

AALBORG UNIVERSITET

LANDINSPEKTØRUDANNELSEN, SURVEYING AND MAPPING

MASTERAFFHANDLING

Nøjagtighed af Leica Lasertracker AT402 og B-Probe

Forfatter:
Suran KHANI

Vejleder:
Karsten JENSEN

10-06-2015



AALBORG UNIVERSITET

Titel:

Nøjagtighed af Leica Lasertracker AT402 og B-Probe

Tema:

Masterafhandling

Projekt periode:

10^{ende} Semester projekt
Forår 2015

Forfatter:

Suran Khani

Vejleder:

Karsten Jensen

Oplagstal:3

Antal sider:33

Bilagsantal:30

Afsluttet 10-06-2015

Indholdet af dette projekt er frit tilgængelig for alle.

Resume/Abstract:

Dansk: Leicas B-Probe sammen med Lasertracker AT402, kan anvendes til at målte skjulte punkter. Dette projekt undersøger teorien for beregningen af et målt punkt med B-Proben, for derefter at udregne en teoretisk nøjagtighed, ved hjælp af fejlforplantningsloven. Den teoretiske nøjagtighed sammenlignes efterfølgende med en eksperimental nøjagtighed, defineret ved en række eksperimenter. Til sidst i projektet konkluderes der på projektet, på baggrund af resultaterne fra eksperimenterne og teorien.

English: Leica B-Probe with Lasertracker AT402, can be used for measuring hidden points. This project is defining the theory for the calculation of point with the B-Probe. Afterward the accuracy can be calculated with the help of law of error propagation. the theoretical accuracy will be compared to some experimental accuracy's. The last part of the project is concluding a part, based on the results calculated tin theory and with the experiments.

Forord

Dette projekt er udarbejdet på Landinspektørstudiet, Aalborg Universitet, Aalborg. Det er udarbejdet under 4. Semester på kandidatuddannelsen *SurveyingMapping*, under vejledning af Karsten Jensen. Igennem projektet forventes det, at læseren har en grundlæggende viden om f.eks. fejlteori og fotogrammetri, og projektet henvender sig derfor til alle, der har gennemgået bacheloruddannelsen på Landinspektørstudiet. Igennem projektet er der brugt en række programmer:

- MATLAB, et matematikprogram, som bruges til diverse udregninger.
- GeoGebra, et matematikprogram til beregninger vedr. trekanter, vinkler og arealer.
- Tracker Pilot, software tilhørende instrumentet AT402.
- TMK, er et program udarbejdet af Karsten Jensen.

Kildehenvisninger er skrevet med Chicago-metoden, som for bøger skrives (Forfatter, årstal, sidetal) og ved hjemmesider skrives (Hjemmesidens oprethaver, årstal). En samlet kildeliste vil være at finde bagerst i rapporten. Bilag vil til dels være vedlagt i papirformat sammensat med rapporten, samt på vedlagte CD. Der rettes tak til Peter Cederholm, for lån af scriptet numaf1.m, til beregning af partielt afledte. Der rettes ligeledes tak Hexagon i Göteborg, for lån af B-Probe og Lasertracker At402. Jens Juhl, Karsten Jensen skal også for at de hjalp med afhentning af instrument hos Hexagon. Anders Otte skal have en særlig tak for hjælp af opsætningen af forsøg.

INDHOLD

| | |
|--|-----------|
| 1 Indledning | 1 |
| 1.1 B-Probe og Lasertracker AT402 | 2 |
| 2 Problemformulering | 7 |
| 3 Projektmetode | 9 |
| 4 Teori | 11 |
| 4.1 Forventet nøjagtighed-Normaltilfælde | 14 |
| 5 Empiri | 17 |
| 5.1 Planlægning | 17 |
| 5.2 Dataindsamling | 19 |
| 5.3 Datavurdering | 25 |
| 6 Konklusion | 31 |
| 7 Perspektivering | 33 |
| A Appendiks | 35 |
| A.1 Indholdsfortegnelse | 35 |
| A.2 B-Probe specifikationer | 36 |
| A.3 Statistik | 37 |
| A.4 Mailkorrespondance - Per Uno Olsson | 38 |
| A.5 Forsøgsbord | 39 |
| A.6 Statisk vs Dynamisk B-Probe | 40 |
| A.7 Forskellige rotationsvinkler | 45 |
| A.8 Forskellige afstande | 58 |

| | |
|---------------------------|-----------|
| A.9 Nøjagtighed | 65 |
| Bibliography | 67 |

1. INDLEDNING

Punkter der ikke er direkte synlige, kan være komplicerede at opmåle. I visse tilfælde kan måleinstrumentet flyttes, såfremt det pågældende punkt er synligt, men nogen gange kan sådan en flytning være praktisk umulig. Ved brug af et almindeligt prisme, er det en forudsætning at prismestokken er i lodret position. Dette er for mange måleopgaver, ikke altid et krav der kan opfyldes. Dette gør sig især gældende i den metrologiske verden, hvor der oftest måles på objekter af kompleks karakter, bestående af flader, der ikke kan opmåles direkte. Til sådanne situationer kan der anvendes prober. Prober er udviklet til målinger af skjulte flader/punkter på et objekt, som ikke er direkte synlige for den pågældende måleinstrument. De kan dog anvendes til generelle opmålinger også.

En Probe består af flere punkter Q_i der er kendt i et lokalt koordinatsystem. De kendte punkter kan være arrangeret på en linje (2-3 punkter) eller jævnt fordelt (≥ 3 punkter) Q_i [Luhmann et al. (2013), s. 231]. På figur 1.1 ses to forskellige Prober produceret af Leica-



Figur 1.1: Eksempel på to forskellige Prober, begge udarbejdet af Leica. B-Probe (venstre) og T-Probe (højre)

ca. Tippen af de to Prober, eller offsetpunktet P kan ved hjælp af 3D koordinaterne til de resterende punkter på Proben, bestemmes indirekte. De kendte punkter Q_i kan være reflektorer eller selvlysende LED lys. Punktet P kan være kugle, som betyder at en korrektion er nødvendigt, som konsekvens af kuglens bredde. [Luhmann et al. (2013), s. 231] Begge Prober på figur 1.1 har ≥ 3 punkter, beliggende i hver deres lokale koordinatsystem. B-Proben er kompatibel sammen med Lasertracker AT402, hvor T-Proben er kompatibel sammen med Lasertracker AT960 [Geosystems (2014b), s. 1-2]. Lasertrackere anvender en direkte laserstråle til at bestemme en tre dimensional position af en reflektor. Positionen bestemmes ved hjælp en horisontalretning, en zenitdistance og en skrå afstand (EDM). Dermed bestemmes positionen ud fra samme metode, som i en moderne totalstation. Lasertracker har den egenskab, at de kan "følge"et target IRT (In Real Time). Dette foretages ved hjælp af

servo drivere¹ beliggende på rotations akserne, samt return-beam sensing. Dermed roteres instrumentet således den altid følger en given target, som dermed tillader en konstant og dynamisk måling. Leica tilbyder et udvidet system, hvor Lasertrackeren følger en Probe i 6 frihedsgrader. Reflektoren følges dermed i 3D af laserstrålen.

B-Proben har 12 LED punkter omkring reflektoren, hvis positioner er kendt i forhold til reflektoren i et lokalt koordinatsystem på B-Proben. De 12 LED target fotograferes ved hjælp af Lasertrackerens kamerasystem, påsat Lasertrackeren med kendt position i forhold til laserstrålen. Ved standard fotogrammetriske metoder, kan orienteringen mellem B-Proben og Lasertracker udregnes. [Luhamnn et al. (2013), s.244]. Det er for undertegnede interessant at undersøge nøjagtigheden af et målt punkt med en Probe. Det er især interessant, fordi orienteringen af en Probe bestemmes fotogrammetrisk ud fra et enkelt billede, hvor positionen bestemmes ved hjælp af Lasertrackers laserstråle.

1.1 B-Probe og Lasertracker AT402

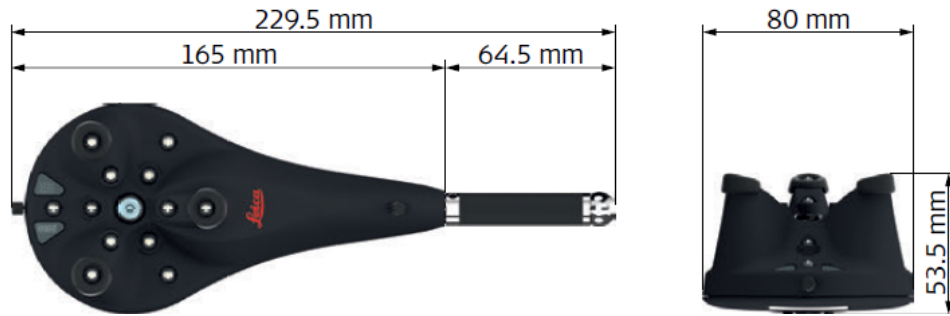
I dette afsnit præsenteres B-Proben sammen med Lasertrackeren AT402, med særlig vægt på B-Proben. B-Proben er som nævnt bestående af 12 LED punkter, samt en reflektor og et offsetpunkt P, se figur 1.2. Bemærk at LED punkterne er beliggende i to cirkulære ringe, set fra front. Orienteringen af B-Proben bestemmes på baggrund af seks LED punkter. Ved afstande under 5 meter, anvendes de LED punkter i den inderste ring, og de yderste anvendes ved afstande over 5 meter. Begrundelsen for at B-Proben har to grupper af LED punkter, er



Figur 1.2: Foto af B-Probe

sandsynligvis på grund af kameraets Field of View, som forklares i afsnit 1.1 på side 5, på figur 1.7 på side 6. Dimensionerne af B-Proben kan ses på figur 1.3 på næste side.

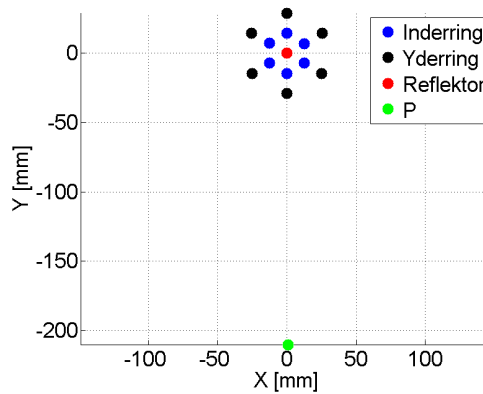
¹En server driver monitorerer et tilbagevendt signal, fra en servo mekanisme som kontinuert justerer for afvigelser.



Figur 1.3: Dimensioner af B-probe

Den sidste del af B-Proben, der har en dimension på 64.5 mm, kan udskiftes med andre dele, der enten har en anden længde eller hvor tippens størrelse er anderledes. I dette projekt er tippens størrelse på 6 mm i diameter².

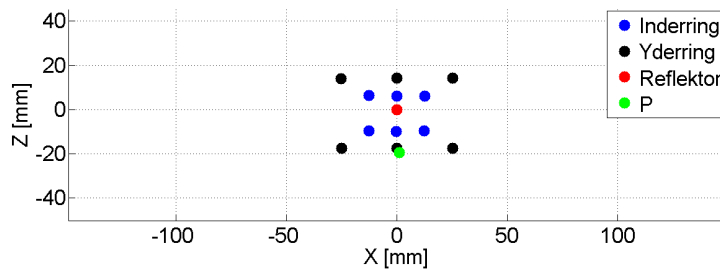
Geometrien mellem samtlige punkter på B-Proben inklusiv punktet P, kan ses på figur 1.4. Bemærk hvorledes punkterne (Udover P) er fordelt i to ringe, samt centrum (reflektor).



Figur 1.4: B-Probe lokale koordinater set fra siden (XZ)

Bemærk endvidere på figur 1.5 på næste side, at punkterne er ligeledes opdelt i planer langs Z -aksen. Det ses at de ligger i fire planer, hvor de LED punkter der er beliggende i den inderste plan langs XZ, er ligeledes den inderste plan langs Z.

²Denne tipstørrelse er passende for de punkter der skal måles senere i projektet.



Figur 1.5: B-Probe lokale koordinater set fra oven (XZ)

LED punkter beliggende i den yderste ring, er generelt spredt over et større område, end LED punkter beliggende i den inderste ring. Koordinaterne for LED punkterne, reflektoren og punktet P kan ses i tabel A.1 på side 36. Nøjagtigheden af et målt punkt med B-Proben, er jævn før specifikationerne for B-Proben 0.2 mm (MPE). B-proben kan anvendes under de angivne begrænsninger i tabel 1.1. Nøjagtigheden er ± 0.2 mm for et målt 3D punkt, samt ± 0.3 for en afstand mellem to punkter. Nøjagtigheden er angivet som MPE (maximum permissible error), der kan betegnes at være det samme som tre gange spredningen [Leica (2014), s. 7]. Den angivne nøjagtighed gælder for stabile miljømæssige indendørsforhold. De vinkler der er angivet i 1.1 er vinklen mellem Probe koordinatsystem og Lasertracker

| Type | Rækkevidde |
|------------------|-----------------|
| B-Probe | 2.5 - 10 m |
| Rotationsvinkler | Begrænsning |
| Pitch | $\pm 15^\circ$ |
| Yaw | $\pm 15^\circ$ |
| Roll | $\pm 360^\circ$ |

Tabel 1.1: B-Probe specifikationer. [Geosystems (2014c), s. 30]

koordinatsystem. Figur A.1 på side 36 viser hvilke begrænsninger B-Proben har i forhold til vinklerne. Det ses at B-Proben kan drejes 360 grader i Roll, da dette ikke ændrer på hvorvidt LED punkterne kan ses eller ej. Til gengæld forholder det sig anderledes, for de to resterende vinkler Pitch og Yaw. Når B-Proben drejes i Pitch, så kommer der et tidspunkt, hvor Lasertrackeren ikke længere kan se de nødvendige punkter. Det samme for Yaw, hvor punkterne ikke kan ses såfremt vinklen er stor nok. Leica har sat en begrænsning på $\pm 15^\circ$ i forhold til Yaw og Pitch.

Ud fra de begrænsninger som B-Proben har, kan det konkluderes at det ikke er alle skjulte punkter, som kan opmåles med B-Proben. Dette skyldes begrænsningen på Yaw og Pitch, da visse skjulte punkter ikke kan ses medmindre B-Proben drejes mere end tilladt.

Lasertracker AT402

Anvendelsen af Lasertrackere har stået på i mange år, hvor den de sidste to år, har domineret alt inspektionsarbejde indenfor store objekter, med stor nøjagtighedskrav. Leicas første Lasertracker, SMART 310 blev produceret for 20 år siden. Den var yderst nøjagtig ($\pm 10\mu m$), men var ikke portabel da den var for stor. [Geosystems (2010), s. 1] Leica har sidenhen produceret en række forskellige Lasertrackere, hvor Lasertrackeren AT402, er en af de nyere modeller, se figur 1.6.



Figur 1.6: Foto af Leica Lasertracker AT402, fra instrumentets manual

Lasertrackeren måler en horisontalretning (Hz), en zenitdistance (V) og en skrå afstand. Når B-Proben vælges som target, anvendes kamerasystemet i Lasertrackeren, til at tage et foto. Ud fra dette enkelt foto, bestemmes tre rotationer (ω, Φ, κ). Nøjagtigheden af de tre målinger fremgår i tabel 1.2. Nøjagtigheden af en målt retning er opgivet i specifikationerne

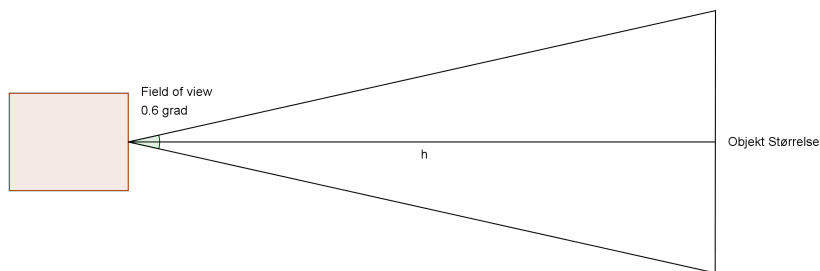
| | Hz (mgon) | V (mgon) | Sd (μm) |
|-----|-----------|----------|----------------|
| MPE | 0.45 | 0.45 | 10 |

Tabel 1.2: Nøjagtighed af en målt retning og skrå afstand med Lasertracker AT402

for instrumentet AT401, som ligeledes gælder for AT402 [Geosystems (2010), s. 3]. Det vides dog ikke om nøjagtigheden for vinklen, er for en eller to sats. Det antages at være for en sats. Nøjagtigheden af en målt afstand fremgår i brochuren for instrumentet AT402 [Geosystems (2014a), s. 15].

Oplysninger om kamerasystemet er begrænset, og fremgår ingen steder. Det noteres i manualen for lasertrackern at de respektive LED punkter på B-Proben opereres infrarødt. Der

fremgår dog ingen oplysninger om kameraet, i form af kamerakonstant, pixelstørrelse mv. Undertegnede har haft en mailkorrespondance med Per Uno Olsson, som er salgsmanager for Lasertrackers Hexagon Metrology i Sverige. Per oplyser (se bilag A.4 på side 38) at det er ATR (Automatic Target Recognition) der anvendes når B-Proben måles, og det er ligeledes ATR der anvendes når B-Proben følges af Lasertrackeren. ATR er en sensor der ved hjælp af en CMOS billedsensor, kan bestemme positionen af en reflektor. Funktionen anvendes samtidig til at orientere optikken i Lasertrackeren, såfremt den følger centrum af reflektoren. Lasertrackers anvendelse af to forskellige LED grupper, skyldes kameraets Field Of View, som er et udtryk for hvor store objekter kameraet kan ses afhængigt af afstanden. Lasertrackeren har en Field of View 0.6 grad, og kan ved en afstand på 10 meter, se et objekt af størrelsen $105 * 105$ mm. Begrundelsen for at Lasertrackeren anvender for-



Figur 1.7: Field of View for ATR

skellige LED punkter, er sandsynligvis at LED punkterne ikke kan ses af kameraet, hvis afstanden er for kort. De LED punkter der er beliggende i yderringen på B-Proben, kan ikke ses af kameraet ved en afstand ≤ 5 meter. Koordinatlisten for punkter på B-Proben kan ses på figur A.1 på side 36.

2. PROBLEMFORMULERING

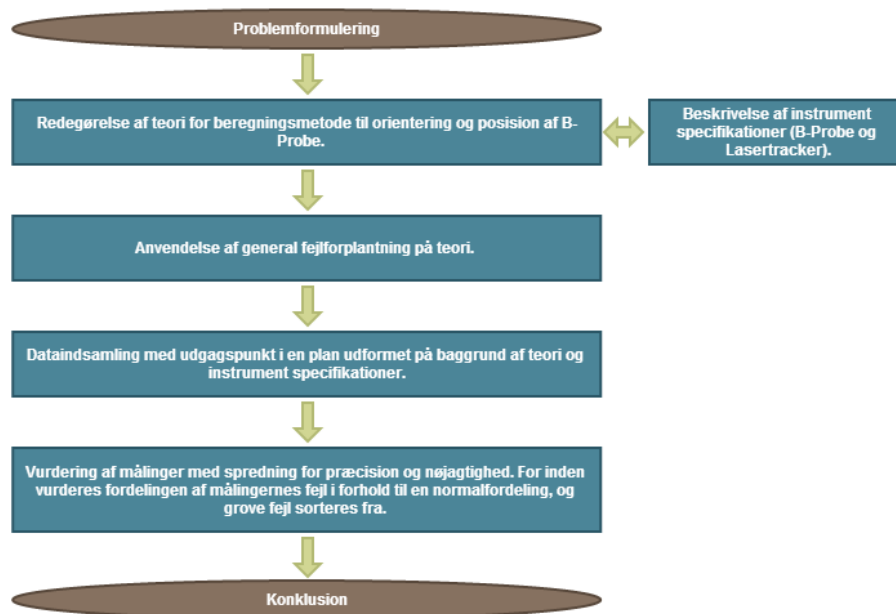
B-Proben kan sammen med Lasertrackeren AT402, anvendes til at måle skjulte punkter, som ikke er synlige for en given måleinstrument. Det er for undertegnede interessant at undersøge, hvor nøjagtigt et enkelt punkt kan måles, med B-proben og Lasertrackeren. Undersøgelsen skal bestå af en teoretisk beregning af nøjagtigheden, samt en faktisk nøjagtighed beregnet på grundlag af eksperimenter. Dette medfører nedenstående problemformulering for projektet:

Hvad er nøjagtigheden af et målt punkt med Lasertracker AT402, ved anvendelse af en B-Probe?

I følge Leica så er nøjagtigheden for et målt punkt med B-Proben identisk, under de forhold der er angivet i tabel 1.1 på side 4. Dette betyder at nøjagtigheden i følge Leica er lineær. Dette er interessant at undersøge i praksis, da Lasertrackerens vinklefejl, får større indflydelse såfremt afstanden øges. Dernæst spiller måleforholdet mellem det pågældende billede og B-Proben ligeledes ind på nøjagtigheden. Endeligt er det interessant at undersøge nøjagtigheden af B-Proben under en dynamisk og statisk tilstand. Den er designet til at være håndholdt, men hvor stor indflydelse har eventuelle rystelser i den pågældende observatørs hånd, er interessant at undersøge.

3. PROJEKTMETODE

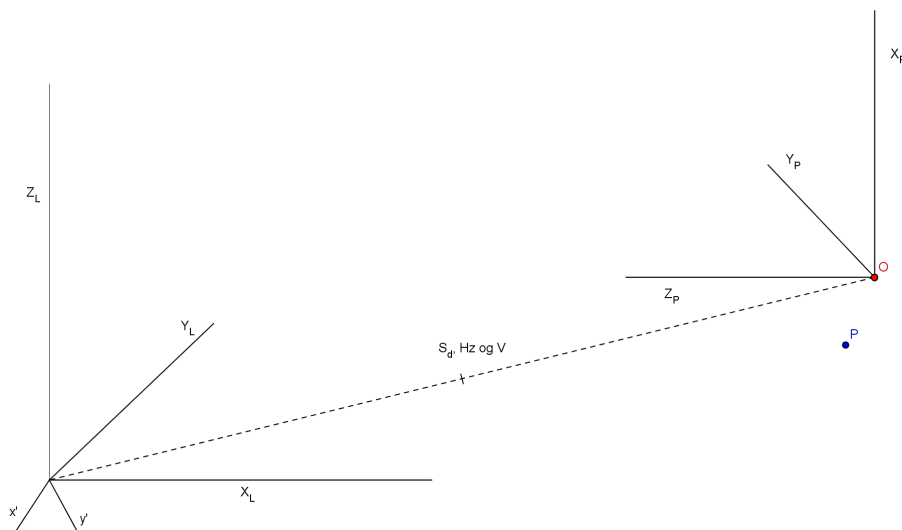
Inden nøjagtigheden af et målt punkt med B-Proben kan udregnes, er det nødvendigt at redegøre for teorien for den metode der anvendes. Det vides ikke præcist hvilken metode der anvendes med B-Proben, men ved T-proben (se figur 1.1 på side 1) bestemmes dens position af en horisontal retning, zenitdistance og en skrå afstand, og orienteringen bestemmes af enten stråleligningerne eller en Lineær transformation [Luhamnn et al. (2013), s. 263]. I dette projekt antages det at B-Probens orientering bestemmes ved hjælp af stråleligningerne. Teorien for stråleligningerne specifikt med hensyn til B-Proben redegøres, for derefter at udregne en forventet nøjagtighed. Den forventet nøjagtighed kan nu udregnes ved at anvende fejlforplantning på teorien. Da målingerne i forhold til orienteringen af B-proben er afhængige, anvendes den generelle fejlforplantning. Specifikationerne for B-Proben og Lasertrackeren skal ligeledes redegøres, da disse skal anvendes til at udregne den forventet nøjagtighed. Herefter formes der en plan med udgangspunkt i teori og instrument specifikationer, til indsamling af data med henblik på at udregne en eksperimentel spredning for nøjagtigheden. Såfremt fejlteorien kan anvendes, er det en forudsætning at målingernes fejl er normalfordelte. Derfor undersøges fejlenes fordeling i forhold til normalfordeling, og samtidig sorteres de for grove fejl. Endeligt konkluderes på projektet ved at besvare problemformuleringen.



Figur 3.1: Strukturdiagram for projektmetoden

4. TEORI

I dette kapitel stiftes der bekendtskab med teorien for beregningen af offset punktet P med B-Proben sammen med Lasertrackeren. Punktet P beregnes ved at transformere dets 3D koordinater fra B-Probens lokale koordinatsystem, til Lasertrackerens koordinatsystem. Transformationen foretages som bekendt, ved hjælp af tre flytninger og tre rotationer. Dermed afhænger nøjagtigheden af punktet P, af nøjagtigheden for de seks transformationsparametre. Teorien for, hvorledes de seks transformationsparametre mellem de to koordinatsystemer bestemmes redegøres. De tre flytninger bestemmes ved polærmåling, men de tre rotationer (orienteringen) bestemmes fotogrammetrisk, ud fra et enkelt billede. Det er ligeledes muligt at bestemme flytningerne fra et enkelt billede, men de bestemmes knap så godt i forhold til lasertrackern. Figur 4.1 viser en skitse der illustrerer forholdet mellem B-Probe koordinatsystem og Lasertracker koordinatsystem¹. Positionen af kameraets optagecenter i forhold til origo i Lasertrackern er ikke kendt, og fremgår ikke nogen steder. Det antages dermed at origo for kameraet og Lasertrackern er sammenfaldende. Dermed er det blot transformationen mellem B-Probe koordinatsystem og Lasertracker koordinatsystem, som teorien redegøres for. Teorien for hvorledes et enkelt billede kan anvendes til at bestemme



Figur 4.1: Illustration af B-Probe og Lasertracker koordinatsystem i forhold til hinanden.

transformationsparametrene, kan opdeles i to grupper: [Luhmann et al. (2013), s. 263]

1. Baseret på stråleligningerne
Denne metode kræver en linearisering af stråleligningerne, og dermed også foreløbige værdier for de ubekendte transformationsparametre.

¹Dette er ikke for normalt tilfælde. Det er skitseret såfremt tegningen bliver overskuelig

2. Baseret på projektforshold

Den mest populære beregningsmetode i denne gruppe er Direct Linear Transformation (DLT). Metoden kræver minimum fem XYZ referencepunkter, og giver samtidig en direkte løsning, uden brug af foreløbige værdier.

Det vides ikke med sikkerhed, hvilken metode der anvendes ved B-Proben. Det antages at være baseret på standard fotogrammetri og dermed stråleligningerne. Stråleligningerne er følgende: [Kraus (2007), s. 437]

$$\begin{aligned} x' - x'^0 &= -c \frac{(X - X_0)a_{11} + (Y - Y_0)a_{21} + (Z - Z_0)a_{31}}{(X - X_0)a_{13} + (Y - Y_0)a_{23} + (Z - Z_0)a_{33}}, \\ y' - y'^0 &= -c \frac{(X - X_0)a_{12} + (Y - Y_0)a_{22} + (Z - Z_0)a_{32}}{(X - X_0)a_{13} + (Y - Y_0)a_{23} + (Z - Z_0)a_{33}}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Ved hjælp af observationerne x' og y' kan den ydre orientering for et billede bestemmes. Ligning 4.1 udregner samtlige seks ubekendte i en 3D transformation mellem billedet og Lasertrackers koordinatsystem. De seks ubekendte skal efterfølgende anvendes til at transformere punktet P fra B-Probe koordinatsystem til Lasertracker koordinatsystem. De tre rotationer indgår i en rotationsmatrix, som er:

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Phi \cos \kappa & -\cos \Phi \sin \kappa & \sin \Phi \\ \cos \Phi \sin \kappa + \sin \omega \sin \Phi \cos \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \Phi \sin \kappa & -\sin \omega \cos \Phi \\ \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \Phi \cos \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \Phi \sin \kappa & \cos \omega \cos \Phi \end{bmatrix}$$

Kamerakonstanten behandles som en kendt værdi, og det gælder det samme for B-Probens kendte punkter. Dermed er det blot de tre flytninger og rotationer der er ubekendte. Den generelle matematiske model for løsningen af de seks ubekendte transformationsparametre fra et enkelt billede, ved hjælp af mindste kvadrats princip ser således ud: [Cederholm (2000), s. 22]

$$\hat{x} = (A^T C A)^{-1} A^T C b \quad (4.2)$$

hvor A og b er:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x'_1}{\partial \omega} & \frac{\partial x'_1}{\partial \Phi} & \frac{\partial x'_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial x'_1}{\partial X_0} & \frac{\partial x'_1}{\partial Y_0} & \frac{\partial x'_1}{\partial Z_0} \\ \frac{\partial y'_1}{\partial \omega} & \frac{\partial y'_1}{\partial \Phi} & \frac{\partial y'_1}{\partial \kappa} & \frac{\partial y'_1}{\partial X_0} & \frac{\partial y'_1}{\partial Y_0} & \frac{\partial y'_1}{\partial Z_0} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial x'_6}{\partial \omega} & \frac{\partial x'_6}{\partial \Phi} & \frac{\partial x'_6}{\partial \kappa} & \frac{\partial x'_6}{\partial X_0} & \frac{\partial x'_6}{\partial Y_0} & \frac{\partial x'_6}{\partial Z_0} \\ \frac{\partial y'_6}{\partial \omega} & \frac{\partial y'_6}{\partial \Phi} & \frac{\partial y'_6}{\partial \kappa} & \frac{\partial y'_6}{\partial X_0} & \frac{\partial y'_6}{\partial Y_0} & \frac{\partial y'_6}{\partial Z_0} \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} x'_1 - x'^0 \\ y'_1 - y'^0 \\ \cdot \\ \cdot \\ x'_6 - x'^0 \\ y'_6 - y'^0 \end{bmatrix}$$

C matrixen er den såkaldte vægtmatrix, som de respektive observationer skal vægtes med. Vægten som observationerne skal multipliceres med er: $1/\sigma_{b_i}^2$. Løsningen af de ubekendte jævn før 4.2 skal itereres, da mindste kvadrats løsning kun kan håndtere lineære funktioner. Det er blot de tre rotationer, som der vil arbejdes videre med, da flytningerne er bestemt med en højere nøjagtighed med Lasertrackern. Flytningerne er som nævnt et polært skud til punktet O (reflektoren). Varianserne til de ubekendte står på diagonalen i 4.3.

$$\sigma_{\omega, \Phi, \kappa, X_0, Y_0, Z_0}^2 = \text{diag}(A^T C A)^{-1} \quad (4.3)$$

Punktet P kan endeligt beregnes ved at transformere P fra B-Probens lokale koordinatsystem, til Lasertrackerns koordinatsystem, jævn før ligning 4.4.

$$\begin{bmatrix} X_{LP} \\ Y_{LP} \\ Z_{LP} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{dO} \sin V_O \sin Hz_O \\ S_{dO} \sin V_O \cos Hz_O \\ S_{dO} \cos V_O \end{bmatrix} - R^T D^T \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

R er:

$$R = R_1 R_2 R_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos V & -\sin V \\ 0 & \sin V & \cos V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos Hz & -\sin Hz & 0 \\ \sin Hz & \cos Hz & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos Hz & -\sin Hz & 0 \\ \cos V \sin Hz & \cos V \cos Hz & -\sin V \\ \sin V \sin Hz & \cos Hz & \cos V \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Ligning 4.4 beregner XYZ koordinater til punktet P i Lasertrackerns koordinatsystem, på baggrund af orienteringerne udregnet i 4.2 på modstående side, og flytningerne fra det polære skud fra Lasertrackern. Ved at benytte generel fejlforplantning på udtryk 4.4 kan nøjagtigheden for punktet P udregnes. Proceduren for anvendelse af fejlforplantning er således:

$$Kov_{XYZ} = JKovbJ^T \quad (4.7)$$

Hvor Kovb er en matrix indeholdende varianserne på diagonalen til observationerne i 4.4.

$$Kovb = \text{diag} [\sigma_{Hz}^2 \quad \sigma_{S_d}^2 \quad \sigma_V^2 \quad \sigma_\omega^2 \quad \sigma_\Phi^2 \quad \sigma_\kappa^2 \quad \sigma_{X_P}^2 \quad \sigma_{Y_P}^2 \quad \sigma_{Z_P}^2] \quad (4.8)$$

J er en Jacobimatrix indeholdende de partielt afledte af udtryk 4.4 i forhold observationerne.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial X'_L}{\partial Hz} & \frac{\partial X'_L}{\partial V} & \frac{\partial X'_L}{\partial S_d} & \frac{\partial X'_L}{\partial \omega} & \frac{\partial X'_L}{\partial \Phi} & \frac{\partial X'_L}{\partial \kappa} & \frac{\partial X'_L}{\partial X_P} & \frac{\partial X'_L}{\partial Y_P} & \frac{\partial X'_L}{\partial Z_P} \\ \frac{\partial Y'_L}{\partial Hz} & \frac{\partial Y'_L}{\partial V} & \frac{\partial Y'_L}{\partial S_d} & \frac{\partial Y'_L}{\partial \omega} & \frac{\partial Y'_L}{\partial \Phi} & \frac{\partial Y'_L}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y'_L}{\partial X_P} & \frac{\partial Y'_L}{\partial Y_P} & \frac{\partial Y'_L}{\partial Z_P} \\ \frac{\partial Z'_L}{\partial Hz} & \frac{\partial Z'_L}{\partial V} & \frac{\partial Z'_L}{\partial S_d} & \frac{\partial Z'_L}{\partial \omega} & \frac{\partial Z'_L}{\partial \Phi} & \frac{\partial Z'_L}{\partial \kappa} & \frac{\partial Z'_L}{\partial X_P} & \frac{\partial Z'_L}{\partial Y_P} & \frac{\partial Z'_L}{\partial Z_P} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Varianserne for de tre størrelser i det polære skud (Hz, V og Sd) kan findes i Lasertrackerns specifikationer, angivet i tabel 1.2 på side 5. Varianser vedrørende de tre rotationer (omega, phi og kappa) er udregnet ved hjælp af ligning 4.3 på forrige side. For punktet P i B-Probens koordinatsystem, antages spredningen at være lille, da disse sandsynligvis er fabrikeret meget præcist af producenten. Det antages at være bestemt med en nøjagtighed på $0.1 \mu m$. Det er nu muligt at beregne en forventet spredning for et målt punkt med B-Proben, ved at tage kvadratroden af diagonal elementerne af 4.7.

4.1 Forventet nøjagtighed-Normaltilfælde

Dette afsnit beregner en forventet nøjagtighed for et målt punkt P, under et normaltilfælde mellem Probe koordinatsystem og Lasertracker koordinatsystem, jævn før ligning 4.7 på foregående side. Inden den forventede nøjagtighed kan udregnes, skal varianserne for de ubekendte opstilles. Dernæst er det nødvendigt at kende geometrien mellem de to koordinatsystemer 4.7 på forrige side.

Varianserne for rotationerne udregnes jævn før 4.3 på side 12, som bl.a. afhænger af kamerateamet. For varianserne af det polære skud, anvendes instrumentets specifikationer, og endeligt sættes varianserne til de punkter i P-Probens koordinatsystem til $1\mu m$.

Før varianserne for rotationerne kan udregnes jævn før 4.3 på side 12, skal nøjagtigheden af et målt billedekoordinat kendes. Dernæst er det nødvendigt at generere en række billedekoordinater til B-Probens lokale koordinater. Disse genereres ud fra et normaltilfælde, hvor kamerakoordinatsystemet og B-Probe koordinatsystemet kun har målforholdet til forskel imellem hinanden. Målforholdet kan findes på følgende måde O.Brande-Lavridsen (1993):

$$M = \frac{1}{m} = \frac{c}{h} \quad (4.10)$$

Herefter kan billedekoordinaterne udregnes:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = M * \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Nøjagtigheden af rotationerne afhænger som nævnt, af nøjagtigheden af et målt billedekoordinat. Hvor godt et billedekoordinat er målt, afhænger af kameraets præstation (stabilitet og kalibrering), nøjagtigheden af metoden bagved billedeoprettelsen (billedkvalitet, måle algoritmer, og instrumentets nøjagtighed) og punktdefinitionen (identifikation af de punkter som skal måles) [Luhmann et al. (2013), s. 544]. Generelt for digitale kamerateamet, kan der opnås nøjagtigheder for billedekoordinater svarende til $0.2 - 1\mu$ ($1/50 - 1/10$ pixel). Ved anvendelse af en form for algoritme såfremt subpixeler kan anvendes, forøges nøjagtigheden til $1/100 - 5/100$ pixel [Luhmann et al. (2013), s. 544].

Chipstørrelsen og antallet af pixler i kameraet fremgår ingen steder. Dermed kan pixelstørrelsen ikke udregnes. Dette betyder at det er nødvendigt med en række antagelser, som kan justeres efterfølgende ved vurdering af den udregnet nøjagtighed for punktet P. Kameraet antages at være digitalt og nøjagtigheden for et målt billedekoordinat antages at ligge mellem $0.1\mu m - 1\mu m$. Kamerakonstanten er ligeledes ukendt, og denne justeres ligeledes.

Der udarbejdes to selvstændige test, hvor sigtelængden er henholdsvis 5 og 10 meter. Dermed anvendes forskellige LED punkter (Inder- og Ydering) afhængigt af sigtelængden.

I de to test antages kamerakonstanten at være 50 eller 100 mm, og spredningen på et målt billedekoordinat antages at være 0.1 eller $0.2\mu m$.

Resultaterne kan ses på tabel 4.1 på næste side. Det ses at nøjagtigheden for punktet P er identisk, uafhængigt af hvilke LED punkter der anvendes til at bestemme orienteringen af B-Proben. Dette skyldes geometrien mellem Lasertrackeren og de respektive LED punkter. Geometrien er nemlig den samme når sigtelængden forsøges, da LED punkter samtidig har en bedre geometri, fordi de er mere spredt.

| Afstand | C | $\sigma'_x = \sigma'_y$ | σ_{X_L} | σ_{Y_L} | σ_{Z_L} | MPE_{X_L} | MPE_{Y_L} | MPE_{Z_L} |
|---------|------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------|-------------|-------------|
| [m] | [mm] | [μm] | [mm] | | | [mm] | | |
| 5 | 50 | 0.1 | 0.064 | 0.107 | 0.034 | 0.194 | 0.322 | 0.104 |
| | 50 | 0.2 | 0.123 | 0.215 | 0.038 | 0.369 | 0.645 | 0.116 |
| | 100 | 0.1 | 0.038 | 0.053 | 0.033 | 0.114 | 0.161 | 0.101 |
| | 100 | 0.2 | 0.064 | 0.107 | 0.034 | 0.194 | 0.322 | 0.104 |
| 10 | 50 | 0.1 | 0.064 | 0.107 | 0.034 | 0.194 | 0.322 | 0.104 |
| | 50 | 0.2 | 0.123 | 0.215 | 0.038 | 0.369 | 0.645 | 0.116 |
| | 100 | 0.1 | 0.038 | 0.053 | 0.033 | 0.114 | 0.161 | 0.101 |
| | 100 | 0.2 | 0.064 | 0.107 | 0.034 | 0.194 | 0.322 | 0.104 |

Tabel 4.1: Tabellen viser resultater fra scriptet "spred P Probe". Nøjagtigheden for punktet P beregnes under forskellige scenarier.

Resultaterne på tabel 4.1 viser, at det angivne nøjagtighed af Leica, kan overholdes i et tilfælde. Det er hvor kamerakonstanten er 100mm og $\sigma_{x',y'}$ 0.1 μm . Bemærk at nøjagtigheden for Y -koordinaten er størst ved samtlige tilfælde, efterfulgt af X og Z. Det kan endvidere ses, at den forventet nøjagtighed er i dette tilfælde, bedre end det forventet. Dermed kan det indikere at et af de to parametre er anderledes. Kamerakonstanten antages at være større end de 100 mm, og nøjagtigheden af et målt billedekoordinat forventes at være bedre end 0.1 μm .

| C | $\sigma'_x = \sigma'_y$ | σ_{X_L} | σ_{Y_L} | σ_{Z_L} | MPE_{X_L} | MPE_{Y_L} | MPE_{Z_L} |
|------|-------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------|-------------|-------------|
| [mm] | [μm] | [mm] | | | [mm] | | |
| 160 | 0.2 | 0.044 | 0.068 | 0.033 | 0.132 | 0.204 | 0.101 |

Tabel 4.2: Tabellen viser resultater for nøjagtigheden af et punktet P, under de nye antagelser.

På baggrund af de nye antagelser, er der udregnet et nyt test, og resultaterne kan ses på tabel 4.2. Nøjagtigheden for punktet P, i tabel 4.2 antages at være det punktet P kan måles med, under et normaltilfælde mellem Lasertracker og B-Probe, ved en sigtelængde på enten 5 eller 10 meter. Kamerakonstanten er på 160 mm og spredningen for et målt billedekoordinat forventes at være 0.2 μm .

- σ_{X_L} siger noget om fejl på tværs af sigtet, horisontalt.
- σ_{Y_L} siger noget om fejl på langs af sigtet, horisontalt.
- σ_{Z_L} siger noget om fejl på tværs af sigtet, vertikalt.

5. EMPIRI

Dette kapitel skal på grundlag af eksperimenter udregne en nøjagtighed for et målt punkt, ved anvendelse af B-Probe sammen med Lasertracker AT402. Der udarbejdes en plan for eksperimenterne, med udgangspunkt i teori afsnittet samt instrumentets specifikationer. Planen giver endvidere begrundelse for valget af de respektive eksperimenter, samt en redegørelse for hvordan eksperimenterne udføres i praksis. Efter udførelsen af eksperimenterne, beskrives de anvendte værktøjer til de respektive eksperimenter. Samtidig redegøres der for eventuelle problemer, under eksperimenterne. Endeligt vurderes de indsamlede data fra eksperimenterne. Det er nødvendigt at undersøge målingernes fordeling, da det udregnede forventet nøjagtighed, tager udgangspunkt i at målingerne er normalfordelte. Dermed skal målingerne være normalfordelte, hvis det forventet nøjagtighed, skal stemme overens med eksperimenterne. Målingerne kontrolleres ligeledes for grove fejl, og ved en eventuel grov fejl, bortkastes denne. Kapitlet opdeles dermed i tre afsnit:

1. Planlægning
2. Dataindsamling
3. Datavurdering

Afsnittet planlægning, udarbejder en plan for eksperimenterne, hvor de respektive eksperimenter efterfølgende beskrives i afsnitte dataindsamling, med henblik på at redegøre for anvendte værktøjer, samt eventuelle problemer. Til sidst vurderes de indsamlede data.

5.1 Planlægning

I dette afsnit præsenteres en plan for de empiriske forsøg. Planen for de respektive eksperimenter formuleres med udgangspunkt i viden opbygget teori afsnittet, og specifikationerne for B-Probe og Lasertracker AT402.

I følge specifikationer, så kan der ved brug af B-Proben forventes en MPE på $0.2mm$ når der måles et enkelt punkt. Dernæst noteres det at nøjagtigheden er den samme, indenfor den rækkevidde som B-Proben kan arbejde med ($2.5 - 10m$). Dermed er nøjagtigheden for et målt punkt P, jævn før producenten konstant indenfor B-Probens rækkevidde.

Det er interessant at undersøge hvorvidt nøjagtigheden er konstant. Det er interessant da vinkelfejlen i Lasertrackern, får større indflydelse, i takt med at afstanden mellem B-Probe og Lasertracker forøges. Instrumentet har ligeledes en afstandsafhængig fejl, men denne er ubetydelig indenfor en afstand på 10 meter. Et andet aspekt er at B-Proben er designet til at være håndholdt, og kan umiddelbart anvendes uden nogen form for støtte. Hvorvidt nøjagtigheden af B-Proben er forskellig i forhold til en støttet B-probe, afhænger af integrationstid¹. Lasertrackern måler fem punkter i sekundet, hvor der beregnes en middelko-

¹Den tid det tager at bestemme positionen af et målt punkt. Det kan sammenlignes med den tid det tager for et kamera at optage et billede, fra der trykkes på knappe.

ordinat af de fem målinger. Efter de fem målinger beregner softwaren (Tracker Pilot) en spredning for middelkoordinaten. Hvis den overstiger den forventet nøjagtighed ($MPE/3$), vil observatøren blive informeret med en advarsel. Ud fra de beskrevne interesseområder, er det hermed interessant at undersøge nøjagtigheden af B-Proben under nedenstående forhold:

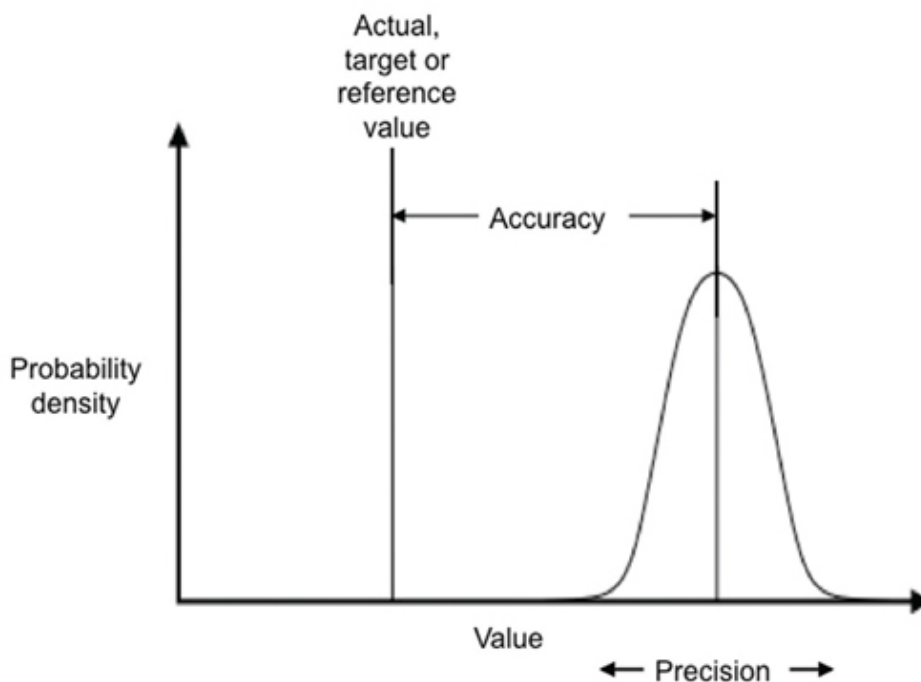
1. Præcision
 - (a) Dynamisk og statisk B-Probe
 - (b) Forskellige rotationsvinkler
 - (c) Forskellige afstande
2. Nøjagtighed
 - (a) Kendte punkter

Forsøg 1 skal undersøge præcisionen af B-Proben under en dynamisk og statisk tilstand. Forsøg 2 skal undersøge Præcisionen af B-Proben under forskellige rækkevidder i forhold til vinklen. Endeligt skal forsøg 3 undersøge præcisionen af B-Proben under en række forskellige afstande. Endeligt skal nøjagtigheden af B-Proben i forsøg 4, undersøges ved at måle en række kendte punkter fra flere opstillinger.

Nøjagtighed og præcision

Nøjagtighed kan betegnes som værende en overensstemmelse mellem en måling og reference. Nøjagtighedsbegrebet skal forstås som et kvalitativt term, frem for et kvantitativt term. Dermed kan nøjagtighed kun udregnes ved en sammenligning med en uafhængig, højere ordens reference [Luhmann et al. (2013), s. 554]. Præcision er derimod et udtryk for spredningen af statistiske målinger fra gentagne målinger af det samme punkt/objekt. Forskellen mellem nøjagtighed og præcision er illustreret i figur 5.1 på næste side. I dette projekt anvendes en karterings plade som reference. Karteringspladen består af en metalplade indeholdende 7×10 cirkulære huller med en indbyrdes afstand på 100mm . Hullerne i karteringspladen, betegnes fremadrettet i projektet som punkter på karteringspladen. Punktspredningen for et punkt på karteringspladen er 0.025 mm . Karteringspladen anvendes til udregning af Nøjagtighed, ved at måle de samme punkter på pladen, fra forskellige opstillinger.

Det er endvidere nødvendigt at forholde sig til antallet af frihedsgrader under målingerne. I dette projekt måles hver punkt med en overbestemmelse på 20. Begrundelsen for valget af minimum 20 målinger kan ses i figur A.3 på side 37.



Figur 5.1: Figuren viser forskellen mellem nøjagtighed og præcision. Det ses at et sæt målinger kan være meget præcise, men samtidig være unøjagtige.

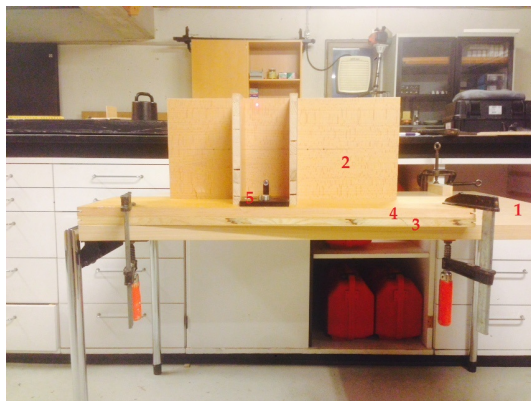
5.2 Dataindsamling

Dette afsnit redegør for den praktiske proces for udførelsen af de respektive forsøg. Det ønskes som nævnt at måle et enkelt punkt P under en række forskellige forhold, samt en række kendte punkter fra forskellige opstillinger. Til opmåling af et enkelt punkt anvendes et forsøgsbord, som er tilrettelagt i samarbejde med Anders Otte². Forsøgsbordets funktion er bl.a. er at skabe et stabilt enkelt punkt P, såfremt P er stillestående mellem de forskellige målinger. Dernæst har forsøgsbordet til formål at skabe et forhold, som kan anvendes til kontrol af B-Probens orientering i forhold til Lasertrackeren. Forsøgsbordet præsenteres generelt, hvor de anvendte værktøjer beskrives under de respektive forsøgsplaner. Der udarbejdes en skitse for hvert forsøg, som illustrerer måleplanen for de fire forskellige forsøgstyper (forsøg 1-4). Skitserne kan findes i appendiks mappen, under de respektive forsøg.

Forsøgsbord

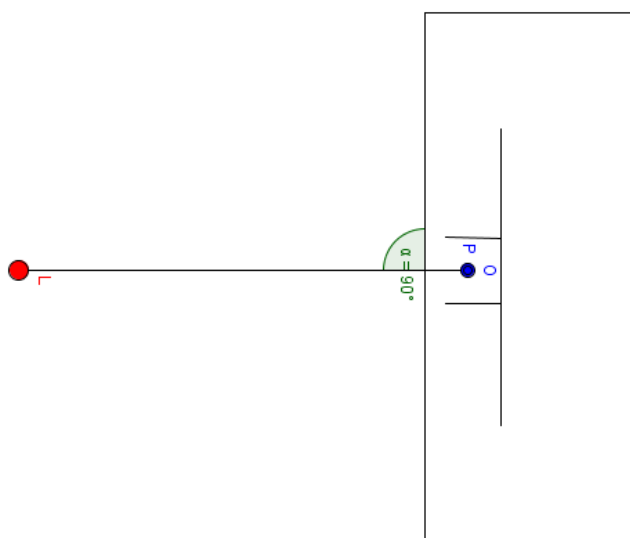
Det er nødvendigt med et forsøgsbord til forsøg 1-3. Bordets formål er at skabe et stabilt tilstand for punktet P, såfremt punktet er stillestående mellem målingerne. Dernæst anvendes bordet til at kontrollere orienteringen mellem B-Probe koordinatsystem og Lasertracker koordinatsystem. Forsøgsbordet kan ses på figur 5.2 på næste side. Forsøgsbordet består af i 5 selvstændige dele: Bord(1), Trækasse(2), to træplader(3 og 4) og en kalibreringsplade (5). Punktet P som skal opmåles, er beliggende på kalibreringspladen. Bordets stabilitet

²Medarbejder på fakultetet



Figur 5.2: Foto af forsøgsbord set fra Lasertrackeren

er sikret ved hjælp af en række skruetvinge og en jernbaneskinne³. Der anvendes i alt tre skruetvinge. Bordet er spændt fast på en fastgjort kommode ved hjælp af *en* skruetvinge, se figur A.3 på side 39. De sidste to skruetvinge anvendes til at fastspænde træpladerne til bordet. Til sidst anlægges jernbaneskinnen på bordet. Hermed er bordets stabilitet sikret, og det samme gælder for de to træplader oven på bordet. Trækassen er skruet fast på den øverste træplade, hvilket betyder at trækassen ligeledes er stabil. Endeligt er kalibreringspladens, og dermed punkt P's stabilitet ligeledes sikret, da kalibreringspladen er beliggende inde i trækassen. B-Probens rotationsvinkler kan styres ved hjælp af siderne på trækassen. Først anbringes B-Proben i normaltilfælde (rotationsvinkler er nul), ud fra følgende måde, som ses på figur 5.3 og figur 5.4 på modstående side. Når punktet P og O er beliggende som vist



Figur 5.3: Illustration af forsøgsbord i forhold til Lasertracker set oppefra. P er punktet der skal måles, hvor punktet O er reflektoren i B-Proben

på figur 5.3 og 5.4 på modstående side, hvor deres bredde og længderetning er identisk i forhold til Lasertrackern (L), vil B-Proben være i et normaltilfælde. Dermed er B-Probens rotationsvinkler nul.

³Jernbaneskinnen vejer ca. 20 kg



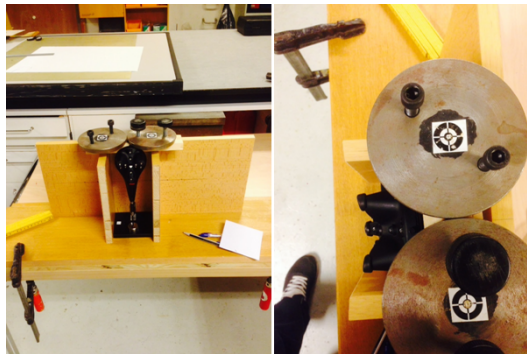
Figur 5.4: Illustration af forsøgsbord i forhold til Lasertracker set fra siden. *P* er punktet der skal måles, hvor punktet *O* er reflektoren i B-Proben

Statisk vs. dynamisk Probe

B-proben kan i princippet anvendes uden nogen form for støtte, under forudsætning af at observatøren kan holde Proben i relativt stabilt tilstand. Det er i teorien ikke muligt at for et menneske at holde et bestemt objekt i fuldstændigt stillestående tilstand. Hvor stor en fejl der kan opstå, afhænger af to ting: Hvor stabilt observatøren holder Proben, og hvor hurtigt instrumentet måler. Inden forsøget repræsenteres, beskrives selve opstillingen af forsøget, samt de tiltag der er gjort inden da.

Forsøg 1: Forarbejde

I dette forsøg undersøges præcisionen af et målt punkt, under en statisk og dynamisk tilstand. Det skal undersøges hvorledes præcisionen af et målt punkt påvirkes af eventuelle rystelser i observatørens hånd. Dette scenarie skal opstilles fra to forskellige afstande til Lasertrackeren: Under og over 5meter. Afstanden mellem Lasertracker og B-Probe defineres ved hjælp af en tommestok. Endeligt skal B-Proben være i normaltilfælde. På figur 5.5 ses



Figur 5.5: To foto som viser hvorledes B-Proben er støttet. Det ses ligeledes at B-Proben er i normaltilfælde

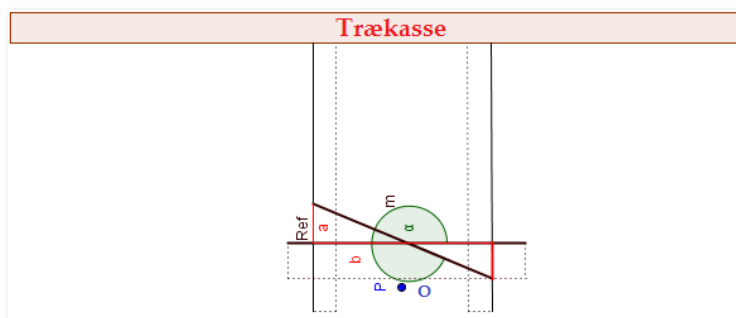
det at B-Proben er støttet af to cirkulære jernplader samt et træstykke. Jernpladernes funktion er at stabilisere træstykket, da B-Proben er lagt opad træstykket. B-Proben orienteres efterfølgende således, at punkt *O* er i lod med punkt *P*. Hermed er B-Proben i normaltilfælde. Forsøg 1 kan hermed påbegyndes, se figur A.6 på side 40.

Forskellige rotationsvinkler

B-Proben er udviklet med henblik på at måle skjulte punkter. Det er dog ikke alle punkter der kan opmåles, da B-Proben er begrænset af vinklen og afstanden i forhold til Laser Tracker. I dette forsøg undersøges nøjagtigheden af B-Proben under en række forskellige vinkler. Det skal undersøges hvorvidt nøjagtigheden påvirkes, når B-Proben er roteret i forhold til instrumentet. B-Proben har tre vinkler, hvor to af disse er begrænset til ± 15 . Her er det interessant at undersøge præcisionen af et målt punkt, under forskellige vinkler. Dette gælder for de to vinkler, som har en begrænsning (Pitch og Yaw).

Forsøg 2 - Yaw - Forarbejde

B-Probens rotationsvinkel Yaw, kan styres ved hjælp af trækassen samt det såkaldte træstykke. Figur 5.6 illustrerer hvorledes B-Probens vinkel yaw styres. Træstykket som anvendes til at støtte B-Proben, anvendes ligeledes til at kontrollere B-Probens vinkler. Træstykket lægges først således, at B-Proben er i normaltilfælde. Herefter afmærkes dette område, således linjen Ref dannes, som fungerer som reference. Linjen Ref, kan benyttes til at udregne en afstand som hver side af træstykket skal flyttes med, der er tilsvarende den vinkel som B-Proben skal roteres med. Afstanden kan betegnes som den modstående katete i en retvinklet trekant. Den modstående katete a , kan udregnes hvis mindst to variable fra den retvinklet trekant er kendt. I dette tilfælde er vinklen Yaw kendt, samt den hosliggende katete. Den hosliggende katete b , er afstanden mellem de to sideplader fra trækassen, som er målt med tommestok. Herefter kan a udregnes

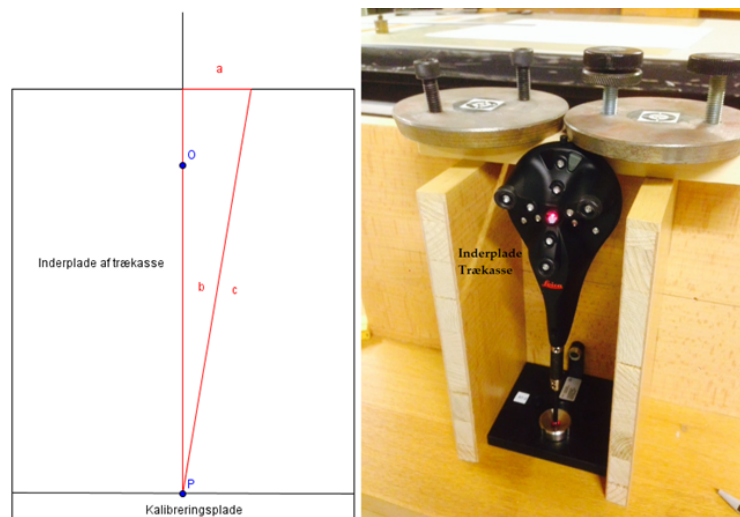


Figur 5.6: Illustration af hvorledes vinklen Yaw, er blevet bestemt i trækassen.

$$a = b * \tan(\Phi) \quad (5.1)$$

Forsøg 2 - Pitch - Forarbejde

B-Probens vinkel Pitch i forhold til Lasertrackern, styres ligeledes i trækassen. Denne gang skal trækassen ses fra siden, se figur 5.7. Denne gang anvendes de to indersider af trækassen,



Figur 5.7: Illustration af hvorledes vinklen Pitch, er blevet bestemt i trækassen.

samt træstykket. Der tages ligeledes udgangspunkt i en retvinklet trekant, hvor det igen er den modstående katete a , der skal bestemmes. Der er to kendte variable. Det ene er vinklen, som B-Proben skal roteres med, hvor den hosliggende katete b , er afstanden mellem punktet P og trækassens øverste plan. Forsøget kan nu påbegyndes, og der skal i alt indsamles 240 observationer. B-Proben skal i alt måles under seks forskellige vinkler ($\pm 5^\circ$, $\pm 10^\circ$, og $\pm 15^\circ$), 120 For Pitch og 120 for Yaw.

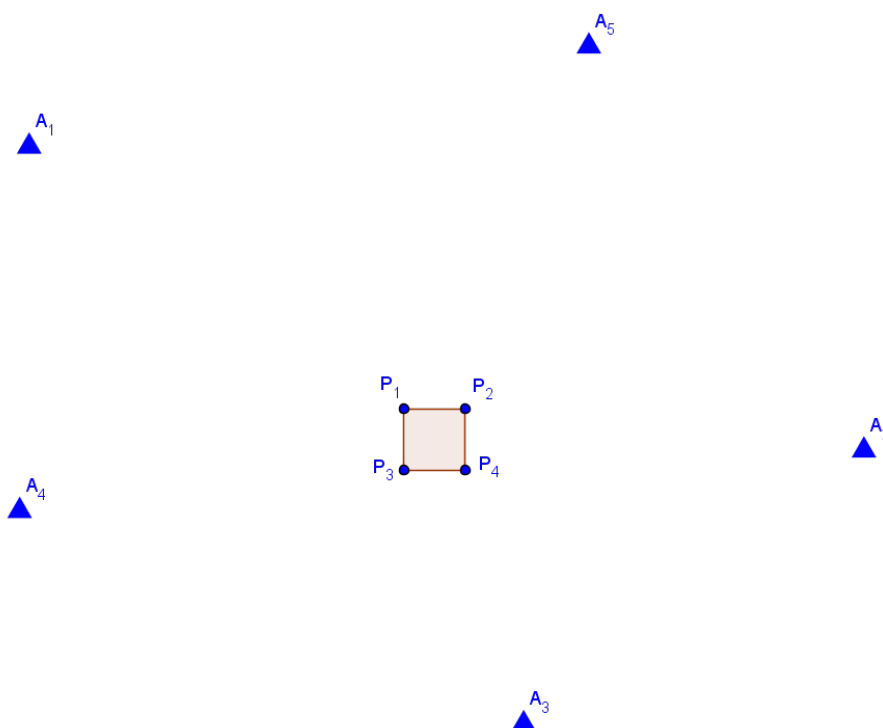
Forskellige afstande

I dette afsnit beskrives forsøg 3, som har til formål at undersøge præcisionen af et målt punkt, under en række forskellige afstande. Det er interessant, fordi Lasertrackeren anvender forskellige LED punkter, afhængigt af afstanden. Der har til dette forsøg ikke været noget specielt forarbejde, andet end afstanden mellem punktet P og Lasertracker, som blev bestemt ved hjælp af en tommestok. Det vælges at opmåle punktet P fra en afstand på 3, 4, 5, 6, 8 og 10 meter. Punktet P opmåles 20 gange for hver afstand. Dermed er antallet af observationer: 120. Lasertrackern anvender de seks inderste LED punkter (se figur 1.5 på side 4 og 1.4 på side 3), når afstanden er kortere end 5 meter, og de yderste LED punkter ved en afstand længere end 5 meter.

Nøjagtighed

I dette afsnit beskrives forsøg 4, som har til formål at undersøge nøjagtigheden af en målt afstand. Til dette formål anvendes fire punkter på karteringspladen, som opmåles fra forskellige stationer. De fire punkter er beliggende i en kvadrat, med en samlet areal på 1000mm^2 ,

da siderne er 100mm. De fire punkter fra karteringspladen kan ses på figur 5.8.
Punkterne benævnes referencepunkter. De vil blive opmålt under normalt tilfælde, hvilket



Figur 5.8: Illustration af forsøg 4. De fire referencepunkter ($P_1 - P_4$) opmåles fra fem forskellige opstillinger ($A_1 - A_5$).

betyder at det forsøges så vidt som muligt at orientere B-Proben således at dens rotationsvinkler er omtrent nul. Dernæst anvendes der i dette forsøg ingen støtte til B-Proben. Formålet med forsøget er hermed at undersøge nøjagtigheden af B-Proben under almindelige forhold, hvor B-Proben er håndholdt. På figur 5.8 ses det de fire referencepunkter opmåles fra i alt fem forskellige stationer. Dermed indsamles i alt 20 observationer (5×4). Nøjagtigheden kan herefter udregnes ud fra forskellige metoder. I Projektet er det valgt at anvende anblok. I anblok fastholdes *et* af stationerne, hvor de resterende fire stationer transformeres hen til, ved hjælp af en 2D + 1D transformation.

Anblok kræver som input, en observationsfil, en koordinatfil og A-priori spredninger for reference og modelkoordinater. Koordinatfilen indeholder 3D koordinater til referencepunkterne i dets eget lokale koordinatsystem. Observationsfilen indeholder observationer (polære målinger) til referencepunkter, fra de respektive stationer. Hermed kan der udregnes et sæt entydige koordinater til referencepunkterne, i det pågældende koordinatsystem som er fastholdt. Endelig udregnes nøjagtigheden, ved hjælp af a-priori spredningerne og spredningen på vægtenheden. Spredningen på vægtenheden indikerer hvorvidt målingerne er gået, i forhold til de opsatte a-priori spredninger. Spredning på vægtenheden er enhedsløs, hvor 1 indikerer at de opsatte a-priori spredninger er korrekt sat, og kan dermed anvendes til at vurdere nøjagtigheden. Er tallet lavere end 1, er der indikation på at der nøjagtigheden af målingerne er lavere end forventet, og bedre end forventet hvis tallet er højere end 1. [Cederholm (2000), s. 13]

5.3 Datavurdering

I dette afsnit vurderes de indsamlede data, beskrevet i det forhenværende afsnit 5.2 på side 19. De indsamlede data undersøges, med henblik på at vurdere hvorvidt deres fordelinger er normalfordelte. Dette foretages igennem et histogram sammenlagt med en normalfordelingskurve. Skalaen i den vandrette akse, er tilsvarende for alle figurer, hvor akse går fra -0.2 til 0.2 . Jævn før den nøjagtighed Leica har angivet, så burde ingen af målingerne overskride det interval, som den vandrette akse består af. Efterfølgende undersøges målingerne for grove fejl. Endelig udregnes en spredning for præcisionen af et målt enkelt punkt P. For forsøg 4 udregnes en nøjagtighed, igennem softwaren anblok i TMK⁴. Undersøgelserne af målingernes fordeling, samt lokalisering af grove fejl er vedlagt i appendiks.

Det var ikke muligt at definere akserne manuelt i Lasertrackeren. Dette betyder at akserne for de karakteristiske koordinater omregnet fra de rå observationer (sfæriske koordinater), ikke nødvendigvis følger horisontalaksen, vertikalaksen og sigtelinjen. Hermed er det ikke muligt at vurdere hvorvidt målingernes afvigelse skyldes instrumentets vinkelmåler eller afstandsmåler. Det er dog muligt at rotere de karakteristiske koordinater såfremt, de X-aksen følger horisontalplanen, Z-aksen vertikalplanen og endeligt Y-aksen afstandsmåleren. Denne rotation er kun muligt, hvis den horisontale retningsvinkel er kendt. Retningsvinklen kendes, da softwaren TrackerPilot kan eksportere målingerne både i karakteristiske og sfæriske koordinater. Herefter kan de nye karakteristiske koordinater udregnes ved at rotere X og Y om Z-aksen. Beregningen foretages i scriptet "roterXYZ.m"[se bilag/script]. Vinklen Hz beregnes som en middel af de n målte Hz retninger. Såfremt vinklen Hz er nær nul, vil forskellen mellem de to koordinatsæt være lille.

$$\begin{bmatrix} X_{rot} \\ Y_{rot} \\ Z_{rot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos Hz & -\sin Hz & 0 \\ \sin Hz & \cos Hz & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Efter rotationen jævn før 5.2, vil spredningerne have følgende egenskaber:

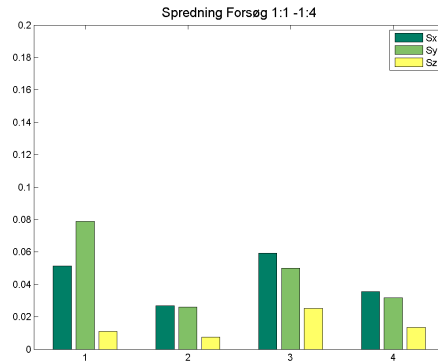
- σ_X siger noget om fejl på tværs af sigtet, horisontalt.
- σ_Y siger noget om fejl på langs af sigtet, horisontalt.
- σ_Z siger noget om fejl på tværs af sigtet, vertikalt.

Statisk vs Dynamisk B-Probe

Forsøget i dette afsnit har til formål at undersøge præcisionen af et målt punkt med B-Proben under en dynamisk og statisk tilstand. Punktet P er opmålt fire gange, under fire forskellige forhold:

- Forsøg 1 : 1 Dynamisk B-Probe under en afstand på 4 meter.
- Forsøg 1 : 2 Statisk B-Probe under en afstand på 4 meter.
- Forsøg 1 : 3 Dynamisk B-Probe under en afstand på 7 meter.
- Forsøg 1 : 4 Statisk B-Probe under en afstand på 7 meter.

⁴Landmålingsprogram udarbejdet af Karsten Jensen



Figur 5.9: Figuren viser et søjlediagram over de udregnet spredninger. Sammenhængen mellem søjlerne og de respektive forsøg er kronologisk. Dermed repræsenterer søjlegruppe X forsøg 1:X

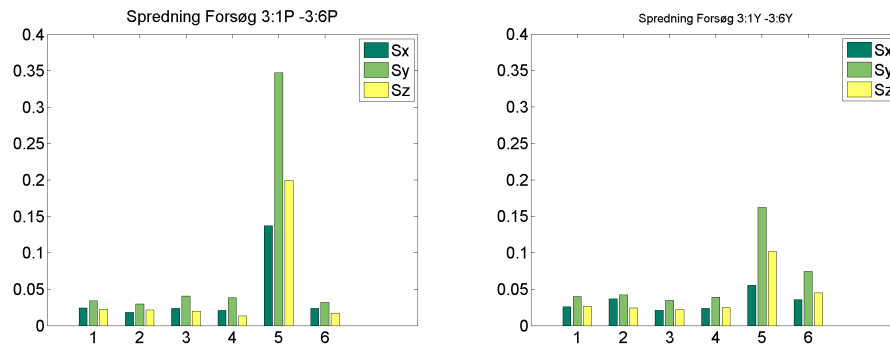
Der er ingen af målingerne der er behæftet med grove fejl, og alle målinger er samtidig normalfordelte, se figur A.6 på side 41 til og med figur A.6 på side 44. Hermed kan der udregnes en spredning for præcisionen af et målt punkt P. Spredninger kan ses i figur 5.9. Det ses at spredningen for punktet P er generelt højere, når B-Proben er håndholdt. Det gør sig både gældende under en afstand på 4 og 7 meter. Dette er naturligt, da rystelser i observatørens hånd har betydning for nøjagtigheden, da positionen af B-Proben ændres væsentligt. Ud fra resultaterne i figur 5.9 kan det endvidere ses at, fejlene i X, Y og Z er forskellig. Afvigelserne i Y og X akser er tæt på at være ens, på nær forsøg 1:1. Spredningen for Y-koordinaten er i forsøg 1:1 højere end det producenten har angivet, se tabel A.3 på side 41. Der er som nævnt ingen grove fejl i målingerne, og spredningen kan dermed anvendes. Forsøget har generelt vist, at præcisionen af et målt punkt P, har væsentlig lavere spredning, når B-Proben støttes. Dette viser sig i forskellen mellem spredningerne i de statiske og dynamiske forsøg. Forsøget har endvidere vist, at alle spredninger (på nær Y-koordinaten i forsøg 1:1), overholder nøjagtigheden på 0.2 mm. Men i dette forsøg, udregnes der en præcision, og denne burde være omtrent det halve af nøjagtigheden. For de forsøg, hvor B-Proben har været støttet, er spredningen for begge forsøg i alle tre koordinater, under det halve af 0.2 mm. Dette gælder derimod ikke for de forsøg, hvor B-Proben har været under en dynamisk tilstand. Ved forsøg 1:1 overskrider spredningen for Y -koordinaten 0.2 mm, og spredningen for X og Y -koordinaten overskrider ikke de 0.2 mm.

Forskellige rotationsvinkler

I dette afsnit vurderes målingerne fra forsøg 2. Forsøget har til formål at undersøge præcisionen af et målt punkt P, under følgende forhold:

- Forsøg 2:1P og 2:1Y +5° for Pitch og yaw
- Forsøg 2:2P og 2:2Y +10° for Pitch og yaw
- Forsøg 2:3P og 2:3Y +15° for Pitch og yaw
- Forsøg 2:4P og 2:4Y -5° for Pitch og yaw
- Forsøg 2:5P og 2:5Y -10° for Pitch og yaw

- Forsøg 2:6P og 2:6Y –15° for Pitch og yaw



Figur 5.10: Figuren til venstre viser spredninger for Pitch, og figuren til højre viser spredninger for Yaw. Søjlegrupperne har følgende sammenhæng med forsøgene: Søjlegruppe 1 = +5°, Søjlegruppe 2 = -5°...Søjlegruppe 5 = +15°, Søjlegruppe 6 = -15°.

Inden spredningen for præcisionen beregnes, er det nødvendigt at se på hvorvidt de indsamlet data indeholder grove fejl. Det er endvidere nødvendigt at undersøge målingernes fordeling, da disse skal være normalfordelte. Figur A.10 på side 46 til og med figur A.21 på side 57, viser at alle målingerne er normalfordelte. Det kan samtidig ses, at der er ingen af målingerne der er behæftet med grove fejl. Et enkelt måling under forsøg 2:3P (Pitch +15°), er der dog tæt på grovfejlsgrænsen. Dette gælder for en afvigelse i Y-koordinaten, men det er valgt at beholde den alligevel, da målingerne i dette forsøg generelt er meget spredt. Målingernes præcision vurderes i forhold det halve af 0.2 mm, da præcisionen forventes at være det halve af nøjagtigheden.

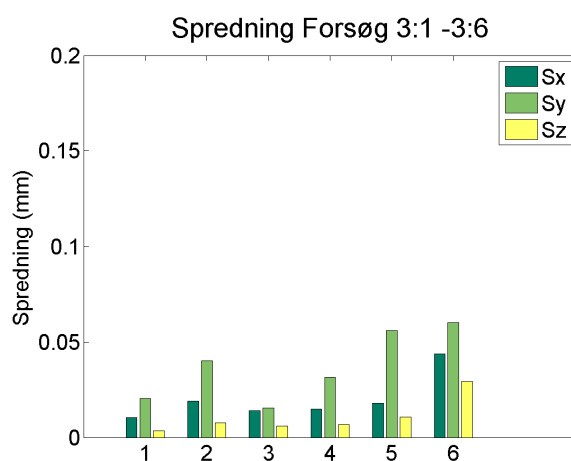
Figur 5.10 viser, at spredningen for samtlige koordinater (XYZ) i forsøg 2:3P overstiger den nøjagtighed angivet af producenten. Dette gør sig til gengæld ikke gældende i forsøg 2:6P, hvilket er den samme vinkel, men i den negative retning. Den store spredning kan dermed skyldes, opsætningsfejl af forsøget, som sandsynligvis har betydet at vinklen mellem B-Probe og Lasertracker i virkeligheden, er større end 15 grader. Det skyldes at linjen b, (se figur 5.7 på side 23 kan være sat forkert af. Dermed er forholdet mellem Lasertracker og B-probe til at begynde med, ikke et normalt tilfælde. Dermed er vinklen i virkeligheden større end $\pm 15^\circ$ i den positive retning og mindre i den negative retning. Spredninger for de to resterende vinkler ($\pm 5^\circ$ til $\pm 10^\circ$), overholder det forventet præcision, som er ca. det halve af nøjagtigheden, se tabel A.7 på side 46 til og med tabel A.12 på side 51.

Spredninger for punktet P under forskellige Yaw vinkler, kan ses på figur 5.10. Bemærk at spredningen for punktet P under en Yaw vinkel på $\pm 15^\circ$ er større end 0.2 mm. Dette gælder derimod ikke for de resterende delforsøg, hvor Yaw har været $\pm 5^\circ$ til og med $\pm 10^\circ$. Det kan forklares med, at vinklen på $\pm 15^\circ$ er den maksimale anvendelse for B-Proben, og et eventuelt opstillingsfejl af forsøget, kan have betydet at vinklen er større i virkeligheden. De resterende delforsøg, viser at spredningen for præcisionen er ca. det halve af producentens nøjagtighedsangivelse på 0.2 mm. Det kan ses på de udregnede MPE værdier i tabel A.13 på side 52 til og med tabel A.18 på side 57.

Forskellige afstande

Forsøget i dette afsnit har til formål at undersøge præcisionen af et målt punkt med B-Proben under forskellige afstande mellem B-Probe og Lasertracker. De forskellige delforsøg opdeles på følgende måde:

- Forsøg 3 : 1: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 3 meter.
- Forsøg 3 : 2: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 4 meter.
- Forsøg 3 : 3: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 5 meter.
- Forsøg 3 : 4: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 6 meter.
- Forsøg 3 : 5: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 8 meter.
- Forsøg 3 : 6: Afstand mellem Lasertracker og B-probe 10 meter.



Figur 5.11: Søjlediagram, som viser spredninger (S_x , S_y og S_z) for de seks forskellige forsøg. Søjlegrupperne følger forsøgene kronologisk. Dvs. Søjlegruppe 1 gælder for forsøg 3:1, Søjlegruppe 2 gælder for forsøg 3:2 osv.

De rå observationer for dette forsøg er mistet, hvilket betyder at det vides ikke hvorledes den horisontale plan er beliggende. Dermed har det ikke været muligt at rotere koordinaterne.

Der er ingen af målingerne der er behæftet med grove fejl, og alle målinger er samtidig normalfordelte, se figur A.23 på side 59 til og med figur A.28 på side 64.

MPE værdien for præcisionen af punktet P er for de første fire delforsøg ca. det halve af 0,2 mm. Til gengæld forholder dette sig anderledes, for de sidste to delforsøg, hvor afstanden mellem B-Probe og Lasertracker er henholdsvis 8 og 10 meter. MPE værdierne kan ses i tabel A.20 på side 59 til og med A.25 på side 64. 10 meter er som bekendt, den maksimale rækkevidde for B-Probens anvendelse. Spredningen for præcisionen burde jævn før teorien, være af samme størrelse uafhængigt af valget af typen af LED punkter (LED punkter beliggende i inder- eller yderringen). Dette forholder sig anderledes i praksis. Figur 5.11 viser at den laveste spredning for punktet P, er når afstanden mellem B-Probe og Lasertracker er 5 meter. Herefter stiger spredningen i takt med afstanden bliver mindre eller større end 5 meter.

Nøjagtighed

I dette afsnit vurderes nøjagtigheden af et målt punkt, ud fra de indsamlede data i forsøg 4. Der er som bekendt ingen referencepunkter eller dimensioner, som er bestemt med en højere nøjagtighed, end det B-Proben kan måle med. Derfor har det været nødvendigt at bestemme nogen punkter relativt godt, såfremt denne kan anvendes som reference til nøjagtighedsanalyse. I dette projekt opmåles de fire punkter på karteringspladen fra fem forskellige opstillinger, fordelt rundt om punkterne. Dermed opnås fem sæt koordinater til de fire punkter i fem forskellige koordinatsystemer. Hver sæt består af fire målinger (en måling pr punkt). Et af koordinatsystemerne fastholdes, for at transformere de resterende koordinater henover, ved hjælp af anblok-metoden udarbejdet i TMK. Herefter kan de respektive målingers nøjagtighed vurderes, ved at se nærmere på spredningen på vægtenheden, som er et udtryk hvorvidt målingernes nøjagtighed passer med forventningerne. Forventningerne defineres ved hjælp af A-priori spredninger for modelkoordinaterne (målingerne) og referencekoordinaterne (de fire punkter på karteringspladen). A-priori spredningerne kan ses på tabel 5.1. A-priori spredningen for modelkoordinaterne defineres ud fra B-Probens

| | A-priori spredning (mm) |
|----------------------|-------------------------|
| Modelkoordinater | 0.05 |
| Referencekoordinater | 0.025 |

Tabel 5.1: A-priori spredninger for reference- og modelkoordinater.

nøjagtighed angivet af producenten. Nøjagtigheden for et 3D punkt er jævn producenten 0.2 mm (MPE). Denne skal divideres med tre, såfremt en spredningen kan defineres. Spredningen er dermed 0.6 mm. Denne sættes i første omgang til 0.05 mm, da det antages at producenten med vilje har sat den højere end normal. For referencekoordinater, oplyses det at punkter på karteringspladen har en punktspredning på 0.25 mm. Anblok kræver om input A-priori spredninger for punkter i planet og punkter i kote, hver for sig. Det antages at nøjagtigheden for et målt X,Y eller Z koordinater er identisk, og nøjagtigheden for alle tre koordinatyper kan dermed sættes til 0.05 mm. Spredningen på vægtenheden beregnes til at være 0.86 (se Bilag/anblok/dokumentationsfil), hvilket indikerer at målingernes nøjagtighed er bedre end forventet, da den er lavere end 1. Dette forsøg er som beskrevet i afsnit 5.2 på side 23, foretaget imens B-Proben er håndholdt og det forsøges så vidt som muligt at orientere B-Proben såfremt den står i normalforhold. Dermed minder dette forsøg, om en typisk opmålingsopgave i virkeligheden. Alle residualer er normalfordelte, og der er ingen grove fejl, se figur A.30 på side 66.

Det kan nu konkluderes at spredningen for nøjagtigheden af et målt punkt med B-Proben er ca. 0.05 mm, hvilket er lidt lavere end 0.06 mm, som er det producenten har opgivet.

6. KONKLUSION

Dette afsnits formål er at opsamle de enkelte vurderingsafsnit, og konkludere på målingernes nøjagtighed og præcision. Præcisionen af målingen af et enkelt punkt, blev undersøgt i forsøg 1-3. Forventningen til præcisionen er lavere end det angivne nøjagtighed på 0.2 mm. Systematiske fejl indgår nemlig ikke i beregningen af præcision, da målingernes fejl beregnes i forhold til middelværdien af målingerne. Hvor store de systematiske fejl er, vides ikke med sikkerhed. I specifikationerne for Lasertrackeren, er der opgivet en nøjagtighed og en præcision for en målt retning og afstand. Her skriver Leica at nøjagtigheden forventes at være det dobbelte af præcisionen.

De beregnede spredninger for præcisionen i forsøg 1 til og med 3, viser for mange af forsøgene at præcisionen er ca. det halve af 0.2 mm i MPE. Dette gælder ikke for følgende forsøg:

- Dynamisk B-Probe
- B-Probe vinkel Pitch og Yaw $\pm 15^\circ$
- B-Probe 10 meter

Når B-Proben var håndholdt og dermed under en dynamisk tilstand, er spredningen for præcisionen for høj. Dette gælder i forhold til 0.2 mm, som altså er en MPE for nøjagtighed. Dette gælder derimod ikke for præcisionen, når B-Proben er støttet. Her ses det at MPE værdien for de målte XYZ koordinater, alle er ca. 0.10 mm, og dermed halvdelen af 0.2 mm. Dette indikerer at B-Proben i dette forsøg, under en dynamisk tilstand, har en større spredning det det angivne 0.2 mm af producenten. For forsøg 2, ligesom beskrevet tidligere under de respektive vurderingsafsnit, så skyldes de store fejl sandsynligvis vinklen $\pm 15^\circ$, som er det maksimale rækkevidde for B-Probens anvendelse. Samtidig kan der være fejl i opsætningen af forsøget, hvilket muligvis har betydet at vinklerne i virkeligheden er større end $\pm 15^\circ$. For forsøg 3 viste det sig, at afstanden mellem B-Probe og Lasertracker havde betydning for præcisionen og den er ikke lineær, som Leica har angivet. For de sidste to delforsøg, 8 og 10 meter, er spredningen for præcisionen tæt på 0.2 mm. Ved at tage hensyn til systematiske fejl, så burde præcisionen være ca. halvdelen af 0.2. Det ses nemlig for de resterende afstande (3,4,5 og 6 meter), at præcisionen er ca. 0.1 mm i MPE. Resultaterne indikerer dermed at resultaterne er fore store ved grænsen af B-Probens anvendelse. Det gælder både for afstanden og vinklen.

7. PERSPEKTIVERING

Dette afsnits formål er at perspektivere over projektet som helhed. I dette projekt undersøges nøjagtigheden af et instrument, sammen med en Probe produceret af Leica. Der udregnes en teoretisk og empirisk nøjagtighed. I teorien har det været nødvendigt at kende en række parametre, hvilket ikke har været tilfældet, da informationerne omkring kameran systemet har været begrænset. Der tages udgangspunkt i en række scenarier, som testes i forhold til Leicas nøjagtighedsangivelse. Dette betyder at de angivne parametre vedr. kameraet kan være anderledes i virkeligheden. Efterfølgende testes B-Probens og Lasertrackerens nøjagtighed, på grundlag en række tests. Forholdene til udarbejdelse af de respektive forsøg har været sparsommelige, da undertegnede ikke havde adgang til et egentligt laboratorium. Dette har vist sig at være problematisk ved de forsøg, der vedrører vinklerne af B-proben. Resultaterne indikerer at vinklerne kan være sat forkert af. Dette skyldes sandsynligvis opstillingen af forsøgsbordet, som skal danne et normalt tilfælde mellem Lasertracker koordinatsystem og B-Probe koordinatsystem. Dermed flyttes Proben en bestemt vinkel i forhold til det såkaldte normalt tilfælde, men vinklen kan i virkeligheden være større eller mindre.

A. APPENDIKS

A.1 Indholdsfortegnelse

| Nr | Titel | Type |
|----|------------------------------|-----------|
| 1 | B-Probe specifikationer | Appendiks |
| 2 | Statistik | Appendiks |
| 3 | Mailkorrespondance | Appendiks |
| 4 | Forsøgsbord | Appendiks |
| 5 | Statisk vs dynamisk B-Probe | Appendiks |
| 6 | Forskellige rotationsvinkler | Appendiks |
| 7 | Forskellige afstande | Appendiks |
| 8 | Spred P Probe | CD |
| 9 | Anblok | CD |
| 10 | RotXYZ | CD |

A.2 B-Probe specifikationer

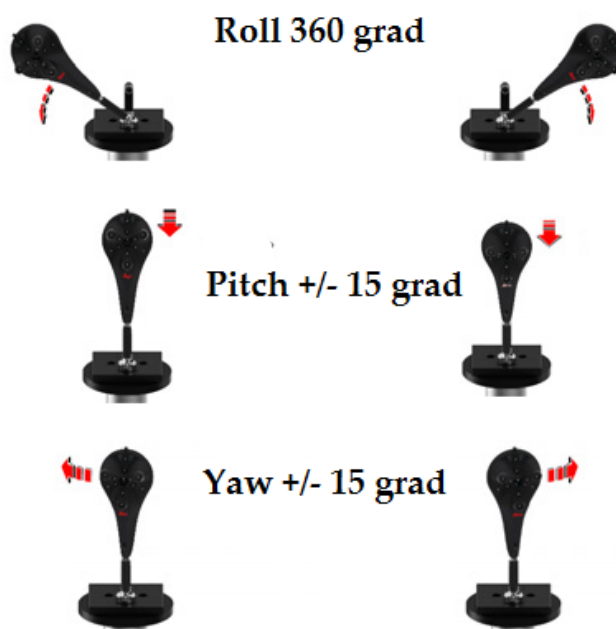
Dette apendiks viser koordinaterne for de lokale punkter på B-Proben. Dernæst vises Rotationsvinklerne som B-Proben kan anvendes under.

Tabel A.1 præsenterer de lokale koordinater på B-Proben, samt punktet P.

| Id | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) |
|----|---------|----------|---------|
| O | 0 | 0 | 0 |
| 1 | -0.218 | 14.271 | -9.974 |
| 2 | 12.616 | 7.027 | 6.268 |
| 3 | 12.394 | -7.017 | -9.509 |
| 4 | -0.077 | -14.518 | 6.254 |
| 5 | -12.596 | -6.987 | -9.460 |
| 6 | -12.509 | 7.248 | 6.382 |
| 7 | -0.142 | 29.030 | -17.437 |
| 8 | 25.336 | 14.261 | 14.222 |
| 9 | 25.216 | -14.735 | -17.346 |
| 10 | 0.090 | -29.105 | 14.176 |
| 11 | -25.114 | -14.553 | -17.444 |
| 12 | -25.347 | 14.281 | 14.021 |
| P | 0.995 | -210.189 | -19.334 |

Tabel A.1: Lokale koordinater til punkter på B-Probe

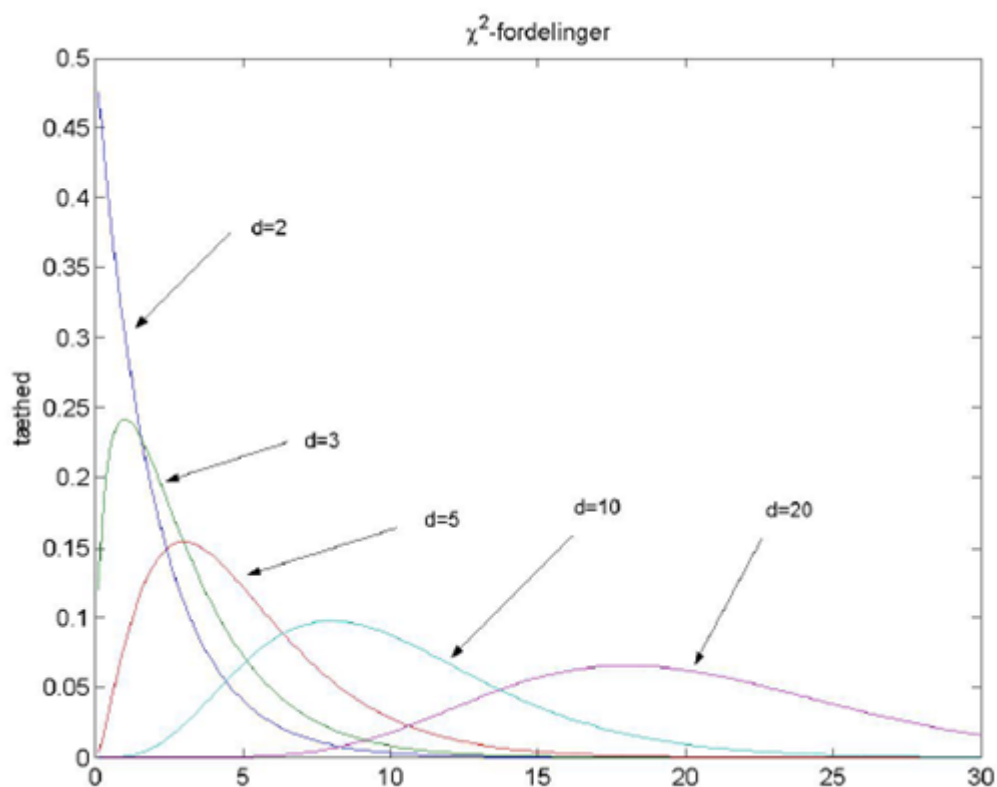
Figur A.1 viser de tre rotationsvinkler som B-proben kan anvendes under.



Figur A.1: Illustration af B-Probens begrænsninger i forhold til vinklerne

A.3 Statistik

Det er nødvendigt at forholde sig til antallet af overbestemmelser, inden en eksperimental nøjagtighed udregnes. I dette projekt indsamles data med minimum en overbestemmelse på 20 målinger. Figur 6 viser forskellige eksempler på fordelingen af residualkvadratsummen som er χ^2 -fordelt med antal overbestemmelser d Poul S. Eriksen (2004). Ved 20 overbestemmelser begynder fordelingen at ligne en normalfordelingskurve. Spredningen på en



Figur A.2: Forskellige χ^2 -fordelinger. Når antallet d af frihedsgrader vokser, begynder kurven at minde om en normalfordelingskurve.

udregnet spredning ud fra et sæt data på 20 overbestemmelser kan udregnes jævnt for nedenstående ligning:

$$P = \frac{1}{\sqrt{2d}} \quad (\text{A.1})$$

Ligning A.1 udregner forholdet mellem spredning og antallet af overbestemmelser angivet i procent. Ved en overbestemmelse på 20, opnås et forhold mellem de to størrelser på ca. 15 procent.

A.4 Mailkorrespondance - Per Uno Olsson

Fra: OLSSON PerUno [PerUno.OLSSON@hexagonmetrology.com] Sendt: 25. maj 2015 10:27 Til: Suran Khani Emne: SV: Lasertracker

Hej

Nej AT402 anvender Automated Target Recognition (ATR) når den ska måta mot B-Proben. Det är samma som den använder för att rikta in mot en reflektor.

Med vänlig hälsning

Per Uno Olsson Sales Managers Trackers and WLS (White Light Scanner Systems) T: +46 16 160816 M: +46 16 160816 F: +46 16 160890 E: peruno.olsson@hexagonmetrology.com
Hexagon Metrology Nordic AB Postal address: Ruskvädersgatan 8, SE-418 34 Göteborg Sweden hexagonmetrology.se

Från: Suran Khani [mailto:skhani10@student.aau.dk] Skickat: den 22 maj 2015 12:09 Till: OLSSON PerUno Ämne: SV: Lasertracker

Hej Per Jeg håber du har det godt. Ved du om der er andre kamera i Lasertrackeren, andet end det kamera der kaldes Overviewcamera i Lasertrackerens manual på side 29 og 57. Manualen er vedlagt. Er det samme kamera, som B-Proben fotograferes med? Mvh Suran Khani Landinspektørstuderende 10. Semester Teknisk Måling (surveying and mapping) Aalborg Universitet

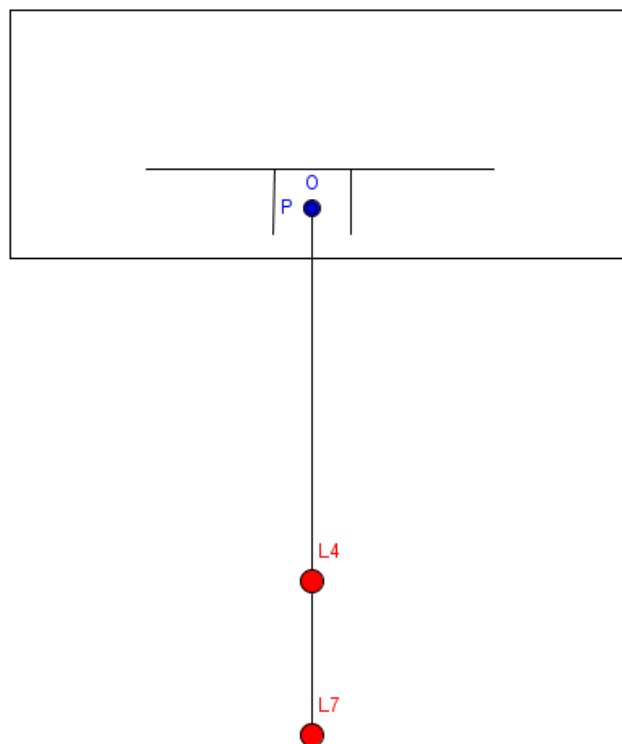
A.5 Forsøgsbord

Dette appendiks viser forsøgsbordet, med det formål at vise hvorledes bordet er monteret fast på et fastliggende komode. Figur A.3 viser at forsøgsbordet er fastmonteret på en kommode, ved hjælp af en skruetvinge.



Figur A.3: Foto af skruetvinge anvendt til fastmontere forsøgsbord med kommode.

A.6 Statisk vs Dynamisk B-Probe



Figur A.4: Skitse af forsøg 1.

Figur A.9 på side 45 viser en skitse over forsøg 1. B-Probens rotationsvinkler i forhold til Lasertracker er nul. Punktet P opmåles under en dynamisk og statisk tilstand, for at vurdere

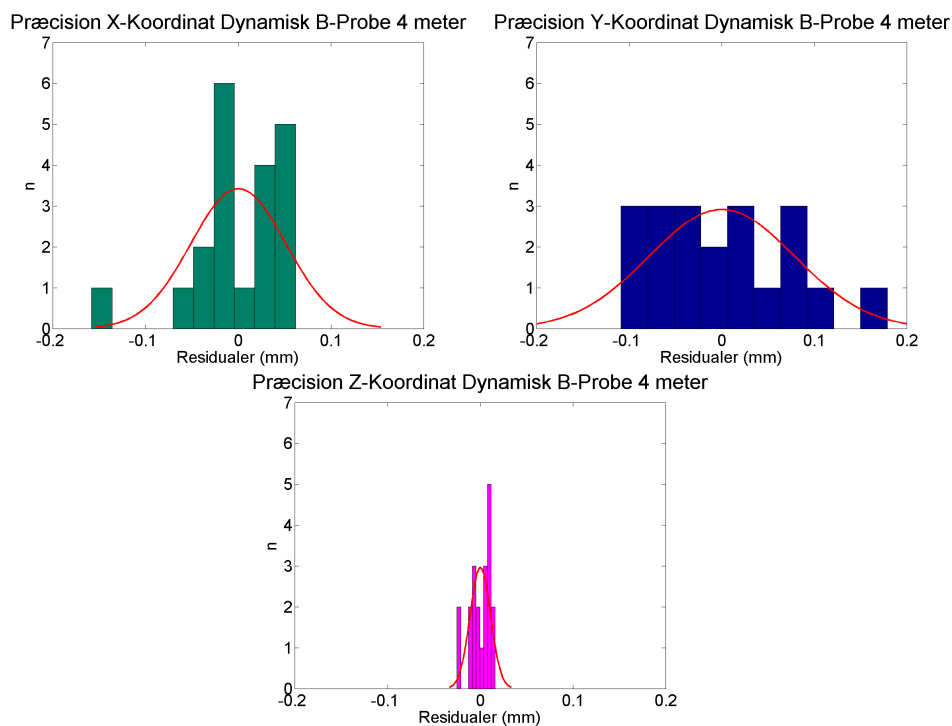
| Statisk B-Probe | | Dynamisk B-Probe | |
|-----------------|------|------------------|------|
| 4 m | 7 m | 4 m | 7 m |
| 20 n | 20 n | 20 n | 20 n |

Tabel A.2: Tabellen viser antallet af observationer indsamlet, samt typen af observationer i forsøg 1

hvorvidt eventuelle rystelser har påvirkning på nøjagtigheden af et målt punkt. Opmålingen foretages i to sæt, hvor det ene sæt opmåles fra en afstand af 4 meter, og det andet sæt på en afstand af 7 meter. Formålet med dette er, at undersøge nøjagtigheden af punktet P, når der anvendes forskellige LED punkter.

Forsøg 1:1 - Dynamisk B-Probe under en afstand på 4 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 1:1, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det ses at på A.5 at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres



Figur A.5: Histogram og normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 1:1. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

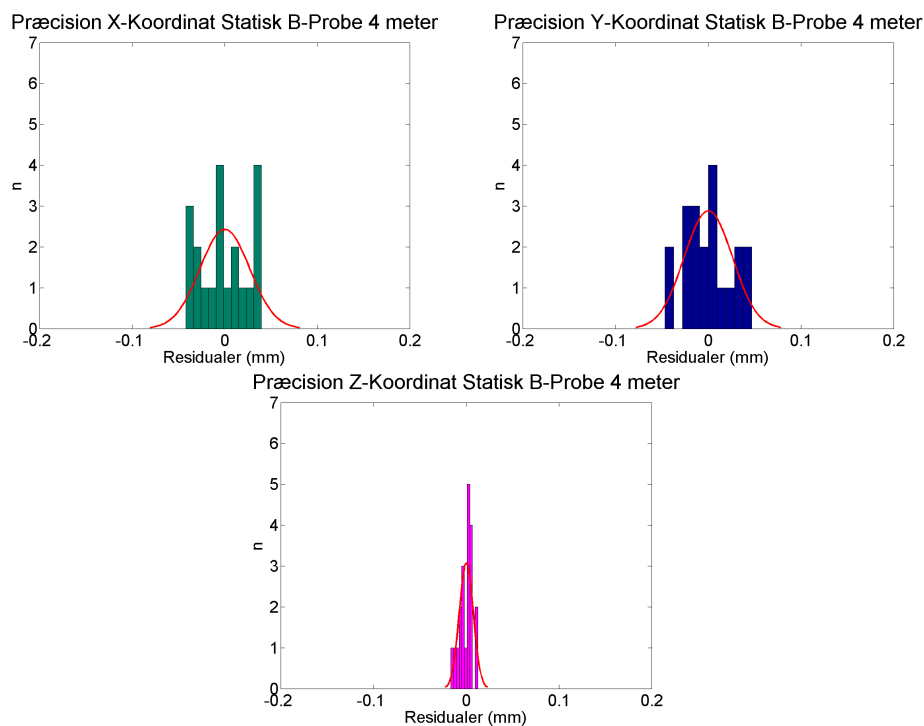
grovejsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.5 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.154 | 0.236 | 0.033 | 0.164 |

Tabel A.3: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 1:1

Forsøg 1:2 Statisk B-Probe 4 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 1:2, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.6 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres



Figur A.6: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 1:2. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

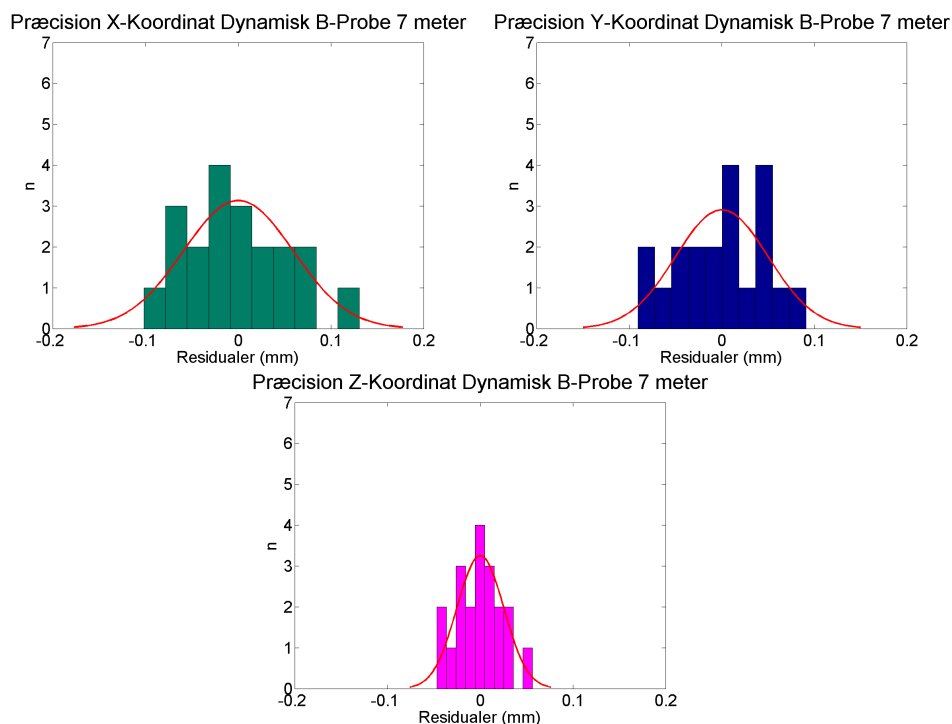
grovejsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.6 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.080 | 0.078 | 0.022 | 0.066 |

Tabel A.4: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 1:2

Forsøg 1:3 Dynamisk B-Probe 7 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 1:3, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.7 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres



Figur A.7: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 1:3. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

grovejslgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.7 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er

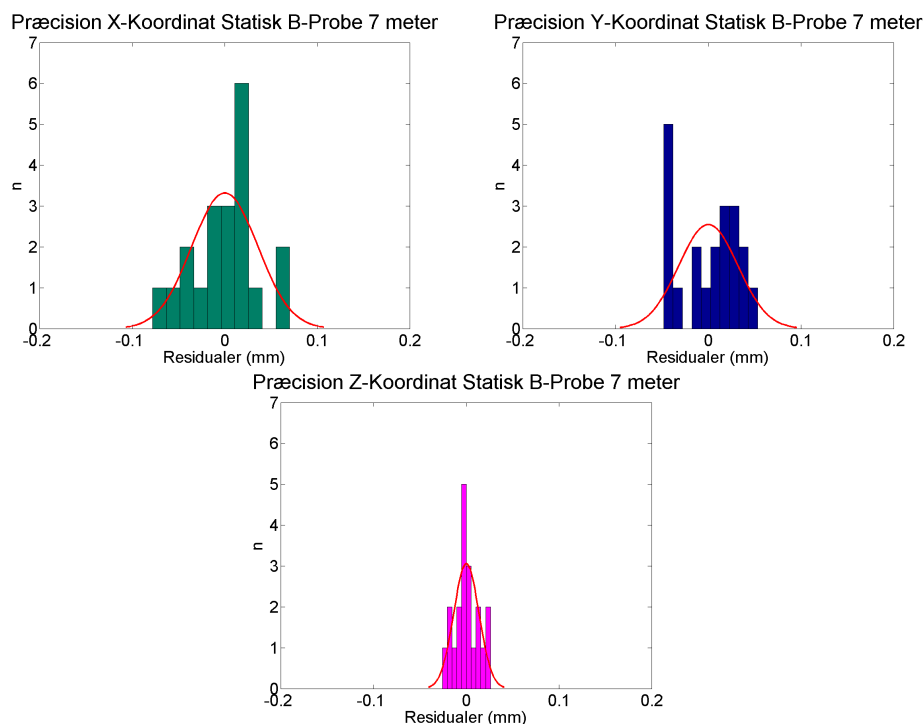
MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.177 | 0.150 | 0.075 | 0.141 |

Tabel A.5: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 1:3

Forsøg 1:4 Statisk B-Probe 7 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 1:4, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. De indsamlede data i dette forsøg, er tilsynladende normalfordelte for nogen



Figur A.8: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 1:4. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

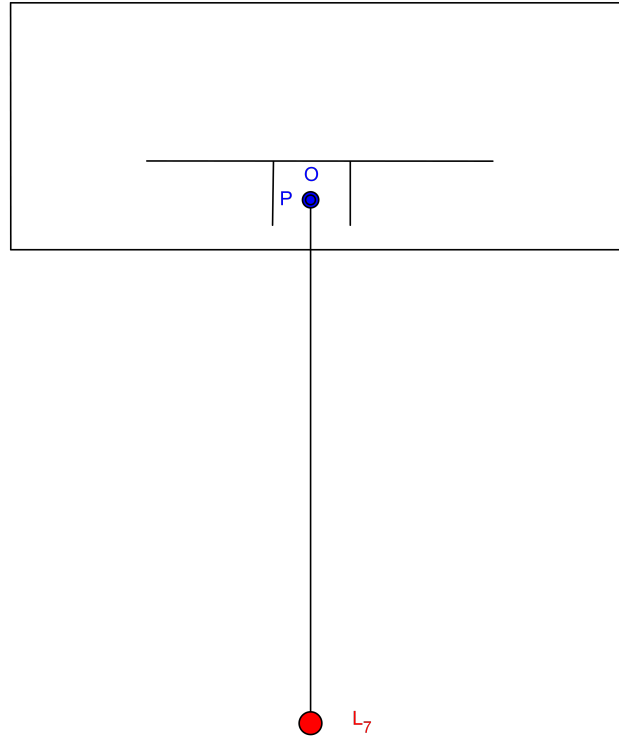
af målingerne, hvilket kan se på figur A.8. Der kan dog være systematiske fejl, vedrørende måling af en Y-koordinat. Det kan hænge sammen med, at B-proben er støttet systematisk de samme steder nogen af gangene. Ingen af målingerne overskrider deres grovfejlsgrense på tre gangen spredningen, dermed kan de udregnede spredninger anvendes. MPE værdierne kan ses på tabel A.6.

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.106 | 0.095 | 0.040 | 0.086 |

Tabel A.6: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 1:4

A.7 Forskellige rotationsvinkler

Figur A.9 viser en skitse over forsøg 2. Punktet P opmåles under forskellige rotationsvinkler, som opmåles 20 gange under hver vinkeltype.

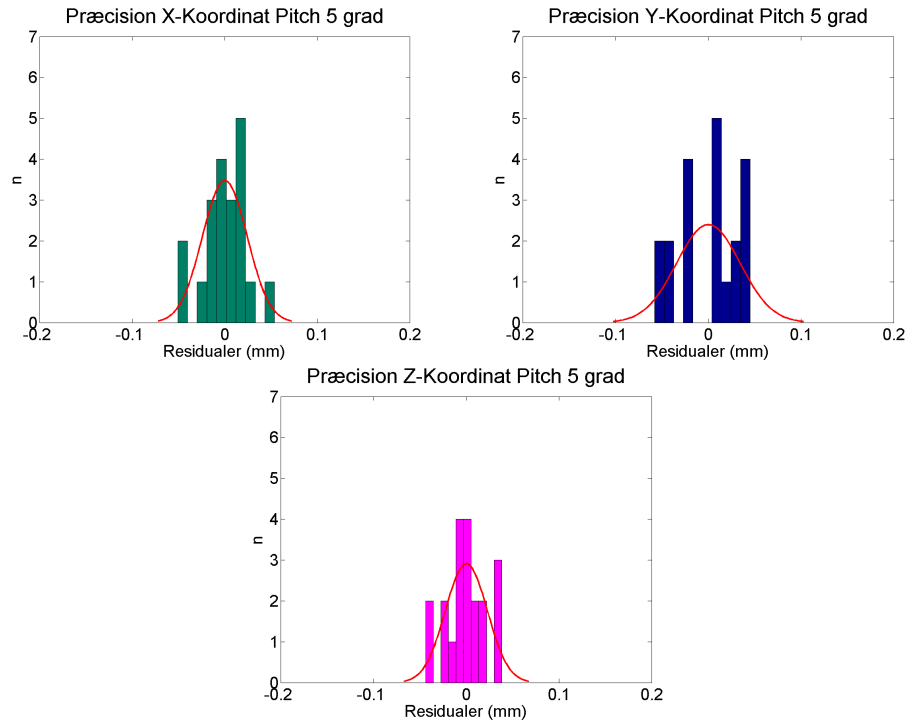


Figur A.9: Illustration af forsøg 2. Antallet af observationer er angivet, samt afstand til Lasertracker og rotationsvinkler

| Pitch | | | Yaw | | |
|---------------|----------------|----------------|---------------|----------------|----------------|
| $\pm 5^\circ$ | $\pm 10^\circ$ | $\pm 15^\circ$ | $\pm 5^\circ$ | $\pm 10^\circ$ | $\pm 15^\circ$ |
| 40 n | 40 n | 40 n | 40 n | 40 n | 40 n |

Forsøg 2-1P Pitch +5 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:1P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes.



Figur A.10: Histogram og normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:1P. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

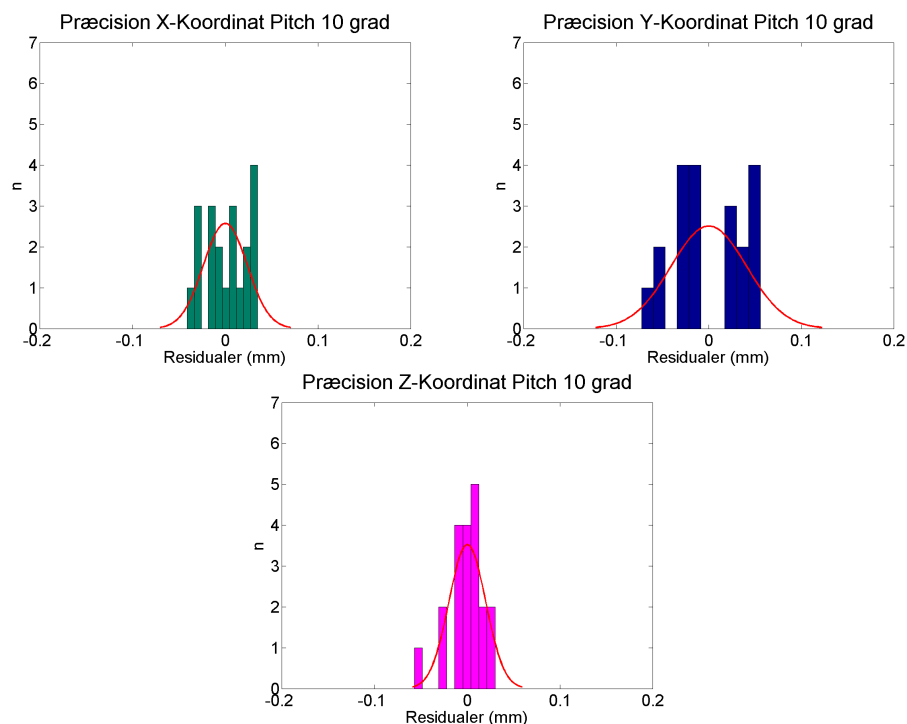
Det kan på figur A.10 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.10 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.072 | 0.102 | 0.067 | 0.082 |

Tabel A.7: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-1P

Forsøg 2-2P Pitch +10 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:2P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes.



Figur A.11: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:2P. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

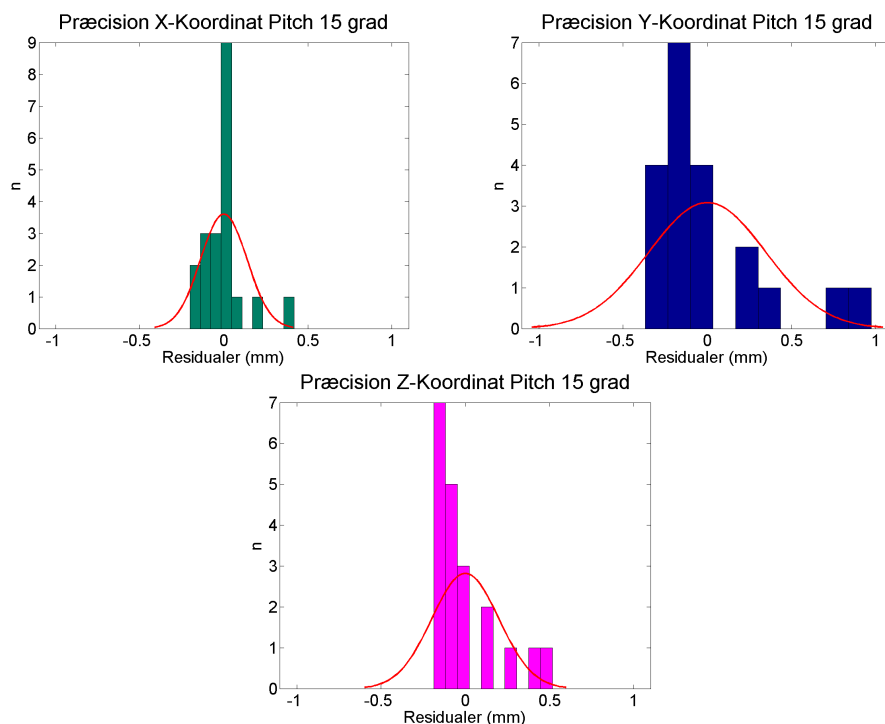
Det kan på figur A.11 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.11 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.071 | 0.122 | 0.059 | 0.088 |

Tabel A.8: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-2P

Forsøg 2-3P Pitch +15 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:3P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.12 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.12: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:3P. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

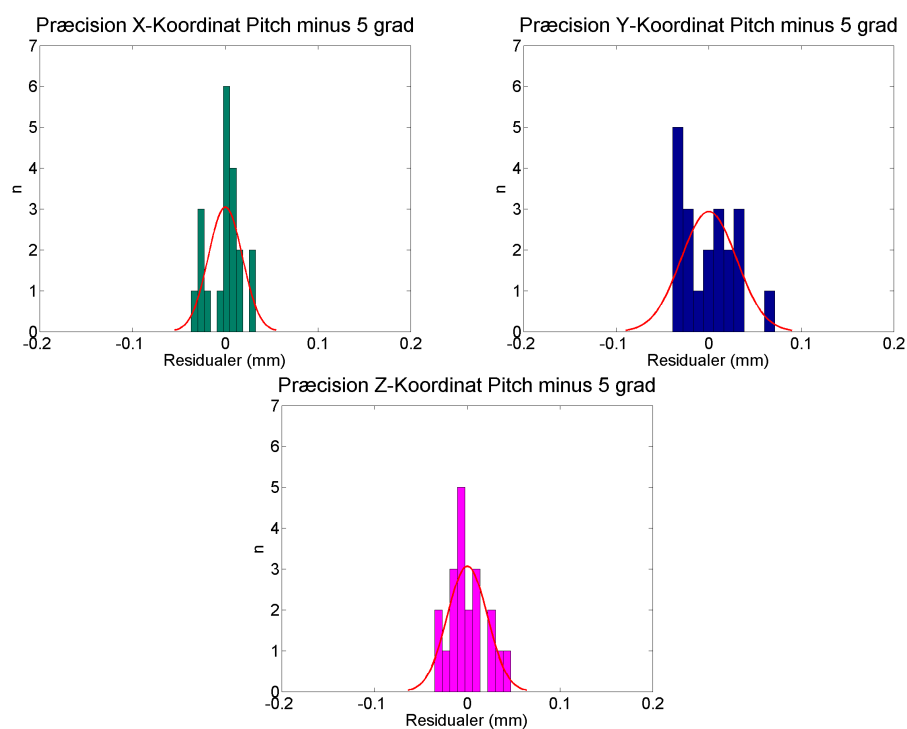
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.12 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.412 | 1.041 | 0.598 | 0.733 |

Tabel A.9: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-3P

Forsøg 2-4P Pitch -5 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:4P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.13 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.13: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:4P. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

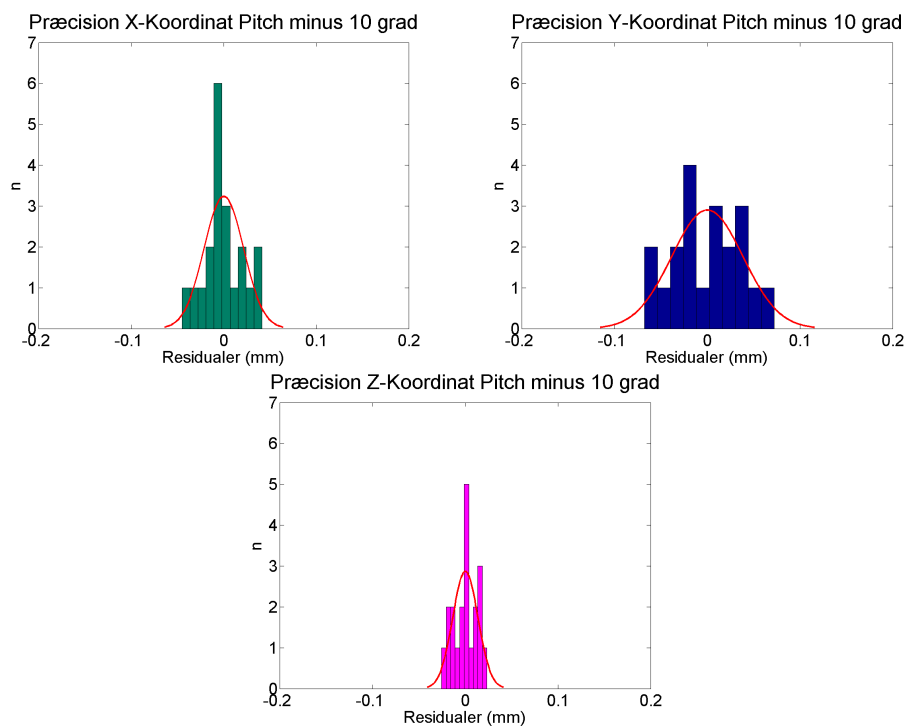
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.13 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.054 | 0.089 | 0.064 | 0.071 |

Tabel A.10: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2:4P

Forsøg 2-5P Pitch -10 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:5P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.14 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.14: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:5P. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

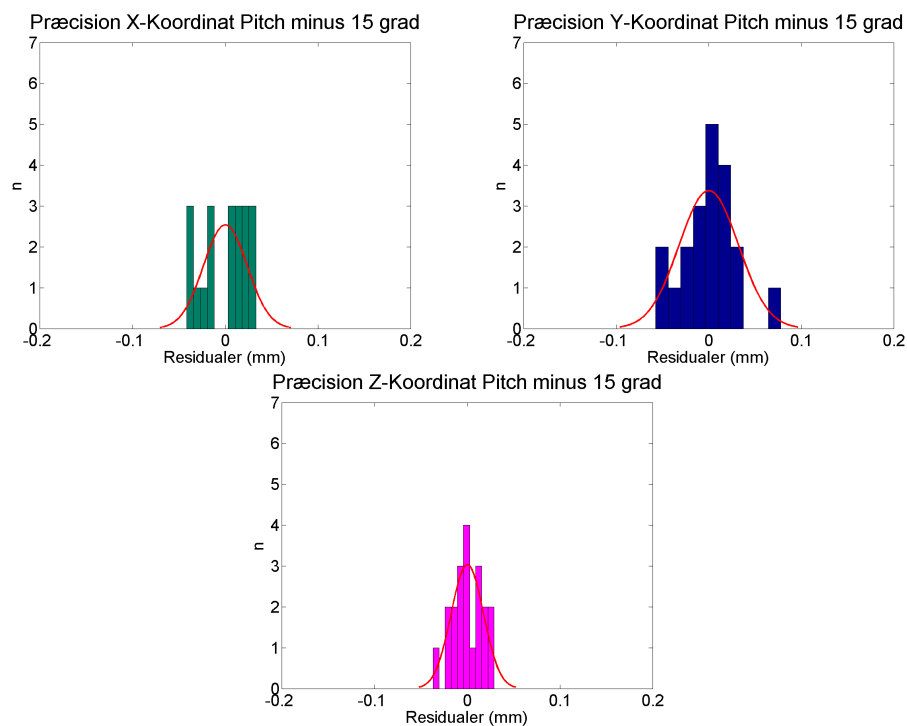
der deres grovejlsgrense, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.14 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnede spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.063 | 0.115 | 0.041 | 0.079 |

Tabel A.11: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-5P

Forsøg 2-6P Pitch -15 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:6P, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.15 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.15: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:6. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

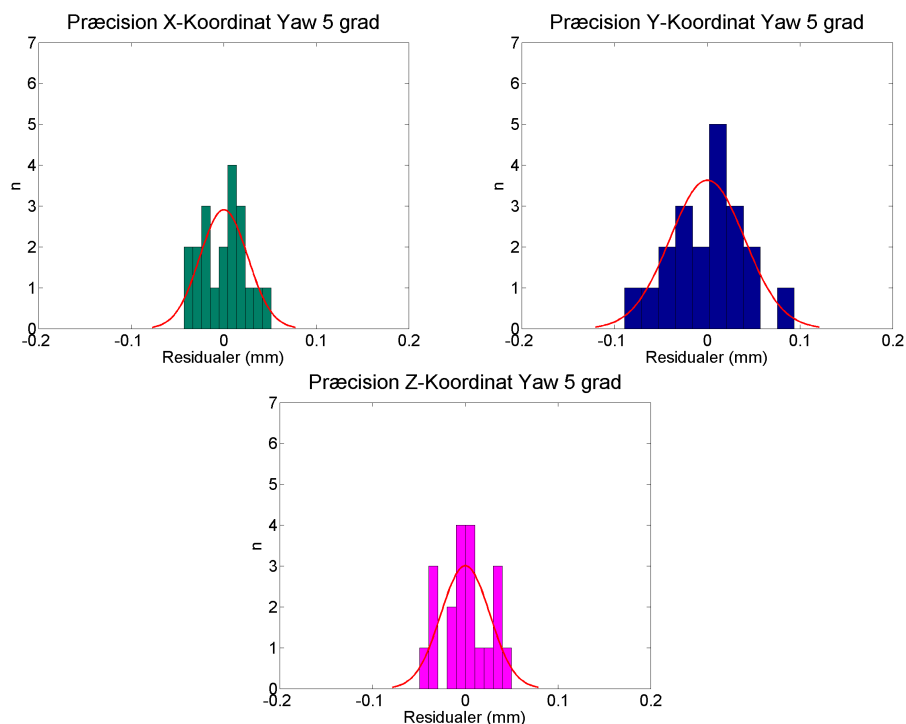
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.15 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnede spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.071 | 0.096 | 0.052 | 0.075 |

Tabel A.12: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2:6P

Forsøg 2:1Y Yaw +5 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:1Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes.



Figur A.16: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:1Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

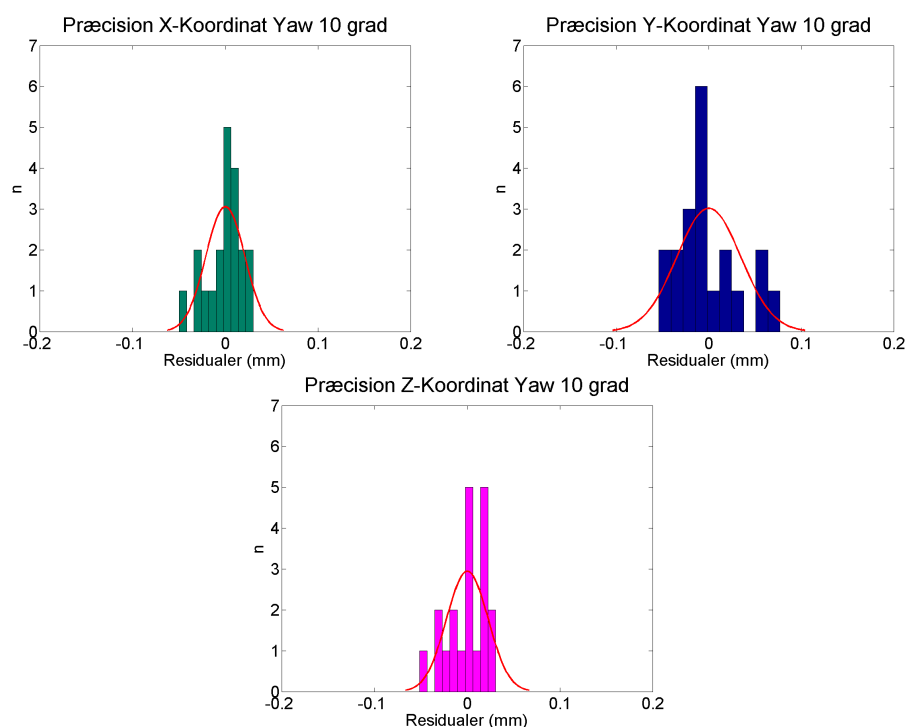
Det kan på figur A.16 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.16 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.077 | 0.121 | 0.078 | 0.094 |

Tablel A.13: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2:1Y

Forsøg 2-2Y Yaw +10 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:2Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes.



Figur A.17: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:2Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

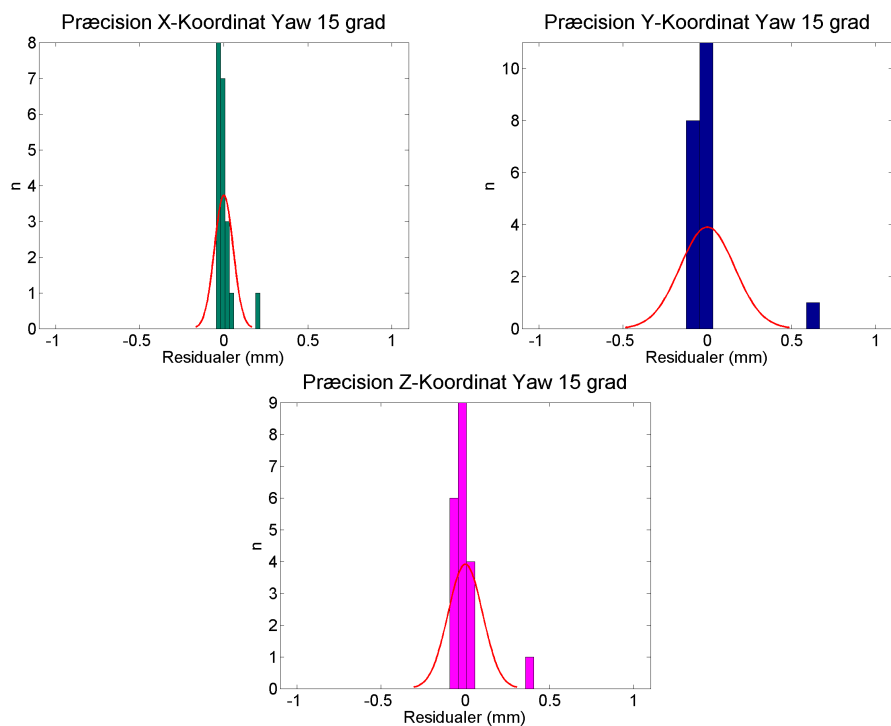
Det kan på figur A.17 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.17 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.062 | 0.104 | 0.066 | 0.079 |

Tabel A.14: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-2Y

Forsøg 2-3Y Yaw +15 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:3Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.18 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.18: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:3Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

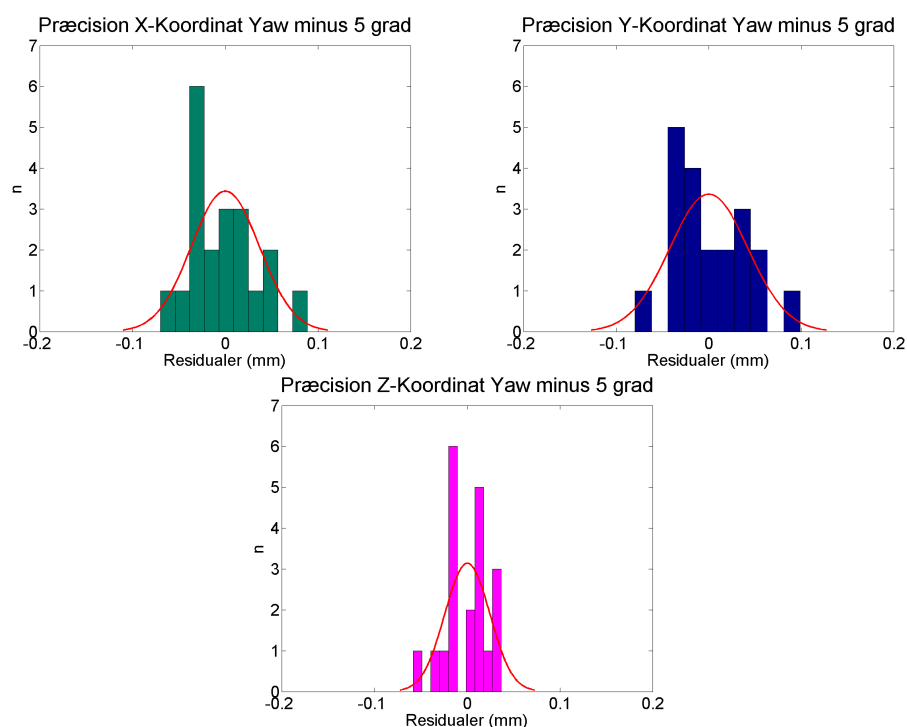
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.18 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.165 | 0.486 | 0.305 | 0.345 |

Tabel A.15: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-3Y

Forsøg 2-4Y Yaw -5 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:4Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.19 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.19: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:4Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

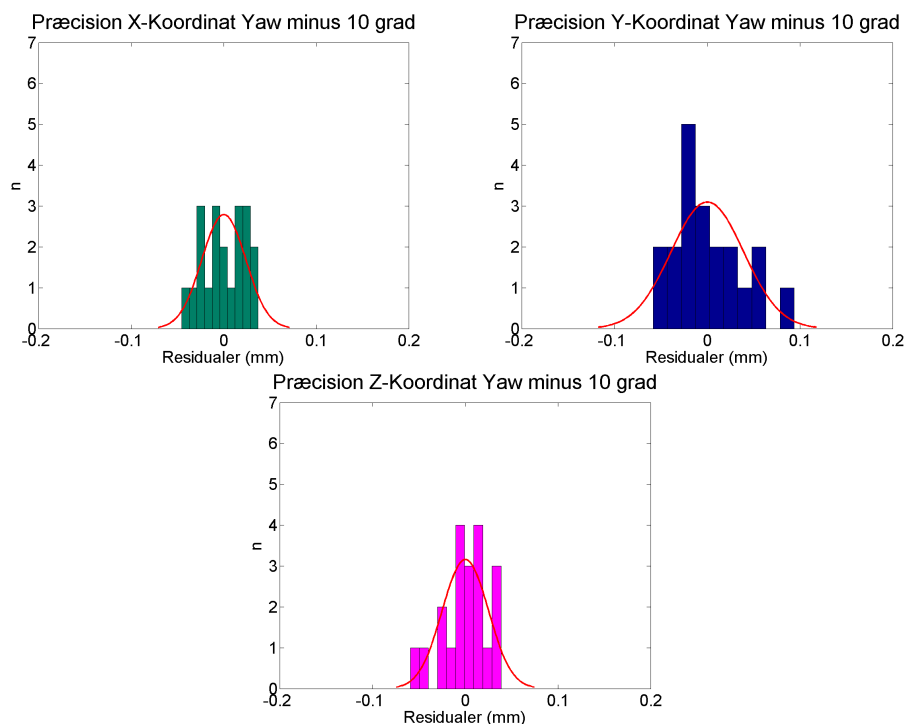
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.19 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.110 | 0.127 | 0.072 | 0.105 |

Tabel A.16: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-4Y

Forsøg 2-5Y Yaw -10 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:5Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.20 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.20: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:5Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

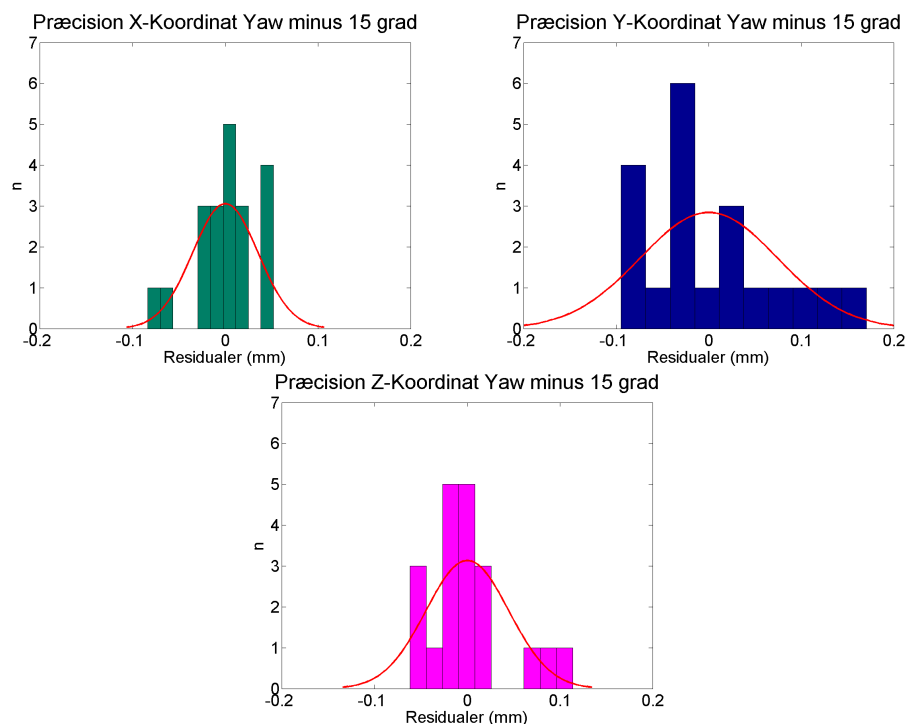
der deres grovejlsgrense, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.20 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.071 | 0.117 | 0.074 | 0.090 |

Tabel A.17: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2-5Y

Forsøg 2-6Y Yaw -15 grad

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 2:6Y, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.21 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskri-



Figur A.21: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 2:6Y. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

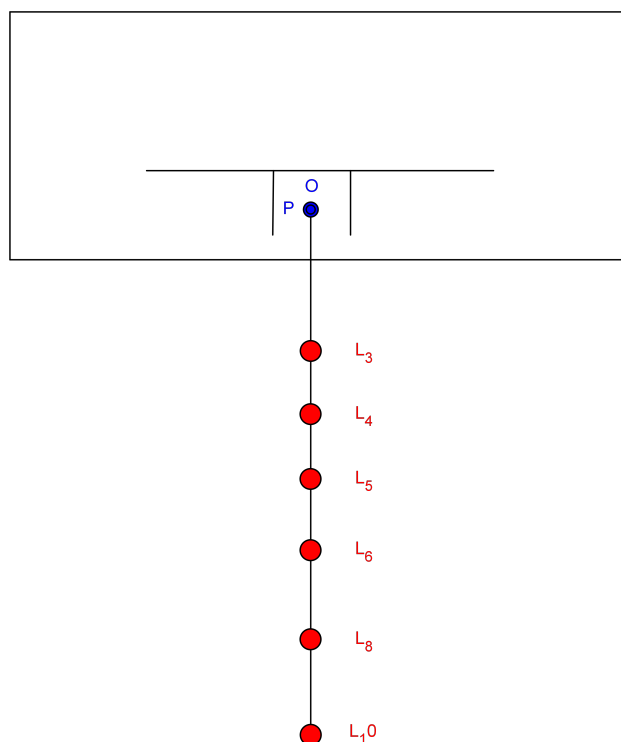
der deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.21 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.106 | 0.223 | 0.134 | 0.162 |

Tabel A.18: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 2:6Y

A.8 Forskellige afstande

I dette appendiks undersøges målingerne i forsøg 3. Målingernes fordeling undersøges i forhold til en normalfordeling, og de undersøges samtidig for grove fejl. Figur A.22 viser en skitse, over forsøget. Det samme punkt P, opmåles under seks forskellige afstande.



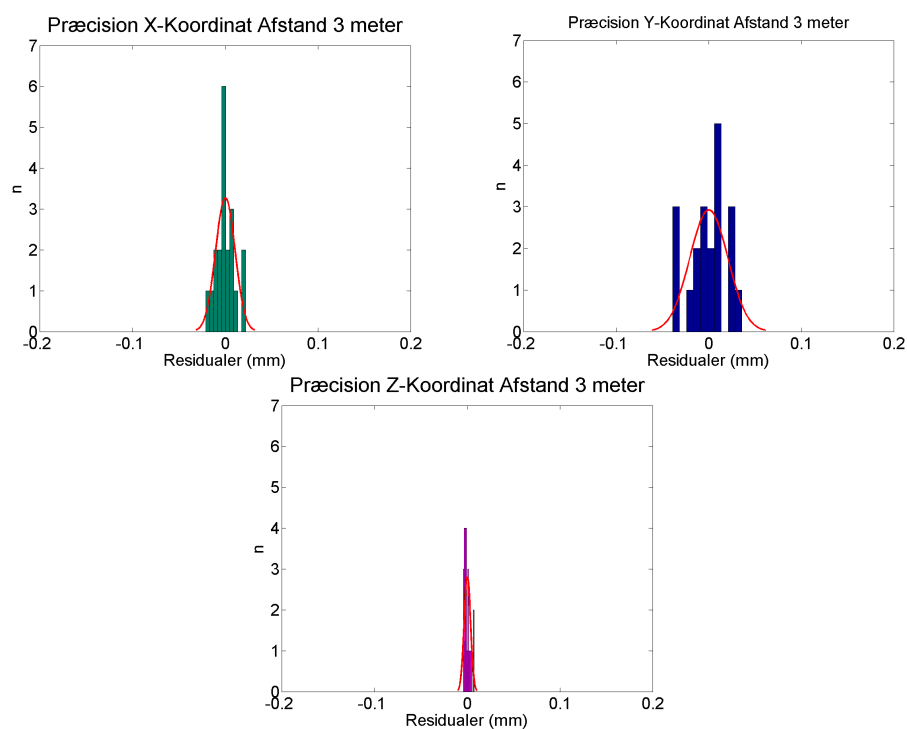
Figur A.22: Illustration af forsøg 3. Antallet af observationer er angivet, samt afstand til Lasertracker og rotationsvinkler

| B-Probe | | | | | |
|---------|------|------|------|------|------|
| 3 m | 4m | 5m | 6m | 8m | 10 |
| 20 n | 20 n | 20 n | 20 n | 20 n | 20 n |

Tabel A.19: Overblik over antallet og typen af indsamlet observationer

Forsøg 3:1 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 3 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:1, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.23 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.23: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:1. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

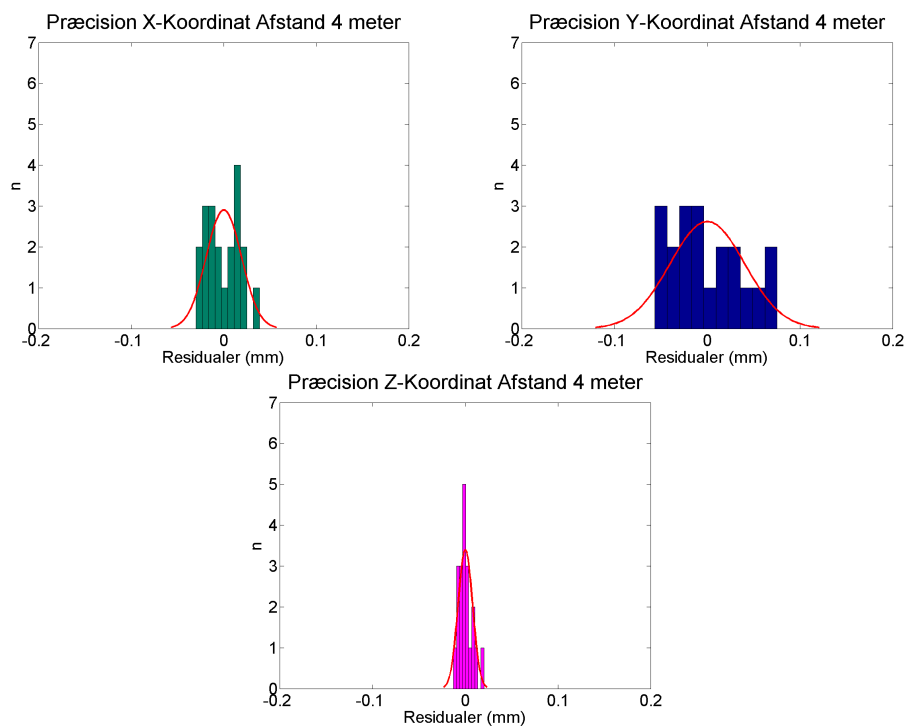
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.23 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.031 | 0.061 | 0.011 | 0.040 |

Tabel A.20: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:1

Forsøg 3:2 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 4 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:2, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.24 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.24: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:2. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

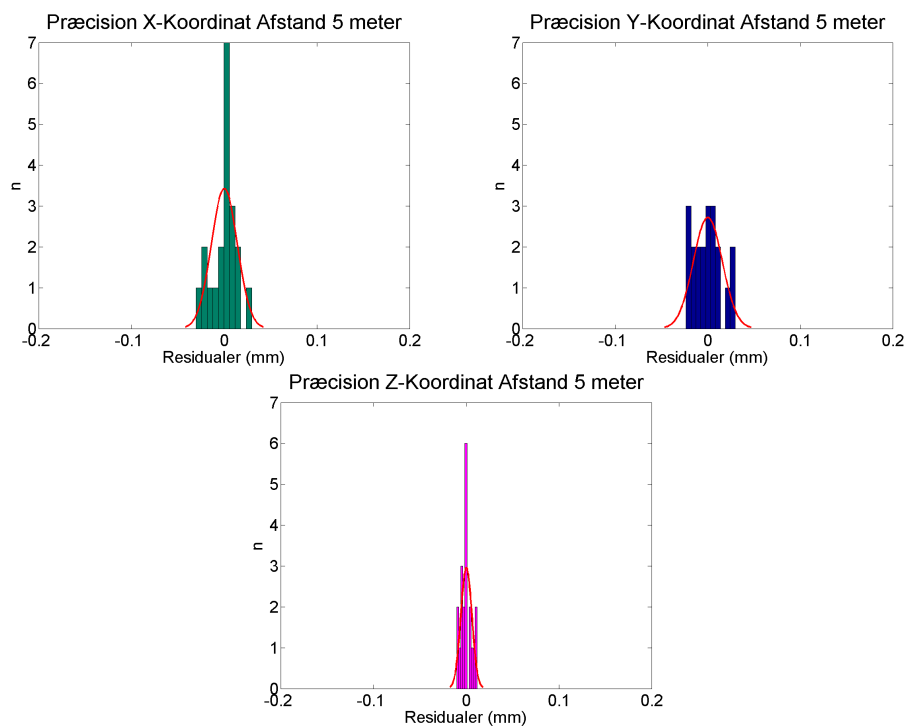
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.24 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.056 | 0.121 | 0.023 | 0.078 |

Tabel A.21: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:2

Forsøg 3:3 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 5 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:2, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.25 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.25: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:3. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

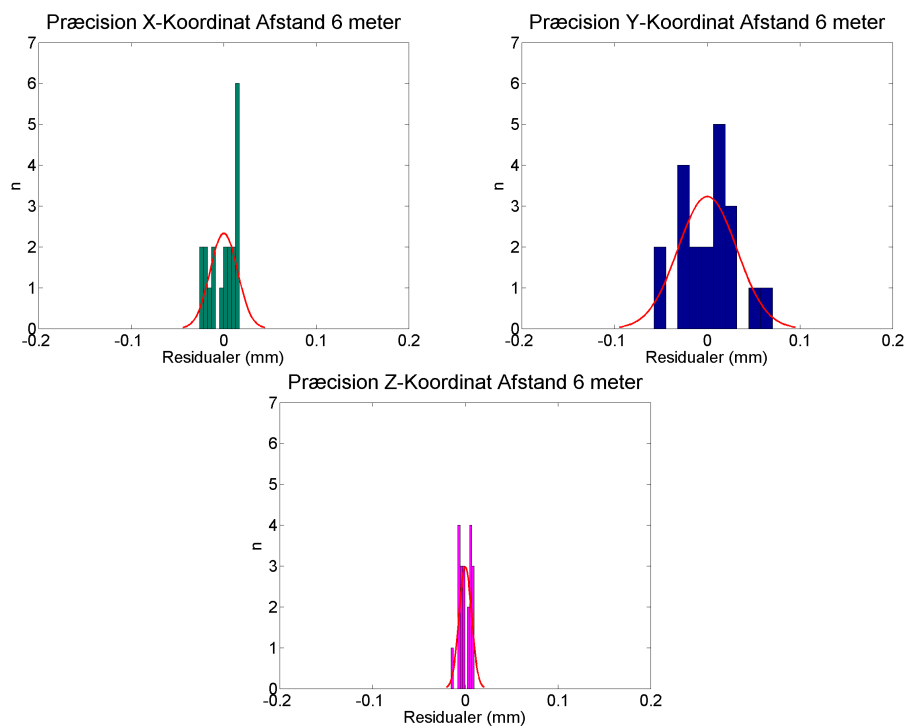
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.25 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.041 | 0.046 | 0.017 | 0.037 |

Tabel A.22: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:3

Forsøg 3:4 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 6 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:4, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.26 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.26: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:4. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

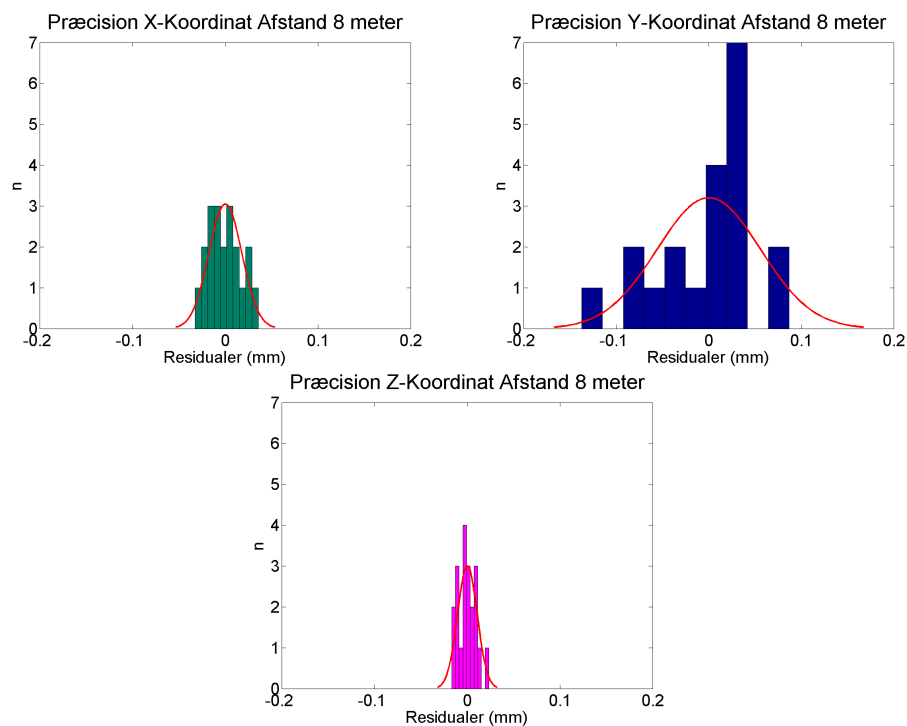
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.26 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.044 | 0.094 | 0.020 | 0.061 |

Tabel A.23: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:4

Forsøg 3:5 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 8 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:5, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.27 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.27: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:5. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

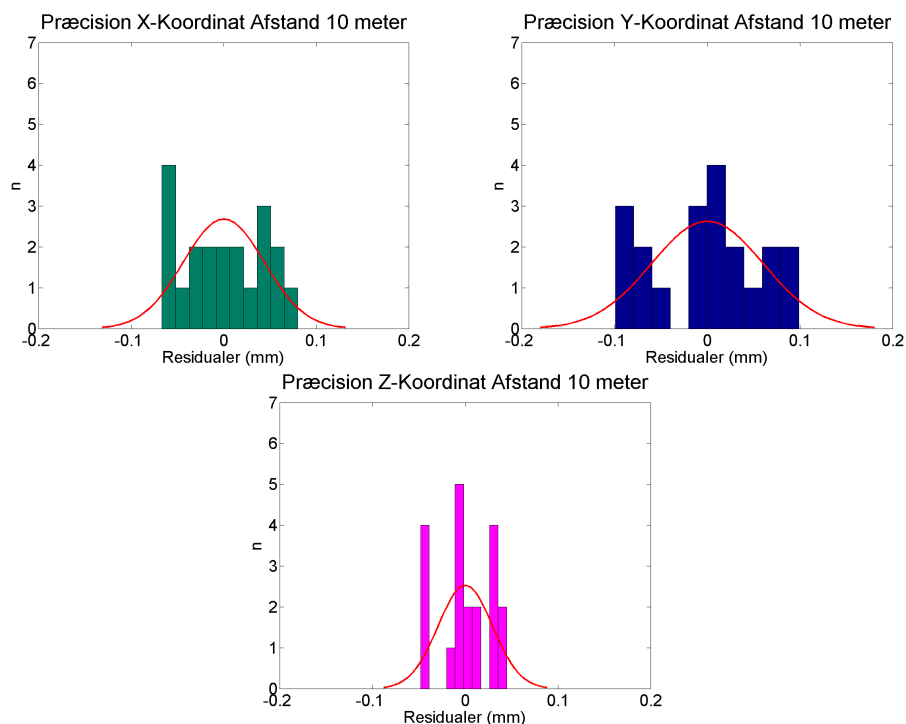
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.27 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.053 | 0.167 | 0.031 | 0.103 |

Tabel A.24: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:5

Forsøg 3:6 Afstand mellem B-Probe og Laser Tracker 10 meter

Dette delafsnit har til formål at undersøge fordelingen af målingernes fejl i forsøg 3:6, da de forudsættes at være normalfordelte. Dernæst undersøges de for grove fejl, inden en spredning udregnes. Det kan på figur A.28 ses, at ingen koordinaterne (X,Y og Z) overskrider



Figur A.28: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 3:6. Figuren viser også spredninger for de målte X,Y og Z koordinater. Udarbejdet i Matlab

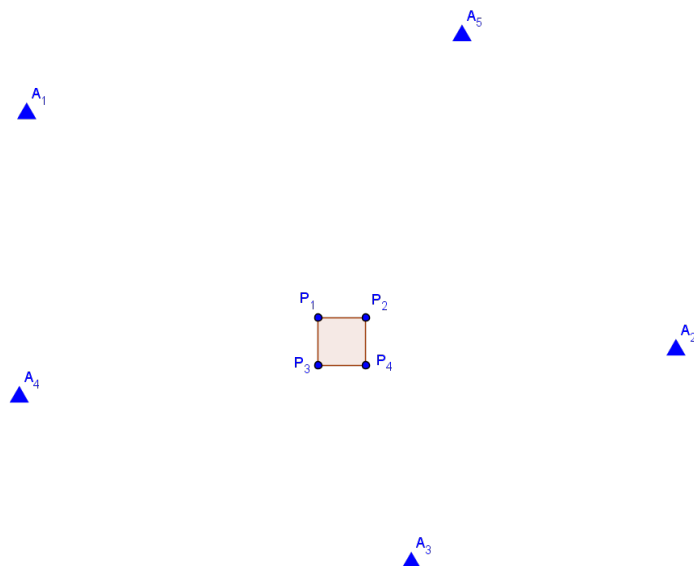
deres grovejlsgrænse, da de alle er indenfor tre gange spredningen. Figur A.28 viser endvidere at målingernes fordeling er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Da ingen af observationerne er behæftet med grove fejl, kan de beregnet spredninger anvendes. Hermed er MPE for målingerne:

| | X (mm) | Y (mm) | Z (mm) | 3D (mm) |
|-----|--------|--------|--------|---------|
| MPE | 0.131 | 0.180 | 0.088 | 0.138 |

Tabel A.25: MPE værdier for det målte punkt P, i forsøg 3:6

A.9 Nøjagtighed

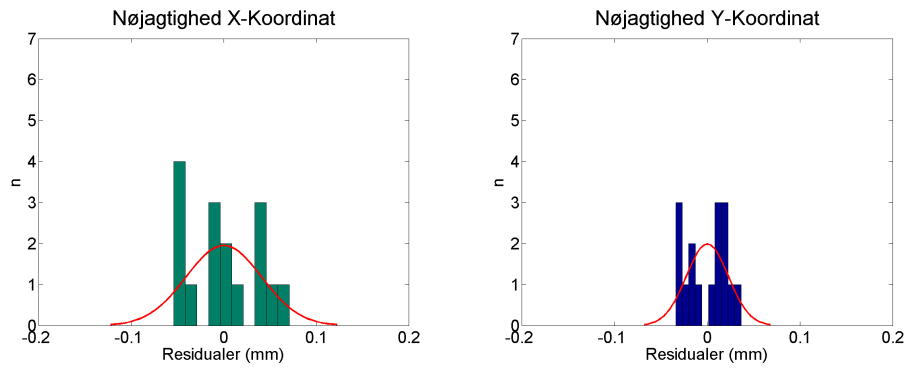
Dette appendiks omhandler forsøg 4, som går på at udregne en nøjagtighed. Figur A.29 viser en skitse af forsøget, hvor tabel A.26 viser den samlede antal observationer.



Figur A.29: Skitse af forsøg 4.

| B-Probe | | | | |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| A1 | A2 | A3 | A4 | A5 |
| 4 n | 4 n | 4 n | 4 n | 4 n |

Tabel A.26: Tabel over indsamlede observationer i dette forsøg



Figur A.30: Histogram og Normalfordelingskurver udarbejdet på baggrund af data i Forsøg 4. Figuren viser også spredninger for de målte X og Y koordinater. Udarbejdet i Matlab

Figur A.30 viser at målingerne tilsynladende er normalfordelte, da de følger normalfordelingskurven. Dernæst er der ingen af observationerne der overskrider grovfejlsgrænsen, hvilket indikere at der er ingen grove fejl.

LITTERATUR

- Cederholm, P. (2000). Udjævning. Technical report, Aalborg Universitet.
- Geosystems, L. (2010). *Leica Absolute Tracker AT401 - White Paper*.
- Geosystems, L. (2014a). *Leica AT402 Product Brochure*.
- Geosystems, L. (2014b). *Leica B-Probe and T-Probe Top Features Flyer*.
- Geosystems, L. (2014c). *Leica B-Probe User Manual*.
- Kraus, K. (2007). *Photogrammetry*. de Gruyter. ISBN 978-3-11-019007-6.
- Leica (2014). Leica tdra6000 version 02/2013. Technical report, Leica.
- Luhmann, T., Robson, S., Kyle, S., and Boehm, J. (2013). *Close-range Photogrammetry and 3D imaging*. De Gruyter, ISBN- N/A.
- O.Brande-Lavridsen (1993). Fotogrammetri. Technical report, Aalborg Universitet.
- Poul S. Eriksen, S. L. L. (2004). Teknisk måling - statistik. Technical report, Aalborg Universitet.