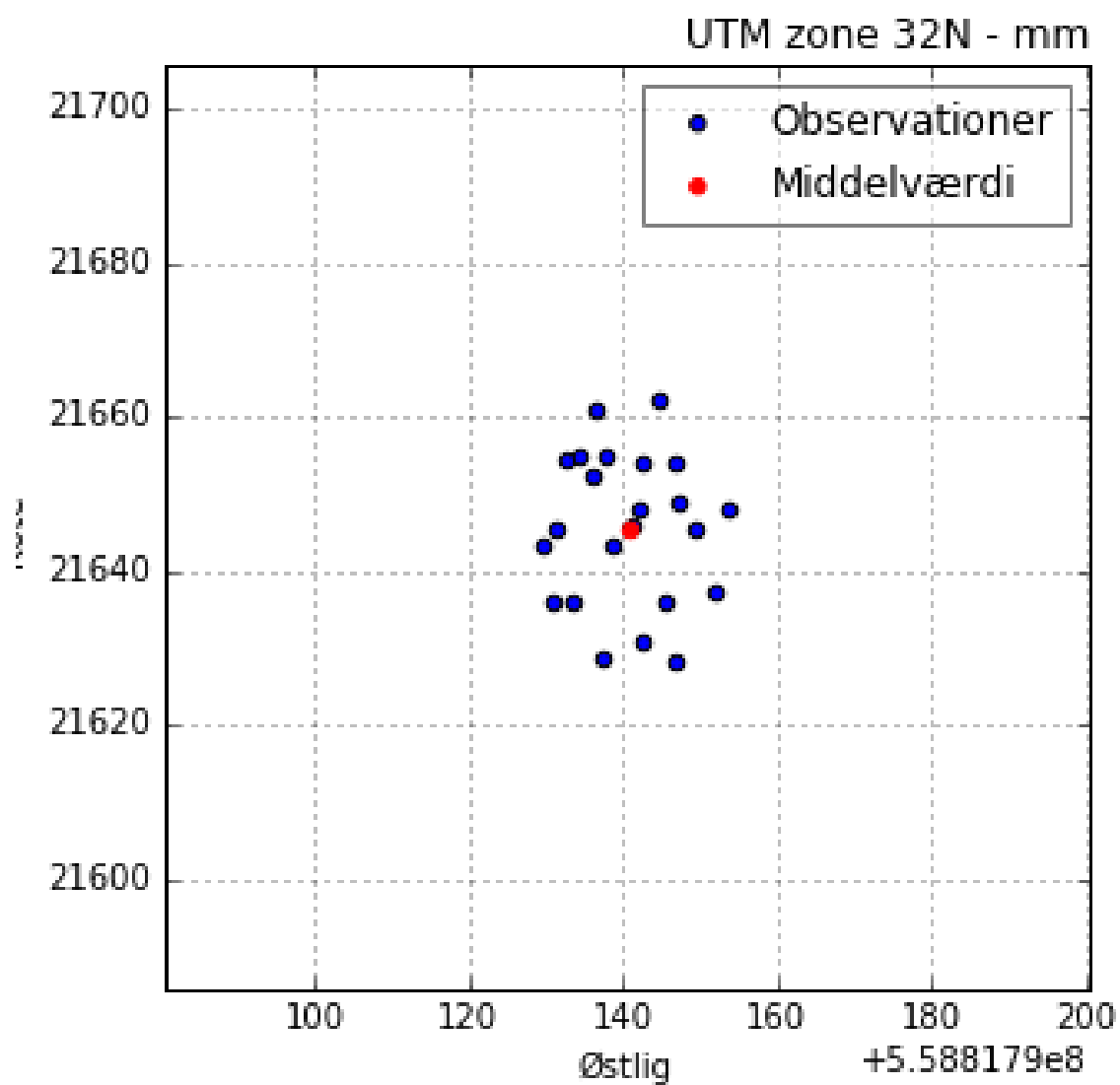
Figur 2.82. Scatterplot af alle skæringer for E og N. 10°, N og Ø.



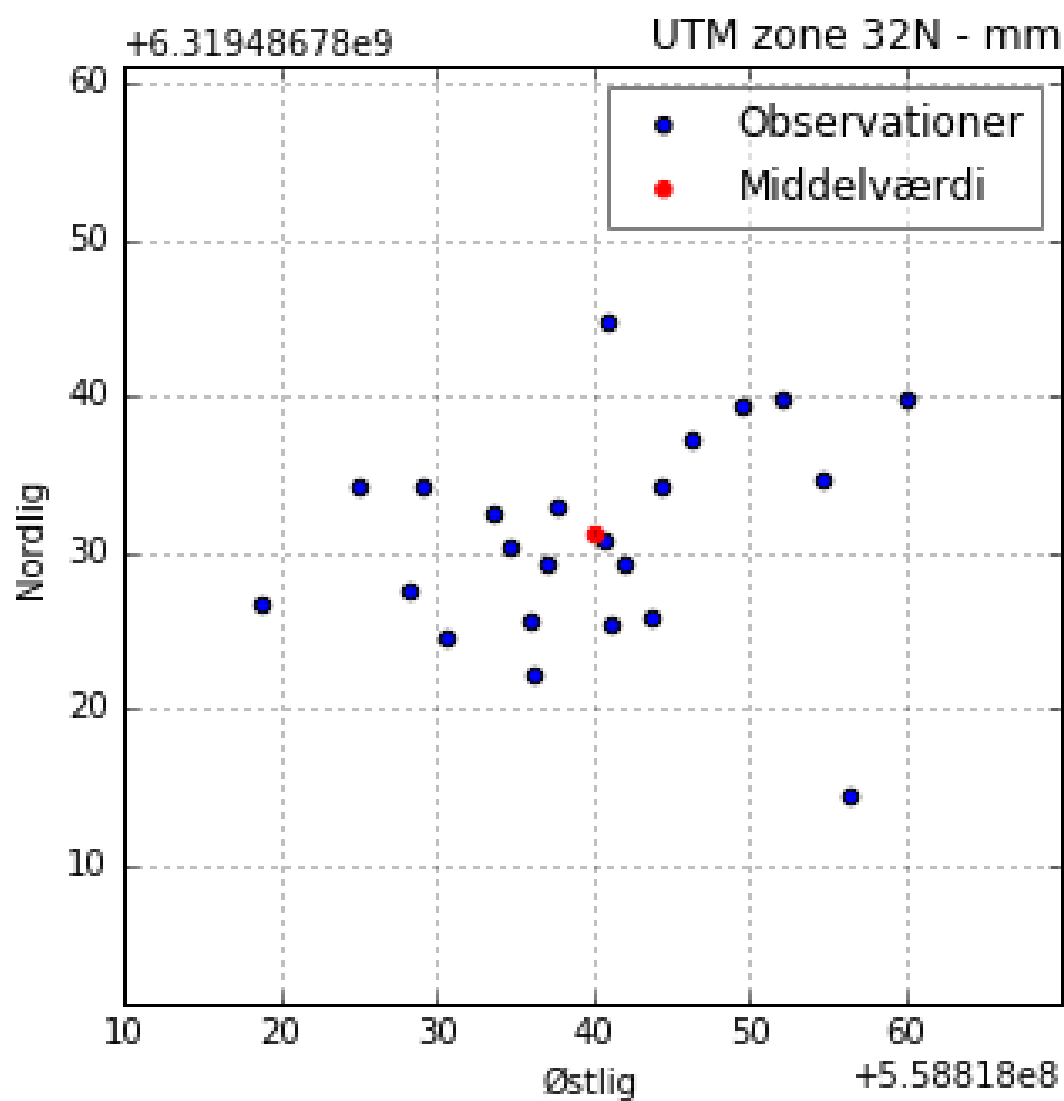
Figur 2.83. Scatterplot af alle skæringer for E og H. 10°, N og Ø.



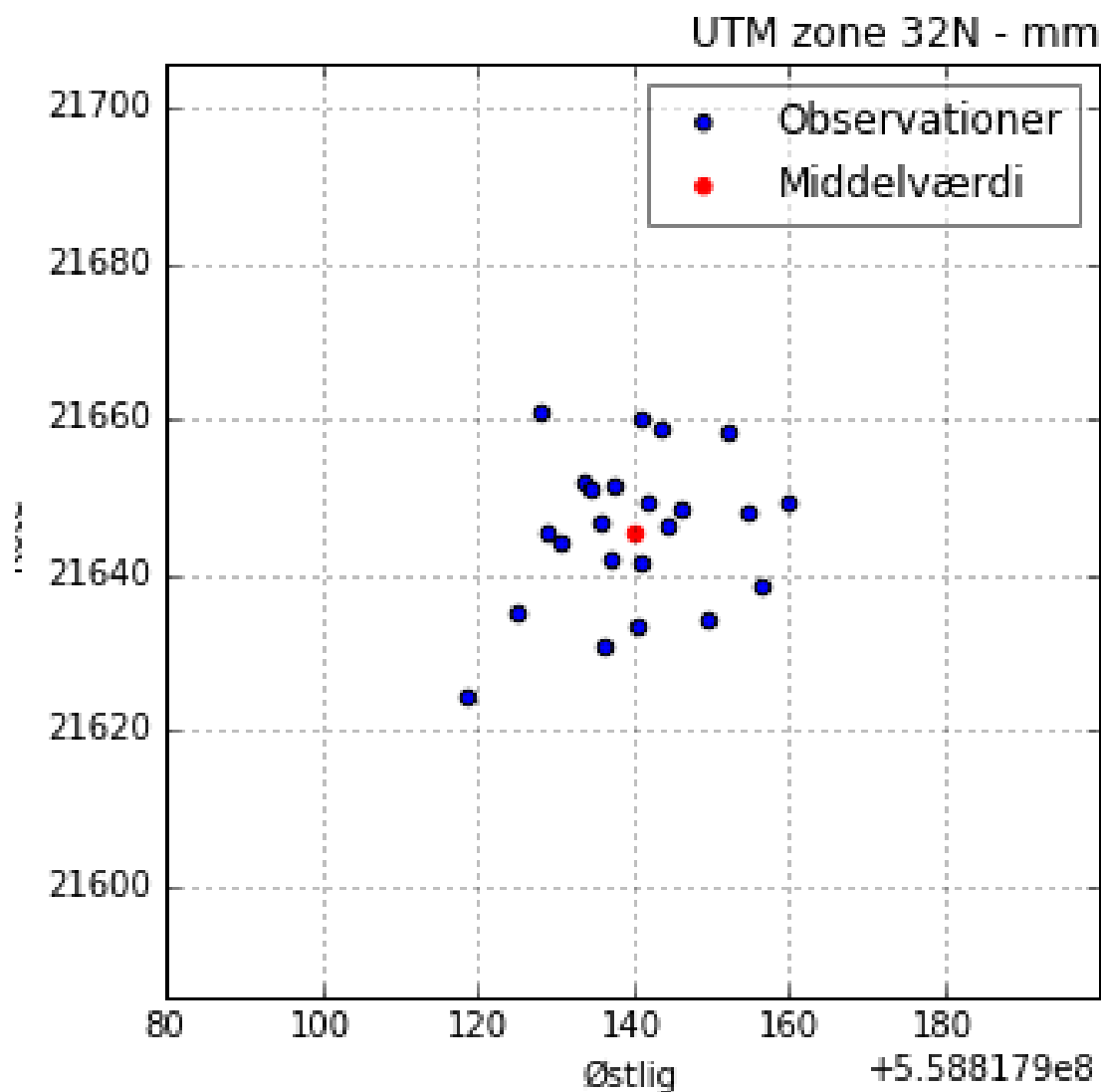
Figur 2.84. Scatterplot af alle skæringer for E og N. 10°, Ø og S.



Figur 2.85. Scatterplot af alle skæringer for E og H. 10°, Ø og S.



Figur 2.86. Scatterplot af alle skæringer for E og N. 10°, S og V.



Figur 2.87. Scatterplot af alle skæringer for E og H. 10°, S og V.

I tabel 2.7 ses spredninger for E, N, punkt og H for skrå stok bueskæring, bemærk kote er ikke beregnet som skæring.

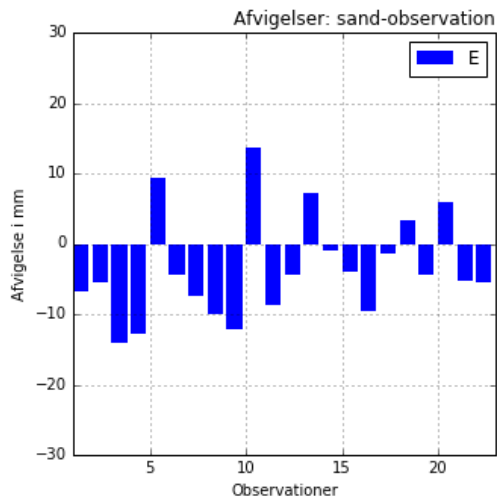
Tabel 2.7. Præcision: skrå stok skæringer (meter)

Retning	σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
V, N	0.0075	0.0094	0.0085	0.0107
N, Ø	0.0090	0.0072	0.0081	0.0117
Ø, S	0.0070	0.0065	0.0067	0.0099
S, V	0.0103	0.0068	0.0087	0.0097

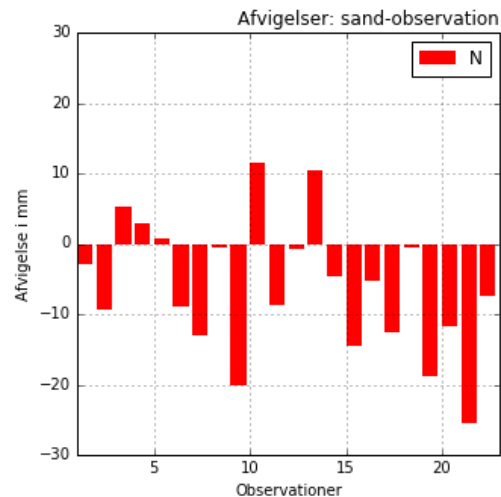
2.1.2.2 Relativ nøjagtighed

I dette underafsnit undersøges den relative præcision ved bueskæring med skrå stok på baggrund af observationerne i daniel3.

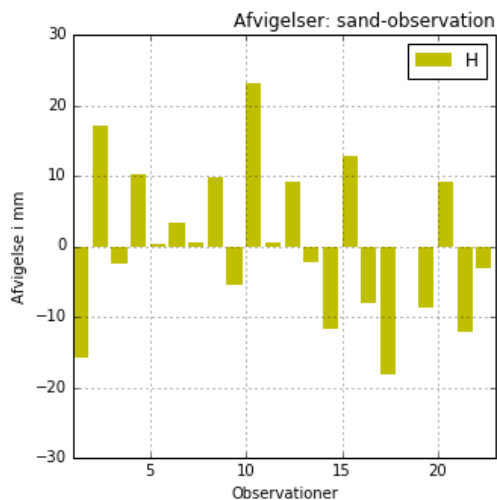
Histogrammerne i figurer 2.88 til 2.99 viser hvordan skæringerne er fordelt og i forhold til middelværdien for traditionelle observationer. Bemærk at koten er ikke beregnet ved skæring.



Figur 2.88. Histogram over afvigelser for E.
10°, V og N.

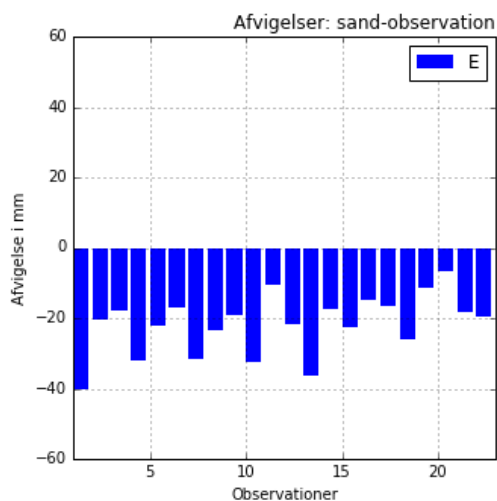


Figur 2.89. Histogram over afvigelser for N.
10°, V og N.

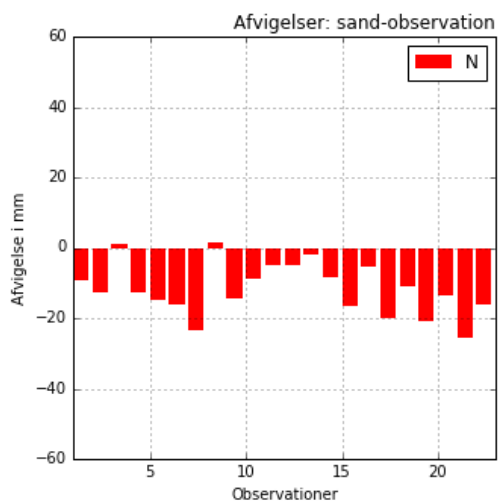


Figur 2.90. Histogram over afvigelser for H.
10°, V og N

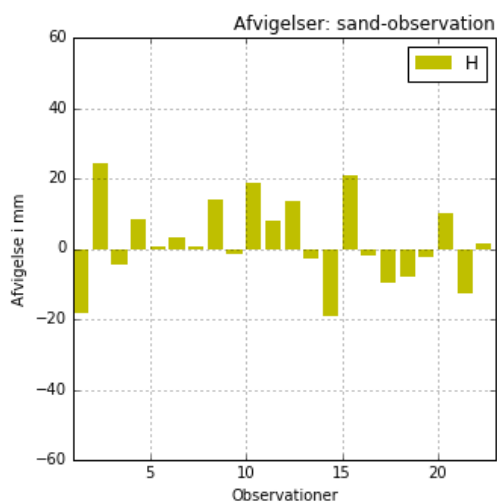
I tabel 2.8 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet og middelværdierne fra tabel 2.10.



Figur 2.91. Histogram over afvigelser for E. 10°, N og Ø.



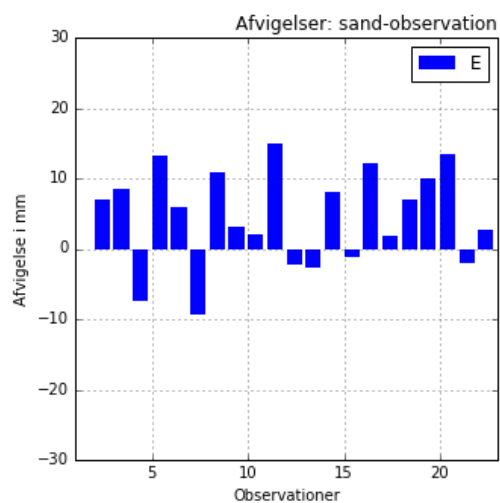
Figur 2.92. Histogram over afvigelser for N. 10°, N og Ø.



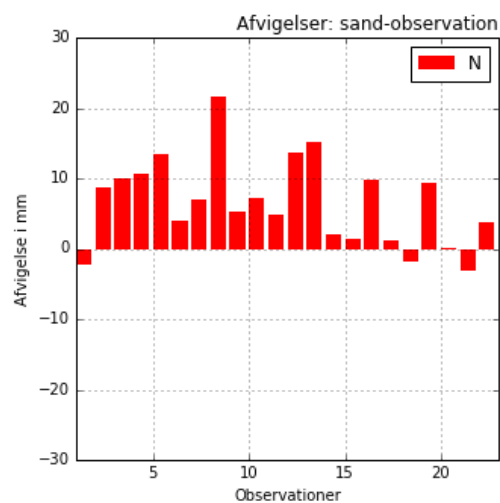
Figur 2.93. Histogram over afvigelser for H. 10°, N og Ø

Tabel 2.8. Relativ nøjagtighed: skrå stok skæringer (meter)

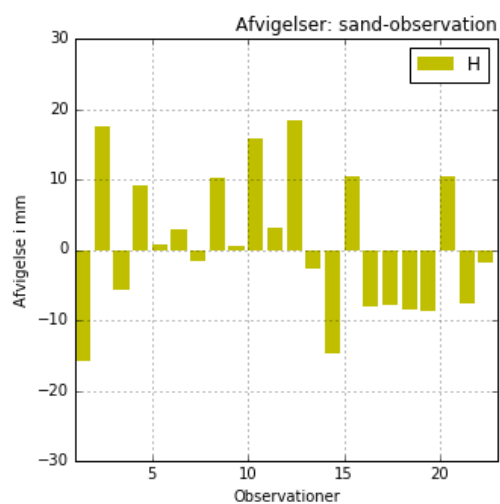
Retning	σ_E	σ_N	σ_H
V, N	0.0084	0.0113	0.0105
N, Ø	0.0241	0.0138	0.0116
Ø, S	0.0079	0.0086	0.0097
S, V	0.0111	0.0072	0.0095



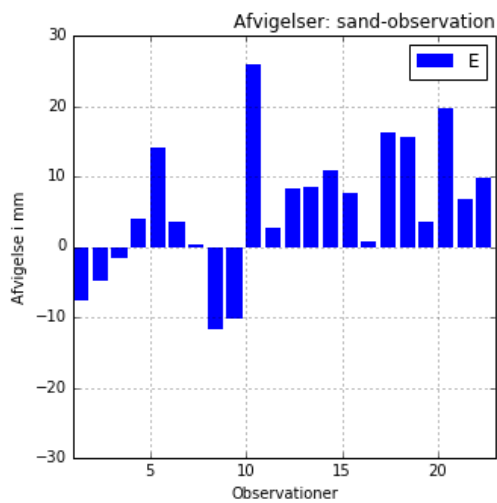
Figur 2.94. Histogram over afvigelser for E.
10°, Ø og S.



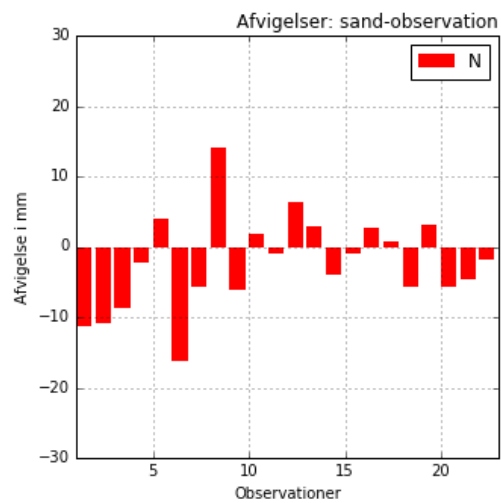
Figur 2.95. Histogram over afvigelser for N.
10°, Ø og S.



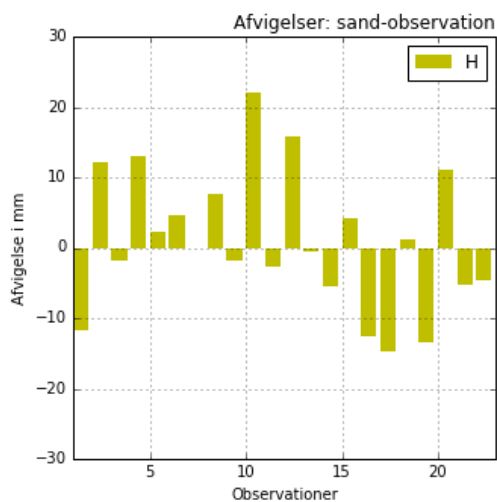
Figur 2.96. Histogram over afvigelser for H.
10°, Ø og S



Figur 2.97. Histogram over afvigelser for E.
10°, S og V.



Figur 2.98. Histogram over afvigelser for N.
10°, S og V.



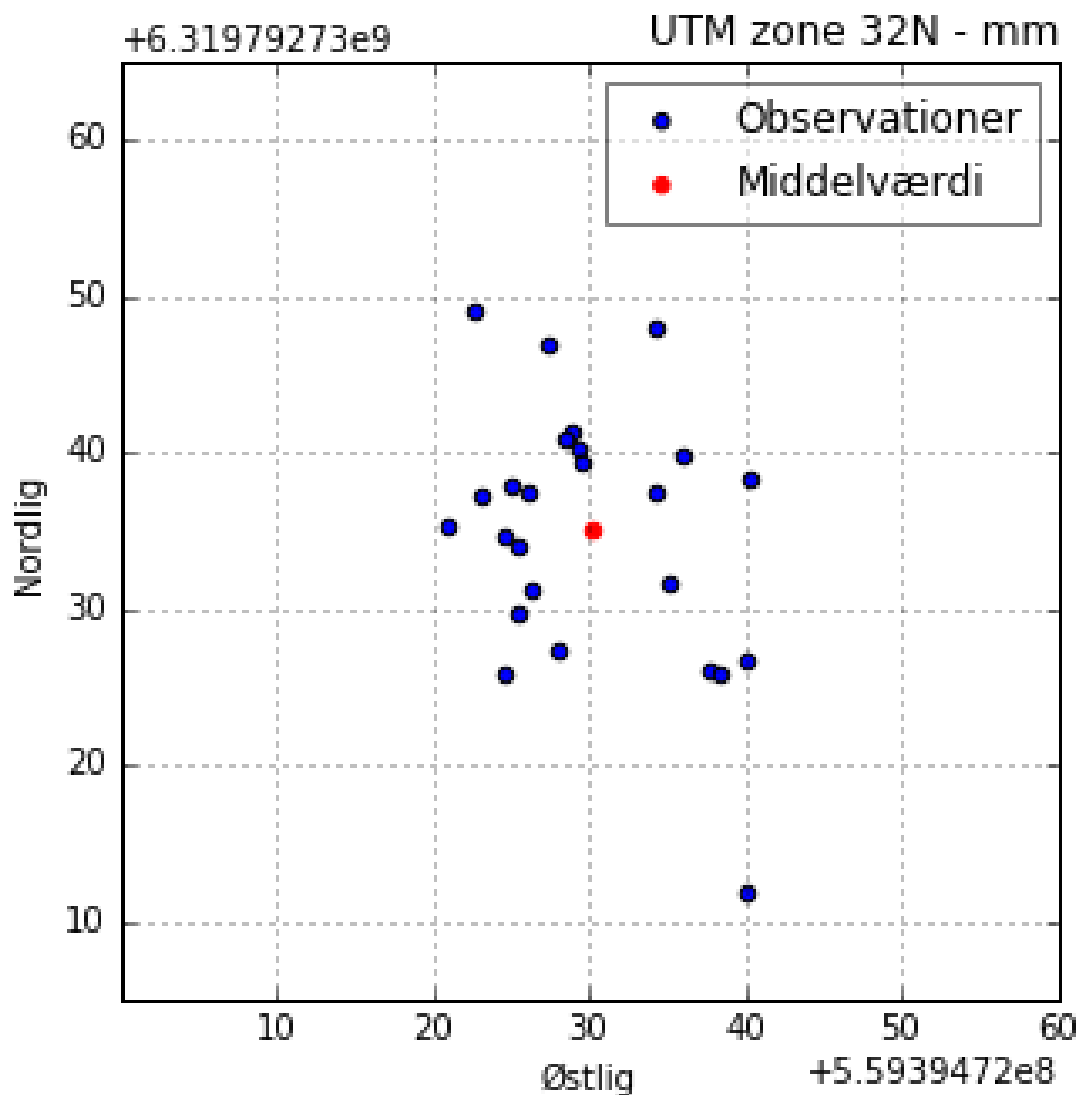
Figur 2.99. Histogram over afvigelser for H.
10°, S og V

2.2 Tæt lav bebyggelse - måling på campus

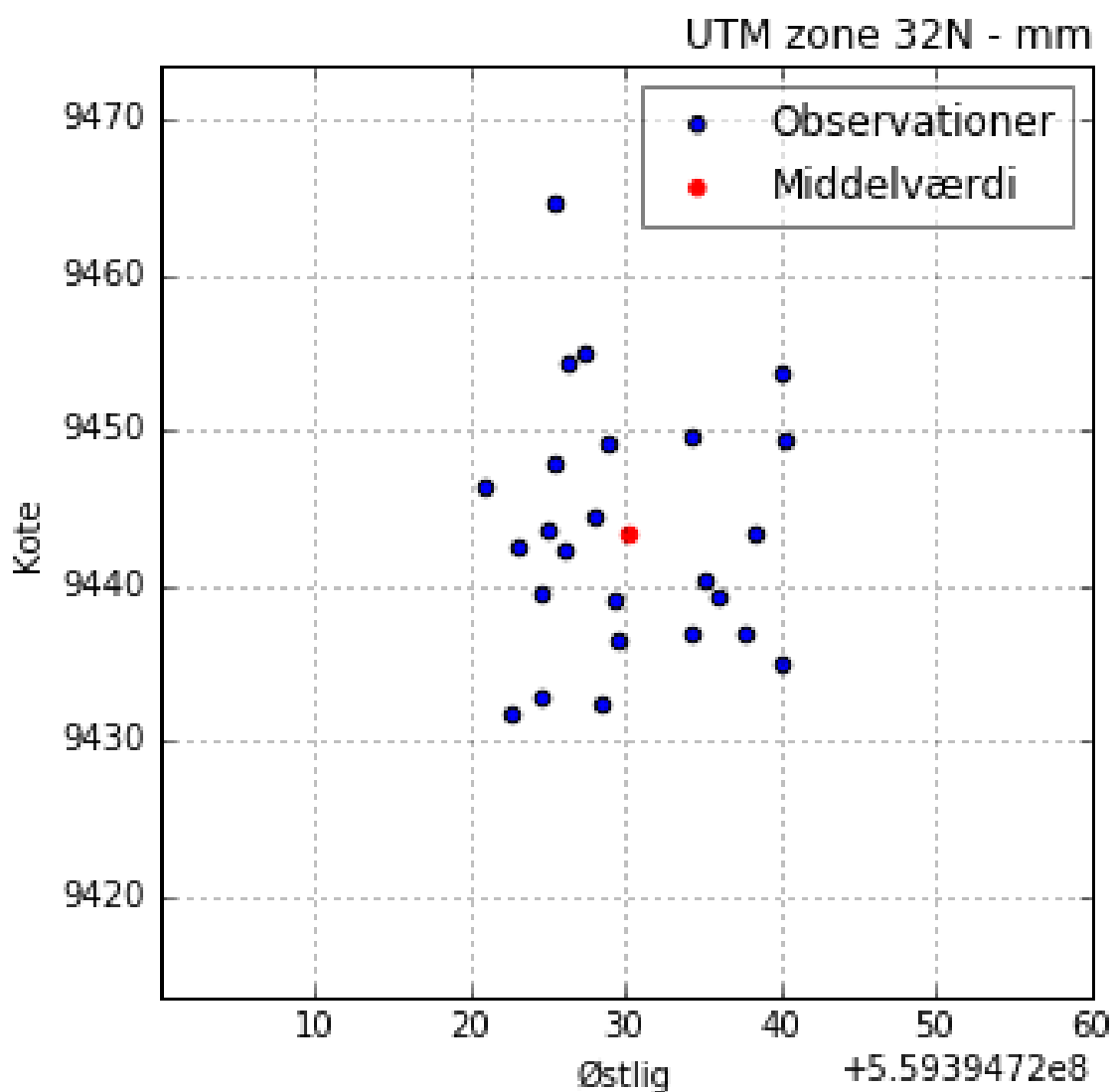
2.2.1 Traditionel bueskæring

I dette afsnit undersøges præcision ved traditionel bueskæring. Samtidig skal koordinaterne bruges som "sande" eller kendte koordinater ved beregning af relativ nøjagtighed i afsnit 2.2.2 og 2.2.3. Til analysen anvendes traditionelle observationer suppleret med afstandsmåling.

Daniel9 indeholder 50 observationer af henholdsvis e, n og h til beregning af 25 skæringer. Der er ikke grove fejl. I figurer 2.100 og 2.101 ses det at alle skæringer ligger pænt fordelt og indenfor få cm af middelværdien for alle skæringer i både plan og kote. Bemærk at koten er beregnet som middelværdien af H tilhørende de to observationer skæringer af beregnet på baggrund af.



Figur 2.100. Scatterplot af alle skæringer for E og N



Figur 2.101. Scatterplot af alle skæringer for E og H

I tabel 2.9 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet. I tabel 2.10 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet.

Tabel 2.9. Præcision: alle skæringer (meter)

σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
0.0061	0.0083	0.0073	0.0081

Tabel 2.10. Middelværdi: alle skæringer (meter)

$\bar{E}$	$\bar{N}$	$\bar{H}$
559394.7501	6319792.7650	9.4435

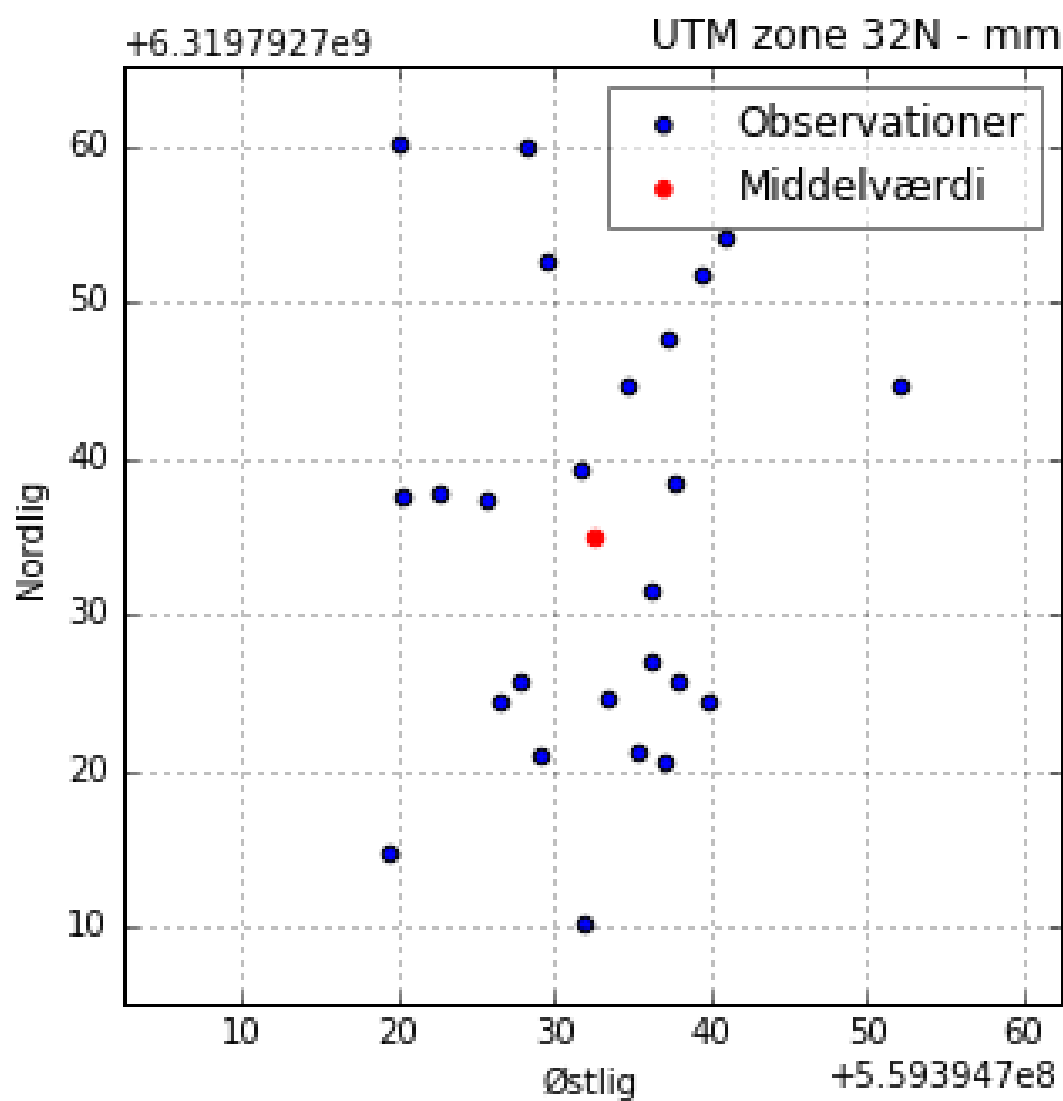
2.2.2 Bueskæring med skrå stok

I dette afsnit undersøges præcision og relativ nøjagtighed for punkter bestemt ved bueskæring for observationer med skrå stok på Campus. Dette undersøges for at kunne vurdere kvaliteten og anvendeligheden af metoden. Til analysen anvendes observationer med skrå stok såvel som traditionelle observationer.

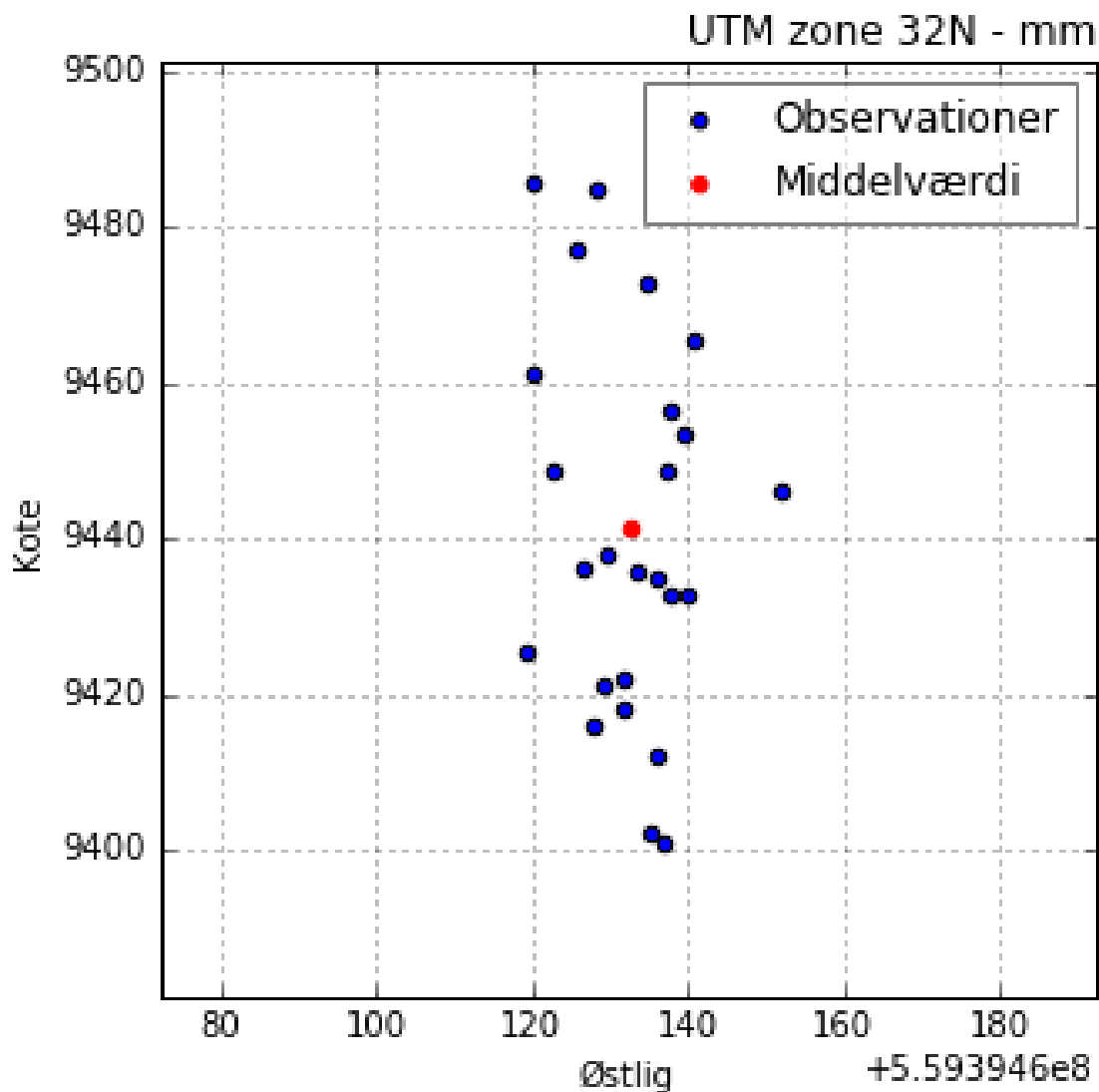
2.2.2.1 Præcision

I dette underafsnit undersøges præcision ved bueskæring med skrå stok på baggrund af observationerne i daniel11. Til analysen anvendes primært af skrå stok observationer, dog suppleret med traditionelle observationer.

Daniel11 indeholder 50 skrå stok observationer af henholdsvis e, n og h til beregning af 25 skæringer. Der er ikke grove fejl. I figurer 2.102 og 2.103 ses hvordan skæringerne er fordelt og i forhold til middelværdien for alle skæringer i både plan og kote. Bemærk at koten er ikke beregnet som skæring.



Figur 2.102. Scatterplot af alle skæringer for E og N



Figur 2.103. Scatterplot af alle skæringer for E og H

I tabel 2.11 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet.

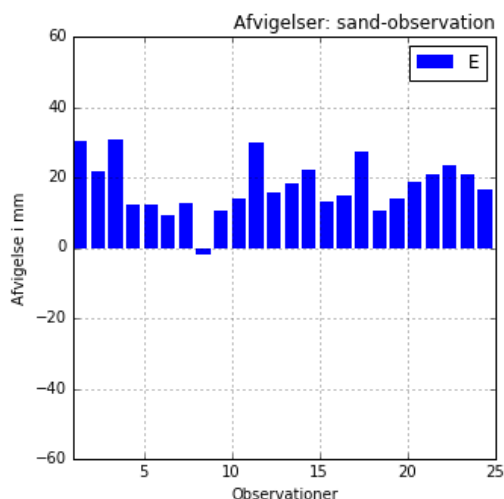
Tabel 2.11. Præcision: alle skæringer (meter)

σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
0.0077	0.0142	0.0114	0.0242

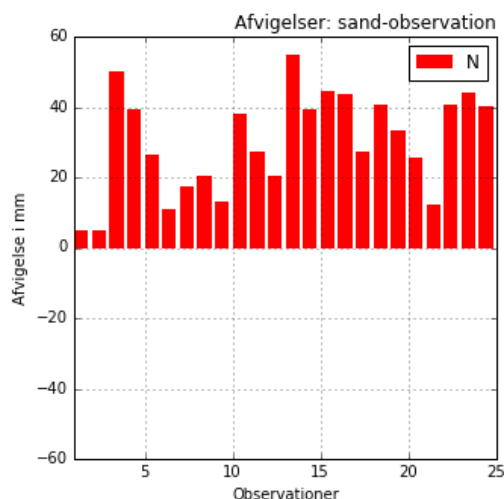
2.2.2.2 Relativ nøjagtighed

I dette underafsnit undersøges den relative præcision ved bueskæring med skrå stok på baggrund af observationerne i daniel11. Til analysen anvendes skrå stok observationer, middelværdierne i bruges som referencekoordinaterne.

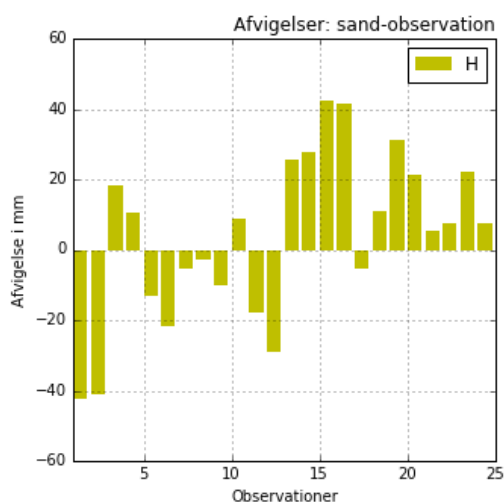
Daniel11 indeholder 50 skrå stok observationer af henholdsvis e, n og h til beregning af 25 skæringer. Der er ikke grove fejl. Histogrammerne i figurer 2.104 til 2.106 viser hvordan skæringerne er fordelt og i forhold til middelværdien for traditionelle bueskæringer som de fremgår af tabel 2.10. Bemærk at koten er ikke beregnet ved skæring.



Figur 2.104. Histogram over afvigelser for E



Figur 2.105. Histogram over afvigelser for N



Figur 2.106. Histogram over afvigelser for H

I tabel 2.12 ses spredninger for E, N, punkt og H beregnet på baggrund af hele datasættet og middelværdierne fra tabel 2.10.

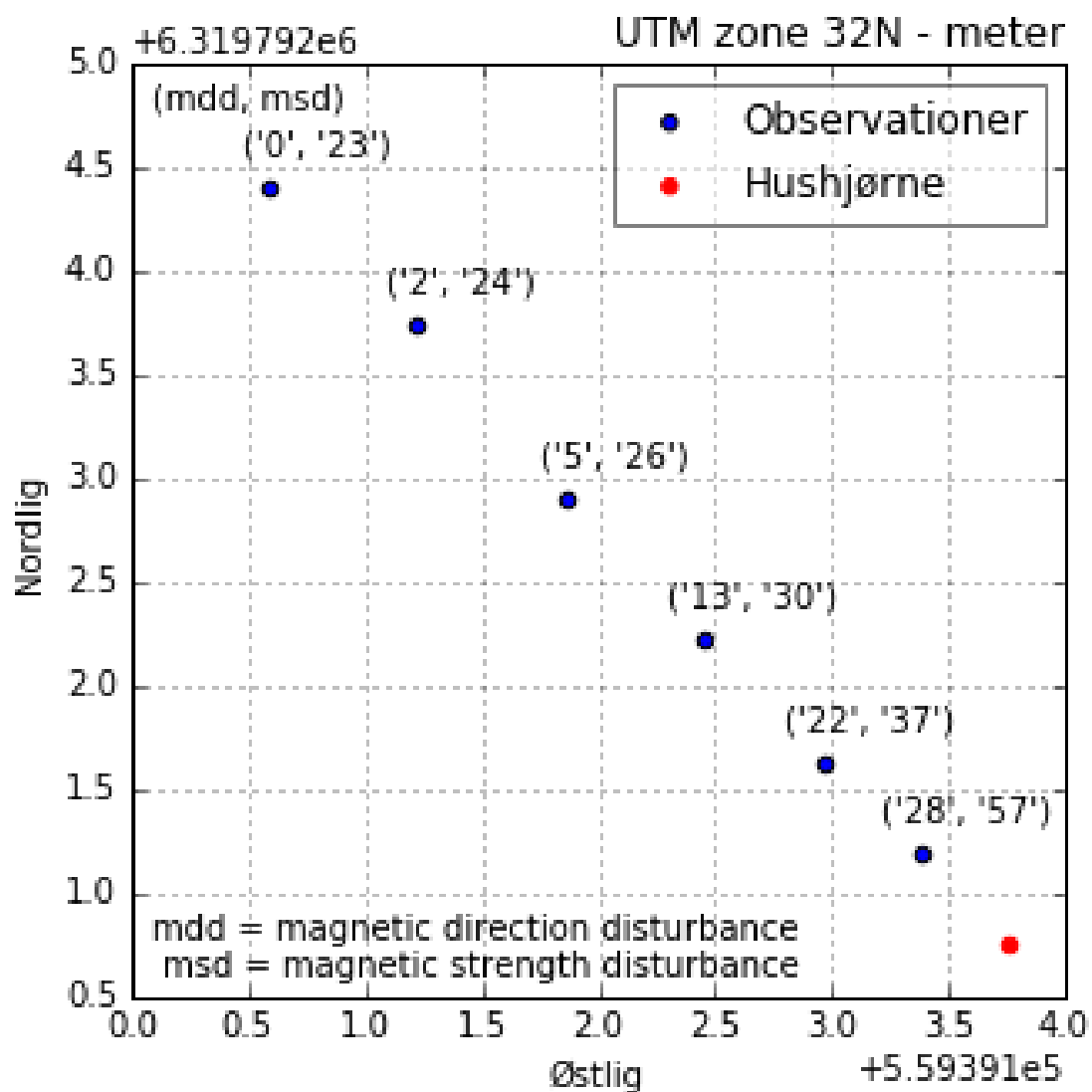
Tabel 2.12. Relativ nøjagtighed: alle skæringer (meter)

σ_E	σ_N	σ_H
0.0192	0.0330	0.0238

2.2.3 Hædningskompenseret

I dette underafsnit var det hensigten at undersøge præcision og relativ nøjagtighed af hædningskompenserede observationer på campus for at kunne vurdere kvaliteten af hædningskompenserede punkter. Det var imidlertid ikke muligt.

Det var ikke muligt at indmåle hushjørnet med hædningskompensering. Forsøg herpå resulterede i advarslen *“magnetic field disturbed”*, at observationen blev automatisk afbrudt og ingen data gemt. Med hædningskompensering slået til er det muligt at tage observationer med antennestokken i lod uanset magnetiske forstyrrelser; enheden har ikke brug for kompasretning, der skal ikke korrigeres når stokken er i lod. På den måde fås et sæt koordinater suppleret med oplysninger om magnetiske forstyrrelser, sådanne observationer er at finde i daniel10.



Figur 2.107. Scatterplot af E og N med magnetiske forstyrrelser.

I figur 2.107 ses et scatterplot af observationerne i daniel10. De er taget ved at gå et skridt væk fra hushjørnet for hver observation indtil afstanden mellem hushjørnet og et anden bygning pr øjemål var lige stor. Af .citep improving workflow. fremgår det at *“Magnetic disturbance”* skal have en værdi mellem 0-9 for at observationer er ok. Det er ikke specificeret om det gælder *strength, direction* eller begge. Det har ikke været muligt at finde andre kilder. Det vil altså sige at udstyret er for følsomt til at kunne bruges i tæt-lav bebyggelse.

Konklusion

Hvad af præcisionen ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod?

Præcisionen for alle autokorrigerede observationer på bar mark er:

Tabel 3.1. Præcision: alle observationer (meter)

σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
0.0076	0.0080	0.0079	0.0098

Det var ikke muligt at få autokorrigerede observationer af hushjørne ved tæt-lavbebyggelse.

Hvad er nøjagtigheden ved anvendelse af udstyr der autokorrigerer for en antennestok ude af lod i forhold til antennestok i lod?

Den relative nøjagtighed for alle autokorrigerede observationer på bar mark er:

Tabel 3.2. Relativ nøjagtighed: alle observationer (meter)

σ_E	σ_N	σ_H
0.0092	0.0098	0.0099

Det var ikke muligt at få autokorrigerede observationer af hushjørne ved tæt-lavbebyggelse.

Lever udstyr der autokorrigerer for antennestok ude af lod op til kravene i "Vejledning om RTK-tjenester"?

Ifølge tabel 3.2 lever udstyret op til kravene på ≈ 18 mm for E og N og ≤ 50 mm for H. Det er vigtigt at være opmærksom på at dette er på bar mark og relativt i forhold til traditionelle observationer med samme udstyr.

Findes der simple metoder eller udstyr der kan det samme? Afhænger af situationen kan traditionel bueskæring være at foretrække, der er ikke behov for en tidskrævende kalibrering og kan udføres til trods for magnetiske forstyrrelser. Ifølge tabeller 3.3 og 3.4 kan også

bueskæring med skrå stok konkurrere i nogle tilfælde. Det vurderes at der potentiale for forbedringer i disse spredninger. Forsøget er udført uden kendt afstand fra stokkespids til fase center og mindre nøjagtig hældningsbestemmelse. Med en viden om hvordan fase centeret

beregnes, hvordan der reduceres til antennens reference punkt til stokkens spids kan matematikken bag sandsynligvis forbedres, ligesom en akkurat hældningsbestemmelse sandsynligvis også vil forbedre resultatet.

Tabel 3.3. Præcision: skrå stok skæringer (meter)

Retning	σ_E	σ_N	σ_P	σ_H
V, N	0.0075	0.0094	0.0085	0.0107
N, Ø	0.0090	0.0072	0.0081	0.0117
Ø, S	0.0070	0.0065	0.0067	0.0099
S, V	0.0103	0.0068	0.0087	0.0097

Tabel 3.4. Relativ nøjagtighed: skrå stok skæringer (meter)

Retning	σ_E	σ_N	σ_H
V, N	0.0084	0.0113	0.0105
N, Ø	0.0241	0.0138	0.0116
Ø, S	0.0079	0.0086	0.0097
S, V	0.0111	0.0072	0.0095

Det vurderes at forsøget har potentiale. Det er ikke på samme måde følsomt som et kompas eller afhængig af MEMS. Det kunne laves meget simpelt ved at akkurat montere en libelle i en kendt zenithdistance fra stokken.



Litteratur

Aunsborg, C., Christensen, F. K., Schrøder, L. and Hvingel, L. T.: 2012, *ABC-modellen*, 01, Institut for Planlægning - Aalborg Universitet.

Cederholm, P. and Jensen, K.: 2006, *GPS måling af utilgængelige detailpunkter*.

Dueholm, K., Laurentzius, M. and Jensen, A. B.: 2005, *GPS*, 3 edn, Nyt Teknisk Forlag.

Eriksen, P. S. and Lauritzen, S. L.: 2004, *Teknisk Måling - statistik*, Institut for Matematiske Fag - Aalborg Universitet.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. and Wasle, E.: 2008, *GNSS*, 2 edn, SpringerWienNewYork.

Jensen, K.: 2011, *Landmåling i Teori og Praksis*, Institut for Samfundsudvikling og Planlægning - Aalborg Universitet.

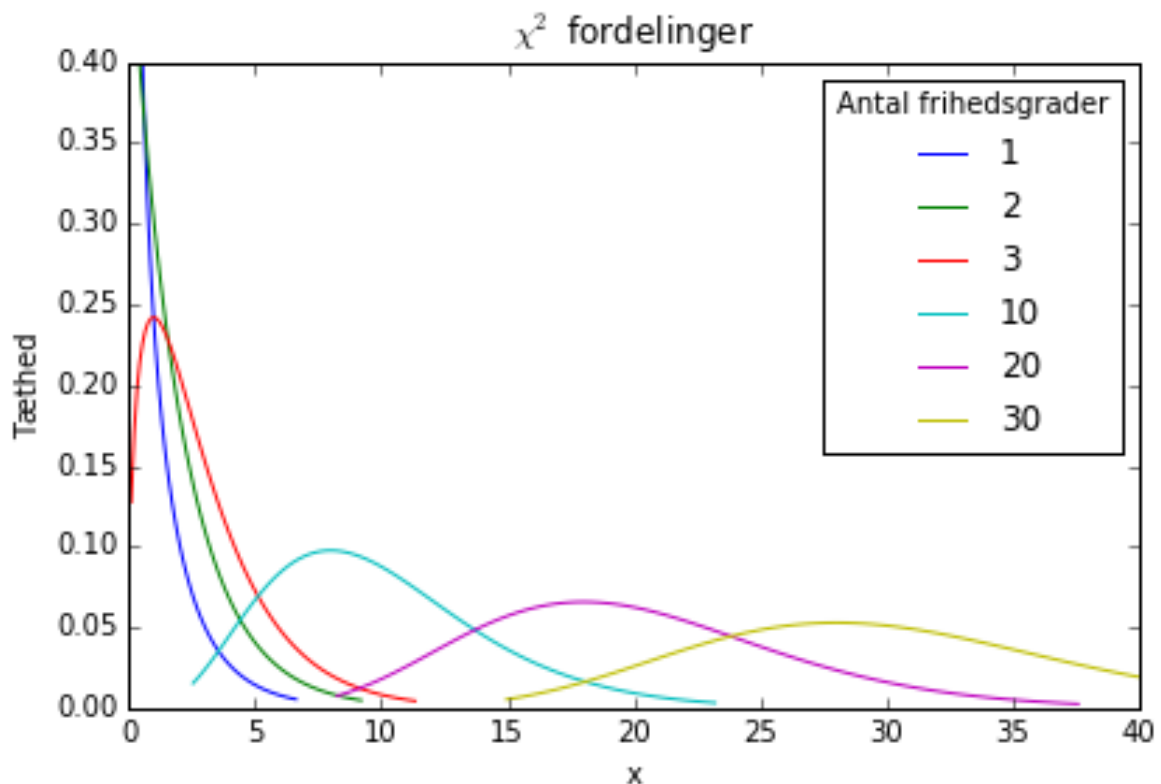
Miljøministeriet: 2008, *Vejledning om RTK-tjenester*.

Trimble R10 GNSS receiver: user guide: 2012.

Formler

A.1 Stikprøvestørrelse

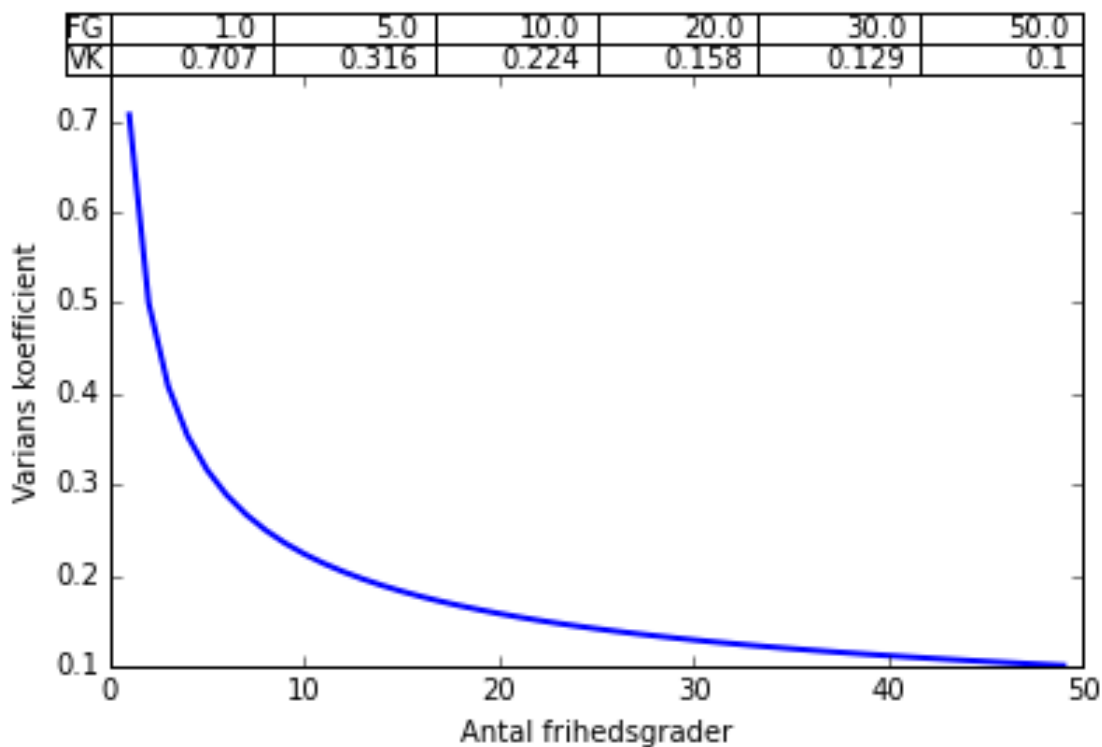
Dette afsnit er oprindeligt udarbejdet i en anden sammenhæng og en direkte kopi heraf. Ved mange overbestemmelser ligner fordelingen af estimatoren $\hat{\sigma}$ en normalfordeling. For χ^2 fordelingen gælder at, som antallet af frihedsgrader stiger des mere tilnærmes en normalfordeling; dette er illustreret i figur A.1.



Figur A.1. Illustration af χ^2 fordelingen ved udvalgte antal frihedsgrader. Egen illustration.

For χ^2 fordelingen gælder at middelværdien $E(Y) = d$ og variansen $Var(Y) = 2d$ hvor d er antallet af frihedsgrader. Variansen på variansestimater kan derfor bestemmes som $Var(\hat{\sigma}^2) = 2\sigma^4/d$. Da estimatoren er central gælder at $E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$, derfor er spredningen på variansestimater $Spr(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2\sqrt{2/d}$. Anvendes fejlforplantningsloven på $f(x) = \sqrt{x}$ med differentialkvotienten $f'(x) = 1/(2\sqrt{x})$ fås det at $Var(\hat{\sigma}) \approx \sigma^2/(2d)$. Da estimatet for spredningen $\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2}$ er spredningen på spredningen (spredningsestimatet) $Spr(\hat{\sigma}) \approx \sigma/\sqrt{2d}$. Ønskes den relative spredning (varianskoefficienten) deles spredningen på

spredningen med σ således at $Spr(\hat{\sigma})/\sigma \approx 1/\sqrt{(2d)}$. I figur A.2 er sammenhængen mellem den relative spredning og antallet af frihedsgrader illustreret.



Figur A.2. Øverst: tabel med frihedsgrader FG og tilhørende varianskoefficient VK. Nederst: plot af varianskoefficienten ved 0-50 frihedsgrader. Egen illustration.

A.2 Formler

Præcision Spredning for X ved n observationer:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{X_i}^2}{n-1}} \quad (\text{A.1})$$

hvor $\Delta_{X_i}^2$ er forskellen mellem middelværdien og den enkelte observation. X repræsenterer E, N eller H.

(Jensen, 2011, side 237).

Nøjagtighed Spredning for X ved n observationer:

$$\sigma_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{X_i}^2}{n}} \quad (\text{A.2})$$

hvor $\Delta_{X_i}^2$ er forskellen mellem den sande værdi og den enkelte observation. X repræsenterer E, N eller H.

(Jensen, 2011, side 237).

Punktspredning

$$\sigma_P = \frac{\sqrt{\sigma_E^2 + \sigma_N^2}}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.3})$$

(Jensen, 2011, side 174).

Målebog

34 Location _____ Date 14/3

Project / Client _____

d. 14/3

Antennehøjde m. tomme side 2 m

udstyr nr 16

Job: daniel 1 uden kompensator

E89 UTM 32 DUR 90

			12			
			8			
			4			
11	7	3	1	5	9	13
			2			
			6			
			10			

↓ N

Nummerstrategi: 5 cifre

punkt 1 første gang

01 001

Kompas N varierer fra gang til gang.

Figur B.1. Målebog for job 1.

13602 / 03 muligvis ikke ok

d. 16/3 udlør nr. 17

Job: daniel 2

Samme ~~ikke~~ som job 1
starter ved 01012

Figur B.2. Målebog for job 2.

Location _____

Date _____

37

Project / Client _____

d. 29/4 Hælningskompenseret.

Job: daniel 8 om 1 og 2.

10
6
2
13 9 5 1 3 7 11
4
8
12

↑
N
første fundet
Punkt 1
01001

Kalibrering ok

Boble i kant af libelle øje
ved 15°, ellers ingen obs.

Figur B.3. Målebog for job 8.

38

Location _____

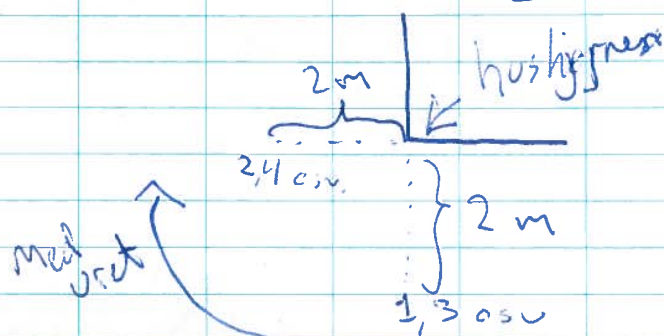
Date _____

Project / Client _____

29/4

Hushjørne

Job: Daniel 9 som forrige
Traditionel bueskeering

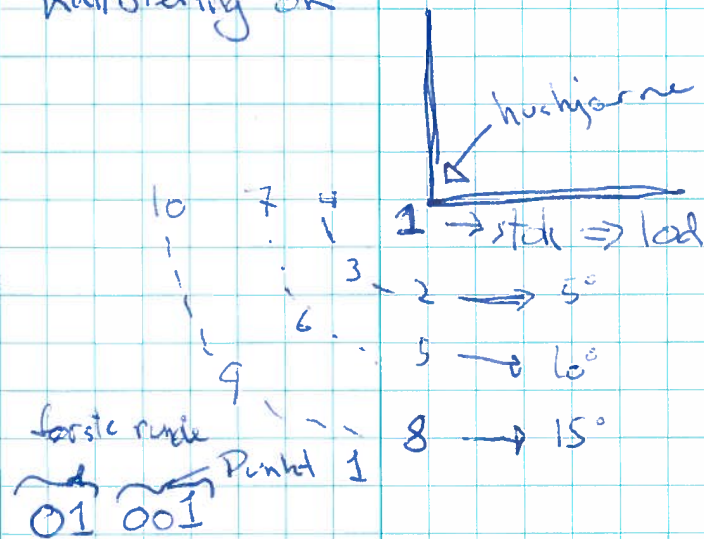


Figur B.4. Målebog for job 9.

29/4

Hushjørne

Job: daniel to som særlige
hældningskompenseret punkt.
Kalibrering ok



Kan ikke så måling,
magnetic field disturbered.

Lidt væk fra bygning kan
måles i lod med stor
magnetic disturbance test.

se punkt ^{MP} 33333333 - 33333339
hvor der tages et skridt væk fra
bygning mellem hvert punkt.

Figur B.5. Målebog for job 10.

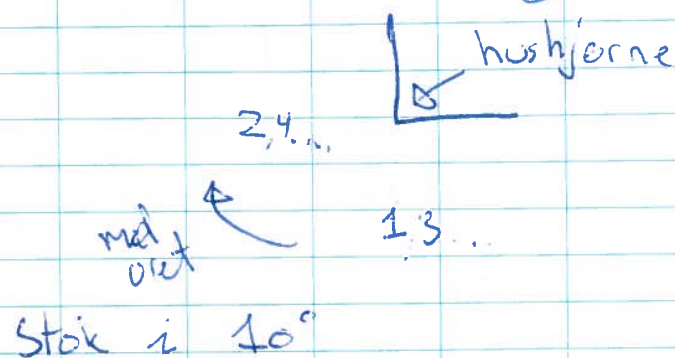
40

Location _____

Date _____

Project / Client _____

29/4 Hushjørne

Job: daniel 11 som færrige
skrå stole bueskæring

Figur B.6. Målebog for job 11.