

Simulering og regulering af stokerfyr



Aalborg Universitet

Reguleringsteknik

2008

Titel:

Simulering og regulering af stokerfyr

Tema:

Reguleringsteknik

Projektperiode:

E7, efterårssemesteret 2007

Projektgruppe:

07gr731

Deltagere:

Jens Karsten Nedergaard Boll

Virksomhed:

Techno-Matic A/S
Granlidevej 22, Hornum
9600 Aars
Danmark

Vejleder:

Tom S. Pedersen
Palle Andersen

Oplagstal: 5

Sideantal: 86

Heraf appendiks: 31

Bilagsantal og -art: 1 stk. CD-ROM

Afsluttet den 03-01-2008

Rapportens indhold er frit tilgængeligt.

Synopsis:

Dette projekt omhandler opbygningen af en ulineær simuleringsmodel af et Benekov R25 stokerfyr samt design af en regulator til et sådant stokerfyr. Simuleringsmodellen opbygges i Simulink på baggrund af seks første ordens differentiaalligninger, der er opstillet på baggrund af fysikkens og termodynamikkens love. Den ulineære simuleringsmodel er verificeret ved sammenligning med målinger på det fysiske setup til i tilfredsstillende grad at afspejle systemet på de parametre, der reguleres ud fra, hvilke er temperaturen i fremløbsvandet og iltniveauet i røggassen.

Regulatoren er designet som en state-space regulator (tilstandsregulator) med integralvirkning og en fuld ordens estimator. Differentiaalligningerne anvendt til opstillingen af den ulineære simuleringsmodellen er lineariseret, og de lineariserede ligninger anvendes til at opstille matricerne i state-space modellen. Regulatoren testes med den opbyggede simuleringsmodel, hvor den konstruerede regulator ikke er verificeret, da den ved simulering er højest ustabil.

Den ulineære simuleringsmodel bør revideres, da den ikke giver det rigtige resultat for temperaturen af røggassen, hvilket dog ikke anses som en hindring for at anvende den til design en regulator, da det ikke er et parameter, der reguleres ud fra. Simuleringsmodellen er verificeret med hensyn til temperaturen i fremløbsvandet og iltniveauet, men da det ikke er verificeret, at modellen er tilstrækkelig til at designe en regulator på baggrund af, anses det første delmål i projektet kun for delvist opnået. Det andet delmål, at designe en regulator til systemet, er ikke opnået, da den designede regulator er ustabil eller implementeringen af regulatoren er fejlrant.

Title:

Simulation and Control of Furnace with Automatic Stoker

Theme:

Control Engineering

Project period:

E7, autumn term 2007

Project group:

07gr731

Participants:

Jens Karsten Nedergaard Boll

Company:

Techno-Matic A/S
Granlidevej 22, Hornum
9600 Aars
Denmark

Supervisor:

Tom S. Pedersen
Palle Andersen

Copies: 5

Number of pages: 86

Appendices hereof: 31

Attachment: 1 CD-ROM

Finished 01-03-2008

The content of this report is freely accessible.

Abstract:

This report concerns the development of a nonlinear simulationmodel of a Benekov R25 furnace with an automatic stoker, along with the design of a controller for such a furnace.

The simulationmodel is implemented in Simulink, based on six first order differential equations, determined by the laws of physics and thermodynamic. The nonlinear simulationmodel is then verified to reflect the two parameters used for control in a satisfactory manner. The verification is done by comparing outputs of the simulationmodel with those of the physical setup.

The controller is designed as a state-space controller with integral control and a full order estimator. The differential equations used for designing the nonlinear simulationmodel are linearized and used for generating the matrixes for the state-space model. The controller is tested with the designed nonlinear simulationmodel, where it shows to be highly unstable.

The nonlinear simulation needs revision, as it returns a false result for the flue gas, which has not been considered a hindrance for using the model as basis for designing a controller, since it is not an output used in the controller. The simulationmodel is verified for the two outputs used for the control, whereby the partial aim of creating a simulationmodel is considered to be partly obtained. The partial aim of designing a controller is not obtained, since the designed controller is instabil or the implementation i Simulink is faulty.

Forord

Denne rapport er skrevet som en bachelor afhandling til diplomingeniøruddannelsen på retningen Regulerings teknik ved Aalborg Universitet (AAU), i perioden fra september 2007 til januar 2008.

Opgaven er stillet af firmaet Techno-Matic A/S, der ønsker en simuleringsmodel af deres Benekov R25 stokerfyr. Rapporten er udarbejdet under vejledning af Palle Andersen, lektor, og Tom S. Pedersen, lektor, begge tilknyttet Institut for elektroniske systemer ved AAU. Derudover har Søren Kildedal fra Techno-Matic A/S været til stor hjælp med det praktiske omkring stokerfyret, herunder interfacet til fyret. Flere af de indledende målinger på stokerfyret er lavet i samarbejde med Louis S. Lantow og Heine Hansen, begge studerende på 9. semester for Intelligente autonome systemer ved AAU i tidsrummet, hvor rapporten er udarbejdet.

Målgruppen for denne rapport er firmaet Techno-Matic A/S, vejledere, censor samt andre med interesse for emnet. Det forventes, at læseren har en baggrund, der giver teknisk indsigt svarende til 6. semester studerende ved Institut for elektroniske systemer på AAU.

Litteraturlisten er placeret efter hovedrapporten og inden appendikser. Der henvises til litteraturen, eksempelvis "Feedback control of dynamic systems" med [EN06, s.52], hvor "s.52" henviser til side 52 i den pågældende litteratur. Litteratur der er frit tilgængelig online, samt anvendte MATLAB filer er inkluderet på den vedlagte CD.

Appendikser findes bagerst i rapporten og er navngivet med bogstaver A, B, C osv, hvor hvert appeniks har egen sidenummerering, Appendiks A har f.eks sidenummerering A1, A2 osv.

Jens Karsten Nedergaard Boll
kboll@control.aau.dk

Indhold

1	Indledning	1
2	Analyse	3
2.1	Systembeskrivelse	3
2.2	Grundlæggende forbrændingsteori	8
3	Modellering	11
3.1	Kontrolvolumen og kontrolflade	11
3.2	Samlet energibalance for stokerfyr Benekov R25	13
3.3	Dynamisk model af stokerfyr Benekov R25	15
3.4	Model opbygning	22
3.5	Sammenligning af simuleringsmodel og målinger	24
4	Regulator	27
4.1	State-space model	27
4.2	Verificering af af regulator	38
5	Konklusion	41
5.1	Perspektivering	42
	Litteraturliste	46

A	Nomenklaturliste	A1
B	Anvendte træpiller	B1
C	Måling af stokerens indfødning	C1
D	Måling af blæserens indfødning	D1
E	Måling af PT1000 tidskonstanter	E1
F	Anvendte konstanter	F1
G	Linearisering af ligninger	G1

Indledning

Dette projekt er lavet i samarbejde med Techno-Matic A/S, der blandt andet arbejder med styringer til/regulering af stokerfyr. De har på nuværende tidspunkt ikke en simuleringsmodel af deres testopstilling, der baserer sig på et Benekov R25 stokerfyr. Dette betyder, at alle forsøg med nye regulatorer bliver en langsommelig og bekostelig process i forhold til modelbaseret regulator design, da regulatoren skal konstrueres fysisk og monteres hver gang. Derudover er processerne i et stokerfyr langsommelige, så tests tager også lang tid at udføre.

Da den nuværende regulator er stykket sammen over lang tid, betyder det, at den baserer sig meget på erfaringer og håndtuning. Hermed besværliggøres implementeringen af regulatorer med andre typer/modeller af fyr end det fyr, der anvendes i testopstillingen, da der så skal foretages en håndtuning af regulatoren, hvilket er en kompleks opgave. Ved denne metode vil kvaliteten af regulatoren afhænge af, hvor godt denne bliver tunet, når den monteres.

Techno-Matic A/S ønsker derfor en simuleringsmodel, der fungerer i Simulink, der er en toolbox i MatLab. Herved forventes det at opnå en større indsigt i de fysiske processer, der ligger til grund for reguleringen, samt opnå muligheden for at lave simuleringer med nye regulatorer inden de konstrueres.

Dette leder frem til følgende problemstillinger for dette projekt

- Konstruer en simuleringsmodel af Techno-Matic A/S' testopstilling.
- Design en regulator ud fra den konstruerede simuleringsmodel.

Den konstruerede simuleringsmodel skal efterfølgende verificeres op imod testopstillingen, hvor der især vil blive lagt vægt på, at simuleringsmodellen afspejler det fysiske setup ved ydelser over 30 %.

Den designede regulator skal afprøves på testopstillingen, hvorefter det er muligt at sammenligne den designede regulator, og den der anvendes nu, på områder som stabilitet og responstid for undertrykkelse forstyrrelser.

Kapitel 2

Analyse

I dette kapitel beskrives stokerfyret, der indgår i Techno-Matic A/S' testopstilling, hvilket er et Benekov R25 Tornado, der er beregnet til afbrænding af træpiller og korn. Betegnelsen "stokerfyre" anvendes om flere typer fyre, hvorfor det først vil blive præciseret, hvad et stokerfyre er, samt hvad det bruges til.

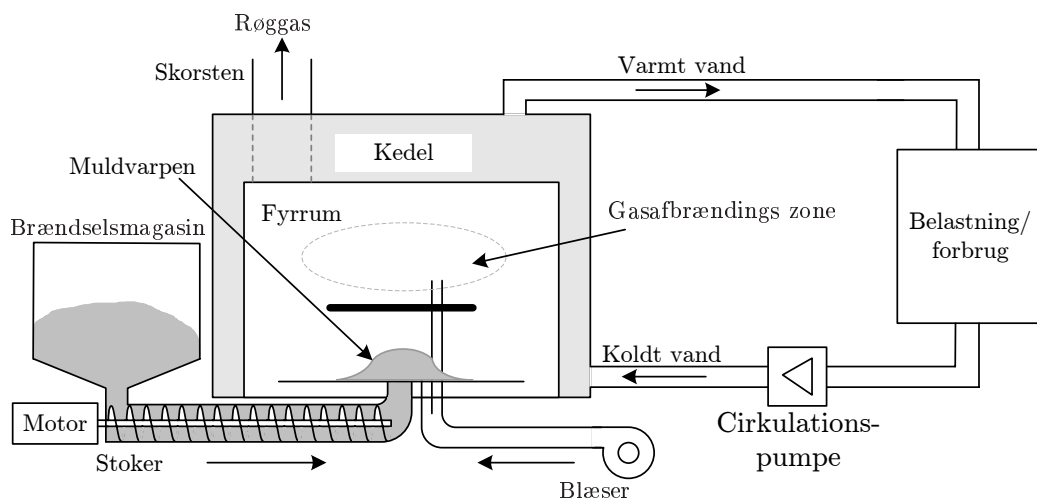
Et stokerfyre er ikke en nøjagtig angivelse af, hvordan et givent fyre er opbygget, eller hvad det bruger som brændsel. På engelsk er en "stoker" en fyrbøder, og heraf er den danske brug af ordet blevet en henvisning til, at der er et automatisk fødeanlæg, der flytter brændsel ind i fyrrummet. For stokerfyre, der anvendes i private hjem, vil brændslet oftest være i form af træpiller, halm, korn eller lignende, mens fødeanlægget oftest består af en snegl eller et stempel.

Stokerfyret anvendes til at opvarme vand, som kan bruges til opvarmning af huset og i varmevekslere til forbrugsvand. Behovet for regulering stammer herfra, da der ikke er et konstant forbrug.

2.1 Systembeskrivelse

Et stokerfyre består grundlæggende af tre dele, et fødeanlæg der også kaldes stokeren, et fyrrum til afbrænding af brændslet og en kedel. Kedlen bruges til at opvarme vandet og er derfor placeret i forbindelse med fyrrummet. Selve fyrrummet vil ofte være opdelt i tre zoner. Den første zone er der, hvor brændslet kommer ind og uddampningen af brændbare gasser sker, mens den anden zone er der, hvor de uddampede gasser afbrændes. Den tredje zone er der, hvor den primære effektoverførsel sker fra røggassen til vandet i kedlen. Ud over de grundlæggende ting indgår der flere komponenter på selve fyret, men også eksternt skal der bruges flere komponenter for, at fyret kan anvendes. Som eksempel på en yderligere komponent på fyret kan nævnes en blæser, der føder luft ind til forbrændingen i fyrrummet, mens en af de eksterne komponenter er en cirkulationspumpe.

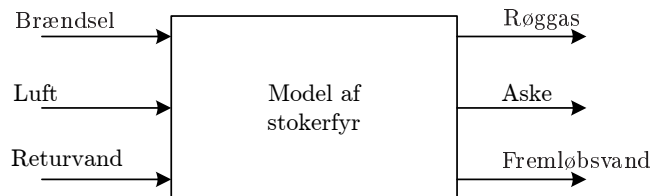
Der findes som tidligere nævnt flere måder, hvorpå brændslet kan føres ind i fyrrummet, men stokeren, der er illustreret på Figur 2.1, er en snegl der transporterer brændslet fra brændselsmagasinet over i fyrrummet. Brændslet bliver her skubbet op nedefra og danner en bunke efter samme princip som et muldvarpeskud. Bunken af brændsel, der er illustreret i fyrrummet, vil



Figur 2.1: Illustration af et stokerfyr.

efterfølgende blive refereret til som muldvarpen, mens den flade, som muldvarpen ligger på, benævnes brænderhovedet. Det varme vand vil blive benævnt fremløbsvandet, mens det kolde vand vil blive benævnt returvandet. Ud over sneglen der skubber brændslet op i muldvarpen, sidder der også en eller flere blæsere i forbindelse med fyrrummet. Den eller disse bruges til at regulere forbrændingen i de to første zoner i fyrrummet.

En model af et stokerfyr kan se ud som illustreret på Figur 2.2.



Figur 2.2: Model af stokerfyr med input og output.

Forstyrrelsen til modellen illustreret på Figur 2.2 er temperaturen på returvandet, mens det output, der ønskes reguleret, er temperaturen på fremløbsvandet. De styrbare input, hvormed temperaturen på fremløbsvandet kan reguleres, er brændsel og luft. Der kan ligeledes være ønsker om at regulere iltniveauet i røggassen, da den afspejler forbrændingen.

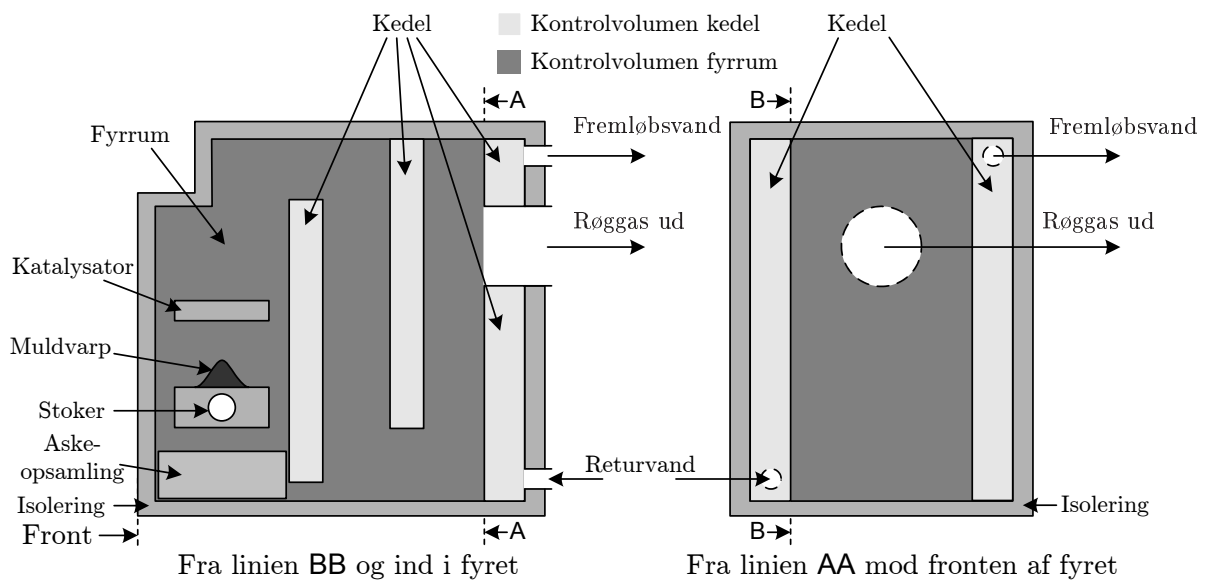
2.1.1 Testopstilling

Testopstillingen består grundlæggende af et Benekov R25 stokerfyr, en computer der kører xPC, og en der kører Simulink, samt en række aktuatorer. Derudover er der en cirkulationspumpe og en belastning tilsluttet systemet. Der er også tilsluttet en ekspansionsbeholder, men denne ses der bort fra, da den ikke anses for at have betydning i dette projekt.

Computeren, der kører xPC, kaldes Target pc og er en RadiSys rack-mount PC med en Pentium III 500 MHz processor, 512 MB RAM og har xPC Target version 3.3 (R2007b) installeret.

Computeren, der kører Simulink, kaldes Host pc og er en laptop from Dell med Intel Core 2 Duo 2.33 GHz processor, 2 GB RAM, Windows XP Professional Service Pack 2, Matlab version 7.5.0.342 (R2007b) samt Simulink version 7.0 (R2007b) installeret.

På fyret i testopstillingen sidder der kun monteret én blæser. Luften fra blæseren deles i to bidrag, hvorfor det ikke er muligt at ændre de to bidrag uafhængigt. Den ene del af luften ledes op igennem muldvarpen, mens den anden del ledes ud oppe over muldvarpen i den del af fyrrummet, hvor gasserne afbrændes. Den del af luften, der ledes igennem muldvarpen, er den primære luft, mens den del, der ledes ud over muldvarpen, er den sekundære luft. Bliver muldvarpen for lille, bliver den primære luft ikke blæst igennem muldvarpen, men blot ind på ydersiden af denne. Effekten af dette vil der dog blive set bort fra, da det forbrændingstekniske i dette aspekt ligger uden for dette projekt.



Figur 2.3: Illustration af Benekov R25 stokerfyret i testopstilling. Kontrolvolumener forklares nærmere i Afsnit 3.1 Kontrolvolumen og kontrolflade.

Katalysatoren, der er vist på Figur 2.3, er en keramisk plade og den del af fyrrummet, der ligger umiddelbart under den, er der hvor kulstof i røggassen forbrændes. At gasafbrændingszonen ligger under katalysatoren, kan ses ved at sekundærluften blæses nedaf i forhold til katalysatoren, og ikke op i det tomme rum over katalysatoren. Blæseren er ikke indtegnet på Figur 2.3, men primærluften blæses ind og op omkring stokeren, mens sekundærluften blæses ind på oversiden af katalysatoren. Da de er fra samme blæser, vil der i de følgende modeller ikke skelnes mellem, om det er primær eller sekundær luft. De vil blive nævnt som værende ét input.

Der sidder 5 aktuatorer på systemet til at foretage målinger med, som ligger til grund for den efterfølgende regulering.

- En Bosch "Lambda" oxygen sensor, type LSM 11, til at måle iltprocenten i røggassen. λ -sonden sidder monteret umiddelbart efter, at røggassen forlader fyrrummet og fortsætter over i skorstenen. Dette svarer til der, hvor røggassen kommer ud, når der ses på den del af Figur 2.3, der viser fyret fra siden.

- En PT1000-føler til at måle temperaturen i røggassen. Denne sidder monteret ved siden af λ -sonden.
- En 10k NTC temperaturføler, der måler temperaturen på fremløbsvandet. Dette er en standard føler monteret i et 6 mm metal hus, der sidder nedsænket i vandet. Denne sidder monteret i den del af kedlen, der er til højre for fyrrummet, når der ses på fyret bagfra, som det er illustreret på Figur 2.3.
- En 10k NTC temperaturføler, der måler temperaturen på returvandet. Denne sidder monteret umiddelbart inden vandet kommer ind i kedlen, som illustreret på den del af på Figur 2.3 der viser fyret set fra siden. Dette er en smd-komponent, der sidder monteret med kølepasta på ydersiden af metalrøret med vand, og det hele er så pakket inde i plastikskum til at isolere det fra omgivelserne.
- Et Copa-X Magnetic flowmeter, model D10D1465 with integral electronics, til at måle vandcirkulationen igennem kedlen. Det sidder monteret på returvandet mellem kalioferen og fyret.

Der er på λ -sonden opgivet en tidskonstant på 2 sekunder, når iltindholdet falder, og 1,5 sekunder, når iltindholdet stiger. Dette anses for relativt langsomt i forhold til, hvor hurtigt iltindholdet kan ændre sig, men ligeledes anses det for hurtigt i forhold til, hvor hurtigt det er muligt at ændre de styrbare input, hvorfor denne føler anses for værende uden dynamik.

På PT1000-føleren er tidskonstanterne fundet ved at lave to steps, hvilket er beskrevet nærmere i Appendiks E Måling af PT1000 tidskonstanter. Med de forbehold, der er nævnt i appendikset, er tidskonstanten for føleren målt til 36 sekunder. Dette anses dog ikke som en begrænsning, da temperaturen ikke umiddelbart anvendes til reguleringen. Skal røggastemperaturen senere anvendes til reguleringen er dette noget, det skal tages in mente.

Modelnummeret på NTC temperaturfølerne, der måler temperaturen i fremløbsvandet, er ikke kendt. Men i et databladet for Bosch sensorer, er der opgivet tidskonstant på henholdsvis 15 sekunder og 44 sekunder [Bos06, s.53]. Begge tider anslås at være hurtige i forhold den tid, det tager at ændre temperaturen på vandet, hvorfor data fra disse følere anses for at være uden dynamik.

NTC temperaturføleren, der måler temperaturen på returvandet, er ligeledes af uspecificeret model, men det antages, at den også har en tidskonstant på op til 44 sekunder. Da den måler temperaturen af vandet i systemet, antages de 44 sekunder at være hurtigt nok til at data fra sensoren kan anses for værende uden dynamik.

Flowmeteret til at måle vandcirkulationen anvendes ikke, da der ikke er lavet kontrolmåling af flowet. Flowet bestemmes derimod ud fra en samlet energibalace, således at effekt ind og ud af fyret er ens.

Testopstillingen er ikke tilsluttet noget reelt forbrug, hvorfor der sidder en GOBI-05-4000-1F kalorifer¹ som belastning. Kaloriferen er frekvensstyret, hvorved det er muligt at justere dens hastighed fra 8-50 Hz. Kaloriferen fungerer ved, at den leder luft forbi nogle rør med det varme vand, hvorved vandet bliver afkølet. Frekvensstyringen foretages med en Optidrive E, der styres

¹Blæser der normalt anvendes til at opvarmning.

med en spænding på 0-10 V, hvor 0 V giver 8 Hz, mens 10 V giver 50 Hz. De 8 Hz, der er som minimums hastighed, er valgt ud fra et sikkerhedshensyn, således der ikke vil ske overophedning af kedlen, hvis xPC'en slukkes/afbrydes mens muldvarpen er stor og forbrændingen fortsætter. Effekten, kaloriferen trækker ud af vandet, udregnes på baggrund af vandflowet og forskellen i temperatur på fremløbsvandet og returvandet.

Cirkulationspumpen er en Grundfos UPS 25-40 180 cirkulationspumpe. Ud fra modelbetegnelsen, kan det udledes, at det er en cirkulationspumpe (UP), og at den er elektrisk (S). Tallet 25 henviser til at diameteren på tryk og suge studs, mens 40 angiver løftehøjden i dm. Det sidste tal, 180, angiver indbygningslængden, samt at den har rørgevind [Gru03, s.5]. På cirkulationspumpen, der kører konstant, er det muligt at justere hastighed i 3 trin med en fysisk omskifter på cirkulationspumpen.

Blæseren er produceret af Ebm-papst og er af typen G2E108-AA01-75. I databladet står der opgivet, at den maksimalt kan levere 160 m^3 luft i timen [emb07]. Producenten af fyret har leveret en lineariseringstabel, hvor der, ved maksimal ydelse på blæseren, kun leveres 30 % af de 160 m^3 luft i timen. Lineariseringstabellen er gengivet i Tabel 2.1. Den nedsatte maksimale

Input	Output
0 %	0 %
10 %	2,2 %
20 %	4 %
30 %	6 %
40 %	8 %
50 %	12 %
60 %	14 %
70 %	17 %
80 %	21 %
90 %	28 %
100 %	30 %

Tabel 2.1: Opgivet lineariseringstabel for monteret blæser.

effekt antages at skyldes, at blæseren er overdimensioneret, og ved højere ydelse er der risiko for at blæse muldvarpen ned af brænderhovedet. Blæseren er PWM-styret, hvor periodetiden er sat til 0,01 sekund. Det er i Appendiks D Måling af blæserens indfødning fundet, at blæseren føder $0,259 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ luft per % duty cycle der påtrykkes blæseren ved en omgivelsestemperatur på $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

For stokeren er der foretaget målinger af, hvor meget brændsel der fødes ind i fyrrummet. Dette er nærmere beskrevet i målerapporten, der ses i Appendiks C Måling af stokerens indfødning. Det blev fundet, at stokeren er lineær med den implementerede styring, samt at den med de anvendte træpilller føder $95 \cdot 10^{-6} \text{ kg/s}$ per % duty cycle ind i fyrrummet. Specifikationer for motoren, der driver stokeren, er ikke undersøgt nærmere. Stokeren er PWM-styret, hvor periodetiden er sat til 10 sekunder, ud fra et kompromis mellem præcision på reguleringen og mulighed for hurtigt at ændre mængden af brændsel der fødes ind i fyrrummet. Den lange periodetid skyldes, at de solid-state relæer, der styrer motoren på stokeren, kun kan slukke ved 0-gennemgang af de 50 Hz

forsyningsspænding, der driver den. Det vides ikke præcist hvornår i perioden af de 50 Hz, der bliver tændt for stokeren, og unøjagtigheden ved dette ønskes minimeret. Den maksimale fejl, der kan begås ved reguleringen af motoren, er på en halv periodetid af de 50 Hz, hvilket med en reguleringsløjfe på 10 sekunder giver, at den maksimale fejl kan blive 0,1 %.

2.2 Grundlæggende forbrændingsteori

Beskrivelsen af forbrænding i dette afsnit baserer sig på, at der afbrændes træ eller træprodukter, hvorfor CO_2 ikke regnes som et dårligt biprodukt i røggassen. Afbrænding af træ regnes for CO_2 neutralt, da der ikke frigives mere CO_2 end træet har optaget under vækst. Ved afbrænding af fossile brændstoffer tilføres atmosfæren CO_2 , der har været "fjernet" fra CO_2 balancen så længe, at det anses som tilførelse af ny CO_2 , hvorfor det regnes som skadeligt for miljøet.

Forbrænding af fast stof, som eksempelvis træ, foregår primært ved at træet uddampes for brændbare gasser, og det er når gasserne brænder, at der udvikles varme. I tørt træ udgør de flygtige gasser ca. 85 % af vægten [Zub02, s.9], mens resten efterlades som aske og slagger. Slaggerne indeholder stadig kulstof, der kan udglødes, hvis der er tilstrækkeligt med vane og ilt til rådighed. Ved fuldstændig forbrænding af kulstof i gasserne er biprodukterne i røggassen vand, H_2O , og kuldioxid, CO_2 . Derudover er der nogle skadelige gasarter, blandt andet NO_x og SO_x som følge af svovl og nitrogen i luften og brændslet. I dette projekt vil der dog blive set bort fra disse. Støkiometrisk forbrænding opnåes ved, at der er præcis den mængde ilt til rådighed for forbrændingsprocessen, således der i røggassen kun er CO_2 og H_2O . Er der ikke ilt nok til stede ved forbrændingen, vil der blive dannet kulmonooxid, CO , og hydrogen, H_2 , hvilket er uønsket. Kulmonooxid, også kaldet kulilte, er giftig og tilhører gruppen af drivhusgasser, mens hydrogen er eksplosiv, hvilket giver risiko for eksplosioner/brande, når røggassen blandes med atmosfærisk luft.

Kendes den kemiske sammensætning af brændslet, kan det udregnes, hvor meget luft der skal være tilgængeligt for forbrændingen, for at det er muligt at opnå en støkiometrisk forbrænding. Den kemiske sammensætning af træ og træpiller er listet i Tabel 2.2. Indholdet af aske er den

	Måleenhed	Træ (tørt)	Træpiller
Kulstof C	[vægt-%]	42,4	50
Hydrogen H_2	[vægt-%]	5,1	6,7
Ilt O_2	[vægt-%]	37,2	<i>i. a.</i>
Kvælstof N_2	[vægt-%]	0,1	<i>i. a.</i>
Svovl S	[vægt-%]	–	–
Vand H_2O	[vægt-%]	15	6-8
Aske	[vægt-%]	0,2	0,4

Tabel 2.2: Kemisk sammensætning af træ og træpiller som opgivet i [Thø00, s.144]. Felter med *i. a.* betyder "ikke angivet i litteraturen", mens – angiver at der ikke er opgivet en værdi, hvorfor disse antages at være 0.

mængde af brændslet, der ikke indeholder kulstof, og derfor ikke kan brænde. For træpiller er indholdet af ilt ikke angivet, men da træpiller er lavet af savsmuld antages de resterende procent,

der mangler at blive gjort rede for i Tabel 2.2, at være ilt. Regnes vandindholdet i træpillerne som 7 % bliver vægt-% ilt i træpiller hermed 35,9 %.

Den minimale luftmængde, der skal tilføres forbrændingen af 1 kg brændsel, for at der kan forekomme støkiometrisk forbrænding kan udregnes som [Thø00, formel 3.28]

$$L_{min} = \frac{c_{red} \cdot 1,86 + s \cdot 0,70 + h \cdot 5,55 - o \cdot 0,7}{0,21} [m_n^3/kg], \quad (2.1)$$

hvor

c_{red} er den reducerede mængde kulstof, der forbrændes i gasserne, i forhold til den totale mængde i brændslet, ud fra en viden om, at der forekommer tab af kulstof i slagger, der kan udglødes, men ikke umiddelbart indgår i forbrændingen

s, h, o er mængderne af svovl, hydrogen og ilt i brændslet
enheden m_n^3 er en normalkubikmeter, hvilket vil sige ved 0 °C .

Antages nu, at al kulstof i brændslet frigives og afbrændes i gasserne, således der ikke bliver kulstof tilbage i slaggerne, der kan udglødes, kan den minimale mængde luft, der skal være tilstede for støkiometrisk forbrænding udregnes for eksempelvis 1 kg træpiller,

$$\begin{aligned} L_{min} &= \frac{.50 \cdot 1,86 + 0 \cdot 0,70 + 0,067 \cdot 5,55 - 0,359 \cdot 0,7}{0,21} \\ L_{min} &= 5,00 m^3/kg . \end{aligned} \quad (2.2)$$

Der ses her bort fra den udvidelse, der sker af luft ved temperaturer over 0 °C . Dette tal kan anvendes, når det skal bestemmes, hvor meget luft og brændsel der skal fødes ind i fyrrummet, da det fortæller, hvad blandingsforholdet skal være for at kunne opnå støkiometrisk forbrænding. Det er dog som oftest ønskeligt, at der er et vist iltoverskud i røggassen, da det er umuligt at opnå fuldstændig blanding af kulstof i røggassen og tilført ilt, hvorfor der vil forekomme CO og H_2 i røggassen sammen med frit O_2 , hvis der kun tilføres den minimale mængde luft som netop udregnet.

Når ydelsen på fyret er høj, vil der være et stort luftflow, hvorved det er nemmere at opnå en god blanding af ilt og kulstof i røggas, mens der ved lav ydelse er et lavt luftflow og blandingen af kulstof og ilt bliver dårligere. På grund af dette kan der ved høj ydelse køres med et mindre iltoverskud i røggassen end ved lav ydelse.

Kapitel 3

Modellering

Formålet med modellerne i dette kapitel er at opnå tilstrækkelig indsigt i processerne i stokerfyret til at kunne opstille en simuleringsmodel af dette. Der vil i dette kapitel blive anvendt kontrolvolumener, hvilket også er kendt som modellering med koncentrerede parametre, hvorfor dette vil blive beskrevet først.

Indholdet af atmosfærisk luft er opgivet i volumen-%, mens der i dette kapitel anvendes vægt-% til at bestemme massen af ilt i atmosfærisk luft. Ved 21 % ilt i atmosfærisk luft, kan massen af ilt udregnes som

$$M_{ilt} = 0,21 \cdot M_{luft} \cdot K_{V \rightarrow M} , \quad (3.1)$$

hvor

M_{ilt} er massen af ilt

M_{luft} er massen af atmosfærisk luft

$K_{V \rightarrow M}$ er omregningsfaktoren fra volumen-% til vægt-%.

Massefylden for en normalkubikmeter atmosfærisk luft er $1,293 \text{ kg/m}_n^3$, mens massefylden for en normalkubikmeter ilt er $1,429 \text{ kg/m}_n^3$. Omregningsfaktoren $K_{V \rightarrow M}$ kan udregnes som forholdet mellem massefylden af ilt og atmosfærisk luft, hvilket giver

$$\begin{aligned} K_{V \rightarrow M} &= \frac{1,429}{1,293} \\ &= 1,105 . \end{aligned} \quad (3.2)$$

3.1 Kontrolvolumen og kontrolflade

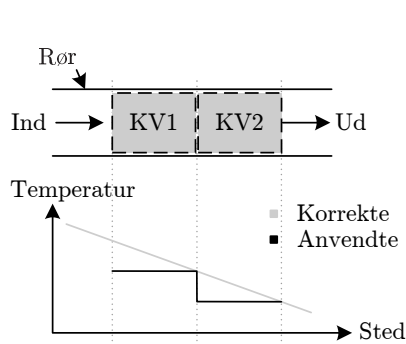
Et kontrolvolumen, KV, er et område afgrænset af kontrolflader. En kontrolflade optager ikke volumen og kan derfor ikke indeholde hverken masse eller energi. På Figur 3.1 er der illustreret kontrolvolumener, mens der på Figur 3.2 er illustreret en kontrolflade anvendt uden, at der dannes et kontrolvolumen. Ved at bruge kontrolvolumener foretages en steddiskretisering, hvorved parametre i et kontrolvolumen kommer til kun at afhænge af tid og ikke af tid og sted, som

er det korrekte. Når steddiskretiseringen foretages, vælges kontrolvolumenet således, at der kan antages ens variable (tryk, massefylde, temperatur) for hele volumenet. Steddiskretiseringen kan foretages efter tre metoder:

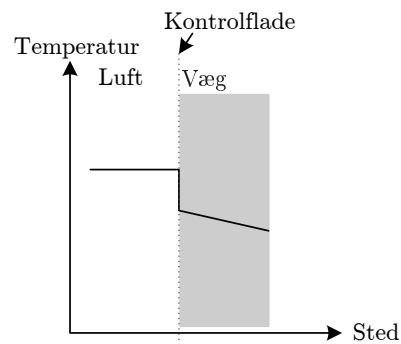
- **Forward Euler** - værdierne af variableerne ved input til kontrolvolumenet anvendes for hele kontrolvolumenet.
- **Backward Euler** - værdierne af variableerne ved output af kontrolvolumenet anvendes for hele kontrolvolumenet.
- **Central differens** - også kendt som bilinear metoden, anvender værdier til variableerne i kontrolvolumenet fundet som middelværdier mellem værdierne ved input og output.

Alle steddiskretiseringer i dette kapitel vil blive foretaget med backward Euler metoden, da forward Euler kan give et ustabil respons, mens central differens metoden kan give fejlagtige transienter [Ped07].

På Figur 3.1 ses illustreret et rørstykke, hvor der er indlagt to sammenhængende kontrolvolumener samt et eksempel på, hvilke temperaturer der vil blive anvendt for de to kontrolvolumener, når der anvendes backward Euler.



Figur 3.1: Illustration af rør med to indlagte kontrolvolumener, og hvilke temperaturer der vil regnes med i kontrolvolumenerne når der anvendes backward Euler.



Figur 3.2: Illustration af en kontrolflade anvendt ved varmeovergang mellem to medier.

På Figur 3.2 ses anvendelse af en kontrolflade i overgangen mellem luft og væg. Ved at anvende en kontrolflade regnes med, at temperaturen springer i kontrolfladen og ikke ændrer sig kontinuert, som er det korrekte. Des større temperaturspringet er i kontrolfladen, des mindre er varmeovergangstallet mellem de to medier. Varmeovergangstallet beskriver hvor meget varmeenergi der kan overføres. Et højt varmeovergangstal betyder, at der overføres meget varme, hvorfor temperaturspringet i kontrolfladen vil blive lille, mens et lille varmeovergangstal betyder, at materialet er dårligt til at overføre varme, og der vil derfor være et stort temperaturspring i kontrolfladen. Et eksempel på materialer med et højt varmeovergangstal er metaller, mens eksempelvis træ og isolering har små varmeovergangstal.

Med reference til Figur 2.3, der illustrerer Benekov stokerfyret i testopstillingen, betyder det, at temperaturen i hele kontrolvolumenet for fyrrummet regnes for den samme som temperaturen målt i røggassen ud, mens al vandet i kontrolvolumenet kedel regnes som værende samme temperatur som fremløbsvandet.

3.2 Samlet energibalance for stokerfyr Benekov R25

Ved at lave nogle antagelser om systemet, er modellen af et stokerfyr vist på Figur 2.2 tilstrækkelig til at opstille en energibalance for systemet. Der laves følgende antagelser

- Al energi i systemet optræder som varme
- Systemet er i steady state, således at fyrrummet ikke optager mere energi.

Opstilles en energibalance for systemet, med de nævnte antagelser, bliver ændringen i energien i systemet lig med summen af effekter ind i systemet, minus summen af effekter ud af systemet.

$$\frac{d}{dt}E_{total}(t) = \sum W_{ind}(t) - \sum W_{ud}(t) , \quad (3.3)$$

hvor

$E_{total}(t)$ er energien i systemet, der kan omregnes til en temperatur i fremløbsvandet ud fra at masseflowet og varmekapaciteten er kendt

$W_{ind}(t)$ er effekten ind i systemet

$W_{ud}(t)$ er effekten ud af systemet.

Effekten ind i systemet kan skrives som

$$W_{ind}(t) = W_{tp}(t) + W_{luft}(t) + W_{retur}(t) , \quad (3.4)$$

hvor

$W_{tp}(t)$ er effekten der tilføres ved forbrænding af træpiller

$W_{luft}(t)$ er effekten i det luft der tilføres forbrændingen med blæseren

$W_{retur}(t)$ er effekten i returvandet.

Effekten W_{tp} er sat til kun at repræsentere effekten tilført ved forbrænding af træpillerne, da effekten tilført med den varme masse af træpillerne er ubetydelig i forhold til effekten tilført ved forbrænding. Energien tilført ved afbrænding af træpillerne er opgivet til 17,8 MJ/kg, mens energien i temperaturen af 1 kg grantræ ved 20 °C er 54,4 kJ, hvis der regnes med en varmekapacitet på 2,72 kJ/(kg·K) for grantræet [Thø00, s.62].

Effekten ud af systemet kan skrives som

$$W_{ud}(t) = W_{rg}(t) + W_{frem}(t) , \quad (3.5)$$

hvor

$W_{rg}(t)$ er effekten i røggassen

$W_{frem}(t)$ er effekten i fremløbsvandet.

Her ses bort fra tab til omgivelserne, da stokerfyret på ydersiden ikke bliver meget varmere end omgivelserne. De enkelte effekter ind og ud af systemet kan regnes som

$$W_{tp}(t) = h_{tp} \cdot m_{tp}(t) \quad (3.6)$$

$$W_{luft}(t) = m_{luft}(t) \cdot c_{luft} \cdot T_{omg}(t) \quad (3.7)$$

$$W_{retur}(t) = m_{vand}(t) \cdot c_{vand} \cdot T_{retur}(t) \quad (3.8)$$

$$W_{rg}(t) = (m_{luft}(t) + 0.85 \cdot m_{tp}(t)) \cdot c_{rg} \cdot T_{rg}(t) \quad (3.9)$$

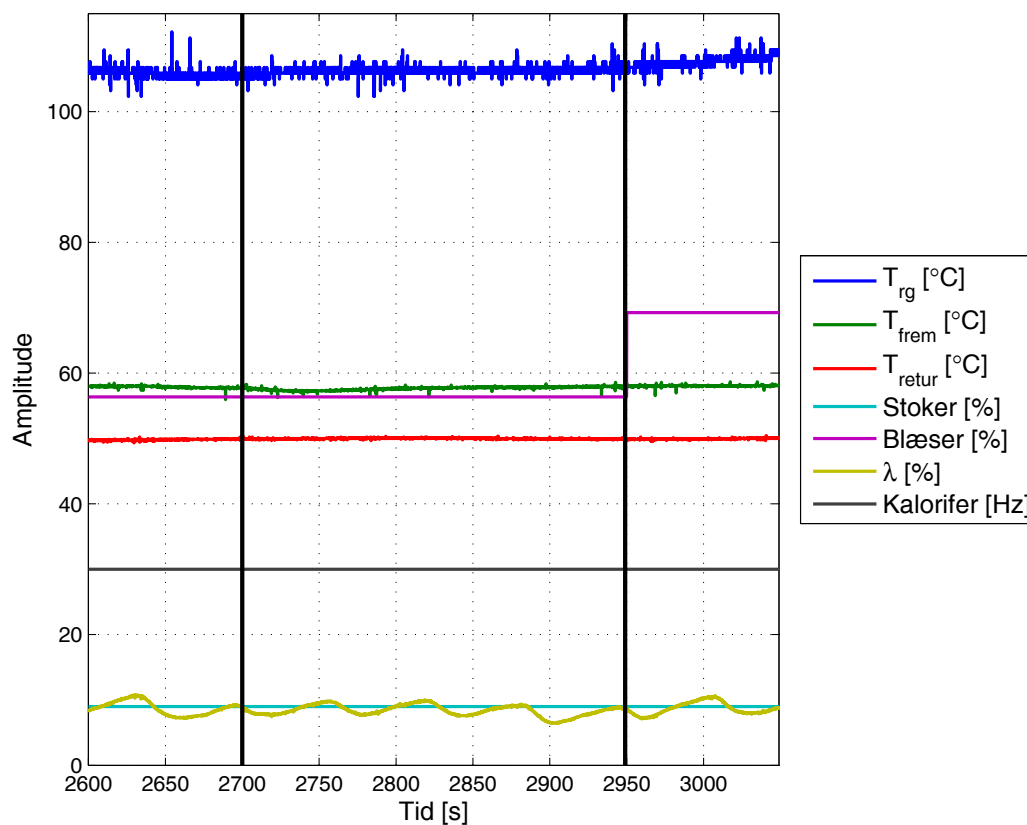
$$W_{frem}(t) = m_{vand}(t) \cdot c_{vand} \cdot T_{frem}(t) . \quad (3.10)$$

hvor

h_{tp}	er brændværdien af træpillerne
$m_{tp}(t)$	er masseflowet af træpiller ind i fyrrummet
$m_{luft}(t)$	er masseflowet af luft ind i fyrrummet
c_{luft}	er varmekapaciteten af luft
$T_{omg}(t)$	er omgivelsestemperaturen
$m_{vand}(t)$	er masseflowet af vand der cirkulerer igennem kedlen
$T_{retur}(t)$	er temperaturen af returvandet
c_{rg}	er varmekapaciteten af røggassen
$T_{rg}(t)$	er temperaturen af røggassen der sendes ud i skorstenen
$T_{frem}(t)$	er temperaturen i fremløbsvandet.

Ved steady state skal Formel 3.3 være lig med nul, hvilket kan kontrolleres ved at lave udregningen ud fra data opsamlet i steady state.

På Figur 3.3 ses et plot af systemet i steady state, hvor måledata er opsamlet i forbindelse med forsøg med step respons.



Figur 3.3: Plot af måledata der ligger til grund for bestemmelse af vandflowet i steady state.

Steady state på Figur 3.3 er opnået med stokeren kørende med 9 % duty cycle og blæseren kørende med 56,4 % duty cycle. Der er midlet over området mellem de lodrette streger, hvilket giver

T_{rg}	106,1 °C
T_{frem}	57,7 °C
T_{retur}	50,0 °C
λ_{rg}	8,4 % .

Duty cycle på blæseren er værdien før lineariseringstabellen bliver anvendt. Omgivelses temperaturen anslås til 20 °C .

Med blæseren sat til 56,36 %, udregnes det til, at den leverer et masseflow af luft på $14,60 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$. Stokeren er sat på 9 %, hvilket giver, at der fødes $0,855 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$ træpiller ind i fyrrummet. Den specifikke varmekapacitet for røggassen sættes til $1012 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$, hvilket svarer til den for luft ved 100 °C , mens den for vand sættes $4,18 \text{ kJ/(kg}\cdot\text{K)}$. Ud fra dette er det nu muligt at udregne, hvad flowet af vand skal være, for at den samlede energibalance kommer til at passe. Dette gøres i et MATLAB script, MasseflowVand.m, der ses i på den vedlagte CD. Masseflowet af vand udregnes til

$$m_{vand} = 0,4337 \text{ kg/s} . \quad (3.11)$$

I samme MATLAB script udregnes de forskellige effekter i systemet, hvilket giver

W_{tp}	= 15,05 kW
W_{luft}	= 0,31 kW
W_{retur}	= 68,97 kW
W_{rg}	= 1,54 kW
W_{frem}	= 82,79 kW .

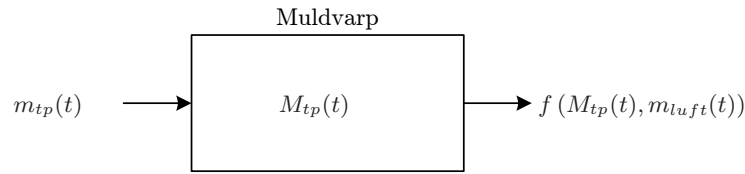
3.3 Dynamisk model af stokerfyr Benekov R25

Modellen i dette afsnit vil blive lavet på baggrund af fysikkens og termodynamikkens love samt nogle antagelser, der vil blive forklaret, når de introduceres. Der vil blive opstillet 2 energibalancer og 2 massebalancer, hvortil der vil blive anvendt fire kontrolvolumener. Et kontrolvolumen der beskriver muldvarpens størrelse, et til energien i fyrrummet, et til energien i vandet i kedlen og det sidste er et, der beskriver iltniveauet i røggassen.

3.3.1 Muldvarp

Ændring af muldvarpens størrelse kan betragtes som forskellen af masseflowet af træpiller, der skubbes ind i fyrrummet, og det masseflow af brændsel, der forsvinder ved forbrænding. Masseflowet af træpiller, der forsvinder ved forbrændingen, antages at være en funktion af, hvor stor muldvarpen er, samt hvor meget ilt, der er til rådighed for forbrændingen. En model af muldvarpens størrelse kan ses på Figur 3.4.

Antagelsen om masseflowet af træpiller væk fra muldvarpen siger, at des større muldvarpen er, des større er masseflowet, der forsvinder, da der er flere træpiller, der er ild i. Ligeledes er sammenhængen mellem tilgængelig ilt og forbrændingen, at mere ilt giver mere forbrænding og



Figur 3.4: Kontrolvolumen for muldvarp.

dermed større masseflow af træpiller væk fra muldvarpen. Opskriver funktionen for masseflowet af træpiller væk fra muldvarpen som

$$f(m_{luft}(t), M_{tp}(t)) \approx K_{flow} \cdot m_{luft}(t) + K_{str} \cdot M_{tp}(t), \quad (3.12)$$

hvor

- $m_{luft}(t)$ er masseflowet af luft ind i fyrrummet
- $M_{tp}(t)$ er massen af træpiller i muldvarpen
- K_{str} er en konstant, der bestemmer hvor meget masse der forsvinder fra muldvarpen som funktion af muldvarpens størrelse
- K_{luft} er en konstant, der bestemmer hvor meget masse der forsvinder fra muldvarpen som funktion af luftflowet og dermed tilgængelig ilt.

Inden opskrivningen af massebalancen for muldvarpen, opdeles træpillerne i to dele. Den ene del er massen, der indgår i massebalancen for muldvarpen, mens den anden del regnes for at være gas, der forbrændes øjeblikkeligt ved indføddningen. Massebalance for muldvarpen kan således skrives som

$$\frac{d}{dt} M_{tp}(t) = K_m \cdot m_{tp}(t) - K_{flow} \cdot m_{luft}(t) - K_{str} \cdot M_{tp}(t), \quad (3.13)$$

hvor

- K_m er en konstant, der angiver hvor stor en del af træpillerne der regnes for masse
- $m_{tp}(t)$ er masseflowet af træpiller ind i fyrrummet.

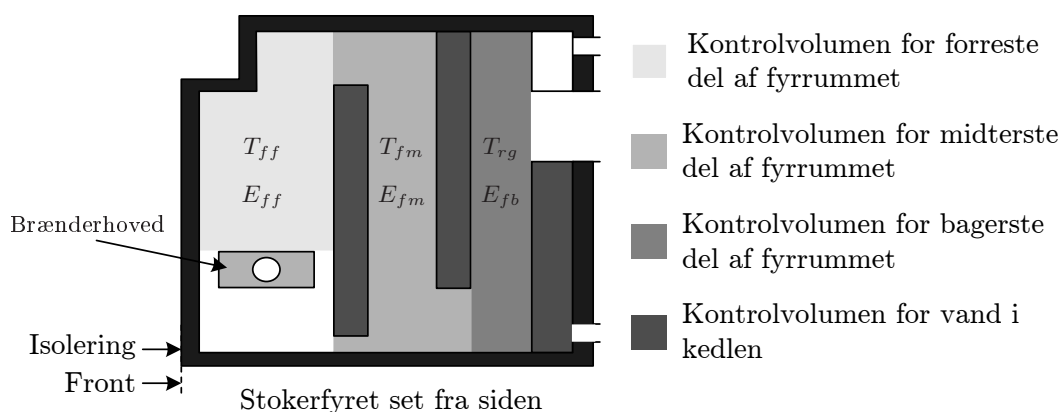
3.3.2 Fyrrum

Ændring af energien, der er i fyrrummet, er forskellen mellem den effekt, der tilføres vha. forbrændingen og indblæsningsluften og de effekter, der fjernes fra fyrrummet. Effekterne ud af fyrrummet er effekten i røggassen, når denne ledes ud, samt effekten der bliver overført til vandet i kedlen. Dette kan beskrives med

$$\frac{d}{dt} E_{fyrrum}(t) = W_{tp}(t) + W_{luft} - W_{rg}(t) - W_{f \rightarrow v}(t), \quad (3.14)$$

hvor

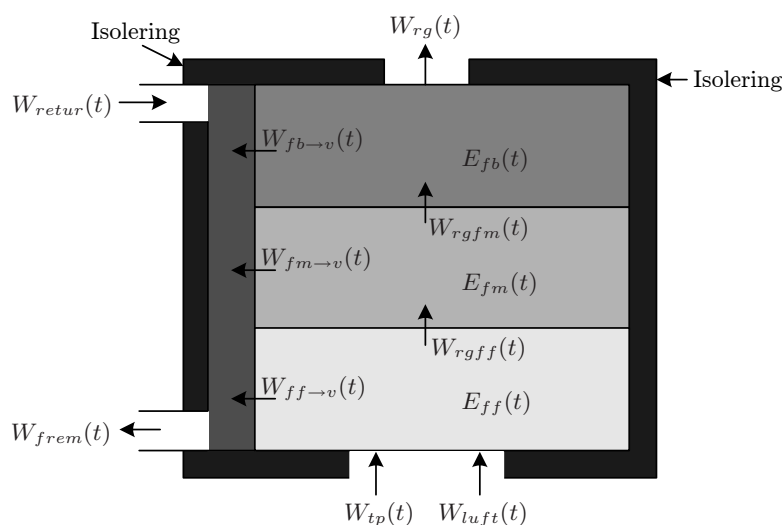
- $E_{fyrrum}(t)$ er energien i fyrrummet
- $W_{tp}(t)$ er effekten tilført fyrrummet ved afbrænding af træpillerne
- $W_{luft}(t)$ er effekten tilført fyrrummet med luften der blæses ind
- $W_{rg}(t)$ er effekten fjernet fra fyrrummet med røggassen
- $W_{f \rightarrow v}(t)$ er effekten overført fra fyrrummet til vandet i kedlen.



Figur 3.5: Illustration af fyrrummets opdeling i tre kontrolvolumener, samt hvorledes energien og temperaturen for de enkelte kontrolvolumener benævnes.

Fyrrummet opdeles i tre kontrolvolumener, hvilket er illustreret på Figur 3.5.

Med opdelingen i tre kontrolvolumener kommer $W_{f \rightarrow v}(t)$ i Formel 3.14 til at dække over tre led. På Figur 3.6 ses illustreret effekterne mellem de tre kontrolvolumener og effekterne, der overføres fra de tre kontrolvolumener til kedlen.



Figur 3.6: Model af fyrrummet med opdeling i tre kontrolvolumener, hvor effekterne mellem de enkelte volumener er benævnt.

Ud fra Figur 3.6 er det nu muligt at opstille de tre differentiaalligninger, der beskriver energien i fyrrummets tre kontrolvolumener, hvor der ses bort fra tab til omgivelserne. For at udregne effekterne fra kontrolvolumenerne til kedlen skal der bruges et varmeovergangstal, der i denne rapport benævnes α . Det er empirisk fundet, at der er en sammenhæng mellem varmeovergangstallet og masseflowet, hvorfor varmeovergangstallet regnes som

$$\alpha(t) = K_\alpha \cdot m_{rg}(t)^{0,8}, \quad (3.15)$$

hvor

K_α er en konstant, der beskriver den samlede varmeoverførelse fra fyrrum til kedel, hvor der sker konvektion og stråling fra røggas og muldvarp til metallet, ledning igennem metallet og konvektion fra metallet til vandet

$m_{rg}(t)$ er masseflowet af røggas.

Masseflowet af vand er konstant, hvorfor effekten af dette vil være inkluderet i konstanten K_{alpha} og ikke skal opløftes til en potens på 0,8. Masseflowet af røggas regnes som summen af masseflowet af luften, der blæses ind, og 85 % af masseflowet af træpiller, hvilket er den del, der bliver omdannet til røggas som beskrevet i Afsnit 2.2 Grundlæggende forbrændingsteori.

$$m_{rg}(t) = m_{luft}(t) + 0,85 \cdot m_{tp}(t) . \quad (3.16)$$

Varmeovergangstallet vil blive regnet forskelligt for de tre kontrolvolumener og blive benævnt

$\alpha_{ff}(t)$ for varmeovergangstallet for den forreste del af fyrrummet
 $\alpha_{fm}(t)$ for varmeovergangstallet for den midterste del af fyrrummet
 $\alpha_{fb}(t)$ for varmeovergangstallet for den bagerste del af fyrrummet.

For at udregne forskellige varmeovergangstal ændres K_α fra Formel 3.15 til at benævnes K_{ff} , K_{fm} og K_{fb} for henholdsvis den forreste, midterste og bagerste del af fyrrummet. Udregningen af værdierne for K_{ff} , K_{fm} og K_{fb} laves i Appendix F Anvendte konstanter.

Effekten ind i fyrrummet, $W_{tp}(t)$, regnes som kun værende afhængig af træpillernes brændværdi, da effekten indeholdt i massen af træpiller, der har omgivelsestemperatur, er forsvindende lille i forhold til effekten af brændværdien, som beskrevet i Afsnit 3.2. Der anvendes samme varmekapacitet for røggassen i de tre kontrolvolumener, da forskellen i varmekapacitet for luft ved 400 °C og luft ved 100 °C er 57 J/(kg·K), hvorved fejlen ved at regne med samme varmekapacitet anses for ubetydelig. Derudover vil en differentieret varmekapacitet for de tre kontrolvolumener stadig basere sig på skøn af temperaturen i de enkelte kontrolvolumener, samt at varmekapaciteten sættes ud fra tør atmosfærisk luft og ikke ud fra røggassens faktiske sammensætning.

Forreste del af fyrrummet

For kontrolvolumenet, der beskriver den forreste del af fyrrummet, fåes

$$\frac{d}{dt}E_{ff}(t) = W_{tp}(t) + W_{luft}(t) - W_{rgff}(t) - W_{ff \rightarrow v}(t) \Rightarrow \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot \frac{d}{dt}T_{ff}(t) &= h_{tp} \cdot (K_{flow} \cdot m_{luft}(t) + K_{str} \cdot M_{tp}(t)) \\ &+ h_{tp} \cdot (1 - K_m) \cdot m_{tp}(t) \\ &+ c_{luft} \cdot T_{omg} \cdot m_{luft}(t) \\ &- c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &- A_{ff} \cdot \alpha_{ff}(t) \cdot (T_{ff}(t) - T_{frem}(t)) \end{aligned} \quad (3.18)$$

\Updownarrow

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}T_{ff}(t) &= \frac{h_{tp}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} (K_{flow} \cdot m_{luft}(t) + K_{str} \cdot M_{tp}(t)) \\ &+ \frac{h_{tp} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \cdot m_{tp}(t) \\ &+ \frac{c_{luft}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \cdot T_{omg} \cdot m_{rg}(t) \\ &- \frac{1}{M_{rgff}} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &- \frac{A_{ff}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \cdot \alpha_{ff}(t) (T_{ff}(t) - T_{frem}(t)) , \end{aligned} \quad (3.19)$$

hvor

M_{rgff}	er massen af røggassen i kontrolvolumenet, der dækker over den forreste del af fyrrummet
c_{rg}	er varmekapaciteten for røggassen i kontrolvolumenet
c_{luft}	er varmekapaciteten for luften, der blæses ind i kontrolvolumenet
$T_{ff}(t)$	er temperaturen af røggassen i kontrolvolumenet
$T_{frem}(t)$	er temperaturen af fremløbsvandet fra kedlen
$T_{omg}(t)$	er omgivelsestemperaturen
A_{ff}	er arealet, der kan overføre varmeenergi fra kontrolvolumenet til kedlen.

Midterste del af fyrrummet

Differentialligningen, der beskriver energien i kontrolvolumenet, der dækker over den midterste del af fyrrummet, kan opskrives som

$$\frac{d}{dt}E_{fm}(t) = W_{rgff}(t) - W_{rgfm}(t) - W_{fm \rightarrow v}(t) \Rightarrow \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \frac{d}{dt}T_{fm}(t) &= c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) \\ &\quad - A_{fm} \cdot \alpha_{fm}(t) \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

\Downarrow

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}T_{fm}(t) &= \frac{1}{M_{rgfm}} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &\quad - \frac{1}{M_{rgfm}} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) \\ &\quad - \frac{A_{fm}}{M_{rgfm} \cdot c_{rg}} \cdot \alpha_{fm}(t) \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) \ , \end{aligned} \quad (3.22)$$

hvor

M_{rgfm} er massen af røggassen i kontrolvolumenet, der dækker over den midterste del af fyrrummet

T_{fm} er temperaturen af røggassen i kontrolvolumenet

A_{fm} er arealet, der kan overføre varmeenergi fra kontrolvolumenet til kedlen.

Bagerste del af fyrrummet

Differentialligningen, der beskriver kontrolvolumenet, der dækker over den bagerste del af fyrrummet, kan opskrives som

$$\frac{d}{dt}E_{fb}(t) = W_{rgfm}(t) - W_{rg}(t) - W_{fb \rightarrow v}(t) \Rightarrow \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot \frac{d}{dt}T_{rg}(t) &= c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) \\ &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{rg}(t) \\ &\quad - A_{fb} \cdot \alpha_{fb}(t) \cdot (T_{rg}(t) - T_{frem}(t)) \end{aligned} \quad (3.24)$$

\Downarrow

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}T_{rg}(t) &= \frac{1}{M_{rgfb}} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm} \\ &\quad - \frac{1}{M_{rgfb}} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{rg}(t) \\ &\quad - \frac{A_{fb}}{M_{rgfb} \cdot c_{rg}} \cdot \alpha_{fb}(t) \cdot (T_{rg}(t) - T_{frem}(t)) \ , \end{aligned} \quad (3.25)$$

hvor

M_{rgfb}	er massen af røggassen i kontrolvolumenet, der dækker over den bagerste del af fyrrummet
T_{rg}	er temperaturen af røggassen i kontrolvolumenet, og fordi der anvendes backward Euler er det også temperaturen i røggassen
A_{fb}	er arealet, der kan overføre varmeenergi fra kontrolvolumenet til kedlen.

3.3.3 Kedel

Ændring af energien i kedlen kan skrives som forskellen mellem de energier, der kommer ind i kedlen, og den energi, der tages ud af kedlen. Energien ind i kedlen er effekten i returvandet og de effekter, der overføres fra fyrrummet, mens energien ud af kedlen er effekten, der er i fremløbsvandet. Dette ses illustreret på Figur 3.6. Opstilles energibalancen for kedlen fåes

$$\frac{d}{dt}E_{kedel}(t) = W_{retur}(t) + W_{ff \rightarrow v}(t) + W_{fm \rightarrow v}(t) + W_{fb \rightarrow v}(t) - W_{frem}(t) . \quad (3.26)$$

Den energi, der er i kedlen, afhænger kun af temperaturen i vandet, da mængden af vand i kedlen samt trykket i kedlen regnes for konstant. Effekten der kommer ind i kedlen med returvandet, $W_{retur}(t)$, og det der kommer ud af kedlen, $W_{frem}(t)$, regnes ud fra flowet af vand, vands varmekapacitet samt vandets temperatur de respektive steder. Dette giver at energibalancen kan omskrives til

$$\begin{aligned} M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \frac{d}{dt}T_{frem}(t) &= m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot T_{retur}(t) \\ &+ A_{ff} \cdot \alpha_{ff}(t) \cdot (T_{ff}(t) - T_{frem}(t)) \\ &+ A_{fm} \cdot \alpha_{fm}(t) \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) \\ &+ A_{fb} \cdot \alpha_{fb}(t) \cdot (T_{rg}(t) - T_{frem}(t)) \\ &- m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot T_{frem}(t) \end{aligned} \quad (3.27)$$

\Downarrow

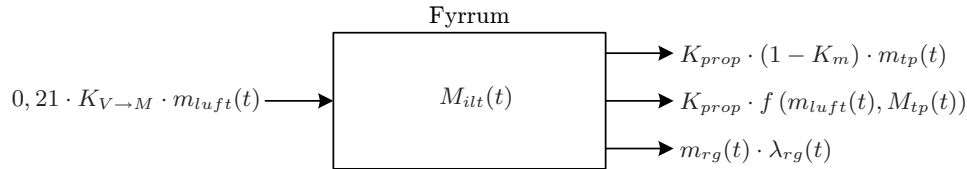
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}T_{frem}(t) &= \frac{m_{vand}}{M_{vand}} T_{retur}(t) \\ &+ \frac{A_{ff}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \cdot \alpha_{ff}(t) (T_{ff}(t) - T_{frem}(t)) \\ &+ \frac{A_{fm}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \cdot \alpha_{fm}(t) (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) \\ &+ \frac{A_{fb}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \cdot \alpha_{fb}(t) (T_{rg}(t) - T_{frem}(t)) \\ &- \frac{m_{vand}}{M_{vand}} \cdot T_{frem}(t) , \end{aligned} \quad (3.28)$$

hvor

M_{vand}	er massen af vand i kedlen
m_{vand}	er masseflowet af vand igennem kedlen
c_{vand}	er varmekapaciteten for vand.

3.3.4 Iltniveau

Udregningen af ændringen i iltniveauet baserer sig på en massebalance for iltten i fyrrummet. Masseflowet af ilt ind i fyrrummet svarer til 21 % af den luft, der blæses ind, mens masseflowet af ilt ud af fyrrummet svarer til den iltprocent, der er i røggassen, ganget med luftflowet samt det ilt, der er blevet forbrugt i forbrændingen. Masseflowet af ilt, der forbruges ved forbrændingen, antages at være proportional med masseflowet af brændsel, der forsvinder fra muldvarpen.



Figur 3.7: Kontrolvolumen for massen af ilt i fyrrummet.

Forholdet mellem massen af brændsel og massen af ilt, der forbruges ved støkiometrisk forbrænding, kan beregnes ud fra luftmængden L_{min} udregnet i Formel 2.2. Dette forhold benævnes proportionalitetsfaktoren, K_{prop} , og udregnes i Appendiks F.

Massebalancen for iltten i fyrrummet bliver

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} M_{ilt}(t) &= 0,21 \cdot K_{V \rightarrow M} \cdot m_{luft}(t) - K_{prop} \cdot (1 - K_m) \cdot m_{tp}(t) \\ &\quad - K_{prop} \cdot K_{flow} \cdot m_{luft}(t) - K_{prop} \cdot K_{str} \cdot M_{tp}(t) \\ &\quad - m_{luft}(t) \cdot \lambda_{rg}(t) . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Da det er ændringen af iltniveauet, der ønskes udregnet, deles med den samlede masse af røggas i de tre kontrolvolumener i fyrrummet på begge sider af lighedstegnet, da $\frac{M_{ilt}(t)}{M_{rgf}} = \lambda_{rg}(t)$, hvilket giver

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \lambda_{rg}(t) &= \frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} \cdot m_{luft}(t) - \frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgf}} \cdot m_{tp}(t) \\ &\quad - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} \cdot m_{luft}(t) - \frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \cdot M_{tp}(t) \\ &\quad - \frac{1}{M_{rgf}} \cdot m_{rg}(t) \cdot \lambda_{rg}(t) , \end{aligned} \quad (3.30)$$

hvor

M_{rgf} er massen af røggas i hele fyrrummet.

3.4 Model opbygning

Simuleringsmodellen opbygges i Simulink på baggrund af masse-, energi- og niveaubalancerne opstillet i Afsnit 3.3 Dynamisk model af stokerfyr Benekov R25. Der vil i dette afsnit ikke ske en gennemgang af den komplette opbygning men blot ske en forklaring af princippet. Opbygningen af hele modellen kan ses på den vedlagt CD.

Opbygningen er lavet som en afvejning mellem overskuelighed og en minimering af udregninger. Tages udgangspunkt i Formel 3.21

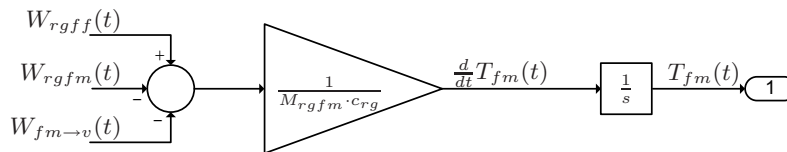
$$\frac{d}{dt}E_{fm}(t) = W_{rgff}(t) - W_{rgfm}(t) - W_{fm \rightarrow v}(t) \Rightarrow \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \frac{d}{dt}T_{fm}(t) &= c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) \\ &\quad - A_{fm} \cdot \alpha_{fm}(t) \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) , \end{aligned} \quad (3.32)$$

der er energibalancen for den midterste del af fyrrummet, er den implementeret i et subsystem. Den samlede model består således af et subsystem for hver formel, der er implementeret. Første trin i implementeringen baserer sig på

$$\frac{d}{dt}T_{fm}(t) = (W_{rgff}(t) - W_{rgfm}(t) - W_{fm \rightarrow v}(t)) \cdot \frac{1}{M_{rgfm} \cdot c_{rg}} , \quad (3.33)$$

hvor det ses, at den afledede af temperaturen i kontrolvolumenet er en sum ganget med en faktor, hvorfor der startes med at placere en summation, en multiplikation og en integrator for at komme fra den afledede af staten til den faktiske state, hvilket ses på Figur 3.8.

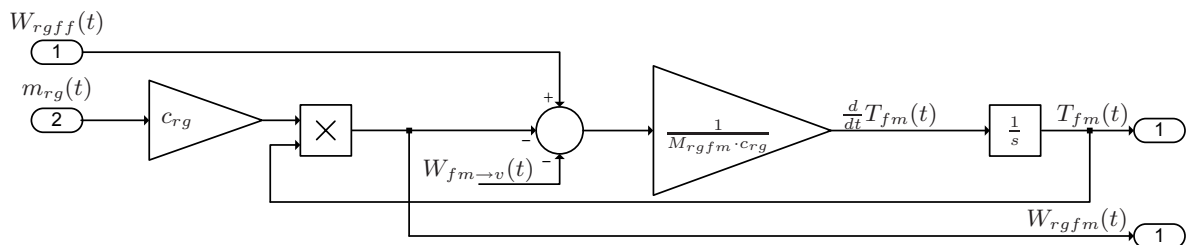


Figur 3.8: Første trin i opbygningen af Simulink model. Symbolet til højre med et 1-tal i, repræsenterer outputport fra subsystemet, således at temperaturen kan føres videre til subsystemet, der dækker over energibalancen for det bagerste kontrolvolumen i fyrrummet, hvor den bruges som et input.

Næste trin er at tilføje de led, der på Figur 3.8 er vist som input til summationen. Tages det led, der dækker over effekter videreført til det bagerste kontrolvolumen i fyrrummet

$$W_{rgfm} = c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) , \quad (3.34)$$

fåes det, som er illustreret på Figur 3.9.



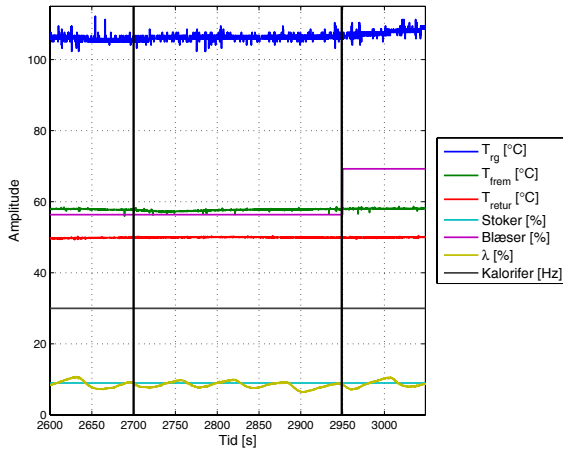
Figur 3.9: Andet trin i opbygningen af Simulink model. Symbolerne til venstre med et 1-tal og et 2-tal i, repræsenterer inputporte fra subsysteme, da begge værdier, W_{rgff} og $m_{rg}(t)$, udregnes i subsystemet der dækker over det energibalancen for det forreste kontrolvolumen i fyrrummet. Effekten W_{rgff} er ligeledes ført til en outputport, da den skal anvendes i energibalancen for det bagerste kontrolvolumenet i fyrrummet.

Således fortsættes indtil alle led er udregnet i de enkelte subsystemer, og de enkelte subsystemer forbindes herefter. Den samlede model kan ses på den vedlagte CD.

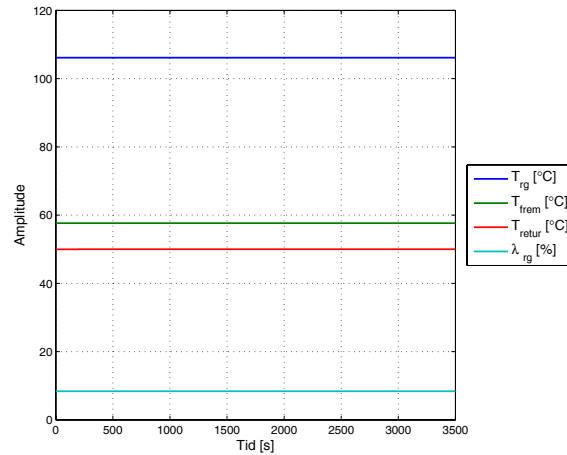
3.5 Sammenligning af simuleringsmodel og målinger

I dette afsnit sammenlignes simuleringer med målinger på systemet for at verificere, at modellen kan anvendes til design af en regulator.

Først testes modellen i steady state ved det fastsatte arbejds punkt. Resultatet af simuleringen ses på Figur 3.11

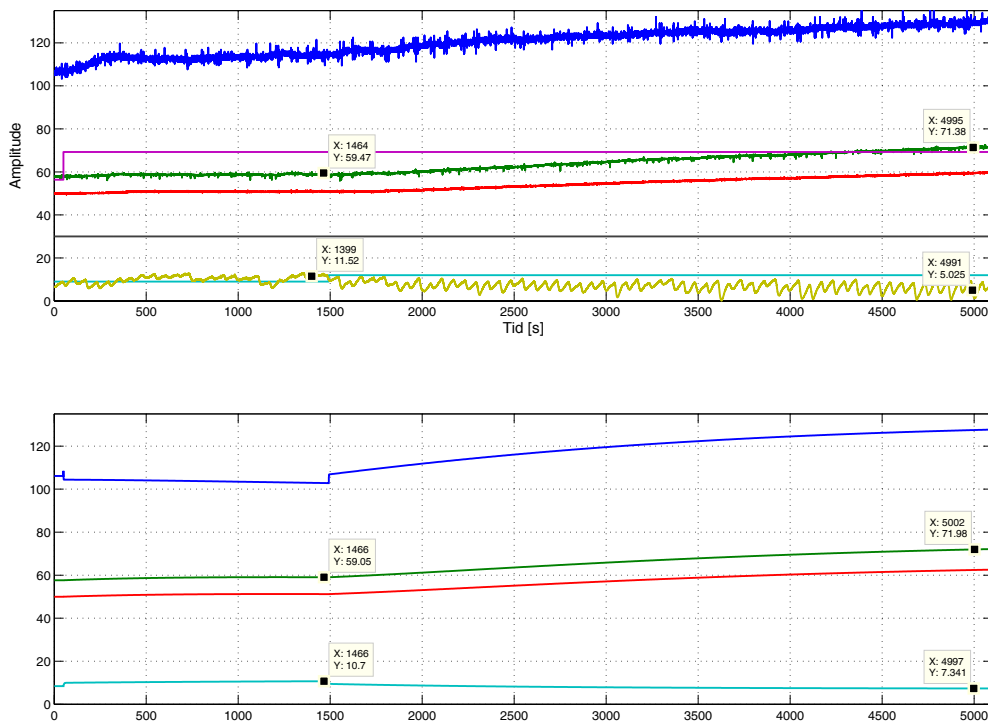


Figur 3.10: Måling af steady state på systemet, tidligere vist på Figur 3.3.



Figur 3.11: Output fra modellen ved steady state ved det bestemte arbejds punkt.

På Figur 3.11 ses, at modellen ikke ændrer sig ved steady state. For at opnå dette er proportionalitetsfaktoren K_{prop} dog blevet ændret fra 1,5 til 2,456, da iltniveauet ellers steg til 13,74 % indenfor de første 20 sekunder af simuleringen, for så at være stabil der. Proportionalitetsfaktoren angiver forholdet mellem massen af ilt og brændsel ved støkiometrisk forbrænding. At K_{prop} skulle ændres var forventet, da den er udregnet på baggrund af flere antagelser omkring træpillerne. En ændring på 1 i forhold til det beregnede på 1,5 er meget, men den vil så også dække over målefejl i forbindelse med masseflow af træpiller og luft samt målingen af iltniveauet. Det formodes, at ændringen primært skyldes afvigelse i masseflowene i forhold til de fastsatte. Der fortsættes derfor med en test af dynamiken for simuleringsmodellen i forhold til systemet. Til simulering i forbindelse med design af regulator er det væsentligste, at temperaturen i fremløbsvandet samt iltniveauet passer med systemet, da det er de output, der indtil videre anvendes til at regulere på baggrund af. På Figur 3.12 ses resultatet af en måling på systemet og en simulering med modellen. Der foretages step ved samme tidspunkter på de to grafer, akserne er ligeledes ens.



Figur 3.12: Sammenligning mellem måling og simulering, øverst er måling på systemet og nederst er output fra simuleringsmodellen. Der er lavet to step, et på blæser og en på stoker. På målingen ses til hvilke tider og amplituden af de to step. De to grafer med data cursorer er øverst temperaturen i fremløbsvandet, T_{frem} , og nederst iltniveauet, λ_{rg} .

Som det ses på Figur 3.12, passer temperaturen i fremløbsvandet (den grønne med data cursorer) rimeligt overens mellem systemet og simuleringsmodellen. Til gengæld mangler iltniveauet dynamik i simuleringen. Iltniveauet stiger ikke helt så meget som systemets, efter der er lavet step i blæserens ydelse, og det falder heller ikke så meget, efter at der lavet step i stokerens ydelse. Dette giver tydeligt grund til nærmere udvikling af modellen, da 2 % afvigelse på iltniveauet er en større fejl end 2 °C ville være på fremløbsvandet, og der er et ønske om at regulere iltniveauet rimeligt præcist, indenfor 1 %. Afvigelsen i iltniveauet formodes at skyldes, den måde forbrændingen simuleres på, hvilket der ikke i dette projekt er mulighed for at arbejde videre med. Ligeledes er der ikke mulighed for at undersøge nærmere, hvor fejlen sker med hensyn til simuleringen af temperaturen i røggassen. I simuleringsmodellen sker et fald i røggastemperaturen efter step i blæserens ydelse, hvor der i målingen ses en tydelig temperaturstigning. Afvigelsen i røggastemperatur anses også for et mindre unde i forhold til den manglende dynamik i iltniveauet, da røggastemperaturen ikke umiddelbart anvendes i reguleringen. Simuleringsmodellen anvendes derfor til design af en regulator, da den viser de rigtige tendenser for iltniveauet og fremløbstemperaturen.

Det er efter verificeringen konstateret, at den tegning af stokerfyret, der ligger til grund for udregningen af arealer og volumener i fyrrummet, ikke er for det korrekte fyr. Dimensionerne for et Benekov R25 er større end dem på tegningen, så det antages, at tegningen gælder for et Benekov R15 stokerfyr. At dimensionerne er større betyder, at der forventes et langsommere

respons på ændringen af temperaturen i røggassen, da der er større masse, der skal opvarmes, samtidigt med at der bliver større areal til at overføre effekten fra røggas til vand, hvormed der kan flyttes mere effekt fra røggassen til vandet.

Kapitel 4

Regulator

Dette kapitel beskriver opbygningen af en regulator til stokerfyret Benekov R25. Regulatoren designes på baggrund af modellen opstillet i forrige kapitel. Da det ligger udenfor dette projekt at designe en ulineære regulator, lineariseres de opstillede ligninger, og regulatoren designes på baggrund af de lineariserede ligninger. Lineariseringen ses beskrevet i Appendiks G.

4.1 State–space model

State–space er et alternativ til metoden med overføringsfunktioner til at designe regulatorer ud fra. State–space metoden baserer sig på et antal første ordens differentiaalligninger og er specielt velegnede til MIMO¹ systemer. At metoden baserer sig på første ordens differentiaalligninger gør, at den vælges anvendt i dette projekt, da modellen allerede er beskrevet ved seks sådanne ligninger.

Der vil i det følgende blive anvendt en notation, hvor afledede af variable som eksempelvis $\frac{d}{dt}T_{frem}$ skrives som \dot{T}_{frem} . Ligeledes benævnes den stationære værdi for et arbejds punkt med en streg ovenover og uden tidsafhængighed, eksempelvis \bar{T}_{frem} , mens småsignalværdien af variabelen der ændrer sig benævnes ΔT_{frem} .

Grundlæggende består state–space modellen af to ligninger, der ses i Formel 4.1, der benævnes state ligningen, og Formel 4.2, der benævnes output ligningen. Først opskrevet med en notation der ofte ses i litteratur

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) , \quad (4.2)$$

hvor store bogstaver skrevet med fed angiver matricer, mens små bogstaver skrevet med fed angiver vektorer. I Tabel 4.1 er der gengivet en funktionsbeskrivelse af de enkelte matricer og vektorer samt deres størrelser.

¹Multiple Input Multiple Output

	Funktionsbeskrivelse	Dimension
A	System matrice	# states × # states
B	Input matrice	# states × # inputs
C	Output matrice	# outputs × # states
D	Direkte led matrice	# outputs × # inputs
$\mathbf{x}(t)$	State variable	# states × 1
$\dot{\mathbf{x}}(t)$	Afledede of state variable	# states × 1
$\mathbf{u}(t)$	Input	# inputs × 1
$\mathbf{y}(t)$	Output	# outputs × 1

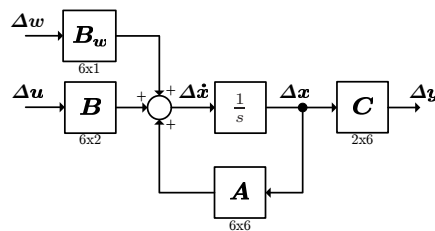
Tabel 4.1: Anvendt notation i state-space. Alternativt ses **F**, **G**, **H** og **J** anvendt i stedet for **A**, **B**, **C** og **D** [EN06, s.442].

Den opstillede model er beskrevet ved småsignalværdier, hvorfor Ligning 4.1 og 4.2 med den valgte notation opskrives som

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u} \quad (4.3)$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u} . \quad (4.4)$$

State variable vælges ofte som output fra elementer, der oplagrer energi, som eksempelvis en fjeder for et fysisk system, en spole for et elektrisk system eller temperaturer for termiske systemer, hvilket under ét også kan beskrives med en integrator [EN06, s.448]. Ud fra den opstillede model i småsignalværdier giver dette, at ΔM_{tp} , ΔT_{ff} , ΔT_{fm} , ΔT_{rg} , ΔT_{frem} og $\Delta \lambda_{rg}$ vælges som state variable, $\Delta \mathbf{x}$. Der er to input til systemet, Δm_{tp} og Δm_{luft} , $\Delta \mathbf{u}$, mens ΔT_{retur} er en forstyrrelse, Δw , til systemet. Der er to output fra systemet ΔT_{frem} og $\Delta \lambda_{rg}$, $\Delta \mathbf{y}$. State-space modellen ses illustreret på Figur 4.1.



Figur 4.1: Illustration af state-space modellen.

Statevektoren, $\Delta \mathbf{x}$, inputvektoren, $\Delta \mathbf{u}$, og outputvektoren, $\Delta \mathbf{y}$, opskrives som

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta M_{tp} \\ \Delta T_{ff} \\ \Delta T_{fm} \\ \Delta T_{rg} \\ \Delta T_{frem} \\ \Delta \lambda_{rg} \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta m_{luft} \\ \Delta m_{tp} \end{bmatrix}, \quad \Delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Delta T_{frem} \\ \Delta \lambda_{rg} \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

Ud fra de lineariserede ligninger i småsignalværdier, der er udregnet i Appendiks G, er det muligt at opstille matricerne. De lineariserede ligninger gengives efterfølgende med den notation,

der anvendes i dette kapitel. Nogle af ligningerne er ligeledes omskrevet til, at de afledede af state variablerne står alene på venstre side af lighedstegnet, hvilket letter opstillingen af matricerne. Det vil derudover blive angivet, hvor de konstante led, der ganges på state variable, skal stå i de forskellige matricer. Angivelsen af placeringen i matricerne vil eksempelvis være a_{23} , hvilket angiver, at det er \mathbf{A} matricen 2. række, 3. søjle. Følgende er en gengivelse af Formel G.5, der beskriver massebalancen for muldvarpen

$$\Delta \dot{M}_{tp} = \overbrace{K_m}^{b_{12}} \cdot \Delta m_{tp} - \overbrace{K_{flow}}^{b_{11}} \cdot \Delta m_{luft} - \overbrace{K_{str}}^{a_{11}} \cdot \Delta M_{tp} . \quad (4.6)$$

Følgende er en omskrivning af Formel G.10, der beskriver røggastemperaturen i det forreste kontrolvolumen i fyrrummet

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_{ff} = & \overbrace{\left[\frac{h_{tp} \cdot K_{flow} - c_{luft} \cdot T_{omg} - c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \right.}^{b_{21}} \\ & \left. - \frac{0,8 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \Delta m_{luft}} \\ & + \overbrace{\left[\frac{h_{tp} \cdot (1 - K_m) - 0,85 \cdot c_{rg} \bar{T}_{ff}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \right.}^{b_{22}} \\ & \left. - \frac{0,68 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \Delta m_{tp}} \\ & + \overbrace{\left[\frac{h_{tp} \cdot K_{str}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{21}} \cdot \Delta M_{tp} \\ & + \overbrace{\left[- \frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgff}} - \frac{A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{22}} \cdot \Delta T_{ff}} \\ & + \overbrace{\left[\frac{A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgff} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{25}} \cdot \Delta T_{frem} . \quad (4.7) \end{aligned}$$

Følgende er en omskrivning af Formel G.15, der beskriver røggastemperaturen i det midterste

kontrolvolumen i fyrrummet

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{T}_{fm} = & \overbrace{\left[\frac{\cdot T_{ff} - \bar{T}_{fm}}{M_{rgfm}} - \frac{0,8 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right]}^{b_{31}} \cdot \Delta m_{luft} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{0,85 \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgfm}} - \frac{0,68 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right]}^{b_{32}} \cdot \Delta m_{tp} \\
& + \overbrace{\left[\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgfm}} \right]}^{a_{32}} \cdot \Delta T_{ff} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgfm}} - \frac{A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgfm} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{33}} \cdot \Delta T_{fm} \\
& + \overbrace{\left[\frac{A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgfm} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{35}} \cdot \Delta T_{frem} .
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Følgende er en omskrivning af Formel G.20, der beskriver røggasttemperaturen ud i skorstenen og i det bagerste kontrolvolumen i fyrrummet

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{T}_{rg} = & \overbrace{\left[\frac{T_{fm} - \bar{T}_{rg}}{M_{rgfb}} - \frac{0,8 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right]}^{b_{41}} \cdot \Delta m_{luft} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{0,85 \cdot \bar{T}_{fm}}{M_{rgfb}} - \frac{0,68 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right]}^{b_{42}} \cdot \Delta m_{tp} \\
& + \overbrace{\left[\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgfb}} \right]}^{a_{43}} \cdot \Delta T_{fm} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgfb}} - \frac{A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgfb} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{44}} \cdot \Delta T_{rg} \\
& + \overbrace{\left[\frac{A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{rgfb} \cdot c_{rg}} \right]}^{a_{45}} \cdot \Delta T_{frem} .
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Følgende er en omskrivning af Formel G.25, der beskriver temperaturen i fremløbsvandet

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{T}_{frem} = & \overbrace{\left[\frac{\bar{m}_{vand}}{M_{vand}} \right]}^{b_{w,15}} \cdot \Delta T_{retur} \\
& + \overbrace{\left[\frac{0,8}{M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \cdot (A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \right.}^{b_{51}} \\
& \quad \left. + A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \right]} \cdot \Delta m_{luft} \\
& + \overbrace{\left[\frac{0,68}{M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \cdot (A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \right.}^{b_{52}} \\
& \quad \left. + A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \right]} \cdot \Delta m_{tp} \\
& + \overbrace{\left[\frac{A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \right]}^{a_{52}} \cdot \Delta T_{ff} \\
& + \overbrace{\left[\frac{A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \right]}^{a_{53}} \cdot \Delta T_{fm} \\
& + \overbrace{\left[\frac{A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \right]}^{a_{54}} \cdot \Delta T_{rg} \\
& + \overbrace{\left[(-A_{ff} \cdot K_{ff} - A_{fm} \cdot K_{fm} - A_{fb} \cdot K_{fb}) \cdot \frac{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}}{M_{vand} \cdot c_{vand}} \right.}^{a_{55}} \\
& \quad \left. - \frac{m_{vand}}{M_{vand}} \right]} \cdot \Delta T_{frem} . \tag{4.10}
\end{aligned}$$

Følgende er en omskrivning af Formel G.30, der beskriver iltniveauet i røggassen

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{\lambda}_{rg} = & \overbrace{\left[\frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M} - K_{prop} \cdot K_{flow} - \bar{\lambda}_{rg}}{M_{rgf}} \right]}^{b_{61}} \cdot \Delta m_{luft} \\
& + \overbrace{\left[\frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m) - 0,85 \cdot \lambda_{rg}}{M_{rgf}} \right]}^{b_{62}} \cdot \Delta m_{tp} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \right]}^{a_{61}} \cdot \Delta M_{tp} \\
& + \overbrace{\left[-\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgf}} \right]}^{a_{66}} \cdot \Delta \lambda_{rg}(t) . \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Strukturen for matricerne, der indgår i state-space modellen, bliver

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & a_{25} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & a_{45} & 0 \\ 0 & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & 0 \\ a_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \\ b_{61} & b_{62} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ b_{w,15} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

De værdier, der skal stå i matricerne \mathbf{A} , \mathbf{B} og \mathbf{B}_w ved det fastsatte arbejds punkt, kan findes med MATLAB scriptet StateSpace.m der findes på den vedlagte CD.

4.1.1 Diskretisering

Da regulatoren skal implementeres på en computer, i dette tilfælde xPC hosten, er det nødvendigt at diskretisere de opstillede matricer. De grundlæggende ligninger, vist i Formel 4.1 og Formel 4.2, kommer i de diskrete versioner til at se ud som

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A}_d \mathbf{x}[n] + \mathbf{B}_d \mathbf{u}[n] \quad (4.15)$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}_d \mathbf{x}[n] + \mathbf{D}_d \mathbf{u}[n], \quad (4.16)$$

hvor indeks d angiver, at matricerne er diskretiserede. Med den anvendte notation og de opstillede matricer, bliver state- og outputligningen

$$\Delta \mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}[n] + \mathbf{B}_d \Delta \mathbf{u}[n] + \mathbf{B}_{wd} \Delta T_{retur} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}_d \Delta \mathbf{x}[n]. \quad (4.18)$$

Diskretiseringen foretages i MATLAB med kommandoen `c2dm` der ud over matricerne tager samplefrekvensen samt hvilken metode, der skal diskretiseres efter, som input argument. Samplefrekvensen sættes til 100 Hz, da det er den samplefrekvens, der anvendes i interfacet fra xPC'en til Benekov R25 stokerfyret, og der diskretiseres efter zero-order-hold (ZOH) metoden. Udregningen foretages i MATLAB script StateSpace.m.

Åbensløjfepolerne for systemet kan findes som egenverdierne af system matricen \mathbf{A}_d , hvilket kan gøres ved at løse

$$\det[\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_d] = 0, \quad (4.19)$$

hvor \mathbf{I} er en $n \times n$ identitetsmatrice, hvor n er antallet af states i systemet. Da åbensløjfe-polerne med matricen \mathbf{A}_d udregnes i diskret tid, vil de stabile poler ligge indenfor enhedscirklen, og ikke i højre halvplan som for systemer i kontinuert tid. Alternativt kan åbensløjfe-polerne udregnes som egenverdierne for \mathbf{A}_d matricen i Matlab med kommandoen `eig()`.

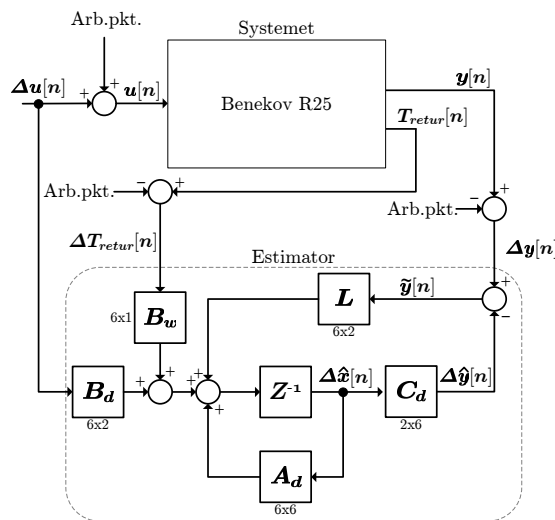
4.1.2 Estimator

Da det ikke er alle states i systemet, der kan måles, er det nødvendigt at implementere en estimator. En estimator ses også anvendt i tilfælde, hvor den aktuelle state kan måles, da det er en metode at reducere sensor- og tilstand-/processstøj. Inden en estimator kan designes, er det nødvendigt at teste, om det er muligt at designe en estimator. Dette gøres ved at udregne en observerbarhedsmatrice \mathcal{O} givet ved [EN06, s.502]

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d \\ \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \\ \vdots \\ \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (4.20)$$

hvor n er antallet af states. For at systemet er observerbart, skal \mathcal{O} have fuld rang. Observerbarhedsmatricen kan i MATLAB genereres ved brug af kommandoen `obsv`. At teste for observerbarhed på denne måde frarådes dog, da metoden er numerisk ustabil, hvorfor der istedet anvendes kommandoen `obsvf`, der anbefales i MATLAB hjælpefunktionen [Inc07]. Med denne udregnes, hvad der svarer til rangen af \mathcal{O} til seks, hvorved systemet er observerbart.

Når der anvendes en fuld ordens estimator, hvor returvandstemperaturen medtages som en målbare forstyrrelse, kommer blokdiagrammet for state-space estimatormodellen til at se ud som illustreret på Figur 4.2.



Figur 4.2: Illustration af state-space estimatormodellen, hvor systemet betragtes som det fysiske setup i stedet for state-space modellen. Notationen \dot{x} angiver, at det er de estimerede states og ligeledes for outputtet.

Som det ses på Figur 4.2, er der nu tilføjet endnu en matrice \mathbf{L} , der benævnes estimator matricen. Matricen \mathbf{L} bruges til løbende at justere de estimerede states, da det laver tilbagekobling af fejlen

$\tilde{\mathbf{y}}[n]$ mellem det estimerede output $\hat{\mathbf{y}}[n]$ og systemets output $\mathbf{y}[n]$. Matricen \mathbf{L} kan designes på flere måder, for eksempel ved at bestemme polerne for estimatoren. Ved at vælge poler, der er hurtigere end dem for systemet, bliver fejlen af estimatet mindre, mens det ved at vælge poler, der er langsommere, er muligt at undertrykke støj. Polerne i estimatoren kan udregnes som

$$\det[\lambda\mathbf{I} - (\mathbf{A}_d - \mathbf{L}\mathbf{C}_d)] = 0, \quad (4.21)$$

hvilket er det samme som at finde egenværdierne for $\mathbf{A}_d - \mathbf{L}\mathbf{C}_d$. Estimator matricen vil i dette projekt blive bestemt ved hjælp af MATLAB og funktionen `dlqe`. Funktionen bestemmer grundlæggende et stationært Kalman filter, hvilket dog ikke vil blive beskrevet nærmere, da dette ligger udenfor fokusområdet for dette projekt. Funktionen bestemmer de gains, der skal stå i estimator matricen \mathbf{L} , ud fra ligningerne

$$\mathbf{x}[n+1] = \mathbf{A}_d\mathbf{x}[n] + \mathbf{B}_d\mathbf{u}[n] + \mathbf{G}\mathbf{w}[n] \quad (4.22)$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}_d\mathbf{x}[n] + \mathbf{D}_d\mathbf{u}[n] + \mathbf{v}[n], \quad (4.23)$$

hvor

$w[n]$ er processstøj

$u[n]$ er sensorstøj

\mathbf{G} er en matrice, der vægter de enkelte states processtøj indvirkning på alle states, der opstilles som en identitetsmatrice, hvorved støj på en state kun påvirker den enkelte state.

Som input argumenter til funktionen `dlqe` anvendes matricerne \mathbf{A} , \mathbf{G} , \mathbf{C} , \mathbf{Q}_e og \mathbf{R}_e . Matricerne \mathbf{Q}_e og \mathbf{R}_e bestemmes som

$$\mathbf{Q}_e = E\{ww^T\} \quad \text{og} \quad \mathbf{R}_e = E\{vv^T\}, \quad (4.24)$$

hvor $E\{\}$ henviser til den forventede værdi (expected value) af udregningen mellem de to $\{\}$, der indsættes i matricerne. Der vil for begge matricer kun blive tilskrevet værdier på diagonalen, da der ses bort fra den krydsforstyrrelse elementerne udenfor diagonalen repræsenterer. Der tilskrives værdier for processstøj til statene ΔM_{tp} , ΔT_{ff} , ΔT_{fm} og ΔT_{rg} . Processstøjen på muldvarpens størrelse, ΔM_{tp} , sættes til 0,01, da det ikke lyder urealistisk, at muldvarpen kan variere ± 10 gram i størrelse, når stokeren og blæseren kører med fast duty cycle. Processtøjen på de tre states, der knytter sig til temperaturerne i fyrrummet, sættes til 2°C , da det er observeret, at temperaturen i røggassen ud i skorstenen varierer så meget med stoker og blæser kørende med fast duty cycle. At de to andre temperaturer tilskrives samme værdi, og ikke en større værdi, som også havde været rimeligt, skyldes, at det ikke vides, hvor meget større de skulle sættes. Ud fra målinger på systemet, vurderes det, at sensorstøjen på fremløbsvandet er 1°C , mens sensorstøjen på iltmålingen er 0,1 %. Ud fra dette er det muligt at opstille matricerne, hvor \mathbf{Q}_e er en 6×6 matrice, mens \mathbf{R}_e er en 2×2 matrice

$$\mathbf{Q}_e = \begin{bmatrix} 0,0001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}. \quad (4.25)$$

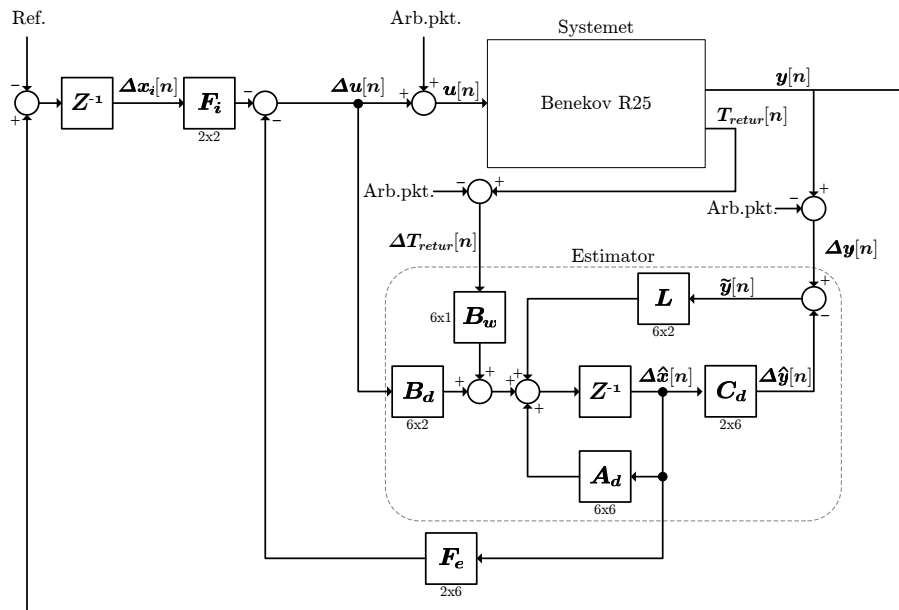
Ud fra dette bestemmes \mathbf{L} matricen i MATLAB til

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,74 \cdot 10^{-3} & -99,20 \cdot 10^{-3} \\ 0,25 & -30,79 \\ 0,10 & -11,68 \\ 36,90 \cdot 10^{-3} & -3,63 \\ 0,32 \cdot 10^{-3} & -6,40 \cdot 10^{-3} \\ -63,61 \cdot 10^{-6} & 6,00 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Med den udregnede estimatormatrice kan polerne i estimatoren findes til $(0,9719; 0,9779; 0,9820; 0,9956 + 0,0040i; 0,9956 - 0,0040i; 0,9997)$.

4.1.3 Integral regulering

For at opnå en robust regulering ønskes det at tilføje et integrationsled, således at forskellen mellem reference og output integreres op og over tid bliver nul, selvom der skulle ske mindre ændringer i systemets parametre. Når integratoren og tilbagekoblingsmatricerne tilføjes systemet, kommer state-space modellen til at se ud som illustreret på Figur 4.3



Figur 4.3: Illustration af state-space modellen med estimator, integrator og tilbagekobling.

Ved tilføjelsen af integratoren kommer der to states mere i systemet, en for hver af de to input. Hemed er det nødvendigt at udvide state-space matricerne inden tilbagekoblingsmatricen \mathbf{F} , der indeholder både \mathbf{F}_e og \mathbf{F}_i på Figur 4.3, kan bestemmes. Opskrives de grundlæggende state-space ligninger igen for systemet, når integratoren medtages, fåes

$$\Delta \mathbf{x}_s[n+1] = \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_s[n] + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{u}[n] \quad (4.27)$$

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}_i \Delta \mathbf{x}_s[n], \quad (4.28)$$

hvor

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} \Delta \hat{\mathbf{x}} \\ \Delta \mathbf{x}_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_i = \begin{bmatrix} T_{frem} - Ref.(T_{frem}) \\ \lambda_{rg} - Ref.(\lambda_{rg}) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0}_{(6 \times 2)} \\ \mathbf{C}_d & \mathbf{I}_{(2 \times 2)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0}_{(2 \times 2)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d & \mathbf{0}_{(2 \times 2)} \\ \mathbf{0}_{(2 \times 6)} & 0,05 \cdot \mathbf{I}_{(2 \times 2)} \end{bmatrix},$$

hvor $\mathbf{0}$ er en matrice bestående af nuller, med dimensionerne som angivet i indekset, mens \mathbf{I} er en enhedsmatrice med dimensioner som angivet i indekset. At enhedsmatricen ganges med en faktor på 0,05 i \mathbf{C}_i , sløver integratoren, således at det tager 20 samples (1/0,05) at opnå samme værdi på outputtet af integratoren, som én sample vil tage uden faktoren, hvis fejlen mellem output af systemet og referencen er konstant. De 20 samples er valgt tilfældigt.

Ved at indsætte tilbagekoblingsmatrixerne \mathbf{F} , der er givet ved

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e & \mathbf{F}_i \end{bmatrix},$$

er det muligt at flytte polerne i systemet, således at systemet får den ønskede dynamik. Ud fra Figur 4.3 kan det ses, at småsignalinputtet til systemet relateres til statesene i de udvidede state-space formler som

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}[k] &= -\mathbf{F}_e \Delta \hat{\mathbf{x}}[n] - \mathbf{F}_i \Delta \mathbf{x}_i \Rightarrow \\ &= -\mathbf{F} \Delta \mathbf{x}_s, \end{aligned} \quad (4.29)$$

hvilket også er kendt som kontrolloven. Anvendes kontrolloven på Formel 4.27 fåes

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_i \Delta \mathbf{x}_s - \mathbf{B}_i \mathbf{F} \Delta \mathbf{x}_s, \quad (4.30)$$

hvilket giver, at lukketsøjfepolerne kan udregnes som

$$\det[\lambda \mathbf{I} - (\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \mathbf{F})] = 0, \quad (4.31)$$

hvilket svarer til at finde egenverdierne for $\mathbf{A}_i - \mathbf{B}_i \mathbf{F}$, der som tidligere nævnt kan gøres i MATLAB med kommandoen `eig()`.

4.1.4 Design af tilbagekoblingsmatrice \mathbf{F}

Inden der kan designes en tilbagekoblingsmatrice er det nødvendigt, at kontrollere om systemet er kontrollerbart, hvilket kan gøres med en matrice \mathcal{C} , der er defineret som [EN06, p.845]

$$\mathcal{C} = [\mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i^2 \mathbf{B}_i \quad \dots \quad \mathbf{A}_i^{n-1} \mathbf{B}_i], \quad (4.32)$$

hvor n er antallet af states i systemet. For at systemet er kontrollerbart, skal \mathcal{C} have fuld rang, hvilket er det samme som, at matricen består af n lineært uafhængige rækker. Kontrollerbarhedsmatricen \mathcal{C} kan i MATLAB genereres ved brug af kommandoen `ctrb`. At teste for kontrollerbarhed på denne måde frarådes dog, da metoden er numerisk ustabil, hvorfor der istedet anvendes kommandoen `ctrbf`, der anbefales i MATLAB hjælpefunktionen [Inc07]. Med denne udregnes, hvad der svarer til rangen af \mathcal{C} til 8, hvorved systemet er kontrollerbart, da der er otte states i det udvidede system. Tilbagekoblingsmatricen \mathbf{L} kan bestemmes på flere måde, men i dette projekt bestemmes den efter samme princip som estimator matricen blev bestemt tidligere.

Linear Quadratic Regulator

Tilbagekoblingsmatricen \mathbf{F} designes på baggrund af LQR metoden, der er en metode til at opnå optimal regulering i forhold til den vægtning, der vælges for forholdet mellem præcision i reguleringen og den indsats regulatoren skal yde. I LQR metoden anvendes en omkostningsfunktion givet ved [EN06, s.493]

$$\mathcal{J} = \int_{-\infty}^0 (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) dt , \quad (4.33)$$

hvilket i diskret tid svarer til

$$\mathcal{J} = \sum_{-\infty}^0 (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{Q}_r \cdot \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \cdot \mathbf{R}_r \cdot \mathbf{u}) . \quad (4.34)$$

Ved at minimere omkostningsfunktionen er det muligt at opnå optimal regulering. Ved at vælge nogle passende \mathbf{Q} og \mathbf{R} matricer foretages en vægtning mellem states og output således, at der opnåes acceptable værdier for de forskellige states og output. LQR metoden anvendes ofte iterativt for at opnå tilfredsstillende resultater, men en metode, at starte med at vælge \mathbf{Q} og \mathbf{R} ud fra, er kendt som Brysons's regel, der siger, at \mathbf{Q} og \mathbf{R} kan vælges som [EN06, s.493]

$$\mathbf{Q}_{ii} = \frac{1}{\text{maximum acceptable value of } (x_i^2)} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{R}_{ii} = \frac{1}{\text{maximum acceptable value of } (u_i^2)} . \quad (4.36)$$

Matricerne \mathbf{Q} og \mathbf{R} bliver således matricer, der indeholder nul på alle andre elementer end diagonalen. For at opnå optimal regulering skal \mathbf{Q} være positiv semi-definit, mens \mathbf{R} skal være positiv definit. Da state-space modellen baserer sig på småsignalværdier, svarer den maksimalt acceptable værdi til den maksimale ændring af værdien, der er acceptabel. Da systemet er diskretiseret, kan tilbagekoblingsmatricen udregnes i MATLAB med kommandoen `dlqr`. Det er i dette projekt ikke relevant at begrænse alle de forskellige states men kun at begrænse de states, der er output, hvilket kan opnåes, da følgende omskrivning gælder

$$\mathbf{y}^T \mathbf{Q}_r \mathbf{y} = (\mathbf{C}\mathbf{x})^T \mathbf{Q}_r \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_r \mathbf{C}\mathbf{x} , \quad (4.37)$$

hvor værdierne i \mathbf{Q}_r vælges som

$$\mathbf{Q}_{r,ii} = \frac{1}{\max(y_i^2)} . \quad (4.38)$$

Matricen \mathbf{Q}_r skal indeholde lige så mange rækker som den \mathbf{C} matrice, der står omkring den. Med de udvidede state-space ligninger giver det, at der skal være fire rækker i \mathbf{Q}_r , selvom der kun er to output. De nederste to rækker i \mathbf{C}_i matricen relaterer sig til integratoren, hvorfor de nederste to rækker i \mathbf{Q}_r matricen vægter output fra integratoren. Når funktionen `dlqr` kaldes i MATLAB, indsættes $\mathbf{C}_i^T \mathbf{Q}_r \mathbf{C}_i$ der, hvor der normalt blot ville indsættes en \mathbf{Q} matrice. Der laves følgende valg til, hvor stor variation der må være

$$\begin{aligned} T_{frem}(t) &= \pm 3^\circ\text{C} \\ \lambda_{rg}(t) &= \pm 1\% \\ m_{luft}(t) &= \pm 40\% \\ m_{tp}(t) &= \pm 9\% . \end{aligned}$$

Den maksimale variationen for de to states, der knytter sig til integratoren i reguleringen, sættes til samme værdier som de output de integrerer afvigelsen op over. Variationen i iltniveauet λ_{rg} indsættes med 1 % som 1 i stedet ikke 0,01, for at mindske forskellen af værdierne i \mathbf{R}_r matricen. Med de valgte værdier til \mathbf{Q}_r og \mathbf{R}_r , samt de opstillede matricer \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_i og \mathbf{C}_i bliver tilbagekoblingsmatricen

$$\mathbf{F}_e = \begin{bmatrix} -6,98 & -2,46 \cdot 10^{-6} & -1,62 \cdot 10^{-6} & -1,30 \cdot 10^{-6} & 1,07 & 0,57 \\ 108,76 & 34,14 \cdot 10^{-6} & 21,86 \cdot 10^{-6} & 16,12 \cdot 10^{-6} & 0,58 & -6,84 \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} 0,95 & -46,00 \cdot 10^{-3} \\ -4,70 \cdot 10^{-3} & 0,95 \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

hvilket giver, at lukketsløjfe poler ligger placeret i $(0,0134; 0,0069; 0,7179; 0,8980; 1,0000; 0,9736 + 0,0027i; 0,9736 - 0,0027i; 0,9861)$ hvormed systemet er marginalt stabilt, da der ligger en pol placeret på enhedscirklen.

4.2 Verificering af af regulator

Regulatoren verificeres først på den ulineære simuleringsmodel, hvor den testes med steady state og efterfølgende undertrykkelse af en forstyrrelse i den ulineære simuleringsmodel i form af ændret belastning. Såfremt regulatoren virker med den ulineære simuleringsmodel, udføres samme tests på det fysiske setup, hvor stokerfyret bringes i steady state, inden den designede regulator kobles til. Efter at have verificeret, at den designede regulator kan fastholde stokerfyret i steady state, påføres et step i belastningen, hvorefter det er muligt at sammenligne den designede regulator, med den regulator der er implementeret på nuværende tidspunkt.

Regulatoren kan implementeres i Simulink ud fra illustrationen af state-space modellen på Figur 4.3, hvor arbejds punktsværdien for iltniveauet skal ganges med 100, da vægtningen i \mathbf{R}_r matricen er lavet med 1 for 1 % og ikke 0,01 som simuleringsmodellen opererer med. Iltniveauet ud af den ulineære simuleringsmodel skal ligeledes multipliceres med 100, da der ellers bliver forskel mellem referencen og output af modellen ved steady state.

4.2.1 Test med ulineær simuleringsmodel

Ved test med den ulineære simuleringsmodel og den designede regulator konstateres det, at regulatoren ikke fungerer efter hensigten, da systemet er højest ustabil. Efter at have simuleret under 4 sekunder, optræder der værdier, der overskrider det acceptable område for MATLAB, men allerede efter de første par integrationer i estimatoren, kan det ses, at den oscillerer de to input til systemet.

Det formodes i første omgang at skyldes estimatoren, da oscilleringen forsvinder, hvis estimatormatricen \mathbf{L} sættes til nul. Med estimatormatricen sat til nul, er der ingen tilbagekobling fra de målte output til de forskellige states i estimatoren, hvorved states i estimatoren kun kan ændres som følge af ændrede input. Følges metoden beskrevet i dette kapitel, kan estimatormatricen udregnes til nul, ved at sætte al processstøj lig nul i vægtningsmatricen \mathbf{Q}_e . Uden processstøj i estimatormodellen, flytter systemet sig ikke fra steady state, hvorved første punkt i verificeringen er opfyldt, men her sker ikke nogen regulering. Output fra de to matricer \mathbf{F}_e og \mathbf{F}_i er ikke

nul, de har blot modsat fortegn, og ophæver dermed hinanden i summationen. Dette kunne tyde på en fortegn fejl, hvilket dog ikke har været muligt at finde i det afsatte tidsrum. Regulatoren har i flere omgange reguleret output af systemet i den rigtige retning, hvorefter der er fundet fortegn fejl eller fejl i værdien på enkelte elementer i matricerne **A** og **B**. Med de aktuelle matricer er der en marginalstabil pol i systemet, hvilket der også har været de gange, regulatoren har reguleret. Det er også forsøgt at designe tilbagekoblingsmatricen efter metoden, hvor lukketsløjfe polernes placering vælges, og tilbagekoblingsmatricen udregnes for for at opnå disse placeringer. Der blev valgt de samme poler som udregnet med LQR metoden, hvor den marginalstabile pol blev flyttet til 0,9. Forsøget blev lavet i MATLAB med kommandoen `place`. Dette afhjalp på daværende tidspunkt ikke de problemer der var, og er ikke forsøgt med de aktuelle matricer. Antages det, at det er på grund af en fejl i en af matricerne, at regulatoren ikke fungerer, som det er nu, kan det kun gengives, hvordan resultatet var, da det ikke kan dokumenteres. Ved step op i belastningen, skruede regulatoren godt nok op for ydelsen på stokeren og blæseren, hvorved temperaturen i fremløbsvandet steg tilbage til omkring 2 °C under referencen. Iltniveauet faldt også, da regulatoren ikke øgede ydelsen på blæseren nok i forhold til forøgelsen på stokeren. Regulatoren virkede til at regulere mere ud fra temperaturen i fremløbsvandet end iltniveauet i røggassen, hvilket burde være omvendt, da iltniveauet er vægtet højere end temperaturen i **Rr** matricen ved design af tilbagekoblingsmatricen. Endeligt virkede det ikke som om integratoren virkede helt efter hensigten, da iltniveauet i røggassen og temperaturen i fremløbsvandet begge endte cirka 2, henholdsvis % og °C , under referencen, hvor den stod konstant de sidste 5000 sekunder af simuleringen.

Da den designede regulator hermed ikke verificeres med den ulineære simuleringsmodel, kan det konkluderes, at der enten er fejl i design og/eller implementeringen af regulatoren med integral virkning og fuld ordens estimator.

Konklusion

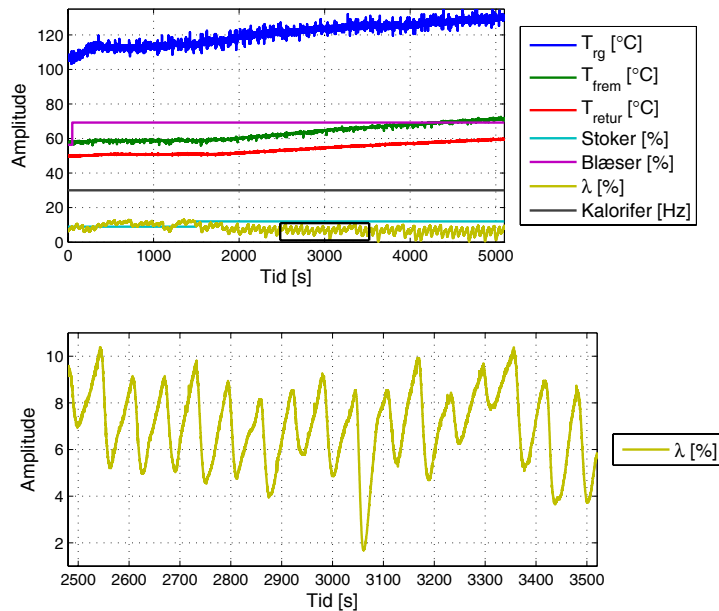
Der er indledningsvis opstillet to forskellige delmål for dette projekt, hvoraf det ene er at opstille en simuleringsmodel af det fysiske setup med et Benekov R25 stokerfyr, mens det andet er at designe en regulator ud fra den opstillede simuleringsmodel.

Det første delmål er delvist opnået, da der er konstrueret en ulineær simuleringsmodel i Simulink. Den konstruerede simuleringsmodel passer ved det fastsatte arbejds punkt i steady state og ender med værdierne for arbejds punktet, hvis simuleringer startes udenfor arbejds punktet, eksempelvis hvis arbejds punkts værdierne ikke er indsat som startværdi i de implementerede integratorer. Derudover giver simuleringsmodellen et rimeligt estimat af temperaturen i fremløbs vandet, hvilket ses på Figur 3.12 i Afsnit 3.5 Sammenligning af simuleringsmodel og målinger. Det ses, at der efter 5000 sekunder, hvor der er lavet step i både stoker og blæser, er en afvigelse på under $1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Der ses en svag tendens til, at dynamikken er for lille ved step i blæserens ydelse, at temperaturen stiger for lidt, og tilsvarende er dynamikken for stor ved step i stokerens ydelse, da temperaturen stiger for meget. Dynamikken for iltniveauet er generelt for lille både ved step i ydelsen på blæseren og stokeren, da iltniveauet ikke ændrer sig lige så meget som for det fysiske system. Ilniveauet viser dog de rigtige tendenser, og stiger når der laves step op i blæserens ydelse, og falder når der laves step op i stokerens ydelse. Røggasttemperaturen viser den rigtige tendens ved step i stokerens ydelse, men ved step op i blæserens ydelse falder temperaturen i stedet for at stige som i det fysiske system. Det er derfor flere muligheder for at forbedre simuleringsmodellen, men da tendenserne er rigtige for temperaturen i fremløbs vandet og iltniveauet i røggassen, vurderes det, at den ulineære simuleringsmodel er tilstrækkelig præcis til at designe en regulator ud fra og efterfølgende at teste en regulator på. Hermed betragtes delmålet som delvist opnået, da der er grund til flere forbedringer, samtidigt med at modellen er tilstrækkelig præcis til at designe og teste en regulator ud fra.

Det andet delmål, at designe en regulator til det fysiske system, er ikke opnået. Der er designet en state-space regulator med integral virkning og fuld ordens estimator, hvor alle lukketsøjfe polerne ligger på eller indenfor enhedscirklen, hvilket er det stabile området, når der designes i diskret tid. Hvorvidt det er den marginalt stabile pol, der ligger på enhedscirklen, der bliver ustabil på grund af afvigelser i modellen, udregningen/opstillingen af matricerne i state-space eller implementeringen i Simulink, der får regulatoren til at fejle, vides ikke.

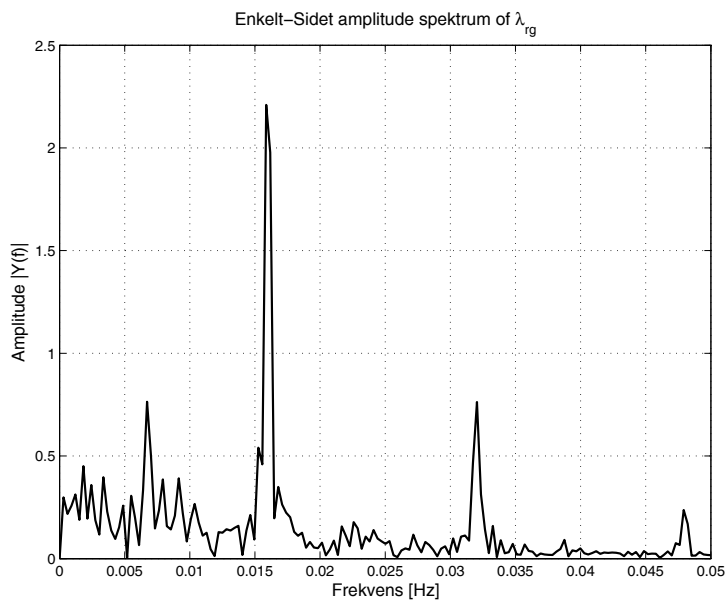
5.1 Perspektivering

Under måling af steady state på systemet er det observeret, at iltniveauet står og svinger med en fast frekvens, som gengivet på Figur 5.1.



Figur 5.1: Øverste halvdel er ens med øverste halvdel af Figur 3.12, mens nederste halvdel er zoom af området markeret på det øverste plot.

I MATLAB er der lavet en FFT over et udsnit på 2000 sekunder af iltniveauet, hvilket ses på Figur 5.2.



Figur 5.2: Resultatet af en FFT på iltniveauet, hvor middelværdien er fratrukket.

Det er i MATLAB aflæst at den største peak ligger ved 0,01587 Hz, hvilket også cirka passer med resultatet der kommer hvis der "tælles toppe" på nederste halvdel af Figur 5.1. En frekvens på 0.01587 Hz giver en periodetid på cirka 63 sekunder, hvilket ikke umiddelbart passer med noget. Havde periodetiden været tæt på 25 sekunder, ville variationen uden videre kunne tilskrives stokerens indføddning af træpiller, da stokerens duty cycle er over en periode på 25 sekunder. Det er ikke verificeret med stopur, at stokeren opererer i 25 sekunders intervaller, men ved nærmere inspektion af målinger hvor den implementerede regulator er aktiv, passer det med 25 sekunder mellem at stokerens ydelse ændres. Et andet fænomen der kunne have forårsaget variationen i iltniveauet, er skorpedannelse på muldvarpen. Der dannes til tider en skorpe muldvarpen, hvor der så kan samles gas, der når skorpen flækker, ville kunne forårsage et dyk i iltniveauet. Det virker dog ikke realistisk at en sådan skorpedannelse ville være så ensartet, af det vil kunne forårsage en så ensartet oscillering. Hvad der forårsager fænomenet, om det er forbrændingen der skaber det, eller om det er λ -sensoren der generer det vides ikke umiddelbart.

Sammen med en opfyldelse af de to delmål for projektet, vil det være relevant at undersøge hvor variationen i iltniveauet stammer fra, da det ikke er nogen grund til at regulere forbrændingen for at fjerne oscilleringen, hvis det skyldes sensoren.

Litteraturliste

- [A/S] Buhl&Bønsøe A/S. Hjemmeside til e-handel.
URL: <http://buhl.net.dynamicweb.dk>
Bemærkning: Hjemmeside hvorfra flowmåler er købt d. 8/12 2007.
- [Bos06] Bosch. 2006.
URL: www.bosch.dk
Bemærkning: Datablad over diverse Bosch sensorer, hentet d. 17/10 2007.
- [emb07] embpapst. 2007.
URL: www.ebmpapst.com
Bemærkning: Datablad, downloaded d. 4/10 2007.
- [EN06] Gene F. Franklin; J. David Powel; Abbas Emami-Naeini.
Feedback control of dynamic systems, Fifth Edition.
Pearson Prentice Hall, 2006.
ISBN: 0-13-149930-0.
- [Gru03] Grundfos. 2003.
URL: www.grundfos.dk
Bemærkning: Datablad over diverse cirkulationspumper, downloaded d. 4/10 2007.
- [Inc07] MathWorks Inc. 2007.
Bemærkning: Hjælpefunktionen i MATLAB **R2007b**.
- [Jyd] Jydepejsen. Dk håndbog.
URL: http://www.jydepejsen.com/web/skemaer/dk_haandbog.pdf
Bemærkning: Håndbog om fyring i pejs, downloaded d. 7/11 2007.
- [Ped07] Palle Andersen; Tom Søndergård Pedersen.
Modeldannelse.
Afdeling for Proceskontrol, Institut for Elektroniske Systemer, 2007.
Bemærkning: Undervisningsnote.
- [Thø00] Leif Kirk Thøgersen.
Varme Ståbi, 3. udgave.
Ingeniøren|Bøger, 2000.
ISBN 87-571-2135-4.

[Zub02] Ulrich Zuberbühler.

Maßnahmen zur feuerungsseitigen Emissionsminderung bei der Holzverbrennung in gewerblichen Feuerungsanlagen.

Universität Stuttgart, 2002.

ISBN: 3-928123-49-1

Bemærkning: Doktorafhandling.

Appendiks A

Nomenklaturliste

Dette appendiks lister alle anvendte variabelnavne, samt en forklaring til hvad de dækker over.

Navn	Enhed	Beskrivelse
α_{ff}	$\left[\frac{kg}{s \cdot m^2} \right]$	Varmeovergangstallet fra den forreste del af fyrrum til kedlen
α_{fm}	$\left[\frac{kg}{s \cdot m^2} \right]$	Varmeovergangstallet fra den midterste del af fyrrum til kedlen
α_{fb}	$\left[\frac{kg}{s \cdot m^2} \right]$	Varmeovergangstallet fra den bagerste del af fyrrum til kedlen
A_{ff}	$[m^2]$	Arealet der kan overføre varmeenergi fra den forreste del af fyrrummet til kedlen
A_{fm}	$[m^2]$	Arealet der kan overføre varmeenergi fra den midterste del af fyrrummet til kedlen
A_{fb}	$[m^2]$	Arealet der kan overføre varmeenergi fra den bagerste del af fyrrummet til kedlen
c_{rg}	$\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$	Specifik varmekapacitet for røggas i fyrrummet
c_{luft}	$\left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$	Specifik varmekapacitet for luften der blæses ind i fyrrummet
h_{tp}	$\left[\frac{J}{kg} \right]$	Brændværdien af de anvendte træpiller
K_{ff}	$\left[\frac{J}{m^2 kg^{0,8} s^{0,2} K} \right]$	Konstant der anvendes ved udregning af varmeovergangstallet fra den forreste del af fyrrummet til kedlen
K_{fm}	$\left[\frac{J}{m^2 kg^{0,8} s^{0,2} K} \right]$	Konstant der anvendes ved udregning af varmeovergangstallet fra den midterste del af fyrrummet til kedlen
K_{fb}	$\left[\frac{J}{m^2 kg^{0,8} s^{0,2} K} \right]$	Konstant der anvendes ved udregning af varmeovergangstallet fra den bagerste del af fyrrummet til kedlen

Navn	Enhed	Beskrivelse
K_{flow}	[·]	Konstant der bestemmer masseflowet væk fra muldvarpen i forhold til flowet af luft
K_m	[·]	Konstant der angiver hvor stor en del af træpiller der ved indfødning i fyrrummet regnes som masse, mens resten bliver regnet som gas
K_{prop}	[·]	Konstant der angiver forholdet mellem massen af træpiller og massen af ilt der føres ind i fyrrummet
K_{str}	$[\frac{1}{s}]$	Konstant der bestemmer masseflowet væk fra muldvarpen i forhold til størrelsen af muldvarpen
$K_{V \rightarrow M}$	[·]	Konstant der anvendes til omregning fra volumen-% til vægt-% i forbindelse med massen af ilt i atmosfærisk luft
M_{rgff}	[kg]	Massen af røggas i den forreste del af fyrrummet
M_{rgfm}	[kg]	Massen af røggas i den midterste del af fyrrummet
M_{rgfb}	[kg]	Massen af røggas i den bagerste del af fyrrummet
M_{rgf}	[kg]	Den samlede masse af røggas i fyrrummet
M_{tp}	[kg]	Massen af træpiller i muldvarpen
M_{vand}	[kg]	Massen af vand i kedlen
m_{luft}	$[\frac{kg}{s}]$	Masseflowet af luft der blæses ind i fyrrummet som primær og sekundær luft
m_{tp}	$[\frac{kg}{s}]$	Masseflowet af træpiller ind i muldvarpen/fyrrummet
m_{vand}	$[\frac{kg}{s}]$	Masseflowet af vand i kedlen
m_{rg}	$[\frac{kg}{s}]$	Masseflowet af røggas igennem fyrrummet og ud i skorstenen
T_{ff}	[°C]	Temperaturen i røggassen i den forreste del af fyrrummet
T_{fm}	[°C]	Temperaturen i røggassen i den midterste del af fyrrummet
T_{rg}	[°C]	Temperaturen i røggassen i den bagerste del af fyrrummet og røggassen der ledes ud i skorstenen

Tabel A.1: Anvendte variabelnavne.

Anvendte træpiller

På poserne for de anvendte træpiller står opgivet følgende:

DLG træpiller	
Indhold	100 % Træpiller
Råvarer	100 % rent savsmuld af nåletræ og løvtræ
Diameter	8 mm
Længde	0,5-4,0 mm
Vandindhold	6-8 %
Askeindhold	max 0,5 %
Effektiv brandværdi	4250 Kcal/kg \pm 2 % (17,8 MJ/kg)
Svovl	max 0,05 %
Densitet	610-650 kg/m ³
Smuld	max 5 %

Tabel B.1: Data på anvendte træpiller, som aflæst på posen træpillerne kommer i.

Måling af stokerens indfødnig

Dette appendiks beskriver, hvorledes måling af mængden af brændsel, stokeren føder ind i fyrrummet, er foretaget. Formålet med målingen er, at få et tal for hvor meget brændsel der indføres i fyrrummet ved forskellige duty cycles på stokeren, således det i forbindelse med modelleringen vides, hvor meget energi der er tilført fyrrummet. Den monterede stoker antages at levere et konstant volumen og ikke en konstant masse, hvis der foretages måling med forskellige typer brændsel. Målingerne er foretaget med træpiller som dem der er listet data for i Appendiks Anvendte træpiller.

Fremgangsmåde

Målingerne er foretaget med fyret slukket. De er foretaget ved at lade stokeren køre i fem minutter ved forskellige duty cycles, for derefter at veje mængden af træpiller der er skubbet op over kanten af brænderhovedet. De fem minutter er valgt, som et kompromis mellem mængden af piller der vil blive ført ind og hvor stor fejlen bliver når muldvarpen skræbes af brænderhovedet. Da det er træpiller der skubbes op, vil det ikke give en helt plan overflade på træpillerne, da det vil være luftrum mellem nogle af træpillerne.

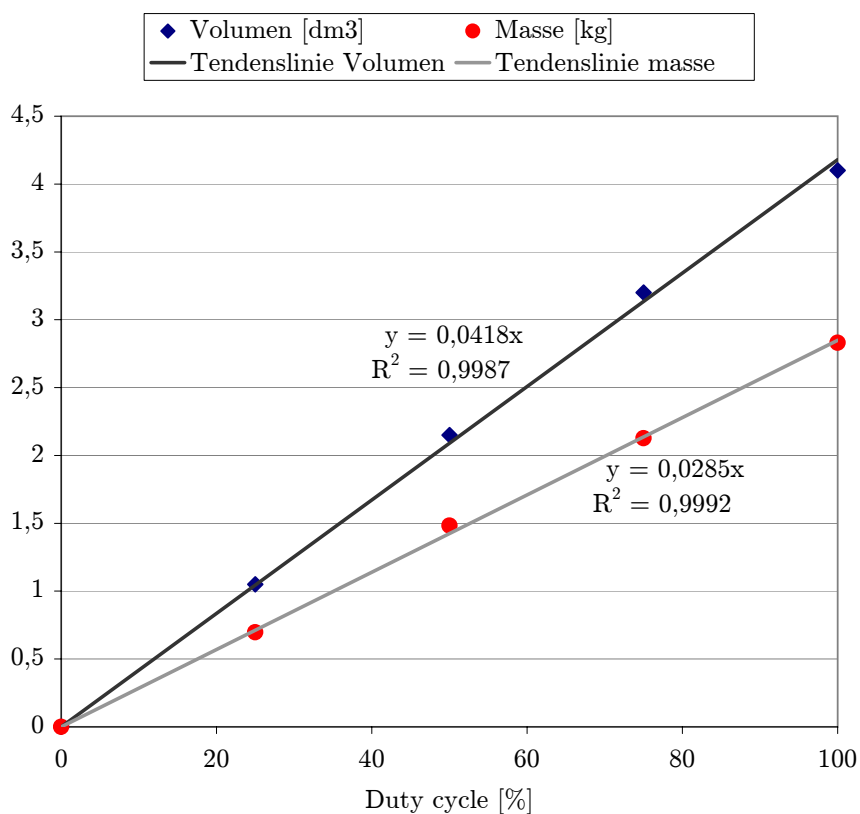
- Brænderhovedet skræbs ren for brændsel, således at overfladen af pillerne er plan med brænderhovedet.
- Askeskuffen tømmes, og bunden af fyret skræbes ren for aske og piller.
- Stokeren sættes til at køre ved en fast duty cycle i fem minutter.
- Brænderhovedet skræbes ren for brændsel, og massen af træpiller der ligger i askeskuffe og bunden af fyret vejes.

Forsøget gentages for en anden duty cycle. Resultatet af målingerne ses i Tabel C.1, sammen med den målte volumen og en udregnet massefylde. Volumenen er målt i et almindeligt litermål fra køkkenet, mens vægten er vejet på en elektronisk vægt fra Philips af typen HR 2380/B. Volumen

Duty cycle [%]	Fremført masse [g]	Volumen [dm^3]	Massefylde [kg/m^3]
100	2831	4,1	690,5
75	2127	3,2	664,7
50	1483	2,15	689,8
25	697	1,05	663,8
0	0	0	

Tabel C.1: Resultat af måling af fremført masse og volumen af stokeren

er ikke særligt præcis da den baserer sig meget på et skøn for hver enkelt måling, hvilket også ses på den noget varierende massefylde. Gennemsnitsværdien for massefylden er $677,2 \text{ kg/m}^3$, hvilket ligger over den angivne massefylde for træpillerne på $610\text{-}650 \text{ kg/m}^3$. På Figur C.1 ses målingerne plottet med tilføjede tendenslinier.



Figur C.1: Plot af målinger over fem minutter, med tilføjet tendenslinier.

Tendenslinierne og R^2 -værdierne er udregnet automatisk af Microsoft Excel.

Konklusion

Ud fra de beregnede R^2 -værdier, vælges det at stokeren er lineær, da de afvigelserne er så små, at der ses bort fra dem. På Figur C.1 kan det ses at stokeren leverer 28,5 g brændsel på fem

minutter per procent duty cycle stokeren kører med. Dette giver at stokeren leverer 0,095 g brændsel i sekundet per procent duty cycle stokeren kører med. Afvigelserne i massen antages at skyldes en ikke fuldstændig ensartet afskrabning af muldvarpen hver gang, mens afvigelserne i volumen antages primært at skyldes målenøjagtigheder, da hver måling baserede sig på et skøn. Den højere massefylde antages at skyldes en forkert opfattelse af hvor meget der skulle til for at der var en liter, og derfor er alle målte litre for store, således de indeholdt mere end én liter eller én dm^3 .

Måling af blæserens indfødnig

Dette appendiks beskriver, hvorledes måling af masseflowet af luft er foretaget. Formålet med målingen er, at få en formel for masseflowet af luft der indføres i fyrrummet ved forskellige duty cycles på blæseren, således det i forbindelse med modelleringen vides, hvor meget luft og energi der er tilført fyrrummet.

Fremgangsmåde

Målingerne er foretaget med fyret slukket. Herefter er muldvarpen skrabet af brænderhovedet, og katalysatoren afmonteret, således der opnåes mindre modstand i fyrrummet. Herefter er der foretaget tre målinger ved de forskellige ydelser, som der er midlet over. Målingerne er foretaget ved blæserens indsugning, med et Testo 410-1 anemometer med integreret vingehjul [A/S]. Anemometeret måler hastigheden på luftflowet i m/s, hvorfor det er nødvendigt at kende arealet af indsugningen samt massefylden af luft for at udregne masseflowet. Det antages at luftflowet er ens over hele arealet. Indsugningen på blæseren er et rundt hul, hvor diameteren er målt til 10,8 cm, Arealet er herefter beregnet til

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \Rightarrow \\
 &= \frac{\pi}{4} \cdot 0,108^2 \Rightarrow \\
 &= 9,161 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 .
 \end{aligned}
 \tag{D.1}$$

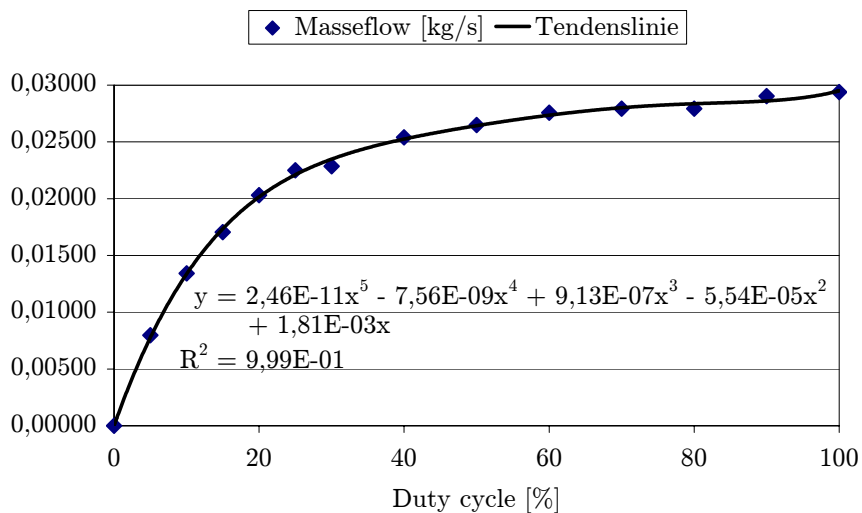
Massefylden af luft er sat til 1,1881 kg/m³, hvilket svarer til massefylden for atmosfærisk luft ved 20 °C [Thø00, s.60].

Resultatet af målingerne, der er foretaget uden den opgivne lineariseringstabel, ses i Tabel D.1, hvor der også er omregnet til et flow i kubikmeter i timen samt et masseflow. Ud fra målingerne laves der to grafer. På Figur C.1 ses målingerne plottet med tilføjede tendenslinier.

Tendenslinien og R^2 -værdi er udregnet automatisk af Microsoft Excel. Med den udregnede tendenslinie og den opgivne lineariseringstabel, der er gengivet i Tabel D.2 er det graf der viser

Duty cycle [%]	Luftflow [m/s]	Luftflow [m ³ /h]	Massefflow [kg/m ³]
100	2,70	89,044	30,42 · 10 ⁻³
90	2,67	87,945	30,05 · 10 ⁻³
80	2,57	84,647	28,92 · 10 ⁻³
70	2,57	84,647	28,92 · 10 ⁻³
60	2,53	83,547	28,55 · 10 ⁻³
50	2,43	80,249	27,42 · 10 ⁻³
40	2,33	76,951	26,29 · 10 ⁻³
30	2,10	69,256	23,66 · 10 ⁻³
25	2,07	68,157	23,29 · 10 ⁻³
20	1,87	61,561	21,03 · 10 ⁻³
15	1,57	51,667	17,65 · 10 ⁻³
10	1,23	40,674	13,90 · 10 ⁻³
5	0,73	24,185	8,26 · 10 ⁻³
0	0	0	0

Tabel D.1: Resultat af måling af luft- og massefflow fra blæseren.



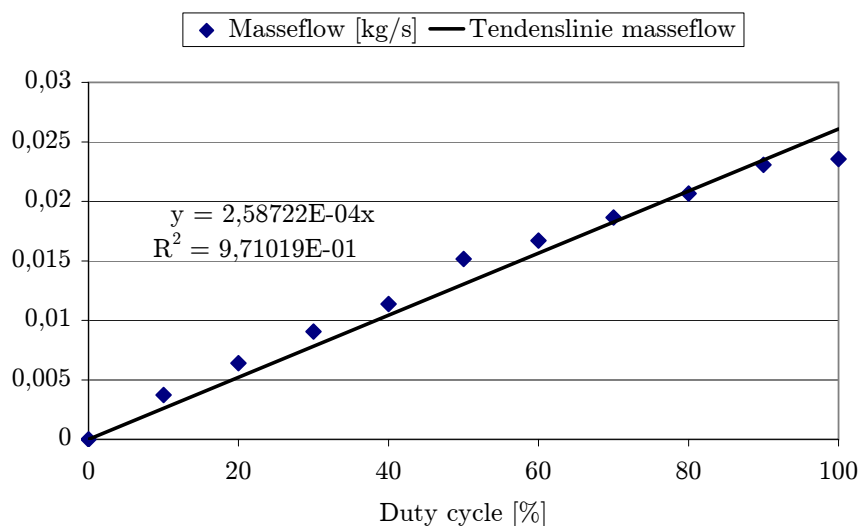
Figur D.1: Plot af udregnet massefflow som funktion af duty cycle med tilføjet tendenslinie.

sammenhængen mellem input og output. Sammenhængen mellem den duty cycle der påtrykkes blæseren, og massefflowet af luft ses plottet i Figur D.2.

Tendenslinien og R^2 -værdi er udregnet automatisk af Microsoft Excel.

Input	Output
0 %	0 %
10 %	2,2 %
20 %	4 %
30 %	6 %
40 %	8 %
50 %	12 %
60 %	14 %
70 %	17 %
80 %	21 %
90 %	28 %
100 %	30 %

Tabel D.2: Opgivet lineariseringstabel for monteret blæser.



Figur D.2: Plot af udregnet masseflow som funktion af duty cycle med tilføjet tendenslinie.

Konklusion

Målingerne er udført med mindre modstand i fyrrummet end ved normal drift, hvorved det forventes at blæseren ikke leverer helt så meget luft ved normal drift. Især ved de lave ydelser forventes det at give udslag i målingerne. Det vælges dog at arbejde videre med de opnåede måleresultater, da det forventes at være tilstrækkelig præcis til at kunne give en acceptabel simuleringsmodel. Med den beregnede R^2 -værdier på 0,97 på Figur D.2, vælges det at betragte blæseren er lineær. Ud fra ligningen for tendenslinien Figur D.2 kan det ses, at blæseren leverer 0,259 g luft i sekundet per procent duty cycle blæseren kører med, når der regnes med en massefylde for luft på $1,1881 \text{ kg/m}^3$.

Måling af PT1000 tidskonstanter

Formålet med denne målerapport er at finde tidskonstanterne for PT1000-føleren der anvendes til at måle temperaturen i røggassen. Føleren ligner mest af alt spidsen til et stegetermometer, som anvendes i husholdningen, og sidder således den kan trækkes ud og sættes ind uden brug af værktøj.

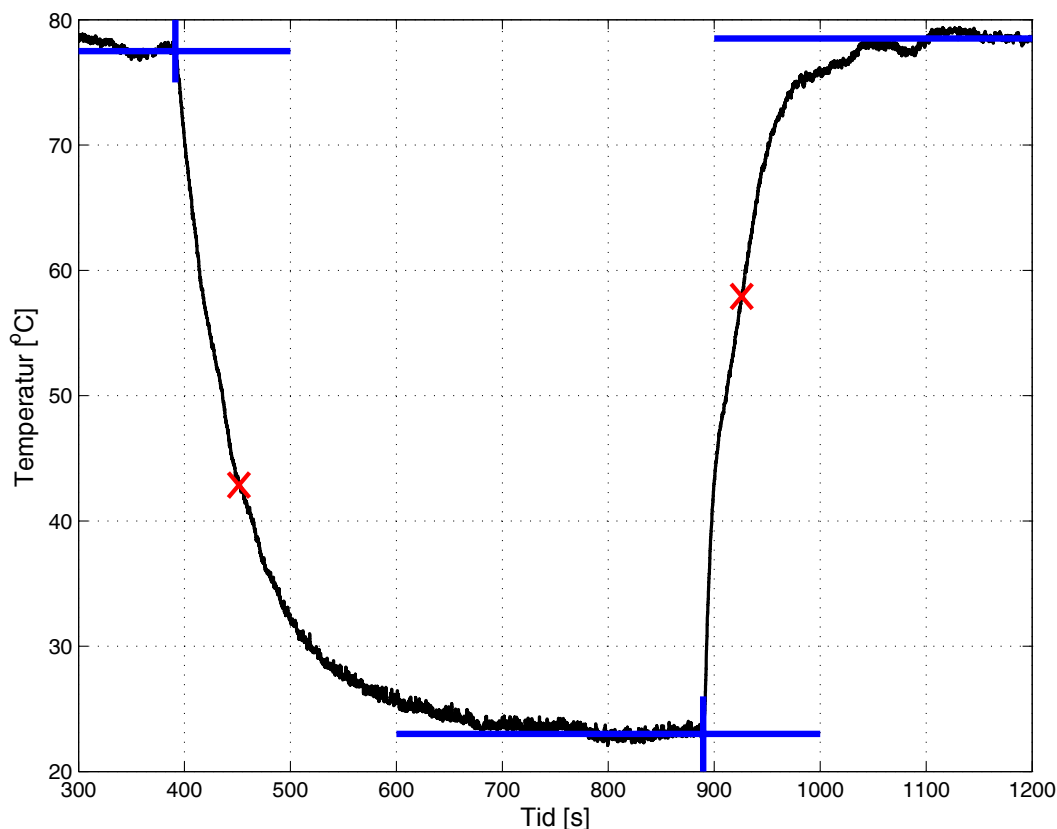
Fremgangsmåde

Målingerne er foretaget med fyret stående i steady state med den nuværende regulator tilsluttet. Den nuværende regulator anvender ikke røggastemperaturen som et input, hvorfor målingerne fra den kun har informativ virkning for brugeren.

- Start fyret og afvent en stabil måling af temperatur i røggassen.
- Træk PT1000-føleren ud og afvent stabil måling af temperaturen.
- Sæt PT1000-føleren på plads og afvent stabil måling af temperaturen.

Resultatet af dette ses på Figur E.1, hvor der er indtegnet med vandrette streger hvilke temperaturer der er anvendt som de stabile temperaturer. De to tidspunkter hvor føleren blev henholdsvis trukket ud og sat ind er markeret med lodrette streger.

De to kryds der er vist på Figur E.1 angiver, hvor temperaturen er henholdsvis faldet 63 % og steget 63 % af forskellen mellem de stabile temperaturer. Dette giver at tidskonstanten, der er aflæst i MatLab, når temperaturen flader er 59,6 sekunder, mens tidskonstanten når temperaturen stiger er 36 sekunder.



Figur E.1: Måling af tidskonstanter for PT1000-føler.

Konklusion

Der var forventet, at der kunne være forskel i tidskonstanten for stigende og faldende temperaturer, men den målte forskel virker meget stor. Dette formodes at skyldes at der ved målingen af tidskonstanten for faldende temperatur ikke var tvunget luftcirkulation om føleren, da den blot hang frit i luften. Ved målingen af tidskonstanten for den stigende temperatur, var der tvunget luftcirkulation, da blæseren i fyret kørte, og den der målte på røggassen. Denne forskel i luftcirkulation tilskrives den største del af forskellen i tidskonstanterne, da der er bedre varmeoverføring mellem metallet på spidsen af føleren og luft i bevægelse, end metallet og stillestående luft. Der vælges der for anvende samme tidskonstant på 36 sekunder for stigende og faldende temperaturer.

Anvendte konstanter

I dette appendiks udregnes værdier for de variabler der anvendes i den dynamiske model og samlede energibalace. Nogle af variablerne udregnes ud fra steady state, hvor de værdier der er anvendt i Afsnit 3.2 Samlet energibalace for stokerfyr Benekov R25 også vil blive anvendt her. I Afsnit 3.2 er muldvarpens størrelse blev anslået, og masseflowet af vand blev udregnet, træpiller og luft er bestemt, ligesom iltniveauet i røggassen blev målt til

$$m_{tp} = 0,855 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s}$$

$$m_{vand} = 0,4337 \text{ kg/s}$$

$$\lambda_{rg} = 8,4 \%$$

$$M_{tp} = 0,3 \text{ kg} .$$

Proportionalitetsfaktor

Proportionalitetsfaktoren, K_{prop} , udregnes på baggrund af forholdet mellem brændsel og luft som er udregnet i Formel 2.2 i Afsnit 2.2 Grundlæggende forbrændingsteori. Forholdet mellem luft og brændsel blev beregnet til $5,00 \text{ m}^3$ luft/kg brændsel. Ud fra dette kan forholdet findes i kg ilt/kg brændsel, når iltprocenten i luften samt massefylden af ilt kendes. Der regnes med et iltniveau i luften på 21 %, mens en normalkubikmetervægt for ilt på $1,429 \text{ kg/m}^3$ anvendes [Thø00, s.64]. Med disse tal giver proportionalitetsfaktoren

$$\begin{aligned} K_{prop} &= 0,21 \cdot 5,00 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot 1,429 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ &= 1,500 . \end{aligned} \tag{F.1}$$

Konstanter i forbrændingen

For at lave udregningen, skal der først foretages et skøn af vægtningen mellem masseflow af træpiller væk fra muldvarpen som funktion af muldvarpens størrelse og luftflowet samt hvor stor

en del af træpillerne der skal indgå i massebalancen for muldvarpen. Det anslåes at 70 % af træpillerne indgår i massebalancen, mens 30 % regnes som gas ved indføddningen i fyrrummet, mens 40 % af masseflowet væk fra muldvarpen sker som funktion af størrelsen, mens 60 % sker som funktion af luftflowet.

$$\frac{d}{dt}M_{tp}(t) = K_m \cdot m_{tp}(t) - K_{flow} \cdot m_{luft}(t) - K_{str} \cdot M_{tp}(t) .$$

Med de målte og anslåede værdier giver det i steady state

$$\begin{aligned} 0 &= K_m \cdot 0,855 \cdot 10^{-3} - K_{flow} \cdot 0,259 \cdot 10^{-3} - K_{str} \cdot 0,4 \Rightarrow \\ K_m \cdot 0,855 \cdot 10^{-3} &= \underbrace{K_{flow} \cdot 0,259 \cdot 10^{-3}}_{60\%} + \underbrace{K_{str} \cdot 0,4}_{40\%} . \end{aligned}$$

Ud fra den anslåede fordeling af masse og gas i træpillerne samt vægtningen af masseflow af træpiller væk fra muldvarpen, kan K_{str} og K_{flow} nu findes til

$$\begin{aligned} (0,7 \cdot m_{tp}) \cdot 0,60 &= K_{flow} \cdot m_{luft} \Rightarrow \\ K_{flow} &= \frac{0,359 \cdot 10^{-3}}{14,597 \cdot 10^{-3}} \\ &= 24,600 \cdot 10^{-3} , \\ (0,7 \cdot m_{tp}) \cdot 0,40 &= K_{str} \cdot M_{tp} \Rightarrow \\ K_{str} &= \frac{0,240 \cdot 10^{-3}}{0,300} \\ &= 0,798 \cdot 10^{-3} . \end{aligned} \tag{F.2}$$

En kontrol af variabernes størrelse giver

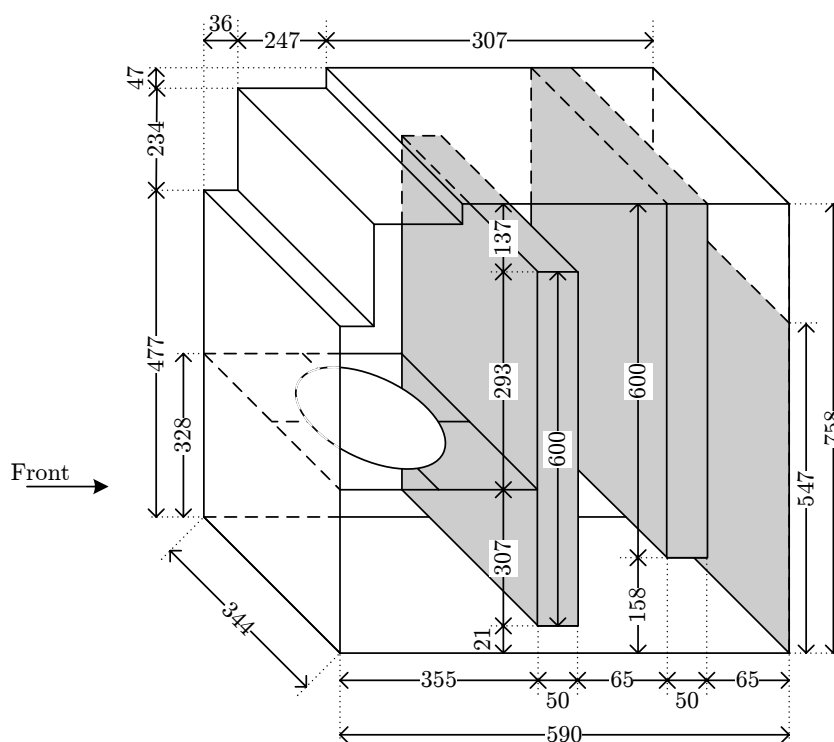
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}M_{tp} &= 0,7 \cdot 0,855 \cdot 10^{-3} - 24,600 \cdot 10^{-3} \cdot 14,597 \cdot 10^{-3} - 0,798 \cdot 10^{-3} \cdot 0,3 \\ &= 13,8 \cdot 10^{-9} \\ &\approx 0 \end{aligned} \tag{F.3}$$

Hermed konstateres at konstanterne er korrekt udregnet, ud fra antagelserne om muldvarpens størrelse og fordelingen af masseflow væk fra muldvarpen som funktion af størrelse og luftflow samt forholdet mellem masse og gas i træpillerne.

Konstanter til fyrrummet

Til bestemmelse af arealer og volumener i fyrrummet, anvendes Figur F.1, der er en illustration af et stokerfyr Benekov R25. Figur F.1 er lavet på baggrund af en tegning stillet til rådighed af Techno-Matic A/S, samt nogle antagelser om hvor kedlen grænser op til fyrrummet..

På Figur F.1 er brænderhovedet ikke indtegnet, men oversiden af den er illustreret ved cirklen forrest i fyrrummet. Området under brænderhovedet medregnes ikke til kontrolvolumenet for den forreste del af fyrrummet. Ligeledes er katalysatoren ikke indtegnet, hvilken der ses bort fra.



Figur F.1: Illustration af dimensioner for fyrrummet på Benekov R25 stokerfyr, hvor alle mål er angivet i mm. De grå områder illustrerer de dele flader af fyrrummet der grænser op til kedlen. Det antages ligeledes at begge sider af fyrrummet grænser op til kedlen.

Ud fra Figur F.1 er det nu muligt at udregne arealerne der kan overføre effekt fra fyrrummet til kedlen, hvilket giver

$$\begin{aligned}
 A_{ff} &= 0,293 \cdot 0,344 \\
 &\quad + 2 \cdot [0,355 \cdot (0,293 + 0,137) - 0,036 \cdot (0,234 + 0,047) - 0,247 \cdot 0,047] \\
 &= 701,13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,
 \end{aligned} \tag{F.4}$$

$$\begin{aligned}
 A_{fm} &= 3 \cdot [0,050 \cdot 0,344] + 2 \cdot [0,344 \cdot 0,600] \\
 &\quad + 2 \cdot [(0,050 + 0,065 + 0,050) \cdot 0,758 - 2 \cdot (0,050 \cdot 0,600)] \\
 &= 594,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,
 \end{aligned} \tag{F.5}$$

$$\begin{aligned}
 A_{fb} &= 0,344 \cdot 0,600 + 0,344 \cdot 0,547 + 2 \cdot [0,065 \cdot 0,758] \\
 &= 235,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.
 \end{aligned} \tag{F.6}$$

Der forventes stor temperaturforskell i de tre kontrolvolumener fyrrummet indeles i, hvorfor der anvendes tre forskellige massefylder for røggassen i de tre kontrolvolumener. For at opnå en ren forbrænding af træ, skal temperaturen op på 6–800 °C [Jyd, s.3] [Zub02, Figur 4.2,s.38]. Ud fra dette, og måling af røggastemperaturen ud af stokerfyret, sættes temperaturene i fyrrummet til

$$T_{ff} = 400 \text{ °C}$$

$$T_{fm} = 200 \text{ °C}$$

$$T_{rg} = 100 \text{ °C}$$

Temperaturen er i den forreste del af fyrrummet er målt over katalysatoren til ca. 200 °C . Temperaturen i det forreste kontrolvolumen sættes til 400 °C , som et forsøg på at kompensere

for den meget højere temperatur lige omkring muldvarpen, hvorfra der også vil ske overføring af energi via stråling og ikke kun via konvention. Ved disse temperaturer er egenskaberne for tør atmosfærisk luft [Thø00, s.60]

Temperatur	Massefylde	Varmekapacitet
100 °C	0,9329 kg/m ³	1,012 kJ/(kg · K)
200 °C	0,7356 kg/m ³	1,026 kJ/(kg · K)
400 °C	0,5170 kg/m ³	1,081 kJ/(kg · K)

Massefylden skal bruges til at udregne massen af røggassen i de tre kontrolvolumener, mens varmekapaciteterne blot er opgivet for at illustrere hvor relativ lille forskel der er, da det tidligere er bestemt at anvende samme varmekapacitet for røggassen i alle tre kontrolvolumener. Ud fra dette er det nu muligt at udregne massen af røggas i de tre kontrolvolumener

$$\begin{aligned}
 M_{rgff} &= [0,355 \cdot 0,344 \cdot (0,293 + 0,137) - 0,036 \cdot 0,344 \cdot (0,234 + 0,047) \\
 &\quad - 0,247 \cdot 0,344 \cdot 0,047] \cdot 0,5170 \\
 &\approx 23,28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ,
 \end{aligned} \tag{F.7}$$

$$\begin{aligned}
 M_{rgfm} &= [(0,050 + 0,065 + 0,050) \cdot 0,344 \cdot 0,758 - 2 \cdot (0,050 \cdot 0,344 \cdot 0,600)] \cdot 0,7356 \\
 &\approx 16,47 \cdot 10^{-3} \text{ kg} ,
 \end{aligned} \tag{F.8}$$

$$\begin{aligned}
 M_{rgfb} &= [0,065 \cdot 0,344 \cdot 0,758] \cdot 0,9329 \\
 &\approx 15,81 \cdot 10^{-3} \text{ kg} .
 \end{aligned} \tag{F.9}$$

Den samlede masse af røggas i fyrrummet blive hermed

$$\begin{aligned}
 M_{rgf} &= 23,284 \cdot 10^{-3} + 16,466 \cdot 10^{-3} + 15,812 \cdot 10^{-3} \\
 &= 55,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg} .
 \end{aligned} \tag{F.10}$$

Varmeovergangstal fra fyrrum til kedel

Varmeovergangstallet udregnet ud fra omskrivning af energibalancerne, eksempelvis for det midterste kontrolvolumen i fyrrummet. Det er udregnet for steady state, hvor temperaturen er betemt til at skulle være 200 °C .

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}E_{fm}(t) &= W_{rgff}(t) - W_{rgfm}(t) - W_{fm \rightarrow v}(t) \Rightarrow \\ M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \frac{d}{dt}T_{fm}(t) &= c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{ff}(t) \\ &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot T_{fm}(t) \\ &\quad - A_{fm} \cdot \alpha_{fm}(t) \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t)) \end{aligned} \quad (\text{F.11})$$

$$\begin{aligned} &\Downarrow \\ \alpha_{fm}(t) &= \frac{c_{rg} \cdot m_{rg}(t) \cdot (T_{ff}(t) - T_{fm}(t))}{A_{fm} \cdot (T_{fm}(t) - T_{frem}(t))} \Rightarrow \\ \alpha_{fm} &= \frac{1012 \cdot (14,60 \cdot 10^{-3} + 0,85 \cdot 0,855 \cdot 10^{-3}) \cdot (600 - 300)}{594,54 \cdot 10^{-3} (200 - 57,7)} \\ &= 36,645 \\ \alpha_{fm} &= K_{fm} \cdot m_{rg}^{0,8} \Rightarrow \end{aligned} \quad (\text{F.12})$$

$$\begin{aligned} K_{fm} &= \frac{36,645}{(14,60 \cdot 10^{-3} + 0,85 \cdot 0,855 \cdot 10^{-3})^{0,8}} \\ &= 1036,85 \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$

De andre konstanter α_{ff} , α_{fb} , K_{ff} og K_{fb} er udregnet på samme måde.

Opsummering af konstanter

$$\begin{aligned}A_{ff} &= 701,13 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \\A_{fm} &= 594,54 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \\A_{fb} &= 235,32 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \\c_{rg} &= 1012 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\c_{luft} &= 1007 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\c_{vand} &= 4,18 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \\h_{tp} &= 17,8 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\K_{str} &= 0,798 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{s}} \\K_{flow} &= 24,600 \cdot 10^{-3} \\K_{ff} &= 1097,40 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{0,8} \cdot \text{s}^{0,2} \cdot \text{K}} \\K_{fm} &= 1036,85 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{0,8} \cdot \text{s}^{0,2} \cdot \text{K}} \\K_{fb} &= 3609,70 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}^{0,8} \cdot \text{s}^{0,2} \cdot \text{K}} \\K_{prop} &= 1,500 \\M_{rgff} &= 23,28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\M_{rgfm} &= 16,47 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\M_{rgfb} &= 15,81 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\M_{rgf} &= 55,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \\T_{ff}(t) &= 400 \text{ }^\circ\text{C} \\T_{fm}(t) &= 200 \text{ }^\circ\text{C} \\T_{rg}(t) &= 100 \text{ }^\circ\text{C} \\T_{omg} &= 20 \text{ }^\circ\text{C}\end{aligned}$$

De listede konstanter er begyndelsesværdier, der hvor de ved drift vil ændre sig, eksempelvis temperaturerne, på nær omgivelsestemperaturen der regnes konstant.

Linearisering af ligninger

Dette appendiks beskriver lineariseringen af formlerne der anvendes til opstilling af state space model, og dermed også regulator design. Der vil i dette appendiks blive anvendt en kortere form af variabel navne. Tidsafhængigheden udelades, således at eksempelvis $m_{tp}(t)$ skrives som m_{tp} , mens afledede af variable som eksempelvis $\frac{d}{dt}T_{frem}$ skrives som \dot{T}_{frem} .

Lineariseringen foretages efter proceduren beskrevet i [Ped07, s.61], der her er gengivet

1. Bestem arbejdspunktsværdier for de variable ved at løse de ulineære ligninger i stationær tilstand.
2. Erstat de variable i ligningerne med arbejdspunktsværdier plus småsignalværdier ($x(t) = \bar{x} + \hat{x}(t)$) og tilnærm ulineære led med første ordens Taylor approksimationer.
3. Arbejdspunkt ligningen trækkes fra den tilnærmede ligning. Resultatet er en lineær ligning i småsignalværdier.

Arbejdspunkter benævnes med en streg ovenover (\bar{x}), mens småsignalværdier benævnes med en hat ovenover ($\hat{x}(t)$). Led hvor der indgår produktet af to småsignalværdier kasseres, da de går mod nul når småsignalværdierne er tilstrækkeligt små.

Taylor approksimationen af en funktion med flere variable foretages efter følgende princip

$$\begin{aligned}
 f(\bar{x}_1 + \hat{x}_1, \bar{x}_2 + \hat{x}_2, \bar{x}_3 + \hat{x}_3, \dots) &\approx f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots) \\
 &+ \left. \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots)}{\partial x_1} \right|_{\substack{x_1 = \bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \\ x_3 = \bar{x}_3 \\ \vdots}} \cdot \hat{x}_1 \\
 &+ \left. \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, \dots)}{\partial x_2} \right|_{\substack{x_1 = \bar{x}_1 \\ x_2 = \bar{x}_2 \\ x_3 = \bar{x}_3 \\ \vdots}} \cdot \hat{x}_2 + \dots \quad . \quad (G.1)
 \end{aligned}$$

Omgivelsestemperaturen vil i de efterfølgende ligninger blive regnet som konstant.

Muldvarp

Lineariseringen af massebalancen for træpiller, Formel 3.13

$$\dot{M}_{tp} = K_m \cdot m_{tp} - K_{flow} \cdot m_{luft} - K_{str} \cdot M_{tp} . \quad (\text{G.2})$$

G.0.1 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af massen, hvorved den stationære ligning bliver

$$0 = K_m \cdot \bar{m}_{tp} - K_{flow} \cdot \bar{m}_{luft} - K_{str} \cdot \bar{M}_{tp} , \quad (\text{G.3})$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktsværdier med en streg ovenover.

G.0.2 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktsværdi og en småsignalsværdi

$$\dot{\bar{M}}_{tp} + \hat{M}_{tp} = K_m \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}) - K_{flow} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft}) - K_{str} \cdot (\bar{M}_{tp} + \hat{M}_{tp}) . \quad (\text{G.4})$$

Ligningen indeholder ingen ulineære led, hvorfor der fortsættes til punkt 3.

G.0.3 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligningen fratrækkes den netop fremkomne ligning, og afledede af stationærværdier sættes til 0, hvilket giver

$$\hat{M}_{tp} = K_m \cdot \hat{m}_{tp} - K_{flow} \cdot \hat{m}_{luft} - K_{str} \cdot \hat{M}_{tp} . \quad (\text{G.5})$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.

Fyrrum – forreste del

Lineariseringen af energibalancen for den forreste del af fyrrummet, laves ud fra Formel 3.18

$$\begin{aligned} M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot \dot{T}_{ff} &= h_{tp} \cdot (K_{flow} \cdot m_{luft} + K_{str} \cdot M_{tp} + (1 - K_m) \cdot m_{tp}) \\ &\quad + c_{luft} \cdot T_{omg} \cdot m_{luft} \\ &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg} \cdot T_{ff} \\ &\quad - A_{ff} \cdot \alpha_{ff} \cdot (T_{ff} - T_{frem}) . \end{aligned} \quad (\text{G.6})$$

G.0.4 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af temperaturen, hvorved den stationære ligning bliver

$$\begin{aligned}
0 = & h_{tp} \cdot (K_{flow} \cdot \bar{m}_{luft} + K_{str} \cdot \bar{M}_{tp} + (1 - K_m) \cdot \bar{m}_{tp}) \\
& + c_{luft} \cdot T_{omg} \cdot \bar{m}_{luft} \\
& - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{ff} \\
& - A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) , \quad (G.7)
\end{aligned}$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktsværdier med en streg ovenover, og udregningen af sammensatte konstanter er skrevet ud.

G.0.5 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktsværdi og en småsignalværdi

$$\begin{aligned}
M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot (\hat{\bar{T}}_{ff} + \hat{\bar{T}}_{ff}) = & h_{tp} \cdot (K_{flow} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft}) + K_{str} \cdot (\bar{M}_{tp} + \hat{M}_{tp})) \\
& + (1 - K_m) \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}) \\
& + c_{luft} \cdot T_{omg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft}) \\
& - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})) \cdot (\bar{T}_{ff} + \hat{T}_{ff}) \\
& - A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
& \cdot (\bar{T}_{ff} + \hat{T}_{ff} - (\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem})) . \quad (G.8)
\end{aligned}$$

Herefter lineariseres de ulineære led med 1. ordens Taylor approksimationer efter princippet beskrevet i Formel G.1, med følgende variable i ligningen m_{luft} , m_{tp} , M_{tp} , T_{ff} og T_{frem} . Afledede af arbejdspunktsværdier sættes til 0.

$$\begin{aligned}
M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot \hat{\bar{T}}_{ff} \approx & h_{tp} \cdot (K_{flow} \cdot \bar{m}_{luft} + K_{str} \cdot \bar{M}_{tp} + K_m \cdot \bar{m}_{tp}) \\
& + c_{luft} \cdot T_{omg} \cdot \bar{m}_{luft} \\
& - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{ff} \\
& - A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \\
& + \left[h_{tp} \cdot K_{flow} + c_{luft} \cdot T_{omg} - c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} \right. \\
& \quad \left. - \frac{0,8 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
& + \left[h_{tp} \cdot (1 - K_m) - 0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} \right. \\
& \quad \left. - \frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
& + [h_{tp} \cdot K_{str}] \cdot \hat{M}_{tp} \\
& + \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{ff} \\
& + \left[A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \quad (G.9)
\end{aligned}$$

G.0.6 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligningen fratrækkes den netop fremkomne ligning, hvilket giver

$$\begin{aligned}
 M_{rgff} \cdot c_{rg} \cdot \hat{T}_{ff} &\approx \left[h_{tp} \cdot K_{flow} + c_{luft} \cdot T_{omg} - c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{0,8 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
 &+ \left[h_{tp} \cdot (1 - K_m) - 0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{0,68 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
 &+ [h_{tp} \cdot K_{str}] \cdot \hat{M}_{tp} \\
 &+ \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{ff} \\
 &+ \left[A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \tag{G.10}
 \end{aligned}$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.

Fyrrum – midterste del

Lineariseringen af energibalancen for den midterste del af fyrrummet, laves ud fra Formel 3.21

$$\begin{aligned}
 M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \dot{T}_{fm} &= c_{rg} \cdot m_{rg} \cdot T_{ff} \\
 &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg} \cdot T_{fm} \\
 &\quad - A_{fm} \cdot \alpha_{fm} \cdot (T_{fm} - T_{frem}) . \tag{G.11}
 \end{aligned}$$

G.0.7 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af temperaturen, hvorved den stationære ligning bliver

$$\begin{aligned}
 0 &= c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{ff} \\
 &\quad - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{fm} \\
 &\quad - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) , \tag{G.12}
 \end{aligned}$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktsværdier med en streg ovenover, og udregningen af sammensatte konstanter er skrevet ud.

G.0.8 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktsværdi og en småsignalværdi

$$\begin{aligned}
M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \left(\dot{\hat{T}}_{fm} + \hat{T}_{fm} \right) &= c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})) \cdot \left(\bar{T}_{ff} + \hat{T}_{ff} \right) \\
&\quad - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})) \cdot \left(\bar{T}_{fm} + \hat{T}_{fm} \right) \\
&\quad - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
&\quad \cdot \left(\bar{T}_{fm} + \hat{T}_{fm} - \left(\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem} \right) \right) . \tag{G.13}
\end{aligned}$$

Herefter lineariseres de ulineære led med 1. ordens Taylor approksimationer efter princippet beskrevet i Formel G.1, med følgende variable i ligningen m_{luft} , m_{tp} , T_{ff} , T_{fm} og T_{frem} . Afledede af arbejdspunktsværdier sættes til 0.

$$\begin{aligned}
M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \dot{\hat{T}}_{fm} &\approx c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{ff} \\
&\quad - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{fm} \\
&\quad - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) \\
&\quad + \left[c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} - c_{rg} \cdot \bar{T}_{fm} - \frac{0,8 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
&\quad + \left[0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{ff} - 0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{fm} - \frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
&\quad + [c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})] \cdot \hat{T}_{ff} \\
&\quad + \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{fm} \\
&\quad + \left[A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \tag{G.14}
\end{aligned}$$

G.0.9 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligning fratrækkes den netop fremkomne ligning, hvilket giver

$$\begin{aligned}
M_{rgfm} \cdot c_{rg} \cdot \dot{\hat{T}}_{fm} &\approx \left[c_{rg} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{fm}) - \frac{0,8 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
&\quad + \left[0,85 \cdot c_{rg} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{fm}) - \frac{0,68 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
&\quad + [c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})] \cdot \hat{T}_{ff} \\
&\quad + \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{fm} \\
&\quad + \left[A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \tag{G.15}
\end{aligned}$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.

Fyrrum – bagerste del

Lineariseringen af energibalancen for den bagerste del af fyrrummet, laves ud fra Formel 3.24

$$\begin{aligned}
 M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot \dot{T}_{rg} &= c_{rg} \cdot m_{rg} \cdot T_{fm} \\
 &\quad - c_{rg} \cdot m_{rg} \cdot T_{rg} \\
 &\quad - A_{fb} \cdot \alpha_{fb} \cdot (T_{rg} - T_{frem})
 \end{aligned} \tag{G.16}$$

G.0.10 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af temperaturen, hvorved den stationære ligning bliver

$$\begin{aligned}
 0 &= c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{fm} \\
 &\quad - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{rg} \\
 &\quad - A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) ,
 \end{aligned} \tag{G.17}$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktswærdier med en streg ovenover, og udregningen af sammensatte konstanter er skrevet ud.

G.0.11 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktswærdi og en småsignalværdi

$$\begin{aligned}
 M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot \left(\dot{\bar{T}}_{fb} + \hat{T}_{fb} \right) &= c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})) \cdot \left(\bar{T}_{fm} + \hat{T}_{fm} \right) \\
 &\quad - c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})) \cdot \left(\bar{T}_{rg} + \hat{T}_{rg} \right) \\
 &\quad - A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
 &\quad \cdot \left(\bar{T}_{rg} + \hat{T}_{rg} - \left(\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem} \right) \right) .
 \end{aligned} \tag{G.18}$$

Herefter lineariseres de ulineære led med 1. ordens Taylor approksimationer efter princippet beskrevet i Formel G.1, med følgende variable i ligningen \bar{m}_{luft} , \bar{m}_{tp} , \bar{T}_{fm} , \bar{T}_{rg} og \bar{T}_{frem} . Afledede

af arbejdspunktsværdier sættes til 0.

$$\begin{aligned}
M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot \hat{T}_{rg} &\approx c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{fm} \\
&- c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) \cdot \bar{T}_{rg} \\
&- A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \\
&+ \left[c_{rg} \cdot \bar{T}_{fm} - c_{rg} \cdot \bar{T}_{rg} - \frac{0,8 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
&+ \left[0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{fm} - 0,85 \cdot c_{rg} \cdot \bar{T}_{rg} - \frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
&+ [c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})] \cdot \hat{T}_{fm} \\
&+ \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{rg} \\
&+ \left[A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \tag{G.19}
\end{aligned}$$

G.0.12 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligningen fratrækkes den netop fremkomne ligning, hvilket giver

$$\begin{aligned}
M_{rgfb} \cdot c_{rg} \cdot \hat{T}_{rg} &\approx \left[c_{rg} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{rg}) - \frac{0,8 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
&+ \left[0,85 \cdot c_{rg} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{rg}) - \frac{0,68 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
&+ [c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})] \cdot \hat{T}_{fm} \\
&+ \left[-c_{rg} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}) - A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{rg} \\
&+ \left[A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{frem} . \tag{G.20}
\end{aligned}$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.

Kedel

Lineariseringen af energibalancen for kedlen, laves ud fra Formel 3.27

$$\begin{aligned}
M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \hat{T}_{frem} &= m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot T_{retur} \\
&+ A_{ff} \cdot \alpha_{ff} \cdot (T_{ff} - T_{frem}) \\
&+ A_{fm} \cdot \alpha_{fm} \cdot (T_{fm} - T_{frem}) \\
&+ A_{fb} \cdot \alpha_{fb} \cdot (T_{rg} - T_{frem}) \\
&- m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot T_{frem} . \tag{G.21}
\end{aligned}$$

G.0.13 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af temperaturen, hvorved den stationære ligning bliver

$$\begin{aligned}
0 = & m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \bar{T}_{retur} \\
& + A_{ff} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \\
& + A_{fm} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) \\
& + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \\
& - m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \bar{T}_{frem} ,
\end{aligned} \tag{G.22}$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktsværdier med en strek ovenover, og udregningen af sammensatte konstanter er skrevet ud.

G.0.14 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktsværdi og en småsignalværdi

$$\begin{aligned}
M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot (\dot{\bar{T}}_{frem} + \hat{T}_{frem}) = & m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot (\bar{T}_{retur} + \hat{T}_{retur}) \\
& + A_{ff} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
& \cdot (\bar{T}_{ff} + \hat{T}_{ff} - (\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem})) \\
& + A_{fm} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
& \cdot (\bar{T}_{fm} + \hat{T}_{fm} - (\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem})) \\
& + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}))^{0,8} \\
& \cdot (\bar{T}_{rg} + \hat{T}_{rg} - (\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem})) \\
& - m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot (\bar{T}_{frem} + \hat{T}_{frem}) ,
\end{aligned} \tag{G.23}$$

Herefter lineariseres de ulineære led med 1. ordens Taylor approksimationer efter princippet beskrevet i Formel G.1, med følgende variable i ligningen m_{luft} , m_{tp} , T_{ff} , T_{fm} , T_{rg} , T_{frem} og

T_{retur} . Afledede af arbejdspunktsværdier sættes til 0.

$$\begin{aligned}
M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \hat{T}_{frem} &\approx m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \bar{T}_{retur} \\
&+ A_{ff} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \\
&+ A_{fm} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) \\
&+ A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \\
&- m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \bar{T}_{frem} \\
&+ [m_{vand} \cdot c_{vand}] \cdot \hat{T}_{retur} \\
&+ \left[\frac{0,8 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right. \\
&\quad + \frac{0,8 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \\
&\quad \left. + \frac{0,8 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
&+ \left[\frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{ff} \cdot K_{ff} (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right. \\
&\quad + \frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{fm} \cdot K_{fm} (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \\
&\quad \left. + \frac{0,8 \cdot 0,85 \cdot A_{fb} \cdot K_{fb} (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem})}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
&+ [A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}] \cdot \hat{T}_{ff} \\
&+ [A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}] \cdot \hat{T}_{fm} \\
&+ [A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}] \cdot \hat{T}_{rg} \\
&+ [-A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \\
&\quad - A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \\
&\quad - A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8}] \cdot \hat{T}_{frem} \\
&+ [-m_{vand} \cdot c_{vand}] \cdot \hat{T}_{frem} .
\end{aligned} \tag{G.24}$$

G.0.15 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligningen fratrækkes den netop fremkomne ligning, hvilket giver

$$\begin{aligned}
 M_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \dot{\hat{T}}_{frem} &\approx [m_{vand} \cdot c_{vand}] \cdot \hat{T}_{frem} \\
 &+ \left[\frac{0,8}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \cdot (A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \right. \\
 &\quad \left. + A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\
 &+ \left[\frac{0,68}{(\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,2}} \cdot (A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{T}_{ff} - \bar{T}_{frem}) \right. \\
 &\quad \left. + A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{T}_{fm} - \bar{T}_{frem}) + A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{T}_{rg} - \bar{T}_{frem}) \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\
 &+ \left[A_{ff} \cdot K_{ff} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{ff} \\
 &+ \left[A_{fm} \cdot K_{fm} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{fm} \\
 &+ \left[A_{fb} \cdot K_{fb} \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right] \cdot \hat{T}_{rg} \\
 &+ \left[(-A_{ff} \cdot K_{ff} - A_{fm} \cdot K_{fm} - A_{fb} \cdot K_{fb}) \cdot (\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp})^{0,8} \right. \\
 &\quad \left. - m_{vand} \cdot c_{vand} \right] \cdot \hat{T}_{frem} .
 \end{aligned} \tag{G.25}$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.

Iltniveau

Lineariseringen af iltniveau balancen i røggassen, laves ud fra Formel 3.30

$$\begin{aligned}
 \dot{\lambda}_{rg} &= \frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} \cdot m_{luft} - \frac{(1 - K_m) \cdot K_{prop}}{M_{rgf}} \cdot m_{tp} \\
 &\quad - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} \cdot m_{luft} - \frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \cdot M_{tp} \\
 &\quad - \frac{m_{rg}}{M_{rgf}} \cdot \lambda_{rg} ,
 \end{aligned} \tag{G.26}$$

G.0.16 Punkt 1 – stationær ligning

Ved stationær tilstand er der ingen ændring af iltniveauet, hvorved den stationære ligning bliver

$$\begin{aligned}
 0 &= \frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{luft} - \frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{tp} \\
 &\quad - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{luft} - \frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \cdot \bar{M}_{tp} \\
 &\quad - \frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgf}} \cdot \bar{\lambda}_{rg} ,
 \end{aligned} \tag{G.27}$$

når der anvendes notationen for arbejdspunktstværdier med en streg ovenover, og udregningen af sammensatte konstanter er skrevet ud.

G.0.17 Punkt 2 – erstat variable og approksimer

Først erstattes variable med en arbejdspunktstværdi og en småsignalværdi

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_{rg} + \hat{\lambda}_{rg} &= \frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft}) - \frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgf}} \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp}) \\ &\quad - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} \cdot (\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft}) - \frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \cdot (\bar{M}_{tp} + \hat{M}_{tp}) \\ &\quad - \frac{\bar{m}_{luft} + \hat{m}_{luft} + 0,85 \cdot (\bar{m}_{tp} + \hat{m}_{tp})}{M_{rgf}} \cdot (\bar{\lambda}_{rg} + \hat{\lambda}_{rg}) . \end{aligned} \quad (G.28)$$

Herefter lineariseres de ulineære led med 1. ordens Taylor approksimationer efter princippet beskrevet i Formel G.1, med følgende variable i ligningen m_{luft} , m_{tp} , M_{tp} og λ_{rg} . Afledede af arbejdspunktstværdier sættes til 0.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_{rg} &\approx \frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{luft} - \frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{tp} \\ &\quad - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} \cdot \bar{m}_{luft} - \frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \cdot \bar{M}_{tp} \\ &\quad - \frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgf}} \cdot \bar{\lambda}_{rg} \\ &\quad + \left[\frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M}}{M_{rgf}} - \frac{K_{prop} \cdot K_{flow}}{M_{rgf}} - \frac{\bar{\lambda}_{rg}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\ &\quad + \left[-\frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m)}{M_{rgf}} - \frac{0,85 \cdot \bar{\lambda}_{rg}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\ &\quad + \left[-\frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{M}_{tp} \\ &\quad + \left[-\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{\lambda}_{rg} . \end{aligned} \quad (G.29)$$

G.0.18 Punkt 3 – lineær ligning i småsignalværdier

Den stationære ligningen fratrækkes den netop fremkomne ligning, hvilket giver

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\lambda}}_{rg} &\approx \left[\frac{0,21 \cdot K_{V \rightarrow M} - K_{prop} \cdot K_{flow} - \bar{\lambda}_{rg}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{m}_{luft} \\ &\quad + \left[-\frac{K_{prop} \cdot (1 - K_m) - 0,85 \cdot \bar{\lambda}_{rg}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{m}_{tp} \\ &\quad + \left[-\frac{K_{prop} \cdot K_{str}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{M}_{tp} \\ &\quad + \left[-\frac{\bar{m}_{luft} + 0,85 \cdot \bar{m}_{tp}}{M_{rgf}} \right] \cdot \hat{\lambda}_{rg} . \end{aligned} \quad (G.30)$$

Dette er den lineære ligning i småsignalværdier der skal anvendes til opstilling af state space model.